



HAL
open science

Les mathématiques en maternelle : étude du nombre

Julie Corbin

► **To cite this version:**

Julie Corbin. Les mathématiques en maternelle : étude du nombre. Education. 2011. dumas-00628537

HAL Id: dumas-00628537

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00628537v1>

Submitted on 3 Oct 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ D'ORLÉANS



IUFM Centre Val de Loire

MEMOIRE de recherche présenté par :

Julie CORBIN

soutenu le : **22 juin 2011**

pour obtenir le diplôme du :
**Master Métiers de l'Education, de l'Enseignement,
de la Formation et de l'Accompagnement**

Discipline : Mathématiques

**Les mathématiques en maternelle : étude du
nombre**

Mémoire dirigé par :

Patrick WIERUSZEWSKI
Val de Loire

Professeur de mathématiques, IUFM Centre

JURY :

Paul MAZZELA
Val de Loire, Président du jury

Professeur de mathématiques, IUFM Centre

Patrick WIERUSZEWSKI
Val de Loire

Professeur de mathématiques, IUFM Centre

Remerciements

En préambule de ce mémoire, je souhaitais adresser mes remerciements aux personnes qui ont largement contribué à la réalisation de celui-ci.

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Patrick W., professeur de mathématiques, qui en tant que Directeur de mémoire m'a soutenu dans ce projet tout en m'accordant écoute, conseils et temps.

Puis, je remercie également Madame Sophie N., professeur d'EPS, ma référente cette année, pour m'avoir permis de trouver des contacts pour réaliser mon expérimentation.

Mes remerciements s'adressent également à l'école maternelle Picardie et à sa directrice, Madame Floriane T., qui m'a chaleureusement accueillie en m'ouvrant les portes de l'école et en me permettant de réaliser ma séquence auprès d'élèves de sa classe.

Je remercie donc les élèves de grande-section de cette école, en particulier Kilian, Léa, Manal, Malo, Lucas, Esther, Sana, Guillaume, Zacharie, Phoedora, Inès et Josepha pour leur participation.

Je n'oublie pas ma famille pour sa contribution, son soutien, ses conseils et sa patience. Je remercie tout particulièrement mes parents et mon ami pour leur relecture.

Enfin, je remercie mes proches et amis pour leurs encouragements.

Merci à tous et à toutes.

Table des matières

Remerciements	2
Introduction	4
<u>I/ Place et évolution des mathématiques dans les programmes.</u>	6
A/ Evolution de la place des mathématiques dans les programmes à l'école	
Maternelle.....	6
B/ Evolution de la place du nombre dans les programmes.....	10
<u>II) La place du nombre.</u>	14
A/ Comment l'élève de maternelle apprend-t-il ?.....	14
B/ Quels apprentissages du nombre peut-on mener en maternelle ?	
Comment étudier le nombre avec des élèves de maternelle ?	16
<u>III) Séquence « les coccinelles » et analyse.</u>	21
A/ Présentation de la séquence.....	22
B/ Analyse de l'expérimentation	27
1) Analyse des procédures	27
2) Analyse des erreurs	31
Conclusion	33
Bibliographie.....	35
Annexes.....	37

Introduction

J'ai fait le choix d'engager ma réflexion sur l'approche des mathématiques en maternelle. Après avoir effectué un stage en responsabilité dans une classe de petite et grande section, j'ai été amenée à me poser des questions sur cette approche. Je me suis aperçue, en effet, de l'importance des mathématiques en maternelle notamment lors des tâches quotidiennes et pourtant au regard des programmes, les mathématiques ne constituent pas une discipline à part entière, elles sont intégrées à la découverte du monde.

Ainsi, je me suis demandée si la place qui lui est aujourd'hui consacrée à l'école l'a toujours été de cette manière. Pour répondre à ces questions, je vais donc revenir sur les « premiers programmes » et étudier leur évolution.

Ensuite, les programmes de mathématiques en maternelle ne précisant pas de progression des apprentissages comme c'est le cas pour les autres cycles, lors de mes stages, cela m'a conduite à me poser des questions de didactiques et de pédagogies, à savoir : comment les élèves apprennent le concept nombre ? Quels apprentissages sont réalisables avec des élèves de l'école maternelle ?

Puis, le domaine des mathématiques faisant intervenir plusieurs aspects tels que le nombre, la quantité, le repérage..., je me suis concentrée sur l'étude du nombre. Alors, j'ai tenté de répondre à la question « qu'est ce qu'un nombre ? ». Cela est impossible dans le sens où il s'agit d'une notion abstraite qui n'a pas toujours la même signification. Pourtant, il faut distinguer : l'aspect cardinal du nombre et son aspect ordinal ainsi, l'aspect cardinal permet de mesurer la quantité et sera donc utilisé dans des activités de dénombrement alors que l'aspect ordinal permet de donner une position et sera donc utilisé lors d'activité de rangement.

Ensuite, les fonctions du nombre sont multiples et permettent de mettre en évidence diverses activités les mettant en jeu. Ainsi, les nombres permettent de mémoriser une collection, de comparer, d'anticiper un résultat, de communiquer des quantités et de repérer une position. Il s'agira donc d'envisager quels apprentissages sont réalisables autour de ces fonctions.

Pour accompagner ma recherche, j'ai effectué une expérimentation en réalisant une séquence portant sur les nombres et les quantités avec des élèves de

grande section. Ma démarche a essentiellement été qualitative, me concentrant sur les démarches utilisées par les élèves et les difficultés rencontrées.

La question d'enseignement relève ainsi de l'approche des nombres et des quantités à l'école maternelle et de la construction du sens donné aux nombres par les élèves.

On peut alors supposer que l'apprentissage des nombres passe nécessairement par l'apprentissage de la suite numérique à laquelle vient s'ajouter l'apprentissage des quantités. Pour se faire, on pourrait penser un commencement par l'étude du nombre, puis de son utilisation autour d'activités de dénombrement, de classement et de rangement. Mais qu'en est-il réellement dans les pratiques ? Quels apprentissages sont mis en place ? Comment donner du sens aux nombres ?

Pour tenter de répondre à ces questions, je vais tout d'abord revenir sur la place et l'évolution des mathématiques et du nombre dans les programmes de l'école maternelle. Puis, j'envisagerai en effectuant un retour sur les théories d'apprentissage des élèves, quels apprentissages on pourrait organiser autour du nombre pour des élèves de l'école maternelle. Enfin, je vous présenterai mon expérimentation et l'analyse que j'en ai tiré.

I/ Place et évolution des mathématiques dans les programmes.

A/ Evolution de la place des mathématiques dans les programmes à l'école maternelle.

Les activités mathématiques ont toujours été présentes à l'école maternelle mais selon les programmes différents objectifs étaient visés.

Ainsi, dans les salles d'asiles puis à partir de 1881 (création des écoles maternelles par les lois Jules Ferry), l'intitulé était le calcul. Il s'agissait, en effet, de privilégier les techniques de calcul tout en favorisant l'apprentissage sur la base de la mémorisation et de l'automatisation. On peut donc penser que peu de place était laissée au sens donné au calcul et ainsi au nombre. La géométrie était, quant à elle, rattachée au dessin avec l'étude des formes.

Puis, en 1887, apparaissent les « premiers programmes ». L'enseignement des mathématiques s'organise alors, le calcul restant une priorité d'enseignement. Ce dernier sera essentiellement envisagé sous la forme de groupement d'objets et non plus sous l'étude systématique de ces techniques.

Ensuite, les années 1840 à 1930 vont apporter des changements de pédagogie. En effet, des acteurs importants vont défendre leurs idées sur l'apprentissage du jeune enfant et ainsi vont entraîner des changements de méthodes d'apprentissage pour les jeunes élèves. On peut alors retenir les idées de Pauline Kergomard, inspectrice générale des écoles maternelles de 1881 à 1917, qui a été considérée comme la « fondatrice de l'école maternelle ». En effet, son action fut importante. Elle a valorisé la mission d'éducation de l'école maternelle et non seulement d'instruction. Pour se faire, elle a mis en avant la nécessité de tenir compte du jeune âge des élèves. Ainsi, elle valorise la pratique du jeu, naturelle chez des enfants de l'école maternelle, et qui doit être la base des apprentissages.

Suite à cet important courant de pensée, la valorisation de la mission d'éducation de l'école maternelle va prendre le dessus sur la mission d'instruction et les idées de Pauline Kergomard vont être suivies jusqu'aux années 1977.

On peut donc retenir de cette première période que les apprentissages en mathématiques sont fondés sur la mémorisation, l'automatisation et non sur le sens donné à ces calculs et à ces nombres. Il s'agit d'exercer les élèves à compter, à calculer sans donner de sens au nombre.

Ensuite, en 1970, la réforme des « mathématiques modernes », répond à une volonté de rénovation de la discipline. Ainsi, elle vise un enseignement d'initiation dès l'école maternelle en valorisant l'acquisition de savoir-faire. De plus, en 1977, une circulaire affirme ces choix avec l'établissement de nouvelles orientations pour l'école maternelle. Les programmes ne font plus apparaître le terme mathématiques mais l'intègre dans un chapitre portant sur « le développement cognitif ». Il s'agit alors de proposer des objectifs en terme de savoir-faire. Dorénavant, de l'importance sera accordée à l'action du sujet, celle-ci étant gage d'assimilation des connaissances. Ainsi, c'est l'activité du sujet qui lui permet de donner des réponses au problème posé, ce qui permet au sujet de construire ses connaissances, de se les approprier.

Ce tournant sera marqué par les recherches d'auteurs tels que Piaget ou Diènes, qui valorisent la démarche d'apprentissage passant par la manipulation à la symbolisation.

En 1986, une nouvelle circulaire paraît. Son importance est notable car elle intègre les mathématiques aux activités scientifiques et techniques et affirme ainsi que le but est de résoudre des problèmes. La pratique de ces activités doit permettre aux élèves « d'explorer, de découvrir et de fabriquer ». L'objectif est d'amener l'élève à construire progressivement le nombre (comptine numérique, sériation, collection) et les relations spatiales (percevoir sa position, celle des objets).

Cette circulaire sera suivie dans les années suivantes par l'établissement de nouveaux programmes, notamment en 1995. Ces derniers sont plus explicites et accordent une place aux activités numériques à l'école maternelle. Cependant, on peut regretter qu'aucune rubrique « mathématiques » ne figure dans ces programmes, on retrouve les activités numériques au sein de la rubrique intitulée « des instruments pour apprendre ». Ainsi, ce texte met en avant qu'au cycle 1, il ne s'agit plus de construire ses connaissances par la répétition et l'appropriation de savoir-faire mais par la résolution de problèmes.

Un alignement de la maternelle sur les autres cycles est donc consacré dans ces programmes, les textes de 2002 seront donc une réponse à ce problème d'alignement.

En effet, un chapitre intitulé « découvrir le monde » est inséré dans les textes. En son sein, on y trouve les activités numériques sous forme d'approche du nombre et non d'apprentissage du nombre, le but étant de permettre aux élèves de construire les connaissances logiques et mathématiques à leur rythme. Ainsi, les textes précisent qu'il s'agit de « proposer aux élèves de multiples situations d'action référées à des contextes (jeux, défis, projets,...) qui leur permettent de construire, à leur rythme, des connaissances logiques et mathématiques » (BO, 2002).

Puis, en 2005, la loi du 23 février 2005, loi Fillon, fixe les exigences de la fin de la scolarité obligatoire. Cette loi, pour la première fois depuis la loi Jules Ferry de 1882 avec l'introduction des objectifs « lire, écrire, compter » donnés à l'École primaire, inscrit le socle commun de connaissances et de compétences qui envisage alors ce que tout élève doit savoir à la fin de sa scolarité obligatoire.

La compétence trois est celle qui concerne le domaine mathématique, intitulée « les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique ». Au regard de cette compétence, on remarque que l'enseignement des mathématiques doit permettre aux élèves d'acquérir des connaissances, capacités et attitudes.

L'application de ces trois domaines est difficile à dégager pour la maternelle. On pourra retenir que dans l'acquisition des connaissances, il s'agit de connaître les nombres, se repérer et connaître les formes géométriques. Puis au regard des capacités, on pourra retenir que l'apprentissage des mathématiques à l'école maternelle doit contribuer à communiquer oralement et par écrit et à être confronté à résoudre des problèmes issus de situations quotidiennes. Enfin, concernant les attitudes, il s'agira de développer le goût de la recherche, de la rigueur et de la précision.

Rappelons ici qu'il est difficile de dégager des connaissances et compétences pour l'école maternelle, le socle commun présentant celle qui devront être acquises en fin de scolarité obligatoire, qui se construiront donc sur l'ensemble de la scolarité, de l'école maternelle à la troisième.

Pour plus de précisions sur la progression à envisager en maternelle pour l'enseignement des mathématiques, les enseignants pourront s'appuyer sur les programmes 2008 qui rappellent ce que l'élève doit être capable de savoir et de faire en fin d'école maternelle (dans le chapitre « découvrir le monde »).

Enfin, deux nouveaux textes sont ensuite parus pour mettre en application ce socle dans les programmes. Des programmes sont parus en 2007 puis en 2008. La place des mathématiques en maternelle n'est toujours pas sous la forme d'une discipline à part entière, l'étude des notions mathématiques étant regroupées sous le chapitre « découvrir le monde ». Ce chapitre envisage de décliner les notions mathématiques autour de plusieurs champs :

- Découvrir les formes et les grandeurs : qui consiste à permettre aux élèves de distinguer grand-petit, lourd-léger. Les activités sont essentiellement des activités de classement et de comparaison.
- Approcher les quantités et les nombres : permettre aux élèves d'acquérir la suite des nombres en relation avec les quantités.
- Se repérer dans l'espace : apprendre à se repérer dans l'espace (droite, gauche, représentations graphiques).

Ainsi, nous pouvons retenir trois périodes qui ont marqué l'évolution de la place des mathématiques à la maternelle. Pour commencer, la période avant 1970, qui était marquée par l'opposition entre calcul et comptage où l'apprentissage était basé sur la répétition et la mémorisation. Puis la période de 1970 à 1977, que l'on trouve parfois appelée sous le nom de « réforme des mathématiques modernes » et où l'apprentissage est basé sur l'activité du sujet. Enfin, la période de 1985 à nos jours qui est marquée par la réhabilitation des activités de comptage.

B/ Evolution de la place du nombre dans les programmes.

Après l'étude de l'évolution des programmes et particulièrement de la place qu'ils accordent aux mathématiques en maternelle, nous allons maintenant nous intéresser à la place du nombre dans ces activités mathématiques.

Nous pouvons distinguer deux périodes qui ont caractérisé l'apprentissage du nombre à l'école maternelle. Ainsi, je présenterai l'apprentissage du nombre avant 1970 et celui après 1970, passage d'un apprentissage systématique des nombres à un apprentissage du concept nombre.

Ainsi, avant 1970, l'apprentissage des mathématiques, en particulier du calcul se fait de manière automatique, sous forme de mémorisation. Les nombres sont donc appris un par un, les uns à la suite des autres. L'étude des nombres se faisant les uns après les autres, le suivant est présenté en lien avec le précédent. Les programmes mettent l'accent sur l'apprentissage de chacun de ces nombres.

Pour l'étude de chaque nombre, il s'agit d'enseigner aux élèves l'écriture de ce nombre ainsi que les opérations qu'il permet de faire. Pour se faire, l'enseignement s'appuyait sur l'étude de collections d'objets.

La place de l'élève dans la construction des connaissances était envisagée sous la forme d'une appropriation par l'observation, la reproduction et la répétition.

Cependant, le risque de cet enseignement est que les élèves ne dégagent pas la notion de nombre et le confondent avec la collection.

Pour illustrer ces propos j'ai effectué des recherches de manuels scolaires datant d'avant 1970. J'ai donc été confrontée à la difficulté de trouver des manuels datant de cette époque. J'ai pu cependant remarquer que l'on ne trouve pas de manuels concernant les apprentissages en maternelle par contre j'ai trouvé plusieurs manuels pour le cours préparatoire. Ainsi, en annexes, j'ai ressource les principaux manuels utilisés pour l'apprentissage du calcul, deux apparaissent comme ayant eu de l'importance :

- La journée des tout-petits, livret unique, issu de la méthode BOSCHER, de M.BOSCHER, V. BOSCHER et J. CAPHRON, aux éditions Belin, le premier livre datant de 1906. Ce livret unique propose un apprentissage de la lecture (syllabique) et du calcul avec une progression page par page.

Les premières pages commençant par l'étude des chiffres un et deux puis la page trois introduit le chiffre trois (cf annexes pour photos du manuel).

- Livre de calcul pour les tout-petits, de Jacques BERTIN, collection du cours HATTEMER-PRIGNET, publié en 1945 (cf annexes). Je n'ai cependant pas trouvé de pages illustrant ce manuel mis à part sa couverture. D'après les recherches que j'ai pu mener, le manuel envisage une progression nombre par nombre.

Puis, après 1970, avec la réforme des mathématiques modernes, l'objectif change. Il s'agit dorénavant de permettre aux élèves d'accéder au concept nombre. Cette conception est influencée par les recherches de Piaget, dans son livre *La genèse du concept de nombre chez l'enfant*.

Une importance est alors consacrée à l'apprentissage de l'élève par ses propres manipulations, l'élève devenant acteur de l'action et non un simple reproducteur. Il s'agit d'une théorie constructiviste des apprentissages. Ainsi, « *c'est à partir de son action sur le réel que l'élève peut abstraire les notions, mettre en évidence les structures* » (in Approche du nombre, tome 1).

L'enseignement des nombres est donc modifié, on ne l'envisage plus sous la forme d'une suite de nombre que l'on étudie un à un mais sous la forme d'un apprentissage des notions. Cet apprentissage commencera alors par un enseignement autour des notions pré-numériques (classement, rangement, désignation) puis autour de la notion de nombre et enfin on envisagera la numération. Ainsi, l'enseignement de la notion de nombre ne consistera pas seulement à un apprentissage de son aspect ordinal mais également en un apprentissage de son aspect cardinal.

Ma recherche de manuels scolaires pour exemplifier ce courant a elle aussi été difficile. En effet, bien qu'ayant remarqué que de plus en plus de manuels sont créés pour l'école maternelle ainsi que des livres didactiques et pédagogiques à destination de l'enseignant, j'ai été confronté à la difficulté de consulter de tels manuels. Ces ressources ne sont plus organisées sous la forme d'une progression nombre par nombre mais sous des rubriques permettant d'étudier l'aspect ordinal et cardinal du nombre (ex : les classements, les rangements, les activités quotidiennes, apprendre à calculer, les situations problèmes). De plus, les situations d'apprentissages sont de plus en plus présentées sous forme de jeux, de manipulations.

Ainsi, en annexes, j'ai tenté de ressourcez quelques ouvrages parus durant ces années, me limitant à la recherche de ceux parus entre les années 1970 et 1990, les plus récents étant facilement consultables dans les centres de documentations.

Actuellement, que disent les programmes ?

Si l'on compare les programmes de 2002 et de 2008, on s'aperçoit que dans ces deux textes officiels, l'enseignement du concept nombre doit se faire sous la forme d'une approche et non d'un apprentissage. En effet, dans la rubrique « découvrir le monde », l'enseignement du concept nombre se retrouve sous l'intitulé « approcher les quantités et les nombres ».

Cependant, les deux textes n'envisagent pas cette approche de la même manière. En effet, les programmes de 2008 débutent par « *la maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification.* » Ici, on retrouve l'apprentissage de la suite des nombres comme dans les programmes d'avant 1970, où la notion de comptage prime, à la différence que cet apprentissage doit être relié aux notions de quantités. Dans les programmes de 2002, l'accent est mis sur la notion de quantité pour ensuite aborder celle des nombres.

Les programmes de 2002 et 2008 convergent tous deux quant à l'importance qui doit être donnée au sens des nombres. Ainsi, en 2002, les programmes rappellent qu' « *à l'école maternelle, il s'agit de donner du sens aux nombres par leur utilisation dans la résolution de problèmes articulés avec des jeux, des situations vécues, mimées ou racontées oralement.* » Cette idée est reprise en 2008 avec « *dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de la classe, problèmes proposés... .* »

Ainsi, au regard des programmes actuels de 2008, il s'agira de retenir que l'approche du nombre doit se faire en apportant du sens aux nombres. Plusieurs axes sont à retenir. En premier, retenons l'acquisition de l'apprentissage de la suite des nombres (jusqu'à 30) en lien avec les notions de quantités, le nombre « *étant un moyen de représentation de la quantité* » (BO, 2008). Ici, il s'agira d'envisager l'apprentissage des notions de dénombrement. Cet enseignement devra se faire autour de situations concrètes pour que les élèves puissent donner du sens aux nombres.

De plus, ces situations seront l'occasion pour introduire la suite écrite des nombres. En effet, les élèves devant construire la correspondance entre désignation écrite et orale. Il s'agira donc de commencer l'apprentissage de l'écriture des nombres.

Puis, les programmes rappellent le rôle de l'enseignant qui par son questionnement doit permettre aux élèves de prendre conscience de concepts.

Enfin, il s'agira d'effectuer une première approche des problèmes qui constitueront « *une première entrée dans l'univers du calcul* ».

Ainsi, les compétences qui devront être acquises, concernant le nombre en fin d'école maternelle, selon les programmes 2008 (et donc selon le socle commun de connaissances et de compétences de 2005) sont :

- « *Comparer des quantités, résoudre des problèmes portant sur les quantités,*
- *Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à trente.*
- *Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus,*
- *Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée.* »

L'accent est ainsi mis sur l'apprentissage de la suite des nombres en lien avec la notion de quantité, permettant aux élèves de comparer celles-ci.

Les programmes de 2002 comportaient déjà ces compétences mais en ajouter plusieurs notamment en terme d'étude des quantités : réaliser deux collections de même quantité, reconnaître des quantités et les comparer.

II) La place du nombre.

Dans cette partie, il va s'agir de revenir sur la construction du nombre chez l'enfant dès son plus jeune âge pour ensuite pouvoir envisager les possibles apprentissages à l'école maternelle.

Questions : « Qu'est ce qui est accessible pour un enfant de l'école maternelle ?
Quel enseignement du nombre est réalisable ? »

A/ Comment l'élève apprend ?

De nombreuses recherches ont étudié la construction du nombre chez l'enfant et ont mis en évidence que le bébé peut déjà distinguer des notions de quantités. Ainsi, dès leur plus jeune âge, les enfants auraient des capacités numériques. Selon, Karen WYNN, les bébés auraient des compétences numériques innées. Ses recherches montrent qu'un jeune enfant peut être sensible à des différences de collections, ces collections restant petites. Cependant, elle ajoute que cela ne signifie pas que le jeune enfant sait ce qu'est une collection d'objets, il en perçoit juste les différences. En effet, quand l'enfant grandit, parle et dit des mots nombres, d'autres recherches ont montré que l'enfant ne faisait alors pas nécessairement le lien entre le mot nombre et la quantité désignée.

D'autres recherches ont été importantes et ont constitué d'importants apports sur les compétences numériques des enfants, on peut retenir celle de Jean Piaget. En effet, dans son livre *La genèse du concept de nombre chez l'enfant*, Piaget met en évidence les étapes de construction du concept chez l'enfant. Ainsi, il distingue trois étapes. La première correspond à l'absence de conservation. L'enfant ne conserve pas les quantités. Par exemple si on lui présente un récipient contenant un liquide et qu'on transvase ce même liquide dans un autre récipient de forme différente, l'enfant pensera qu'il y a plus ou moins de liquide dans l'un des deux récipients, il ne fera donc pas la conservation de la quantité.

La seconde étape correspond à la constitution des ensembles permanents. L'enfant commencera à distinguer que 2 collections sont identiques en les comparant (par exemple en les mettant l'une à côté de l'autre), cependant lorsque ces deux

collections seront mises dans des récipients différents, l'enfant ne fera pas la conservation et notera une différence de quantité. L'apprentissage est donc en construction.

C'est la troisième étape qui correspond à l'acquisition de cette conservation et à la coordination quantifiante. Ainsi, « l'enfant n'a plus à réfléchir pour s'assurer de la conservation des quantités totales : il en est certain a priori » (in Mathématiques épreuve orale, Nathan, 2011, p. 61). Selon Piaget, c'est à cette étape que le concept de nombre se construit chez l'enfant. Il s'agit pour Piaget du stade des opérations concrètes. Piaget considère que ce stade sera parfaitement maîtrisé à l'âge de sept ou huit ans.

Puis, des études ont également pointé l'importance du langage dans la construction des compétences numériques des enfants. Ainsi, la verbalisation du nombre permettrait de construire les connaissances chez le jeune enfant. Selon GRECO (psychologue français), la verbalisation du comptage permettrait le progrès des élèves dans le développement de structures logiques. Pour lui, la verbalisation de la quantité (c'est-à-dire lorsqu'un enfant compte deux collections et compare le dernier mot nombre prononcé pour ces collections) précéderait la conservation de quantité que Piaget a défendue. Il s'agirait d'une étape antérieure qui permettrait aux enfants de comparer des collections. Piaget, quant à lui, ne considérerait pas cette étape comme participant à la construction de compétences numériques chez l'enfant.

Sur ce débat entre construction verbale et non verbale des compétences numériques, S. DEHEANE s'est appuyé sur des images cérébrales (tirées d'IRM) pour mettre en évidence qu'il y a deux processus de construction. Ainsi, l'enfant construit ses compétences à partir à la fois de la verbalisation mais également de la représentation des collections sous forme d'objets, de doigts, On peut donc retenir un apprentissage basé sur ces deux processus, verbaux et non verbaux, c'est ce que R. BRISSIAUD a retenu. En effet, pour lui, l'enseignement des compétences numériques doit se baser sur une interaction entre des situations verbales et non verbales.

Au regard de ces apports, comment envisager l'apprentissage numérique des élèves ?

B/ Quels apprentissages du nombre peut-on mener en maternelle ? Comment étudier le nombre avec des élèves de maternelle ?

Avant d'envisager l'apprentissage du nombre, il me paraît important de rappeler les travaux réalisés par R. GOIGOUX portant sur les apprentissages en maternelle. En effet, c'est à partir de ces remarques qu'il me semble intéressant de construire des apprentissages, ces malentendus présentant les risques pédagogiques dans lesquels certains enseignants peuvent tomber. Il s'agit des sept malentendus capitaux :

- Le premier rappelle l'importance de la motivation intrinsèque des élèves. La pédagogie doit en tenir compte en proposant des activités ludiques.
- Le second est le risque qui incombe des situations d'apprentissages motivantes basées sur le jeu. En effet, le risque est que certains élèves traitent le problème en surface, en ne retenant que le côté ludique de l'activité, et que d'autres résolvent effectivement le problème.
- Le troisième malentendu rappelle la nécessité de la stabilité des activités proposées, la diversité et la variété étant source de non apprentissage.
- La quatrième montre le paradoxe entre manipulation et apprentissage. Bien qu'il soit nécessaire que des jeunes enfants manipulent ce n'est pas pour autant qu'ils apprennent. Leur action doit donc être effective mais limitée.
- Le cinquième réside dans l'importance qui peut être donnée dans la réussite de l'élève au détriment de sa compréhension. Or un élève peut par ses erreurs construire ses apprentissages.
- Le sixième malentendu rappelle le rôle du langage dans la construction des savoirs, de la réflexion et non seulement comme un moyen de communication directe.
- Le septième distingue langage et langue. Ainsi, selon R. Goigoux « cette distinction ne va pas de soi en pratique et le passage du langage à la langue constitue précisément l'une des difficultés majeures de l'entrée dans l'écrit ». (R. GOIGOUX, « Entrée dans l'écrit : objectifs pédagogiques et situations d'évaluation à la fin de l'école maternelle », in T. BOISDON

(éd), *L'enfant, l'enseignant, l'école maternelle, Actes du 69^{ème} congrès AGIEM*, 1997, p. 135-147).

Au regard de ces recommandations, il va s'agir d'étudier quels apprentissages numériques peut-on mettre en place à l'école maternelle.

L'enseignement du nombre à l'école maternelle répond à plusieurs enjeux. Il va donc être nécessaire d'établir des relations entre l'apprentissage des connaissances qui relèvent du logique et de celles qui relèvent de la construction du nombre.

De plus, les connaissances numériques doivent être perçues par les élèves comme des réponses adéquates à des problèmes qui ont du sens pour eux, cela suscitera d'ailleurs davantage d'intérêt pour les élèves. Pour se faire, les programmes recommandent de s'appuyer sur des situations de jeux, des situations vécues, mimées ou racontées. Ainsi, quels apprentissages sont réalisables ? Comment permettre aux élèves de donner du sens au nombre ?

Selon R. BRISSIAUD, la construction du concept nombre chez l'enfant dépend de ce qu'on lui met à disposition pour conduire cet apprentissage. Pour cet auteur, il est important de lier le comptage, les structures syntaxiques utilisées pour parler des nombres quotidiennement et enfin l'utilisation de collections témoins.

Pour envisager quel apprentissage du nombre doit-on enseigner à l'école maternelle, il serait intéressant de dégager ce que les élèves devront savoir du nombre.

Ainsi, nous pouvons retenir plusieurs éléments, qui sont¹ :

- Réciter la file des nombres jusqu'à ce nombre.
- Situer ce nombre par rapport aux autres nombres déjà connus.
- Dénombrer des collections de ce nombre avec des objets, des dessins
- Construire ou réaliser une collection de cardinal de ce nombre

¹ D'après P.W., *Numération et opérations*, diapositive disponible sur l'ent du site de l'IUFM d'Orléans-Tours.

- Représenter ce nombre à l'aide de matériel de numération (buchette, bouliers...).

A partir de ces éléments à connaître sur le nombre pour les élèves, on peut dégager différents apprentissages autour du nombre.

En premier, on peut retenir l'apprentissage de la comptine numérique passant par sa mémorisation. Il s'agira alors d'une activité d'énumération. En effet, cette suite numérique permettra à l'élève de compter. Ainsi, l'élève connaissant la suite des nombres pourra l'utiliser pour la faire correspondre terme à terme à une collection, qu'il pourra ainsi dénombrer.

De plus, cet apprentissage trouve toute sa place à l'école maternelle, les programmes préconisant qu'au fil des niveaux, cet apprentissage s'accroisse pour les élèves, atteignant trente en fin de cycle des apprentissages premiers.

Cet apprentissage pourra s'appuyer sur des situations vécues, des situations de jeux comme le recommande les programmes, les situations de vie quotidienne tels que les rituels seront l'occasion de tels apprentissages dès le plus jeune âge.

Nous pouvons nous appuyer sur l'exemple de l'appel, activité d'énumération (et également de dénombrement), qui rythme chaque début de matinée, et qui permet aux élèves de compter les présents et les absents (voire de décompter les absents pour trouver le nombre de présents).

L'apprentissage de cette suite peut poser quelques problèmes aux élèves. Les erreurs que l'on pourra rencontrer chez des élèves de l'école maternelle seront de considérer comme un tout la suite numérique et ainsi de ne pas faire le rapport entre énumération et « récitation » de la comptine. Il s'agira donc de conduire les élèves à distinguer chaque élément de la suite numérique comme des mots séparés. Cela permettra plus tard à l'élève de dénombrer une collection (bien que ce ne soit pas une condition suffisante).

Le rôle de l'enseignant avant de proposer des activités de numération sera donc de s'assurer de la connaissance des élèves de la comptine numérique jusqu'au nombre utilisé dans l'activité numérique.

Cependant, cette activité n'est pas une condition suffisante à l'apprentissage du nombre, d'autres apprentissages doivent être envisagés.

Le deuxième apprentissage, qui découle du premier, est le dénombrement des collections. Le dénombrement consiste à répondre à la question : « Combien d'éléments cette collection a-t-elle ? ». La compréhension de la notion de cardinal est essentielle pour ces activités de dénombrement. En effet, l'élève doit utiliser la suite numérique pour compter un à un chacun des éléments et comprendre que le dernier mot nombre employé correspond à la réponse de la question posée.

Ainsi, l'élève pour répondre à une telle question pourra être amené à utiliser deux procédures. La première consiste en une correspondance terme à terme. L'enfant utilise une collection témoin (exemple : les doigts de la main) pour déterminer le nombre d'éléments de la collection dont il faut qu'il détermine la quantité. L'autre procédure consiste en un comptage. Il s'agit ici d'une procédure experte qui à partir de la suite numérique permet de dénombrer le nombre d'éléments constituant la collection. L'élève associe directement chaque mot nombre de la comptine à un élément de la collection, le dernier mot nombre prononcé étant retenu comme la quantité de la collection.

On pourra par exemple proposer le jeu des voitures et des garages², les élèves ayant des voitures en leur possession et devant aller chercher le nombre de garages correspondant aux nombres de voitures, chaque voiture devant obtenir un garage. Les garages sont placés à distance des élèves, ces derniers ayant comme contrainte de n'effectuer qu'un tour. L'objectif de cette séance est d'amener les élèves à dénombrer une collection et à garder en mémoire cette quantité pour pouvoir la restituer. La séquence est évolutive, on peut par exemple demander par la suite aux élèves de passer des commandes de garages à un autre élève, le message devra alors être précis pour que la tâche soit réussie. De plus, cette situation basée sur des voitures et des garages peut être déclinée avec d'autres objets dans d'autres contextes (ex : voyageurs et train).

Les difficultés que l'on pourra rencontrer chez les élèves concernant le dénombrement pourront être :

- Un oubli d'un ou plusieurs éléments
- Recompter un ou plusieurs éléments deux fois.

² D'après BRIAND Joël, LOUBET Martine, SALIN Marie-Hélène, *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Hatier pédagogie, 2004. Cédérom. Situation de dénombrement intitulée « les voitures et les garages ».

- Ne pas dire la suite des mots nombres sans se tromper et ainsi se tromper dans l'association d'un mot nombre à un objet.
- Ne pas énoncer le dernier mot nombre prononcé comme la réponse à la question posée, donc ne pas comprendre la notion de cardinal. L'élève pourra répondre en récitant la suite numérique et non le dernier mot nombre prononcé.

Ensuite, à côté de ces activités d'énumération et de dénombrement, pour traiter de l'aspect ordinal du nombre, il s'agira de proposer des activités de classement, de rangement et de comparaison autour des nombres.

De plus, pour que les élèves donnent du sens au nombre, il semble préférable de lier l'apprentissage de l'aspect ordinal du nombre avec son aspect cardinal. Ainsi, des activités faisant intervenir ces deux aspects du nombre pourront être proposées aux élèves, c'est le choix que j'ai fait dans mon expérimentation avec des élèves de grande section.

Enfin, pour permettre aux élèves de donner du sens aux nombres, il s'agira donc de varier les situations problèmes proposées aux élèves pour que l'élève puisse au fur et à mesure des problèmes proposés comprendre le sens du terme compter. De plus, il sera important de proposer des problèmes qui permettent à l'élève de percevoir la réelle utilité de ce comptage. Le nombre sera alors perçu comme un outil permettant de dénombrer une collection, retenir une quantité et la transmettre dans le cas où la collection n'est pas présente,....

III) Séquence « les coccinelles » et analyse.

Séquence tirée de *Découvrir le monde avec les mathématiques, situation pour la grande section de maternelle*, Dominique VALENTIN, Hatier ; mais adaptée aux nombres de séances et au niveau des élèves. Dans ce manuel, la séquence s'intitule « les bidules ».

Cette séquence a été menée avec 12 élèves de grande section, début mai, en période 5, à l'école Picardie.

L'objectif de ma séquence était d'amener les élèves à donner du sens aux nombres : il s'agit pour les élèves d'utiliser les nombres pour restituer une quantité (« garder la mémoire des quantités en jeu ») ou pour prévoir des résultats.

Il s'agira de s'attacher à la catégorie « approcher des quantités et des nombres » où l'approche du nombre comme outil permettra de dénombrer une quantité en utilisant des nombres connus, de comparer des quantités et ainsi de résoudre des problèmes.

A/ Présentation de la séquence.

Je vais vous présenter le déroulement de cette séquence décomposée en 3 séances, qui ne vise pas la structuration de nouveaux apprentissages mais le réinvestissement de notions et de méthodes connues des élèves.

Séance 1 : Le plus de coccinelles.

Objectifs (*sic*):

- associer une quantité à la valeur d'un élément.
- choisir une valeur en fonction d'un but à atteindre.

Matériel :

- une centaine de « coccinelles ».
- des jetons de 3 couleurs différentes (6 jetons de chaque couleur : jaunes, bleus, verts).
- une carte mémoire donnant la valeur des jetons et restant visible pendant toute l'activité.
- un petit sac en toile opaque.
- une petite feuille de format A5 par enfant et par partie.
- la frise numérique jusqu'à 30.

Il s'agira d'amener les élèves à utiliser les expressions d'échange, de valeur et de quantité.

Cette activité se décline en trois étapes.

Etape 1 : gagner des jetons.

Objectif (*sic*) : comprendre la notion de valeur attribuée à des jetons de couleurs différentes.

But (*sic*) : obtenir la plus grande quantité de coccinelles.

Déroulement (*sic*) :

1) Consignes : L'enseignant montre aux élèves les différents jetons (sauf les rouges) et explique que chaque jeton permet d'obtenir des coccinelles, mais pas la même quantité. Cela dépend de la couleur du jeton :

1 jaune permet d'obtenir 1 seule coccinelle

1 bleu en donne 2

1 vert en donne 5.

Les jetons ont une valeur différente selon leur couleur. La carte avec la valeur des jetons est affichée pour mémoire.

-l'enseignant explique le but du jeu : obtenir le plus de coccinelles possible.

2) Une fois que les enfants ont compris que les jetons n'ont pas tous la même valeur, les jetons (à l'exception des rouges) sont placés dans le sac de toile et un premier tour a lieu où chaque enfant tire un jeton.

La partie se joue en 3 tours.

A la fin de cette étape, chaque élève dessine rapidement sur une petite feuille à son nom, les jetons qu'il a obtenu.

Etape 2 : obtenir des bidules.

Objectif (sic) : comprendre la notion d'échanges et comptabiliser les gains. Lire et écrire les nombres dont on a besoin, avec l'aide de la bande numérique si nécessaire.

Les élèves sont invités à demander les coccinelles qu'ils ont gagnées. L'enseignant fait verbaliser par chaque enfant le nombre de jetons qu'il a gagné et la nature (couleur et valeur) de ces jetons avant d'entamer la procédure d'échange des jetons contre les coccinelles. Toute procédure est acceptée : comptage ou calcul.

Procédures envisageables:

- Echanger ses jetons un à un contre des coccinelles puis dénombrer son avoir.
- Regrouper ses jetons voir tout calculer (résultat mémorisé et sur-comptage).

A la fin de cette étape, chaque élève est en possession de ses coccinelles. Il écrit le nombre de ces coccinelles sur sa feuille (en s'aidant de sa bande numérique si nécessaire).

Etape 3 : trouver qui a gagné.

Objectif (sic) : construire des procédures de comparaison efficace.

Procédures envisageables :

- La comparaison sur les jetons avant échange.
- La comparaison globale des coccinelles, si les gains sont très différents.
- La comparaison par correspondance terme à terme des coccinelles, si les gains sont très proches.
- La comparaison directe des nombres de coccinelles.

L'enfant qui a obtenu le plus grand nombre de coccinelles à la fin de cette partie, entoure le nombre écrit sur sa feuille et est le gagnant de la partie.

Plusieurs parties sont alors jouées, cela permettant aux élèves de s'approprier la situation.

Séance 2 : introduction des jetons rouges.

But (sic) : obtenir le plus de coccinelles.

Objectifs (sic) : - associer une quantité à la valeur d'un élément.
- établir des stratégies d'échange.

Matériel : même que pour l'activité 1 mais ajouter 4 jetons rouges.

Déroulement :

Effectuer un rappel du jeu par les élèves : A quel jeu avons-nous joué ? Quel était le but ? Quelles procédures peut-on utiliser pour savoir combien échanger de coccinelles contre les jetons ?

Rappeler la valeur des jetons.

Expliquer aux élèves que de nouveaux jetons ont été introduit, ils sont rouges. Ces jetons permettent aux élèves d'échanger leur jeton rouge contre un autre jeton, le choix de la couleur leur est laissé.

Ainsi, lorsqu'un joueur tire un jeton rouge, il doit choisir la couleur du jeton qu'il souhaite obtenir. L'enseignant laisse l'enfant faire son choix, puis il questionne les autres joueurs sur la pertinence de ce choix : « Est-ce que tu penses que c'est un bon choix ? Est-ce que tu aurais choisi le même ? »

Une fois que les élèves ont piochés 3 jetons chacun, ils doivent échanger leurs jetons contre des coccinelles. Il s'agira ensuite de déterminer qui en a le plus, donc qui a gagné.

Séance 3 : Le moins de coccinelles.

Matériel : même que pour l'activité 2.

But (sic) : obtenir le moins de bidules possibles.

Objectifs (sic) : - associer une quantité à la valeur d'un élément.

- choisir une valeur en fonction d'un but à atteindre.

L'activité se déroule en deux étapes :

1^{ère} étape : jouer sans les jetons rouges.

2^{ème} étape : introduire les jetons rouges qui permettent des échanges.

Procédures envisageables :

- Identiques aux activités précédentes.

Erreurs possibles :

- Ne pas prêter attention à la nouvelle consigne qui est d'avoir le moins de coccinelles pour gagner et ainsi lors des échanges de jetons, en choisir un vert qui rapporte plus de coccinelles plutôt qu'un jaune.

Chaque activité a été répétée avant de passer à la suivante, cela permettant aux élèves de s'approprier la situation et d'établir des stratégies de résolution.

L'évaluation sommative n'a pas pu être effectuée, cependant au fil des séances, une évaluation formative a eu lieu. En effet, lors des séances, j'ai pu remarquer l'évolution des élèves notamment dans le choix des procédures de résolution et des stratégies d'échange des jetons rouges. De plus, j'ai pu questionner les élèves sur leurs démarches.

Ainsi, l'évaluation sommative aurait pu prendre la forme suivante :

_ sur une feuille comportant le tirage d'un personnage, les élèves auraient été amenés à répondre à la question : combien de coccinelles a gagné Léa avec ces jetons ?

_ une deuxième feuille aurait consisté à demander aux élèves de recomposer le tirage qui a permis d'obtenir un score donné.

Ensuite, d'autres activités auraient pu être proposées en prolongement de celles déjà réalisées. Une séance aurait pu consister en la perte de coccinelles ; les élèves ayant en leur possession un nombre de coccinelles, par exemple 15. Les jetons piochés feraient perdre des coccinelles, le but étant d'avoir le plus de coccinelles possibles après trois tirages de jetons.

Une autre séance aurait pu consister à permettre aux élèves de choisir leurs jetons et non plus de les piocher. Le but étant d'obtenir 15 coccinelles. Chacun leur tour les élèves seraient amenés à choisir un jeton. La partie est terminée quand un enfant pense avoir assez de jetons pour obtenir 15 coccinelles, sinon on s'arrête au bout de trois tours.

B/ Analyse de l'expérimentation.

Mon expérimentation m'a conduit à effectuer une analyse qualitative, recherchant les procédures utilisées par les élèves et les erreurs rencontrées. J'ai également établi une analyse quantitative en répertoriant les procédures utilisées par nombre d'élèves.

1) Analyse des procédures.

L'expérimentation a eu lieu avec 12 élèves de grande-section au début du mois de mai donc en début de période 5. Il s'agissait d'un groupe hétérogène, tous les élèves ayant des besoins différents selon les étapes.

Par groupe de 4, la séance se déroulait sous forme d'ateliers. Les 3 séances proposées se sont déroulées sur deux demi-journées.

Le choix des coccinelles a été fait avec l'enseignante titulaire. En effet, les élèves travaillant sur le thème des insectes, elle souhaitait réinvestir ce thème dans mon activité. Ainsi, les coccinelles avaient été préalablement préparées par les élèves.

Concernant la première séance et la troisième séance, où les élèves devaient remporter le plus de coccinelles ou le moins de coccinelles : les procédures que j'avais envisagées lors de ma préparation n'ont pas toutes été utilisées (cf p.21, 22). En effet, les élèves n'ont pas échangé les jetons un à un contre des coccinelles, par contre plusieurs procédures ont été utilisées pour calculer l'ensemble des jetons. Ainsi, certains élèves ont écrit la correspondance de chaque jeton puis dessiner les coccinelles correspondantes et ainsi les ont dénombrés, ou ont seulement dessiné l'ensemble des coccinelles (utilisation d'une collection témoin) et les ont comptées. D'autres élèves ont directement compté sur leurs doigts et utilisé parfois le dessin comme moyen de vérification.

Enfin, des élèves ont partiellement ou directement effectué le calcul mentalement, ces élèves ayant souvent de petites sommes à ajouter ($2+2+1$, $2+1+1$). Une élève a utilisé un résultat mémorisé ($5+5=10$) et à surcompter (sur ses doigts) à partir de 10, en disant « 11, 12, je peux donc avoir 12 coccinelles ». Un

autre élève ayant un jeton vert, un jeton jaune et un bleu, a d'abord surcompter sur ses doigts 5, 6 puis a dit : « 6 donc 8 ». Le surcomptage était alors mental.

Avant échange, le dessin des coccinelles était utilisé comme procédure de vérification pour les élèves qui n'étaient pas sûr d'eux.

Certains élèves n'écrivaient pas le nombre de coccinelles à obtenir contre l'échange des jetons mais recomptaient systématiquement le nombre de coccinelles dessinées.

Ensuite, la deuxième étape consistait à échanger ses jetons contre ses coccinelles. Les élèves recomptaient leurs coccinelles dessinées, utilisaient le nombre qu'ils avaient écrit comme mémoire du nombre à obtenir ou garder en mémoire le nombre à échanger.

Cette phase est apparue comme la moins difficile pour les élèves.

Mon rôle durant cette étape était de questionner les élèves sur leurs procédures et de leur donner des moyens de vérification. Ainsi, j'ai pu leur proposer d'échanger les jetons un à un, cette procédure n'ayant pas été utilisée par les élèves. J'ai également mis à leur disposition un pion qu'ils pouvaient utiliser sur leur frise numérique, le but étant de déplacer le pion sur la frise en fonction de la couleur des jetons.

Enfin, la troisième étape consistait à déterminer l'élève qui avait gagné. L'enseignante demandait à chaque élève de dire aux autres le nombre de coccinelles qu'il avait obtenu. Après concertation, les élèves déterminaient celui qui avait gagné. Les procédures envisagées ont été utilisées par les élèves (cf p.22).

En effet, certains élèves anticipaient le résultat avant l'échange à partir des couleurs des jetons. Cette anticipation était souvent utilisée dans le cas où les élèves avaient les mêmes couleurs de jetons, et savaient ainsi qu'ils obtiendraient le même nombre de coccinelle (« *on est égalité car on a les mêmes couleurs* », Esther, 6ans ; « *tu peux en avoir 3 coccinelles car Ines a les mêmes* », Zachari, 5 ans).

Ensuite, des comparaisons avaient lieu après échange, notamment la comparaison globale des coccinelles était utilisée lorsqu'un élève se démarquait des autres en ayant beaucoup plus de coccinelles ou beaucoup moins dans le cas où pour gagner il fallait en avoir le moins possible. « *C'est Léa qui a gagné car elle en a 4 et c'est pas beaucoup* ».

Puis, la correspondance terme à terme, a également été utilisée. En effet, lorsque les gains étaient proches, certains élèves faisaient remarquer aux autres « *c'est Guillaume qui a gagné, car c'est juste un nombre après le mien* ». Pour se justifier, l'élève rappelait son nombre puis celui de son camarade et ajoutait en récitant la suite des nombres que 11 et 12 se suivent. Enfin, la dernière procédure utilisée a été celle de la comparaison directe des nombres de coccinelles en se justifiant par la récitation de la suite des nombres parfois.

Puis la deuxième séance et la troisième séance ont consisté à ajouter des jetons rouges. Dans le premier cas, le but était de gagner le plus de coccinelles donc il était préférable de l'échanger contre un jeton vert qui permettait d'obtenir le plus de coccinelles et dans le second cas, le but était d'obtenir le moins de coccinelles donc il était préférable d'échanger le rouge contre un jaune.

Cette activité avait pour but de mettre en avant des stratégies d'échange. Les élèves devant justifier leur choix.

Plusieurs caractéristiques sont apparues. Pour certains élèves, il s'agissait d'un choix non justifié par le nombre de coccinelle que le jeton permettait d'atteindre mais seulement d'un choix de couleur qui plaisait plus qu'une autre.

Cependant, des élèves avaient de réelles stratégies. En effet, pour la deuxième activité, certains se sont tout de suite justifiés dans leur choix en disant que « *c'était mieux de prendre le vert car on a plus de points* » (Sana, 5 ans). D'autres s'appuyaient sur le fait que le vert permettait de gagner ; « *je veux un vert car je peux gagner avec* » (Kilian, 6ans).

Pour l'activité dont le but était d'obtenir le moins de coccinelles possibles pour gagner, deux comportements sont apparus.

Le premier consistait en des choix stratégiques où les élèves justifiaient le choix du jeton jaune car il permettait d'obtenir seulement une coccinelle, d'autres avaient remarqués qu'il leur permettait de gagner sans donner plus de justification.

Ensuite, un deuxième comportement est apparu où certains élèves envisageaient le gain en piochant seulement à partir de la couleur, les élèves ayant repéré les jetons « permettant de gagner et ceux de perdre ». En effet, Kilian en piochant s'exclamait en disant : « Oh non ! J'ai perdu car j'en ai plus, vert ça fait perdre ! » ; ou Léa qui faisait remarquer à ses camarades que son voisin était en train de perdre car il en

avait déjà 10 (2 verts). Ces élèves avaient compris que lorsque le but était d'avoir le moins de coccinelles possibles, il ne fallait pas piocher de jetons verts et inversement lorsque le but était d'en avoir le plus.

Enfin, durant ces différentes activités mon rôle a été très important.

Tout d'abord, j'ai permis aux élèves par mon questionnement de les guider dans le raisonnement à suivre pour résoudre le problème.

En effet, lorsqu'il s'agissait d'échanger les jetons, je demandais aux élèves de justifier leur choix, ainsi cela pouvait permettre à des élèves qui n'avaient pas de stratégie d'en élaborer une pour les tours suivants. Les questions pouvaient donc porter sur le choix de la couleur du jeton échangé contre un rouge, d'expliquer ce choix. J'approfondissais le raisonnement en demandant aux élèves quel jeton ils piocheraient s'il n'y avait plus de jaune dans le cas où le but était d'avoir le moins de coccinelles. Ainsi, il s'agissait alors pour les élèves de se référer aux valeurs des jetons et ainsi de choisir le jeton permettant d'acquérir la quantité la plus petite possible.

Analyse quantitative de la première séance, la première partie pour les 12 élèves.

Tableau récapitulatif des procédures utilisées pour dénombrer le nombre de coccinelles à obtenir par les élèves	
procédures utilisées	nombre d'élèves utilisant cette procédure
dénombrement par surcomptage (sur les doigts, dans la tête, sur la frise)	4 élèves
utilisation d'une collection témoin par le dessin des coccinelles puis dénombrement de celle-ci	8 élèves

Après la première activité, on se rend compte que 2/3 des élèves procèdent par l'utilisation d'une collection témoin pour dénombrer le nombre de coccinelles qu'ils peuvent obtenir.

Analyse quantitative après une deuxième partie durant la première séance (sans jeton rouge) :

Tableau récapitulatif des procédures utilisées pour dénombrer le nombre de coccinelles à obtenir par les élèves	
procédures utilisées	nombre d'élèves utilisant cette procédure
dénombrement par surcomptage (sur les doigts, dans la tête, sur la frise)	7 élèves
utilisation d'une collection témoin par le dessin des coccinelles puis dénombrement de celle-ci	5 élèves

La répétition de cette activité a montré l'appropriation de la tâche par les élèves, ces derniers ayant de plus en plus recours au dénombrement par surcomptage.

L'introduction des jetons rouges dans les autres activités n'a pas modifié les procédures de dénombrement des élèves, ni l'activité trois qui consistait à avoir le moins de coccinelles possibles.

2) Analyse des erreurs.

Plusieurs difficultés ont été rencontrées par les élèves ce qui les a conduit à plusieurs types d'erreurs. Ainsi, j'ai pu distinguer deux catégories d'erreurs :

- les erreurs de correspondances entre valeur des jetons et quantité de coccinelles à récupérer : certains élèves ne tenaient pas compte de la valeur des jetons, lorsqu' il leur était demandé combien de coccinelles pouvait-il obtenir en échange de ses jetons, certains élèves répondaient trois, ayant en leur possession trois jetons.

- les erreurs de dénombrement : celles qui sont le plus intervenues, sont celles correspondantes au recomptage d'un ou plusieurs éléments plusieurs fois ou l'oubli d'un élément.

-Les autres erreurs : certains élèves ne prenaient pas en compte la totalité de leurs jetons mais donnaient la quantité du jeton leur permettant d'obtenir le plus de coccinelles.

Ainsi, le rôle de l'enseignant était d'aider les élèves ayant des difficultés à concevoir l'échange, la valeur des jetons et les stratégies d'échange. Pour se faire, j'ai demandé aux élèves ayant réussi à échanger leurs jetons d'expliquer leur procédures, pour que les élèves en difficulté se les approprient. De plus, comme je l'ai précisé précédemment, je leur ai permis d'échanger leurs jetons un à un contre les coccinelles, je leur ai suggérer le dessin des coccinelles pour d'autres ou je leur ai donné un jeton pour effectuer le déplacement sur la frise numérique.

Conclusion :

Bien que réalisé dans un temps court, ce mémoire m'a conduit à me poser de nombreuses questions auxquelles j'ai tenté de répondre. Ainsi, j'ai pu constater de l'évolution des pratiques d'enseignement dans ce domaine et me positionner dans les pratiques actuelles, cette recherche étant la réponse à ma question de départ qui était de comment envisager un tel apprentissage, me sentant démunie lors de mon stage en responsabilité.

Ce mémoire a donc été l'occasion de prolonger mes recherches et tout particulièrement dans l'approche du nombre, me permettant dorénavant d'envisager une pédagogie adaptée aux besoins des élèves et aux programmes.

J'ai ainsi retenu l'importance d'organiser cet apprentissage en favorisant les relations entre les notions mais également en n'oubliant pas de donner du sens, ce qui peut passer par des situations quotidiennes, de jeux, des situations-problèmes.

Ensuite, j'ai découvert que l'enseignement des mathématiques en maternelle n'a pas toujours été envisagé de la même manière. Les priorités d'enseignement ont ainsi évolué passant d'une priorité donnée au calcul puis au savoir-faire, pour de nos jours favoriser une approche plutôt qu'un apprentissage tout en rappelant l'importance des activités de comptage.

Au regard des manuels anciens et des manuels actuels, j'ai pu constater les modifications des pratiques d'enseignement. Ainsi, dorénavant l'étude du nombre doit faire sens aux élèves et pour se faire, on ancre les situations d'apprentissages dans des situations de jeux, de vie quotidienne et non plus dans une étude de chaque nombre les uns à la suite des autres comme ce pouvait être le cas jusqu'aux années 1970.

Ensuite, cette recherche m'a conduit à envisager une logique d'enseignement de « l'approche du nombre et des quantités », cet enseignement m'ayant questionné lors de mes stages. J'ai ainsi retenu l'idée essentielle que les apprentissages doivent établir des liens entre eux, notamment dans l'étude de l'aspect ordinal du nombre et de son aspect cardinal, mais également dans l'étude du nombre et des quantités.

Enfin, mon expérimentation en classe m'a conforté dans cette réflexion, mettant en avant le lien qui peut être fait entre étude de l'aspect cardinal et ordinal du

nombre, l'activité permettant aux élèves de mobiliser des notions de comptage, de dénombrement et de comparaison.

Cependant, des pistes n'ont pas pu être approfondies dans le temps qui m'était imparti pour la recherche et la rédaction de ce mémoire. Ainsi, si ma recherche devait se poursuivre, j'envisagerai une recherche plus approfondie dans l'étude des programmes, en exemplifiant davantage par une comparaison des manuels de différentes époques. En effet, j'ai été confronté à la difficulté de trouver des manuels. Cependant, il me semblerait intéressant de mener une recherche plus approfondie qui mettrait davantage en évidence les ressemblances et différences d'apprentissage au sein de ces manuels. Le constat étant que deux périodes se dégagent (avant 1970 et après 1970), on peut cependant penser qu'au sein de ces périodes différentes méthodes sont envisagées.

Il serait donc judicieux de dégager les manuels les plus utilisés et de les comparer. Cela permettrait d'approfondir les comparaisons qui pourraient être faites entre les deux périodes.

Enfin j'approfondirai ma recherche de l'apprentissage du nombre pour les autres cycles. De nombreuses pistes sont alors envisageables. En effet, on pourrait étudier l'apprentissage qui en est fait au cours préparatoire et tout particulièrement avec l'apprentissage des calculs et la résolution de problèmes. Puis on pourrait envisager une recherche sur l'apprentissage des nouveaux nombres au cycle des approfondissements.

BIBLIOGRAPHIE

Monographies :

- CHATEL LUC, *Qu'apprend-on à l'école maternelle*, les programmes officiels 2009-2010. Scérén, 2009.
- PIERRARD Alain, *Faire des maths à l'école maternelle*. Scérén, CRDP académie de Grenoble, 2002.
- NEY Lisbet, RAJAIN Claude, VASLOT Evelyne, *Des situations pour apprendre le nombre, cycle 1 et GS*, Outils pour les cycles, Scérén.
- VALENTIN Dominique, *Découvrir le monde avec les mathématiques, situation pour la grande section de maternelle*. Hatier, 2005. 150 p.
- ERMEL, *Apprentissage numérique et résolution de problèmes GS*. HATIER, 2005.

Monographie électronique (cédérom) :

- BRIAND Joël, LOUBET Martine, SALIN Marie-Hélène, *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Hatier pédagogie, 2004.

Sites internet :

- Education nationale, Bulletin officiel hors série n°1 du 14 février 2002, disponible à l'adresse : <http://www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/maternelle.htm>
- GOIGOUX Roland, *Congrès sur la maternelle, les sept malentendus capitaux*. 28 janvier 1998, disponible à l'adresse : <http://www.i-en-viarmes.ac-versailles.fr/IMG/pdf/2 - Les 7 Malentendus capitaux En Maternelle.pdf>.

J'ai également utilisé internet pour fournir en annexes des couvertures et pages de manuels.

- Illustrations de la méthode BOSCHER disponibles aux adresses suivantes :
<http://hiram.canalblog.com/archives/2006/05/20/1910720.html>
<http://livre.fnac.com>
<http://ribambins.canalblog.com>

<http://librairie-emile.over-blog.com>

<http://eco.rue89.com>

<http://mamienne.canalblog.com>

- Autres illustrations de manuels, disponibles aux adresses suivantes :

<http://cgi.ebay.fr/Scolaire-ancien-Livre-de-calcul-petits-/140537096059>

<http://ecole-neris-cp2010.blogspot.com/2010/08/materiel-de-travail.html>

<http://michel.delord.free.fr/nb-cps.pdf>

<http://amazone.fr>

<http://priceminister.com>

http://ienlyonhuitieme.free.fr/centre_ressources/voirtout.php

ANNEXES

I/ Couvertures de manuels et quelques extraits tirés de ces manuels, datant d'avant 1970.

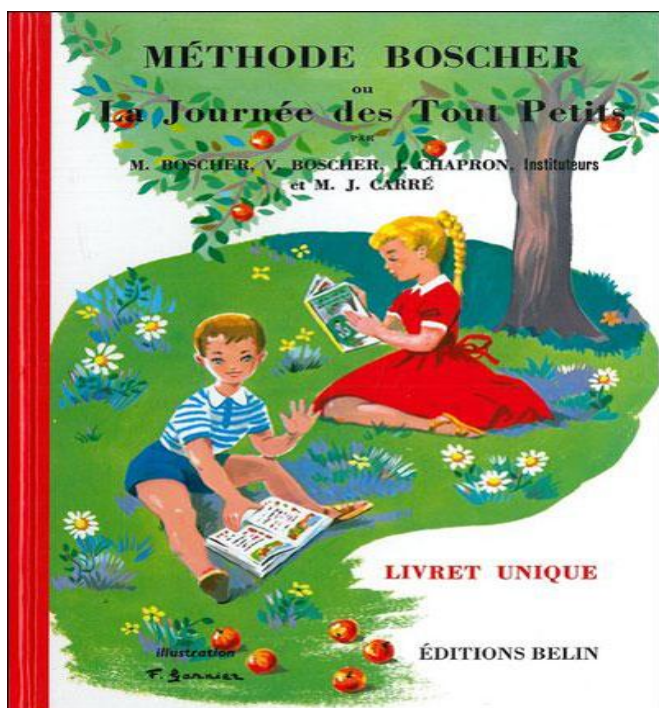
Le livret unique, La journée des tout-petits de M. BOSCHER



Premier livre paru en 1906

Source internet :

<http://hiram.canalblog.com/archives/2006/05/20/1910720.html>



Seconde édition, parue en 1915.

Source internet: <http://livre.fnac.com>

Extraits de pages du manuel :

MÉTHODE BOSCHER - TABLEAU N°3

l. n. c. m. p. r. l. t. m. p. c. n. t. l. r. m.

2 d da. de. de. du. de. da. di. de,
do do. da da. midi. mode. domino. du ne.
mo de la. ma la da. re ma da. le dépo sé. du rôti de ca ne.
d. il. da. di. de. la dame. une petite. le comarade d'au

v va. vé. vé. va. vu. ve. vl. ve.
vi te. a va re. vé ri té. na vi re. sa va le.
la lé co mti va. u ne vi pè re. va lé re vi de ra la cu ve.
v. v. va. ve. ve. une vigne. la cour. chez dans la ville.

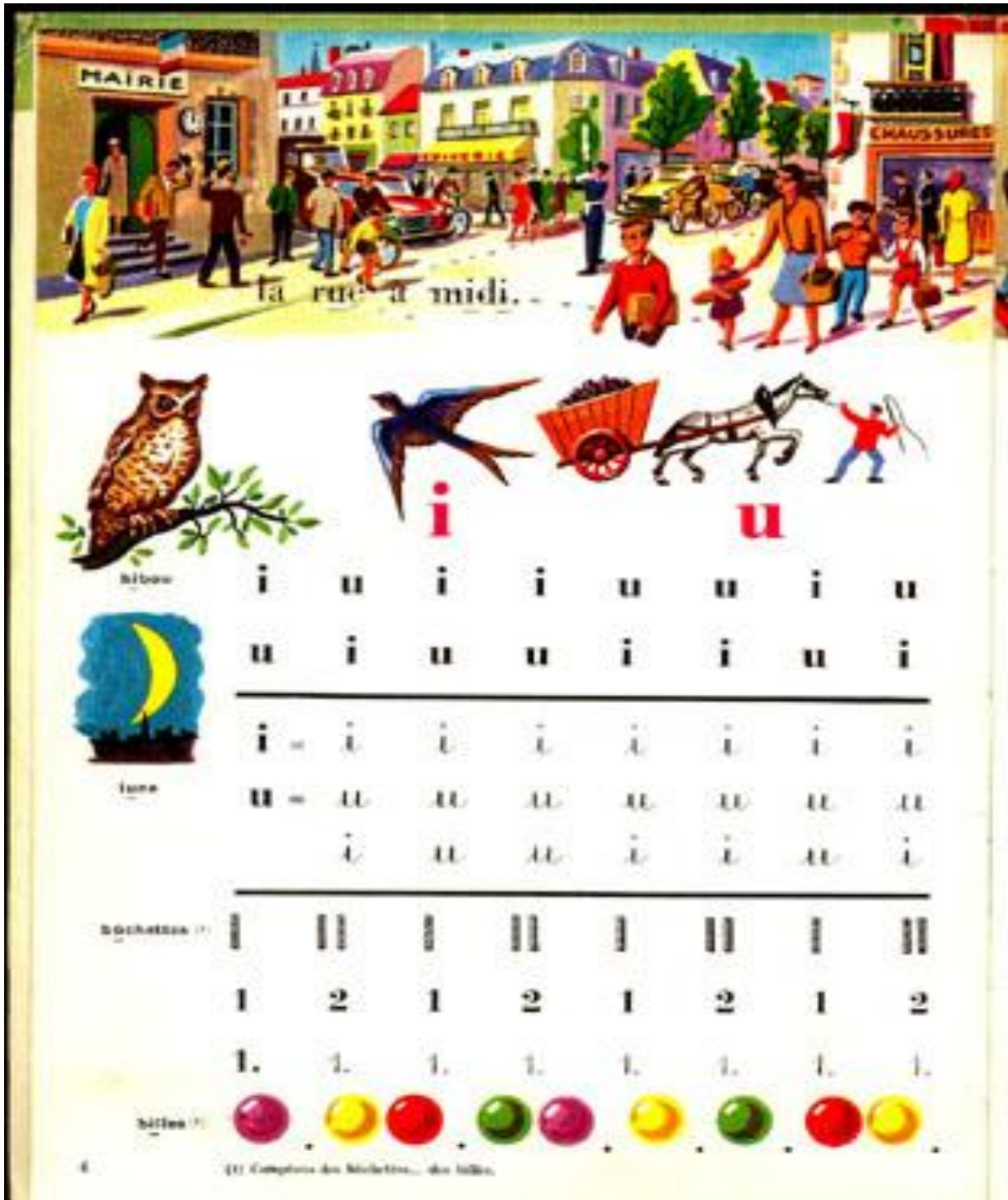
s sa. sé. so. sè. si. sa. se. sè.
se ri ne. sa va te. sa me di. si mo ne. si do nie.
la sa li è re. de la sa li va. sa ra a sa li sa ca pe li ne.
s. s. sé. se. se. la sève. de la salade. souvent l'air se rafraîchit.

b bé. ba. be. bo. bè. bi. be. ba.
bo bo. bé bé. bé te. tu be. ca ra ti ne. bi è re.
la sa bo ti è re. o vi de ba ti ra u ne pe ti te ca ti ne.
b. b. ba. ba. bi. la robe. la cabane. sans doute la bête.

f fu. fé. fu. fe. fé. fi. fa. fe
fè ve. fè te. ra fa la. fi la tu re. ca fé ti è re.
é va fi le. le ca lo ri fè re fu me. sa bi ne fe ra du ba ba.
f. f. fu. fe. de la farine. du café. une coupe de lait.

1111	0	1111 11	0	11	+	11	0	1111 0-11	0
1111 11		111		1111	+	11		111	-11
11		1111 1111		111	+	11		11	-11
111		11		1	+	11		1111 1-11	
1111 1		1111 111		1111	+	11		11	-11

Extrait tiré de la première parution du livre, de 1906.
Source internet : ribambins.canalblog.com



Première page du manuel, tiré de la deuxième édition.
 Source internet : librairie-emile.over-blog.com



î. u. o. a. e. é. è. ê.

peste



P = p



1 pipe

pi. pu. po. pa. pe. pé. pè. pê.
po. pê. pu. pe. pi. pè. pa. pé.
pa pa. pi pe. é pi. pi e.



1 épi

poulets

P = p p p p p p p p p
 pi. pu. po. pa. pe. pé. pè. pê. pe.
 pipe. papa. épi. pie.



pousins

1000 = 1

4. 3+1 2+2 1+3

4-1 4-2 4-3

1 2 3 4 4 3 2 1

4 4 4 4 4 4 4 4

1000 = 1 1000 = 1 1000 = 1



toto a été têtu.

e. a. p. ê. u. p. o. è. i. pe. pa. pé.



étui

tenaille



t = t

ta. té. ti. te. tu. tè. to. têt.



patate

to to. têt te. têt tu. é té. tâ té. é tu i. tu é.
pa ta te. pâ té. ta pe. pe ti te. pâ te. é ta pe.
to to a é té têt tu, pa pa a ta pé to to.



tête

t = t t t. ta. te. tu. tè. to. t*e*. ti. t*e*.
ta t*e*te. toto. têtu. èt*e*. tât*e*. èt*u*i. t*u*i
papa, toto a èt*e* ta petite pipe.

bûchettes

5 = | + | + | + | + |⁽¹⁾ . |||| + | . |||| + || . || + |||| . | + |||| .

|| + || + |⁽²⁾

4 + 1 . 3 + 2 . 2 + 3 . 1 + 4 .

5 - 1 . 5 - 2 . 5 - 3 . 5 - 4 .

cartes
de bouton



5 5 5 5 5 5 5 5 5



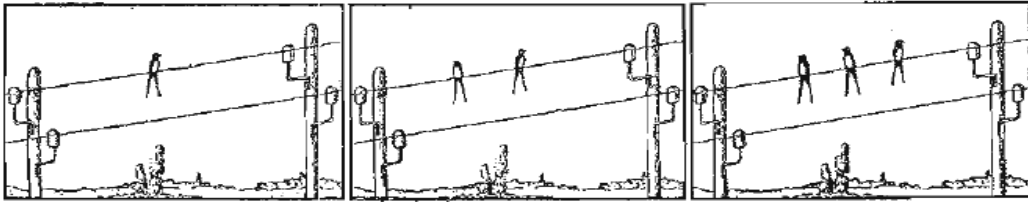
Livre de calcul pour les tout-petits, de Jacques BERTIN, collection du cours HATTEMER-PRIGNET, publié en 1945



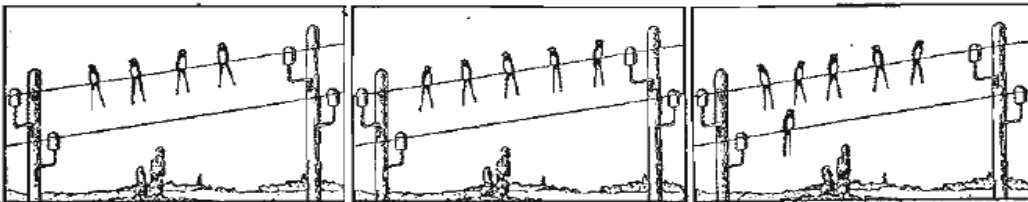
Source internet : <http://cgi.ebay.fr/Scolaire-ancien-Livre-de-calcul-petits-/140537096059>

Mais aussi, un extrait de la leçon intitulée « les dix premiers nombres », tirée de « De 1 à 100, premier livre d'arithmétique », d'A. LEMOINE, édition hachette, 1925.

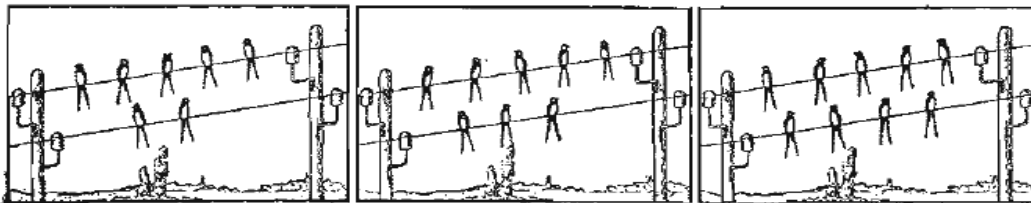
Les dix premiers nombres.



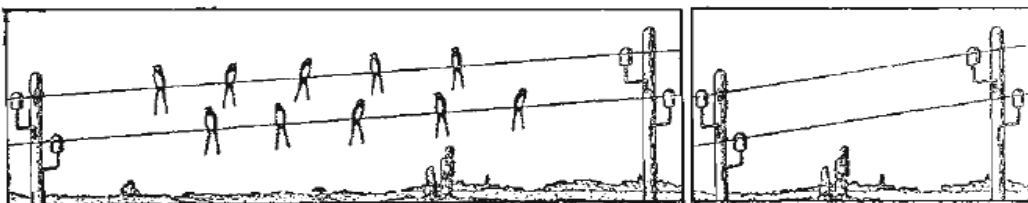
Un : 1 hirondelle. **Deux : 2** hirondelles. **Trois : 3** hirondelles.



Quatre : 4 hirondelles. **Cinq : 5** hirondelles. **Six : 6** hirondelles.



Sept : 7 hirondelles. **Huit : 8** hirondelles. **Neuf : 9** hirondelles.

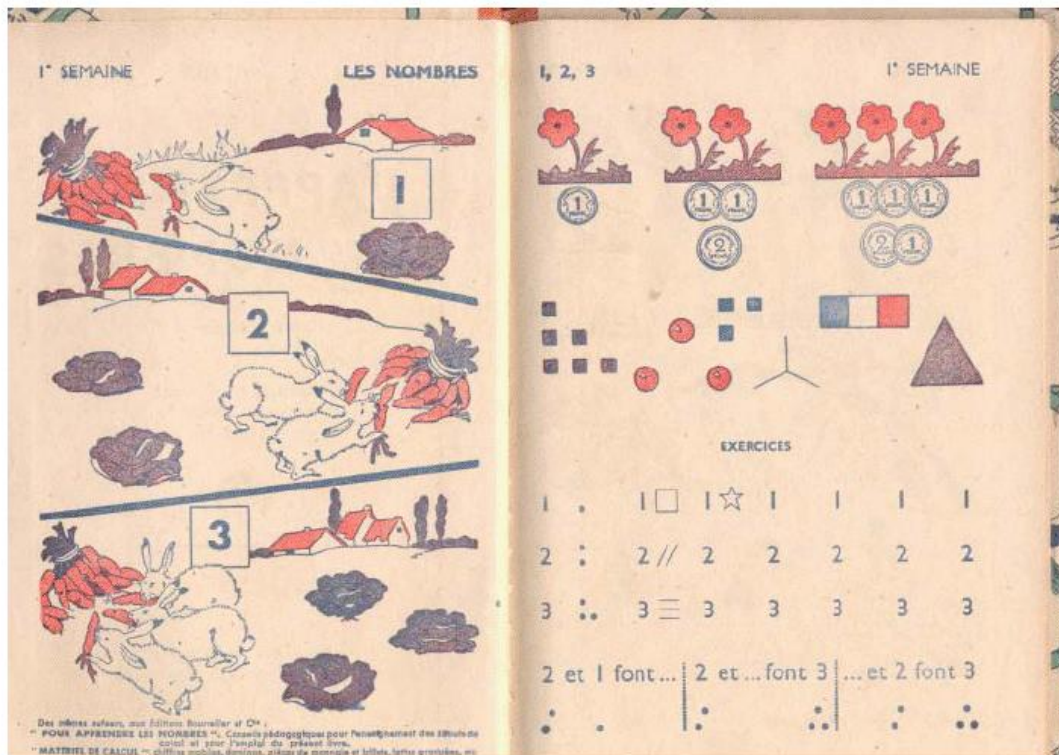
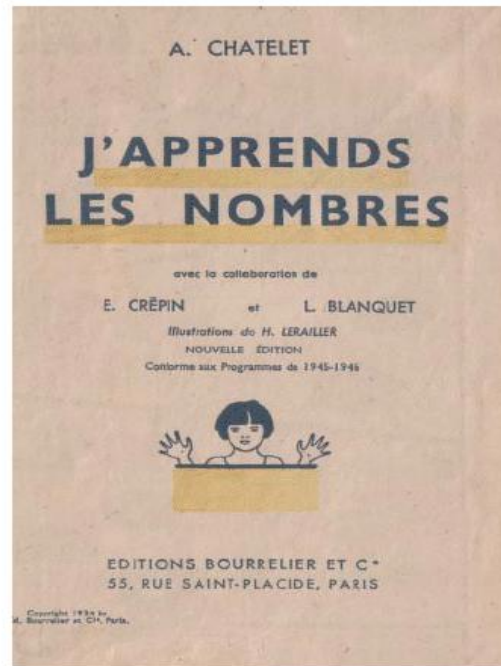
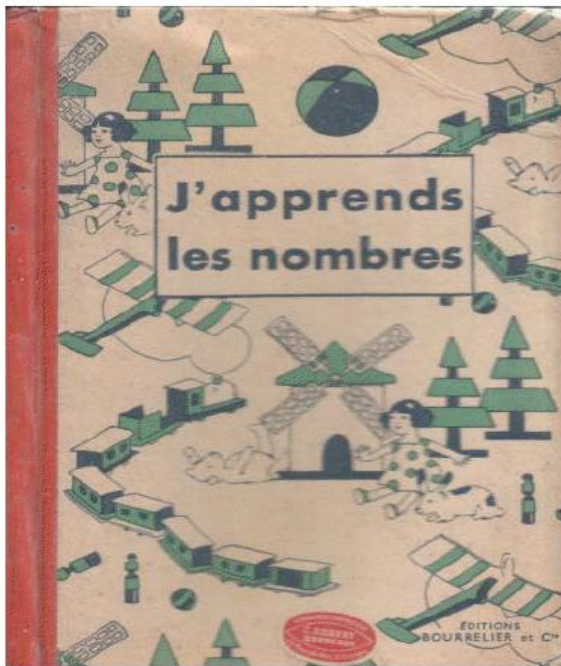


Dix : 10 hirondelles. **Zéro : 0** hirondelle.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

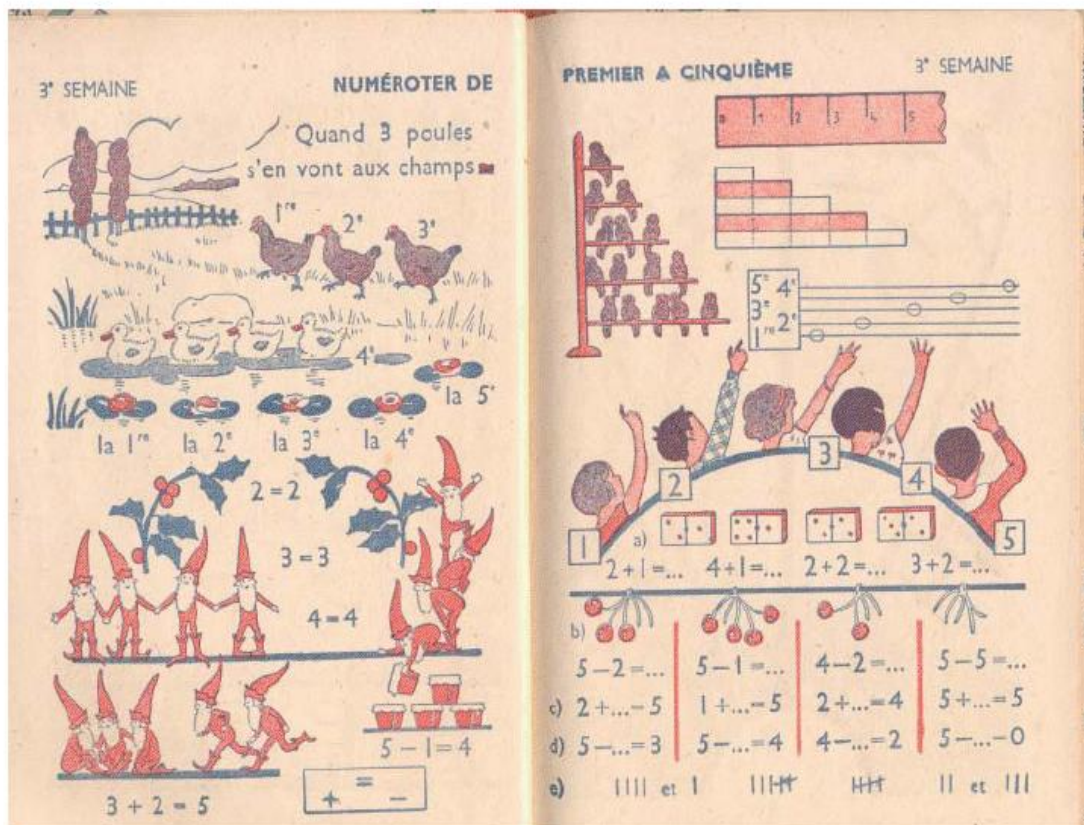
Les limites de cette approche sont que le nombre est exprimé seulement comme mesure de grandeur, permettant de dénombrer le nombre d'hirondelles. De plus, les hirondelles ne sont pas toutes sur le même fil ce qui peut engendrer des problèmes de compréhension des élèves.

J'apprends les nombres, d'A. CHATELET, conforme aux programmes de 1945.
Editions BOURRELIER et C*.



1

2



3

source : michel.delord.free.fr/nb-cps.pdf

Ce livre est destiné au cours préparatoire. Conformément aux programmes de 1945, la numération sera étudiée jusqu'à 100.

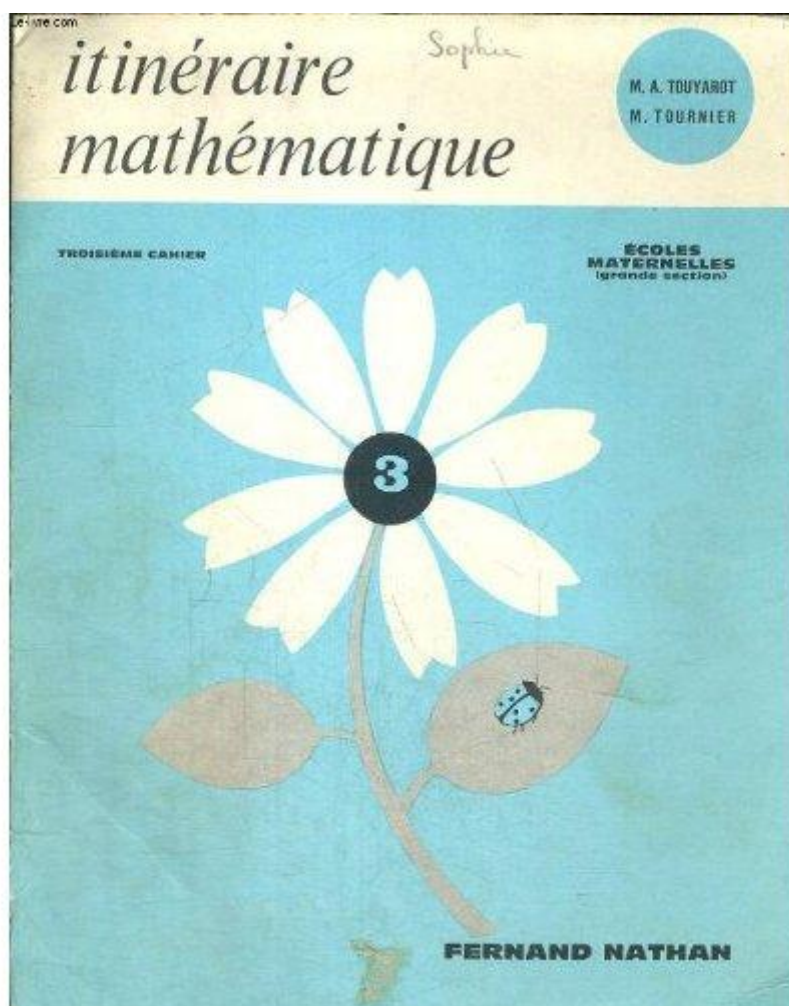
Le nombre est dans la première page utilisé comme mesure de grandeurs. Puis rapidement sont introduits les calculs (cf 3^{ème} semaine). Cette même page propose une étude de l'aspect ordinal et de l'aspect cardinal du nombre. En effet, un rangement est proposé avec les poules et les canards, puis des activités de calculs d'addition et de soustraction sont développées.

La progression du livre montre que les calculs vont évoluer avec des additions et soustractions posées de nombres à 2 chiffres avec retenue. Les signes sont introduits directement sans explications. La multiplication et la division sont introduites en vingtième semaine en présentant les notions de doubles et de parts.

II / Extrait de manuels ou de livres didactiques parus après la réforme des « mathématiques modernes ».

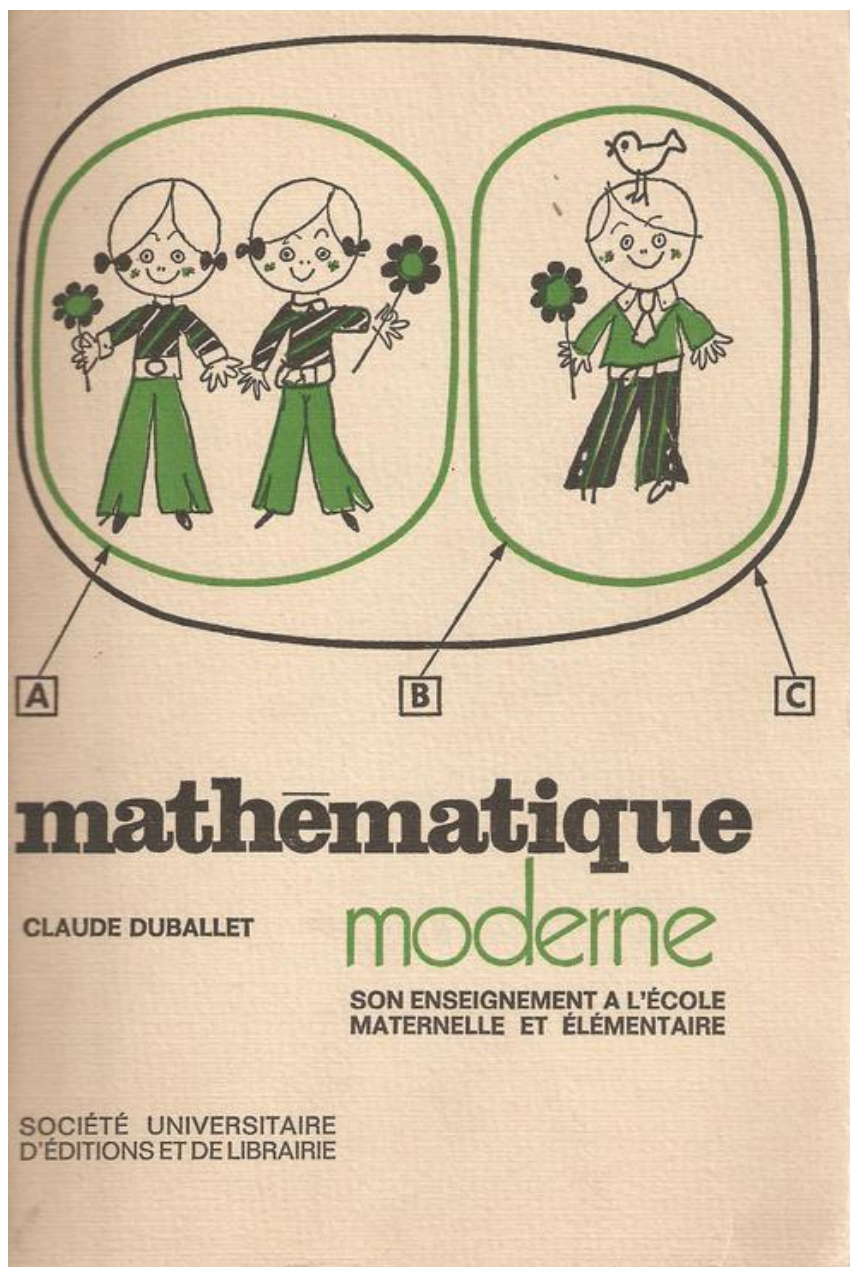
Parus dans les années 1970 :

M.A TOUYAROT et M.TOURNIER, Itinéraire mathématiques, écoles maternelles, grande section. Edition Fernand Nathan, 1968.



Source internet : amazon.fr

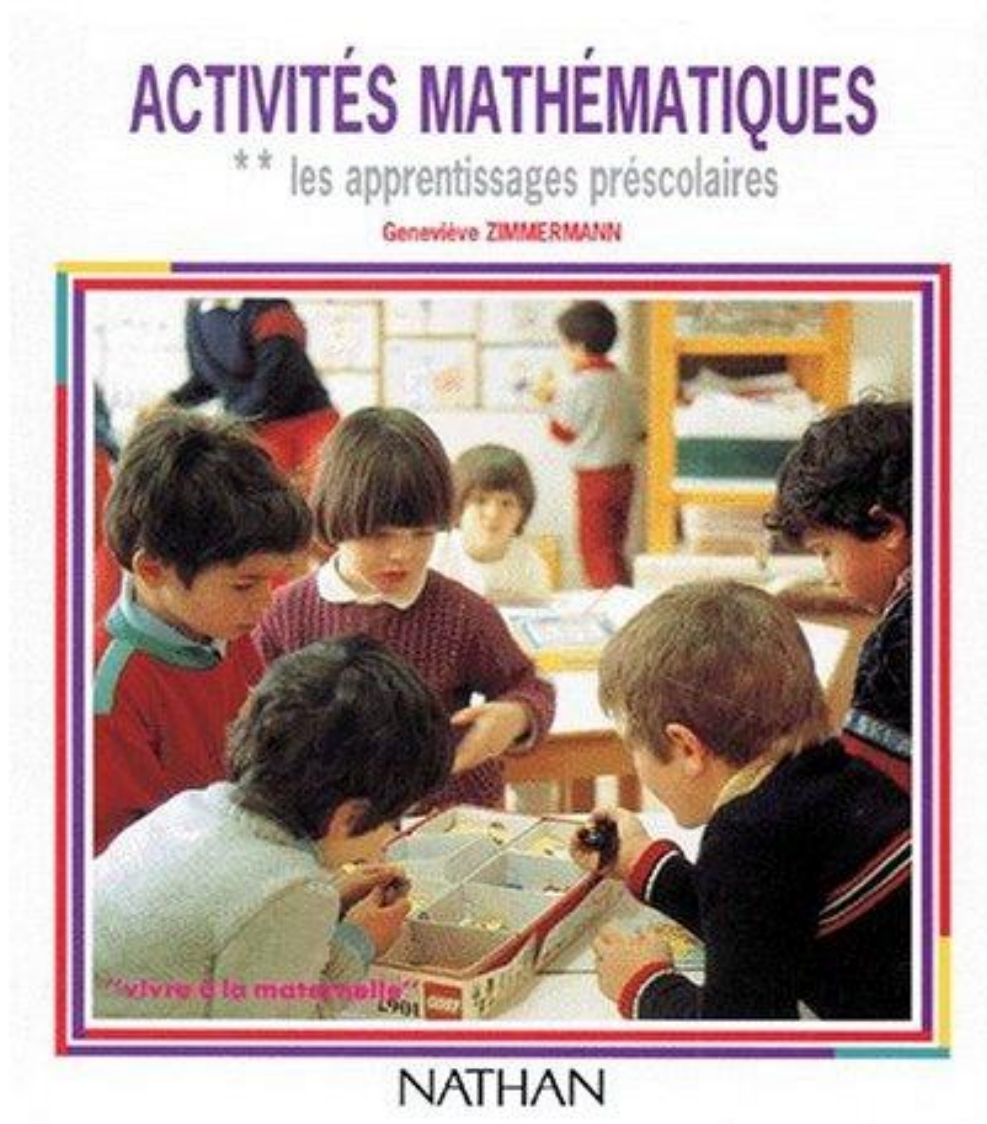
DUBALLET Claude, *Mathématiques modernes : son enseignement à l'école maternelle et élémentaire*. Société universitaire d'éditions et de librairie, 1971.



Source internet : priceminister.com

Parus dans les années 1980 :

ZIMMERMANN G., Activités mathématiques, les apprentissages préscolaires. Nathan, 1986.



Source internet : http://ienlyonhuitieme.free.fr/centre_ressources/voirtout.php

Parus dans les années 90 :

BRISSIAUD R., J'apprends les maths GS, livre du maître. Retz, 1994.

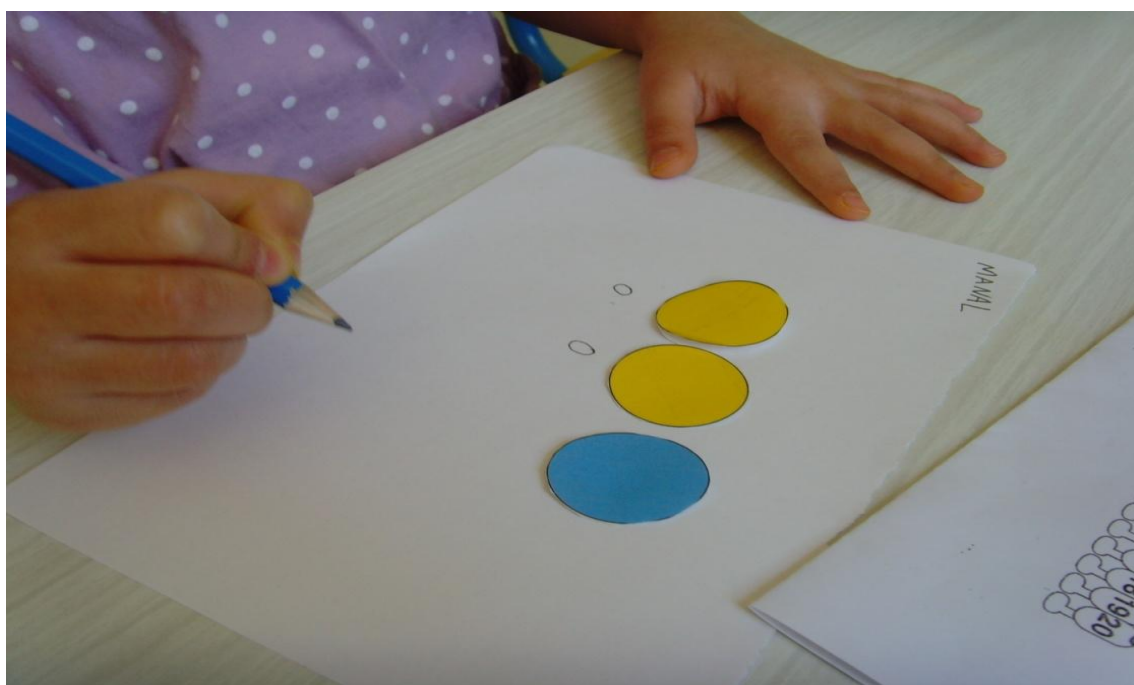


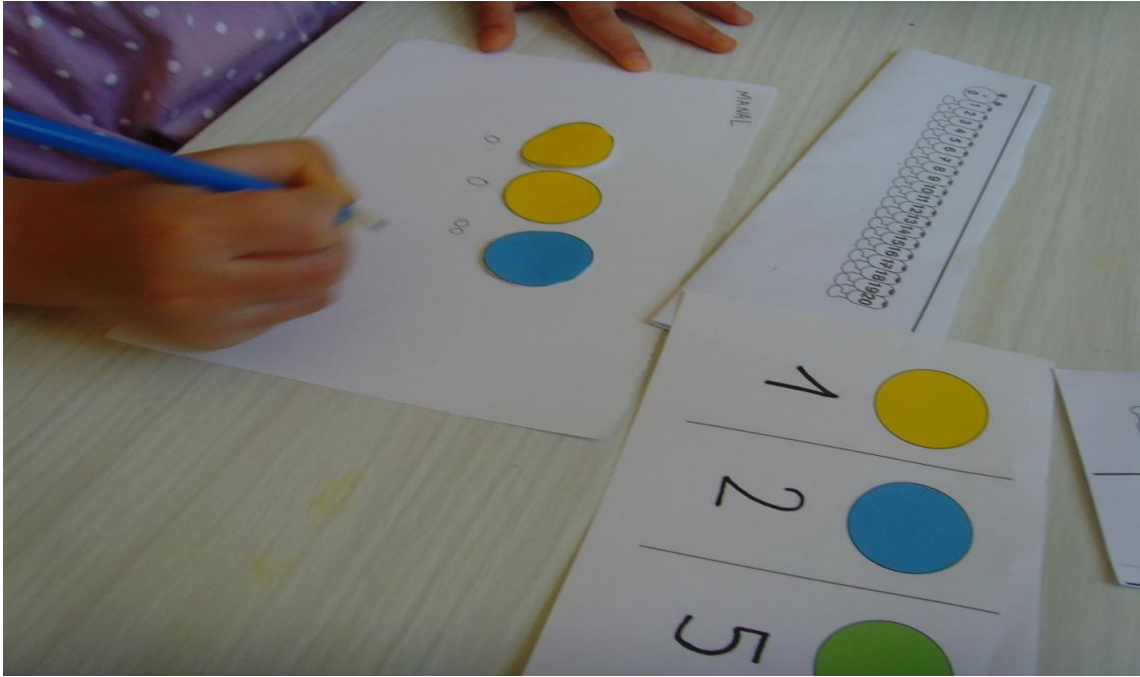
Ce manuel propose trois chapitres concernant le nombre visant à apprendre à calculer.

Ce manuel sera réactualisé les années suivantes et sera accompagné d'un livre à calculer. De plus, ce manuel est disponible pour chacun des cycles de l'école primaire.

III/ Photos prises lors mes séances.

Trois photos montrant des élèves en train de dessiner la valeur de leurs jetons pour ensuite pouvoir les dénombrer.





Un élève calculant directement la valeur de ses jetons :



Julie CORBIN

Les mathématiques en maternelle : l'étude du nombre

Résumé :

Ce mémoire est la consécration d'une année de recherche autour des mathématiques à l'école maternelle et plus particulièrement de l'apprentissage du nombre.

Il propose une comparaison des programmes pour y analyser la place des mathématiques à l'école maternelle puis se focalise sur le nombre.

La recherche a alors consisté à étudier la place du nombre dans les apprentissages, également l'approche possibles avec de jeunes élèves et enfin les apprentissages que cette notion permet.

Enfin, une expérimentation a été réalisé auprès d'élèves de grande-section, le mémoire en présente la situation et analyse les procédures et erreurs des élèves.

Ainsi, ce mémoire vous propose une recherche sur l'approche des nombres à l'école maternelle ainsi que la construction du sens donné aux nombres par les élèves.

The mathematics at the nursery school: the study of the number

Summary :

This report is the consecration of one year of research about mathematics at nursery school and more particularly about the learning of the number.

It proposes a comparison of curriculums in order to analyze the place of mathematics at nursery school and then it focuses on the number.

Then the research consisted in studying the place of the number in the learning process, as well as the possible approach with young pupils and finally the learning that this notion enables.

Finally, an experience was realized with pupils of grande section. The report presents the situation and analyzes the procedures that pupils used and the mistakes they made.

Thus, this report offers a research based on the approach of the numbers at nursery school and on the meaning pupils make of the numbers.