Analyse de mouvements de fourrages chez le guillemot de Brünnich (Uria lomvia)
Mohamed Akodad

To cite this version:
Mohamed Akodad. Analyse de mouvements de fourrages chez le guillemot de Brünnich (Uria lomvia). Méthodologie [stat.ME]. 2012. <dumas-00730796>

HAL Id: dumas-00730796
https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00730796
Submitted on 11 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.
Rapport de stage

Analyse de mouvements de fourrages
chez le guillemot de Brünnich

(Uria lomvia)

Stagiaire : Mohamed AKODAD
Maître de stage : M. Cédric SUEUR
REMERCIEMENTS

Je tiens tout d’abord à remercier Mr Cédric SUEUR, maître de conférences à l’université de Strasbourg, ainsi que Mr Nicolas POULIN, ingénieur de recherche, pour m’avoir encadré durant ces deux mois de stage, pour le temps qu’ils m’ont consacré tout au long de cette période et pour avoir répondu à mes questions.

Je remercie également, Mme Odile PETIT, responsable de l’équipe, pour m’avoir accueilli, pour ses conseils et recommandations.

Je tiens à remercier également, Mme Valérie DUFOUR et Céline BRET, pour leur accueil sympathique et leur aide tout au long de ces deux mois.

Un grand merci également à toutes les personnes rencontrées au sein du DEPE durant ces deux mois de stage pour leur accueil et leur bonne humeur, en particulier à Yan ROPERT COUDERT et Akiko KATO.
Table des matières

1) Introduction ........................................................................................................................................4
   1.1) Présentation du laboratoire ........................................................................................................4
   1.2) Données et présentation du sujet ................................................................................................5

2) Les lois de probabilités ....................................................................................................................7
   2.1) La loi exponentielle ..................................................................................................................7
   2.2) La loi de Weibull .....................................................................................................................7
   2.3) Loi de type puissance ...............................................................................................................8

3) Estimation par maximum de vraisemblance .................................................................................9
   3.1) Modèles statistiques ...............................................................................................................9
   3.2) La vraisemblance ....................................................................................................................9
   3.3) Estimation par maximum de vraisemblance .........................................................................9
       3.3.1) Calcul de l’estimation par maximum de vraisemblance pour la loi exponentielle ......10
       3.3.2) Résultats : ......................................................................................................................11
       3.3.3) Calcul de l’estimation par maximum de vraisemblance pour la loi de weibull ......12
       3.3.4) Résultats : ......................................................................................................................13

4) Test Statistique et QQ-plot .............................................................................................................14
   4.1) Test statistique .......................................................................................................................14
   4.2) Test de Kolmogorov-Smirnov ................................................................................................15
       4.2.1) Résultats : .....................................................................................................................15
   4.3) QQ-Plot ..................................................................................................................................16
       4.3.1) Résultats : .....................................................................................................................17

5) DISCUSSION .....................................................................................................................................21

6) Bibliographie ....................................................................................................................................30
1) Introduction

1.1) Présentation du laboratoire

J’ai réalisé mon stage du 01 Juin 2012 au 31 Juillet 2012, au Département d’Ecologie, Physiologie et éthologie (DEPE) dirigé par Mme Odile Petit et qui est un des trois départements de l’Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien (IPHC).

Ce département possède trois axes de recherche :

- Le premier étudie comment l’animal répond aux changements environnementaux (variations climatiques et/ou abondance des ressources alimentaires) ou anticipe ces changements.

- Le deuxième caractérise les mécanismes adaptatifs, comportementaux ou physiologiques, avec leurs éventuelles implications biomédicales ou biotechnologiques.

- Le troisième utilise les animaux comme indicateurs des conséquences des changements climatiques sur les ressources alimentaires.
1.2) Données et présentation du sujet

La collecte des données a eu lieu en Juillet 2011, à Coats Island, Nunavut (CANADA), par l’équipe de Yan Ropert Coudert à l’IPHC, sur quatorze guillemots de Brünnich (*Uria lomvia*). Le guillemot est un oiseau marin plongeur de la famille des alcidés (figure 1). Comme la plupart des oiseaux marins le guillemot est un fourrageur à place centrale (« central place forager » en Anglais) qui niche sur des falaises pendant le court été boréal, ce qui impose une contrainte temporelle sur la réalisation de la reproduction. Les parents réalisent des trajets en mer soit pour se nourrir lors de la phase d’incubation de l’œuf, soit pour approvisionner le poussin lorsque l’œuf a éclot. Durant les trajets en mer, ils alternent des phases de vol battu et de vol plané pour se rendre sur les zones riches en proies (diverses espèces de poissons), avec des phases de plongées plus ou moins profondes durant lesquelles ils poursuivent leurs proies sous l’eau. La collecte des données s’est faite grâce à des bio-loggers.

![Figure 1: Individu adulte de l’espèce guillemot de Brünnich](image)

Un bio LOGGER est un dispositif qui se fixe sur l’animal et qui permet d’enregistrer les données biologiques d’un être vivant, telles que les déplacements, la vitesse d’accélération, et bien d’autres paramètres biologiques (Ropert-Coudert & Wilson 2005). Le guillemot peut être équipé soit d’un GPS uniquement, soit d’un GPS en combinaison avec d’autres instruments de mesures, comme par exemple un enregistreur de la température et de la pression hydrostatique pour les oiseaux plongeurs.
Dans notre étude, je me suis intéressé aux données obtenues par les GPS, notamment la distance parcourue par les guillemots, distance qui était enregistrée toute les deux minutes. Le calcul de la distance s’est fait par l’intermédiaire de la latitude et la longitude relevé par le GPS. De plus, je distinguerai deux types de données, les données brutes, issues du calcul direct de la distance et des données arrondies, données issues des données brutes dont nous avons pris l’arrondi à l’entier le plus proche.

Plusieurs articles ont été écrits quant à l’étude des mouvements de fourragements chez les animaux (e.g. Bartumeus et al. 2012, Marell et al. 2002, Reynolds 2012, Sueur et al. 2011, Sueur 2011) afin de mieux comprendre leurs déplacements dans leurs écosystèmes. En effet, dans ces articles, ils étudient la loi de distribution qui décrit le mieux les déplacements et en déduisent si le mouvement est de type brownien ou Lévy. Le mouvement brownien correspond à une recherche aléatoire tandis que le vol de Lévy correspond à une recherche dirigée et optimale de l’animal. Si les données suivent une loi exponentielle alors le mouvement est brownien, en revanche, si elles suivent une loi de type puissance alors le mouvement correspond à un vol de Lévy. En effet, le vol de Lévy produit des trajectoires avec de plusieurs petits déplacements et temporairement des déplacements longs, tandis que le vol brownien produit des déplacements constants.

C’est pour cela que, nous étudierons les déplacements des guillemots dans un premier temps, nous allons estimer par maximum de vraisemblance les paramètres d’une loi de Weibull et le paramètre d’une loi exponentielle, puis, nous testerons si ces données correspondent à une loi de Weibull car elle possède une queue de distribution plus longue que la loi de type puissance, mais nous testerons également si ces données correspondent à une loi exponentielle car elle représente une loi particulière de la loi de Weibull ($\beta = 1$) et possède une queue de distribution plus petite.
2) Les lois de probabilités

2.1) La loi exponentielle

Définition :

Soit $\lambda > 0$. Une variable aléatoire $X$ à valeurs dans $[0; +\infty[$ suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda$, si $X$ est une variable continue et admet pour densité de probabilité la fonction suivante :

$$f_X(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases}$$

Proposition :

La fonction de répartition d’une loi exponentielle est égale à :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda x) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

2.2) La loi de Weibull

Définition :

Soit $\beta > 0$ et $\eta > 0$. Une variable aléatoire $X$ à valeurs dans $[0; +\infty[$ suit la loi de Weibull de paramètres $\beta$ et $\eta$, si $X$ est une variable continue et admet pour densité de probabilité la fonction suivante :

$$f_{\beta, \eta}(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} t^{\beta-1} \exp \left( -\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta \right) & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases}$$
Proposition :

La fonction de répartition d’une loi de Weibull est égale à :

\[
F(x) = \begin{cases} 
1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta\right) & \text{si } x \geq 0 \\
0 & \text{si } x \leq 0 
\end{cases}
\]

2.3) Loi de type puissance

Ce type de loi est utilisé par Bartumeus et al. (2012), Marell et al. (2002), Sueur et al. (2011), et Sueur, (2011), mais j’ai trouvé très peu de bibliographie en mathématiques évoquant ce type de loi, peut être veulent ils parler de loi de type puissance, comme on parle de lois appartenant à la famille exponentielle.

Définition :

Soit \( \alpha > 1 \). Une variable aléatoire \( X \) à valeurs dans \([x_{\min}, +\infty[\) suit une lois de type puissance de paramètres \( \alpha \) et \( x_{\min} \), si \( X \) admet pour densité de probabilité la fonction suivante :

\[
f_X(t) = \begin{cases} 
\frac{\alpha - 1}{x_{\min}} \left(\frac{t}{x_{\min}}\right)^{-\alpha} & \text{pour } t \geq x_{\min} \\
0 & \text{pour } t < x_{\min} 
\end{cases}
\]

La fonction de répartition d’une loi de type puissance est égale à :

\[
F(x) = \begin{cases} 
1 - \left(\frac{x}{x_{\min}}\right)^{-\alpha + 1} & \text{si } x \geq x_{\min} \\
0 & \text{si } x < x_{\min} 
\end{cases}
\]
3) **Estimation par maximum de vraisemblance**

3.1) **Modèles statistiques**

L’introduction de modèles statistiques est un moyen de prendre en compte l’information à priori. On va supposer que la loi inconnue $P_X$ appartient à un ensemble de lois déterminées à l’avance, celles présentées ci-dessus.

**Définition :**

Soit $X$ une variable aléatoire dans $(\Omega, \mathcal{F})$, où $\mathcal{F}$ est la tribu borélienne de $\Omega$.

On appelle **modèle statistique** pour $X$ tout triplet $(\Omega, \mathcal{F}, \{P_{0\theta}\}_{\theta \in \Theta})$, où $\{P_{0\theta}\}_{\theta \in \Theta}$ est une collection de probabilités sur $(\Omega, \mathcal{F})$ indexée par un ensemble d’indices quelconque $\Theta$ tel que $P_X \in \{P_{0\theta}\}_{\theta \in \Theta}$.

Un **modèle statistique est dominé** s’il existe une mesure $\sigma$-finie $\mu$ sur $(\Omega, \mathcal{F})$ telle que :

Pour tout $F \in \mathcal{F}$, $\mu(F) = 0$ $\Rightarrow$ pour tout $\theta \in \Theta$, $P_{0\theta}(F) = 0$

3.2) **La vraisemblance**

D’après le théorème de Radon-Nikodym, si $(\Omega, \mathcal{F}, \{P_{0\theta}\}_{\theta \in \Theta})$ est dominé par une mesure $\mu$, il existe pour tout $\theta \in \Theta$ une densité $f_0 : \Omega \to \mathbb{R}^+$.

On peut définir la vraisemblance du modèle $(\Omega, \mathcal{F}, \{P_{0\theta}\}_{\theta \in \Theta})$ de la façon suivante :

$L : \Omega \times \Theta \to \mathbb{R}^+$

$(x, \theta) \to f_0(x)$

3.3) **Estimation par maximum de vraisemblance**

Si $f$ est la densité d’une certaine loi de probabilité de paramètre $\theta$ inconnu, et si nous avons $n$ observations $x_1, \ldots, x_n$, l’estimateur du maximum de vraisemblance de $\theta$ est donné par :

$$\hat{\theta} = \arg \max \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta), \theta \in \mathbb{R}$$

Ou encore en passant au logarithme :

$$\hat{\theta} = \arg \max \sum_{i=1}^n \log (f(x_i; \theta)), \theta \in \mathbb{R}$$

3.3.1) Calcul de l’estimation par maximum de vraisemblance pour la loi exponentielle

La vraisemblance est un produit de valeurs de la densité et elle vaut :

\[ L(x_1, \ldots, x_n, \lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda e^{-\lambda x_i} = \lambda^n e^{-\lambda \sum x_i} \]

Son logarithme est :

\[ \log (L(x_1, \ldots, x_n, \lambda)) = n \log(\lambda) - \lambda \sum x_i \]

La dérivée par apport à \( \lambda \) est :

\[ \frac{\partial \log (L(x_1, \ldots, x_n, \lambda))}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum x_i \]

L’estimateur de maximum de vraisemblance vaut :

\[ \hat{\lambda} = \frac{n}{\sum x_i} \]

En effet la dérivée seconde est négative est vaut :

\[ \frac{-n}{\hat{\lambda}^2} \]
3.3.2) Résultats :

Tableau 1 : résultats de l’estimation des données brutes

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>$\hat{\lambda}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.008837029</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.007126994</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.005439038</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.01385652</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.008462279</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.00549153</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.006618427</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.005187178</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.005452742</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.003699699</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.00519025</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.006919538</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.008773009</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.007747013</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tableau 2 : résultats de l’estimation des données arrondies:

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>$\hat{\lambda}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.002010774</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.002302519</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.001892101</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.005054313</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.001854129</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.003226694</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.001536615</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.003147999</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.001254653</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.001854294</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.003712504</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.001515957</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.004738214</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.004657582</td>
</tr>
</tbody>
</table>
3.3.3) Calcul de l’estimation par maximum de vraisemblance pour la loi de Weibull

La vraisemblance est un produit de valeurs de la densité et elle vaut :
\[
L(x_1, \ldots, x_n, \eta, \beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\beta}{\eta^\beta} x_i^{\beta-1} \exp \left( -\frac{x_i}{\eta} \right) \\
= \left(\frac{\beta}{\eta^\beta}\right)^n \prod_{i=1}^{n} x_i^{\beta-1} \exp \left( -\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\eta} \right)
\]
Son logarithme est :
\[
\log(L(x_1, \ldots, x_n, \eta, \beta)) = n \log(\beta) - n \beta \log(\eta) + (k-1) \sum_{i=1}^{n} \log(x_i) - \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\eta} \beta
\]

La dérivée par rapport à \( \eta \) est :
\[
\frac{\partial \log(L(x_1, \ldots, x_n, \eta, \beta))}{\partial \eta} = \frac{-n \beta}{\eta} + \frac{\beta}{\eta^{\beta+1}} \sum_{i=1}^{n} x_i^\beta
\]

La dérivée par rapport à \( \beta \) est :
\[
\frac{\partial \log(L(x_1, \ldots, x_n, \eta, \beta))}{\partial \beta} = \frac{-n}{\beta} - n \log(\eta) + \sum_{i=1}^{n} \log(x_i) - \sum_{i=1}^{n} \log(x_i) \left(\frac{x_i}{\eta}\right)^\beta
\]
Il n’existe pas d’expression analytique pour trouver \( \hat{\eta} \) et \( \hat{\beta} \), comme pour le calcul fait ci-dessus pour l’estimateur du maximum de vraisemblance pour une loi exponentielle.
C’est pour cela, que nous allons utiliser des fonctions du logiciel R, afin d’en approximer les solutions.
Nous allons utiliser les fonctions suivantes :
- `fitdistr()` qui est incluse dans le package MASS
- `mle()` qui est incluse dans le package stats4
La fonction `fitdistr()` permet de calculer, l’estimation par maximum de vraisemblance de quasiement toutes les lois, en particulier la loi de Weibull, en voici un extrait du code :

```
x1<-fitdistr(Step.length, "weibull")
```
où `Step.length` représente les données et “weibull”, la loi dont on veut estimer les paramètres.

Ensuite, la fonction `mle()` permet d’optimiser l’estimation des paramètres, en calculant le maximum de la vraisemblance de manière itérative, mais cette fonction a besoin de valeurs de départ, on prendra celles données par la fonction `fitdistr()` car comme on l’a constaté, il n’existe pas d’expression analytique afin de trouver $\hat{\eta}$ et $\hat{\beta}$, en voici un extrait du code :

```
par<-c(0.61488647,61.46620451)
vrais<-function (a,b){
n=length(Step.length)
logvrais=n*log(a)-n*a*log(b)+(a-1)*sum(log(Step.length))-sum((Step.length/b)^a)
return(-logvrais)}

est<-mle(minuslog=vrais, start=list(a=0.61488647,b=61.46620451))
summary(est)
```
où « par » représente l’estimation par la fonction `fitdistr()`, `vrais()`, représente le logarithme de la vraisemblance d’une loi de Weibull, `summary(est)`, renvoie l’estimation par maximum de vraisemblance et –log(L) dont nous allons nous servir afin de calculer l’AIC et le BIC.

### 3.3.4) Résultats :

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>$\hat{\beta}$</th>
<th>$\hat{\eta}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.6148905</td>
<td>61.4662048</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.5513691</td>
<td>68.1633476</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.6140508</td>
<td>108.6406267</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.9843881</td>
<td>71.5002051</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.6357845</td>
<td>67.6314294</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.7368288</td>
<td>137.3954858</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.6277163</td>
<td>84.8884706</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.7750359</td>
<td>155.707396</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.5082454</td>
<td>66.5909475</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.5825709</td>
<td>142.6095753</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.8107832</td>
<td>164.832088</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.6116142</td>
<td>77.0117624</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.8635539</td>
<td>101.928885</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.7386771</td>
<td>97.5919065</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Tableau 4 : résultats de l’estimation des données arrondies

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>$\hat{\beta}$</th>
<th>$\hat{\eta}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.6244416</td>
<td>333.2814369</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.6994197</td>
<td>337.7280902</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.7262906</td>
<td>427.7491936</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.8629034</td>
<td>181.3391628</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.621403</td>
<td>361.811284</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.6712134</td>
<td>216.1714808</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.5808569</td>
<td>391.5476366</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.7028042</td>
<td>235.2334209</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.5731174</td>
<td>501.5219949</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.6213688</td>
<td>298.4377274</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.7349968</td>
<td>211.4136884</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.5752378</td>
<td>403.9340379</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.7199844</td>
<td>157.4868557</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.6823956</td>
<td>151.874117</td>
</tr>
</tbody>
</table>

4) Test Statistique et QQ-plot
4.1) Test statistique

Définition :

On considère un modèle statistique suivant : $(X, F, \{P_\theta\}_{\theta \in \Theta})$

Un test de $H_0$ contre $H_1$ est une statistique $\phi$ de $(X, F)$ dans $\{0, 1\}$ à laquelle on associe la décision :

\[
\begin{align*}
&\text{si } \phi(x) = 0 \text{ on décide } H_0 \text{ vraie} \\
&\text{sinon on décide } H_1 \text{ vraie}
\end{align*}
\]

Un test est un mécanisme qui permet de statuer entre les deux hypothèses à la vue des résultats d’un échantillon. La décision du test aboutira à choisir $H_0$ ou $H_1$.

Tableau 5 : On peut envisager quatre cas de figure

<table>
<thead>
<tr>
<th>Réalité</th>
<th>$H_0$ vraie</th>
<th>$H_1$ vraie</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>bonne décision</td>
<td>erreur de première espèce</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>erreur de seconde espèce</td>
<td>bonne décision</td>
</tr>
</tbody>
</table>

L’erreur de première espèce est noté $\alpha$, c’est la probabilité de décider $H_1$ alors que $H_0$ est vraie.

L’erreur de seconde espèce est noté $\beta$, c’est la probabilité de décider $H_0$ alors que $H_1$ est vraie.
Pour les tests réalisés, nous prendrons un risque de première espèce $\alpha=5\%$.

Soit $\phi$ une statistique de test de réalisation $\phi_{\text{obs}}$, la p-valeur est un réel compris entre 0 et 1 tel que $p = P_{H_0} (|\phi| > \phi_{\text{obs}})$.

Si $p > 0.05$, le test n’est pas significatif et nous conservons $H_0$.

Si $p < 0.05$, le test est significatif, nous rejetons $H_0$ et nous conservons $H_1$.

4.2) Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov permet de tester si un échantillon suit une loi donnée mais aussi de tester si deux échantillons suivent la même loi, néanmoins, il ne s’applique qu’à des distributions continues.

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test d’adéquation à une loi théorique dont la statistique de test pour une fonction de répartition $F(x)$ est :

$$D = \sup |F_n(x) - F(x)|$$

où $F_n$ est la fonction de répartition empirique pour $n$ observations indépendantes et identiquement distribuées. Dans notre étude on s’est intéressé à deux lois en particuliers, la loi exponentielle et la loi de Weibull.

4.2.1) Résultats :

Tableau 6 : résultats du test de Kolmogorov-Smirnov des données brutes

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>p-valeur du test de Kolmogorov-Smirnov</th>
<th>p-valeur du test de Kolmogorov-Smirnov</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>2.51E-14</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>2.65E-14</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>2.22E-15</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>1.67E-11</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>2.12E-11</td>
<td>2.22E-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>9.95E-10</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
</tbody>
</table>
### Tableau 7 : résultats du test de Kolmogorov-Smirnov des données arrondies

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>loi de weibull</th>
<th>loi exponentielle</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.003415</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.008995</td>
<td>3.98E-12</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.002098</td>
<td>1.01E-13</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.03248</td>
<td>0.0003073</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.00004549</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.001642</td>
<td>3.04E-13</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>1.84E-06</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>3.16E-05</td>
<td>1.72E-14</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>2.18E-06</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>8.86E-07</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.0005055</td>
<td>1.74E-10</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>3.87E-06</td>
<td>&lt;2.2e-16</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.0005639</td>
<td>3.95E-11</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.0004183</td>
<td>5.46E-12</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### 4.3) QQ-Plot

Un diagramme quantile-quantile, « Q-Q plot », permet une évaluation graphique de la concordance entre une distribution observée et un modèle théorique. On s’intéresse toujours à la loi exponentielle et à la loi de Weibull, les résultats qui suivent montrent les diagrammes quantile-quantile pour seulement le premier guillemot, les autres tracés ont été effectués mais ne sont pas mis dans le rapport car il y aurait beaucoup de tracés.
4.3.1) Résultats :

Les diagrammes quantile-quantile des données brutes sont les suivants :

![Diagramme Q-Q](image)

Figure 1 : diagramme quantile-quantile de la concordance des données brutes à une loi exponentielle
Figure 2 : diagramme quantile-quantile de la concordance des données brutes à une loi de weibull
Figure 3 : diagramme quantile-quantile de la concordance des données arrondies à une loi exponentielle
Figure 4 : diagramme quantile-quantile de la concordance des données brutes à une loi de weibull
5) DISCUSSION

Le guillemot est une espèce d’oiseaux marins et l’étude des types de mouvements de fourrages nous permet de mieux comprendre son écosystème. Le mouvement brownien correspond à un mouvement de recherche aléatoire, tandis que, le vol de Lévy correspond à une recherche optimale de l’animal. La loi de Weibull est un intermédiaire entre la loi exponentielle et la loi de type puissance : le mouvement reste aléatoire tout en ayant des pas plus longs que pour la loi exponentielle. C’est pour cela que, nous avons analysé les déplacements du guillemot entre son lieu de colonie et son lieu d’alimentation, afin d’étudier à quels types de lois semblait correspondre ces déplacements. Je me suis intéressé à principalement trois lois : loi de Weibull, loi exponentielle et loi de type puissance.

L’estimation statistique peut se faire par différentes méthodes :
- la méthode des moments,
- la méthode par maximum de vraisemblance,
- la méthode par intervalle de confiance.

Je me suis intéressé à la méthode par maximum de vraisemblance, afin d’estimer les paramètres d’une loi de Weibull et exponentielle car comme vu en cours, l’estimateur des moments pour une loi exponentielle est le même que l’estimateur de maximum de vraisemblance. Tandis que pour la loi de Weibull, elle admet des moments difficiles à calculer, je devrais, avec la méthode des moments, recourir à une estimation approchée comme pour l’estimation par maximum de vraisemblance.

Pour la loi exponentielle, l’estimateur par maximum de vraisemblance d’une telle loi est assez simple car il représente l’inverse de la moyenne empirique.

Or, pour estimer par maximum de vraisemblance les paramètres d’une loi de Weibull, il n’existe pas d’expression analytique de leurs estimations, mais on a estimé les paramètres de manière numérique.

Les résultats de ces estimations sont présentés dans les tableaux 1, 2, 3 et 4 ci-dessus. De plus, parfois l’estimation des paramètres pour la loi de Weibull, avec la fonction fitdistr(), ne fonctionnait pas, dans le sens où, l’estimation n’était pas faite et le message d’erreur suivant s’affichait : l’optimisation a échoué.

C’est pour cela, qu’au lieu de rentrer n’importe quelle valeur de départ dans la fonction mle(), nous avons décidé d’estimer dans un premier temps, les paramètres de manière graphique et cela de la manière suivante :

On a déjà vu que, la fonction de répartition d’une loi de Weibull s’écrivait :

\[ F(x) = 1 - \exp\left( -\frac{x}{\eta} \right)^{\beta} \]

Pour obtenir une fonction linéaire, à partir de la fonction de répartition, on applique deux fois le logarithme à 1-F(x) :

\[ \log (-\log(1 - F(x))) = \beta \log(x) + \beta \log(\eta) \]

A l’aide de la commande lm() du logiciel R, on détermine le coefficient directeur et l’ordonnée à l’origine de la droite des moindres carrés, on a donc \( \hat{\beta} \) et \( \hat{\eta} \) :
\[ \hat{\beta} = \text{coeffdirecteur} \text{ et } \hat{\eta} = \exp\left(\frac{\text{ordonnéealorigine}}{\hat{\beta}}\right) \]

Le test de Kolmogorov-Smirnov teste l’adéquation des données à une loi, dans le cadre du stage, on s’intéresse à deux lois, la loi exponentielle et la loi de Weibull. Les résultats de ces tests sont résumés dans les tableaux 6 et 7 ci-dessus.

On constate que pour les données brutes, le test de Kolmogorov-Smirnov est très significatif, ces données ne semblent pas suivre une loi de Weibull, ni une loi exponentielle. De plus, ceci est confirmé par les diagrammes quantile-quantile.

Pour les données arrondies, les données semblent ne pas suivre ni une loi exponentielle, ni une loi de Weibull. Là encore, ceci est confirmé par les diagrammes quantile-quantile.

En revanche, le test d’adéquation à une loi de Weibull n’est pas très significatif, c’est pour cela, que nous avons ré-échantillonné les données arrondies afin de réduire sa taille, car on sait que pour le calcul du risque de deuxième espèce, la taille de l’échantillon influe sur celui-ci.

Nous avons ré-échantillonné avec la commande sample() de R, en choisissant nous même la taille de l’échantillon. La fonction sample() fournit un échantillon aléatoire de valeurs prises dans le vecteur donné. Nous avons choisis comme de taille de ré-échantillonnage, une taille de 100 et 500, mais pour les guillemots 6, 8, 10, 11, 13 et 14, la taille de ré-échantillonnage est de 150 car la taille de ces échantillons est inférieure à 500.

De plus, nous avons pu faire que trois simulation, car des messages d’erreur du type : l’optimisation a échoué et production de NaN (Not a Number) s’affichaient, en fait ceci nécessiterait beaucoup plus de simulations, mais les estimations et les tests réalisés ont été produits de la même manière qu’avant le ré-échantillonnage.

Voici les résultats des simulations :

Tableau 8 : première simulation dont la taille du ré-échantillonnage est égale à 100

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>( \hat{\beta} )</th>
<th>( \hat{\eta} )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.6360611</td>
<td>254.6620129</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.6934448</td>
<td>325.4048549</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.7015143</td>
<td>416.9435111</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.8789648</td>
<td>271.8414681</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.6865055</td>
<td>548.7366652</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.7592918</td>
<td>165.991515</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.5823868</td>
<td>369.0179793</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.7321393</td>
<td>168.5392558</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.5891767</td>
<td>580.8713513</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.5779078</td>
<td>0.05355844</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Tableau 9 : première simulation dont la taille du ré-échantillonnage est égale à 500 sauf pour les guillemots 6, 8, 10, 11, 13 et 14 dont la taille est de 150

| guillemot 1 | 0.7469215 | 196.9367634 |
| guillemot 2 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 3 | 0.7260445 | 162.2307248 |
| guillemot 4 | 0.7156585 | 125.3282151 |
| guillemot 5 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 6 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 7 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 8 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 9 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 10 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 11 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 12 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 13 | 0.5638738 | 399.4455628 |
| guillemot 14 | 0.5638738 | 399.4455628 |

Tableau 10 : résultats du test de Kolmogorov-Smirnov des données arrondies après ré-échantillonnage

<table>
<thead>
<tr>
<th>p-valeurs</th>
<th>loi de weibull</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.03284</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.1359</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.1722</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.7502</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.08826</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.07669</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>2.24E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>2.59E-02</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>2.17E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>6.35E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.03837</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>3.37E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.01894</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.02603</td>
</tr>
</tbody>
</table>
La première colonne représente les p-valeurs dont la taille de ré-échantillonnage est égale à 100, on peut remarquer que pour cinq des guillemots, leurs données semblent suivre une loi de Weibull, tandis que, pour le ré-échantillonnage de tailles 500 et 150 pour certains guillemots, les données semblent ne pas correspondre à une loi de Weibull.

Tableau 11 : deuxième simulation dont la taille du ré-échantillonnage est égale à 100

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>$\hat{\beta}$</th>
<th>$\hat{\eta}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.6431659</td>
<td>276.1166474</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.6810885</td>
<td>338.2139292</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.71882</td>
<td>384.33545</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.7893447</td>
<td>248.899979</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.6825944</td>
<td>537.6017446</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.7680219</td>
<td>131.3304444</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.7005516</td>
<td>76.0777881</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.7163625</td>
<td>150.8177706</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.4975585</td>
<td>134.1204598</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.5928471</td>
<td>119.3362008</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.8608016</td>
<td>149.0466093</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.6305585</td>
<td>98.8081658</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.7321788</td>
<td>120.1009245</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.6987944</td>
<td>119.9054442</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tableau 12 : deuxième simulation dont la taille du ré-échantillonnage est égale à 500 sauf pour les guillemots 6, 8, 10, 11, 13 et 14 dont la taille est de 150

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>$\hat{\beta}$</th>
<th>$\hat{\eta}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.6184595</td>
<td>337.2705631</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.6933173</td>
<td>325.616387</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.7122658</td>
<td>404.1383528</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.8918593</td>
<td>103.5136117</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.6056168</td>
<td>166.0682444</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.6848099</td>
<td>162.2112798</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.6299888</td>
<td>125.539917</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.7628458</td>
<td>172.5386412</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.5182089</td>
<td>215.919508</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.5637117</td>
<td>184.7916202</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.7440324</td>
<td>172.8246463</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.5362164</td>
<td>245.9129256</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.9503205</td>
<td>101.9635348</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.7074677</td>
<td>131.5191577</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Tableau 13 : résultats du test de Kolmogorov-Smirnov des données arrondies après ré-échantillonnage

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>p-valeurs</th>
<th>loi de weibull</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>0.04278</td>
<td>0.00549</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0.2689</td>
<td>0.01331</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0.0972</td>
<td>0.001228</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>2.95E-01</td>
<td>2.22E-02</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>4.04E-02</td>
<td>1.39E-04</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>0.0134</td>
<td>0.01196</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>0.002476</td>
<td>3.68E-06</td>
</tr>
<tr>
<td>8</td>
<td>0.001124</td>
<td>0.0007352</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>0.002582</td>
<td>1.43E-07</td>
</tr>
<tr>
<td>10</td>
<td>0.0002815</td>
<td>5.50E-05</td>
</tr>
<tr>
<td>11</td>
<td>3.11E-02</td>
<td>9.04E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>12</td>
<td>2.82E-04</td>
<td>1.52E-06</td>
</tr>
<tr>
<td>13</td>
<td>0.004985</td>
<td>0.02481</td>
</tr>
<tr>
<td>14</td>
<td>0.004751</td>
<td>2.73E-03</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Dans cette deuxième simulation, La première colonne représente les p-valeurs dont la taille de ré-échantillonnage est égale à 100, on peut remarquer que pour seulement le deuxième guillemot, ces données semblent suivre une loi de Weibull, tandis que, pour tout le reste, les données semblent ne pas correspondre à une loi de Weibull.

Tableau 14 : troisième simulation dont la taille du ré-échantillonnage est égale à 100

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>β</th>
<th>η</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>0.6349836</td>
<td>324.7172103</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0.775978</td>
<td>401.536692</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0.7345203</td>
<td>477.4294536</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0.8381541</td>
<td>271.8148716</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>0.6563848</td>
<td>562.6034949</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>0.7348434</td>
<td>167.5778572</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>0.6782132</td>
<td>87.6194342</td>
</tr>
<tr>
<td>8</td>
<td>0.7401525</td>
<td>155.490586</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>0.5155441</td>
<td>110.0419439</td>
</tr>
<tr>
<td>10</td>
<td>0.5484695</td>
<td>203.3038776</td>
</tr>
<tr>
<td>11</td>
<td>0.9159581</td>
<td>157.539735</td>
</tr>
<tr>
<td>12</td>
<td>0.6189912</td>
<td>77.7534484</td>
</tr>
<tr>
<td>13</td>
<td>0.823316</td>
<td>118.779307</td>
</tr>
<tr>
<td>14</td>
<td>0.7369133</td>
<td>112.9296192</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Tableau 15 : troisième simulation dont la taille du ré-échantillonnage est égale à 500 sauf pour les guillemots 6, 8, 10, 11, 13 et 14 dont la taille est de 150.

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>⚠️</th>
<th>n</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.6263918</td>
<td>356.4473301</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.6874286</td>
<td>322.1737766</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.7148876</td>
<td>432.3994961</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>0.7998623</td>
<td>129.9278049</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>0.6043969</td>
<td>143.562608</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>0.713229</td>
<td>171.79805</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.5529054</td>
<td>214.5287091</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.766758</td>
<td>158.221644</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.5134007</td>
<td>213.8685448</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>0.5697256</td>
<td>200.7328533</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>0.7576384</td>
<td>172.5761766</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>0.5310233</td>
<td>201.6161906</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>0.7825112</td>
<td>113.1978185</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.6975059</td>
<td>140.2568293</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tableau 16 : résultats du test de Kolmogorov-Smirnov des données arrondies après ré-échantillonnage.

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>p-valeurs</th>
<th>loi de weibull</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>0.03228</td>
<td>0.003744</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>0.05431</td>
<td>0.01029</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>0.2219</td>
<td>0.01158</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>2.88E-01</td>
<td>1.22E-04</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>2.74E-02</td>
<td>2.60E-05</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>2.09E-03</td>
<td>1.43E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>0.01118</td>
<td>3.84E-07</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>0.0004488</td>
<td>0.0008591</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>0.0002858</td>
<td>1.13E-07</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>6.58E-05</td>
<td>1.42E-05</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>1.70E-02</td>
<td>7.00E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>2.77E-03</td>
<td>2.16E-06</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>2.31E-02</td>
<td>9.55E-03</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>0.00692</td>
<td>3.46E-03</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Dans cette dernière simulation, la première colonne représente les p-valeurs dont la taille de ré-échantillonnage est égale à 100, on peut remarquer que pour seulement le deuxième et le troisième guillemot, leurs données semblent suivre une loi de Weibull, tandis que, pour tout le reste, les données semblent ne pas correspondre à une loi de Weibull.

J’ai remarqué que dans un premier temps, les données semblaient ne pas correspondre ni à une loi de Weibull, ni à une loi exponentielle. Puis, en ré-échantillonnant les données on a pu constater que dans certains cas, ces données semblent correspondre à une loi de Weibull mais pour seulement un ré-échantillonnage de taille 100.

C’est pour cela que nous avons choisi deux critères pour sélectionner le meilleur modèle, le critère de l’AIC et du BIC.

Le critère d’information d’Akaike (AIC) est donné par la formule suivante : \[ \text{AIC} = -2 \log(L) + 2k \]

où L représente la fonction de vraisemblance, k est le paramètre sur un échantillon de taille n, dans notre cas k représente le nombre de paramètre de la loi ainsi étudiée.

Nous avons calculé l’AIC, pour la loi de Weibull seulement, car mon maître de stage avait déjà calculé ce critère pour la loi exponentielle et la loi de type puissance.

Ainsi, le « meilleur » modèle sera celui dont l’AIC sera le plus petit.

Tableau 17 : résultats du critère de l’AIC

<table>
<thead>
<tr>
<th>guillemot</th>
<th>AIC weibull</th>
<th>AIC puissance</th>
<th>AIC exponentielle</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>5222.044</td>
<td>9514.82045</td>
<td>13317.0633</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>5621.36</td>
<td>6046.70369</td>
<td>8880.4816</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>7666.996</td>
<td>9583.75838</td>
<td>13670.2913</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>4541.248</td>
<td>23678.3434</td>
<td>28356.9967</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>5620.768</td>
<td>21867.244</td>
<td>30229.3827</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>3378.81</td>
<td>2433.92502</td>
<td>3616.87429</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>5770.966</td>
<td>10530.8707</td>
<td>14606.212</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>3841.11</td>
<td>2644.72242</td>
<td>3881.48166</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>5321.658</td>
<td>7375.59188</td>
<td>11373.2287</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>3740.454</td>
<td>2803.5211</td>
<td>3993.67269</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>3896.232</td>
<td>2861.33728</td>
<td>3669.28507</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>5001.878</td>
<td>9105.20656</td>
<td>12837.6587</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>3482.426</td>
<td>3437.45376</td>
<td>5342.47799</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>2676.978</td>
<td>1694.94201</td>
<td>2638.44955</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Pour les guillemots, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 et 12, le « meilleur » modèle est celui dont les données semblent suivre une loi de Weibull car l’AIC est le plus petit. Pour les autres guillemots, on choisira le modèle qui semble suivre une loi de type puissance.

Le critère d’information de Schwartz ou BIC est donné par la formule suivante :

\[ BIC = -2\log(L) + k\log(n) \]

où L représente la fonction de vraisemblance, k est le paramètre sur un échantillon de taille n, dans notre cas k représente le nombre de paramètre de la loi ainsi étudiée.

Nous avons calculé le BIC, pour la loi de Weibull, la loi exponentielle et la loi de type puissance.

Ainsi, le « meilleur » modèle sera celui dont le BIC sera le plus petit.

Tableau 18 : résultats du critère du BIC

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>BIC weibull</th>
<th>BIC puissance</th>
<th>BIC exponentielle</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>guillemot 1</td>
<td>5232.31059</td>
<td>9525.08704</td>
<td>13322.1966</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 2</td>
<td>5630.64236</td>
<td>6055.98606</td>
<td>8885.1227</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 3</td>
<td>7677.06478</td>
<td>9593.82716</td>
<td>13675.3257</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 4</td>
<td>4553.05815</td>
<td>23690.1536</td>
<td>28362.9018</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 5</td>
<td>5632.53263</td>
<td>21879.0086</td>
<td>30235.265</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 6</td>
<td>3386.18395</td>
<td>2441.29897</td>
<td>3620.56126</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 7</td>
<td>5781.18739</td>
<td>10541.0921</td>
<td>14611.3227</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 8</td>
<td>3848.58959</td>
<td>2652.20201</td>
<td>3885.22145</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 9</td>
<td>5331.35189</td>
<td>7385.28577</td>
<td>11378.0757</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 10</td>
<td>3747.88806</td>
<td>2810.95516</td>
<td>3997.38972</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 11</td>
<td>3903.61272</td>
<td>2868.71799</td>
<td>3672.97543</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 12</td>
<td>5011.88231</td>
<td>9115.21087</td>
<td>12842.6608</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 13</td>
<td>3490.74842</td>
<td>3445.77618</td>
<td>5346.6392</td>
</tr>
<tr>
<td>guillemot 14</td>
<td>2683.8279</td>
<td>1701.79191</td>
<td>2641.8745</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Les résultats sont les même que pour le critère de l’AIC.

Pour les guillemots, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 et 12, le « meilleur » modèle est celui dont les données semblent suivre une loi de Weibull car le BIC est le plus petit. Pour les autres guillemots, on choisira le modèle qui semble suivre une loi de type puissance.

Bien que le mouvement brownien corresponde à une recherche aléatoire, on ne peut conclure que le guillemot adopte ce mouvement lors de sa recherche alimentaire.

De plus, le vol de Lévy qui représente une recherche alimentaire optimale de l’animal, on ne peut là aussi conclure que le guillemot adopte ce mouvement lors de sa recherche alimentaire.
Néanmoins, les différents critères de sélection, nous conduisent à déduire que pour certains guillemots le « meilleur » modèle est celui dont les données semblent suivre une loi de type puissance, on en déduit que pour ces guillemots, le vol de Lévy semble être la stratégie de leur recherche alimentaire.

Pour la suite, il reste à déterminer si l’âge et le poids ont une influence sur les déplacements car les différents guillemots étudiés ont des âges et des poids différents. Etant donné que la collecte des données des déplacements a été réalisée toute les deux minutes, il faudrait utiliser l’ANOVA pour plans à mesures répétées. En effet, plus l’animal est âgé et plus son déplacement vers les lieux d’alimentation est dirigé ce qui correspondrait à l’utilisation du vol de Lévy. De plus, en adoptant cette stratégie de recherche alimentaire, l’animal augmente son poids, car il mange plus de proies en volant moins, qu’un individu qui fait du vol brownien.
6) Bibliographie


BERTRAND, F. (2011-2012). Master 1 Cours de Plans d’expériences, *Quelques représentations graphiques usuelles des échantillons*


GOVAERTS, B. Cours Estimation par maximum de vraisemblance Approche numérique.


MORICE, E. (1968). Quelques problèmes d’estimation relatifs à la loi de Weibull. (Revue de Statistique Appliquée)


