



HAL
open science

Le passage du comptage au calcul de la GS au CP

Kévin Boudart

► **To cite this version:**

| Kévin Boudart. Le passage du comptage au calcul de la GS au CP. Education. 2012. dumas-00735146

HAL Id: dumas-00735146

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00735146>

Submitted on 25 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**MASTER 2 SMEEF
SPÉCIALITÉ « PROFESSORAT DES
ÉCOLES »
ANNÉE 2011/2012
SEMESTRE 4**

INITIATION À LA RECHERCHE

MÉMOIRE

NOM ET PRÉNOM DE L'ÉTUDIANT : BOUDART Kévin
SITE DE FORMATION : IUFM Valenciennes
SECTION : Master 2 Groupe A

Intitulé du séminaire de recherche : **Mathématiques**

Intitulé du sujet de mémoire : **Le passage du comptage au calcul de la GS au CP**

Nom et prénom du directeur de mémoire : **Monsieur Rawecki Bruno**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

Institut **U**niversitaire de **F**ormation des **M**aîtres
École interne de l'Université d'Artois



Sommaire :

Introduction	3 – 6
Développement	7 – 43
<u>I – Quelques définitions pour cerner les différents concepts</u>	<u>7 – 21</u>
1) Qu'est ce que compter ?	7 – 11
2) Qu'est ce que calculer ? (en relation avec le comptage)	12 – 15
3) Les différentes théories au cours du temps : rappel de l'évolution des théories sur le comptage et le calcul de 1945 à nos jours	15 – 19
4) Qu'en pensent les enseignants de Grande Section et CP ? 1ère phase du protocole expérimental : Questionnaire de recherches	19 – 21
<u>II – Comment passer du comptage au calcul ?</u>	<u>21 – 31</u>
1) Les conseils donnés par les auteurs dans le passage du comptage au calcul	21 – 24
2) Mais les auteurs ont également mis en avant les limites du comptage dans l'apprentissage du calcul.	24 – 27
3) Quels moyens sont mis en œuvre pour y parvenir ?	28 – 31
<u>III - Quelques exemples d'activités : protocole expérimental, observations de classe et autres activités, notamment celles proposées par Patrice Gros</u>	<u>31 – 43</u>
1) Seconde phase du protocole expérimental : Perception de quantité pour dénombrer.	31 – 36
2) Quelques activités observées dans des classes de Grandes Sections	36 – 40
3) Les activités proposées par Patrice Gros	40 – 43
Conclusion	47
Annexes	

INTRODUCTION :

Le Mémoire de recherche que j'ai choisi d'effectuer s'inscrit dans la discipline des mathématiques et plus particulièrement dans le domaine numérique. Mes recherches portent en grande partie sur deux classes : la grande section de maternelle et le Cours Préparatoire et donc sur deux niveaux : cycles 1 et 2, car bien que considérée comme début de cycle 2 dans le Bulletin Officiel du 19 juin 2008¹, la Grande Section reste inscrite dans le cycle des apprentissages premiers (cycle 1) dans la suite de ce dernier. Ce travail porte notamment sur le passage du comptage au calcul, et plus particulièrement sur l'importance des mises en situation et des différentes représentations du nombre afin de donner du sens dans le passage du comptage au calcul.

J'ai toujours porté un fort intérêt pour deux disciplines complètement différentes : les langues vivantes (je suis d'ailleurs licencié en Allemand) et les mathématiques. Ne pouvant malheureusement pas faire de mémoire de recherche sur l'apprentissage de la langue allemande à l'école, j'ai choisi le second domaine disciplinaire dans lequel je me sens le plus à l'aise : les mathématiques. La discipline des mathématiques est celle dans laquelle j'ai pu pratiquer le plus souvent lors de mes différents stages de Master 1 et de Master 2. En ce qui concerne le domaine numérique, si l'on s'intéresse au Bulletin Officiel Hors Série du 19 Juin 2008, nous pouvons constater qu'après le français, ce sont les mathématiques qui représentent le plus gros volume horaire d'enseignement au CP et donc j'ai pensé qu'il pouvait être intéressant de porter une certaine attention sur cette discipline. J'ai choisi de m'intéresser au passage de la Grande Section au Cours Préparatoire car cette période correspond à une transition importante dans le cursus scolaire des élèves : changement d'établissement, de nouveaux enseignants, de nouveaux camarades mais aussi de nouvelles méthodes de travail. Les élèves sont, à cet âge encore jeunes et donc cette transition doit se faire au mieux afin de ne pas perturber le processus d'apprentissage de l'élève.

1 Bulletin Officiel Hors Série n°3 du 19 juin 2008 : Présentation : « *La grande section constitue la dernière année de l'école maternelle tout en appartenant au cycle des apprentissages fondamentaux. Ses objectifs constituent l'aboutissement de ceux de l'école maternelle : préparer tous les enfants à maîtriser, à partir du CP, les apprentissages fondamentaux.* »

Afin de pouvoir expérimenter un maximum sur le terrain, j'ai eu l'occasion d'aller observer et pratiquer (en pratique accompagnée) au sein de deux classes de Grande section dans la ville de Marly pour mettre en place mon protocole expérimental dont il sera question un peu plus tard au cours de ce mémoire de recherches. J'ai également eu la possibilité de réaliser ce même protocole expérimental lors de mon stage en responsabilité de Master 2 en Grande Section à Hérin. J'ai ainsi pu recueillir différentes données statistiques que j'exploiterai par la suite, dans une optique de comparaison de ces trois établissements plus au moins hétérogènes. J'ai également travaillé sur un questionnaire à destination des enseignants de Grande Section et de Cours Préparatoire : ce questionnaire m'a donné l'opportunité, de par les réponses au questionnaire fournies pour les enseignants en poste dans ces deux classes, de voir que sur certains points, leurs représentations des notions de comptage et de calcul mais aussi quelles activités concernant ce domaine de recherche sont réalisées au sein de leur classe pour permettre de passer petit à petit du comptage au calcul.

Ce n'est que lors de la lecture de l'article de Roland Charnay² et Dominique Valentin, intitulé Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage ! et publié dans le *Grand N Spéciale Maternelle*, que j'ai décidé d'axer mes recherches sur ce thème. Ce texte a d'emblée mis en avant une opposition de chercheurs à propos de deux processus que sont le comptage et le calcul. Jusque là, je pensais que l'un était la continuité ou un moyen de confirmation de l'autre mais ces auteurs m'ont permis de voir que certes, les deux devaient coopérer mais aussi que les représentations mentales et les mises en situation réelles étaient primordiales pour pouvoir passer du comptage au calcul. Ainsi, je vais chercher à montrer, au cours de ce mémoire de recherche, l'importance de se représenter les situations auxquelles l'élève doit faire face pour passer du comptage 1 par 1 au calcul et, par la suite aboutir à un réel automatisme dans le calcul. D'ailleurs, l'importance de cette mise en situation et de l'acquisition d'un sens est également stipulé dans les programmes de l'école maternelle dans la partie « Découvrir le Monde – Approcher les quantités et les nombres »³. Bien

2 Roland Charnay a participé aux travaux de l'équipe ERMEL (INRP) qui a conduit des études sur les apprentissages numériques (de la Grande Section d'école maternelle au CM2) de 1985 à 1999. Il a été membre du groupe d'experts sur les programmes de 2002.

3 BO Hors Série du 19 Juin 2008 : « Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de la classe, problèmes posés par l'enseignant de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage. La taille des collections, le

souvent, l'on considère que le comptage est réservé à la maternelle et que le calcul ne commence réellement que lors du cycle des apprentissages fondamentaux mais ce n'est pas le cas, en maternelle les élèves commencent d'ors et déjà à calculer sur les chiffres inférieurs à 5 ou égal à 5 dans un contexte précis.

Voici donc la problématique qui en découle et à laquelle je tenterai d'apporter une réponse à travers ce mémoire :

Problématique : Quelle place accorder aux mises en situation et aux diverses représentations du nombre au début du cycle 2, notamment ici la Grande Section et le Cours Préparatoire, pour parvenir à passer d'un processus de comptage à un processus de calcul ?

Afin de répondre au mieux à cette problématique, je vais dans un premier temps poser quelques définitions afin de mieux cerner les concepts qui seront employés par la suite, reposer le contexte des différentes théories au sujet du comptage et du calcul afin de voir si ces définitions et théories sont en adéquation avec ce que les enseignants pensent et quelle est leur vision sur des programmes à propos de ces deux notions.

Dans un second temps, nous rentrerons dans le vif du sujet en cherchant à répondre à la question concrète qui est : Comment passer du comptage au calcul ? Pour cela, nous partirons des éventuels conseils et inconvénients évoqués par les différents auteurs étudiés lors de ce mémoire de recherche et j'analyserai ensuite les réponses données par les enseignants aux questionnaires portant notamment sur la place de la manipulation, des rituels, des petits problèmes simples dans les apprentissages numériques afin de permettre un passage plus aisé du comptage vers un procédé de résolution de plus en plus axé sur le calcul, notamment par exemple avec le surcomptage puis le calcul de plus en plus automatisé.

Puis, dans un dernier temps, je chercherai à mettre en avant quelques activités numériques qui me permettront notamment, comme je l'ai fait dans mon protocole expérimental, de voir dans quelles situations concrètes les élèves ont tendance à privilégier telle ou telle méthode et voir dans quelles mesures certaines de ces activités peuvent être intéressantes à

fait de pouvoir agir ou non sur les objets sont des variables importantes que l'enseignant utilise pour adapter les situations aux capacités de chacun. » (programmes de la maternelle)

utiliser en classe pour permettre le passage du comptage au calcul et donc, par la suite, permettre un gain de temps dans la résolution de problèmes simples. Je terminerai par donner quelques exemples d'activités proposées dans les classes de Grande Section dans lesquelles j'ai eu la possibilité d'observer puis sur d'autres proposées essentiellement par Patrice Gros⁴ pour favoriser ce passage du comptage au calcul.

PLAN DU MEMOIRE

I – Quelques définitions pour bien cerner les différents concepts

- 1) Qu'est ce que compter ?
- 2) Qu'est ce que calculer (en relation avec le comptage)
- 3) Les différentes théories au cours du temps : rappel de l'évolution des théories de 1945 à nos jours sur le comptage et le calcul
- 4) Qu'en pensent les enseignants de Grande Section et CP ?
1ère phase du protocole expérimental : Questionnaire de recherches

II – Comment passer du comptage au calcul ?

- 1) Les conseils donnés par les auteurs dans le passage du comptage au calcul
- 2) Mais les auteurs ont également mis en avant les limites du comptage dans l'apprentissage du calcul.
- 3) Quels moyens sont mis en œuvre pour y parvenir ?

III – Quelques exemples d'activités

- 1) Seconde phase du protocole expérimental : Perception de quantité pour dénombrer.
- 2) Quelques activités observées dans des classes de Grandes Sections
- 3) Les activités proposées par Patrice Gros

⁴ Patrice Gros fut IEN Saint Martin d'Herès et est maintenant IEN d'Aix-les-Bains. Il est également responsable du groupe départemental Maths/Sciences d'Isère (Académie de Grenoble)

DEVELOPPEMENT :

I – Quelques définitions pour bien cerner les différents concepts

1. Qu'est ce que « Compter » ?

En guise d'introduction à la définition du verbe « compter », j'ai cherché la définition dans *Le Petit Larousse Illustré 1996* et *Le Petit Larousse 1998*. Les définitions du verbe correspondant au terme de ce mémoire de recherche suivent ci-dessous :

1. Calculer le nombre, la quantité de **ex :** Compter des élèves, des livres
2. Comporter, être constitué de **ex :** Ville qui compte 2 millions d'habitants
3. Faire des calculs **ex :** Apprendre à compter

On peut, dès cette définition voir que les notions de comptage et de calcul peuvent être associées comme c'est ici le cas dans les définitions 1 et 3. La seconde définition, quant à elle ne fait pas référence au calcul qui, comme le montre également l'article Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage ! de Roland Charnay et Dominique Valentin, peut aussi être vu comme un processus de résolution opposé au comptage. Lorsque l'on parle de « compter » ou de « comptage » en maternelle, ceux-ci ont tendance à se rapprocher du dénombrement de quantités comme le définit la seconde définition : dénombrer, c'est définir le nombre d'éléments constituant une collection donnée. Ce dénombrement peut être réalisé en ayant recours au comptage et/ou au calcul. Afin de dénombrer, les élèves de Grande Section ou CP peuvent utiliser le comptage un par un, deux par deux (compter dans le sens strict du terme) ou percevoir des quantités pour les regrouper ensuite par surcomptage (par exemple, je pars de 4 éléments visibles à ma gauche puis je surcompte : 5 et 6) ou par calcul (4 à ma gauche et 2 à ma droite donc 6 éléments au total, aussi nommé subitizing).

Commençons par donner une définition de ce qu'est le nombre : deux ensembles peuvent avoir le même nombre d'éléments, si et seulement si ils peuvent être mis en correspondances termes à termes (aspects cardinal et ordinal du nombre). Le nombre a longtemps été rejeté en maternelle : on privilégie les activités de classement et de sériation car on souhaite développer l'esprit logique des élèves (reconnaître une propriété commune à l'objet) mais en réalité, nous faisons la même chose lorsque l'on dénombre (relation

d'équivalence). Pour « compter », la définition pourrait correspondre à la suivante : c'est associer chaque élément de la collection, la liste des nombres utilisée, restant la même : la comptine numérique. Lors d'un comptage, en récitant la comptine numérique, le dernier mot-nombre représente le cardinal de la collection (le dernier mot-nombre équivaut à la quantité d'objets de l'ensemble). La préface du Ermel Grande Section de Maternelle explique l'attrance que les jeunes élèves ont sur les nombre : « Mon papa il en a cent », « le mien mille ». Dès le plus jeune âge, les grands nombres ont un effet de séduction et on peut notamment le constater par leur envie de réciter bien, vite et loin la suite numérique. De même, les enfants aiment souvent aider leurs parents à compter ou à distribuer des objets. Ils ont presque des capacités de méta-cognition car ils cherchent à reconsidérer le problème, ils s'interrogent pour trouver des solutions ou modifier la solution.

Si l'on s'intéresse à la définition du nombre donnée par Jean Piaget et reprise dans l'article de recherche Compter à l'école maternelle ? Oui, mais ... de Rémi Brissiaud, j'ai choisi de m'intéresser qu'à la première partie de cette dernière : il s'agit de la notion d'inclusion des classes. En effet, l'enfant voit que le tout, la totalité (par exemple dans l'article le nombre total de fleurs) peut être composé de différentes parties (ici, des marguerites et des roses) mais le fait de ne devoir compter qu'une seule partie peut poser problème à l'élève. C'est pourquoi Piaget distingue deux manières pour parvenir au comptage correct en ayant recours à différentes représentations : ce que Piaget nomme « la représentation spatiale » (avec les mains) ou « la représentation numérique » (utilisation de la suite numérique). En opposition, Rochel Gelman, présente cinq principes essentiels qui selon elle régissent le comptage :

- le principe de correspondance terme à terme (à chaque unité correspond un mot-nombre)
- le principe de suite stable (récitation de la suite numérique dans le même ordre : croissant ou décroissant)
- le principe cardinal (le dernier mot-nombre désigne la quantité d'unité de l'ensemble)
- le principe d'indifférence de l'ordre (les unités peuvent être comptées dans n'importe quel sens)

- le principe d'abstraction (tout type d'éléments peuvent être rassemblés et comptés)

Les documents pédagogiques ne retiennent de cela qu'une seule et unique idée : « Il faut que les élèves comptent ». Mais sur ce point du comptage, les avis sont, comme on vient de le constater quelque peu contradictoires. Un autre exemple repose sur l'utilisation de la suite numérique : Gelman positive sur l'emploi de suites dites « idéosyncrastiques » alors que Brissiaud préférerait que les élèves s'arrêtent de compter pour dire qu'ils ne se souviennent plus de la suite, cela montrant alors que les élèves ont conscience du fait que la suite numérique est stable.

D'autres travaux, comme ceux de Von Glasersfeld proposent de baser le comptage sur trois opérations : l'opération unifiante (construction mentale de la totalité), la construction de l'unité (dans un comptage, l'unité n'est pas donnée d'emblée, l'unité du comptage, c'est la création mentale), et l'itération (la relation de succession des mots-nombres). La construction de cette unité du comptage est d'autant plus complexe selon la difficulté. Un exemple concret de situation est alors expliqué dans l'article : une jeune fille doit mettre deux personnages par moto mais si elle ne voit pas les motos, elle est incapable de compter le nombre de passagers car elle n'arrive pas à considérer les bonhommes comme unités. Pour l'opération d'itération, les chercheurs favorisent l'emploi de ce qu'ils nomment « patterns spatiaux », plus communément connus sous le nom de constellations en même temps que le comptage.

Roland Charnay et Dominique Valentin prennent appuis sur les travaux de Michel Fayol dans l'article Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage ! pour expliquer une certaine opposition entre le comptage et le subitizing : perception de quantités sans compter les objets un par un puis calcul pour connaître la quantité d'objets en présence. C'est à partir de là qu'il évoque les quatre modes de résolutions de problèmes dits « additifs ou soustractifs » qui existent selon lui. Les voici :

- la résolution est permise grâce à une mémorisation du résultat ou en surcomptant
- en surcomptant mais en ayant recours à des moyens mémo-techniques tels que les doigts ou les points d'un dé

- en recomptant la totalité des objets en présence
- en ayant besoin de voir les objets pour les recompter un par un en manipulant.

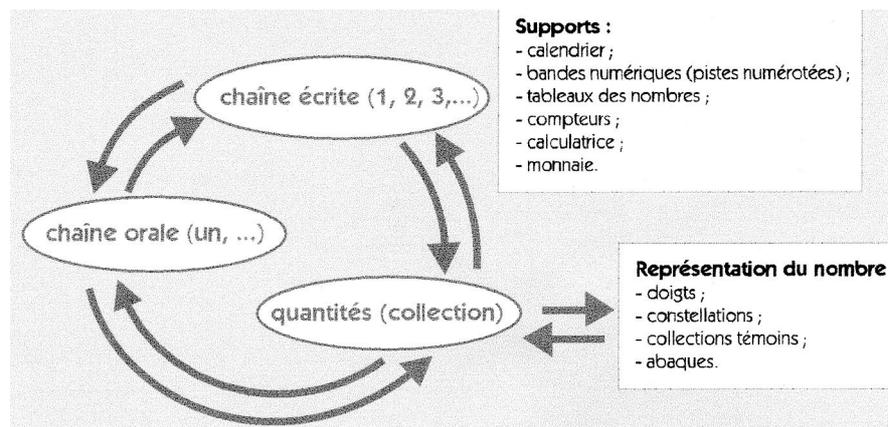
Dans ce même article, les auteurs expliquent que selon eux, le comptage n'est pas un apprentissage du cycle 1 mais uniquement un savoir de début de cycle 2 car en petite et moyenne sections, il n'est aucunement question d'enseigner le comptage mais plutôt de mettre les élèves face à des problèmes qu'ils pourront et devront résoudre d'eux-mêmes. L'objectif de ce type d'activité est d'élaborer des procédures de résolutions diverses selon la collection devant eux pour progressivement aboutir au comptage et ce n'est qu'en grande section que le comptage est possible et est de plus en plus compris par les élèves. Pour J.P Fischer, « le comptage est important dans la dénomination des premiers nombres et dans la résolution des premiers problèmes pour l'enfant » et les élèves ont donc le droit de s'appuyer dans un premier temps sur l'utilisation de ses doigts ou sur d'autres moyens de se représenter le nombre (les « patterns spatiaux » ou constellations comme l'explique Brissiaud dans Compter à l'école maternelle ? Oui, mais ...). Les premiers objectifs de l'école maternelle sont donc de faire émerger des modes de résolutions basés sur le comptage et la compréhension de la situation, d'où la nécessité pour l'enseignant de les mettre face à des situations-problèmes concrètes. Dans cet article, le comptage est perçu comme indispensable dans un premier temps puis l'enseignant doit mener les élèves à l'abandonner ou la dépasser au profit du calcul.

Le « savoir compter », tel que le définissent Fabienne et Fabien Emprin dans l'article Premières compétences pour accéder au dénombrement, correspond bien aux objectifs de maternelle définis par les textes officiels : « L'action de compter correspond à réciter ce que l'on nomme la comptine numérique : un, deux, trois... c'est énoncer la suite des mots-nombres. Cette activité de récitation n'est qu'une partie de ce que l'élève doit être capable de faire pour dénombrer des quantités en comptant : le comptage-dénombrement ». Les objectifs à atteindre à la fin de la Grande Section à propos du comptage sont clairement explicités dans l'ouvrage contenant cet article⁵ mais aussi dans « Qu'apprend-on à l'école

5 L'article de Fabienne et Fabien Emprin : Premières compétences pour accéder au dénombrement est tiré de la Partie 2 : « Apprendre le nombre » de l'ouvrage **Le Nombre au Cycle 2 – Ressources pour faire la classe** du SCEREN-CNDP recommandé par le Ministère de l'Éducation Nationale. Cette article reprend les 4 compétences principales de maternelle à propos du comptage (évoquées à la suite) pour les détailler un maximum.

maternelle ? » du SCEREN-CNDP⁶ ou encore dans le Bulletin Officiel Hors Série numéro 3 du 19 juin 2008. Ces objectifs, en relation avec le comptage, sont les suivants :

- comparer des quantités, résoudre des problèmes portant sur les quantités ;
- mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30 ;
- dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ;
- associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée ;



Au Cours Préparatoire, les objectifs tournent plus autour du calcul, même si certains peuvent être encore considérés comme résultant du comptage :

- Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers naturels inférieurs à 100.
- Comparer, ranger, encadrer ces nombres.
- Écrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.

6 **Extrait Qu'apprend-on à l'école maternelle ? - SCEREN-CNDP** : « L'école maternelle constitue une période décisive de l'acquisition de la suite des nombres (suite numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification. Les enfants y découvrent et comprennent les fonctions du nombre, en particulier comme représentation de la quantité et moyen de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets. Les situations proposées aux plus jeunes enfants (distributions, comparaisons, appariements ...) les conduisent à dépasser une approche perceptive globale des collections. L'accompagnement qu'assure l'enseignant en questionnant et en commentant ce qui est réalisé avec des mots justes, dont les mots-nombres, aide à la prise de conscience. Progressivement, les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer. Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de classe, problèmes posés par l'enseignant de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage. La taille des collections, le fait de pouvoir agir ou non sur les objets sont des variables importantes que l'enseignant utilise pour adapter les situations aux capacités de chacun.

2. Qu'est ce que « Calculer » ? (en relation avec le comptage)

Commençons par nous intéresser aux différentes définitions attribuées au calcul. Le Petit Larousse illustré de 1996, « calculer » signifie simplement « déterminer par le calcul » ou « faire des calculs » (par exemple : Calculer un prix ou une distance). Quant au mot « calcul », il admet 2 définitions :

1. Mise en œuvre des règles élémentaires d'opération sur les nombres (addition, soustraction, multiplication, division)
2. Technique de résolution des problèmes d'arithmétiques élémentaires

La définition du calcul donnée par les textes ministériels et reprise par Brissiaud dans ce même article est la suivante : « Qui sait compter n'a plus besoin d'un matériel à égrainer un par un. ». Il en résulte donc que le calcul relève de stratégies, nommées « thinking strategy » en anglais et que l'on traduit alors par « calcul réfléchi ». Il existe différents types de calcul : le calcul mental, le calcul réfléchi, le calcul posé et le calcul instrumentalisé.

Dans l'article de Rémi Brissiaud intitulé Calculer et Compter de la petite section, à la grande section, ce dernier pointe en conclusion les différences essentielles entre compter et calculer. Pour cela, il met en avant deux aspects que sont : la présence ou l'absence de matériau (support du comptage) et donc le niveau de symbolisation (par exemple le besoin d'utiliser ses doigts ou réponse automatisée), ainsi que la stratégie de quantification utilisée par l'élève (il se focalise sur chacun des objets : il compte ou il perçoit des petits groupements : il calcule).

Dans l'article Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage ! de Roland Charnay et Dominique Valentin, il est clairement expliqué qu'une procédure de comptage nécessite une représentation mentale ou à l'aide d'objets qui est beaucoup plus simple qu'une procédure de calcul qui ne repose pas sur le surcomptage et donc qui est beaucoup plus complexe car le calcul repose sur la reconnaissance préalable d'un modèle arithmétique et sur la mémorisation de la situation. Dans l'article de Rémi Brissiaud : Calculer et Compter de la petite section, à la grande section, le calcul est également défini en fonction du

comptage. Rémi Brissiaud met en évidence le fait que le comptage n'est pas une procédure dite « experte » contrairement au calcul, mais il permet d'accélérer l'apprentissage car l'enseignant peut choisir de retarder le comptage au moment où l'élève sait exprimer les quantités grâce à leurs parties. De par des situations d'apprentissage de logique langagière du calcul, l'enfant a les moyens « de réfléchir le comptage comme une suite de désignations quantitatives et non comme une suite de numéros », c'est à dire que certains enseignants amènent d'abord les élèves à penser « il y a 4 puis 2 objets sur la table » avant même de les amener au comptage jusque 6. Ce n'est qu'une fois le comptage maîtrisé et la compréhension du nombre (notamment associer 6 à 1 et encore 1 ou 2 et encore 2 et encore 2) que l'on arrivera vers une procédure de calcul.

Dans Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage ! de Roland Charnay et Dominique Valentin, nous apprenons que dès la grande section, certains résultats sont déjà mémorisés par l'élève bien que ce ne soit pas l'objectif premier. La résolution par le calcul, bien qu'abstraite, en maternelle repose d'abord et déjà sur des connaissances du modèle arithmétique mais il ne faut pas priver les élèves du comptage car ce serait, selon les auteurs, priver les élèves d'un moyen de résoudre un problème simple qui leur est posé. Ce même article évoque en outre la question du calcul de sommes ou de différences dans des situations dénuées de contexte. Ces calculs ne sont envisageables qu'en milieu de Cours Préparatoire car auparavant, le contexte reste indispensable pour mieux comprendre. Il en résulte alors l'explication des différentes méthodes de résolutions d'une petite addition : soit le résultat est mémorisé, soit le résultat a besoin d'être construit par le calcul en partant de résultats déjà mémorisés ou alors en restant dans un optique de comptage (recomptage ou surcomptage). Là encore, nous pouvons constater une opposition entre le comptage et le calcul, même si j'estime que certaines procédures du comptage, notamment le surcomptage consiste d'abord et déjà à un pas vers le calcul. En effet, si l'enfant considère le chiffre 9 comme $5+4$, il calcule mais s'il le comprend comme $5+1+1+1+1$, il surcompte s'il ne repart pas d'un comptage à partir de 0.

Intéressons nous maintenant aux divers objectifs de Grande Section et du Cours Préparatoire qui sont en rapport avec la notion de « calculer ». Ceux-ci sont clairement exprimés dans les ouvrages « Qu'apprend-on à l'école maternelle ? »⁷ et « Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? »⁸ du SCEREN-CNDP, ainsi que dans le Bulletin Officiel Hors Série N°3 du 19 juin 2008. En grande section de maternelle, le calcul est encore peu présent et on ne peut y associer que l'objectif consistant aux calculs sur les nombres inférieurs ou égal à 5 (on ne parle bien évidemment ici que de l'addition et de la soustraction). Gabriel Le Poche, dans son article Débuter la Numération⁹ résume succinctement les principes essentiels de la numération décimale qui devraient d'ores et déjà être vus en grande section comme le fait que le système numérique français est en base 10, que le système est « positionnel » (12 et 21, ce n'est pas la même chose) avec un 0 qui a un sens (1 et 10 sont différents) et qu'il y a des irrégularités dans la suite orale des nombres (les nombres de onze à seize : on dit « onze » et non pas « dix-un » ...). Toutefois, dès le Cours Préparatoire, les compétences concernant le calcul sont bien plus nombreuses ; les voici :

- Produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20 (“table d’addition”).
- Connaître les doubles des nombres inférieurs à 10 et les moitiés des nombres pairs inférieurs à 20.
- Connaître la table de multiplication par 2.
- Calculer mentalement des sommes et des différences.
- Calculer en ligne des sommes, des différences, des opérations à trous.
- Connaître et utiliser les techniques opératoires de l’addition et commencer à utiliser celles de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 100).
- Résoudre des problèmes simples à une opération.

7 **Extrait Qu'apprend-on à l'école maternelle ? - SCEREN-CNDP** : « A la fin de la maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul, mais c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme (signes des opérations et signe égal) et les techniques. La suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes (calendrier par exemple) ou des jeux (déplacements sur une piste portant des indications chiffrées). Les enfants établissent une première correspondance entre la désignation orale et l'écriture chiffrée ; leurs performances restent variables , mais il importe que chacun ait commencé cet apprentissage. L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres. »

8 **Extrait Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? - SCEREN-CNDP** : « La connaissance des nombres et le calcul constituent les objectifs du CP et du CE1. La résolution de problème fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations. De premiers automatismes s'installent. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification. »

9 Article tiré de la Partie 2 : « Apprendre le nombre » du livre Le Nombre au cycle 2-Ressources pour faire classe du SCEREN-CNDP (pages 41-42)

Rémi Brissiaud expose alors un idéal à atteindre : à l'école maternelle, les enfants doivent savoir effectuer des calculs sur les cinq premiers nombres et compter jusque 30, programme bien plus clair pour les enseignants de maternelle.

Nous pouvons donc clairement comprendre que bien que les deux processus de résolutions d'une situation-problème simple sont totalement différents du point de vue de la définition, de la construction mentale du nombre (avec ou sans l'utilisation de constellations, avec ou sans contexte). Toutefois, il demeure que tous les deux restent fortement liés : bien souvent le comptage est perçu comme antérieur au calcul¹⁰ mais le calcul reste important dans la construction du nombre (comprendre que 5, c'est 3 et 2 ou 1 et 1 et 1 et encore 1 et 1) pour mieux comprendre le comptage. Regardons maintenant l'évolution de ces deux notions au cours du temps, notamment de 1945 à nos jours.

3. Les différentes théories au cours du temps : rappel de l'évolution des théories sur le comptage et le calcul de 1945 à nos jours

Dans le texte Calculer et Compter de la petite section, à la grande section de Rémi Brissiaud, publié dans le Grand N Spécial Maternelle Tome 1 sur l'Approche du Nombre mais également dans la préface du ERMEL Grande Section rédigée par J. Fargeas, j'ai pu dans un premier temps voir l'évolution des programmes depuis 1945 à janvier 1991 en ce qui concerne les procédés de comptage et de calcul. En effet, de 1945 aux années 1980, les pédagogues mettaient l'accent sur l'apprentissage du calcul car le comptage « gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, empêche l'enfant de penser et de calculer ». C'est pourquoi les pédagogues de l'époque se positionnaient dans un optique d'enseignement direct du calcul et de l'usage de constellations en évitant le comptage unité par unité, considéré comme un apprentissage par répétition et non par compréhension. La réforme de 1970 n'a pas aidé à la réhabilitation du comptage, bien au contraire, elle souhaite un apprentissage direct du calcul grâce à l'acquisition des « écritures additives »

10 Comme le stipulent également Christophe Boisius et Patrice Gros dans l'article Du comptage au calcul tiré de la Partie 2 : « Apprendre le nombre » de l'ouvrage : **Le Nombre au cycle 2-Ressources pour faire la classe** du SCEREN-CNDP et recommandé aux enseignants par le Ministère de l'Education Nationale : « *A l'école maternelle, les élèves apprennent d'abord à dénombrer par comptage, c'est-à-dire en récitant la comptine numérique. Un des enjeux du cycle 2 est de les amener à passer de stratégies de comptage à des stratégies de calcul.* » (page 37)

avant l'addition, c'est à dire qu'au lieu de compter jusque 14 par exemple, l'enfant devait percevoir des paquets (par exemple un paquet de 8 et un paquet de 6) pour en conclure, s'il ne connaît pas les nombres jusque 14, il y a 8+6 objets sur la table¹¹.

Ce n'est que dans les années 1980, et plus précisément lors de l'année scolaire 1987-1988 d'après l'autre article de Rémi Brissiaud tiré du Grand N : Compter à l'école maternelle ? Oui, mais ..., que le processus du comptage est remis en place à l'école maternelle, en le considérant comme antérieur au calcul. La réticence des « pédagogues anciens » envers le comptage est alors justifiée par des exemples : on demande à un élève combien il y a de jetons et ce dernier compte les jetons un par un sans pour autant répondre clairement à la question. A chaque jeton l'enfant attribue un numéro et donc le dernier mot-nombre désigne le jeton numéro n mais ne représente en aucun cas pour l'enfant la quantité globale de jetons N, c'est pourquoi Brissiaud nomme ce comptage : comptage-numérotage. Contrairement à cela, il y a le calcul où chaque mot-nombre renvoie à une quantité : ainsi dans le cas du comptage, le langage est un obstacle à la compréhension de la notion de quantité alors que dans le cas du calcul, le langage est un aide à la compréhension. Les travaux de Allardice et Ginsburg en 1983 puis de Geary, Widoman, Litle et Cormier en 1987 montrent que des élèves peuvent devenir prisonniers du comptage un par un ou du surcomptage sans ne jamais parvenir au calcul.

Mais des travaux comme ceux de R.Gelman¹² montrent également que les progrès des élèves est permis grâce au comptage initial : les enfants seraient capables de se représenter une quantité grâce au comptage mais ils seraient submergés par la tâche, c'est pourquoi ils ne savent pas clairement répondre à la question. Ainsi, le comptage serait premier et le calcul n'est permis que par l'abandon du comptage. Mais des éducateurs se méfient encore du comptage et préfèrent utiliser une logique langagière du calcul : j'ai d'ailleurs pu voir cela lors de mon stage à Hérin avec la lecture de « Pousset le Poussin » où les personnages

11 Selon Brousseau (1972) : « *Dans les méthodes traditionnelles les enfants n'écrivaient 8+6 que lorsqu'ils connaissaient 14. L'addition servait à décomposer ce que l'on connaissait déjà et, de ce fait, perdait de son intérêt* ». Ainsi, on voit bien que Brousseau préconise de faire l'inverse, tout comme le préconise les pédagogues de l'après réforme.

12 Rochel Gelman est un professeur de psychologie et co-directeur du Center for Cognitive Science à l'Université Rutgers. Elle a appliqué ses connaissances à l'élaboration de programme d'éducation préscolaire, et des publications récentes comprennent des articles sur les maths et l'enseignement des sciences.

s'ajoutent un à un pendant l'histoire en utilisant des amorces de phrases du style : « Avant nous étions 6 et maintenant, avec Rebecca l'Oie en plus, nous voilà 7 » par exemple; et lorsque le professeur comptait les animaux sur l'illustration, il ne disait pas « 1,2,3 ... 7 » mais « 1, en voilà encore un, et là il y a Rebecca l'Oie ... et donc au total ils sont 7 animaux » pour désigner la quantité d'animaux présents, tout en gardant l'évolution du calcul sur ses doigts ($1+1+\dots = 7$). Le seul problème de cette situation est que c'est le maître qui prend en charge la dénomination des quantités et non l'enfant qui construit son savoir de lui-même mais certains chercheurs voient cela comme un « prêt du savoir » pour que l'enfant puisse ensuite l'utiliser de façon autonome.

Mais les théories sur le comptage divergent entre elles : cette opposition de théories est mise en avant dans un autre article de Rémi Brissiaud intitulé Compter à l'école maternelle ? Oui, mais On en apprend plus sur les thèses des différents psychologues tels que J. Piaget ou R. Gelman. Cet article porte beaucoup plus sur la notion de « comptage » mais ne mentionne pas le calcul. Nous apprenons ici que la thèse de Piaget selon laquelle « les capacités numériques des enfants de 7 à 8 ans résultent de la synthèse opératoire de l'inclusion des classes et de la relation asymétrique » serait erronée bien que les concepts utilisés pour cette dernière restent encore employés. Piaget prône un apprentissage constructiviste : « les connaissances sont construites par le sujet dans le cours de son activité ». Cette théorie s'oppose à celle de R. Gelman qui, au contraire, pense que les connaissances sont innées et qu'elles seront acquises ou non selon le milieu dans lequel l'enfant se situe et c'est d'ailleurs d'elle que vient le regain d'intérêt pour le comptage. D'autres travaux comme ceux de Von Glasersfeld donnent une place centrale au comptage et expliquent les progrès visibles dans le cadre du constructivisme piagétien. Mais la maîtrise logique de l'enfant est tardive, vers 10-11 ans, contrairement à ce que Piaget pensait. Ainsi donc, il en découle une certaine inexactitude dans sa thèse : par exemple, en ayant 4 marguerites et 2 roses (comme c'est le cas dans l'exemple de l'article), on demande à des élèves comment faire pour obtenir autant de marguerites que de fleurs. De nombreux « En rajoutant des marguerites » seront donnés comme réponse par les élèves or cela ne peut être possible.

Nous apprenons ensuite que la théorie sur les apprentissages premiers de la numération de Piaget entraîne des contre-sens chez certains pédagogues qui prétendent s'en inspirer et ainsi une opposition entre « pédagogues compteurs » et « pédagogues visuels »¹³ naît. Selon Gelman, les principes du comptage (expliqués auparavant) font partie des compétences de l'enfant mais pas forcément de leurs performances. Ainsi elle cherche à montrer que les élèves sont compétents dès le plus jeune âge et si ce n'est pas le cas, cela est dû au fait qu'ils soient « submergés par la tâche » qui leur est demandée bien qu'ils cherchent à bien appliquer les 5 principes du comptage de manière simultanée et coordonnée car malgré tout ils ont compris : il ne s'agirait en fait que de simples erreurs d'exécution. D'autres chercheurs s'opposent à cette théorie innéiste selon laquelle les compétences numériques seraient structurées en un certain nombre de principes. M.L. Moreua et M. Richelle par exemple, avancent le fait que « l'homme naît avec des dispositions à développer des connaissances numériques mais qu'il n'est pas évident qu'on puisse décrire ses dispositifs sur le modèles des « principes » du comptage ». L'auteur s'appuie plus sur la théorie de Vygotsky selon laquelle le comptage est un « instrument psychologique » dont la nature est sociale. Par exemple, tous les enfants ne sont pas sensibles à l'aspect rituel des pratiques de comptage. Toute cette effervescence de théories ne fait que relancer le débat entre « pédagogues compteurs » et « pédagogues visuels » et plus particulièrement encore sur l'emploi des doigts. Dans les années 1970, suite à la réforme, le comptage a été mis de côté pour laisser place à d'autres activités telles que la sériation, le classement ..., bien que l'article Quantité et Quotité de Pierre Gréco montre le rôle important du comptage dans le développement des compétences numériques.

Ce n'est donc que 10 ans plus tard, avec les travaux de Rochel Gelman que le comptage redevient « à la mode ». Toutefois, les pratiques de comptage ont bien évolué : de plus en plus d'innovations voient le jour et on ne sait plus vraiment ce qui est bon ou pas pour les enfants. La multiplicité des innovations fait que le comptage est certes enseigné à l'école maternelle mais les moyens ne sont pas toujours les plus avantageux pour y parvenir car les enseignants ont tendance à précipiter l'apprentissage et pensent que les anciennes techniques sont « dépassées par la science ». Mais selon elle, leur ignorance sur les travaux

13 Ce sont des pédagogues qui ont longtemps prôné l'utilisation de patterns spatiaux (ou constellation) en même temps que le processus de comptage avant la réforme de 1970

anciens a des effets néfastes. On voit alors clairement une opposition entre 2 types de professeurs : ceux qui ne veulent rien changer aux habitudes et ceux qui désirent innover. Les auteurs en concluent que tout est la cause d'une formation différente des maîtres : ceux qui aurait pu éviter l'abandon du comptage entre les années 1970 et 1980 et ceux qui aurait pu éviter un emploi inconsidéré du comptage à l'école.

4. Qu'en pensent les enseignants de Grande Section et CP ?

1ère phase du protocole expérimental : Questionnaire de recherches

Dans une optique de comparaison, j'ai souhaité, dans un premier temps, mettre en place un questionnaire de recherches à destination des enseignants de Grande Section et de Cours Préparatoire (**ANNEXE 1**) afin de voir s'ils pensaient la même chose que les différents auteurs ou chercheurs cités ci-dessus sur la définition des différentes notions et sur leurs théories. Ces réponses aux questionnaires m'ont permis d'établir un tableau récapitulatif (**ANNEXE 2**) afin de pouvoir mettre en relation les différentes réponses et les définitions et théories expliquées ci-dessus qui résulte des divers articles de recherche lus pour la rédaction de ce mémoire. Les questionnaires ont été distribué aux enseignants concernés par mes travaux à la sortie des écoles ou à mes divers contacts en France, notamment par internet. J'ai également profité de mon stage en responsabilité et des deux classes en Grande Section dans lesquelles j'ai obtenu l'autorisation d'observer pour étendre mon questionnaire. Toutefois un problème s'est posé : il est vrai que le questionnaire est plutôt pointilleux et demande aux enseignants de consacrer du temps, c'est pourquoi malgré de nombreuses relances, je n'ai eu que 10 questionnaires en retour.

Voici ce qu'il ressort des notions de « comptage », « calcul » et « dénombrement ». Dans un premier temps, il ressort à près de 70% que le comptage à la maternelle et au CP consiste en deux parties que sont l'apprentissage de la comptine numérique et le dénombrement d'une collection en égrainant les éléments de la collection un à un. Toutefois, deux enseignants de Grande Section ne s'attardent uniquement que sur le fait de compter les objets un par un pour en trouver la quantité sans tenir compte ou évoquer

l'apprentissage de la suite numérique. Enfin, un professeur de Cours Préparatoire ne prend en compte que la notion de calcul, même dans le comptage : pour ce dernier, compter, c'est « utiliser des opérations mathématiques d'addition et de soustraction – Action de calculer. ». Cet enseignant s'éloigne alors de la définition du comptage en maternelle et CP donnée par les chercheurs et se place plutôt dans une définition plus générale, telle que celle que l'on trouve dans le dictionnaire.

En ce qui concerne le calcul, tous les avis sont unanimes : 100% des enseignants relient le terme « calcul » avec le fait de réaliser des opérations (association de deux nombres) afin d'ajouter, de soustraire ou de partager. Ces derniers ne mentionnent toutefois pas les différents types de calcul existant mais nous pouvons supposer qu'ils en ont connaissance.

Enfin, qu'en est-il de la définition du terme « dénombrer » donnée par les enseignants. Cette définition ne semble pas fixée précisément chez chacun des enseignants car les réponses peuvent être totalement différentes d'un professeur des écoles à l'autre. Commençons par regarder les réponses données par les 7 enseignants de Grande Section ayant accepté de prendre du temps pour répondre à mes questions : pour l'un d'entre eux, dénombrer pourrait être un synonyme de compter ; pour deux autres, le dénombrement consiste à trouver le nombre d'éléments d'une collection mais ne précisent pas comment y parvenir ; tandis que les quatre derniers reprennent cette dernière vision mais parviennent en plus à la lier aux notions de comptage et calcul en expliquant que dénombrer, c'est trouver la quantité d'objets contenus dans une collection en utilisant le comptage et/ou le calcul (égrainer les objets un par un, subitizing, surcomptage, addition ...). Pour les enseignants de Cours Préparatoire, l'un ne prend en considération que la première partie de la définition alors que les deux autres en donnent une définition plus précise qui eux aussi la lient au fait d'y parvenir en comptant et/ou calculant.

A la lecture de l'article « Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage ! » de Roland Charnay et Dominique Valentin, je pensais que le comptage était plus un apprentissage de maternelle et le calcul n'apparaissait qu'au début de l'élémentaire, avant de constater que

même en maternelle, les élèves apprennent à calculer sur les nombres inférieurs à 5. J'ai donc posé cette question aux enseignants pour avoir leur impression sur la chose. Il en résulte que tous les enseignants pensent que le calcul n'est pas réservé au cours préparatoire car en effet, l'apprentissage du calcul en maternelle peut se faire par la mise en place de situations concrètes ou de jeux numériques. Un enseignant de Grande Section insiste sur le fait que l'apprentissage du calcul passe également par l'utilisation d'une logique langagière de calcul et un second, de cours préparatoire, précise que toutefois le symbolisme ne peut se faire qu'au milieu de cours préparatoire pour que les élèves arrivent de plus en plus à faire abstraction, à abandonner la manipulation pour mieux comprendre le symbolisme et le sens des opérations dans les problèmes qui leur seront posés.

II – Comment passer du comptage au calcul ?

1. Les conseils donnés par les auteurs dans le passage du comptage au calcul

L'équipe ERMEL part de l'hypothèse selon laquelle « le surcomptage est un moyen facilitant le passage du dénombrement au calcul » car l'élève donne lui-même du sens, acquiert et élabore lui-même des connaissances numériques selon la situation devant laquelle il se situe. C'est donc par une multitude de situations concrètes et évocatrices (proches de son vécu) pour l'élève que ce dernier pourra améliorer ses procédures de comptage. La représentation que l'élève se fait de la situation est l'une des dimensions employées pour définir le calcul. Cette idée est tirée de l'article Calculer et Compter de la petite section, à la grande section de Rémi Brissiaud mais est confortée par l'article de Roland Charnay et Dominique Valentin : en effet, il y est clairement dit que l'élève doit construire de lui-même ses savoirs pour leur donner du sens, et cela, notamment grâce à des entraînements réguliers. Dans l'ouvrage Qu'apprend-on à l'école maternelle ? du SCEREN-CNDP, on peut lire : « Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace de parvenir au but : jeux, activités de classe, problèmes posés par l'enseignant de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage ». La préface du ERMEL Grande Section stipule que le nombre prend une place de plus en plus importante car c'est au cours de la vie et dans des situations

concrètes (en action) dans le réel que les jeunes élèves comprennent l'invariance du nombre. Vers l'âge de 5 ans, les procédures de résolution dépendent du contexte et des savoir-faire de l'enfant et le concept de nombre n'est encore que partiel. Les compétences numériques jouent un rôle fondamental dans les apprentissages mathématiques à venir car l'enfant se construit des situations-références sur lesquelles il s'appuiera dans ses futurs apprentissages. Pour que l'enfant ait de bonnes situations de référence, il lui faut des situations concrètes, des mises en scène sous forme de problèmes ou de jeux de sociétés qui sont adaptables en classe et à l'évolution de l'élève mais aussi des jeux de doigts, des comptines, des comptes comme par exemple *les trois petits cochons* ou des formulettes à compter. L'objectif de cela étant de développer chez l'enfant des attitudes de recherche et la prise de conscience de leurs capacités.

C'est également grâce à la collaboration avec ses pairs et avec l'enseignant de la classe qu'il y parviendra. L'enseignant, de par les situations qu'il met en place doit amener l'élève à progressivement dépasser l'utilisation de la comptine numérique, à mémoriser certains résultats, à s'appuyer sur la numération (recherche de compléments à 10 par exemple), à utiliser différents outils (les compteurs, les abaques ...) comme l'expliquent Christophe Boisius et Patrice Gros dans leur article Du comptage au calcul. Ce même article stipule également le fait que la représentation du nombre est déterminante dans la procédure employée par l'élève. En maternelle, les élèves rencontrent trois types de représentation du nombre : verbale, imagée (notamment les constellations telles que le dé ou les doigts de la main) et écrite (les symboles chiffrés). Voici alors, de par les variables de représentations du nombre, un tableau qui pourrait faire effet de progression pour passer du comptage au calcul.

		Taille des nombres				
		1	3/5	10	20	30
Type de relation travaillée	Collection/mots nombres (Flashcards)					
	Collection/doigts Collection/dés Doigts/mots nombres Dés/mots nombres dés/nombres doigts/nombres					
	Nombres/mots nombres Dés/mots nombres Collections/nombres Collection/mots nombres Dés/mots nombres					
	Nombres/mots nombres Dés/mots nombres Collections/nombres Collection/mots nombres					

Variable		Recomptage		Surcomptage	Calcul
		direct	en passant par les doigts		
		++		+	+
 puis 		-	+	++	+
	5	-	+	++	+
6	6	-	-	+	++

Mais c'est aussi en confrontant les procédés de résolutions fournies par les élèves que ces derniers vont petit à petit progresser vers les procédures attendues relevant plus du calcul que du comptage. Ainsi, il en résulte que selon tous les auteurs, il faut prôner un apprentissage socio-constructiviste en ce qui concerne le domaine numérique en maternelle afin de mener les élèves du comptage vers le calcul. La préface du ERMEL Grande Section va même plus loin en affirmant que l'apprentissage passe en priorité par l'imprégnation et l'observation des conduites de l'adulte. Les élèves cherchent des procédés de résolutions pour résoudre les problèmes qu'ils rencontrent et débouchent alors sur le nombre comme un objet de connaissance, c'est pourquoi il est nécessaire d'associer les jeunes enfants à nos pratiques numériques quotidiennes. En maternelle, les élèves travaillent uniquement sur les

petits nombres en portant un intérêt aux relations qui les unissent et aux transformations qu'ils permettent.

2. Mais les auteurs ont également mis en avant les limites du comptage dans l'apprentissage du calcul.

Toutefois, l'article L'évaluation, le comptage mécanique et la dégradation des performances en calcul rédigé par Rémi Brissiaud montre les limites du comptage qui précède le calcul. Pour cela, il part de la théorie de Rochel Gelman selon laquelle « les enfants comprennent de façon innée les principes du comptage » évoquée précédemment au cours de ce mémoire de recherches, c'est à dire que l'élève respecte déjà l'ordre des mots-nombres, la correspondance terme à terme et comprend que le dernier mot-nombre énoncé est le nombre d'objets total de la collection en présence. Mais cette thèse est fortement critiquée et de nombreuses expériences s'y opposent mais le ministère continue pourtant à préconiser l'utilisation du comptage comme processus de résolution antérieur au calcul. Rémi Brissiaud commence par mettre en avant le fait qu'en dénombrant, bien souvent, les élèves ne conçoivent les objets que comme l'objet 1, l'objet 2 ... Pour eux, les mots-nombres ne renvoient qu'à un seul élément et ils n'arrivent pas à appréhender que « deux » par exemple ne correspond pas à l'élément numéro deux de la collection mais au contraire à l'élément dénombré en plus de celui d'avant (de manière 2, c'est un et encore 1)¹⁴. Ce « comptage-numérotage » comme le désigne Brissiaud a tendance à éloigner les plus fragiles de la compréhension du nombre, et donc le comptage devient mécanique.

Afin de prouver ses dires, une comparaison est réalisée à l'aide d'une étude américaine : dans une première situation, on demande à des élèves de trouver le nombre de jetons sur une table et dans une seconde situation, on leur demande de donner 5 jetons. On perçoit que, dans la première situation, les élèves parviennent à comprendre les 10 premiers nombres mais ils ont des difficultés à comprendre les 5 premiers dans la seconde situation. Selon Brissiaud, ceux qui parviennent à réussir dans le second contexte, c'est suite à des rappels de règles du « bien compter » L'enfant apprend à faire sans en

¹⁴ Rémi Brissiaud privilégie la logique langagière du calcul plutôt que la logique langagière du comptage comme le fait par exemple J.P Fischer (compter, recompter, surcompter ... une collection)

comprendre les raisons. Cette observation est d'autant plus importante que le comptage mécanique est 2 fois plus présent dans les pays francophones que dans les pays anglophones. Le bien compter est en effet plus simple dans les pays anglophones pour les raisons suivantes : le pluriel français n'est pas marqué en comparaison à la langue anglaise. Par exemple, en anglais, on dit « three cats », avec un s final qui marque la pluralité de l'adjectif numéral trois. Pour comprendre le chiffre 3, il faut le définir comme « un et encore un et encore un » ou comme « deux et encore un », plutôt que l'élément numéro 3. Il est également difficile à comprendre car le mot « un » est polysémique en français : à la fois article défini et déterminant numéral contrairement à l'anglais avec son « a » et « one ». Cela fait obstacle à l'explicitation des 4 premiers nombres et à leur compréhension par les jeunes élèves français.

Rémi Brissiaud donne alors son opinion en expliquant que selon lui, il faut absolument recentrer l'enseignement et donc l'évaluation en fin de maternelle sur la compréhension des premiers nombres de la suite numérique. En fin de Grande Section, les élèves sont évalués sur la compétence de dénombrement jusque 30 mais aussi sur leur écriture comme le stipule les programmes de l'Éducation Nationale¹⁵. Or de 1945 à 1990, on n'enseignait pas les nombres au delà de 20 avant le milieu du CP (époque de la « pédagogie traditionnelle » de 1945 à 1970 puis des « mathématiques modernes » de 1970 à 1990). Bien avant 1970 (contrairement à ce que l'on pourrait en penser), le comptage était évité comme le montre d'ailleurs la partie historique de ce mémoire de recherche. Par exemple, Suzanne Herbinière-Lebert¹⁶ avait créé un matériel visant à empêcher le comptage. En Angleterre, on apprend aux élèves au plus tôt à compter le plus loin possible mais en France, depuis 1990 et les travaux de Gelman, on remarque que l'école française

15 Extrait encadré sur les compétences de fin de maternelle en « Découvrir le monde » (page 16) du Bulletin Officiel Hors Série n°3 du 19 juin 2008 : « *A la fin de l'école maternelle l'enfant est capable de :*
 - mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30
 - associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée »

16 Ce matériel porte le nom d'une inspectrice des écoles maternelles du début du 20ème siècle. Il est composé de plaques de forme rectangulaire ou hexagonale permettant de représenter les nombres de 1 à 10 , et par suite tous les suivants.

Ce matériel permet notamment aux élèves :

- de bien différencier la valeur de chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre.
- de se créer une image mentale d'une collection (appariement à distance)
- de décomposer de manière canonique en dizaines et unités (CP) ou centaines, dizaines et unités (CE1)

=> informations issues du site

http://ecoles.acrouen.fr/montivi/siteressources/file/Num_C2/herbiniere/Descriptif_Herbiniere.pdf

devient moins performante dans le domaine du calcul. D'après une étude réalisée en 1987 par la DEPP¹⁷, les écoliers calculaient encore bien mais en 1999, on voit que ses performances en calcul ont fortement décliné, notamment à cause du basculement vers la pédagogie des pays anglophones d'après l'auteur. Mais Rémi Brissiaud se pose alors la question de savoir si la baisse constatée dans les performances en calcul ne sont uniquement que la résultante de ce basculement vers la pédagogie anglophone. Les arguments sont nombreux : à l'époque « piagétienne » de l'école maternelle (1970 à 1987), il ne fallait pas enseigner le comptage mais uniquement des activités dites « pré-numériques » mais l'étude de la DEPP montre que ces élèves, arrivés en CM2 comptent bien mieux que ceux d'aujourd'hui. Les élèves n'apprenaient pas à écrire les nombres avant le mois de janvier en CP mais malgré cette entrée tardive, ils réussissent mieux. Dans un second temps, il a été mis en avant, dans des recherches sur les difficultés graves et durables en maths, que les élèves en échec progressent peu car ils restent enfermés dans une procédure de comptage dont ils ne se sortent que difficilement. Il faudrait donc éviter de réaliser une première rencontre du nombre lors de rituels. Ces arguments suggèrent donc clairement que la pédagogie des pays anglophones et la valorisation des pratiques de comptage-numérotage sont à l'origine de la baisse des performances en calcul observée de nos jours.

Toutefois, il n'est pas non plus recommandé de délaisser l'activité de comptage en Grande Section mais un apprentissage numérique plus tardif serait, selon Rémi Brissiaud, bien plus efficace et notamment lorsqu'il y aura compréhension des trois ou quatre premiers nombres. Cette compréhension serait réalisée par une logique langagière du calcul (comme expliquée ci-dessus), c'est à dire bien appréhender le fait que « trois, c'est un et encore un et encore un. ». De même, lorsque les élèves apprennent à compter, il ne faut pas insister sur la correspondance terme à terme mais sur la correspondance entre chaque mot et l'ensemble des éléments déjà comptés : « un, et encore un, deux ; et encore un, trois ... ». Il est donc à craindre qu'en restant dans la lignée actuelle, le ministère ne fasse qu'augmenter l'échec en mathématiques. De nombreux enseignants continuent à

¹⁷ La direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance exerce une fonction de suivi statistique, d'expertise et d'assistance pour le ministère de l'Éducation nationale et le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche. Elle garantit la qualité de la production statistique.

estimer qu'il est plus important que les élèves comprennent les premiers nombres plutôt que savoir les écrire jusque 30. Toutefois, il ne faut pas y voir un progrès dans la lutte contre l'échec scolaire mais plutôt comme une régression. Certains enseignants de CP continuent à considérer l'étude des 20 premiers nombres et les relations entre ces nombres comme largement suffisant pour la première moitié de CP mais dans certaines académies, des évaluations de mi-CP donnent à écrire aux élèves des nombres bien plus grand que 20 en dictée de nombre. Une question se pose alors : en tant que futur enseignant, comment faut-il se positionner ? De même, il demeure important de comprendre le lien entre écriture chiffrée et le groupement en dizaines et unités : cette compréhension est cruciale pour l'avenir. Rémi Brissiaud conclut donc son article sur une note négative : Le ministère a décidé d'utiliser l'évaluation comme outil de pilotage de la pédagogie dans les établissements. Mais la conséquence néfaste de cela, c'est la généralisation du basculement vers la pédagogie des pays anglophones et donc il faudra encore prévoir une baisse supplémentaire des performances de calcul dans les années à venir.

L'article de Roland Charnay et Dominique Valentin, déjà évoqué à plusieurs reprises au cours de ce mémoire de recherche, met en avant le fait que l'on pourrait commencer par un comptage éléments par éléments mais que l'on devrait ensuite chercher à développer le comptage deux par deux ou l'ajout de 1 pour que la notion de calcul commence à interférer dans le processus de comptage. Ces auteurs reprennent également ce que C.A Thornton nomme « les trois phases » pour aboutir à une réponse automatisée résultante du calcul : ces phases sont dans un premier temps la compréhension du concept, puis ensuite l'apprentissage de procédures pour aboutir au résultat et dans un dernier temps la mémorisation des résultats trouvés. Ainsi, bien que pour certains chercheurs, comptage et calcul s'opposent car ces deux procédés sont totalement différents, pour l'enfant, ils restent deux outils complémentaires à la résolution des différents problèmes qui leur seront posés.

3. *Quels moyens sont mis en œuvre pour y parvenir ?*

A l'aide de quelques questions posées aux enseignants de Grande Section et Cours Préparatoire au travers du questionnaire de recherches (**ANNEXE 1**), j'ai pu les analyser et les regrouper. Nous verrons que parfois, les avis sur les moyens de mettre en œuvre le passage du comptage au calcul sont totalement différents mais jamais contradictoires.

Les dix enseignants interviewés sont unanimes sur le fait que la manipulation ou l'utilisation de dessins, pour éclaircir les situations, sont primordiales dans l'optique de donner du sens au calcul. Le calcul est notamment permis grâce à une connaissance du nombre de plus en plus poussée, connaissance qui bien souvent sont permises par l'apprentissage du comptage avant le calcul. La moitié d'entre eux insiste également sur le fait que la mise en place de situations-problèmes concrètes sont à la source de l'apprentissage du calcul, mènent les élèves à la réflexion sur leurs modes de résolutions et permettent de mutualiser les diverses solutions pour aboutir à une méthode de calcul efficace. Seul un enseignant a évoqué le fait d'utiliser une logique langagière du calcul qui permettrait, par le comptage, de comprendre le nombre : deux, ce n'est pas l'élément numéro deux mais le deuxième ($1+1$). Je reprendrai dans quelques instants les mises en œuvre concrètes mises en place dans la classe mais commençons par regarder la place attribuée à la manipulation et aux rituels.

Quatre enseignants de Grande Section ont ainsi stipulé que ce passage entre le comptage et le calcul est rendu possible grâce aux rituels : en effet, comme j'ai eu la chance d'en parler avec la conseillère pédagogique lors de mes stages en responsabilité, une bonne progression des rituels amène petit à petit à laisser tomber le comptage pour favoriser une réponse plus rapide résultante du calcul (dans un premier temps, on compte le nombre d'élèves, par la suite, le nombre de filles et de garçons pour ensuite surcompter à partir du plus grand des nombre et enfin, le calcul par addition du nombre de filles et de garçons ou par retrait du nombre d'élèves absents au sein de la classe). Cette idée de rituels n'est absolument pas évoquée par les enseignants de Cours Préparatoire, sans doute pour la simple raison que bien souvent, les rituels ne sont utilisés qu'en maternelle et sont

abandonnés lors du passage à l'école élémentaire. Enfin, un enseignant de Cours Préparatoire parle de l'importance du surcomptage et du comptage à reculons (un peu comme pour les rituels évoqués ci-dessus mais pour lui, dans des situations-problèmes) pour parvenir au calcul.

Si l'on s'attarde sur les questions 9 et 10 du questionnaire, qui portent justement sur la place de la manipulation et des rituels dans cette transition « comptage »/« calcul », on remarque que tous les professeurs des écoles sont d'accords. 100% d'entre eux accordent une place majeure dans l'apprentissage du sens à donner au calcul. Un enseignant précise clairement que la manipulation est un moyen de passer du plus concret pour l'élève à une abstraction progressive permettant l'apprentissage du calcul automatisé (par exemple, l'apprentissage des tables d'addition de Pythagore). Un second, quant à lui, voit également la manipulation comme un moyen de différenciation car il est vrai que le rythme des élèves étant différent, certains pourront vite abandonner la manipulation d'objets pour faire abstraction (se représenter dans leurs têtes) alors que d'autres auront toujours besoin de toucher les objets pour en calculer le nombre total. En ce qui concerne la place des rituels, 90% des enseignants prônent l'utilisation progressive du calcul lors des rituels mais un enseignant précise clairement qu'il est, selon lui, meilleur de préconiser l'apprentissage en petits groupes de travail pour s'intéresser aux procédures employées. Trois enseignants estiment toutefois que les rituels ne sont pas le seul moment d'apprentissage du calcul car certains ne sont pas toujours attentifs et donc qu'il est également indispensable de le travailler en petits groupes.

Voici maintenant les mises en place d'activités au sein de la classe qui permettent ce passage du comptage au calcul. Bien évidemment, et comme évoqué ci-dessus, tous les enseignants de Grande Section mettent en place des rituels progressifs au cours des apprentissages pour passer du comptage vers le calcul. De même, ces dernières utilisent des activités numériques concernant ces deux notions, à la fois pour parvenir à renforcer l'apprentissage de la suite numérique orale et leur correspondance avec l'écriture chiffrée, notamment en passant par des activités de dénombrement, de comparaison telle que le propose les manuels comme « Vers les maths » ou le « Ermel » ou encore les activités

évoquées dans l'article de Patrice Gros « Du comptage au calcul » dont il sera plus particulièrement question dans la troisième partie du mémoire. Parmi les activités évoquées par les enseignants, ces derniers utilisent le jeu des chapeaux (10 jetons sur une table, on en cache sous une boîte ou sous un chapeau. Les élèves dénombrent ce qu'il reste sur la table afin de déduire ce qu'il y a de caché) pour travailler les compléments à 10 ou la distributions d'images (au bout de 10 images, les élèves ont le droit de demander une grande). Au début, les élèves ont tendance à rester dans le comptage des images mais petit à petit, ils vont arriver à calculer pour savoir le nombre de petites images manquantes avant d'en avoir une grande. Ils mettent aussi en place des jeux de déplacements de jetons à l'aide de dé sur une piste comportant des indications chiffrées afin que les élèves commencent à anticiper les résultats par surcomptage ou par calcul. Les enseignants de cours préparatoire ne parlent pas de rituels mais plutôt de petites activités de manipulation avec ajout, retrait, partage et d'un entraînement quotidien au calcul mental. Le passage vers le calcul passe par l'abstraction et donc les professeurs mettent en place des activités de découverte afin d'introduire le symbolisme et de mettre les élèves face à des situations-problèmes dans lesquelles l'utilisation réfléchie de calculs sera nécessaire. Il en retourne ensuite que 100% des enseignants portent une place importante aux constellations car ces dernières sont une représentation d'une quantité définie qui permettent aux élèves de se faire une visualisation mentale d'une quantité donnée et donc de gagner du temps par le fait de ne pas avoir à recompter les éléments donnés un à un. Quelques professeurs précisent toutefois que celles-ci sont indispensables au début, lors de la découverte du calcul, pour ensuite être de moins en moins utilisées. Les constellations peuvent demeurer un moyen de différencier : en effet, les élèves ayant plus de difficultés dans le passage vers le calcul auraient besoin de percevoir les quantités devant leurs yeux pour parvenir à la résolution de la tâche demandée.

En parlant de différenciation, j'ai demandé aux enseignants si, selon eux, comme l'indiquent certains chercheurs évoqués auparavant dans ce mémoire de recherche, le comptage pouvait être un frein dans l'apprentissage du calcul : 90% des questionnés pensent que les deux procédés de résolutions sont liés et coopèrent dans la résolution de problèmes. Toutefois, des enseignants estiment que, sans être un frein au calcul, certains

élèves éprouvent toujours des difficultés dans la compréhension du calcul et ont besoin de plus de temps. L'un d'entre eux prend tout simplement exemple de la tendance chez certains élèves à toujours ajouter, même lorsqu'il faut soustraire. Un autre, lui, insiste sur le fait qu'il serait possible d'aborder le calcul sans le comptage mais il demeure plus simple de passer de l'un à l'autre en les faisant coopérer, d'où l'importance d'une logique langagière de calcul. Enfin, un professeur de cours préparatoire refuse de prendre partie et dit clairement qu'il ne connaît pas les théories des différents chercheurs et que ce n'est qu'en les analysant qu'il pourrait porter un jugement objectif.

III – Quelques exemples d'activités : protocole expérimental, observations de classe et autres activités, notamment celles proposées par Patrice Gros

1. Seconde phase du protocole expérimental : Perception de quantité pour dénombrer.

L'objectif de ce protocole expérimental est de voir dans quelles situations les élèves ont plutôt tendance à continuer à compter ou à utiliser le calcul. L'idéal serait donc de pouvoir favoriser la perception de quantités sans compter. Pour cela, on utilisera alors des flashcards différentes qui seront montrés aux élèves pendant 5 secondes (pour limiter le comptage) : certaines favorisant le calcul et d'autres ne favorisant pas la structure additive. (perception d'éléments plus ou moins grands, avec des formes différentes ou selon la situation spatiale sur la feuille ...) : ces flashcards sont visibles en **ANNEXE 3-4-5-6 et 7**. Le travail favoriserait alors l'entrée dans les procédures de calcul (d'abord comptage puis surcomptage puis abandon pour les mener à la numération et au calcul). Faire verbaliser était très important pour voir quelle procédure l'élève emploie : on interroge les élèves pour leur faire expliquer la façon dont ils ont perçu la collection et comment ils sont parvenus au résultat. Cette activité d'observation et de dénombrement se fera avec l'ensemble de la classe mais lors de différentes phases de travail en groupe. J'ai eu l'occasion de travailler en 4 groupes hétérogènes au sein des deux classes de Grande Section qui m'ont accueilli en observation au cours de l'année de Master 2 et dans ma classe lors de mes stages en responsabilité. Afin de voir la progression au cours de l'année vers le calcul, l'activité a été

réalisé à deux moments différents de l'année : une fois au mois de décembre- janvier et une fois au mois d'avril-mai. Ainsi, je porterai mon attention sur quelles flashcards permet aux élèves d'utiliser le calcul plutôt que le comptage (est ce la position des objets, leur taille, leur forme ou autre qui les fait percevoir des quantités qu'ils vont ensuite additionner pour obtenir le nombre total d'objet de la collection ?) et sur comment les élèves représentent le résultat (dessin, chiffre, point ...). La fiche de préparation de cette activité est également en **ANNEXE 8**.

Voici maintenant le tableau des résultats obtenus :

Méthodes employées et Représentation du résultat		Période Décembre - Janvier																																			
		1			2			3			4			5																							
Ecole	Nombre d'élèves de la classe	Calcul	Écrit en chiffres	Représenté par des •	chronus	Compta 1	subitimus	Calcul	Surcompaga	Compta 2	en chiffres	points/déca	chronus	Compta 1	Subitimus	Calcul	Surcompaga	Compta 2	en chiffres	en point	en chiffres	Calcul	Subitimus	Calcul	Surcompaga	Compta 1	en chiffres	en point	écart 3-2								
	1	23	22	1	18	5	8	26	3	0	0	23	0	2	16	6	1	0	23	0	0	10	11	0	2	0	14	9	2	9	7	3	4	18	3	2	
Nombre d'élèves présents lors de l'activité		23																																			
2	23	20	0	20	0	7	17	2	0	1	20	3	16	2	2	0	0	18	1	0	11	9	0	2	0	0	17	3	2	14	5	0	1	20	0	0	3
	Nombre d'élèves présents lors de l'activité	20																																			
3	18	18	0	18	0	3	14	1	0	2	18	0	11	6	1	0	0	18	0	0	5	16	3	0	0	0	18	0	1	15	2	0	1	18	0	0	2
	Nombre d'élèves présents lors de l'activité	18																																			
TOTAL		60	1	56	5	18	61	6	0	3	1	61	5	13	14	3	1	60	1	0	17	30	3	2	0	18	14	5	38	14	3	6	56	3	2	7	

Méthodes employées et Représentation du résultat		Période Avril - Mai															
		1			2			3			4			5			
Ecole	Nombre d'élèves de la classe	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
	Nombre d'élèves présents lors de l'activité	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
Ecole 1	Nombre d'élèves de la classe	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
	Nombre d'élèves présents lors de l'activité	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
Ecole 2	Nombre d'élèves de la classe	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
	Nombre d'élèves présents lors de l'activité	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Ecole 3	Nombre d'élèves de la classe	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63
	Nombre d'élèves présents lors de l'activité	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63
TOTAL		63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63

Lorsque l'on observe les résultats, nous pouvons assez vite voir que le comptage 1 par 1 est de moins en moins usité au cours du temps, ceci est sans doute dû à une connaissance plus grande sur les nombres. En effet, cette connaissance permet à l'élève d'utiliser le nombre de manière abstraite. Bien évidemment, le comptage reste majoritaire sur la première flashcard mais ceci est évident puisque cette dernière n'a pas pour but de favoriser la structure additive étant donné la disposition totalement aléatoire des éléments constituant la collection. Toutefois, sur la seconde période (avril-mai), et contrairement à ce que l'on aurait pu croire, nous observons que les élèves ont plus tendance à compter, en opposition à la période de décembre-janvier lors de la perception de la cinquième flashcard. Cette dernière avait pourtant pour but de percevoir des quantités dont la taille (grandeur de l'image) était variée afin de percevoir 3 petits lapins et 2 gros lapins et les additionner soit $3+2 = 5$ lapins.

La flashcard n°4, portant sur la perception des quantités selon leur positionnement sur l'espace de la feuille, est celle qui favorise le plus l'utilisation du subitizing, c'est à dire que sans même compter, les élèves ont su percevoir la collection comme constituée de 4 éléments en haut à gauche et un élément en bas à droite, soit ensuite par calcul ou surcomptage, une collection de 5 éléments. Je pense que les autres flashcards exceptée la 1 pouvaient amener à l'utilisation de cette méthode mais il semblerait que les élèves soient plus sensibles à la position des éléments plutôt qu'à leur forme, leur taille ou leur couleur. On pourrait également souligner le fait que le comptage reste le procédé le plus utilisé et donc on pourrait penser que de nombreux élèves restent enfermés dans un procédé de comptage. Il est vrai que le temps d'observation de la flashcard était court donc certains ont sans doute cherché à obtenir la bonne réponse par comptage plutôt que d'utiliser le calcul, pas encore correctement maîtrisé de tous, plus risqué. Pour avoir pratiqué ce protocole au sein de ma classe lors du stage en responsabilité, j'ai perçu que certains élèves se jetaient sur la flashcard pour compter vite et bien mais, en les voyant en pratique lors d'autres activités, j'ai vu que ces mêmes élèves savaient pourtant calculer sur les 5 premiers nombres.

L'un des objectifs de la maternelle est également d'associer le mot-nombre connu à son écriture chiffrée: il en ressort ici qu'au fil de l'année, les élèves parviennent à s'éloigner de la représentation du nombre pour l'écrire directement : sur la période d'avril-mai, les élèves n'ont eu que 24 fois recourt à des constellations (souvent des points) pour se représenter la collection sur 315. Enfin, au niveau des erreurs, je pensais en trouver moins lors de la seconde période mais en réalité leur nombre est identique à la période de décembre-janvier : il se peut que ceci soit dû à un désir d'utiliser le calcul mais ce dernier n'étant pas encore totalement fixe dans les apprentissages des élèves amène de nouveaux types d'erreurs (dans un premier temps, erreur de comptage vu le temps limité mais dans un second temps, erreur dans les calculs). On voit également que certains sont dans une phase transitoire entre comptage et calcul : comptage pour dénombrer les éléments positionnés ensemble, de la même couleur, de la même taille ou de la même forme pour ensuite les ajouter d'où les « 2-2 » sur la troisième flashcard et « 3-2 » sur la cinquième flashcard.

2. *Quelques activités observées dans des classes de Grandes Sections*

Commençons par évoquer les rituels que j'ai eu l'occasion d'observer dans deux classes de Grande Section de ma ville. Dans une première, les élèves mettent leur étiquette-prénom au tableau et un élève les compte ensuite pour savoir combien sont présents et doit l'écrire. C'est justement dans cette classe que j'ai pu voir une erreur « idéosyncrastique »¹⁸ que les autres élèves se sont empressés de remarquer et de corriger. En cas de besoin, les élèves ont accès à la bande numérique, notamment pour savoir comment écrire le nombre des présents. Un élève fait d'ailleurs une remarque intéressante qui amène l'enseignant à évoquer le calendrier : « Dans 4 nuits, c'est la Saint-Nicolas ». L'enseignant demande alors à l'élève qui a anticipé (ou entendu dire) le nombre de nuits restantes avant la Saint-Nicolas à expliquer pourquoi il dit cela, ce qu'il fait avec brio : « Aujourd'hui, nous sommes le 2, un jour après c'est le 3 ... » en levant un doigt à chaque fois qu'il dit « un jour

18 L'enfant utilise une suite de mots-nombres qui n'est pas la comptine numérique conventionnelle (par exemple ici : « ... 10-11-12-13-14-20 ») : terme repris à Rochel Gelman dans l'article « *Compter à l'école maternelle ? Oui mais ...* » de Rémi Brissiaud (*Grand N Spéciale Maternelle*)

après » pour ensuite les compter et dire qu'il reste 4 nuits. Lors d'un autre jour, le rituel fut source de réflexion : les élèves trouvent 18 étiquettes mais comptent 19 élèves : « On devrait trouver le même nombre d'élèves et d'étiquettes. Pourquoi ce n'est pas le cas ? ». Un élève parvient à la solution selon laquelle un élève a oublié de mettre son étiquette en arrivant ou alors que le compteur a fait une erreur; L'enseignant en profite pour évoquer le fait que 19, c'est 18 et encore 1 (logique langagière de calcul). Puis l'écriture du 9 pose problème donc l'enseignant fait appel au référent d'écriture des chiffres (gommettes vertes pour le début, gommettes rouges pour la fin et flèches indiquant le sens de rotation). Dans l'autre école, les élèves écrivent leur prénom à l'ordinateur en arrivant et au coin regroupement, ils comptent le nombre de présents en se passant un crayon (le départ est aléatoire). A la fin du comptage, un élève vient écrire le nombre de présents au tableau. Personnellement, j'ai mis en place un rituel de surcomptage : « Combien de filles ? Combien de garçons ? Sans recompter l'ensemble des élèves, comment trouve-t-on combien d'élèves sont dans la classe ? ».

Regardons maintenant les activités : une première activité consiste à travailler sur le partage équitable sur feuille (la manipulation ayant déjà été faite) : « Donner autant de livres et de crayons aux 4 élèves ». Ceci est une approche du calcul et notamment de la division et permet d'insister sur le vocabulaire « plus que, autant que et moins que ». Une seconde activité consiste à travailler un objectif clairement défini par le Bulletin Officiel Hors Série Numéro 3 du 19 juin 2008 : « associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée » en mettant les élèves dans une situation de correspondance écriture chiffrée et quantité. L'activité nécessite de la part des élèves qu'ils connaissent ou appréhendent l'écriture chiffrée afin de colorier le bon nombre de boules sur un sapin de Noël. Une élève, en voyant « 8 » ne parvient pas à savoir qu'il s'agit du chiffre 8 et utilise donc la bande numérique pour colorier le bon nombre de boules. Un autre groupe de travail, le plus en difficulté, revoit les constellations : il faut associer le bon animal et la bonne constellation ensemble. J'ai constaté que certains élèves, en voyant la constellation du 6 d'un dé, avaient encore besoin de compter les points 1 à 1 pour dire que la constellation représente le chiffre 6. Le même jour, un dernier groupe travaille sur les

compléments à 5 (notamment par surcomptage)¹⁹. L'enseignant place sur 5 lapins, chacun sur un chou, dans le jardin. Il demande aux élèves de fermer leurs yeux et cache alors un certain nombre de lapins dans une maison : les élèves, lorsqu'ils ouvrent les yeux, doivent écrire sur l'ardoise le nombre de lapins restant dans le jardin : ceci est simple car il n'y a qu'à regarder. Puis les consignes changent : « Combien de lapins sont contenus dans la maison ? » Certains utilisent les points d'un dé, d'autres représentent des doigts, certains écrivent l'écriture chiffrée, d'autres dessinent (soit les lapins dans la maison, soit le jardin avec les 5 choux et les lapins restant pour dire qu'autant de choux sont vides donc il y a autant de lapins dans la maison). Les élèves explicitent leur mode de résolution de la situation-problème. Cela aboutit à la compréhension de la décomposition additive du chiffre 5. A la fin de chaque tour, l'enseignant, avec les élèves conclut sur « 5, c'est 4 et 1 » par exemple. Un élève remarque qu'il s'agit en fait d'écrire le nombre de choux vides mais lors de la prochaine phase, ils feront la même chose mais sans les choux vides. La séance se termine sur des comptines numériques (**ANNEXE 9**).

Lors d'une seconde observation au sein de la classe, voici les activités que j'ai eu la possibilité d'observer : un groupe travaille sur l'exercice de correspondance écriture chiffrée / quantité avec les boules de Noël comme expliqué ci-dessus. Un autre groupe travaille sur la comparaison de quantités: ils doivent colorier le sapin qui a le plus de boules. Ceci peut être rapproché de mon protocole expérimental car en effet, pour certaines comparaisons, les élèves sont obligés de compter les boules pour savoir où il y en a le plus mais dans d'autres cas, un simple coup d'œil suffit à percevoir la quantité, surtout lorsque les deux collections sont facilement comparables à l'œil nu . Un autre groupe fait le jeu du banquier : les élèves comptent le nombre de jetons dont ils ont besoin puis doivent faire le moins de voyages possibles pour ramener le bon nombre de jetons. Dans cette activité, certains ont une bonne connaissance de la suite numérique donc y parviennent du premier coup mais d'autres n'ont pas encore remarqué la stabilité de la comptine numérique. Enfin, le dernier groupe passe au jeu des lapins mais cette fois, la décomposition additive devra se faire sans la présence des choux dans le jardin et sous forme de jeu par 2 : un enfant repartit 5 jetons entre le jardin et la maison pendant que son camarade a les yeux fermés (par exemple 2 dans le jardin et 3 dans la maison (matérialisée par un gobelet retourné)).

19 La situation est tirée du livre « Vers les Maths – Maternelle Grande Section » aux éditions Accès (page 54-55)

L'élève ouvre les yeux et doit écrire sur son ardoise le nombre de jetons sous le gobelet pour le montrer à son camarade qui lève alors le gobelet pour vérifier. La situation est décontextualisée pour parvenir aux compléments à 5 et donc à sa décomposition additive.

En observation dans la seconde école, j'ai pu voir des activités sur le complément à 5 et à 10. L'enseignant commence par une activité de rappel général sur le complément à 5 qui amène le comptage, le recomptage ou le surcomptage et parfois même le calcul chez certains élèves. Cette dernière se fait à l'aide de jetons et gobelets, un peu comme le jeu des lapins. L'enseignant donne alors des méthodes pour utiliser ses doigts : « 5 doigts levés, j'ai 3 jetons visibles donc j'abaisse 3 doigts et combien il en reste debout ? » puis utilise l'album à compter de Rémi Brissiaud (« les 5 grenouilles » pour la décomposition additive du 5). L'enseignant cache d'abord les pages sans nénuphars : les élèves trouvent combien de grenouilles sont à l'eau en dénombrant les nénuphars vides puis l'exercice s'inverse. Après ce changement de consignes, il devient plus complexe pour les élèves de se représenter les grenouilles restant sur les nénuphars en voyant celles dans l'eau. Par exemple, 3 grenouilles sont à l'eau et les élèves répondent qu'il n'y en a qu'un sur les nénuphars : par recomptage de la totalité, l'enseignant montre aux élèves que ça ne fait pas 5 (idem lorsqu'un élève annonce 4) pour enfin trouver 2 en utilisant les doigts de la main. Puis les activités de groupe débutent : un groupe d'élève revoit le complément à 5 avec le jeu Halli Galli : on tape sur une clochette lorsque 5 fruits identiques parmi les cartes sont retournées. Sur 6 élèves du groupe, 1 emploie le calcul, 4 le surcomptage et 1 recompte la totalité. Un second groupe travaille sur le complément à 10 par le jeu de la marchande : des otaries sont dans l'eau, l'élève doit trouver combien d'otaries mettre sur leur plot pour avoir 10 otaries au total et doit donc demander le nombre d'otaries manquantes à l'enseignant. Les élèves utilisent beaucoup leurs doigts. Une dernière activité se passe en atelier TICE avec un jeu sur les compléments à 10 : les élèves doivent jeter des billes de couleurs comportant un chiffre à côté d'une autre pour faire 10 (par exemple une bille 7 à côté d'une bille 3). Lorsque cela fait bien 10, les billes explosent, le but étant d'être le plus rapide à ne plus avoir de billes à l'écran. Cette activité repose essentiellement sur le calcul, c'est pourquoi le groupe aux ordinateurs était le plus avancé. Lors d'une seconde observation au sein de la classe, j'ai pu voir une activité sur la

mémorisation de la suite numérique. Il fallait que les élèves réussissent à réciter la suite numérique en faisant abstraction de certains d'entre eux (en les gardant dans sa tête). Le jeu s'appelle « Plouf, dans l'eau ». J'ai observé que les élèves avaient plus de difficultés à garder un nombre dans leur tête lorsque celui-ci est supérieur à 10. De même, j'ai pu voir quelques erreurs idéosyncrastiques, notamment des oublis de chiffres (15-17 : oubli du 16) ou une non maîtrise de la suite numérique (14 – 15 (dans la tête) - 12). Enfin, certains élèves n'ont pas encore pris conscience de la logique de la suite numérique : après 20, ils n'arrivent pas à comprendre que c'est 21 (20 et 1), puis 22 (20-2) ... La bande numérique est encore en cours de construction. Une autre activité était l'activité du Banquier (un peu comme dans la première classe d'observation) sauf que les élèves ne devaient pas aller chercher eux-mêmes les jetons nécessaires mais ils devaient rédiger un chèque pour l'amener à un camarade banquier qui devait se débrouiller pour le lire et donner le bon nombre de jetons à son client. Souvent, au dessus de 10, les élèves ont recours à la bande numérique pour écrire le nombre (client) ou savoir de quel nombre il s'agit (banquier). J'ai vu un élève qui maîtrisait bien la bande numérique jusque 10 donc au lieu de recompter, il surcomptait à partir de 10 pour aller plus vite. Enfin, des élèves ont déjà une très bonne connaissance de la bande numérique et savent écrire ou reconnaître le nombre dès qu'ils le voient. Le troisième groupe était aux ordinateurs pour faire un memory afin d'associer nombre à l'oral (écouté dans le casque) à son écriture chiffrée. Toutes ses activités portent essentiellement sur le comptage et non sur le calcul.

3. Les activités proposées par Patrice Gros

Dès la maternelle, les élèves acquièrent des compétences dans le domaine numérique. Ces compétences se construisent progressivement grâce aux différentes mises en situations, aux différentes activités. Dès le plus jeune âge, des relations entre les nombres se créent et permettent une véritable construction du nombre.

1) Objectifs de la Maternelle : Connaître la suite numérique jusqu'à 30, dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus et Résoudre des problèmes portant sur les quantités.

Voici les propositions d'activités proposées par Patrice Gros dans son article, classées par objectifs :

- Activité ritualisée en maternelle : Présents/Absents

Cette activité permet la mémorisation de la suite numérique orale par dénombrement d'une collection : le nombre d'élèves dans la classe mais également l'écriture chiffrée du cardinal de la collection. En GS, le maître compte seul puis demande à quelques élèves de le faire également. L'enseignant demande ensuite à un élève de faire le décomptage (différence entre le nombre total d'élèves de la classe et le nombre de présents) pour déterminer le nombre d'absents. Cette méthode permet de comparer les présents et les inscrits et met en évidence les absents. En partant du nombre de présents, il est possible de déterminer le nombre d'absents par surcomptage. On pourrait également faire le contraire : à partir du nombre d'inscrits et du nombre d'absents, trouver le nombre de présents grâce à un décomptage. Il serait également possible de faire la même chose en comptant les filles et les garçons pour différencier: ceux ne sachant pas encore la suite numérique jusque 30, on leur fait dénombrer des collections plus petites. En cours d'année, on introduit l'écriture chiffrée des nombres pour faciliter une appropriation progressive de la bande numérique. On pourrait aboutir sur des situations additives non formalisées en décomposant la classe en plusieurs groupes et en complétant un tableau à double entrée comme celui proposé ci-dessous :

	Présents	Absents	
Garçons	13	3	16
Filles	10	2	12
	23	5	28

Variantes possibles : à son arrivée, l'élève vient mettre son étiquette nom en correspondance avec la suite écrite des nombres pour montrer que l'on peut répondre à la question « Combien y-a-t-il d'élèves dans la classe ? » sans forcément dénombrer. Sinon, si il y a des absents, la connaissance du nombre total d'élèves de la classe va permettre de dénombrer 2 sous-collections (dénombrement des cases occupées par les élèves présents et des cases vides) et dans certains cas, on peut arriver à de petits calculs (par exemple 23

cases pleines et 2 cases vides font 25 ou 25 élèves d'habitude moins 2 absents font 23 élèves). Il faudra bien sur faire expliciter l'élève sur sa stratégie et ces calculs pour favoriser leurs appropriations puis leurs réinvestissements par tous les élèves.

▪ Autres activités possibles

- le furet : compter en avant, en arrière, à partir d'un nombre fixé
- la fusée : faire un compte à rebours à partir du nombre choisi par l'enseignant
(selon les acquis des élèves et permet éventuellement d'aborder le « zéro »)
- le tambourin : écrire le nombre de coup de tambourin ou le nombre avant ou le nombre après. Un élève peut être chargé de donner les coups de tambourin en fonction d'un nombre donné par l'enseignant
- les 3 qui suivent : l'enseignant donne un nombre et l'élève doit donner les 3 qui suivent. La suite numérique peut servir d'aide.
- le cochon qui rit : l'élève lance 2 dés, fait la somme (ou dénombre) et selon le résultat place la bonne pièce de son cochon pour le reconstituer.
- distribution de matériel : distribuer le bon nombre de pailles pour que chacun des élèves possèdent une paille et une seule
- le jeu des peluches : une peluche devant chacune des 3 boites : l'enfant doit venir observer et modifier les collection pour que chaque peluche possède le même nombre d'objets dans sa boite ou pour que l'une d'entre elle en possède plus que les autres (possibilité de comparaison)
- dominos : associer écriture chiffrée et constellations ou collections. L'élève doit mobiliser deux représentations du nombre : une forme imagée, une forme écrite et les associer. Il peut toujours dénombrer les points de la configuration et utiliser la bande numérique pour établir le transcodage.

2) Objectifs du CP : Calculer mentalement des sommes et des différences. Calculer n lignes des sommes et des différences, des opérations à trous.

Activités proposées:

- le train qui accélère : réciter la suite numérique de plus en plus rapidement selon si le maître l'interroge ou non. On peut commencer par la suite numérique simple puis ensuite le compte à rebours pour ensuite aboutir au comptage 2 par 2 ou 5 par 5
- Manipulation de monnaie
- Dominos à 10 : les dominos qui se touchent doivent, si on les calcule, donner 10
- cartes recto-verso : des cartes sur la table divisée entre 2 joueurs. L'un d'entre eux désigne une carte, l'autre doit trouver le verso : si il répond juste, il gagne la carte, s'il répond faux, l'autre joueur garde sa carte.
- 10 dans la boîte : chaque joueur met 1, 2 ou 3 jetons dans la boîte : le joueur à mettre le 10^e jeton dans la boîte annonce « Dix dans la boîte »

3) Objectif de CP : Produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20

Activités proposées :

- Lucky Luke : le maître annonce un nombre entre 5 et 10. Les élèves préparent leurs doigts dans leur dos puis au signal « dégainent » la solution. En variante, on peut poser de petites additions ex : $4+3$
- le bon compte : on tire 4 cartes « nombres » et une carte « résultat » : à partir de là, les élèves doivent faire en additionnant (ou soustrayant) le nombre exact ou le plus proche
- la boîte noire : On met x objets dans une boîte opaque, x est annoncé à la classe et/ou écrit au tableau et on demande aux élèves combien d'objets sont dans la boîte (x compris entre 1 et 20) puis un autre élève retire un nombre d'objets et demande combien il en reste dans la boîte. L'explicitation des procédures est un moment important de l'activité car expliquer comment on fait, c'est prendre conscience de la méthode utilisée et c'est aussi communiquer aux autres et éventuellement leur permettre de se l'approprier.

CONCLUSION :

Il résulte en conclusion que le comptage et le calcul, bien qu'étant des procédés de résolution de problème fonctionnant totalement différemment, demeurent au final, également aux yeux des enseignants, deux processus complémentaires de numération même si le premier peut être un frein au second. En effet, il ressort clairement que le comptage demeure, pour bon nombre d'entre eux, antérieur au calcul mais une phase équivoque est essentielle: l'utilisation progressive d'une logique langagière de calcul dans le comptage pour que les élèves puissent avoir une assez bonne connaissance du nombre pour ensuite l'utiliser dans le calcul, de façon abstraite.

Afin de parvenir à ce passage progressif de « compter » vers « calculer », l'enseignant doit alors mettre en œuvre des situations-problèmes cohérentes et assez proches du vécu des élèves dont la progression aboutit à un abandon du calcul (activités telles que celles évoquées dans la troisième partie). C'est d'ailleurs pourquoi les enseignants accordent une grande importance à l'utilisation des constellations pour mieux visualiser le nombre (nous avons vu que le choix du procédé de résolution dépend de la vision de la quantité) et de manipulation (action concrète visant à une meilleure connaissance du nombre) pour ensuite, une fois l'acquisition de la suite numérique et de son écriture, pouvoir passer au calcul, procédé abstrait constituant par la suite un gain de temps et une réponse plus pratique dans la résolution de problèmes simples. Ce n'est qu'ensuite qu'apparaîtra le symbolisme.

ANNEXES

ANNEXE 1: Questionnaire à destination des enseignants de GS / CP

Questionnaire destiné aux enseignants de GS et CP

Niveau : GS / CP (barrer la mention inutile)

École :

Ville :

1° Quelle définition donner au verbe " compter " ?

2° Quelle définition donner au mot " calcul " ?

3° Quels liens (différences) pourriez vous faire entre dénombrer, compter et calculer ?

4° Selon vous, l'apprentissage du calcul est-il réservé au CP ? Si oui, pourquoi ?

5° Comment, selon vous, passer du comptage au calcul en GS et/ou CP ?

6° Quelles activités mettez vous en place au quotidien pour passer du comptage au calcul ?

7° Certains chercheurs voient le comptage comme un frein au calcul. Qu'en pensez-vous ?

8° Les constellations jouent-elles un rôle important dans le passage du comptage au calcul ?

9° Les rituels sont-ils propices à l'apprentissage du calcul en maternelle ?

10° Commencer à comprendre le calcul nécessite-t-il de la manipulation de la part des élèves ?

11° Que pensez-vous des programmes de GS et/ou CP à propos du comptage et du calcul ?

Est-ce suffisant ?

Les programmes sont-ils clairs sur ces points ?

K. Boudart, Master SMEEF, Site IUFM de Valenciennes
Protocole d'expérimentation du mémoire : « Le passage du comptage au calcul »
Année 2011 - 2012

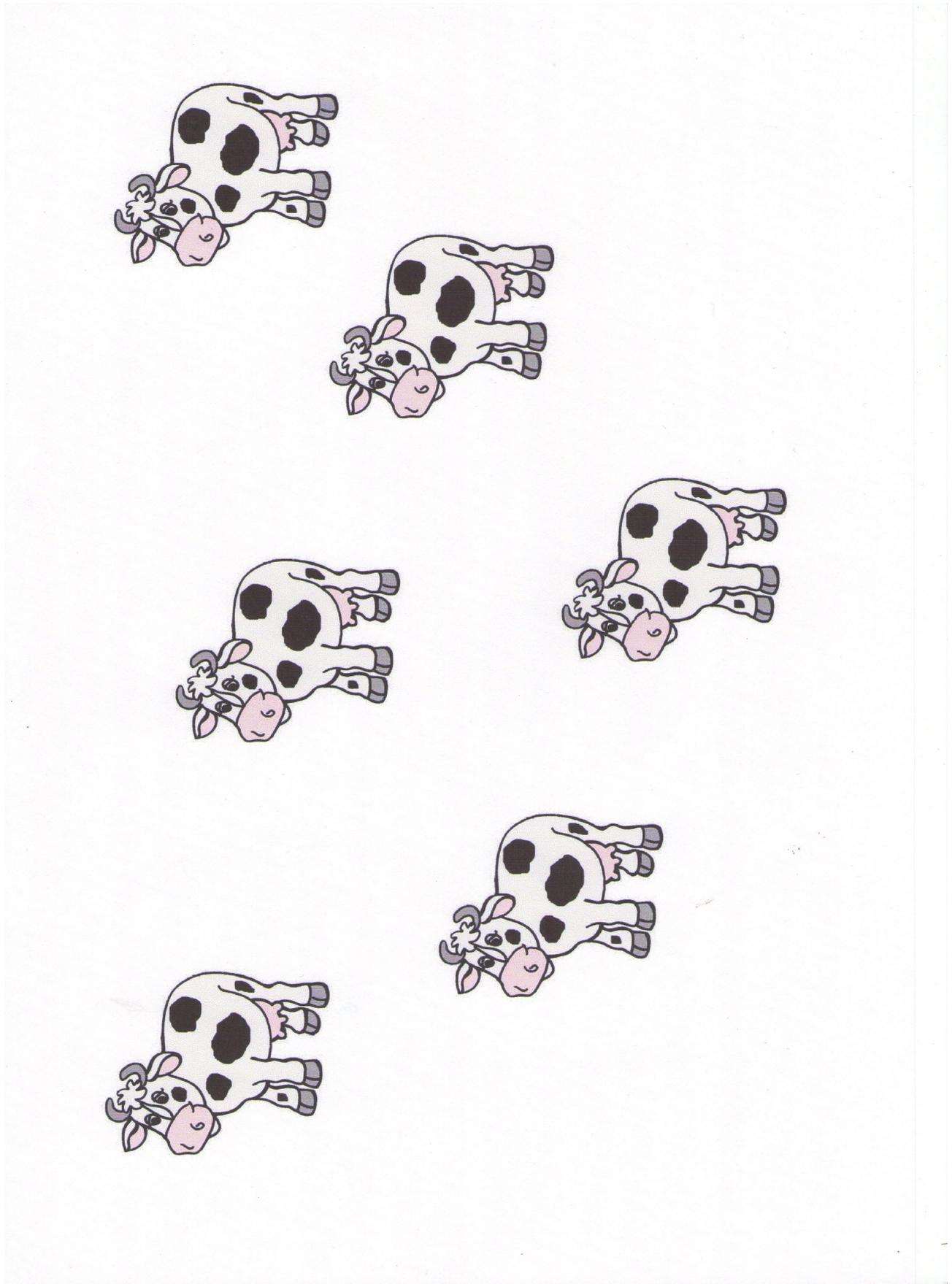
ANNEXE 2 : Tableau récapitulatif des réponses obtenues**Récapitulatif Questionnaires**

Réponses envisagées	7 Enseignants de GS	3 Enseignants de CP
Question 1 : Quelle définition donner au verbe « compter » ?		
- Connaître la comptine numérique		
- Dénombrer une collection en égrainant les objets un à un	2	
- les deux	5	2
- Autres		1: « Utiliser des opérations mathématiques d'additions, de soustractions – Action de calculer »
Question 2 : Quelle définition donner au mot « calcul » ?		
- Réaliser des opérations : ajout, retrait, partage (association de nombres)	7	3
- Autres		
Question 3 : Quels liens (différences) pourriez vous faire entre dénombrer, compter et calculer ?		
- Dénombrer = compter	1	
- Dénombrer = calculer		
Dénombrer = trouver un nombre d'objets dans une collection	2	1
- Dénombrer = compter et/ou calculer pour trouver le nombre d'objets dans une collection	4	2
- Autres		
Question 4 : Selon vous, l'apprentissage du calcul est-il réservé au CP ? Si oui, pourquoi ?		
- NON, mais situations concrètes ou jeux nécessaires (manipulation, rituels ...)	7 (dont 1 : utilisation logique langagière du calcul aussi)	3 (donc 1 : symbolisme en CP aussi)
- NON, déjà utilisation une logique langagière du calcul (un et encore un, et encore un ...)	1	
- NON, mais symbolisme amené au CP (opérations)		1
- OUI : les programmes n'évoquent pas le calcul en maternelle		
- OUI : les élèves sont trop petits pour comprendre le calcul		

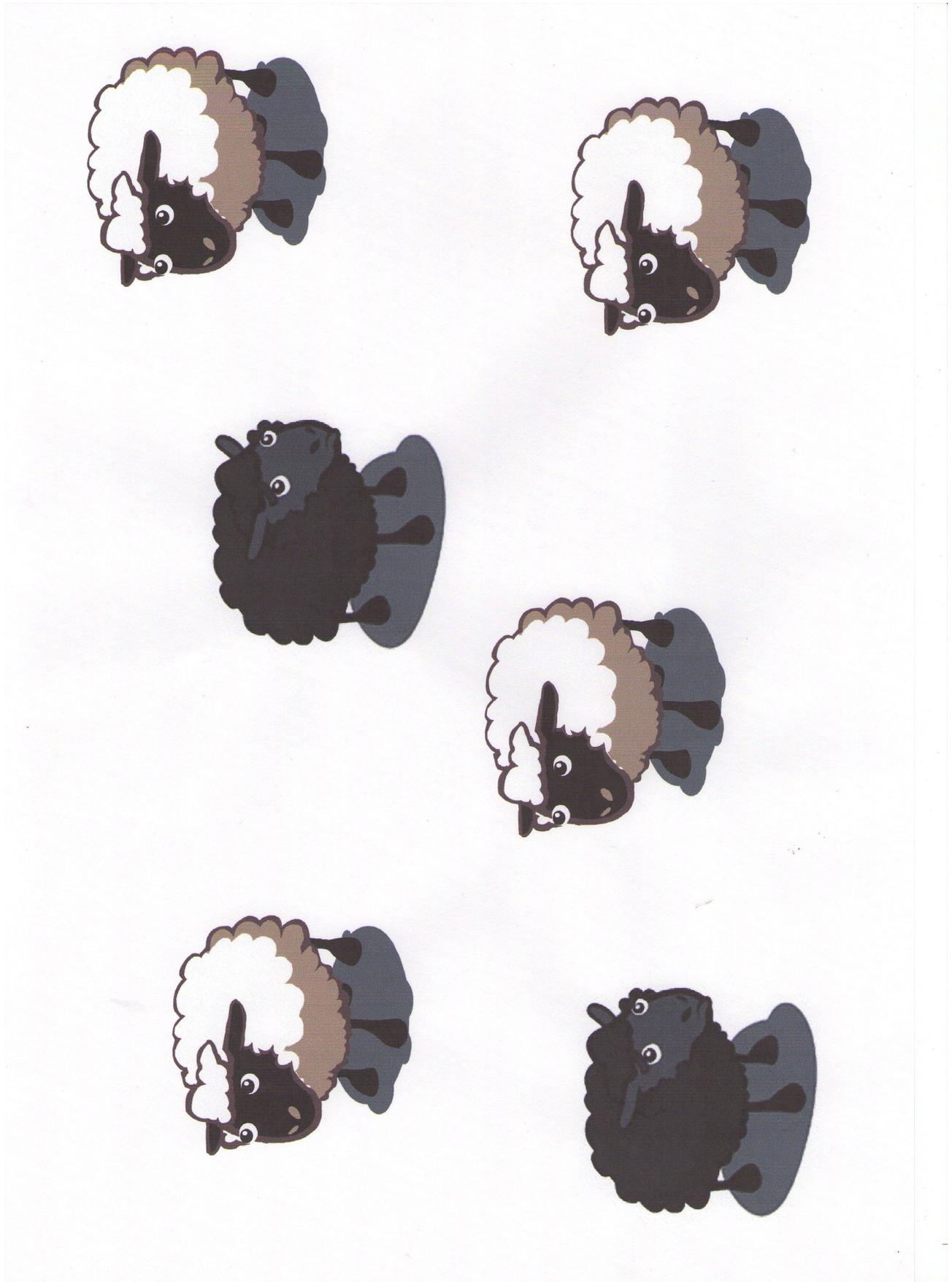
- Autres		
<u>Question 5 : Comment, selon vous, passer du comptage au calcul en GS et/ou CP ?</u>		
- Manipulation ou dessin	7	3
- Situations problèmes	3	2
- Rituels	4	
- Par le surcomptage ou le comptage à reculons		1
- Logique langagière de calcul	1	
- Explication (magistrale ou non) du symbolisme		
- Autres		
<u>Question 6 : Quelles activités mettez-vous en place au quotidien pour passer du comptage au calcul ?</u>		
- Rituels	7	
- Activités numériques : jeux, échanges, compléments à	7	3
- Petits jeux de calcul mental avec des nombres simples		1
- Utilisation des techniques opératoires dans la résolution de problèmes		1
- Autres		
<u>Question 7 : Certains chercheurs voient le calcul comme un frein au calcul. Qu'en pensez vous ?</u>		
- NON, les 2 coopèrent pour parvenir à la résolution de la tâche demandée : le comptage pour se représenter avant le calcul	7	2
- NON mais il est important d'insister sur le sens du calcul (pourquoi telle opération plutôt qu'une autre)		2
- OUI, les élèves restent enfermés dans un procédé de comptage et ont des difficultés à passer au calcul	1 : selon le niveau de l'élève	1: « Certains élèves ajoutent systématiquement, même lorsqu'il faut soustraire »
OUI, il faut travailler le calcul sans le comptage ou inventer un moyen de séparer les 2	1 : possible de travailler le calcul sans le comptage mais ils restent intimement liés	
- Autres		1: « Je ne connais pas les théories, je ne peux donc pas juger »

<u>Question 8 : Les constellations jouent-elles un rôle important dans le passage du comptage au calcul ?</u>		
- OUI, elle permet de mieux visualiser une quantité en évitant le comptage 1 par 1	6	3
- NON		
- Autres	1: dans un premier temps oui mais de moins en moins par la suite	
<u>Question 9 : Les rituels sont-ils propices à l'apprentissage du calcul en maternelle ?</u>		
- OUI	6	3
- NON	1: pas forcément, c'est mieux de le travailler en petits groupes pour pouvoir s'intéresser à leurs méthodes	
- Autres	2 : mais pas que !!	1: avec reprise en groupe et manipulation car certains ne font pas toujours attention lors des rituels
<u>Question 10 : Commencer à comprendre le calcul nécessite-t-il de la manipulation de la part des élèves ?</u>		
- OUI, c'est essentiel pour donner du sens au calcul	7	3
- NON, le fait d'expliquer aux élèves suffit		
- Autres	1 : du plus concret au moins concret	1: certains en ont besoin plus longtemps que d'autres
<u>Question 11 : Que pensez vous des programmes de GS et/ou CP à propos du comptage et du calcul ? Est-ce suffisant ? Sont-ils clairs sur ces points ?</u>		
- OUI, les programmes sont très clairs sur ces points	5	3
- NON, ces notions ne sont évoquées que trop brièvement	2	
- Autres	1: la manière d'y parvenir est laissée au libre arbitre de l'enseignant	1: peu de partage ou groupements pour préparer la multiplication et division au CE1
		1: programme adapté aux élèves mais peu de temps pour manipuler

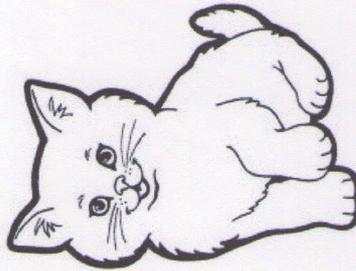
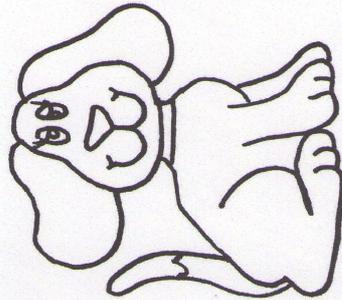
ANNEXE 3 : Flashcard 1



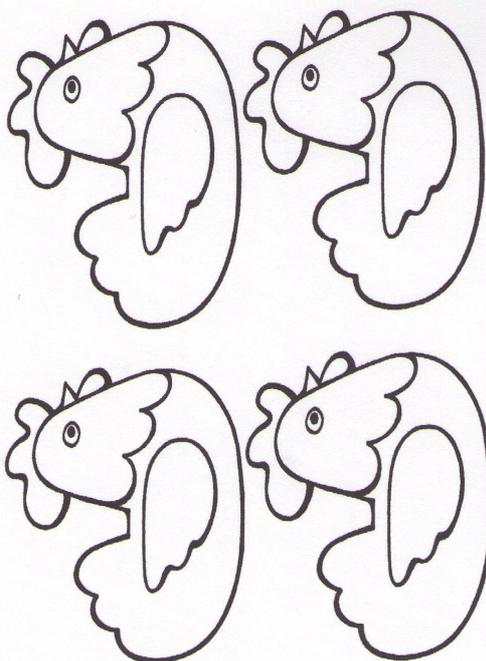
ANNEXE 4 : Flashcard 2



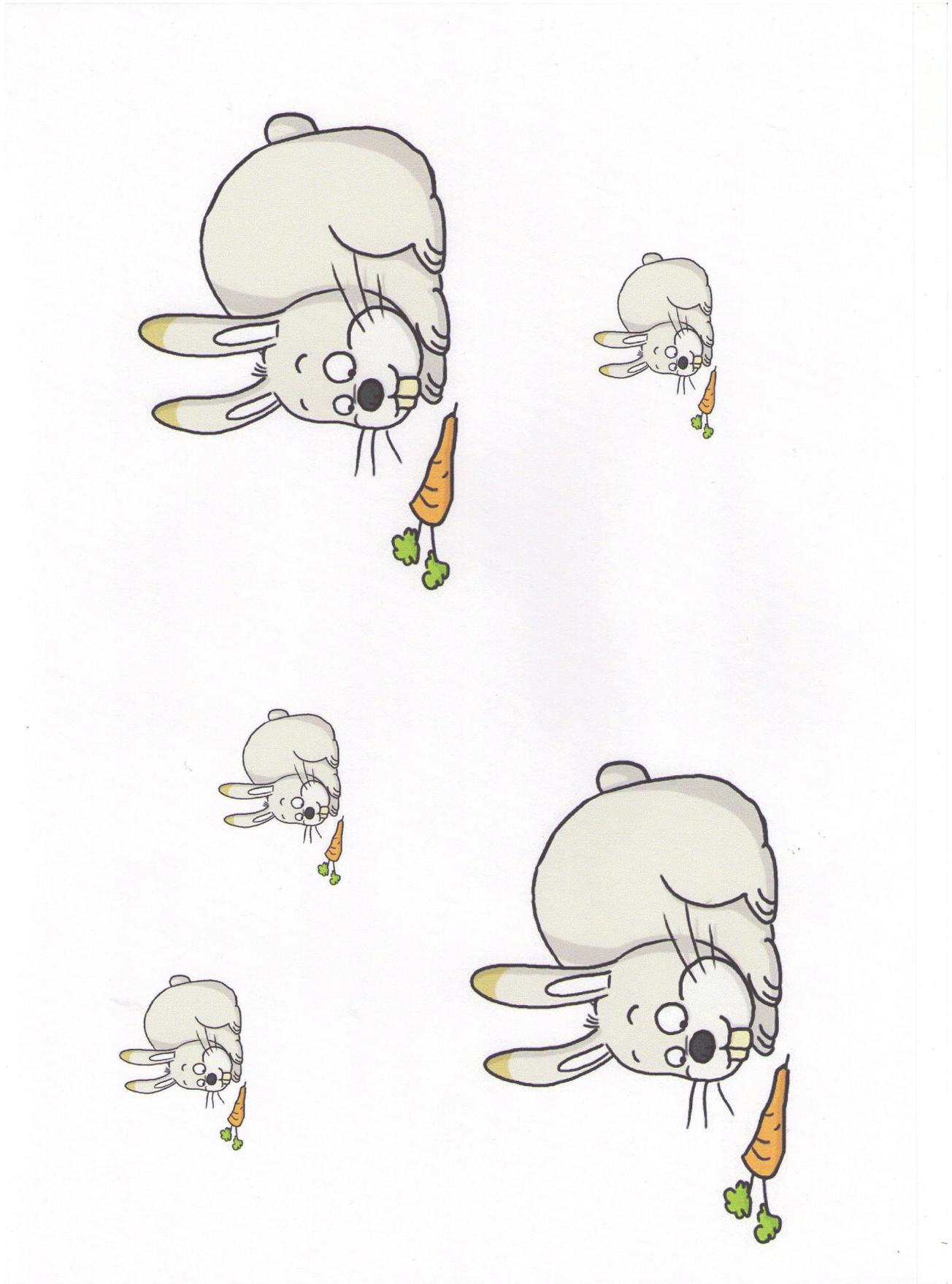
ANNEXE 5 : Flashcard 3



ANNEXE 6 : Flashcard 4



ANNEXE 7 : Flashcard 5



ANNEXE 8 : Fiche de préparation Protocole Expérimental**FICHE DE PREPARATION**

Date :	Séance : Expérimentation Mémoire	Durée : 30 minutes
Objectif(s) de la séance	Percevoir des quantités	
Compétence(s) visée(s)	Utiliser le comptage, le surcomptage ou le subitizing - Mener un maximum au subitizing	
Compétence(s) mobilisée(s)	Première approche de la décomposition des chiffres inférieurs à 10	
Phase dans la séquence	Première approche pour observer les modes de résolution à la question « Combien ? »	
- Matériel	Flashcards avec différentes positions des éléments de la collection pouvant favoriser l'un des modes de résolution + Ardoise et Crayon feutre	
- Aide(s)	Laisser la flashcards devant les yeux de l'élève (risque de « comptage ») - Jouer avec le temps d'observation de la « flashcard » (pour obliger l'élève à retenir la disposition des éléments de la flashcard mentalement pour aboutir au subitizing) - Aide à l'écriture des chiffres (bande numérique individualisée devant l'élève)	

Durée	DEROULEMENT / CONSIGNE(S) / RÔLE DU MAÎTRE / DIFFERENCIATION	Procédure(s) attendue(s)
10 Min	<ul style="list-style-type: none"> - Phase ou atelier 1 : <ul style="list-style-type: none"> o <i>Déroulement / Consigne(s) :</i> L'enseignant pose une flashcard sur la table et demande aux élèves d'écrire sur leur ardoise le nombre d'éléments constitutifs de la collection. Selon les élèves, on fait plusieurs exemples, plus ou moins complexes (Travail uniquement avec les GS en groupe de 6 élèves) o <i>Différenciation :</i> Pour l'écriture des chiffres, on peut donner une bande numérique à chaque élève explicitant comment bien écrire le chiffre (si ce n'a pas déjà été travaillé auparavant) - Phase ou atelier 2 : <ul style="list-style-type: none"> o <i>Déroulement / Consigne(s) :</i> Même consigne en ne laissant que quelques secondes à l'élève pour observer la flashcard. Ce n'est que lorsque la flashcard ne sera plus face à l'élève que ce dernier pourra écrire la réponse sur son ardoise 	<p>Essentiellement comptage car la collection est devant leur yeux</p> <p>Écriture des chiffres incorrecte</p> <p>L'élève a encore besoin de compter (difficulté à se représenter la collection mentalement).</p>
15 Min	<ul style="list-style-type: none"> o <i>Différenciation :</i> Si les élèves ne réussissent pas, on peut recourir au réel. Dans 2 coins opposés de la classe, on met des jetons de couleurs (ou objets différents). Les élèves vont donc observer les 2 collections séparément pour ensuite revenir à leur place pour représenter l'ensemble des objets observés (collection totale) à l'aide de dessins ou du chiffre s'ils sont parvenus à retenir le nombre d'éléments de chacune des collections pour les ajouter. Pour la couleur, on peut utiliser des jetons; pour la forme, des pièces de jeu de différentes formes 	<p>L'élève ne prend en compte qu'une partie de la collection.</p> <p>Les élèves y parviennent selon les collections utilisées (différentes tailles, couleurs, position sur la feuille)</p>

5 Min	<p>- Phase ou atelier 3 :</p> <ul style="list-style-type: none">• <u>Déroulement / Consigne</u> : L'enseignant fait verbaliser les élèves sur leurs modes de résolution afin de comprendre la technique utilisée (comptage, surcomptage, subitizing) ainsi que dans quelles situations les élèves ont favorisé le subitizing ou surcomptage plutôt que le comptage	<p>Les élèves ne parviennent pas à expliciter sur leur mode de résolution.</p> <p>Les élèves restent enfermés dans une procédure de résolution du type comptage.</p>
-------	--	--

PROLONGEMENTS : - Travailler le subitizing en l'ayant expliquer concrètement aux élèves

OBSERVATION SUR LA SEANCE : Souhait de voir dans quelles situations les élèves sont amenés à oublier le comptage pour employer un mode de résolution plutôt basé sur le calcul

ANNEXE 9 : Comptines Numériques

Qui est sur le toit ?

1, 2, 3 qui est sur le toit ?
4, 5, 6 une souris grise
7, 8, 9 debout sur un œuf
10, 11, 12 sur un œuf tout rouge
L'œuf est tombé
La souricette a préparé
une omelette
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

La coccinelle, demoiselle

Combien de points sur tes ailes ?
1 ou 2, c'est bien peu
2 ou 3, ça ne suffit pas
4, 5, 6, quelle bêtise !
5, 6, 7, nous voici au fait !
Coccinelle-domino, demoiselle à numéros
J'apprends à compter sur ton dos

Les petits lapins

1 petit lapin rencontre...	...un autre petit lapin.	2 petits lapins jouent dans le jardin.
		
2 petits lapins rencontrent...	...un autre petit lapin.	3 petits lapins jouent dans le jardin.
		
3 petits lapins rencontrent...	...un autre petit lapin.	4 petits lapins jouent dans le jardin.
		
4 petits lapins rencontrent...	...un autre petit lapin.	5 petits lapins jouent dans le jardin.
		

Dans ma main, j'ai 5 doigts pour compter les petits lapins.

BIBLIOGRAPHIE

Lectures réalisées :

- BRISSIAUD Rémi (1987 publié en 1999-2000) Compter à l'école maternelle ? Oui, mais..., Grand N spécial Maternelle, tome 1, pp 21-36
- BRISSIAUD Rémi (1991) Calculer et compter de la petite section à la grande section, Grand N 49, pp 37-48
- CHARNAY Roland, VALENTIN Dominique (1992) Calcul ou Comptage ? Calcul et Comptage !, Grand N spécial Maternelle, tome 1, pp 49-58
- ERMEL (1990) Apprentissages Numériques, Cycle des Apprentissages fondamentaux, Grande Section, Hatier,
- SCEREN [CNDP] (2008) Qu'apprend-on à l'école maternelle,
- SCEREN [CNDP] (2008) Qu'apprend-on à l'école élémentaire,
- BRISSIAUD Rémi (2011) L'évaluation, le comptage mécanique et la dégradation des performances en calcul (<http://www.snuipp.fr/IMG/pdf/EvaluationComptageDegradation.pdf>)
- GROS Patrice, Du comptage au calcul (http://www.ac-grenoble.fr/ien.haut-gresivaudan/IMG/pdf_Le_nombre_au_cycle_2_activites.pdf)
- RAJAIN Claude, EMPRIN Fabien, CHAROTTE Fabienne (2001), Nombre et Calcul. Cycle 2, Enseigner aujourd'hui, Bordas
- BOLSIUS Christophe, Patrice GROS, Du comptage au calcul, Le Nombre au cycle 2 – Ressources pour faire la classe, SCEREN-CNDP
- EMPRIN Fabienne, EMPRIN Fabien, Premières compétences pour accéder au dénombrement, Le Nombre au cycle 2 – Ressources pour faire la classe, SCEREN-CNDP
- PERNOUX Dominique, Mathématiques en Maternelle – Le domaine numérique,
- IUFM de Créteil, Les premiers apprentissages numériques : le point de vue de quelques chercheurs à propos de la mise en place des premières connaissances numériques (maths.creteil.iufm.fr/Premier_degre/prem2.htm)

- Académie de Rouen, Numération : les configurations Herbinière-Lebert ([ecoles.ac-rouen.fr/montivi/siteressources/file/Num_C2/herbinier/Descriptif_Herbinier.pdf](https://www.ac-rouen.fr/montivi/siteressources/file/Num_C2/herbinier/Descriptif_Herbinier.pdf))