

**This document must be cited according to its final version  
which is the Master of Science thesis:**

**Firas Rouissi<sup>1</sup>,**

**« Commande prédictive d'un système biologique :  
Comparaison entre les approches par linéarisation et non linéaire »,  
rapport de stage de fin d'études de  
Master STS mention Génie Electrique Génie des Procédés<sup>1</sup>,  
parcours recherche Génie des Systèmes Automatisés<sup>2</sup>,  
UCBL1, 2008-2009**

**Advisors :**

**Madiha Nadri-Wolf<sup>3</sup> and Pascal Dufour<sup>3</sup>**

**All open archive documents of Pascal Dufour are available at:  
<http://hal.archives-ouvertes.fr/DUFOUR-PASCAL-C-3926-2008>**

**The professional web page (Fr/En) of Pascal Dufour is:  
<http://www.lagep.univ-lyon1.fr/signatures/dufour.pascal>**

1

<http://mastergegp.univ-lyon1.fr>

2

<http://m2rgsa.univ-lyon1.fr/>

3

Université de Lyon, Lyon, F-69003, France; Université Lyon 1;  
CNRS UMR 5007 LAGEP (Laboratoire d'Automatique et de GENie des Procédés),  
43 bd du 11 novembre, 69100 Villeurbanne, France  
Tel +33 (0) 4 72 43 18 45 - Fax +33 (0) 4 72 43 16 99  
<http://www-lagep.univ-lyon1.fr/> <http://www.univ-lyon1.fr> <http://www.cnrs.fr>



# **Commande prédictive d'un système biologique : comparaison entre les approches par linéarisation et non linéaire**

Encadrants universitaires :  
Nadri Madiha (nadri@lagep.univ-lyon1.fr)  
Dufour Pascal (dufour@lagep.univ-lyon1.fr)



# Objectif

---

- MPC@CB
- Approches par linéarisation
- Approches non linéaires
- observateur



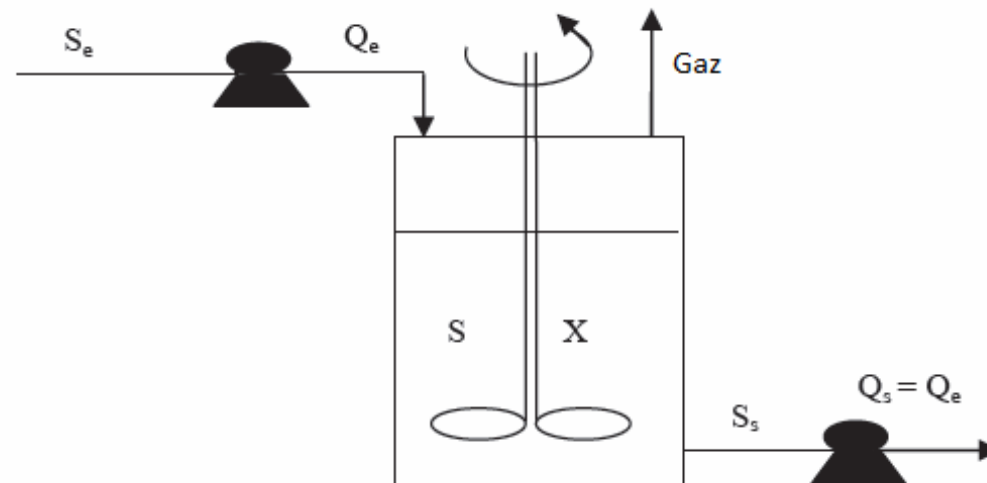
# Plan du travail

---

- **Systèmes biologiques**
  - Fonctionnement
  - Problèmes de commande, modélisation et d'observation
  - Modèles utilisés
- **Observation**
  - Observabilité du système
  - Tests en boucle ouverte
- **Commande en boucle fermé**
  - Approche avec fmincon
  - Approche avec lsqnonlin
  - Approche avec MPC@CB
  - Comparaison entre les 3 approches

# Système biologique

## Fonctionnement



- Substrat (s) : matière généralement organique
- Biomasse (x): micro-organismes



# Système biologique

Modélisation, commande et observation

---

- Commande limitée à la régulation du système mono variable en présence de perturbations
- PID
- Présence de cellules vivantes: incertitudes des modèles
- Ph, gaz produit, substrat, biomasse: capteurs rares+chers

# Système biologique

## Modèles utilisés

### ○ Modèle non linéaire

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{\mu_{\max} \cdot x_2 \cdot x_1}{k_s + x_2} - u \cdot x_1 \\ \dot{x}_2 = -a_1 \cdot \frac{\mu_{\max} \cdot x_2 \cdot x_1}{k_s + x_2} - u \cdot (x_2 - x_{2in}) \\ y = x_1 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} \mu_{\max} &= 0.5 \text{ (h}^{-1}\text{)} \\ k_s &= 0.07 \text{ (g.l}^{-1}\text{)} \\ a_1 &= 0.7 \\ x_{2in} &= 2.5 \text{ (g.l}^{-1}\text{)} \end{aligned}$$

X1: biomasse (g/l) (variable mesurée)

X2: substrat (g/l) (variable estimée)

u: la commande (h<sup>-1</sup>) représente le taux de dilution du substrat à l'entrée de réacteur.

μ<sub>max</sub>: taux de croissance maximal

k<sub>s</sub> : constante de saturation.

# Systeme biologique

## Modèles utilisés

### ○ Modèle linéarisé

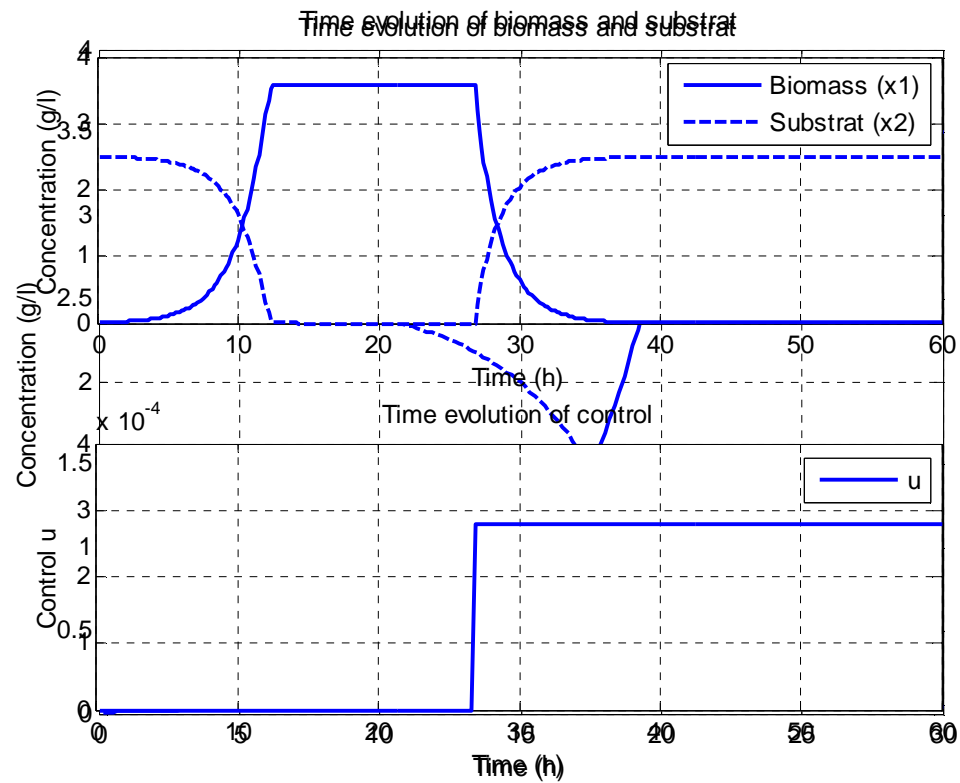
$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta x(t)}{\partial t} = A(t)\Delta x(t) + B(t)\Delta u(t) & t > 0 \\ \Delta x(t, 0) = 0 \\ \Delta y_m(t) = C\Delta x(t), & t > 0 \end{cases}$$

$$A(t) = \begin{pmatrix} \frac{\mu_{\max} \cdot x_2}{k_s + x_2} - u & -a_1 \cdot \frac{\mu_{\max} \cdot x_2}{k_s + x_2} \\ \frac{\mu_{\max} \cdot x_1}{(k_s + x_2)^2} & -a_1 \cdot \frac{\mu_{\max} \cdot x_1}{(k_s + x_2)^2} - u \end{pmatrix} \bigg|_{\substack{x_0 \\ u_0}} \quad B(t) = \begin{pmatrix} -x_1 u \\ -x_2 u \end{pmatrix} \bigg|_{\substack{x_0 \\ u_0}}$$



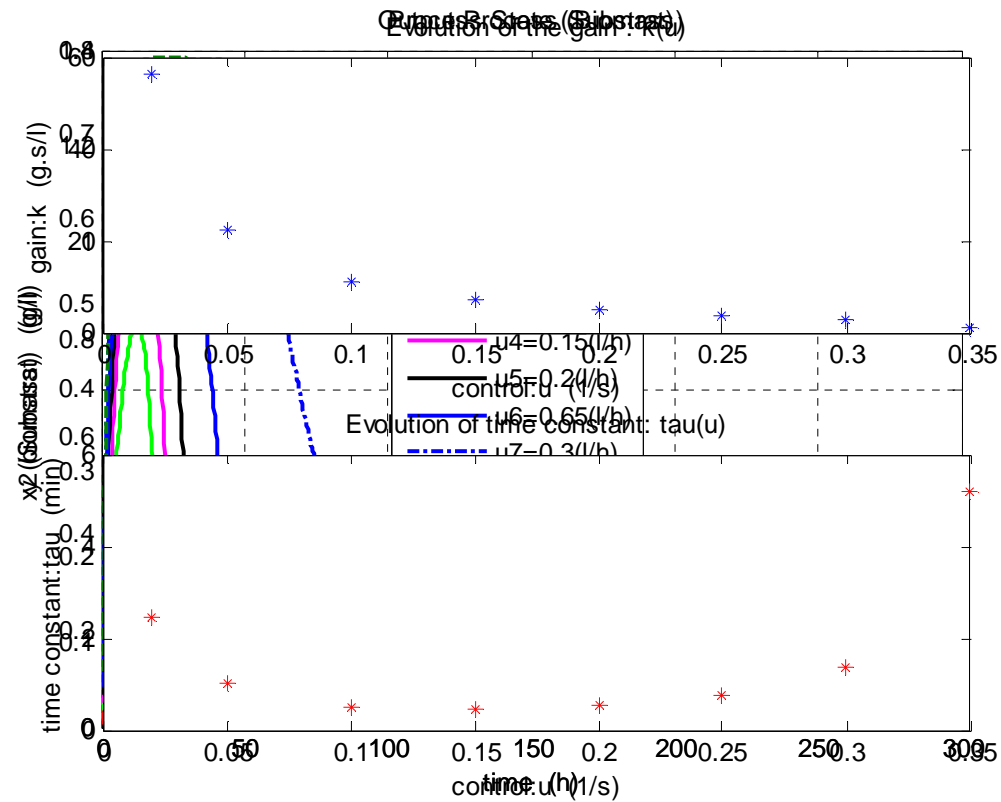
# Système biologique

## Etude en boucle ouverte



# Système biologique

## Etude en boucle ouverte



# Observation

## Observabilité du bioprocédé

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m u_i f_i(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad f_0 = \begin{pmatrix} \frac{\mu_{\max} \cdot x_2 \cdot x_1}{k_s + x_2} \\ -a_1 \cdot \frac{\mu_{\max} \cdot x_2 \cdot x_1}{k_s + x_2} \end{pmatrix} \quad h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} h \\ L_{f_0}(h) \end{bmatrix} = 2 \quad L_{f_0}(h) = \sum_{i=1}^n f_{0i} \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad L_{f_0}(h) = \sum_{i=1}^2 f_{0i} \frac{\partial h}{\partial x_i} = f_{01} \cdot \frac{\partial h}{\partial x_1} + f_{02} \cdot \frac{\partial h}{\partial x_2}$$

$$\begin{bmatrix} h \\ L_{f_0}(h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\mu_{\max} \cdot x_2}{k_s + x_2} - u & \frac{\mu_{\max} \cdot k_s \cdot x_1}{(k_s + x_2)^2} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \frac{\mu_{\max} \cdot x_2}{k_s + x_2} - u \neq 0 \\ \frac{\mu_{\max} \cdot k_s \cdot x_1}{(k_s + x_2)^2} \neq 0 \end{matrix} \quad \text{rang} \begin{bmatrix} h \\ L_{f_0}(h) \end{bmatrix} = 2$$

# Observation

Observateur utilisé

---

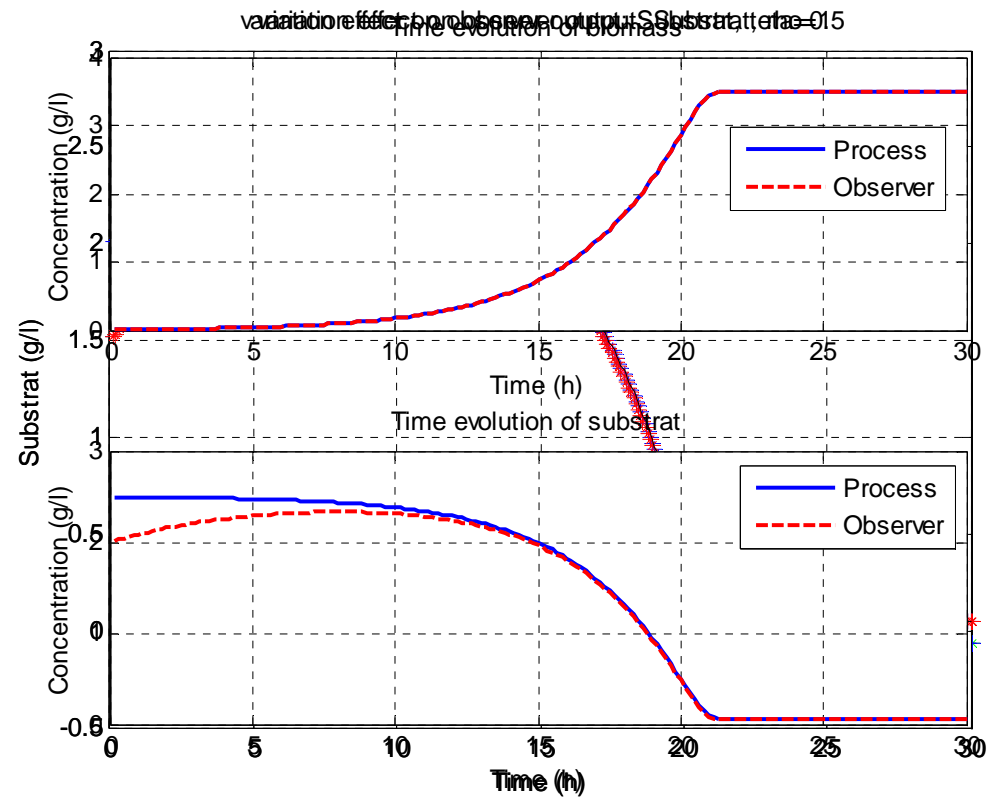
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \frac{\lambda_{\max} \hat{x}_2 \hat{x}_1}{k_s + \hat{x}_2} - D \hat{x}_1 - \rho \theta \frac{R_{22}}{R_{11} R_{22} - R_{12}^2} (\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -a_1 \frac{\lambda_{\max} \hat{x}_2 \hat{x}_1}{k_s + \hat{x}_2} - D (\hat{x}_2 - x_{2in}) - \rho \theta^3 \frac{R_{12}}{R_{11} R_{22} - R_{12}^2} (\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad \hat{x}(0) = \hat{x}^0$$

$$R = \begin{pmatrix} 250 & -0.35 \\ -0.35 & 5.10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\theta > 0 \text{ et } \rho \geq 1$$

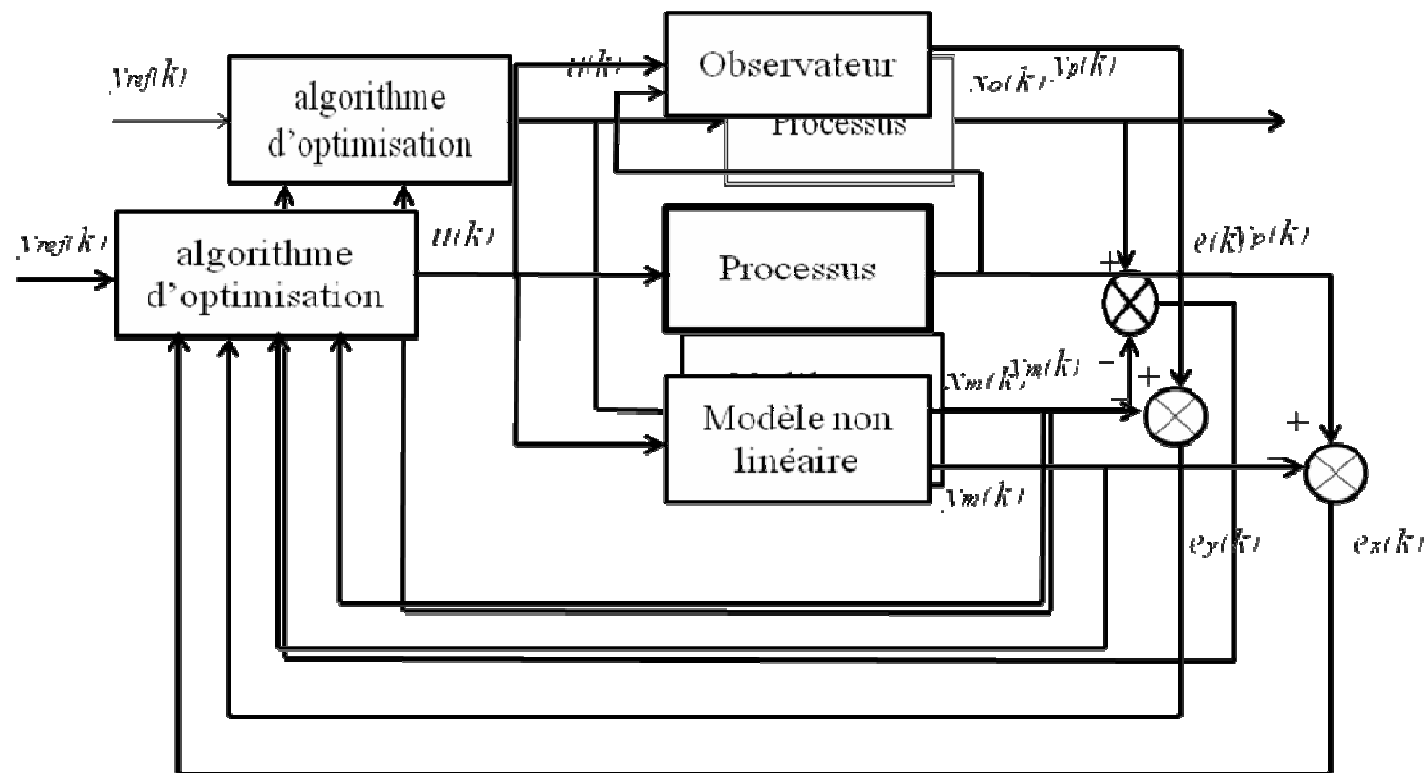
# Observation

## Tests en boucle ouverte



# Commande en boucle fermée

Structure générale d'un commande en boucle fermée avec observateur



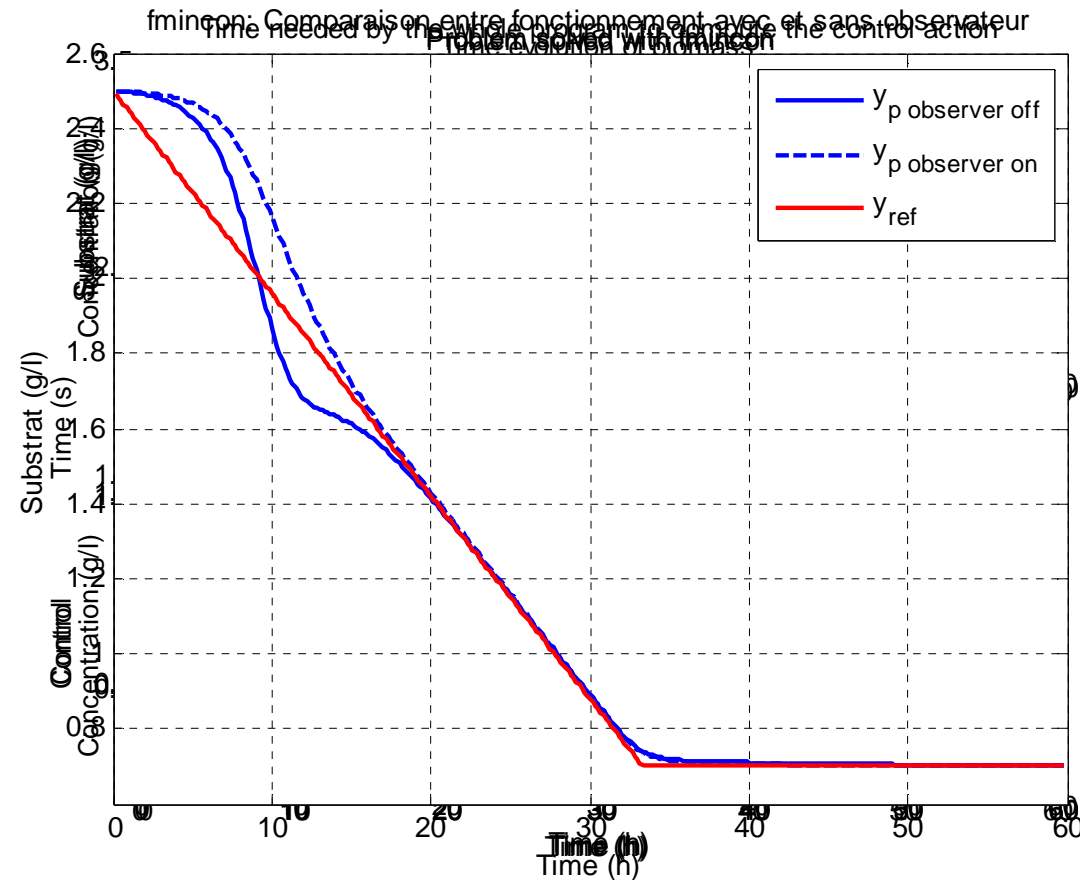
# Commande en boucle fermée

## Approche avec fmincon

$$\begin{cases} u_{\max} = 0.5(h^{-1}) \\ u_{\min} = 0.2(h^{-1}) \end{cases}$$

$$N_p = 12$$

$$T_e = 10 \text{ min}$$



$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 1.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 2.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 1.5 \end{pmatrix}$$

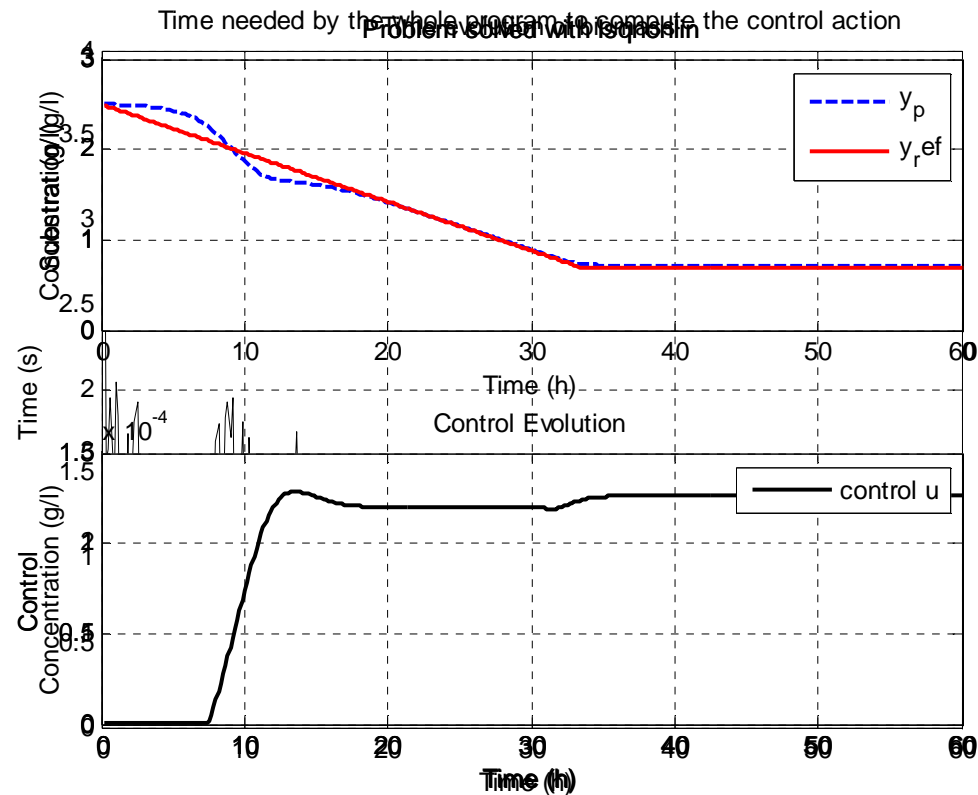
# Commande en boucle fermée

## Approche avec Isqnonlin

$$\begin{cases} u_{\max} = 0.5(h^{-1}) \\ u_{\min} = 0.2(h^{-1}) \end{cases}$$

$$N_p = 12$$

$$T_e = 10 \text{ min}$$



$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 1.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 2.5 \end{pmatrix}$$

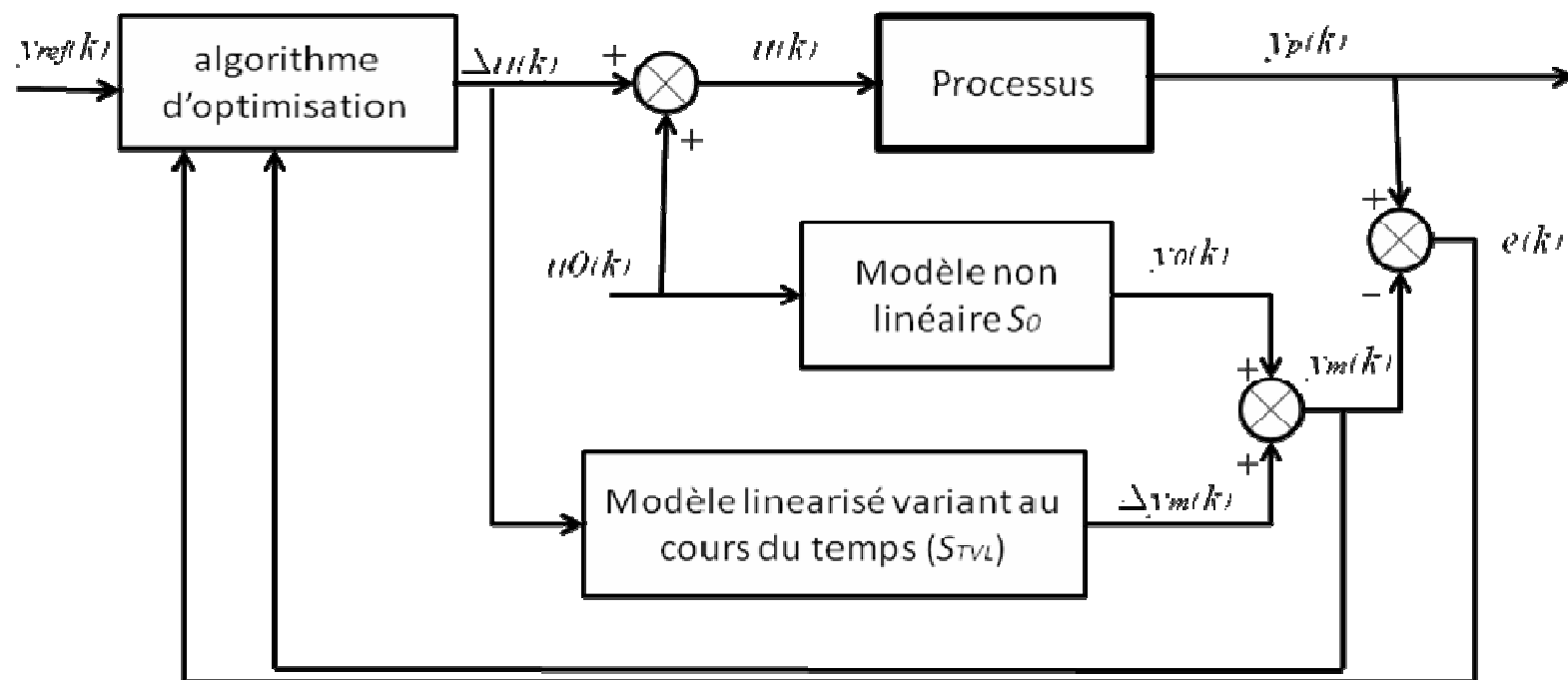
$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 1.5 \end{pmatrix}$$



# Commande en boucle fermée

Approche avec MPC@CB

structure générale de la commande MPC@CB



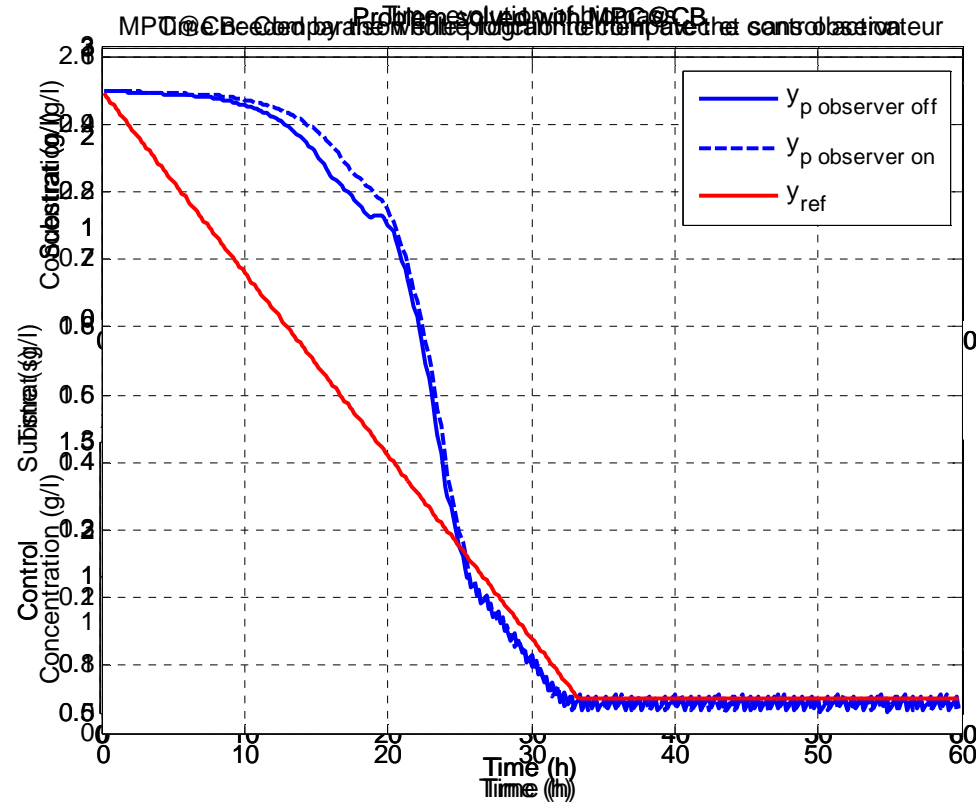
# Commande en boucle fermée

## Approche avec MPC@CB

$$\begin{cases} u_{\max} = 0.5(h^{-1}) \\ u_{\min} = 0.2(h^{-1}) \end{cases}$$

$$N_p = 12$$

$$T_e = 10 \text{ min}$$



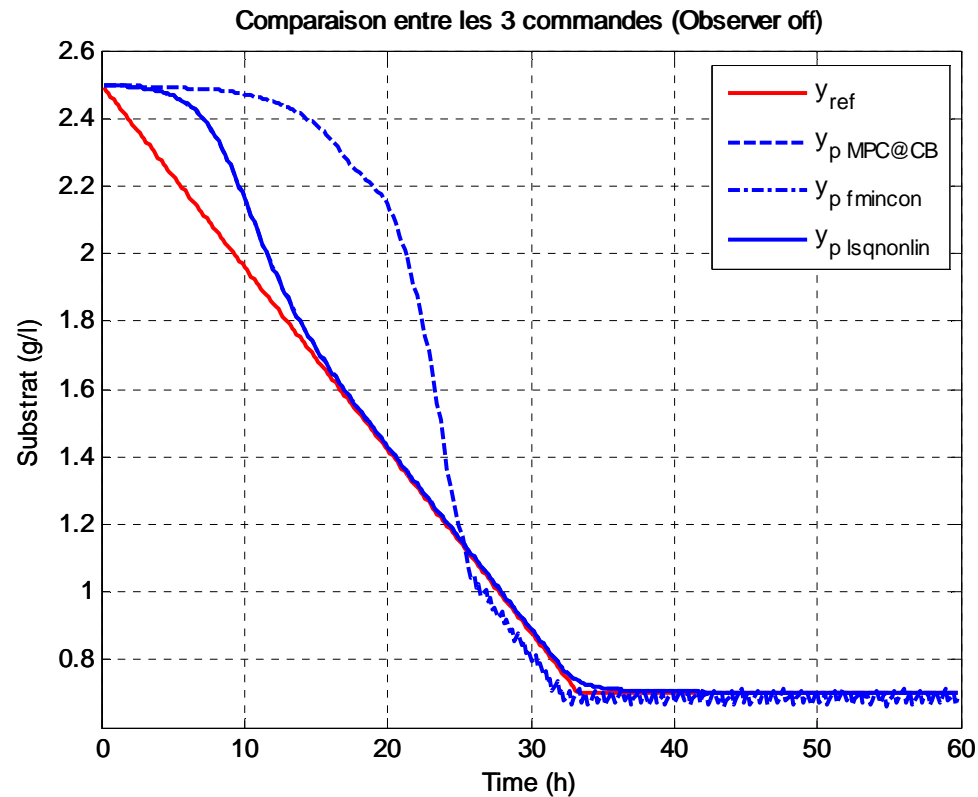
$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 1.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 2.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 = 0.01 \\ x_2 = 1.5 \end{pmatrix}$$

# Commande en boucle fermée

Comparaison entre les 3 approches





---

Merci pour votre attention