



HAL
open science

Les difficultés de compréhension du sens géométrique des mots polysémiques : l'exemple du mot "sommet"

Émilie Perray

► **To cite this version:**

Émilie Perray. Les difficultés de compréhension du sens géométrique des mots polysémiques : l'exemple du mot "sommet". Education. 2012. dumas-00760587

HAL Id: dumas-00760587

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00760587>

Submitted on 4 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

IUFM Centre Val de Loire

MEMOIRE de recherche présenté par :

Emilie PERRYAY

soutenu le : **26 juin 2012**

pour obtenir le diplôme du :

**Master Métiers de l'Education, de l'Enseignement,
de la Formation et de l'Accompagnement**

Discipline : Mathématiques

Les difficultés de compréhension du sens géométrique des mots polysémiques

L'exemple du mot « sommet »

Mémoire dirigé par :

Jean TOROMANOFF Formateur IUFM, Université d'Orléans

JURY :

Edith RENON Formatrice IUFM, Université d'Orléans, Présidente du jury

Jean TOROMANOFF Formateur IUFM, Université d'Orléans

Remerciements

Je remercie Monsieur Toromanoff, pour ses conseils et son soutien dans mes moments de stress, et Madame Renon, pour l'aide qu'elle m'a apportée dans ma recherche de classe, même si cela n'a pas été fructueux.

Je tiens également à remercier l'enseignante qui m'a accueillie dans sa classe et dont je ne citerai pas le nom afin de respecter son anonymat, mais qui bien sûr se reconnaîtra. Je remercie aussi tous les élèves de la classe pour leur participation à mon expérimentation.

Table des matières

Introduction	5
I. Cadre théorique.....	7
1. Concept et mot	7
1.1. Qu'est-ce qu'un concept ?	7
1.2. Le rôle du langage dans la construction des concepts	8
2. Les spécificités du langage géométrique et ses difficultés d'apprentissage.....	9
3. La polysémie	11
3.1. Qu'est-ce que la polysémie ?.....	11
3.2. Les différents types de polysémie.....	13
3.3. La polysémie en géométrie	13
4. Les difficultés posées par la polysémie des mots de la géométrie	15
4.1. La notion de « représentation sémantique erronée ».....	15
4.2. Les difficultés de compréhension des énoncés et des consignes	18
5. L'exemple du mot « sommet »	19
5.1. Les conceptions erronées du <i>sommet</i>	19
5.2. L'histoire du mot « sommet »	20
5.3. Le mot « sommet » dans les programmes	21
6. Problématique et hypothèse	21
II. Méthodologie.....	24
1. Population	24
1.1. Contexte	24
1.2. Nombre de participants	24
1.3. Age des participants.....	25
2. Temporalité	25
3. Déroulement de l'expérimentation et recueil de données	25
4. Justification de la construction des évaluations diagnostique et sommative	27

III. Résultats, interprétation, discussion	31
1. Evaluation diagnostique et entretiens	31
1.1. Exercice 1	31
1.2. Exercice 2	36
1.3. Bilan	37
2. Séquence menée par l'enseignante	39
2.1. Séance 4.....	39
2.2. Séance 5.....	45
2.3. Séance 6.....	47
3. Evaluation sommative et entretiens	48
4. Discussion	53
Conclusion	56
Bibliographie	58
Table des annexes	60

Introduction

La géométrie, comme toute discipline, s'appuie sur un vocabulaire bien particulier. En effet, on rencontre en géométrie des mots comme « perpendiculaire », « segment », « droite », « sommet », ... En classe, les élèves vont devoir comprendre ce vocabulaire et apprendre à l'utiliser.

Dans l'enseignement de la géométrie, en plus d'une dimension purement mathématique, conceptuelle, va donc intervenir une dimension langagière. Il paraît indispensable « que l'enseignant intègre dans sa réflexion didactique la dimension langagière qui interfère à tout moment avec les apprentissages disciplinaires »¹. D'autant que les programmes officiels précisent que « l'emploi du vocabulaire fait l'objet de l'attention du maître dans toutes les activités scolaires »², ceci est donc notamment valable en géométrie.

Je trouve donc pertinent, pour ce mémoire, de m'intéresser à cette dimension langagière de la géométrie, puisque c'est un élément auquel l'enseignant se doit d'être attentif, un élément qui doit faire partie de sa réflexion. Ayant fait des études de mathématiques et de sciences du langage, travailler sur le lien entre géométrie et langage m'intéresse d'autant plus.

Comme nous l'avons dit, en même temps qu'ils s'approprient les concepts, les élèves devront s'approprier les mots qui les désignent. Mais, on l'imagine, ce vocabulaire particulier va poser des difficultés aux élèves, qui ne se l'approprient certainement pas tous très facilement. J'ai d'ailleurs pu le constater en stage. Pourtant, les programmes le disent, il faut leur apprendre à utiliser ce vocabulaire, et ce dès le CP. En effet, au CP, les élèves doivent « s'initier au vocabulaire géométrique »³; au CE1, ils doivent « connaître et utiliser un vocabulaire géométrique élémentaire approprié »⁴; au cycle 3, ils doivent « utiliser à bon escient

¹ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, p. 35.

² MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?, p. 65.

³ *Ibid.*, p. 104.

⁴ *Ibid.*

le vocabulaire spécifique »⁵. La question que l'on peut se poser est donc la suivante : comment aider les élèves à maîtriser le vocabulaire géométrique ? Ceci constituera notre question de recherche.

Dans un premier temps, j'éclairerai cette question au moyen de diverses références bibliographiques dans le but de construire une problématique plus précise, puis je formulerai une hypothèse en réponse à cette problématique. Dans un second temps, je présenterai la méthodologie que j'ai adoptée pour tester cette hypothèse. Enfin, je terminerai par la présentation des résultats de mon expérimentation, leur interprétation, et une discussion dans laquelle je reviendrai sur ces résultats ainsi que sur mon hypothèse et ma problématique.

⁵ *Ibid.*, p. 71.

I. Cadre théorique

Dans cette partie, je synthétiserai les différentes lectures m'ayant permis d'aboutir à une problématique plus précise.

1. Concept et mot

Puisque nous nous intéressons au langage géométrique, il me semble important de commencer par étudier les liens qui existent entre un concept et le mot qui le désigne, et notamment le rôle joué par les mots dans la construction des concepts. Pour cela, il est nécessaire de définir le terme de concept.

1.1. Qu'est-ce qu'un concept ?

Roland Charnay et Michel Mante⁶, en s'inspirant du « cadre proposé par Gérard Vergnaud », nous informent qu'un concept mathématique se définit selon quatre composantes :

- une composante « Problèmes » : c'est l' « ensemble des problèmes qu'il [le concept] permet de résoudre efficacement » ;
- une composante « Techniques » : c'est l' « ensemble des résultats connus et des techniques (savoir-faire), des procédures qui permettent de travailler avec ce concept » ;
- une composante « Propriétés » : c'est l' « ensemble des définitions, propriétés, théorèmes qui permettent de justifier les techniques utilisées » ;
- une composante « Langages » : c'est l' « ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de le représenter : mots, symboles, représentations schématiques... ».

Nous voyons donc que tout concept est notamment caractérisé par une composante « Langages ». Maîtriser les « formes langagières » associées à ce concept, et notamment le mot qui le désigne, fait donc partie de la maîtrise du concept.

Mais quel rôle le langage tient-il dans la construction des concepts ? C'est ce que nous allons voir maintenant. Mais avant, précisons que désormais, lorsque nous

⁶ CHARNAY, Roland, MANTE, Michel. Mathématiques : épreuve orale d'admission, p. 29-30.

parlerons de « langage », nous entendrons ce mot dans son sens restreint (c'est-à-dire au sens de « vocabulaire », « mots ») plutôt que dans son sens large (le mot « langage » au sens large comprenant également les symboles, les représentations schématiques, etc.). En effet, dans ce mémoire, c'est aux mots que nous nous intéressons, et non aux codages, c'est-à-dire à la dimension orale du langage géométrique plutôt qu'à la dimension purement graphique (même si les codages entretiennent un lien étroit avec le vocabulaire).

1.2. Le rôle du langage dans la construction des concepts

Le langage géométrique tient une place importante dans la construction des concepts géométriques. Le langage permet en effet la construction de la pensée : grâce aux mots, « le concept construit va acquérir un niveau supérieur d'élaboration et de relations avec les autres concepts »⁷.

Ainsi, le vocabulaire intervient pleinement dans la construction des concepts : « La compréhension et l'utilisation du terme théoriquement juste font partie de la construction du concept (même si elles n'en sont pas le tout et doivent s'accompagner d'expériences variées). »⁸. Mais il est important de souligner également que non-maîtrise du mot ne signifie pas forcément non-compréhension du concept, « la compréhension du concept ne se confondant pas avec l'utilisation correcte du vocabulaire »⁹.

Les mots vont donc aider les élèves à conceptualiser : « **Les mots sont porteurs d'un pouvoir de généralisation et d'abstraction qui aide grandement à la conceptualisation [...].** »¹⁰.

Cependant, le langage géométrique présente de nombreuses spécificités rendant sa maîtrise difficile. C'est ce que nous allons voir maintenant.

⁷ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES. Apprentissages géométriques, *op. cit.*, p. 40.

⁸ *Ibid.*

⁹ BREGEON, Jean-Luc. L'oral et les mathématiques [en ligne].

¹⁰ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES. Apprentissages géométriques, *op. cit.*, p. 40.

2. Les spécificités du langage géométrique et ses difficultés d'apprentissage

Selon l'équipe de didactique des mathématiques ERMEL (Equipe de Recherche Mathématique à l'école ELémentaire)¹¹, le langage géométrique présente un certain nombre de spécificités, et par conséquent, l'apprentissage de ce langage peut causer des difficultés aux élèves.

Tout d'abord, « la géométrie, comme tout domaine théorique particulier, comporte un **vocabulaire spécifique** qui n'est pas familier à l'élève et qu'il va devoir apprendre »¹² (un vocabulaire spécifique, c'est un vocabulaire propre à un certain domaine). L'élève est donc confronté à des mots nouveaux, des mots auxquels il n'est pas habitué, car ce sont des mots qui « n'ont pour ainsi dire pas d'existence sociale en dehors de leur usage géométrique »¹³ (l'équipe ERMEL nous donne l'exemple des mots « segment » et « perpendiculaire »). On peut donc facilement imaginer que les élèves auront des difficultés à acquérir ce vocabulaire tout nouveau pour eux.

De plus, ces termes spécifiques sont nombreux et cette multiplicité peut elle aussi poser difficulté. En effet, les élèves peuvent confondre certains mots (sans qu'il y ait pour autant confusion des concepts) :

La multiplicité de termes spécifiques de la géométrie peut être (et est de fait) source de confusion ; des élèves peuvent confondre les mots « rayon » et « diamètre », ou « parallèle » et « perpendiculaire », sans que cela révèle une confusion des notions en jeu.¹⁴

Ensuite, l'équipe ERMEL indique une deuxième spécificité : il existe un « vocabulaire commun au langage naturel et au langage géométrique »¹⁵. Ceci peut être source de difficultés, étant donné que le mot ne prendra pas le même sens en géométrie et dans la vie de tous les jours : c'est le problème de la polysémie du vocabulaire. L'équipe nous donne l'exemple des mots « milieu », « centre », ou encore « sommet ».

¹¹ Voici l'ouvrage, déjà cité plus haut, auquel je ferai référence chaque fois que je citerai l'équipe ERMEL : *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*.

¹² *Ibid.* p. 35.

¹³ *Ibid.*

¹⁴ *Ibid.*, p. 36.

¹⁵ *Ibid.*

Les documents d'application des programmes de 2002 mettent aussi en évidence ce problème de polysémie :

Les interférences entre « mots courants » et « mots mathématiques » peuvent être source de confusions auxquelles l'enseignant se doit d'être attentif. Ainsi le mot « droit » s'oppose-t-il souvent à l'idée de « penché » dans le langage courant (se tenir droit), alors qu'il évoque celle d'alignement pour un « trait droit » (qui peut être penché) ou se rapporte à une certaine « ouverture » lorsqu'on parle « d'angle droit ». Des moments pourront être utilement consacrés à mettre en évidence, avec les élèves, ces différences de signification d'un même terme.¹⁶

Cette polysémie du vocabulaire risque donc de perturber les élèves, qui seront influencés par le sens courant, celui qui leur est le plus familier. Ainsi, « pour certains élèves de cycle 3, un trait droit se distingue d'un trait « penché », c'est-à-dire qu'un trait droit est forcément parallèle à l'un des bords de la feuille, sinon il n'est « pas droit » »¹⁷. Nous voyons donc que la polysémie du vocabulaire peut être une source de confusion chez les élèves et qu'il y a « des significations à détacher les unes des autres, à démêler, à délier »¹⁸.

La troisième spécificité évoquée dans l'ouvrage de l'équipe ERMEL concerne « le **vocabulaire géométrique initial devenu familier** »¹⁹. Dès l'école maternelle, les enfants découvrent notamment le carré et le triangle. Ils apprennent à les reconnaître et donc à employer les termes « carré », « triangle ». Mais, au stade de l'école maternelle, « il s'agit de termes qui adhèrent alors fortement à des prototypes perceptifs, à des dispositions spatiales souvent très codifiées dans des configurations particulières. Le carré est toujours sur sa base, le triangle n'est jamais quelconque... »²⁰. En effet, à l'école maternelle, les élèves ne travaillent pas encore sur les objets mathématiques que sont le carré et le triangle, ils ne les étudient pas du point de vue de leurs propriétés mathématiques, mais d'un point de vue beaucoup plus perceptif. Ainsi, pour eux, un carré qui ne sera pas sur sa base ne sera pas un carré, car il ne répondra pas au prototype du carré. Mais, d'un point de vue mathématique, quelle que soit son orientation, ce sera toujours un carré !

¹⁶ DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. Mathématiques : cycle des apprentissages fondamentaux, p. 8.

¹⁷ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. Apprentissages géométriques, *op. cit.*, p. 36.

¹⁸ *Ibid.*, p. 37.

¹⁹ *Ibid.*

²⁰ *Ibid.*

On imagine donc bien que « cette inscription dans des prototypes risque de faire obstacle ensuite à la plasticité du concept et à ses relations avec les autres »²¹. A leur entrée en cycle 2, les élèves vont devoir réapprendre ce qu'est un carré ou un triangle, en devant faire abstraction des prototypes que nous avons tous à l'esprit.

L'équipe ERMEL évoque ensuite deux dernières spécificités : les formulations spécifiques à la géométrie, et « la multiplicité des signes graphiques »²². Cependant, nous ne développerons pas plus ces deux points, étant donné que nous nous intéressons uniquement au vocabulaire.

Parmi les trois spécificités évoquées ci-dessus concernant le vocabulaire géométrique, nous allons nous pencher plus particulièrement sur la polysémie. En effet, notre question de départ était *Comment aider les élèves à maîtriser le vocabulaire géométrique ?*, mais en voyant la diversité des spécificités de ce vocabulaire, nous nous rendons compte que les réponses ne pourront être les mêmes selon le concept et le mot en jeu ; il est donc nécessaire de restreindre notre étude et de faire un choix. Dans la partie suivante, nous allons donc revenir de manière plus précise sur la polysémie.

3. La polysémie

3.1. Qu'est-ce que la polysémie ?

Dans la partie précédente, nous avons abordé le problème de la polysémie, mais nous n'avons pas explicitement défini cette notion. Il pourrait être intéressant de le faire maintenant, afin de savoir clairement à quoi l'on a affaire lorsque l'on parle de polysémie.

« On définit généralement la polysémie comme la propriété, pour une unité linguistique, de posséder plusieurs sens, différents mais apparentés. »²³. Un mot polysémique est donc un mot qui possède plusieurs sens, et ces sens, bien que différents, entretiennent un certain lien de parenté.

²¹ *Ibid.*

²² *Ibid.*, p. 38.

²³ PAULY, Emilie. La polysémie, p. 15.

« La polysémie s'oppose donc d'un côté à la monosémie, de l'autre à l'homonymie. »²⁴. En effet :

- on parle de « monosémie » lorsqu'un mot ne possède qu'un seul sens ; ainsi, la polysémie s'oppose à l'homonymie dans la mesure où un mot polysémique possède plusieurs sens alors qu'un mot monosémique n'en possède qu'un ;

- on parle d' « homonymie » lorsque l'on a affaire à des mots différents, qui, bien qu'ils se prononcent de la même manière, ont des sens qui sont différents et qui n'entretiennent aucun lien de parenté ; la polysémie s'oppose donc à l'homonymie dans la mesure où la polysémie concerne un seul mot, qui possède plusieurs sens « différents mais apparentés », alors que l'homonymie est une relation entre plusieurs mots possédant chacun leur sens, sens n'entretenant aucun lien de parenté.

Prenons quelques exemples pour éclaircir tout cela (définitions tirées du *Larousse*²⁵) :

- « losange » est un mot monosémique ; il ne peut en effet prendre qu'un seul sens : « Quadrilatère dont les côtés ont tous la même longueur. » ;
- « périmètre » est un mot polysémique ; voici trois de ses sens possibles :
 - « Longueur de la ligne qui délimite les contours d'une surface. » ;
 - « Zone de terrain définie, déterminée, réservée à quelque chose, à quelqu'un : *Un périmètre d'exploitation pétrolière.* » ;
 - « Somme des mesures des côtés d'un polygone. ».

Il s'agit bien d'un même mot ayant des sens différents mais apparentés ; on perçoit tout à fait le lien de parenté entre les trois sens fournis en exemple.

- « facteur » et « facteur » sont des homonymes : en mathématiques, les « facteurs » sont les éléments constitutifs d'un produit ; dans la vie courante, le « facteur » est celui qui distribue le courrier.

Il s'agit bien ici d'un cas d'homonymie et non de polysémie : ce sont deux mots différents, leurs sens n'entretiennent aucun lien de parenté.

²⁴ *Ibid.*

²⁵ LAROUSSE. Dictionnaire Français [en ligne].

3.2. Les différents types de polysémie

Il est possible de distinguer différents « types » de polysémie selon les domaines desquels sont issus les différents sens du mot (domaine scientifique, vie courante, etc.) :

Elle [la polysémie] peut, pour un mot donné, désigner le fait :

- d'avoir plusieurs sens courants (ex : pour glace : eau gelée, miroir, dessert glacé) ;
- d'avoir un ou plusieurs sens courants et un ou plusieurs sens qu'on pourrait qualifier de plus techniques (ex, des mots utilisés en mathématiques : opération, solide, ranger, droite, sommet, volume...)
- d'avoir plusieurs sens techniques (ex : le mot nombre qui a un sens en mathématiques et un sens en grammaire).²⁶

Si l'on s'intéresse à la polysémie des mots utilisés en géométrie, nous nous situons donc dans le deuxième ou le troisième type de polysémie. Nous choisissons de nous intéresser plus particulièrement au deuxième type, c'est-à-dire aux mots ayant à la fois un sens courant et un sens géométrique.

3.3. La polysémie en géométrie

Bertrand Hauchecorne nous informe qu'en mathématiques, « les procédés de créations de mots sont divers »²⁷. Parmi ces procédés, « l'emprunt au langage courant est sans doute le plus ancien »²⁸. Et si les mathématiciens choisissent d'emprunter tel mot au langage courant, c'est parce que ce mot a une certaine capacité à rendre compte du concept mathématique dont il est question :

Le choix d'une appellation n'est pas toujours aussi anodin qu'il y paraît. Les mots utilisés pour rendre compte d'un concept sont souvent lourdement connotés. [...].

[...] il n'y a pas d'un côté le langage et de l'autre la mathématique. L'un et l'autre vivent en interaction et s'influencent mutuellement. L'étude du vocabulaire mathématique donne des indications sur l'intuition de celui qui nomme une notion.

La création de vocabulaire nouveau, le passage d'un mot de la langue courante dans le domaine des mathématiques laisse des indices sur les raisons qui, à chaque époque, ont régi les rapports entre la société et les mathématiciens.²⁹

C'est cet emprunt au langage courant qui explique la polysémie du vocabulaire utilisé en géométrie.

²⁶ RICHARD, G. Lexique/Vocabulaire [en ligne].

²⁷ HAUCHECORNE, Bertrand. Les mots et les maths, p. 7.

²⁸ *Ibid.*

²⁹ *Ibid.*, p. 5-6.

Y. Bruyère, dans *La polysémie et la langue mathématique*³⁰, dresse la liste des nombreux mots polysémiques rencontrés à l'Ecole élémentaire dans le domaine des mathématiques. Dans ce document, il établit un comparatif entre le(s) sens que prennent ces mots en mathématiques et le(s) sens qu'ils prennent dans la vie courante. En voici un extrait (seulement quelques exemples ont été reproduits) :

	En mathématiques...	Dans la vie courante³¹...
cercle	Ensemble des points du plan à égale distance d'un unique point appelé centre du cercle.	Groupe de personnes qui ont coutume de se réunir. Ensemble de personnes disposées de sorte à former une circonférence.
centre	Point tel que tous les points d'une figure soient symétriques deux à deux par rapport à lui.	Partie centrale d'un terrain de sport (rectangulaire le plus souvent et non réduite à un simple point).
sommet	Intersection de deux côtés (d'un angle, d'un polygone); point commun à trois faces au moins d'un polyèdre, aux génératrices d'un cône.	Point ou partie qui se trouve en haut; endroit le plus élevé d'une chose verticale.
hauteur	Dimension d'un objet de sa base à son sommet de sorte que le segment qui passe par le sommet soit perpendiculaire à la base. (pas forcément vertical !)	Dimension dans le sens vertical, de la base au sommet. Position sur la verticale; élévation par rapport à un lieu de référence (le sol, en général).
côté, face	Le côté d'une figure à deux dimensions quelle que soit son orientation. La face d'un solide en trois dimensions pas forcément de face dans la représentation choisie.	Côté : partie latérale situé à gauche ou à droite d'un objet. Face : visage, partie qui se trouve sous le regard (de face, en face).

Y. Bruyère cite encore de nombreux autres mots polysémiques : « longueur », « périmètre », « surface », « aire », « droite », « milieu » (pour ce qui concerne la géométrie).

³⁰ BRUYERE, Yann. La polysémie et la langue mathématique [en ligne].

³¹ L'auteur précise qu'il a extrait ces définitions du « Grand Robert électronique, 1994 Dictionnaires Le Robert ».

Ainsi, la polysémie est omniprésente en géométrie. En tant qu'adultes, nous ne nous apercevons pas forcément de cette polysémie, dans le sens où nous distinguons en général bien le sens dont il est question selon que l'on se situe en géométrie ou dans la vie courante. C'est-à-dire que, pour nous, la distinction est tellement évidente que nous ne nous rendons plus compte de cette polysémie (encore que, nous le verrons plus loin, des confusions sont encore parfois possibles même pour les adultes). Cependant, en tant qu'enseignant, il est très important d'être conscient de cette polysémie, car pour les élèves, tout cela ne va pas aller de soi. Ce qui est évident pour nous l'est certainement beaucoup moins pour les élèves, qui sont en train de construire tous ces concepts et qui ne connaissent jusque-là que le sens courant des mots polysémiques. Dans la partie suivante, nous allons revenir plus précisément sur les difficultés posées par la polysémie (nous avons déjà commencé à évoquer ces difficultés dans la partie 2. *Les spécificités du langage géométrique et ses difficultés d'apprentissage*).

4. Les difficultés posées par la polysémie des mots de la géométrie

4.1. La notion de « représentation sémantique erronée »

A cause de la connaissance du sens courant d'un mot polysémique, les élèves risquent d'être dirigés vers une certaine conception, malheureusement erronée, de ce à quoi renvoie ce terme en géométrie. Ainsi, les élèves vont être comme « induits en erreur », le sens habituel les menant dans une fausse direction : « Les mots utilisés pour rendre compte d'un concept sont souvent lourdement connotés. Ceci amène parfois une inadéquation entre l'intuition du concept, induite par les mots, et le concept lui-même. »³².

Mais, bien sûr, il est important de signaler que le mot n'est jamais introduit avant le concept ; cela n'aurait pas de sens que de poser un mot sur un objet que les élèves n'ont pas étudié au préalable : « la mise en place d'un vocabulaire précis [...] ne remplace pas la construction du concept. Ce vocabulaire n'a de sens que lorsque le concept est en construction et a déjà été utilisé implicitement par les élèves. »³³. Ainsi, le mot ne peut pas empêcher la bonne construction du concept, puisque le

³² HAUCHECORNE, Bertrand. Les mots et les maths, p. 5.

³³ DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. Mathématiques, *op. cit.*, p. 8.

concept est normalement construit (ou en partie construit) avant que l'on pose un mot dessus. Le problème qu'il peut y avoir, c'est qu'au moment où l'on va introduire le mot, les élèves ne comprendront pas forcément ce mot comme il faut (c'est-à-dire dans son sens mathématique), et ce à cause du sens courant de ce mot. Les élèves risquent en effet d'associer à ce mot un autre concept que celui qui aura été construit, parce que le sens courant les dirigera vers cet autre concept. Les élèves auront ainsi une fausse idée de ce à quoi renvoie le mot, ils auront une conception erronée du sens que prend le mot en géométrie (mais, bien sûr, cela ne concerne pas nécessairement tous les élèves, il ne faut pas généraliser). Nous nous situons donc véritablement sur la question de la compréhension du mot (quel concept désigne-t-il).

Le mot ne vient donc pas forcément remettre en cause le concept qui a été construit. C'est simplement qu'il est possible que les élèves ne comprennent pas correctement le mot, c'est-à-dire qu'ils n'associent pas le bon concept au mot.

Ainsi, lorsque je parle ici (et ceci sera valable pour la suite) de « conception erronée », je ne veux pas dire que les élèves ont une conception erronée du concept lui-même, mais plutôt qu'ils ont une conception erronée du sens que prend le mot en géométrie. On peut alors plus précisément parler de « représentation sémantique erronée »³⁴ : la représentation que l'élève se fait du sens du terme géométrique est erronée.

Cependant, rappelons tout de même que si le mot désignant un concept n'est pas maîtrisé, alors nous ne pouvons pas dire que le concept soit totalement maîtrisé. En effet, dans la partie 1. *Concept et mot*, nous avons vu que pour maîtriser totalement un concept, il était notamment nécessaire de maîtriser le mot qui le désigne.

D'autre part, je tiens également à préciser que j'ai emprunté la notion de « conception erronée » à R. Charnay et M. Mante :

Lorsqu'un élève traite une tâche mathématique, il sollicite ses connaissances. Ce qu'il en donne à voir, à travers les procédures qu'il utilise et les réponses qu'il donne, permet souvent

³⁴ DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. Lire et écrire au cycle 3, p. 15.

d'identifier ce qu'on appelle ses « conceptions » qui peuvent être correctes ou erronées relativement au concept qu'il utilise.³⁵

Nous voyons que les auteurs appliquent la notion de « conception » à un concept, et non au sens d'un mot comme je l'ai fait. Mais je pense que lorsque l'on considère les erreurs de compréhension du sens d'un mot polysémique, on peut également parler de « conception erronée », puisqu'il y a bien quelque part une « idée fausse » (on accorde un mauvais sens au mot, on a une idée de fausse de ce qu'il veut dire). C'est pour cela que je me permets de réutiliser la notion de « conception » pour parler de l'idée que les élèves se font du sens d'un mot, de ce qu'ils comprennent de ce mot. Surtout que certains auteurs, pour parler des « conceptions », parlent de « représentations » (notamment J.-P. Astolfi, B. Peterfalvi et A. Vérin, dans leur ouvrage *Comment les enfants apprennent les sciences*). Donc, si l'on parle de « représentation sémantique erronée », et que l'on peut aussi bien utiliser le mot « conception » que le mot « représentation », je pense que l'on peut parler de « conception erronée » du sens d'un mot. Je tenais à éclaircir ce point.

Revenons à nos moutons. Pour illustrer l'influence du sens courant d'un mot sur nos conceptions, prenons l'exemple du mot « sommet » :

Pour certains adultes, la prégnance du sens banal est telle qu'elle vient oblitérer le sens géométrique : par exemple, pour certains, le triangle n'a et ne peut avoir qu'un « sommet », c'est-à-dire ce qui est à la fois « pointu » et « en haut », comme le sommet d'une montagne, alors qu'on demande très vite aux élèves de reconnaître qu'un triangle a trois sommets.³⁶

Ainsi, le sens courant du mot « sommet » peut influencer sur la représentation que l'on se fait du « sommet » d'un triangle.

Pour illustrer cette influence du sens courant, nous pouvons également redonner l'exemple du mot « droit » déjà cité plus haut : « pour certains élèves de cycle 3, un trait droit se distingue d'un trait « penché », c'est-à-dire qu'un trait droit est forcément parallèle à l'un des bords de la feuille, sinon il n'est « pas droit » »³⁷.

Le quotidien a donc une certaine emprise sur nos conceptions. C'est ce que confirme Yveline Puault, en s'appuyant sur les propos de Viera Da Silva :

³⁵ CHARNAY, Roland, MANTE, Michel. Mathématiques : épreuve orale d'admission, p. 39.

³⁶ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. Apprentissages géométriques, *op. cit.*, p. 36.

³⁷ *Ibid.*

Dans son étude des liens entre savoirs quotidiens et savoirs scientifiques, Viera Da Silva [...] note que le quotidien produit un effet d'évidence et d'occultation et que les mots sont porteurs de ces sens premiers qui vont devoir être rectifiés lors de l'apprentissage des concepts scientifiques.³⁸

Un des rôles de l'enseignant va donc être de veiller à ce que ces conceptions erronées ne s'installent pas de façon permanente dans l'esprit des élèves :

A l'école, le problème vient du fait que l'on ne conceptualise pas toujours de façon appropriée. Chacun met un sens derrière un mot et comme on communique le plus souvent avec des mots, les malentendus ne se dévoilent pas tout de suite. On fabrique ainsi facilement de fausses conceptions qui peuvent devenir très robustes et c'est difficile, avec le temps, de les modifier.³⁹

4.2. Les difficultés de compréhension des énoncés et des consignes

La mauvaise conception du sens pris par un terme géométrique polysémique va alors pouvoir entraîner des erreurs dans la résolution de problèmes et d'exercices, car l'élève aura mal compris l'énoncé ou la consigne :

Nombre des erreurs de résolution [de problèmes] sont en fait liées :

- à des représentations sémantiques erronées, parfois induites par la polysémie de termes dont les élèves ne retiennent pas le sens particulier en mathématiques ; c'est la compréhension des données qui fait alors difficulté (le « sommet » d'un triangle en géométrie n'est pas nécessairement « en haut », or « sommet » évoque le « haut ») ;
- à des difficultés à opérer les inférences indispensables ; c'est l'interprétation des données qui fait difficulté.⁴⁰

Jean-Pierre Astolfi, dans sa « typologie des erreurs des élèves »⁴¹, signale lui aussi que la polysémie peut causer des erreurs de compréhension des consignes. Parmi les différents types d'erreurs possibles, il distingue en effet :

*des erreurs relevant de la compréhension des consignes de travail données à la classe, dans la mesure où les termes employés pour introduire les exercices et problèmes ne sont pas si « transparents » qu'on l'imagine, et où la compréhension du lexique de chaque discipline est semée d'embûches*⁴²

Et J.-P. Astolfi compte parmi ces embûches « le fait que les mots de la langue courante sont utilisés dans des sens particuliers par chaque discipline et que les

³⁸ PUAULT, Yveline. Les conceptions des objets mathématiques portées par le langage, p. 13.

³⁹ BARTH, Britt-Mari, à l'occasion d'une interview pour la revue *Vie pédagogique*, n°143, p. 6.

⁴⁰ DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. Lire et écrire au cycle 3, p. 15.

⁴¹ ASTOLFI, Jean-Pierre. L'erreur, un outil pour enseigner, p. 56.

⁴² *Ibid.*, p. 57.

élèves doivent chaque fois effectuer le « cadrage » nécessaire pour comprendre leur emploi »⁴³.

Pour ce mémoire, nous allons considérer un terme géométrique en particulier, terme dont nous avons déjà commencé à parler : le terme « sommet ».

5. L'exemple du mot « sommet »

Quelles peuvent être les conceptions erronées du *sommet* ? Que disent les programmes concernant ce terme géométrique ? C'est ce que nous allons maintenant étudier. Mais précisons tout d'abord que nous nous plaçons dans le domaine de la géométrie plane. Ainsi, c'est aux sommets de figures planes que nous nous intéressons, et non aux sommets de solides (et oui, « sommet » possède plusieurs sens géométriques !). Nous nous plaçons plus précisément dans le cas du triangle.

5.1. Les conceptions erronées du *sommet*

Quelle conception du *sommet* du triangle le sens courant du mot « sommet » va-t-il alors pouvoir engendrer ? Dans la vie courante, un « sommet » désigne la « partie la plus élevée de quelque chose »⁴⁴. Et cette partie étant souvent résumée à un point, le sommet correspond alors souvent à la partie la plus pointue de l'objet : pensons au sommet d'une montagne, au sommet de la Tour Eiffel, ... Attention, ce n'est cependant pas toujours le cas : nous pouvons par exemple parler du « sommet de la Tour Montparnasse », mais ce sommet n'est pas pour autant pointu (la Tour Montparnasse n'est en effet pas vraiment pointue... ; le sommet désigne ici la partie la plus haute de la tour, mais cette partie ne se résume pas à un seul point). Mais, d'une manière générale, lorsque l'on pense « sommet », on pense « pointu ». Ainsi, comme nous l'avons vu précédemment, le *sommet* évoque quelque chose qui est « à la fois « pointu » et « en haut » »⁴⁵. Les élèves risquent alors d'imaginer que le triangle n'a qu'un seul *sommet* : ce *sommet* serait la « pointe » située en haut du triangle. Cela serait leur conception du *sommet* d'un triangle.

⁴³ *Ibid.*, p. 60.

⁴⁴ LAROUSSE. Dictionnaire Français [en ligne].

⁴⁵ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. Apprentissages géométriques, *op. cit.*, p. 36.

Comme nous l'avions indiqué dans la partie 4.1. *La notion de « représentation sémantique erronée »*, la difficulté se situe véritablement au niveau du mot et non au niveau du concept lui-même. En effet, les élèves perçoivent en général très bien les « pointes » du triangle. C'est-à-dire qu'ils ont généralement conscience des sommets, mais ils ne savent pas qu'on les appelle « sommets ». Pour eux, le mot « sommet » désigne autre chose, il désigne une de ces pointes en particulier (mais cela ne concerne pas forcément tous les élèves bien sûr).

En fait, nous pouvons dire que, d'un côté, il y a le concept de sommet, de « pointe », qui lui est généralement compris par les élèves ; mais de l'autre, il y a le mot « sommet », qui lui n'est pas toujours bien compris par les élèves : derrière le mot « sommet », ils ne mettent pas toujours le concept de sommet, mais un autre concept.

Ainsi, comme nous l'avions vu, certains élèves peuvent avoir une conception erronée du sens que prend le mot « sommet » en géométrie : ils peuvent avoir une « représentation sémantique erronée » du terme géométrique « sommet ». Nous sommes bien sur la question de la compréhension du mot.

Ainsi, je précise une nouvelle fois que lorsque je parle de « conception erronée du *sommet* », je ne veux pas dire que les élèves ont une conception erronée du concept de sommet lui-même (bien que cela puisse être le cas, mais ce n'est pas vraiment la question ici) mais qu'ils ont une conception erronée du sens que prend le mot « sommet » en géométrie, qu'ils n'associent pas le bon concept au mot « sommet ». C'est pour cela que je choisis de placer le mot « sommet » en italique lorsque je parle de « conception erronée du *sommet* ». Cela permet de distinguer le mot du concept lui-même.

5.2. L'histoire du mot « sommet »

Etant donné que nous nous intéressons au mot « sommet », il pourrait être intéressant de nous pencher sur l'histoire du mot « sommet » en géométrie. Voici les informations que nous donne Bertrand Hauchecorne :

Le latin *summum*, *sommet*, *point le plus élevé* a donné en ancien français le mot *som* de même sens. Au XII^{ème} siècle apparaît le diminutif *sommet* qui supplante bientôt celui-ci. *Sommet* entre vers le milieu du XVII^{ème} siècle dans le vocabulaire de la géométrie. On parle

ainsi du sommet d'un triangle. C'est sans doute d'abord celui placé en haut de la feuille que l'on a appelé sommet. Le terme perdant alors son sens de point élevé ce vocable se généralise à un sommet quelconque d'un triangle puis d'un polygone.⁴⁶

Comme on le voit, le mot « sommet » désignait donc certainement à la base uniquement le sommet placé en haut ! On ne peut alors encore moins « reprocher » aux élèves de concevoir ainsi le *sommet* d'un triangle (s'ils le conçoivent ainsi), car historiquement, c'est ainsi qu'on le concevait !

5.3. Le mot « sommet » dans les programmes

Voyons maintenant ce que les programmes de l'Ecole primaire nous disent concernant le mot « sommet ».

Ce n'est qu'à partir du CE2 que le terme « sommet » apparaît explicitement dans les programmes. Les progressions de CE2 indiquent en effet : « Utiliser en situation le vocabulaire : côté, sommet, angle, milieu. »⁴⁷.

Cependant, le terme peut avoir été rencontré avant, puisque le triangle figure au programme du cycle 2 et que les progressions de CP précisent que les élèves doivent « s'initier au vocabulaire géométrique »⁴⁸ et celles de CE1 indiquent que les élèves doivent « connaître et utiliser un vocabulaire géométrique élémentaire approprié »⁴⁹.

Voyons désormais à quelle problématique nous amène tout cet éclairage bibliographique.

6. Problématique et hypothèse

Nous l'avons vu, à cause du sens courant du mot « sommet », les élèves risquent d'avoir une conception erronée du sens que prend le mot en géométrie, c'est-à-dire une « représentation sémantique erronée » du terme géométrique « sommet ».

⁴⁶ HAUCHECORNE, B. *Op. cit.*, p. 191.

⁴⁷ MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?*, p. 117.

⁴⁸ *Ibid.*, p. 104.

⁴⁹ *Ibid.*

La question qui se pose alors est la suivante : comment aider les élèves à revenir sur cette conception erronée du *sommet*, comment les aider à comprendre le mot « sommet » dans son sens géométrique ? Ou, pour reprendre les termes introduits plus haut :

Comment aider les élèves à accéder à la bonne représentation sémantique du terme géométrique « sommet » ?

Ceci constituera ma problématique.

Je fais alors l'hypothèse suivante : mener avec les élèves une (des) activité(s) de vocabulaire, visant à mettre en évidence le fait que le mot « sommet » peut prendre plusieurs sens ainsi qu'à bien distinguer ces différents sens et leur contexte d'emploi, permettrait aux élèves d'accéder à la bonne représentation sémantique du terme géométrique « sommet » (avec ces activités, on se situerait alors à mi-chemin entre l'étude de la langue et les mathématiques).

En effet, pour que les élèves puissent s'appropriier le sens géométrique du mot « sommet », il semble indispensable de les mettre face aux différents sens du mot et à ses différents contextes d'emploi, et ainsi de ne pas passer sous silence l'existence du sens courant, puisqu'il les influence.

De plus, les documents d'accompagnement des programmes de 2002 donnent des indications de travail allant dans le sens de mon hypothèse : « Les acquisitions lexicales doivent accompagner le travail notionnel en mathématiques comme dans les autres domaines. L'élaboration d'un répertoire ou d'outils de référence auxquels les élèves peuvent se référer dans les activités est d'une grande utilité », « Ce travail sur la polysémie de certains mots – et la discrimination de leur sens spécialisé – peut se réaliser dans des séances spécifiques d'étude de la langue. »⁵⁰. L'équipe ERMEL, avec l'exemple du mot « milieu », souligne également l'importance de distinguer les différents contextes d'emploi d'un mot polysémique :

⁵⁰ DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. Lire et écrire au cycle 3, p 17.

La polysémie du terme « milieu » n'est en fait maîtrisable que si l'on distingue clairement les différents domaines d'emploi de ce terme, c'est-à-dire les différents champs de connaissance qui y recourent : le milieu du segment n'est pas le même que le milieu social, qui lui-même n'est pas le même que le milieu marin, ou le Milieu tout court... Tant que les champs de référence ne sont pas distingués, le mot peut être source de confusion.⁵¹

Tout ceci permet donc de justifier mon hypothèse.

Je rappelle que c'est aux sommets du triangle que nous nous intéresserons. Je précise également que cette problématique et cette hypothèse sont valables pour n'importe quel terme géométrique polysémique. C'est parce que nous traitons l'exemple du mot « sommet » que j'ai choisi de les formuler avec ce mot-là, mais j'aurais très bien pu les formuler d'une manière plus générale.

⁵¹ EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. Apprentissages géométriques, *op. cit.*, p. 36.

II. Méthodologie

Pour tester cette hypothèse, j'ai réalisé une expérimentation, que je vais décrire ci-dessous.

1. Population

1.1. Contexte

J'ai mené cette expérimentation dans une classe de CM1, dans une école située en Education Prioritaire (ceci ne relève pas particulièrement d'un choix, mais plutôt du hasard). Le fait que la classe soit de niveau CM1 ne relève pas non plus particulièrement d'un choix. L'important était que je puisse assister à une séquence portant sur les triangles, afin que l'on soit amené à parler de *sommet* et que je puisse ainsi travailler sur les conceptions des élèves concernant le *sommet* (dans le cas du triangle). Pour que je puisse recueillir leurs conceptions, il était également nécessaire que les élèves aient déjà étudié le concept de *sommet*, ce qui était le cas avec des élèves de CM1 puisque le *sommet* est abordé au CE2, si ce n'est avant. L'enseignante qui m'a accueillie a en l'occurrence mené une séquence portant sur les triangles particuliers. Cette enseignante a accepté qu'en début de séquence, je réalise une évaluation diagnostique concernant le *sommet* (tout cela sera développé par la suite). Voyant que ce n'était pas maîtrisé par tous et qu'il y avait notamment des « problèmes » de polysémie chez certains élèves, elle est revenue sur la notion de *sommet* avec ses élèves, notamment en menant des activités sur les différents sens du mot, conformément à mon hypothèse (le déroulement de la séquence sera lui aussi développé plus loin). C'est donc l'enseignante qui a gardé la gestion de sa classe et du contenu des séances. Mais nous avons pu discuter ensemble du contenu lorsque cela concernait la notion de *sommet*, de façon à ce que ce contenu soit conforme à mon hypothèse.

1.2. Nombre de participants

Cette classe de CM1 comportait dix-neuf élèves. Je me suis plus particulièrement penchée sur le cas des élèves chez qui, après évaluation diagnostique, j'avais « décelé » une conception erronée du *sommet* due à la polysémie. Ces élèves étaient au nombre de cinq. Le mot n'était pour autant pas

forcément maîtrisé par tous les autres élèves, mais leurs erreurs ne relevaient pas d'un problème de polysémie, je n'ai donc pas particulièrement étudié leur cas.

1.3. Age des participants

Au moment de l'expérimentation, la moyenne d'âge de la classe était d'environ 9 ans et 8 mois. Les élèves étaient tous « à l'heure » dans leur scolarité (pas de redoublement).

2. Temporalité

J'ai suivi une séquence de six séances, réparties sur six semaines. Pour cela, je me suis rendue dans la classe six jeudis matin (le temps de la séance de géométrie) : les jeudis 12/01, 19/01, 26/01, 02/02, 09/02 et 23/02/12 (exceptionnellement, ce dernier jour, je m'y suis également rendue l'après-midi, de sorte à pouvoir réaliser une évaluation sommative).

3. Déroulement de l'expérimentation et recueil de données

Mon expérimentation s'est déroulée en plusieurs étapes, au cours desquelles j'ai recueilli différents types de données. Voici le détail de cette expérimentation :

- **Etape 1 : évaluation diagnostique et entretiens**

J'ai commencé par réaliser une évaluation diagnostique, afin de « repérer » les élèves ayant une conception erronée du *sommet* due à la polysémie. J'ai réalisé cette évaluation au moyen d'exercices écrits distribués aux élèves (ceci sera détaillé plus loin).

Suite à cela, j'ai mené de petits entretiens avec ces élèves, afin d'essayer de mieux comprendre les réponses qu'ils avaient données et leur conception du *sommet* (je remercie d'ailleurs l'enseignante de m'avoir suggéré de faire ces entretiens, car je n'avais pas eu cette idée). Je les ai questionnés et ai pris des notes sur ce qu'ils me disaient, en essayant de retranscrire le plus fidèlement possible leurs paroles (ne pouvant pas effectuer d'enregistrement de ces entretiens). Ces entretiens étaient individuels (mais au sein de la classe).

- **Etape 2 : la séquence menée par l'enseignante**

J'ai ensuite observé la séquence menée par l'enseignante. Durant cette étape, j'ai pris des notes sur ce que l'enseignante et les élèves disaient (toujours en essayant de retranscrire leurs paroles le plus fidèlement possible) et sur ce qui pouvait être écrit au tableau. J'ai observé les élèves lorsqu'ils étaient en phase de recherche ou d'exercice. J'ai également recueilli certaines productions.

Voici le déroulement général de cette séquence (je ne citerai ici que les points qui concernent le travail fait autour du sommet ; en effet, étant donné que nous nous inscrivions dans une séquence plus générale sur les triangles particuliers, d'autres points que la notion de sommet ont été traités mais je n'y ferai pas référence ; le travail sur le sommet a commencé en séance 4) :

Séance 4 :

1) à l'oral, recueil des représentations des élèves concernant le *sommet* ;

2) activité écrite, à partir du dictionnaire :

→ chaque élève devait rechercher, parmi toutes les définitions possibles, la définition qui représentait pour lui le mieux un *sommet* (en géométrie), celle qui correspondait le mieux à l'idée qu'il se faisait du *sommet* (j'ai recueilli ces productions) ;

→ buts de cette activité : effectuer un nouveau recueil des représentations, mais cette fois les élèves étaient confrontés à un ensemble de définitions parmi lesquelles ils devaient choisir ; ils pouvaient ainsi prendre conscience du fait que le mot « sommet » a plusieurs sens, pour qu'à la fin on puisse conclure sur la définition à choisir en géométrie ;

3) cette activité a été suivie d'une correction-débat, où l'on a conclu sur la définition valable en géométrie.

Séance 5 :

1) discussion autour de la distinction entre le *sommet* en géométrie et le *sommet de la montagne* ;

2) construction d'une définition du *sommet* en géométrie ;

3) exercices : identifier les *sommets* (marquer les sommets d'angles, de triangles, par un point).

Séance 6 :

Rappel des propriétés du triangle (c'est un polygone qui a 3 côtés, 3 sommets, 3 angles).

- **Etape 3 : évaluation sommative et entretiens**

En fin de séquence, j'ai réalisé une évaluation sommative, sur le même modèle que l'évaluation diagnostique. Le but de cette évaluation sommative était de voir si les élèves qui avaient au départ une conception erronée du *sommet* due à la polysémie avaient finalement corrigé cette idée fausse, ou non.

Cette évaluation a ainsi permis de tester les effets de la séquence sur ces élèves, et donc de voir si mon hypothèse se vérifiait ou non (est-ce que, en travaillant autour des différents sens du mot « sommet », on leur a permis d'accéder au sens géométrique, ou non).

Suite à cette évaluation finale, j'ai, comme lors de l'évaluation diagnostique, mené de petits entretiens avec les élèves chez qui l'on pouvait encore trouver des erreurs (parmi les cinq élèves de départ), afin de tenter de les expliquer.

Note : c'est moi qui avait la responsabilité de la gestion des entretiens et de la construction des évaluations (puisque ces évaluations étaient une volonté de ma part) ; l'enseignante m'a laissée gérer cela comme je le souhaitais et n'est pas intervenue.

4. Justification de la construction des évaluations diagnostique et sommative

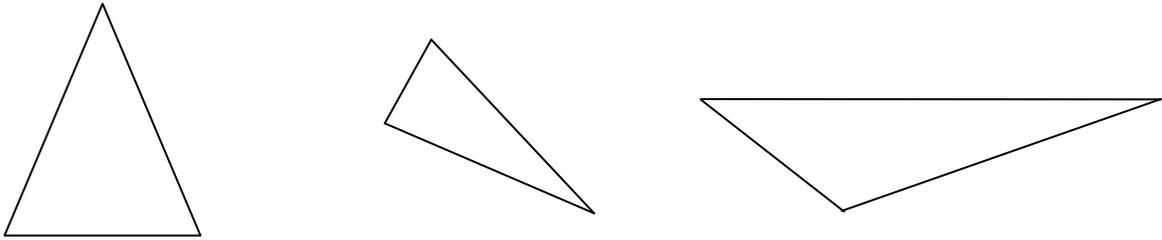
Dans cette partie, je vais présenter les exercices donnés en évaluation, et tenter de justifier la façon dont ils ont été construits.

- **Evaluation diagnostique**

Voici les deux exercices donnés en évaluation diagnostique :

Exercice 1 :

Voici trois triangles. Indique leurs **sommets** grâce à des flèches.



Avec les deux premiers triangles, je souhaitais repérer les élèves qui comprenaient mal le mot « sommet », les élèves qui avaient une conception erronée du *sommet* d'un triangle (conception erronée due à la polysémie) :

- avec le premier triangle, un élève qui est influencé par le sens courant indique normalement uniquement le sommet situé en haut (qui est aussi le plus pointu) ; ce triangle est donc volontairement en position très prototypique (je voulais voir comment les élèves réagissaient face à cette configuration) ;

- avec le deuxième triangle, je souhaitais savoir ce qui l'emportait dans leur conception du *sommet* : la notion de hauteur (auquel cas ils choisiraient plutôt celui du haut), ou la notion de « pointu » (auquel cas ils choisiraient plutôt celui qui est en bas à droite).

Avec le troisième triangle, je souhaitais savoir comment ces élèves réagissaient lorsqu'il n'y avait pas de point situé plus en haut que les autres.

En fait, avec ces trois triangles, l'idée était de voir quels élèves ne choisissaient qu'un seul sommet parmi les trois, et comment ils effectuaient leur choix, sur quels critères.

En ce qui concerne la consigne, j'ai choisi de leur indiquer comment marquer les sommets (« grâce à des flèches ») pour ne pas qu'ils se retrouvent perdus face à la consigne, pour qu'ils sachent comment s'y prendre.

Exercice 2 :

Réponds aux questions suivantes :

- a) Combien un triangle a-t-il de **côtés** ?
- b) Combien un triangle a-t-il de **sommets** ?
- c) Combien un triangle a-t-il d'**angles** ?

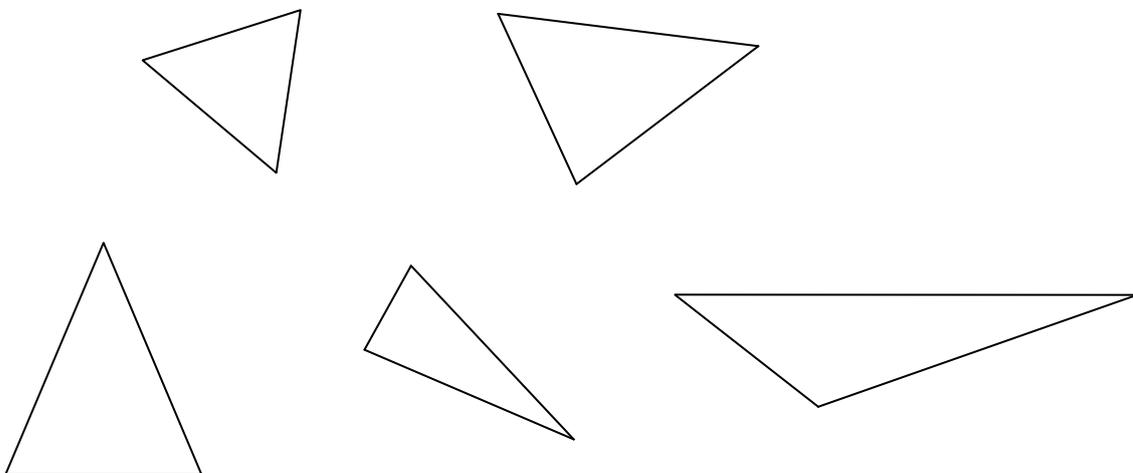
Avec la question b), je voulais savoir si les élèves avaient la connaissance « théorique » du nombre de *sommets* d'un triangle. En effet, peut-être qu'il peut y avoir un décalage entre ce qu'ils savent en théorie (exercice 2), et ce qu'ils sont capables de produire en pratique, face à un triangle (exercice 1). Autrement dit, peut-être qu'ils ont retenu qu'un triangle a toujours « 3 côtés, 3 sommets, 3 angles » (dans un triangle, tout est en triple), mais que dans la pratique ils n'indiquent qu'un sommet, parce que, face à un triangle, l'influence du sens courant refait surface.

- **Evaluation sommative**

L'évaluation sommative était également composée de deux exercices.

Exercice 1 :

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :



J'ai volontairement repris le même exercice que pour l'évaluation diagnostique, avec les trois mêmes triangles, de sorte à pouvoir effectuer une réelle comparaison entre les conceptions de départ et les conceptions à la fin de la séquence. J'ai cependant ajouté à ces trois triangles deux autres triangles, car je me suis rendu compte après coup que, pour l'évaluation diagnostique, je n'avais proposé que des triangles très « particuliers » (avec des pointes très prononcées, un sommet qui pointe vers le haut, ...), j'ai donc voulu ici proposer des triangles plus « quelconques » (pas dans son sens géométrique...) afin de voir comment les élèves réagissaient dans ces cas-là (ce que j'aurais également dû faire pour l'évaluation diagnostique). C'est pourquoi j'ai rajouté deux triangles proches de triangles équilatéraux, ne comportant donc aucun sommet vraiment plus pointu que les autres, et présentés dans une configuration où aucun sommet ne pointe exactement vers le haut.

En ce qui concerne la consigne, elle a été modifiée par rapport à l'évaluation diagnostique (j'ai demandé des points et non plus des flèches), car durant toute la séquence, c'est avec des points que les élèves avaient été habitués à marquer les sommets, j'ai donc préféré rester dans la continuité de la séquence.

Exercice 2 :

- | |
|--|
| a) Combien un triangle a-t-il de côtés ? |
| b) Combien un triangle a-t-il de sommets ? |
| c) Combien un triangle a-t-il d'angles ? |

Il s'agit du même exercice que dans l'évaluation diagnostique. L'objectif était toujours de pouvoir comparer la connaissance « théorique » et la connaissance « pratique ». Cet exercice permettait également de voir si cette connaissance théorique avait évolué (l'exercice 1 permettant, lui, de constater l'évolution de la connaissance pratique).

III. Résultats, interprétation, discussion

Dans cette partie :

- je présenterai et analyserai les résultats de l'évaluation diagnostique et des entretiens qui l'ont suivie ;
- je reviendrai dans le détail sur la séquence menée par l'enseignante (ce qui s'est fait durant cette séquence, ce qui s'est dit, etc.) ;
- je présenterai et analyserai les résultats de l'évaluation finale et des entretiens qui l'ont suivie ;
- je terminerai par une discussion dans laquelle je reviendrai sur ces résultats, mon hypothèse et ma problématique.

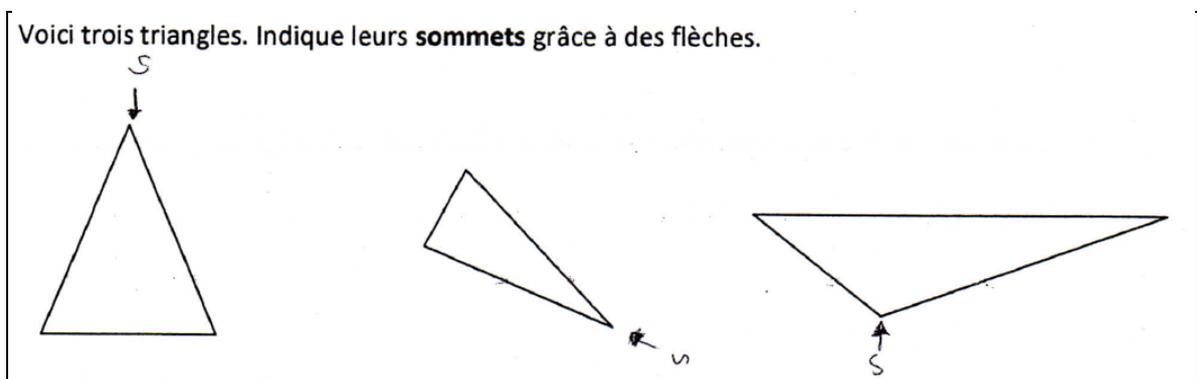
1. Evaluation diagnostique et entretiens

Je vais me pencher sur l'analyse des évaluations diagnostiques des cinq élèves témoignant d'une conception erronée du *sommet* due à la polysémie. Afin de respecter leur anonymat, je nommerai ces élèves par des lettres : J., K., N., S. et T.

1.1. Exercice 1

- **Productions de J., S., et T.**

Ces trois élèves ayant indiqué les mêmes sommets, je vais traiter leurs cas simultanément (note : ces trois élèves n'étant pas côte à côte, il n'a pas pu y avoir de phénomène de copie). Voici pour exemple la production de J. :



On constate bien que ces élèves ne comprennent pas correctement le mot « sommet », ils ont une conception erronée du *sommet*, due à la polysémie : un seul sommet est indiqué.

En analysant cette production, voici les hypothèses que l'on peut faire en ce qui concerne la façon dont ils ont choisi le sommet :

- pour le triangle 1, ils ont choisi d'indiquer le sommet situé en haut ou le sommet le plus pointu (étant donné que le sommet du haut est aussi le plus pointu, on ne peut pas conclure) ;

[Petite précision : on ne peut pas vraiment qualifier un sommet de « pointu », puisqu'il s'agit d'un point et qu'un point ne peut bien sûr pas être pointu... ; ce qui peut être pointu, c'est plutôt la figure ou l'angle ; mais dans la suite, je m'autoriserai cet abus de langage, par commodité.]

- pour le triangle 2, ils ont choisi d'indiquer le plus pointu ;
- pour le triangle 3 : on peut penser qu'ils ont vu le triangle comme une « montagne retournée », et qu'ils ont donc choisi d'indiquer le sommet le plus bas (qui serait le plus haut si la montagne était dans le bon sens).

Ainsi, il semblerait que ce soit parfois l'idée de pointu qui préside à leur choix, et parfois plutôt l'idée de hauteur.

Lors des entretiens, j'ai donc tenté d'éclaircir cela, en demandant à ces élèves comment ils avaient choisi le sommet (question posée : « Comment sais-tu que le *sommet* c'est celui-là et pas un autre ? »). Etudions alors les réponses données par chacun d'eux.

▪ **Entretien avec J. :**

Pour le triangle 1, J. m'a répondu « parce que c'est le côté pointu » (et pour le triangle 3, elle m'a dit que c'était pareil) : nous comprenons donc qu'elle a voulu choisir l'endroit le plus pointu. Ceci est bien conforme à ce qu'elle a fait pour le triangle 1 mais pas pour le triangle 3, où ce n'est pas le sommet le plus pointu qu'elle a indiqué. Nous pouvons donc faire deux hypothèses pour le triangle 3 : soit son intention était réellement d'indiquer le plus pointu, mais elle s'est trompée, soit elle n'a pas su justifier correctement son choix. Malheureusement, sur le coup, je n'ai pas été assez réactive et n'ai même pas pensé à la mettre face à cette contradiction, je ne peux donc qu'en rester au stade de l'hypothèse. Il peut être également important

de signaler que ces entretiens n'ont pas eu lieu le jour de l'évaluation, mais une semaine après (problème de temps). Il est donc possible que certains élèves ne se soient plus souvenu des raisons qui avaient guidé leur choix.

Pour le triangle 2, voici ce que m'a répondu J. : « Parce que là [J. me montre le sommet qu'elle a indiqué] c'est haut et les autres c'est pas pointu. ». A prime abord, cette réponse peut sembler confuse, car J. a l'air de mélanger deux arguments différents : la notion de hauteur et le caractère pointu. Or, celui qu'elle a indiqué, c'est le plus pointu et non le plus haut. Mais, lorsqu'on y réfléchit, sa réponse est plutôt logique : nous pouvons dire que le sommet le plus pointu est également le sommet le plus haut, dans le sens où le sommet le plus pointu est celui qui entretient la plus grande distance avec le côté qui lui est opposé (mais je ne peux pas être sûre que c'est cela qu'elle a voulu dire). Il est également possible qu'elle ait fait l'analogie avec le triangle 1 : le triangle 2 peut être vu comme le triangle 1, qu'on aurait « penché ». Elle aurait donc indiqué le même sommet que pour le triangle 1, sommet qui est à la fois le plus haut et le plus pointu.

Si l'on fait le bilan, il semblerait donc que pour J., un triangle n'ait qu'un *sommet* : celui qui est le plus pointu (c'est le mot « pointu » qui ressort en effet le plus de son discours). Cependant, comme je l'ai dit, pour le triangle 3, elle n'a pas indiqué le plus pointu, nous pouvons donc avoir un petit doute quant à la façon dont elle conçoit réellement le *sommet*, à cause de ce décalage entre son discours et sa production.

▪ **Entretien avec T. :**

Pour le triangle 1, voici ce que m'a expliqué T. : « il y a deux grands traits ici [T. me montre à ce moment les deux côtés obliques du triangle] et j'ai mis la pointe la plus haute ». L'idée qui guide T. est donc plutôt celle de la hauteur. Mais pourquoi me parle-t-il de ces « deux grands traits » ? Certainement parce que c'est l'intersection de ces « deux grands traits » qui forme la pointe la plus haute. On comprend alors un peu mieux les choses lorsque l'on examine sa réponse pour le triangle 3, où il évoque une nouvelle fois cet argument des « traits » : il a choisi le sommet du bas parce que « c'est là qu'il y a les traits penchés ». Je pense donc que lorsqu'il y a présence, dans le triangle, d'un côté horizontal (c'est le cas dans le

triangle 1 comme dans le triangle 3), T. choisit le sommet opposé à ce côté, le sommet qui est formé par les côtés qui sont obliques, « penchés » (par opposition au côté horizontal). T. fait donc très certainement une analogie avec la montagne : pour une montagne, le sommet est l'endroit où se rejoignent les pentes ; pour le triangle, il choisirait donc l'endroit où se rejoignent les deux côtés « penchés ». Le triangle 3 serait donc vu comme une montagne retournée.

Mais que fait-il lorsqu'il n'y a pas de côté horizontal ? C'est le cas du triangle 2. Voici comment il a expliqué son choix : « parce que c'est le même que celui-là [il veut dire que triangle 2 = triangle 1] mais qu'il est tourné ; c'est plus pointu ici [il me montre le sommet choisi] ». Apparemment, T. a donc choisi ici le sommet le plus pointu. Il a pris en référence le triangle 1, pour lequel il avait indiqué le sommet le plus haut, qui était aussi le plus pointu.

De plus, dans le cas du triangle 3, T. a semblé hésiter entre le sommet le plus pointu et le sommet le plus bas. En effet, lors de l'entretien, il m'a expliqué qu'au départ il voulait indiquer celui de droite (le plus pointu donc, mais T. n'a pas prononcé le mot « pointu ») mais qu'il avait finalement choisi celui-là (celui du bas) parce que « c'est là qu'il y a les traits penchés ».

Bilan : dans la conception de T., le *sommet* a donc l'air de correspondre à l'intersection des « traits penchés ». Indirectement, c'est donc sûrement la notion de hauteur qui le guide. En effet, les deux côtés « penchés » mènent au point le plus haut (ou plutôt devrait-on dire au point le plus éloigné du côté horizontal, puisque lorsque le triangle est « retourné », il s'agit en fait du point le plus bas). L'horizontale constitue apparemment pour T. la référence à prendre pour déterminer le sommet. Lorsqu'il n'y a pas de côté horizontal, T. semble retenir le critère du « plus pointu ».

▪ Entretien avec S. :

S., quant à elle, m'a donné une réponse surprenante pour chacun des triangles : « ça peut être les trois, mais j'en ai choisi un seul ». Un peu surprise par sa réponse (et également pressée par le temps), j'en ai oublié de lui demander sur quels critères elle avait fait son choix. Car bien qu'elle dise que ça aurait pu être les trois, je pense que celui qu'elle a indiqué n'a pas été choisi au hasard. D'ailleurs,

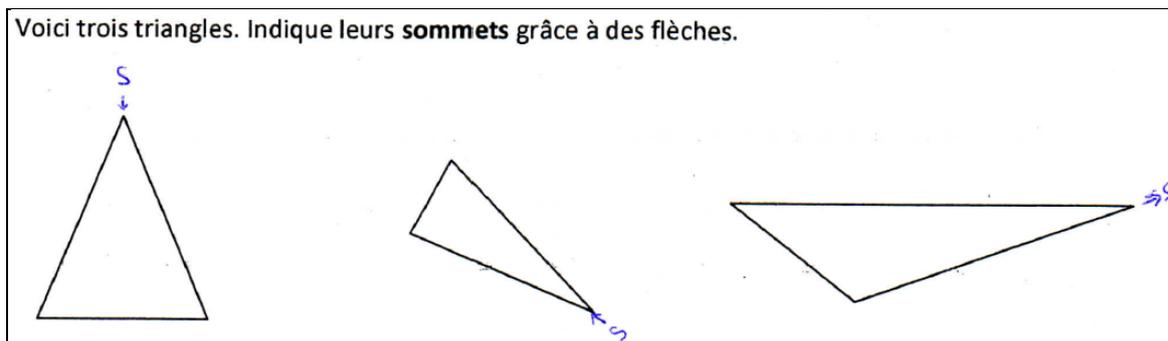
cela ne se voit pas sur la reproduction de son évaluation (cf. annexe 4, p. 67), mais sur l'original nous pouvons constater que pour le triangle 2, elle avait d'abord indiqué celui d'en haut, mais a finalement gommé pour indiquer celui qui est en bas à droite. Comme quoi, il y a bien une réflexion derrière tout cela, elle ne choisit pas le sommet au hasard. Je pense donc qu'elle a utilisé les mêmes critères que ses deux camarades, J. et T. : parfois c'est le plus pointu, parfois c'est le plus haut (ou le plus bas si le triangle est « retourné » (triangle 3)).

Mais comment expliquer qu'elle n'en ait indiqué qu'un, alors que « ça peut être les trois » ? Deux hypothèses sont possibles :

- elle sait qu'un triangle a trois *sommets* (connaissance théorique) mais face à des triangles un peu « piégeux » (notamment le triangle 1, pour lequel on est fortement tenté de n'indiquer que celui du haut), elle n'en indique qu'un car le sens courant refait surface ;

- pour elle, les trois peuvent être des *sommets*, mais il y en a quand-même un qui l'est plus que les autres ; en fait, elle ne sait pas trop s'il y a un ou trois *sommets*, ses connaissances sont incertaines et ses réponses peuvent donc varier.

• Production de N.

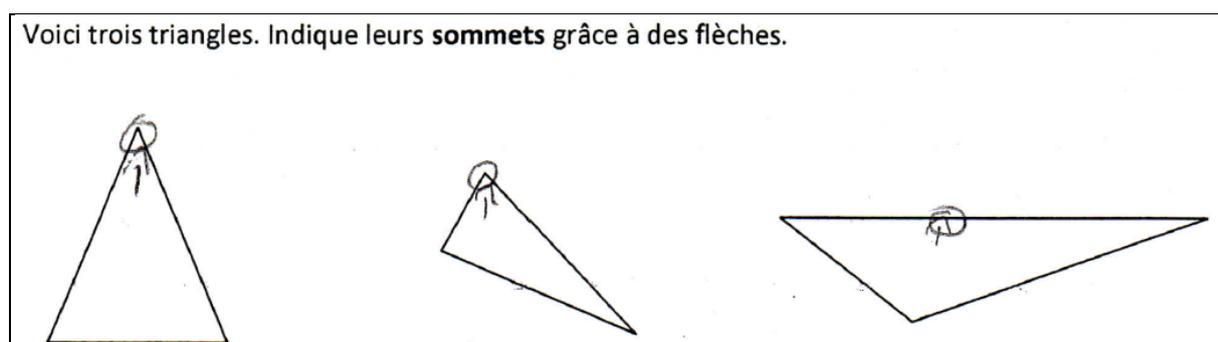


En voyant cette production, nous pouvons faire l'hypothèse que N. a choisi d'indiquer, à chaque fois, le sommet le plus pointu.

Lors de l'entretien que j'ai eu avec elle, N. a eu au début un peu de mal à expliciter ses choix. Il s'agit en effet de choix assez intuitifs et donc difficiles à expliquer. Voici comment elle a justifié son choix pour le premier triangle : « parce que celui-là [le sommet situé en bas à droite], il est plus serré, il est pas pareil ». Cette explication est un peu confuse, car en réalité, c'est le sommet qu'elle a choisi

qui est « plus serré », car c'est lui le plus pointu (enfin, pour être plus rigoureuse, ce sont les côtés qui forment ce sommet qui sont plus « serrés » ; et plus un sommet est « pointu », plus ces côtés sont « serrés »). Mais, pour le deuxième triangle, elle a correctement utilisé son argument en disant que celui qu'elle avait choisi était « plus pointu, plus collé ». Elle a même explicité le mot « pointu », qui est un peu plus clair que « serré ». Pour le triangle 3, elle a donné la même justification : « il est plus pointu ». Il est donc très clair que, dans la conception de N., le *sommet*, c'est le plus pointu.

• **Production de K.**



A priori, pour K., le *sommet* n'est pas forcément une des pointes du triangle. Le *sommet* serait pour elle le point le plus haut : si une pointe est plus élevée que le reste, c'est elle le *sommet*, mais si deux pointes sont au même niveau (triangle 3), le *sommet* est alors le point intermédiaire entre ces deux pointes. Je n'ai malheureusement pas pu vérifier mes hypothèses, K. étant absente au moment des entretiens.

1.2. Exercice 2

Voici un tableau récapitulatif des réponses données par les élèves à la question « Combien un triangle a-t-il de sommets ? » (les productions de chacun des cinq élèves sont disponibles en annexe (annexes 1 à 5, p. 61 à 70)) :

J.	T.	S.	N.	K.
1	3	✗ 3	1	1

J., N. et K. ont donné une réponse tout à fait conforme à ce qu'elles ont produit dans l'exercice 1, mais ce n'est pas le cas de T. et S. qui répondent « 3 »

alors qu'ils n'ont indiqué qu'un seul sommet dans l'exercice 1. Comment expliquer cela ? Nous pouvons faire les mêmes hypothèses que celles émises plus haut dans le cas de S. qui avait dit que les trois pouvaient être des *sommets* mais qu'elle n'en avait choisi qu'un :

- ou bien ils savent qu'un triangle a trois *sommets* (d'où leur réponse à la question) mais face à des triangles un peu « piégeux » ils n'en indiquent qu'un car le sens courant refait surface ; c'est comme s'ils avaient la connaissance « théorique », mais pas la connaissance « pratique » ;

- ou bien leurs connaissances sont incertaines, ils ne savent pas trop si c'est un ou trois et donc leurs réponses varient.

D'ailleurs, nous constatons bien l'incertitude de S., qui avait d'abord écrit « 1 » mais a finalement barré pour écrire « 3 »...

1.3. Bilan

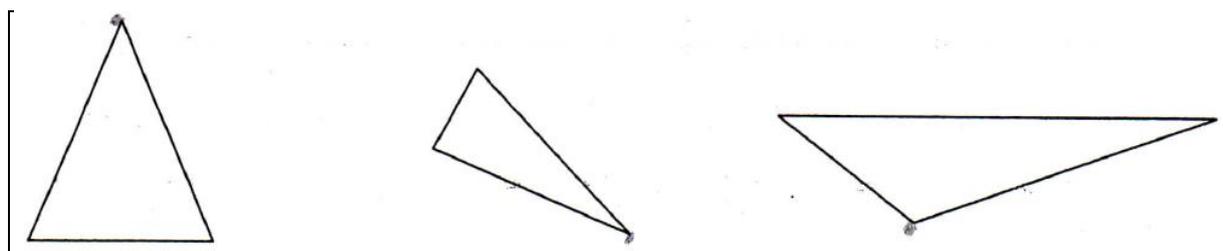
Ces cinq élèves sont donc très clairement influencés par le sens courant du mot « sommet » : dans leur conception, un triangle n'a qu'un *sommet* (du moins dans la pratique) ; le mot « sommet » n'est pas correctement compris. Chacun a ensuite ses propres critères pour déterminer le *sommet* : l'endroit le plus pointu, le point situé le plus en haut (ou le plus en bas si le triangle est retourné) ou encore le point où se rejoignent les « traits penchés » (penchés par rapport au troisième « trait », lui horizontal). Pour un même élève, le critère peut même varier selon la configuration du triangle. Ces critères leur viennent bien sûr du sens courant : le *sommet* de la vie courante, c'est l'endroit le plus haut, il est souvent pointu, et dans le cas de la montagne, on l'atteint en suivant les pentes...

Ils ont donc tous une conception erronée du *sommet*, mais nous pouvons voir que certaines conceptions se rapprochent plus de la « bonne » conception que d'autres, les conceptions des élèves sont plus ou moins « évoluées » (sans aucun jugement de valeur). En effet, nous voyons par exemple que pour K., le *sommet* n'est pas forcément une des pointes du triangle. Sa conception est donc un peu moins avancée. Au contraire, pour tous les autres, le *sommet* désigne bien une des pointes. Comme quoi, ils ont bien conscience de ces pointes, c'est-à-dire des sommets. En effet, s'ils sont capables d'en choisir une parmi les trois, c'est bien qu'ils ont conscience des trois. D'ailleurs, ils me comprennent tout à fait quand je leur

demande « Le sommet, pourquoi c'est celui-là et pas un autre ? ». Ainsi, ces élèves possèdent le concept de sommet (du moins en partie) ; c'est le mot qui pose véritablement problème, pas le concept lui-même. Le problème, c'est que ce n'est pas ce concept qu'ils associent au mot « sommet » ; pour eux, le mot « sommet » ne désigne pas n'importe quelle pointe. Cependant, je dois apporter une nuance : certes, ces élèves ont conscience des pointes et savent qu'un *sommet* est une pointe (sauf K.), mais il n'est pas certain que tous ces élèves voient bien le sommet comme un point (point d'intersection des côtés). En effet, le sommet n'est pas toujours indiqué de manière très précise. S. a entouré le sommet, ce qui peut laisser penser que ce dernier est plutôt vu comme une zone :



Les flèches de J. et N., elles, ne pointent pas toujours très bien sur le sommet. T., lui, a bien l'air de considérer le sommet comme un point car c'est avec des points qu'il indique les sommets, mais ces points ne sont pas situés à l'intersection des côtés, mais toujours légèrement au-dessus et de manière un peu décalée :



Dans ce cas, nous ne pouvons pas dire que les élèves aient totalement construit le concept de sommet (indépendamment du mot).

Pour finir, remarquons que la conception de S. est un peu plus « évoluée » que celle des autres : S. est comme passée à un niveau supérieur, étant donné que, pour elle, les trois pourraient être des *sommets* et qu'elle semble hésiter entre donner un ou trois *sommets* à un triangle. Disons qu'elle pourrait certainement plus facilement admettre (par rapport aux autres), à ce moment-là, qu'il y a trois *sommets* et non un seul.

2. Séquence menée par l'enseignante

Ne seront cités que les points concernant le travail fait autour du sommet.

2.1. Séance 4

- **Rappels sur les triangles**

La séance 4 a commencé par un rappel sur les triangles. L'enseignante a demandé aux élèves de dire ce qu'ils savaient à propos du triangle. Grâce à l'intervention de certains élèves, il a ainsi été mis en évidence qu'un triangle était un polygone qui avait 3 côtés, 3 sommets et 3 angles. Ceci a été noté au tableau. Cependant, à cette étape, tous les élèves n'étaient bien sûr pas encore convaincus qu'un triangle avait 3 *sommets* (ni forcément qu'il avait 3 côtés et 3 angles d'ailleurs).

- **Recueil oral des représentations des élèves concernant le *sommet***

Ensuite, l'enseignante a recueilli, à l'oral, les représentations des élèves concernant le *sommet* (la même chose a été faite pour le côté et l'angle). Voici la question qu'elle leur a posée : « Le mot « *sommet* », qu'est-ce qu'il vous évoque ? ». Le but était de ré-entamer la réflexion autour du *sommet*, pour, par la suite, aboutir à la définition du *sommet* en géométrie (fin de séance 4 et début de séance 5).

Une discussion s'est donc engagée autour du *sommet*. Les élèves ont exprimé leurs points de vue, sans qu'on porte aucun jugement sur leur validité pour le moment. Voici les différentes idées qui ont pu ressortir de cette discussion :

- Un premier élève est intervenu en disant « c'est les pointes... c'est les angles », puis s'est finalement repris : « presque comme les angles ». On constate donc qu'une confusion est possible entre *angle* et *sommet*, car il est vrai que ces deux mots désignent des objets très proches ; il peut être difficile pour certains élèves de les distinguer et de savoir ce qu'ils désignent exactement. Cet élève a ensuite parlé de « plus pointu » mais ses propos étaient un peu confus. L'enseignante a donc essayé de reformuler ses paroles : « un *sommet*, c'est pointu ? ».

- C'est alors qu'un deuxième élève est intervenu : « c'est comme le *sommet d'une montagne* ». L'influence du sens courant se confirme donc une nouvelle fois !

- Un peu plus tard, c'est N. qui a pris la parole. Pour essayer d'expliquer pourquoi le *sommet* était celui du haut, voici ce qu'elle a dit : « c'est que en haut, ça devient encore plus serré » (le triangle dessiné au tableau était un triangle isocèle en position prototypique). N. était donc toujours bien dans son idée de « plus serré », de « plus pointu », comme dans l'évaluation diagnostique. L'enseignante lui a donc demandé : « pour toi alors, ça ce n'est pas un *sommet*, et ça ce n'est pas un *sommet* ? » (en montrant les deux autres sommets), question à laquelle N. a répondu « si... ». Tout n'est donc pas très clair ! N. est ensuite repartie sur cette idée de « plus serré » ; l'enseignante lui a alors demandé : « et il faut que ce soit plus serré pour que ce soit un *sommet* ? ». Voici la réponse de N. : « ben, pour moi c'est comme ça... mais normalement il y en a trois puisque c'est écrit au tableau... ». Eh oui, avant le recueil des représentations, il avait été écrit au tableau que dans un triangle, il y avait trois sommets, ce qui n'a pas échappé à N.. Avec cette discussion, la conception de N. se confirme donc : malgré ce qui peut être écrit, il n'y a qu'un *sommet*, c'est le plus pointu des trois. Cependant, on constate une certaine hésitation, puisqu'elle a quand-même répondu « si » lorsque l'enseignante lui a demandé si les autres n'étaient pas des *sommets*. Il y a donc un certain flou. Les trois peuvent être des *sommets*, mais un l'est plus que les autres. De plus, N. a quand-même été perturbée par ce qui était écrit au tableau, cela l'a questionnée et elle a remarqué qu'il y avait peut-être une faille dans sa conception, ce qui est plutôt positif.

- Un dernier élève est ensuite intervenu pour dire qu' « un *sommet*, c'est partout où c'est diagonal et le bout c'est pointu ». Il est difficile d'interpréter ce qu'il a voulu dire par « c'est diagonal », mais en tout cas, cet élève a bien compris que les *sommets* correspondent à tous les endroits pointus du triangle.

Ainsi, pour certains élèves, à cette étape, il n'est pas encore clair que toutes les pointes du triangle sont des *sommets*, alors que pour d'autres, cela est évident. C'est d'ailleurs grâce au mot « pointe » que ces derniers définissent le *sommet* : les *sommets* du triangle, ce sont les « pointes » du triangle, ou les « bouts pointus ». Cette discussion a aussi permis de mettre en évidence une confusion possible avec l'*angle*.

- **Recueil écrit des représentations des élèves concernant le *sommet***

A la suite de ce travail oral, l'enseignante a demandé aux élèves de rechercher individuellement, dans le dictionnaire, la définition du mot « *sommet* » qui correspondait le mieux à l'idée qu'ils se faisaient d'un *sommet* (en géométrie), et de prendre en note cette définition. Comme je l'ai signalé précédemment, l'objectif de cette activité était d'effectuer un nouveau recueil des représentations, mais cette fois les élèves étaient confrontés à un ensemble de définitions parmi lesquelles ils devaient choisir ; ils pouvaient ainsi prendre conscience du fait que le mot « *sommet* » a plusieurs sens, pour qu'à la fin on puisse conclure sur la définition à choisir en géométrie. Cependant, il est vrai que cette prise de conscience avait pu avoir lieu lors de la discussion précédente, puisque les élèves, en donnant chacun leur idée du *sommet*, avaient pu montrer qu'ils ne donnaient pas tous le même sens à ce mot.

Voici les différents sens parmi lesquels les élèves devaient choisir (*Hachette encyclopédique*, 2012) :

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Partie la plus élevée de certaines choses. <i>Le sommet d'une montagne, d'un mur.</i>2. Fig. Plus haut degré. <i>Le sommet de la gloire, de la perfection.</i>3. Conférence à laquelle ne participent que des chefs d'Etat ou de gouvernement. <i>Une conférence au sommet.</i>4. GEOM. Point où se coupent les deux côtés d'un angle. |
|--|

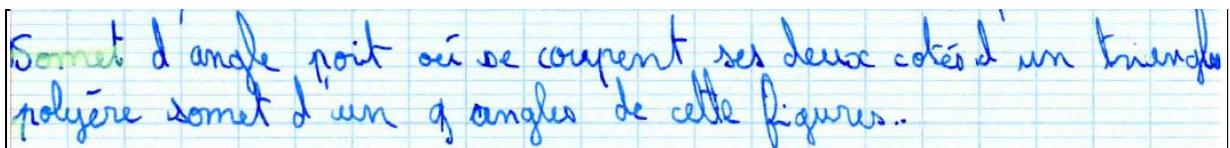
Pour les élèves disposant d'un dictionnaire *Hachette* un peu moins récent, le sens 4. variait un peu :

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">4. GEOM. <i>Sommet d'un angle</i>, point où se coupent ses deux côtés. → <i>Sommet d'un triangle, d'un polyèdre</i>, sommet d'un des angles de cette figure. |
|--|

Penchons-nous sur les sens choisis par J., N. et S. (T. n'a pas fourni de réponse, et K. était absente) : toutes ont choisi le sens 4, le sens géométrique. Cela peut paraître étonnant, puisque lors de leurs évaluations diagnostiques, elles n'avaient bien sûr pas du tout utilisé ce sens géométrique ! Elles n'ont donc pas choisi le sens le plus proche de leur idée, contrairement à ce qui était demandé par l'enseignante (mais en même temps, aucun des sens proposés ne contenait l'idée de

« pointu » retrouvée dans leurs conceptions ; il n'y avait donc au final peut-être pas de définition correspondant exactement à la représentation qu'elles se faisaient du *sommet*). Mais pourquoi ont-elles choisi le sens 4 ? Je pense qu'en lisant les différentes définitions, elles ont remarqué que devant l'une d'elles figurait l'abréviation « GEOM ». Elles ont donc compris que c'était cette définition-là qu'il fallait choisir, que c'était elle la « bonne » définition, parce qu'il était écrit « GEOM » et que nous étions en géométrie. D'ailleurs, cela a été confirmé par N. qui, en cherchant la définition du mot « côté » (car les élèves devaient effectuer la même recherche pour les mots « côté » et « angle »), s'est exclamée « C'est celle-là, parce qu'il y a écrit « GEOM » ! ». Elle a donc très probablement mené le même raisonnement pour le mot « sommet ». D'autre part, je pense que J. a été influencée par N. dans son choix de définition (elles partageaient le même dictionnaire et J. avait l'air de suivre N.).

Cet exercice a donc permis à ces élèves de prendre conscience du fait que le mot « sommet » prenait un sens particulier en géométrie. Cependant, sans bien sûr vouloir sous-estimer ces élèves, je ne suis pas certaine qu'elles aient compris cette définition et qu'elles aient remis en cause leur conception du *sommet* (cela ne peut de toute façon pas se faire instantanément). Regardons la définition recopiée par S. (deuxième version du sens 4) :



Sommet d'angle point où se coupent ses deux côtés d'un triangle polyèdre sommet d'un q angles de cette figures..

Nous nous apercevons que ce qu'elle a écrit est très décousu ; il manque des mots (même des lettres) et les mots sont placés bout-à-bout, sans pause : la définition n'a aucun sens. Ceci montre que S. a très certainement recopié la définition de manière automatique, sans vraiment la comprendre.

Mais, à leur décharge, nous pouvons signaler que les définitions géométriques proposées étaient un peu « compliquées » pour les élèves (surtout la deuxième version), dans le sens où l'on y parle de « sommet d'un angle » et de « côtés d'un angle », alors que jusque-là ils n'avaient probablement utilisé les mots « sommet » et

« côté » que pour parler de triangles (ou plus généralement de polygones). De plus, j'ai pu le constater, la notion d'angle était encore mal maîtrisée. Il n'est donc pas impossible que cette définition ait été quelque peu confuse pour les élèves et il est normal qu'ils ne soient pas arrivés à bien se représenter l'objet ainsi défini. Avec le recul, je me rends ainsi compte que nous aurions pu proposer, avec l'enseignante, une reproduction d'un autre article de dictionnaire, comportant des définitions plus simples pour les élèves. D'autant que certains élèves avaient encore du mal avec la manipulation du dictionnaire et la lecture d'un article (y distinguer les différents sens) ; cela aurait ainsi permis de concentrer les efforts sur le choix de la définition plutôt que sur la recherche dans le dictionnaire (le même travail ayant été donné pour les mots « côté » et « angle », cet exercice a demandé un travail de recherche fastidieux pour les élèves qui avaient du mal avec l'utilisation du dictionnaire).

Dans tous les cas, même si les élèves n'ont pas tous compris le sens de la définition, ce travail leur a permis de repérer qu'il existait un sens géométrique. Une étape supplémentaire a donc été franchie dans la réflexion autour du sens à donner au mot « sommet » en géométrie.

- **Correction-débat**

A la suite de ce travail, l'enseignante a invité quelques élèves à énoncer la définition qu'ils avaient choisie, et à venir montrer au tableau, où étai(en)t alors le(s) *sommet(s)* (sur un triangle équilatéral, en position prototypique).

S. a été la première à venir au tableau. Elle a commencé par marquer un sommet, celui d'en haut. L'enseignante lui a alors demandé s'il y en avait d'autres. C'est alors à ce moment qu'elle a marqué les deux autres sommets. Nous voyons donc que S. n'a pas fait de lien entre la définition choisie et les sommets marqués. Elle marque toujours le sommet en suivant son intuition et non pas en suivant la définition. En effet, elle n'avait au début marqué qu'un sommet, alors que si l'on suit la définition choisie, les trois doivent être marqués. Cela montre une nouvelle fois que sa définition n'a sûrement pas été choisie par réelle conviction. Si elle a ensuite marqué les deux autres sommets, ce n'est probablement pas en référence à la définition, mais plutôt parce qu'elle a été questionnée par l'enseignante et que cela l'a incitée à marquer les deux autres (nous l'avons vu, S. ne savait pas trop si un

triangle avait un ou trois *sommets* ; n'en mettre qu'un l'aurait certainement contentée, mais cela ne la choquait pas non plus d'en mettre trois).

A cette étape, rien n'a été conclu. Un deuxième élève est ensuite intervenu. Cet élève avait choisi le premier sens : « Partie la plus élevée de certaines choses. », alors que lors de l'évaluation diagnostique il n'avait pas du tout été influencé par le sens courant et avait bien indiqué les trois sommets ! Et au tableau, il a une nouvelle fois indiqué les trois sommets ! L'enseignante lui a donc fait remarquer que ce qu'il faisait était contradictoire avec la définition qu'il avait donnée, en lui disant que dans « élevé », il y avait l'idée de hauteur, et que donc seule la pointe du haut pouvait être un *sommet*, si l'on suivait sa définition. Dans la classe, certains élèves ont alors réagi et ont confirmé ce que l'enseignante disait : « oui c'est ça, ceux d'en bas c'est pas en hauteur ». Il a donc été conclu que, si l'on prenait la définition de cet élève, le *sommet* était la pointe située en haut.

L'enseignante a alors fait revenir les élèves sur la définition choisie par S. en leur demandant où étai(en)t le(s) *sommet(s)* si l'on considérait cette fois cette définition-là. N. est alors intervenue pour dire avec ses mots que si l'on prenait la première définition, le *sommet*, c'était celui d'en haut, mais que si l'on prenait celle-là, c'étaient les trois. Un autre élève est ensuite venu au tableau pour éclaircir la définition (en faisant une petite « démonstration » à partir du triangle déjà tracé) : « quand un trait se finit, il y en a un autre qui arrive », « là c'est un *sommet* car il y a ce côté qui descend » (et qui vient croiser le côté horizontal). Après cela, il a été conclu que c'était cette définition qui était valable en géométrie.

En fin de séance, en s'appuyant sur un grand compas (dans le but de matérialiser un angle et un sommet (point d'intersection des deux « branches » du compas)), l'enseignante a reformulé les choses en expliquant aux élèves que le *sommet*, c'était le point de rencontre des deux demi-droites (les deux branches du compas), et que l'*angle*, c'était l'espace compris entre ces deux demi-droites qui s'étaient rencontrées.

2.2. Séance 5

- **Distinction entre le *sommet* en géométrie et le *sommet de la montagne***

En début de séance, l'enseignante a demandé à un élève de venir montrer les *sommets* sur une équerre, devant tout le monde. Cet élève a bien montré les trois sommets, et la classe a affirmé qu'elle était d'accord (enfin, ce n'est pas toute la classe qui a affirmé qu'elle était d'accord, mais juste les élèves qui ont répondu ; certains élèves qui n'ont pas parlé n'étaient peut-être toujours pas convaincus...).

L'enseignante a alors ensuite questionné les élèves : « Donc si les *sommets* sont là, là et là [en montrant les trois sommets], quelle que soit la position de l'équerre [elle la tourne pour montrer différentes positions], est-ce qu'un *sommet* est automatiquement en haut ? », question à laquelle les élèves (ou plutôt des élèves, car comme précédemment, tous les élèves ne se sont pas exprimés) ont répondu non. L'enseignante a donc expliqué : « Oui, sur cet objet-là, il y a par exemple un *sommet* ici, et il est en bas. ». Elle a alors demandé aux élèves : « Quelle est la différence entre le *sommet d'une montagne* et le *sommet* dont on parle là, en géométrie ? Quelle est la différence entre ces deux *sommets* ? Car pourtant c'est le même mot, « *sommet* » ? ». S. a donc pris la parole : « Le *sommet de la montagne*, c'est plus en haut. ». L'enseignante a alors reformulé les choses : « Oui, quand on parle de « *sommet d'une montagne* », de « *sommet d'une colline* », c'est l'endroit le plus haut ; mais en géométrie, ce n'est pas l'endroit le plus haut. ».

- **Construction de la définition du *sommet* en géométrie**

Voici ce qu'a ensuite demandé l'enseignante : « Pour un triangle, on ne peut donc pas dire que le *sommet* est le point le plus haut. Donc qu'est-ce qu'on peut donner comme définition du « *sommet* » ? ». La définition avait été vue lors de la séance précédente, mais tous les élèves ne l'avaient pas forcément retenue.

Un élève a alors proposé : « Les *sommets*, c'est les choses les plus pointues des équerres et des autres choses. ». Ce qu'il dit est vrai, mais l'enseignante attendait une définition plus précise. Un élève a ensuite proposé : « C'est deux droites qui se rejoignent. ». L'enseignante a donc dit qu'il s'agissait du point de rencontre des droites et a demandé comment s'appelait ce point de rencontre :

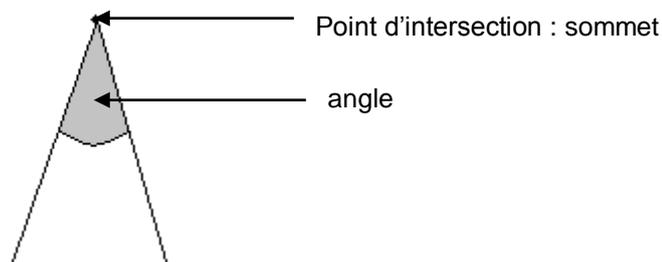
- « On appelle ça le point d'... ? d'int... ? d'inter... ?? »

- « section ! » a alors répondu un élève.

Pour être plus exact, il faudrait parler de « point de rencontre des côtés » plutôt que de « point de rencontre des droites » (sur le coup, je n'ai pas fait attention aux termes utilisés et n'ai donc pas pensé à le suggérer à l'enseignante).

- **Construction d'une trace écrite**

Au tableau, l'enseignante a construit la trace écrite suivante, avec les élèves :



- **Exercices : marquer les sommets d'angles, de triangles**

- **Exercice 1 : marquer le sommet d'un angle**

L'enseignante a ensuite proposé aux élèves de représenter, sur leur cahier, cinq angles, et de faire un point sur le sommet. Une élève est ensuite venue montrer ce qu'elle avait fait au tableau :



L'enseignante a alors fait remarquer une nouvelle fois aux élèves qu'un *sommet* pouvait être aussi bien en haut, qu'en bas, que sur les côtés, ... et que ce serait valable pour toutes les figures géométriques. Les *sommets* peuvent être dans tous les sens.

- **Exercice 2 : marquer les sommets de triangles**

L'enseignante a ensuite distribué aux élèves un patron d'octaèdre régulier (cf. annexe 6, p. 71) et leur a demandé d'indiquer tous les sommets par un point (en considérant tous les triangles composant la figure et non pas seulement la figure correspondant au contour). Je n'ai pas recueilli ces productions, mais en passant

dans les rangs, j'ai pu constater que l'exercice avait été plutôt bien réussi par tous (mais il peut bien sûr y avoir eu copiage).

Il a ensuite été demandé aux élèves de compter les sommets (toujours en considérant chaque triangle). Pour cela, l'enseignante leur a fourni une « astuce » : se rappeler combien il y a de *sommets* dans un triangle, et regarder de combien de triangles était composée la figure, pour pouvoir calculer le nombre de sommets rapidement au lieu de tout compter. Les élèves ont donc effectué le calcul 3×8 .

Cet exercice a ainsi été l'occasion de s'entraîner à bien identifier les trois *sommets* d'un triangle, de mémoriser qu'un triangle a trois *sommets*, et même de se rendre compte que dans un triangle, tout est en triple (les élèves ayant fait le même exercice avec les angles et les côtés). Cependant, cela ne peut probablement pas être mémorisé par des élèves qui ne l'auraient pas compris (on retient mieux ce que l'on comprend) et au contraire, ceux qui l'ont compris n'ont certainement pas de mal à le mémoriser.

2.3. Séance 6

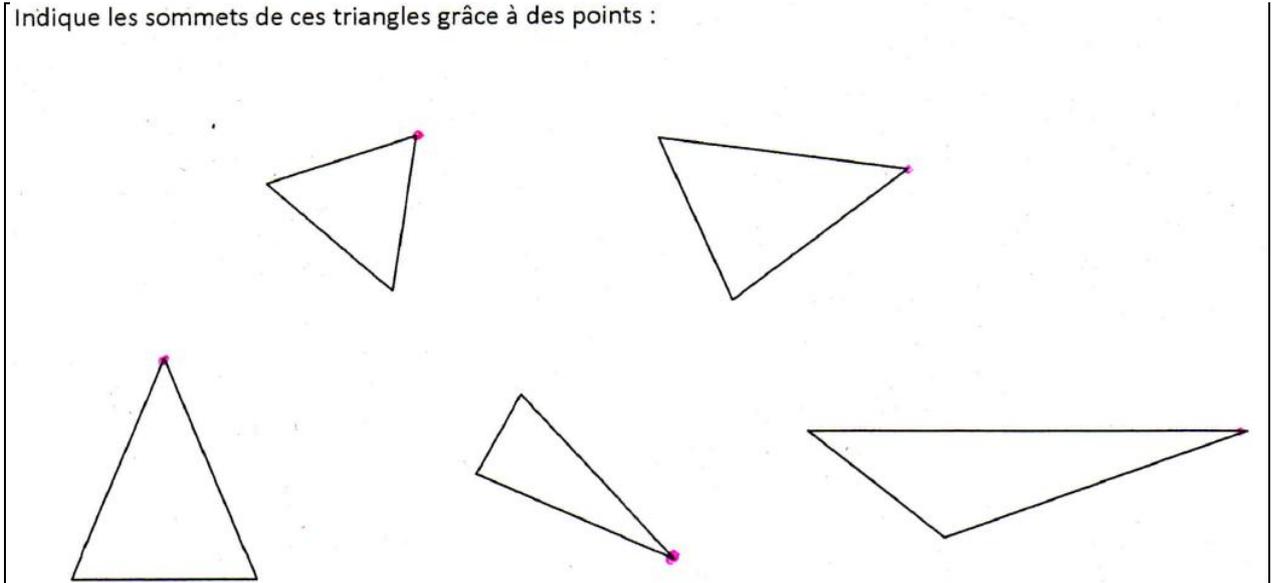
Cette séance a consisté, pour ce qui est du sommet, en de simples rappels. En début de séance 6, il a été demandé à chaque élève de rappeler, au brouillon, les propriétés du triangle. En passant dans les rangs, j'ai pu constater quelques erreurs, notamment chez J., qui avait écrit « 3 côtés, 1 sommet ». La conception de J. quant au *sommet* n'avait donc pas vraiment évolué (lors de la séance précédente, il y avait donc certainement eu copiage). Lors de la correction, il a été rappelé qu'un triangle était un polygone qui avait trois côtés, trois angles et trois sommets. Un élève est même intervenu pour dire « Il a tout trois fois ! ». Un autre élève est ensuite venu au tableau pour montrer les sommets, les angles et les côtés sur un triangle.

Etudions maintenant les effets de cette séquence sur les conceptions de nos cinq élèves, en analysant leurs évaluations sommatives.

3. Evaluation sommative et entretiens

- Evaluation de J.

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :

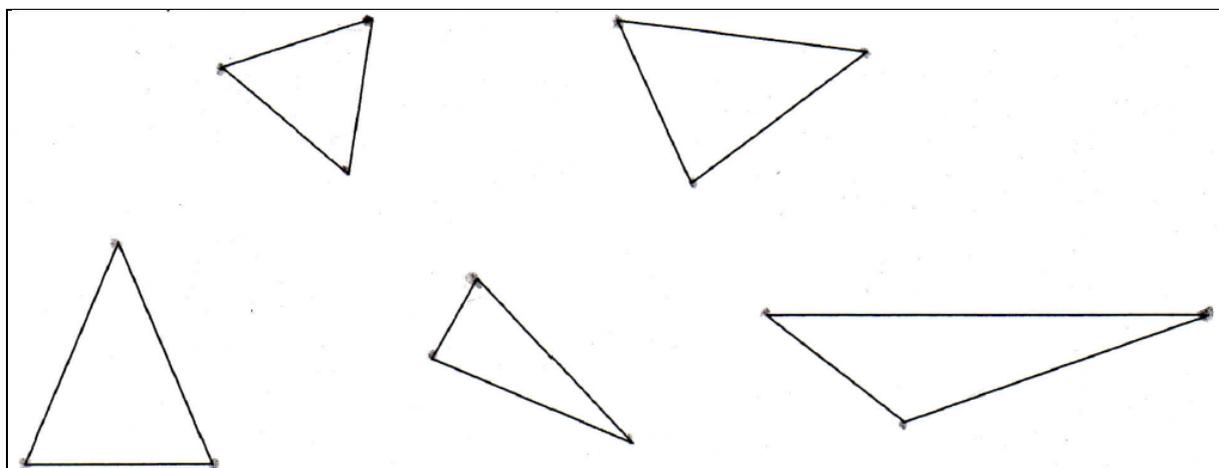


En voyant cette production, nous pouvons confirmer que la conception du *sommet* de J. n'a pas évolué. Pour elle, il n'y a toujours qu'un *sommet*, apparemment le plus pointu. Lors de l'entretien, lorsque je lui ai demandé « Qu'est-ce qu'un *sommet* ? », elle m'a pourtant répondu « C'est le haut du triangle. ». Cela paraît donc contradictoire. Nous pouvons alors penser qu'elle s'est trompée dans son argument, ou alors qu'elle s'est trompée dans son choix (elle voulait indiquer l'endroit le plus haut, mais s'est trompée). Mais en fait, je pense plutôt qu'elle utilise le mot « haut » dans le sens de « pointu », comme elle l'avait certainement fait lors de l'évaluation diagnostique : elle choisit certainement la pointe qui monte le plus haut par rapport à son côté opposé, donc la plus pointue. Cela est plutôt conforme à la réponse qu'elle m'a donnée lorsque je lui ai demandé (pour le deuxième triangle de la première ligne) pourquoi le *sommet* était celui-là et pas un autre. Elle m'a en effet expliqué que c'était parce que quand elle tournait la feuille, les autres étaient moins hauts (elle n'a pas prononcé le mot « haut » à ce moment-là, mais c'est ce que j'ai compris) : apparemment, J. tourne donc sa feuille pour trouver quel sommet monte le plus haut. Elle m'a également dit « il ressemble moins à celui-là » (ce triangle ressemble moins au troisième triangle (le 1^{er} de la 2^{ème} ligne)). Ainsi, si J. cherche le point qui monte le plus haut, c'est apparemment parce qu'elle prend en référence le troisième triangle (elle cherche une ressemblance avec lui).

J. est donc restée sur son idée première : il n'y a qu'un seul *sommet*. D'ailleurs, dans l'exercice 2, à la question « Combien un triangle a-t-il de sommets ? », elle a encore une fois répondu « 1 ».

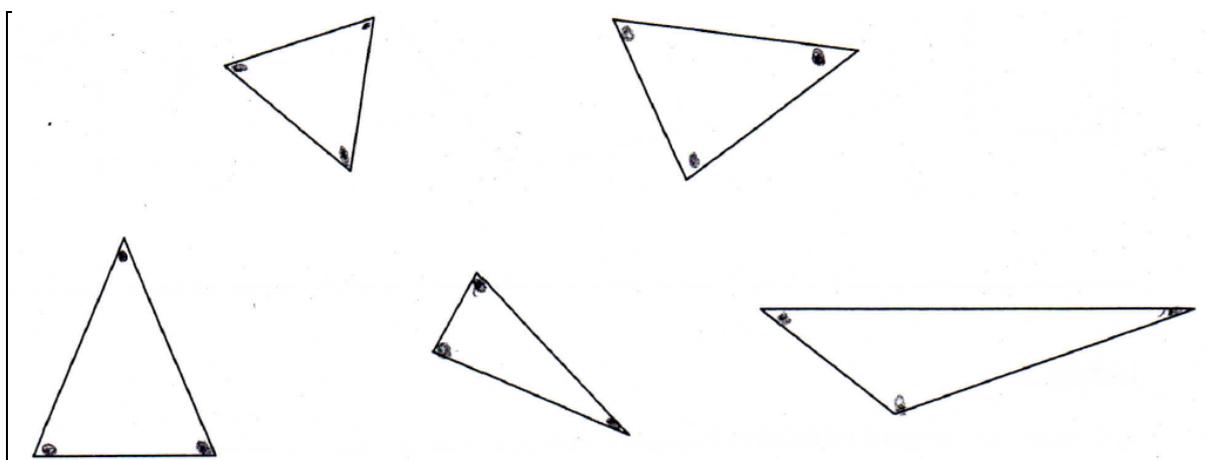
- **Evaluation de T.**

Pour T., il s'est passé tout le contraire de J. :



La conception de T. a bien évolué : désormais, il indique les trois sommets. Ceci est conforme à sa réponse à la question b) de l'exercice 2, à laquelle il a également répondu « 3 ».

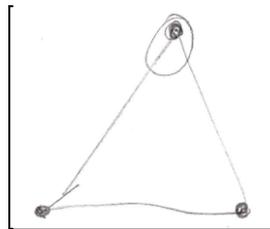
- **Evaluation de S.**



Pour S., les choses ont l'air un peu plus compliquées. Ce qui a évolué dans le bon sens, c'est qu'elle indique désormais trois sommets et non plus un seul (et dans l'exercice 2b., elle a bien répondu « 3 »). Le problème, c'est qu'elle les indique à l'intérieur de l'angle. Plusieurs hypothèses sont possibles pour expliquer cela :

- elle associe le mot « sommet » au concept d'angle ;
- elle ne sait pas précisément ce que désigne le mot « sommet », elle voit le *sommet* comme une zone et non comme un point précis ; peut-être même qu'elle voit les figures géométriques comme des objets pleins, et dans ce cas, le *sommet* peut effectivement correspondre à une zone (car dans la langue courante, quand on parle du *sommet* d'un objet, cela ne désigne pas toujours précisément le point le plus haut, mais d'une manière plus générale toute la zone située en haut de l'objet).

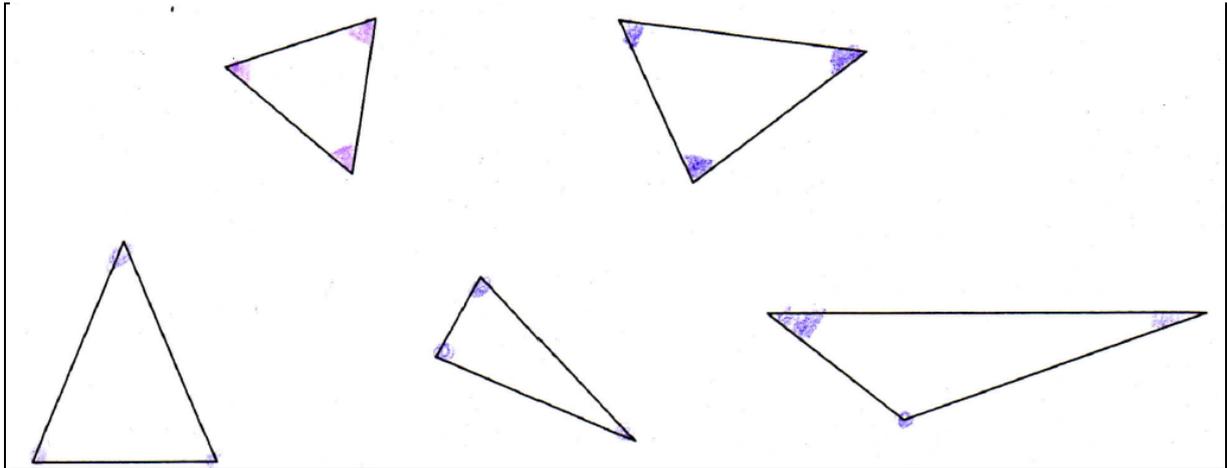
Lors de l'entretien, je lui ai donc demandé ce qu'était un *sommet*. Pour me répondre, elle a eu besoin de s'appuyer sur le dessin d'un triangle. Voici sa production :



Elle a commencé par indiquer le sommet du haut, en l'entourant d'un cercle. Je lui ai alors demandé : « Le *sommet*, c'est tout ça ? », question à laquelle elle m'a répondu « nooon », en faisant finalement un point plus précis au niveau du sommet.

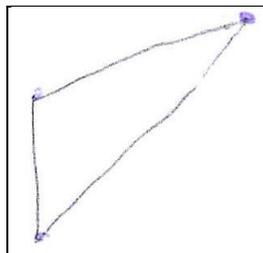
Finalement, elle sait apparemment que le *sommet* désigne la pointe. Ensuite, elle m'a expliqué que si l'on tournait le triangle, il y avait alors un autre sommet (elle a tourné le triangle de sorte à obtenir une nouvelle pointe en haut), puis que si l'on tournait une nouvelle fois, il y en avait encore un autre. Au final, elle a donc marqué les trois sommets. Mais on dirait que pour S., pour être *sommet*, il faut être en haut. Il est nécessaire que le triangle soit dans une certaine position pour que l'on puisse dire que telle pointe est un sommet. C'est « si on tourne » le triangle que l'on trouvera d'autres sommets. L'idée de « point le plus haut » est donc apparemment encore présente à l'esprit de S., bien qu'elle reconnaisse qu'il y a trois sommets.

- Evaluation de N.



De la même manière que pour S., nous pouvons remarquer que N. indique désormais trois éléments et non plus un (et elle a également bien répondu « 3 » à la question b) de l'exercice 2), mais elle n'a pas toujours indiqué les sommets, comme S. : parfois, elle a bien fait un point sur la pointe (en bas du dernier triangle par exemple), mais pour d'autres, elle a plutôt indiqué l'angle ; il y a même des « intermédiaires », par exemple pour les deux premiers triangles de la deuxième ligne : nous ne savons pas trop si elle a fait un point ou si elle a colorié l'angle. N. ne sait donc apparemment pas bien ce que désigne précisément le mot « sommet » et a l'air de confondre les mots « sommet » et « angle ».

Lors de l'entretien, je lui ai donc demandé d'indiquer les sommets sur un nouveau triangle que j'avais dessiné (sans lui préciser « par un point »). Elle a alors à ce moment bien indiqué les trois sommets par un point :

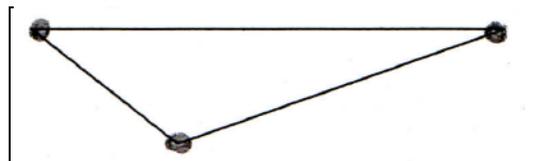


Quand je lui ai demandé pourquoi elle n'avait pas fait comme ça sur sa feuille d'évaluation, elle m'a expliqué qu'au début, elle n'avait pas fait attention à la consigne, qui demandait d'indiquer les sommets avec des points. Ainsi, si je ne l'avais pas précisé dans la consigne, elle aurait certainement indiqué tous ses

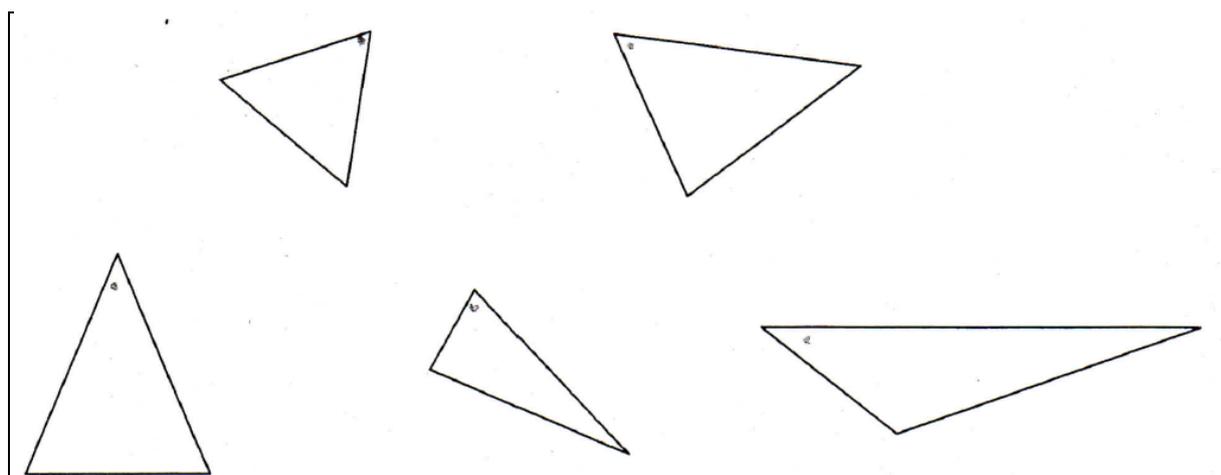
sommets à la manière d'un angle. Donc, si parfois ce sont bien les sommets qu'elle a indiqués, ce n'est peut-être pas parce qu'elle savait ce qu'était un *sommet* et qu'elle faisait bien la différence avec l'*angle*, mais plutôt parce que je l'avais guidée en demandant de faire des points (cependant, nous pouvons quand-même remarquer que lorsque N. a fait un point, elle l'a bien fait sur la pointe, et non à l'intérieur de l'angle). Et ce n'est pas la seule élève de la classe chez qui j'ai remarqué ce problème lié à la consigne.

Ainsi, avec ma consigne, j'ai certainement trop guidé les élèves, et je ne peux donc pas être sûre qu'ils conçoivent correctement le sommet. Je ne peux pas déterminer s'ils font bien la différence entre le *sommet* et l'*angle* et s'ils ont compris qu'un sommet était un point, ou si c'est parce que j'ai demandé de faire un point qu'ils ont su qu'il fallait faire un point sur la pointe et non pas colorier comme on le fait pour indiquer un angle. Avec le recul, je me rends donc compte qu'il aurait peut-être mieux valu que je donne comme simple consigne « Indique les sommets des triangles. ». Cela aurait permis de voir s'ils maîtrisaient véritablement le concept (nous sommes ici davantage sur le concept lui-même que sur le mot, nous sortons donc un peu de la problématique ; cependant, il me semble important de ne pas passer tout cela sous silence).

D'autre part, certains élèves indiquent les sommets par de gros points, nous pouvons donc là aussi avoir un doute sur leur conception du sommet (il est probable qu'ils ne sachent pas que le sommet correspond précisément au point d'intersection des côtés). Voici un exemple de production (il s'agit d'une élève ne faisant pas partie des cinq élèves sur lesquels nous nous sommes penchés) :



- **Evaluation de K.**



Nous pouvons constater que K. est restée sur son idée de point le plus haut. Ceci a été confirmé lors de l'entretien : à la question « Qu'est-ce qu'un sommet ? », elle m'a répondu « C'est par exemple, pour le triangle, ce qui est tout en haut. ». De plus, comme S., elle n'a pas placé son point sur les pointes, mais à l'intérieur de l'angle (il est possible qu'il y ait eu copiage, étant donné que K. et S. étaient côte-à-côte). K. n'a donc pas l'air de savoir ce que désigne exactement le *sommet*.

Mais il n'est pas étonnant que sa conception n'ait pas vraiment évolué, étant donné qu'elle avait été absente une ou deux fois durant la séquence. Elle n'a donc pas pu suivre l'ensemble de la réflexion menée par la classe. D'autre part, à la question b) de l'exercice 2, elle a répondu qu'il y avait un *sommet* dans un triangle, ce qui est conforme à ce qu'elle a fait.

4. Discussion

Si l'on fait le bilan, sur les cinq élèves qui présentaient au départ une mauvaise conception du *sommet* due à la polysémie, trois élèves seulement sont revenus sur leurs conceptions (ou plutôt trois élèves sur quatre, si l'on écarte K. de ces statistiques, étant donné qu'elle avait été absente durant la séquence et qu'elle n'a donc pas pu faire évoluer sa conception comme les autres).

Pour ces trois élèves, un triangle comporte désormais bien trois *sommets*. Cependant, T. est le seul des trois qui indique précisément les pointes du triangle. N.

et S. ne savent apparemment plus que les *sommets* correspondent aux pointes (il y a donc de ce côté-là une sorte de régression). Chez N. (et peut-être même aussi chez S.), une confusion avec l'*angle* a même l'air d'être née. Si l'on s'arrête là, les choses ne semblent donc pas vraiment acquises pour S. et N.. Pourtant, lors des entretiens, elles ont été capables de me montrer précisément les trois sommets.

Qu'est-ce qui pourrait alors expliquer qu'elles aient fait des erreurs durant l'évaluation, mais qu'elles arrivent à répondre correctement lorsque je suis avec elles ? Plusieurs éléments peuvent expliquer cela. Tout d'abord, l'évaluation n'a pas été très bien placée, ce qui a été confirmé par l'enseignante : elle a eu lieu peu de temps avant la récréation, et l'emploi du temps de l'après-midi avait été quelque peu perturbé. Au moment de l'évaluation, j'ai donc senti les élèves agités, et assez peu réceptifs (mais nous n'avions pas d'autre choix que d'effectuer cette évaluation à ce moment-là). Un manque de concentration pourrait donc expliquer les erreurs faites par les élèves. D'autre part, une discussion avec l'enseignante m'a permis de comprendre que les élèves de ZEP avaient peu confiance en eux. Lorsqu'ils se retrouvent seuls face à leur feuille, ils se sentent perdus. Ils ont besoin de passer par l'intermédiaire de l'enseignant. Ceci peut donc en partie expliquer pourquoi ils répondent correctement quand je suis avec eux mais pas lorsqu'ils sont seuls face à leur évaluation.

Essayons maintenant de comprendre pourquoi J. est restée sur sa conception de départ. Premièrement, peut-être que la représentation que J. se fait d'un *sommet* est trop profondément ancrée dans son esprit. En effet, J-P. Astolfi, B. Peterfalvi et A. Verin précisent que les représentations sont très « résistantes »⁵² à l'enseignement et qu'« elles l'accompagnent sans céder facilement »⁵³. Peut-être également que la démarche proposée dans cette séquence ne convenait pas à J., étant donné que les élèves ne s'approprient pas tous les connaissances avec les mêmes démarches. Ou peut-être faudrait-il simplement reprendre tout cela avec elle plus calmement, les choses sont peut-être allées trop vite pour elle ou n'ont pas été dites assez clairement. Ou encore, cela vient peut-être du fait que, durant la séquence, nous ne

⁵² ASTOLFI, Jean-Pierre, PETERFALVI, Brigitte, VERIN, Anne. Comment les enfants apprennent les sciences, p. 84.

⁵³ *Ibid.*, p. 45.

sommes pas véritablement revenus sur l'idée de « pointu » qui était présente à l'esprit de J. lors de l'évaluation diagnostique : nous avons dit que le *sommet* pouvait avoir plusieurs positions, qu'il n'était pas forcément en haut, mais nous n'avons pas explicité le fait que la pointe la plus pointue n'était pas le seul *sommet*.

Finalement, notre hypothèse (qui, je le rappelle, était la suivante : mener avec les élèves une (des) activité(s) de vocabulaire, visant à mettre en évidence le fait que le mot « sommet » peut prendre plusieurs sens ainsi qu'à bien distinguer ces différents sens et leur contexte d'emploi, permettrait aux élèves d'accéder à la bonne représentation sémantique du terme géométrique « sommet ») n'est pas complètement vérifiée, puisque J. n'a pas pu revenir sur sa conception. L'hypothèse s'est vérifiée pour T., S. et N., qui savent désormais qu'un triangle possède trois sommets et non un seul (et ils n'ont pas seulement la connaissance « théorique », puisqu'ils ont bien été capables d'indiquer les trois sur un triangle). Ils ne sont plus sous l'influence du sens courant du mot « sommet » (avec tout de même un petit « hic » pour S. qui semble encore associer le *sommet* à l'idée de hauteur, bien qu'elle indique les trois).

Cependant, nous l'avons vu, lorsque S. et N. se retrouvent seules face à leur feuille, elles n'indiquent pas correctement les sommets. Le problème, pour elles, ne se situe maintenant plus sur *Où se trouvent les « sommets » ?* et donc *Combien y a-t-il de « sommets » ?* mais sur *Que désigne précisément le mot « sommet » ?* et *Quelle est la différence entre un « sommet » et un « angle » ?*. C'est du moins ce que l'on conclut si l'on s'arrête à l'étude de leurs évaluations et que l'on ne prend pas en compte les entretiens qui ont suivi. Apparemment, le travail effectué au cours de la séquence sur les concepts de sommet et d'angle ne leur a pas permis de savoir précisément de quel objet l'on parle lorsque l'on utilise ces mots.

Conclusion

Le travail de recherche que j'ai effectué pour ce mémoire m'a permis de me rendre compte que ma question de départ, qui était *Comment aider les élèves à maîtriser le vocabulaire géométrique ?* était extrêmement vaste et que les réponses ne pouvaient pas être les mêmes suivant le concept et le mot en jeu. Un mot polysémique ne se traitera pas de la même manière qu'un mot purement spécifique à la géométrie, comme « perpendiculaire » ou « quadrilatère » par exemple.

Le travail réalisé en classe autour des différents sens du mot « sommet » a permis à la plupart des élèves qui présentaient un « problème de polysémie » de revenir sur leur conception et de comprendre qu'un triangle a trois *sommets* et non un, parce qu'en géométrie le mot « sommet » ne prend pas le même sens que dans la vie courante. Cependant, ce travail n'a pas fonctionné pour une des élèves. Ceci montre l'importance de travailler dès le début (dès que le terme géométrique est rencontré) autour de ces différents sens pour ne pas que s'installent chez les élèves des conceptions erronées qui sont ensuite difficiles à dépasser. Etudier les différents sens d'un mot utilisé en géométrie est d'autant plus intéressant que cela permet aux élèves de réinvestir leurs connaissances de français en mathématiques. Il faut profiter de cette opportunité ; l'interdisciplinarité permet de donner tout leur sens aux apprentissages faits en classe. Les mots de la géométrie offrent des situations concrètes pour évoquer la polysémie qui est au programme de vocabulaire de l'Ecole primaire.

Venons-en maintenant aux limites de cette recherche, car elle en possède. Tout d'abord, durant cette séquence, nous avons essentiellement travaillé sur la compréhension du mot « sommet » et pas sur son utilisation. Il aurait été important de savoir si T. par exemple, qui maîtrisait à la fin très bien le mot en compréhension, le maîtrisait aussi en production. D'autre part, l'évaluation sommative a été réalisée peu de temps après la séquence, elle ne permet donc pas de savoir si les conceptions erronées des élèves ont été éliminées de façon durable. Peut-être que d'ici quelques temps, ces conceptions erronées ressurgiront. Nous ne connaissons donc pas les effets de cette séquence sur le long terme.

Enfin, cette recherche m'a apporté beaucoup, tant sur le plan professionnel que sur le plan de l'initiation à la recherche.

Au niveau professionnel, je me suis rendu compte de l'importance de prendre en compte les conceptions des élèves dans les situations de classe. Dans ma pratique future, je compte donc régulièrement reconduire cette pratique de l'évaluation diagnostique, afin d'identifier les représentations des élèves. Bien sûr, pratiquer ces évaluations prend du temps, mais si cela permet au final aux élèves de mieux s'approprier les connaissances, c'est alors du temps de gagné pour la suite. Si l'on ne peut pas la pratiquer pour tous les apprentissages, je pense qu'elle est indispensable pour les apprentissages les plus importants. D'autre part, ce travail autour du vocabulaire géométrique m'a fait me rendre compte de l'importance de distinguer le concept du mot qui le désigne : le fait que l'élève ne comprenne pas le mot ne signifie pas forcément qu'il n'a pas saisi le concept. Enfin, le fait d'effectuer une recherche dans le domaine de la géométrie m'a permis d'être davantage armée pour l'enseignement de cette discipline.

Sur le plan de l'initiation à la recherche, j'ai apprécié de pouvoir me placer durant quelques temps dans la posture d'un chercheur et de mener une recherche du début jusqu'à la fin. Ce travail m'a aussi permis, entre autres, de m'initier à la réalisation d'entretiens avec les élèves, et cela me servira sur le plan professionnel. Je pense qu'il est important de savoir mener ce genre d'entretiens, car ils peuvent être très utiles pour arriver à comprendre les raisonnements des élèves, dans le but de pouvoir les aider à avancer. Mais j'ai pu me rendre compte de la difficulté de mener ces entretiens. Il est en effet difficile d'arriver à formuler des questions qui n'influencent pas les élèves, d'avoir suffisamment de recul pour pouvoir rebondir sur leurs réponses et essayer d'aller plus loin, etc. Je pense que durant ces entretiens, j'ai manqué de réactivité. J'ai parfois été obligée d'en rester au stade de l'hypothèse, car sur le moment, je n'avais pas pensé à poser telle ou telle question aux élèves. Mais les entretiens que j'ai effectués constituent une très bonne expérience et m'ont justement permis de me rendre compte de ces failles, en vue de m'améliorer. Ainsi, je ressors enrichie de ces deux années de travail.

Bibliographie

- **Monographies**

ASTOLFI, Jean-Pierre, PETERFALVI, Brigitte, VERIN, Anne. *Comment les enfants apprennent les sciences*. Paris : Retz, 1998. 267 p.

ASTOLFI, Jean-Pierre. *L'erreur, un outil pour enseigner*. 10^è édition. Issy-les-Moulineaux : ESF éditeur, 2011. 123 p. (Pratiques et enjeux pédagogiques).

CHARNAY, Roland, MANTE, Michel. *Mathématiques : épreuve orale d'admission*. Paris : Hatier, 2011. 534 p. (Hatier concours).

EQUIPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Paris : Hatier, 2006. 609 p. (ERMEL).

HAUCHECORNE, Bertrand. *Les mots et les maths : dictionnaire historique et étymologique du vocabulaire mathématique*. Paris : Ellipses, 2003. 223 p.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? : 2010-2011, Les programmes officiels*. CNDP / XO Editions, 2010. 128 p.

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. *Lire et écrire au cycle 3 : Repères pour organiser les apprentissages au long du cycle*. Paris : CNDP, 2003. 43 p. (École, Documents d'accompagnement des programmes).

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE. *Mathématiques : cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*. Paris : CNDP, 2002. 37 p. (École, Documents d'application des programmes).

PAULY, Emilie. *La polysémie : réflexion théorique, méthodologique et application à la lexicographie : l'exemple des verbes "aller", "partir" et "tirer" en français contemporain*. Paris : L'Harmattan, 2010. 417 p.

PUAULT, Yveline. *Les conceptions des objets mathématiques portées par le langage : Analyse des erreurs langagières en mathématique*. [S.l.] : [s.n.], 2005. 122 p.

Mémoire : Psychologie de l'Education : Université Paris 8 : 2005.

- **Articles de revue**

GUERTIN, Donald. « *Rencontre avec M^{me} Britt-Mari Barth* ». *Vie pédagogique*, avril-mai 2007, n°143, p. 5-9. (revue québécoise).

- **Sites et pages internet**

BREGEON, Jean-Luc. *L'oral et les mathématiques* [en ligne]. Pages Perso Orange. [consulté le 28 mai 2012]. Disponible à l'adresse : <http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page%201-19.htm>.

LAROUSSE. *Dictionnaire Français* [en ligne]. [consulté le 31 mai 2012]. Disponible à l'adresse : www.larousse.fr/dictionnaires/francais-monolingue.

- **Documents en ligne**

BRUYERE, Yann. *La polysémie et la langue mathématique : Obstacles à l'appropriation des énoncés de problème et à la communication des résultats* [en ligne]. Inspection académique de la Sarthe, 9 décembre 2010. [consulté le 29 mai 2012]. Disponible à l'adresse :

http://www.ia72.ac-nantes.fr/37897583/0/fiche___document/&RH=1308573327286

RICHARD, G. *Lexique/Vocabulaire* [en ligne]. Groupe départemental 74 « Etude et maîtrise de la langue », 12 novembre 2010. [consulté le 29 mai 2012]. Disponible à l'adresse : <http://www.gdml74.edres74.ac-grenoble.fr/spip.php?article121> (premier article).

Table des annexes

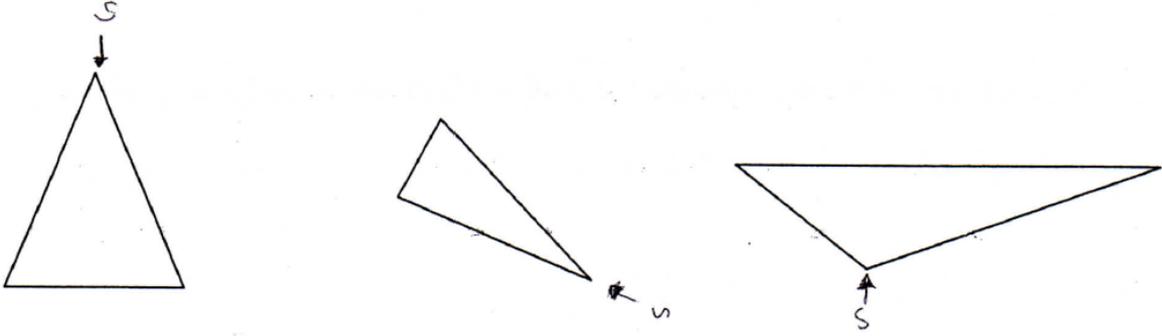
Annexe 1 : productions de J. (évaluation diagnostique, évaluation sommative et activité du dictionnaire).....	61
Annexe 2 : productions de K. (évaluation diagnostique et évaluation sommative)	63
Annexe 3 : productions de N. (évaluation diagnostique, évaluation sommative et activité du dictionnaire).....	65
Annexe 4 : productions de S. (évaluation diagnostique, évaluation sommative et activité du dictionnaire).....	67
Annexe 5 : productions de T. (évaluation diagnostique et évaluation sommative)	69
Annexe 6 : patron d'octaèdre régulier.....	71

Annexe 1 : productions de J.

Evaluation diagnostique :

Exercice 1 :

Voici trois triangles. Indique leurs **sommets** grâce à des flèches.



Exercice 2 :

Réponds aux questions suivantes :

a) Combien un triangle a-t-il de **côtés** ?

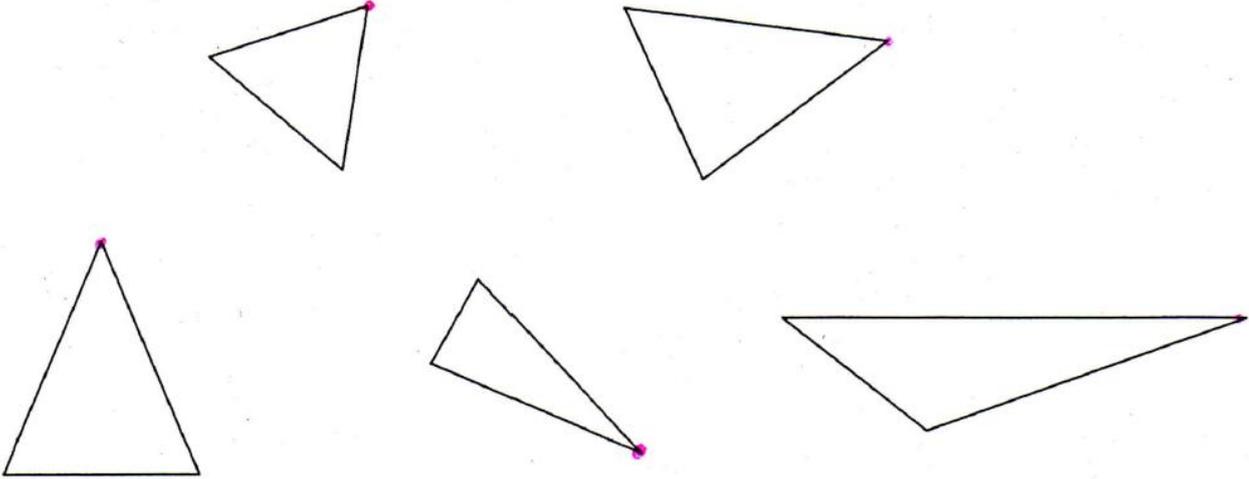
b) Combien un triangle a-t-il de **sommets** ? *Il y a 1 sommets*

c) Combien un triangle a-t-il d'**angles** ? *Il y a 3 angle*

Evaluation sommative :

Exercice 1 :

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :



Exercice 2 :

- a) Combien un triangle a-t-il de côtés ? 3 côtés
- b) Combien un triangle a-t-il de sommets ? 3 sommets
- c) Combien un triangle a-t-il d'angles ? 3 angles

Activité du dictionnaire :

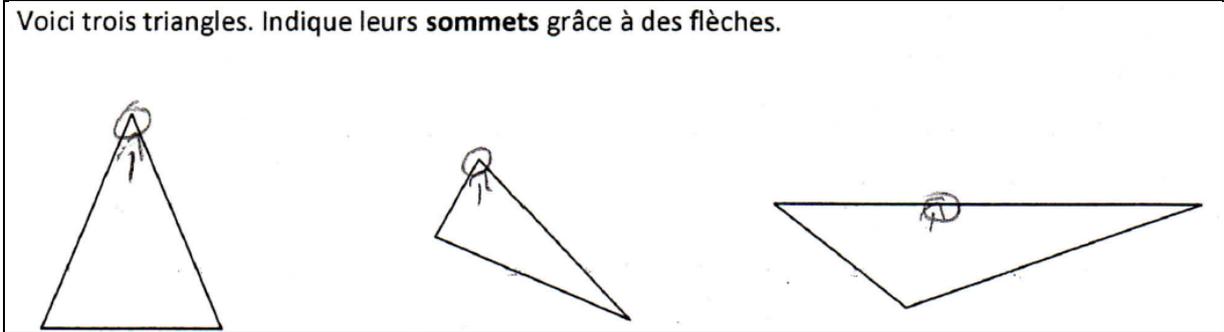
sommets : Sommet d'un angle, point où se rencontrent ses deux côtés.

Annexe 2 : productions de K.

Evaluation diagnostique :

Exercice 1 :

Voici trois triangles. Indique leurs **sommets** grâce à des flèches.



Exercice 2 :

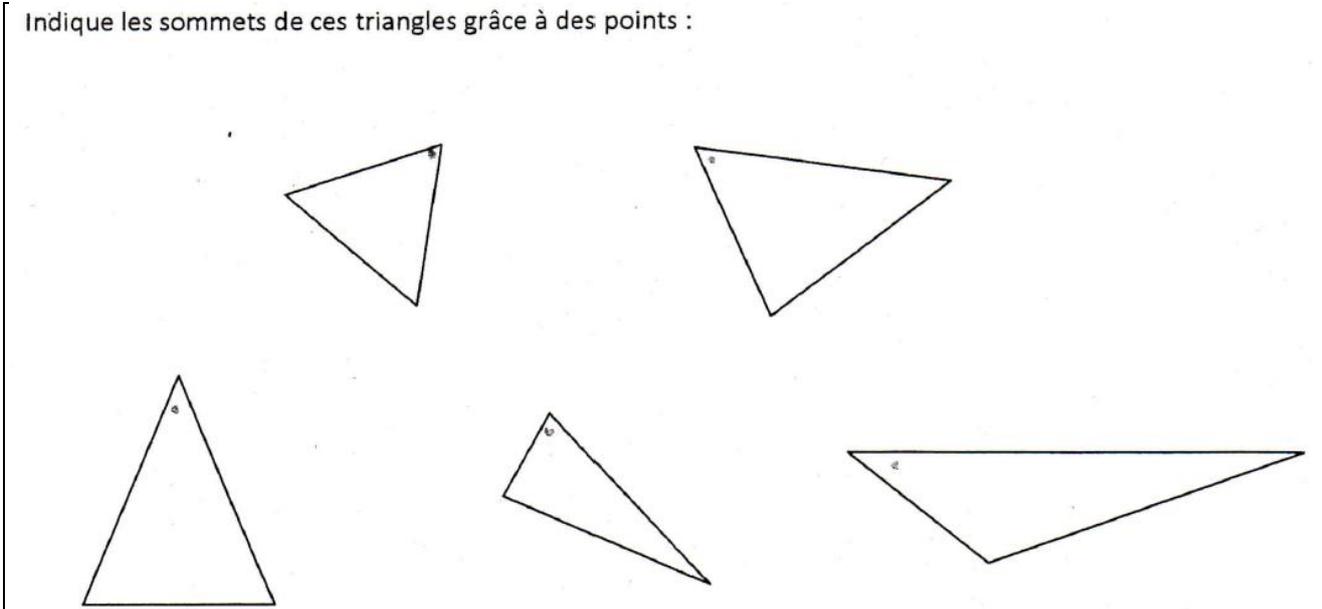
Réponds aux questions suivantes :

- a) Combien un triangle a-t-il de **côtés** ? 3
- b) Combien un triangle a-t-il de **sommets** ? 3
- c) Combien un triangle a-t-il d'**angles** ? 3

Evaluation sommative :

Exercice 1 :

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :



Exercice 2 :

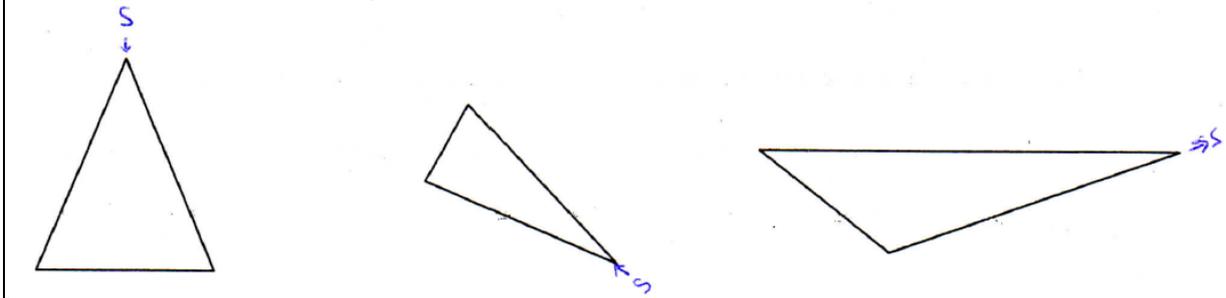
- a) Combien un triangle a-t-il de côtés ? ... 3 côtés
- b) Combien un triangle a-t-il de sommets ? ... 3 sommets
- c) Combien un triangle a-t-il d'angles ? ... 3 angles

Annexe 3 : productions de N.

Evaluation diagnostique :

Exercice 1 :

Voici trois triangles. Indique leurs **sommets** grâce à des flèches.



Exercice 2 :

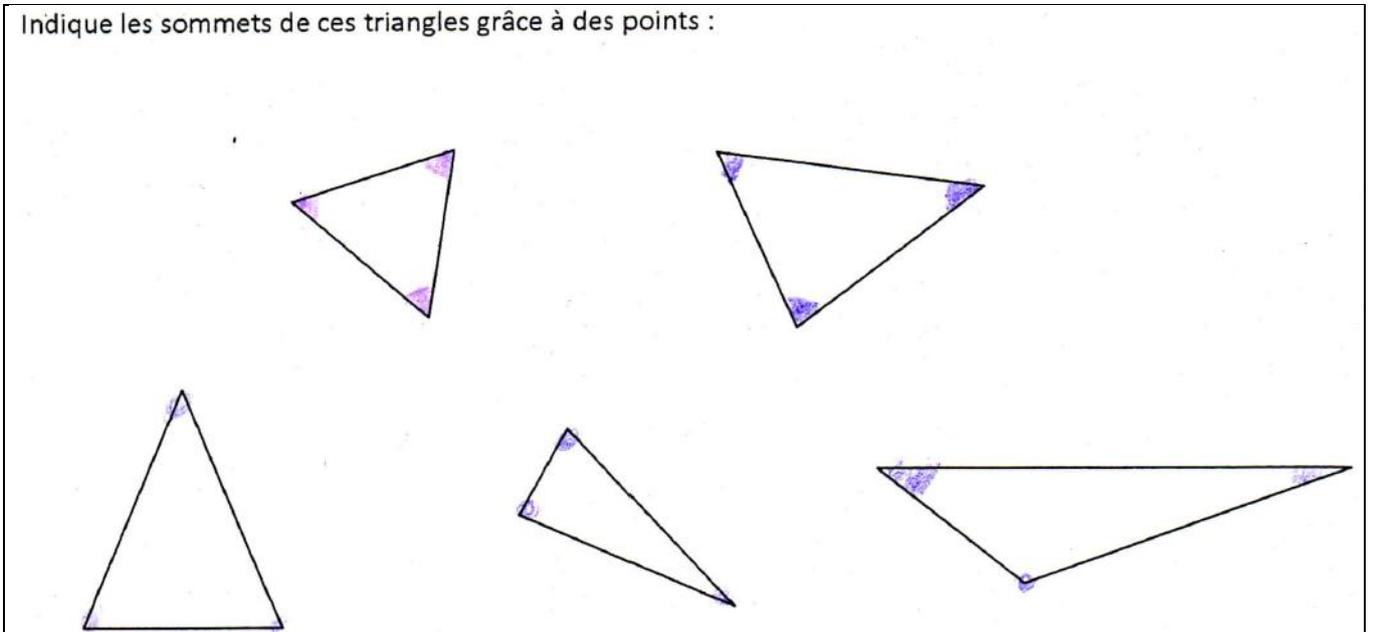
Réponds aux questions suivantes :

- a) Combien un triangle a-t-il de **côtés** ? *Il en a trois.*
- b) Combien un triangle a-t-il de **sommets** ? *Il en a un.*
- c) Combien un triangle a-t-il d'**angles** ? *Il en a un.*

Evaluation sommative :

Exercice 1 :

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :



Exercice 2 :

- a) Combien un triangle a-t-il de côtés ? ...3.....
- b) Combien un triangle a-t-il de sommets ? ...3.....
- c) Combien un triangle a-t-il d'angles ? ...3.....

Activité du dictionnaire :

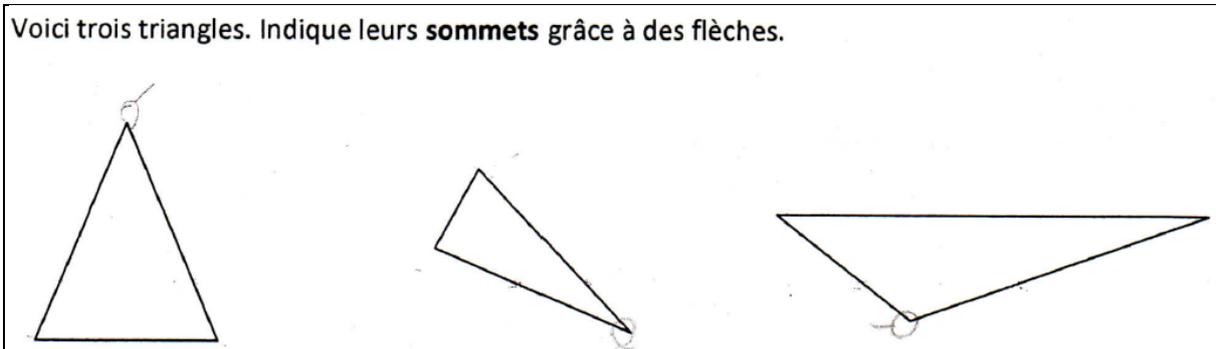
p 1760 sommet: sommet d'un angle, point où se coupent ses deux côtés.

Annexe 4 : productions de S.

Evaluation diagnostique :

Exercice 1 :

Voici trois triangles. Indique leurs **sommets** grâce à des flèches.



Exercice 2 :

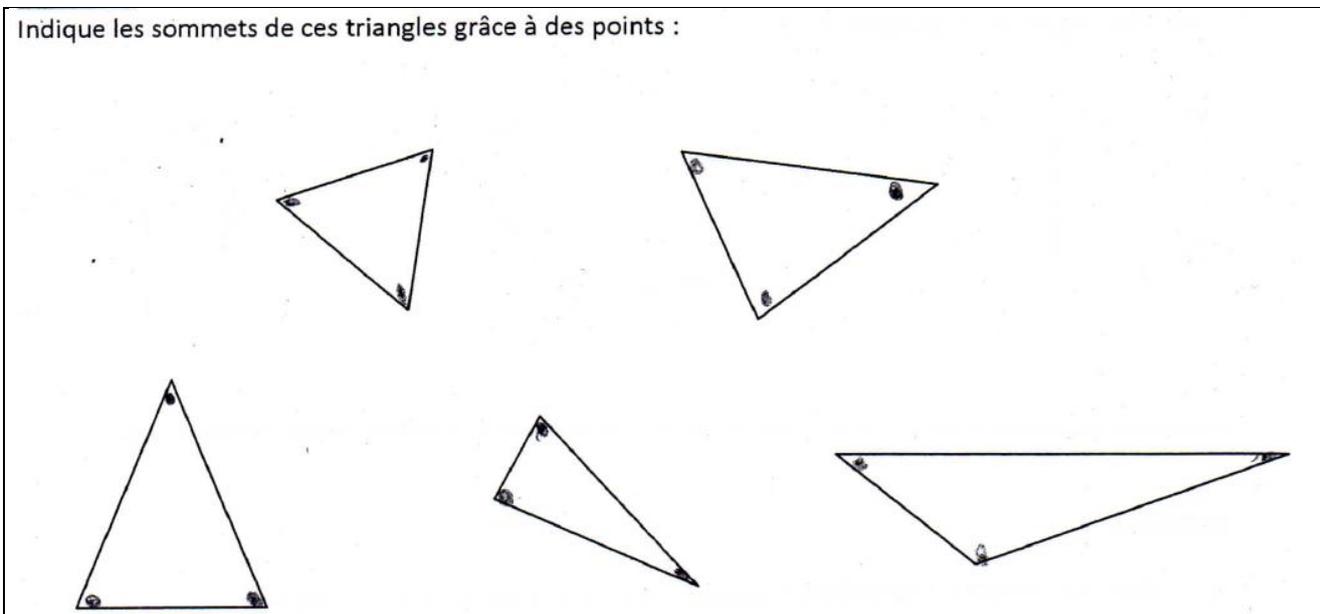
Réponds aux questions suivantes :

- a) Combien un triangle a-t-il de **côtés** ? 3
- b) Combien un triangle a-t-il de **sommets** ? ~~1~~ 3
- c) Combien un triangle a-t-il d'**angles** ? 3

Evaluation sommative :

Exercice 1 :

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :



Exercice 2 :

- a) Combien un triangle a-t-il de côtés ? 3.....
- b) Combien un triangle a-t-il de sommets ? 3.....
- c) Combien un triangle a-t-il d'angles ? 3.....

Activité du dictionnaire :

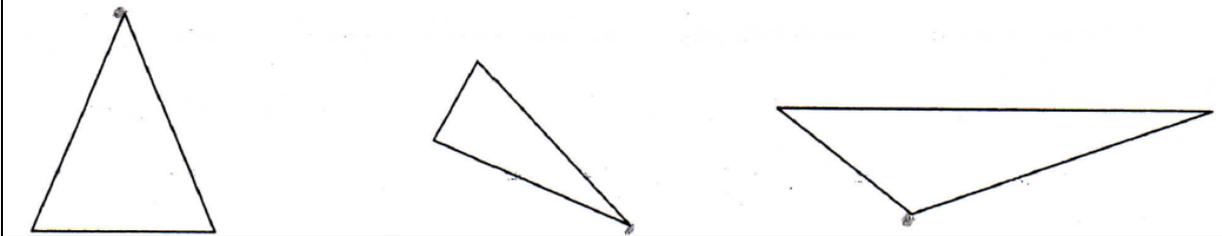
176° Sommet d'angle point où se coupent ses deux côtés d'un triangle
polyèdre sommet d'un q angles de cette figures..

Annexe 5 : productions de T.

Evaluation diagnostique :

Exercice 1 :

Voici trois triangles. Indique leurs **sommets** grâce à des flèches.



Exercice 2 :

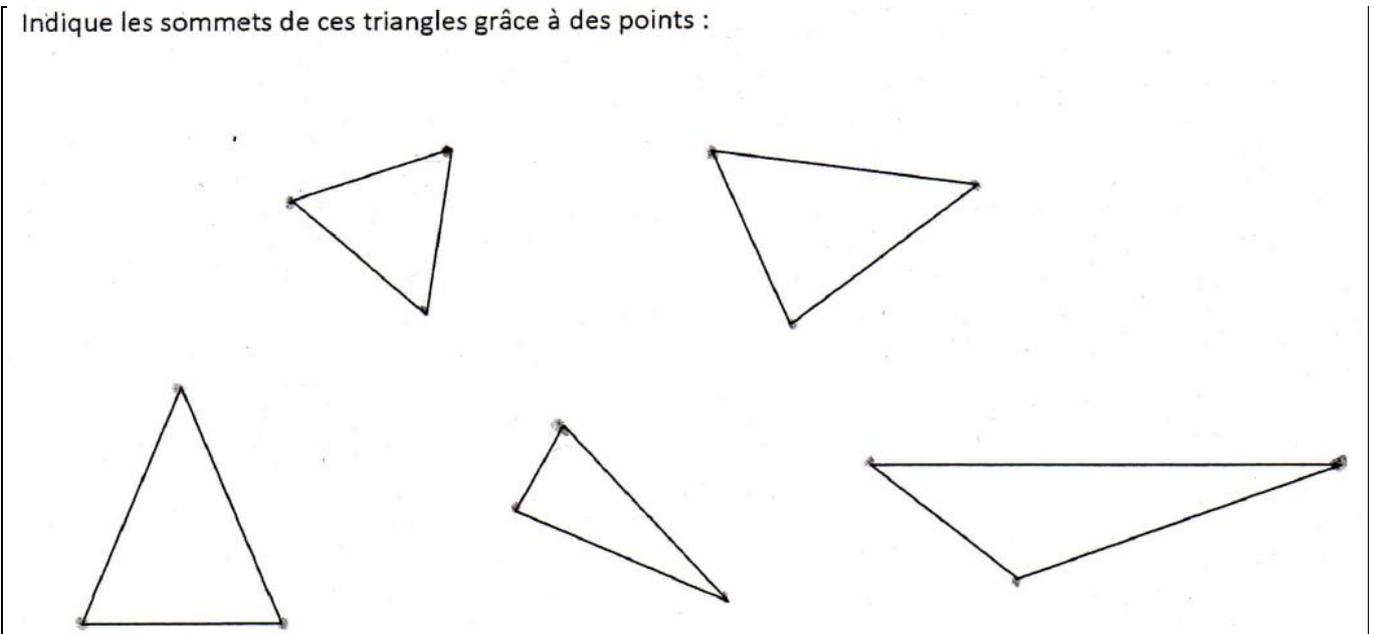
Réponds aux questions suivantes :

- a) Combien un triangle a-t-il de **côtés** ? *Il a 3 côtés.*
- b) Combien un triangle a-t-il de **sommets** ? *Il a 3 sommets.*
- c) Combien un triangle a-t-il d'**angles** ? *Il a 3 angles.*

Evaluation sommative :

Exercice 1 :

Indique les sommets de ces triangles grâce à des points :



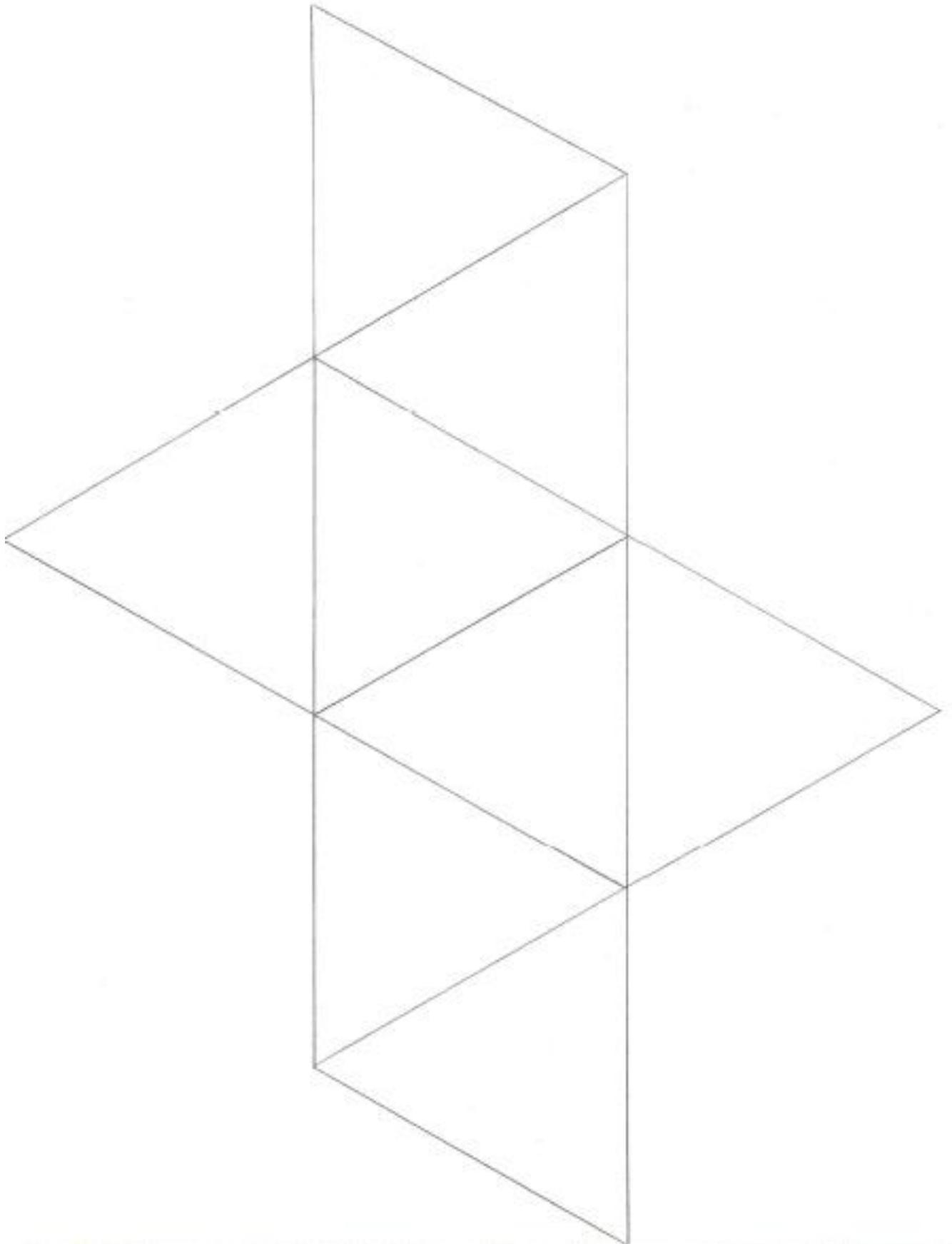
Exercice 2 :

a) Combien un triangle a-t-il de côtés ? 3.....

b) Combien un triangle a-t-il de sommets ? 3.....

c) Combien un triangle a-t-il d'angles ? 3.....

Annexe 6 : patron d'octaèdre régulier



Emilie PERRAY

Les difficultés de compréhension du sens géométrique des mots polysémiques : l'exemple du mot « sommet »

Résumé :

Le vocabulaire géométrique présente plusieurs spécificités. Une de ces spécificités est que de nombreux mots utilisés en géométrie sont polysémiques. Ceci peut poser problème aux élèves dans la compréhension du mot désignant tel ou tel concept géométrique. En effet, certains élèves sont influencés par le sens courant du mot en question et n'associent alors pas le bon concept à ce mot. La polysémie des mots de la géométrie peut ainsi poser difficulté à la bonne conception du sens géométrique des mots.

Avec l'aide d'une enseignante, j'ai réalisé une expérimentation, basée sur le terme géométrique « sommet », dans le but d'essayer de faire revenir les élèves sur leurs conceptions.

Mots clés : vocabulaire géométrique, polysémie, mot, concept, conception erronée, sommet

Comprehension difficulties of polysemous words' geometric meaning : the example of the french word « sommet »

Summary :

Geometric vocabulary has several specificities. One of these specificities is that many words used in geometry are polysemous. This can be a problem for pupils, to understand the word that refers to a given geometric concept. Indeed, some pupils are influenced by the common meaning of the word and then do not associate the right concept to this word. Thus, words' polysemy can pose difficulty to the right conception of the words' geometric meaning.

With the help of a teacher, I carried out an experimentation, based on the french geometric term « sommet », in order to try to make the pupils go back on their conceptions (in english, the geometric term « sommet » is said « vertex » ; this word does not have any common meaning in english, whereas in french, the word « sommet » is also used to speak about the summit of something).

Keywords : geometric vocabulary, polysemy, word, concept, misconception