



HAL
open science

L'influence de la présentation des données dans un énoncé de problème d'arithmétique

Claire Lacoste

► **To cite this version:**

Claire Lacoste. L'influence de la présentation des données dans un énoncé de problème d'arithmétique. Education. 2012. dumas-00735752

HAL Id: dumas-00735752

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00735752>

Submitted on 26 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MASTER 2 SMEEF
SPÉCIALITÉ « PROFESSORAT DES ÉCOLES »
ANNÉE 2011/2012
SEMESTRE 4**

INITIATION À LA RECHERCHE

MÉMOIRE

**NOM ET PRÉNOM DE L'ÉTUDIANT : LACOSTE Claire
SITE DE FORMATION : Outreau
SECTION : M2 B**

**Intitulé du séminaire de recherche : Mathématiques
Intitulé du sujet de mémoire : L'influence de la présentation des données dans un énoncé de problème d'arithmétique
Nom et prénom du directeur de mémoire : Thomas Barrier**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr



UNIVERSITÉ D'ARTOIS

Remerciements

J'adresse mes sincères remerciements aux personnes qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire.

Je tiens à remercier, dans un premier temps, M. Barrier et M. Montuelle. Ils m'ont guidée dans ce travail et m'ont consacré du temps.

J'exprime également ma gratitude à Mme H. qui m'a ouvert les portes de son école ainsi qu'à Mme M. qui m'a accueillie dans sa classe de CE1.

Enfin, je remercie les élèves de CE1 qui ont bien voulu participer à mon expérimentation.

SOMMAIRE

<u>Introduction</u>	p 1
I. Qu'est-ce qu'un problème ?	p 2
1) Définition	p 2
2) La résolution de problèmes.....	p 4
II. Les différentes variables d'un problème	p 5
1) Le type de problèmes selon la classification de Vergnaud.....	p 5
2) La question.....	p 6
3) Le contexte.....	p 7
4) La forme de l'énoncé.....	p 8
5) La présence ou non de mots inducteurs.....	p 10
III. Mon choix de recherche	p 11
IV. Mon questionnement	p 13
V. Mes hypothèses	p 13
VI. Ma méthodologie	p 15
1) Échantillon.....	p 15
2) Dispositif mis en place.....	p 15
3) Choix des problèmes et des nombres.....	p 16
4) Les procédures attendues par les élèves.....	p 20
5) Les difficultés envisagées des élèves.....	p 21
6) Traitement des données.....	p 23
VII. Résultats et interprétation	p 24
<u>Conclusion</u>	p 35
<u>Bibliographie</u>	p 37
<u>Sitographie</u>	p 38

Introduction

L'étude que je vais présenter porte sur le domaine des mathématiques et plus précisément sur la résolution de problèmes d'arithmétique. De nombreuses recherches ont déjà été menées sur ce sujet. Ce mémoire contribue à éclairer l'enseignement des problèmes à l'école primaire. D'après les instructions officielles de 2008, les problèmes dans l'enseignement occupent une place importante. On les retrouve dès l'école maternelle : « les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul ». Au cycle 2, il est noté que « la résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations ». Enfin, au cycle 3, l'item « problèmes » est présent dans les parties calculs, géométrie et mesures. Ainsi, face à l'importance des problèmes dans l'enseignement, je pense qu'il est essentiel de porter une réflexion sur cette activité afin d'améliorer mes pratiques pédagogiques.

Dans ce mémoire, je m'intéresse à l'influence que peuvent avoir des modifications de l'énoncé d'un problème d'arithmétique, sur sa résolution. Il se compose de sept parties. La première partie vise à apporter un éclairage sur les problèmes. Elle permettra de les définir et comprendre comment on les résout. La seconde partie a pour but de montrer que chaque problème a ses particularités. Elle présentera les différentes variables d'un problème. La troisième partie consiste à expliquer comment je suis arrivée à ma problématique. Celle-ci sera énoncée dans la quatrième partie : l'objectif de ce mémoire sera exposé ainsi que les questions de recherche qui lui sont associées. Dans la partie suivante, j'exposerai mes hypothèses de travail. La partie six sur la méthodologie introduira les outils qui m'ont permis d'obtenir les réponses à ma problématique. Dans la dernière partie, je décrirai les résultats trouvés et l'interprétation que j'en ai faite.

I. Qu'est-ce qu'un problème ?

1) Définition

Pernoux définit un problème comme : « une situation réelle ou imaginaire dans laquelle des questions sont posées (ou dans laquelle on doit effectuer des actions) ; ces questions (ou ces actions) étant telles qu'on ne peut y répondre de façon immédiate (ou telles qu'on ne peut pas immédiatement les effectuer) »¹. Charnay et Mante (2011) rejoignent cette idée. Ils appellent problème, « toute activité proposée à l'élève, constituée de données qui renvoient à un contexte, de contraintes (éventuelles) et d'un but à atteindre. Pour atteindre ce but, l'élève doit mettre en place une suite d'opérations ou d'actions qui ne sont pas immédiatement disponible pour lui »². Autrement dit, on parle de problème lorsque l'élève a quelque chose à chercher.

De plus, il existe une grande diversité de problèmes qui ne remplissent pas tous le même objectif. En effet, Blochs et Lalande (2007) proposent trois catégories de problèmes. La première concerne les problèmes de construction de connaissances (ou encore appelés situations-problèmes). Ils permettent d'élaborer une connaissance destinée à être institutionnalisée et maîtrisée par chacun.

- **Exemple :** problème donné à un CM1 pour introduire la notion de partage et la division euclidienne :

On veut partager équitablement les 32 cartes d'un jeu entre 5 personnes. Combien de cartes aura chaque joueur? Que remarques-tu? Explique ta procédure.

On trouve également les problèmes de réinvestissement des connaissances qui permettent l'utilisation immédiate d'une notion. Ils interviennent en fin de séquence après la fin d'un module d'apprentissage.

- **Exemple :** problème donné à un CE1 après l'étude de l'addition :

Sébastien a fait du vélo pendant les vacances. La première semaine, il a fait 44 kilomètres et la deuxième semaine, il a fait 53 kilomètres. Combien de kilomètres a-t-il parcouru en tout pendant les deux semaines?

1 <http://pernoux.pagesperso-orange.fr/Problemes/problemes.pdf>

2 Cité dans Hatier p 98

Cette catégorie de problèmes peut être divisée en sous-catégories où l'on retrouverait les problèmes de transfert (le réinvestissement est moins immédiat), les problèmes de synthèse (utilisent en même temps plusieurs types de connaissances étudiées précédemment) ou les problèmes d'évaluation (permettent de mesurer la maîtrise des connaissances des élèves).

Enfin, la dernière catégorie de problèmes fait référence aux problèmes de recherche. Ils servent à mettre l'élève en situation de recherche car l'élève est confronté à des problèmes qu'il n'a pas appris à résoudre.

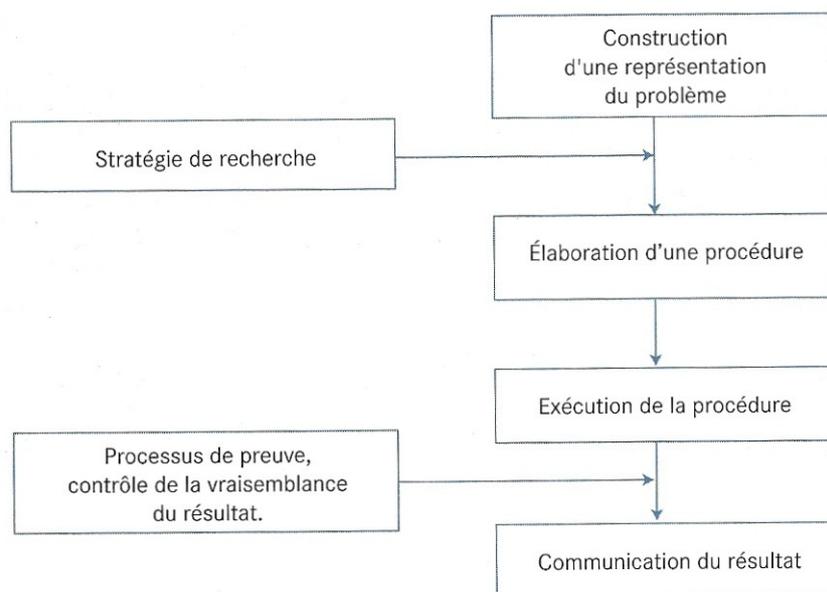
➤ **Exemple :** problème donné au CM2

Sur la balance, j'ai 18 balles : des balles qui pèsent 3 grammes et des balles qui pèsent 5 grammes. En tout, cela pèse 66 grammes. Combien y a-t-il de balles de chaque sorte?

Ainsi, d'après cette typologie, on peut remarquer qu'un même problème peut être un problème de recherche pour les CP, une situation-problème pour des CE2 et un problème de réinvestissement pour des CM1. La typologie du problème dépend du public visé en fonction des objectifs fixés par l'enseignant.

2) La résolution de problèmes

Pour résoudre un problème, les élèves passent par différentes étapes. Charney et Mante (2011) proposent un schéma de ce processus.



Selon eux, les élèves se construisent tout d'abord une représentation du problème. Ils sélectionnent des indices dans l'énoncé et stockent des informations en mémoire. Puis, ils élaborent des stratégies de recherche afin de trouver une procédure. Les auteurs relèvent deux stratégies possibles. La première, appelée « chaînage avant », consiste à envisager des exploitations possibles des données au fur et à mesure de la lecture. La seconde, appelée « chaînage arrière », part de la question, essaye d'identifier ce qu'il faudrait connaître pour y répondre et remonte jusqu'aux données. Cependant, ces deux stratégies ne sont vraiment efficaces que si les élèves arrivent à les « mixer ». Après l'élaboration d'une procédure, les élèves vont l'exécuter en utilisant les données du problème. Enfin, pour détecter d'éventuelles erreurs, les élèves vont mettre en place un processus de vérification et vont conclure par la communication du résultat. Il est à noter que ce schéma n'est qu'une présentation du processus de résolution et que chaque élève va se l'approprier différemment.

II. Les différentes variables d'un problème

Je m'intéresse à l'influence que peuvent avoir des modifications de l'énoncé d'un problème d'arithmétique, sur sa résolution par des élèves de CE1. Mes lectures montrent qu'en résolution de problèmes écrits d'arithmétique, plusieurs variables influencent le rendement des élèves. Parmi celles-ci, il y a les variables en lien avec l'élève comme l'habileté en lecture et les variables en lien avec l'énoncé mathématique lui-même. Je me focaliserai surtout sur ces dernières puisque c'est avec elles que l'enseignant pourra jouer dans le but de diversifier les problèmes proposés.

1) Le type de problèmes selon la classification de Vergnaud

Gamo (2007) s'intéresse à la résolution de problèmes. Dans son ouvrage, elle présente à la manière de Vergnaud la classification des problèmes à structure additive. Les différentes catégories proposées sont les suivantes:

- **les problèmes de composition et de mesures:** recherche de la valeur du tout ou recherche de la valeur d'une partie
- **les problèmes de transformation:** recherche de l'état initial, recherche de la transformation ou recherche de l'état final
- **les problèmes de comparaison:** recherche de l'état référé, recherche de la comparaison ou recherche de l'état référent

Ainsi, elle fait remarquer que la difficulté d'un problème dépend non pas de l'opération mise en jeu, mais des situations décrites dans les problèmes. Un grand nombre de problèmes relevant d'une soustraction sont beaucoup mieux réussis que d'autres relevant d'une addition.

Dans leur article, Floc'h et Pfaff (2005) rejoignent cette même idée. En effet, les auteurs ont fait un constat: les problèmes liés à la comparaison de mesures posent plus de difficultés aux élèves que les autres classes de problèmes. D'après leur étude, ce type de problèmes présente un taux de réussite de 6% contre 39% pour les autres problèmes en CP et de 35% contre 70% en CE1. L'exemple suivant illustre cette constatation.

En effet, le problème 2 est plus difficile pour les élèves que le problème 1 :

Problème 1: *Dans une école, il y a 15 filles et 24 garçons. Combien y a-t-il d'élèves dans cette école?*

Problème 2: *Dans une école, il y a 15 filles et 5 garçons de plus que les filles. Combien y a-t-il de garçons dans cette école?*

On peut donc voir que le type de problèmes selon la classification de Vergnaud influence leur résolution.

2) La question

De nombreuses études ont été menées sur la variable « place de la question ». Elles ont pour but d'observer l'effet de la place de la question sur le rendement des élèves en résolution de problèmes écrits d'arithmétique. Ainsi, Morin (2008) a essayé de répondre à la question suivante : « Est-ce que la place de la question, soit au début, soit à la fin d'un énoncé de problème d'arithmétique, entraîne des différences de rendement chez les élèves de première année ? ». Elle a supposé que les problèmes avec la question à la fin seraient mieux réussis que les problèmes avec la question au début. En effet, si l'on regarde dans les manuels scolaires, les problèmes sont souvent présentés avec la question à la fin de l'énoncé. Une modification dans la disposition du problème pourrait donc engendrer des erreurs de la part des élèves dans sa résolution. Afin de vérifier son hypothèse, elle a élaboré huit problèmes en considérant la variable « place de la question » et les a soumis à 114 élèves de 6 à 7 ans. Les résultats obtenus ont montré que la place de la question n'influence pas le rendement des élèves.

Cependant, on pourrait considérer d'autres variables en lien avec la question telles que :

- la longueur de la question : une question plus courte favoriserait-elle le rendement des élèves qu'une question plus longue ?
- le nombre de questions
- l'emboîtement ou non de questions
- la présence ou non de mots inducteurs dans la question

3) Le contexte

La variable suivante concerne le contexte de l'énoncé. Voyer (2006) a tenté de définir le contexte de l'énoncé du problème. Selon lui, cela fait référence à la situation à laquelle le problème fait appel, à l'histoire qu'il raconte. Il a ensuite répertorié les différentes façons de catégoriser les contextes utilisés dans les problèmes mathématiques. J'en retiendrai principalement deux. La première catégorisation mise en évidence est celle de Caldwell et Goldin. Elle oppose les contextes concrets et les contextes abstraits. Selon ces auteurs, un contexte de problème concret se définit à travers une situation réaliste faisant référence à de vrais objets. En revanche, un contexte de problème abstrait se définit comme une situation où seulement des objets abstraits ou symboliques sont décrits. L'exemple suivant illustre ce propos.

Problème 1 concret: *Dans une école, il y a 15 filles et 24 garçons. Combien y a-t-il d'élèves dans cette école?*

Problème 2 abstrait: *Additionner 15 et 24.*

Selon Voyer (2006), Caldwell et Goldin ont vérifié que les problèmes concrets favorisaient le rendement des élèves par rapport aux problèmes abstraits. Ainsi, le problème 1 serait mieux réussi que le problème 2.

La seconde catégorisation que l'on peut prendre en compte est celle de la familiarité du contexte par rapport au vécu des élèves. En effet, d'après Voyer (2006), la familiarité est liée à la proximité de l'histoire entourant le problème décrit dans l'énoncé du vécu de l'élève. Il s'est appuyé sur les travaux de Elboudali qui a montré que « des contextes plus éloignés de l'expérience immédiate des élèves affectaient négativement la réussite de ceux-ci »³.

3 Cité dans Voyer (2006) p 25

4) La forme de l'énoncé

Un énoncé de problème d'arithmétique peut se présenter sous différentes formes : il peut être écrit ou oral. Dans ce mémoire, je m'intéresserai principalement aux énoncés écrits puisque ce sont les plus utilisés à l'école. Ainsi, si l'on observe les manuels scolaires, on peut mettre en évidence plusieurs types d'énoncés écrits. Ils peuvent être sous forme :

– de textes :



Cap maths CE1

– de dessins :



Cap maths CE1

– d'images et de textes :



Compte sur moi CE1

– de tableaux :

Le catalogue

Une école maternelle peut dépenser 300 euros pour équiper sa nouvelle classe de jeux.

Le catalogue des écoles maternelles



poussette
33 €



jeu de construction
en bois
23 €



perles
7 €



poupon
8 €



voiture
téléguidée
41 €



ours
12 €



garage 23 €

Fais une commande en faisant attention de ne pas dépasser 300 euros.

BON DE COMMANDE			
Nom du jouet	Prix	Quantité	Total par jouet
TOTAL DE LA COMMANDE			

Compte sur moi CE1

– de graphiques :

3 Observe. Le graphique suivant représente l'état de la tirelire de Julien à la fin de ces quatre derniers mois.

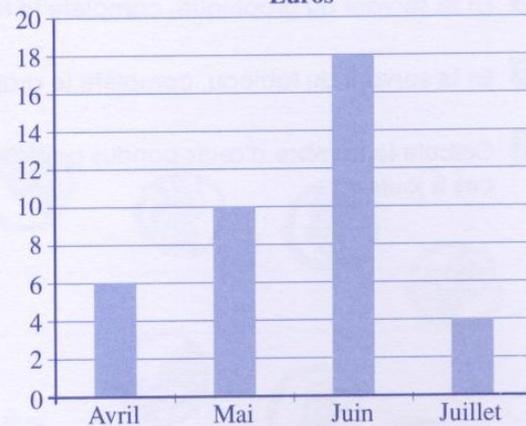
4 Réponds à ces deux questions.

a) À la fin de quel mois Julien avait-il le moins d'argent ?

.....

.....

Euros



Mois	Montant (Euros)
Avril	6
Mai	10
Juin	18
Juillet	4

b) Quelle somme possédait Julien à la fin du mois de mai ?

Résolution de problèmes CE1

On peut expliquer la présence des énoncés sous forme de tableaux et de graphiques en observant les programmes officiels de 2008. En effet, il est demandé aux élèves de CP d'être capable de « lire ou compléter un tableau dans des situations concrètes simples » et aux élèves de CE1 « d'utiliser un tableau et un graphique ». Ces compétences se retrouvent dans l'item « organisation et gestion de données ».

De plus, les énoncés sous forme d'images ou de dessins permettent de dépasser les éventuelles difficultés de lecture des élèves. Cependant, cela ne veut pas dire qu'ils favorisent la compréhension et la résolution du problème.

Les énoncés sous forme de textes sont ceux que j'ai décidé d'étudier. Il faut prendre en compte le fait que ce n'est pas parce qu'un élève connaît tous les mots de l'énoncé qu'il en comprend le sens. Il y a un langage mathématique que les élèves doivent acquérir.

5) La présence ou non de mots inducteurs

Une variable qui peut également entrer en jeu sur le rendement des élèves dans la résolution d'un problème est la présence ou non de mots inducteurs. Ce sont des mots, présents soit dans l'énoncé soit dans la question qui vont influencer la résolution du problème. Dans les problèmes à structure additive, on peut trouver les mots inducteurs suivants : plus que, moins que, en tout, ne...pas...

Morin (2008) reprend les travaux de Hegarty, Mayer et Monk. Ils ont étudié les mots inducteurs dans un énoncé de problème et ont distingué ceux qui induisent la mauvaise opération et ceux qui induisent la bonne opération. Ils ont fait ce constat : « les élèves faibles en résolution de problèmes se font piéger de manière importante lorsque le problème comprend des mots inducteurs qui induisent la mauvaise opération »⁴. On peut donner l'exemple suivant :

Exemple : *Lucie a 18 billes après en avoir perdu 6 en jouant. Combien avait-elle de billes avant de jouer ?*

Le verbe « perdre » dans un énoncé de problème relevant d'une addition peut induire l'utilisation de la soustraction pour résoudre le problème.

Les mots inducteurs sont donc à prendre en compte dans la formulation d'un problème.

4 Cité dans Morin (2008) p 19

III. Mon choix de recherche

J'ai observé une séance de mathématiques dans la classe de CE1 de Mme M. qui compte 22 élèves. L'enseignante leur a proposé l'énoncé suivant :

Marie a eu sept ans le 15 août de cette année. Il faisait très chaud, au moins 30° à l'ombre ! Son frère aîné, qui a 11 ans lui a offert un bateau pour jouer sur la plage. Les six amis lui ont apporté 4 livres et 2 poupées. Maman lui a donné 6 petits animaux pour sa collection. Son petit frère, qui a trois ans de moins qu'elle, lui a donné 20 coquillages.

Les élèves avaient pour tâche de chercher les questions à poser. L'enseignante les a alors classées en trois catégories :

- *les questions impossibles à répondre* : « pourquoi mon petit frère a trois ans ? »
- *les questions où la réponse se trouve dans le texte* : « qui a donné une poupée ? »
- *les questions qui nécessitent un calcul pour répondre* : « combien de cadeaux a eu Marie ? »

Dans la phase suivante, les élèves ont tenté de répondre à la dernière catégorie de questions et plus particulièrement à la question « combien de cadeaux a eu Marie ? ».

- La réponse la plus donnée est 32. Les élèves n'ont pas pris en compte la donnée « un bateau ». Ils ont fait le calcul : 4 (livres) + 2 (poupées) + 6 (petits animaux) + 20 (coquillages).
- Certains ont répondu 12. Ils n'ont pas pris en compte le bateau et les 20 coquillages. Ils ont calculé 4 (livres) + 2 (poupées) + 6 (petits animaux).
- D'autres ont répondu 36. Pour trouver ce résultat, ils ont sans doute pris en compte des données supplémentaires. (le résultat était donné sur l'ardoise, on ne pouvait pas voir les procédures utilisées par les élèves)

Après cette séance, j'ai essayé d'analyser les réponses des élèves. Pourquoi aucun élève n'a trouvé la bonne réponse ? L'interprétation que je vais faire est subjective : ce sont mes hypothèses.

➤ **Pour la réponse 32** : Les élèves ont pris en compte les nombres 4, 2, 6 et 20. Ils ont tous oublié le nombre 1 de « un bateau ». On peut supposer que cette erreur provienne de l'écriture des nombres. En effet, dans l'énoncé, certaines données sont écrites en lettres et d'autres en chiffres. Pour répondre à la question, les élèves ont fait abstraction du nombre écrit en lettres.

On peut donc s'interroger sur :

Est-ce que l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves ?

➤ **Pour la réponse 12** : les élèves n'ont pris en compte que trois données : 4, 2 et 6. Ces nombres arrivent dans l'ordre et l'une après l'autre. Il n'y a pas d'autres données intercalées entre ces nombres. En revanche, entre les données « un bateau » et « 4 poupées », on trouve la donnée « six amis ». Entre les données « 6 petits animaux » et « 20 coquillages », on trouve la donnée « trois ans ». Selon moi, les élèves se seraient concentrés sur les trois données arrivant l'une après l'autre faisant abstraction des autres. On peut également penser que les élèves n'ont pas vu la donnée « 20 coquillages » comme un cadeau.

Cela m'a amené à me poser la question suivante :

L'ordre d'apparition des données influence-t-il le rendement des élèves ?

➤ **Pour la réponse 36** : les élèves ont utilisé des données supplémentaires ou ont compté deux fois la même donnée. L'énoncé présente beaucoup de nombres (11) qui ne sont pas toujours utiles pour répondre à la question.

Ainsi, on peut se demander si :

La présence de données inutiles influence-t-elle le rendement des élèves ?

Remarque : Les élèves ont également répondu à la question « quel est l'âge de son petit frère ? ». La réponse la plus donnée est « 3 ans ». Cela confirme l'idée de Martine Floc'h et Nathalie Pfaff : les problèmes de comparaison sont plus difficiles que les problèmes de composition. Les élèves n'ont pas compris l'expression « trois ans de moins qu'elle ». Pour justifier leur réponse, ils s'arrêtaient de lire l'énoncé après « trois ans » et ne prenaient pas en compte « de moins qu'elle ».

IV. Mon questionnement

Ma recherche se centre donc sur la formulation d'un énoncé de problème d'arithmétique. La problématique peut être formulée ainsi :

En quoi la formulation d'un énoncé de problème d'arithmétique influence-t-elle le rendement des élèves dans sa résolution ?

L'objectif principal est de répondre à la question suivante:

La manière dont les données sont présentées dans un énoncé de problème influence-t-elle le rendement des élèves dans sa résolution ?

On peut affiner ce questionnement avec ces trois axes de recherche :

- **Est-ce que l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves ?**
- **L'ordre d'apparition des données influence-t-il le rendement des élèves ?**
- **La présence de données inutiles influence-t-elle le rendement des élèves ?**

V. Mes hypothèses

- **Est-ce que l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves ?**

Selon moi, les problèmes avec des nombres en chiffres favoriseraient le rendement des élèves par rapport aux problèmes avec des nombres en lettres. En effet, si l'on regarde les manuels scolaires, on peut observer que peu de problèmes sont proposés avec des nombres écrits en lettres. Le manuel Cap maths CE1 (2009) met à la disposition des élèves une banque de problèmes. Sur la totalité des problèmes d'arithmétique présentés à savoir 85, seulement 5 utilisent des nombres en lettres. Cela fait un pourcentage d'environ 6% ; ce qui est très faible. Ce constat peut pourtant s'expliquer. En effet, l'écriture chiffrée est plus présente dans les problèmes car notre système décimal de position permet de faire directement les calculs.

Ainsi, en écrivant les nombres en chiffres dans un problème, on n'ajoute pas une étape supplémentaire qui consisterait à traduire les nombres écrits en lettres en chiffres. Notre système en base 10 est donc très pratique puisqu'il permet de dire les nombres, les écrire et faire les calculs.

De plus, d'après Alain Descaves (1996), certains comportements sont ancrés dans l'esprit des élèves face à un énoncé de problème : ils pensent que « les données sont toujours dans l'énoncé et sous forme numérale ».

Ainsi, ces propos me confortent dans l'idée que des problèmes avec des données en chiffres seront mieux réussis que des problèmes avec des données en lettres.

➤ **L'ordre d'apparition des données influence-t-il le rendement des élèves ?**

Je pense qu'un problème où les données apparaissent dans l'ordre de leur traitement sera mieux réussi qu'un problème où les données sont dans le désordre. En effet, je me base sur l'idée que l'élève mémorise les données dans l'ordre de leur lecture et que la plupart des problèmes proposés aux élèves suivent cette présentation : les données sont présentées dans l'ordre de leur utilisation.

➤ **La présence de données inutiles influence-t-elle le rendement des élèves ?**

Mon hypothèse est la suivante : les données inutiles ont un impact négatif sur la réussite des élèves dans la résolution d'un problème. En effet, le problème peut vite devenir incompréhensible si trop de données sont insérées dans celui-ci. Le risque est la surcharge cognitive de l'élève. Il n'arrivera plus à sélectionner les informations utiles dans le problème. De plus, je pense qu'il y a une différence de rendement entre les problèmes avec des données inutiles qui sont du même ordre que les données utiles et les problèmes avec des données inutiles qui ne sont pas du même ordre que les données utiles. Selon moi, les premiers auraient un rendement moins important que les seconds.

Remarque : je définis des données inutiles du même ordre que les données utiles si par exemple, on recherche un nombre total de billes et que les données inutiles font également référence à des billes. A contrario, pour cet exemple, les données inutiles qui ne sont pas du même ordre peuvent faire référence à une date, un nombre d'enfants, un prix...

V. Ma Méthodologie

Je vais présenter la méthodologie que j'ai utilisée pour vérifier mes hypothèses.

1) Échantillon

J'ai mis en place mon expérimentation à l'école Jean Macé à Etaples sur Mer, au sein de la classe de CE1 de Mme M.. Cette classe se compose de 22 élèves de niveaux hétérogènes. J'ai fait le choix de travailler avec des élèves de CE1 pour plusieurs raisons. Lors de mon expérimentation, j'utilise des problèmes à structure additive. Or, je ne voulais ni des élèves de CP qui sont encore dans l'apprentissage de ce type de problèmes, ni des élèves de CE2 pour qui le réinvestissement de connaissances serait trop simple. De plus, les élèves de CE1 sont censés avoir atteint un niveau en lecture; ce qui ne poserait pas de difficultés dans la lecture des énoncés de problèmes.

2) Dispositif mis en place

Pour vérifier mes hypothèses, j'ai proposé aux élèves différents problèmes. Le choix des problèmes sera détaillé dans le paragraphe suivant. Le dispositif que je vais présenter, a été mis en place pour tous les problèmes. Mon expérimentation s'est faite sur plusieurs semaines. En effet, j'ai présenté des problèmes très similaires; je ne voulais donc pas que les élèves soient habitués aux problèmes. Leur résolution serait sinon facilitée. Les différents problèmes sont donc espacés dans le temps : une séance le 6 février, le 13 février, le 20 février, le 12 mars, le 20 mars et le 26 mars.

Chaque énoncé a été écrit au tableau et lu en collectif par la classe. L'enseignante a demandé aux élèves si certains mots n'étaient pas compris et les a expliqués. Cela permet d'éviter qu'un problème ne soit pas résolu parce qu'un élève a des difficultés en lecture.

Les élèves ont répondu ensuite individuellement sur une fiche. L'enseignante a donné la consigne orale suivante: « résous sur ta feuille le problème ». Les élèves ont eu 15 min pour répondre.

J'étais présente pendant la séance dans la classe. Mon rôle était d'observer la passation des consignes de l'enseignante: il ne faut pas qu'elle induise des éléments de résolution. J'ai observé également les procédures des élèves.

A la fin de l'activité, j'ai ramassé toutes les fiches des élèves; ce qui constitue mon recueil de données.

Cependant, ce recueil de données ne m'explique pas les réponses des élèves. C'est pour cela que les élèves ont ensuite été répartis en groupes hétérogènes. Ils ont alors dû se mettre d'accord sur leurs procédures pour rendre une affiche commune. Une correction collective a été par la suite faite. Ainsi, cette phase m'a permis de récolter des informations sur les procédures des élèves.

3) Choix des problèmes et des nombres

Le choix des problèmes et des nombres est un travail essentiel pour la réussite de mon expérimentation. En effet, je veux vérifier l'effet d'une seule variable dans les énoncés de problèmes. Le but est donc de faire varier une variable tout en contrôlant les autres.

Je vais présenter l'expérimentation qui a été mise en place pour vérifier les différentes hypothèses.

Le tableau suivant présente les différentes variables qui ne seront pas modifiées dans tous problèmes proposés pour vérifier les différentes hypothèses.

Variables	Choix
Structure du problème	Des problèmes de composition et de mesures: recherche de la valeur du tout
La place de la question	À la fin de l'énoncé
Le contexte	Concret et familier
Forme de l'énoncé	Écrit
Les mots inducteurs	À éviter

Les variables ont été choisies afin de ne pas ajouter de difficultés aux élèves. Celles-ci pourraient interférer dans leur résolution de problèmes. Les élèves savent résoudre des problèmes de composition et de mesures avec la recherche du tout. Ils ont également l'habitude de travailler avec des énoncés écrits.

➤ **Hypothèse n°1 : l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves.**

Le tableau suivant présente la variable sur les données qui ne sera pas modifiée dans les trois problèmes proposés pour vérifier cette hypothèse.

Variable	Choix
Les données	<ul style="list-style-type: none">✓ des nombres de petite taille✓ les mêmes nombres: 1, 5, 10 et 12✓ pas de données inutiles✓ explicites

J'ai choisi les nombres 1, 5, 10 et 12 pour plusieurs raisons. La première est la suivante: l'addition de ces nombres ne demande pas de connaître l'addition avec retenues. Par ailleurs, le choix du nombre « 1 » est important. En effet, selon moi, les élèves vont voir ce nombre « un » écrit en lettres comme un article indéfini et non comme un adjectif numéral. Je pense donc qu'il ne sera pas pris en compte dans leurs calculs. Enfin, tous les élèves connaissent l'écriture chiffrée et lettrée de ces nombres.

Voici les différents problèmes créés:

➤ **Problème 1: des nombres écrits en lettres et en chiffres (séance du 6 février)**

La maîtresse doit commander des livres pour l'école. Elle veut 12 livres pour ses élèves de CE1. Elle demande aux autres enseignants ce dont ils ont besoin. La classe de CP aimerait commander cinq manuels. Pour la bibliothèque de l'école, il faudrait 10 albums de jeunesse. Le Directeur demande un livre sur le cirque.

Combien de livres la maîtresse doit-elle commander?

➤ **Problème 2: des nombres uniquement en chiffres (séance du 13 février)**

C'est lundi, Julie et Olivier vont faire des courses. Ils achètent 12 cartes de Saint Nicolas pour envoyer à leurs amis. Devant le rayon de jouets, ils décident de prendre 1 poupée pour offrir à leur petite sœur qui fête son anniversaire samedi. Pour le repas du soir, ils veulent faire une soupe. Ils mettent donc dans leur panier 10 courgettes et 5 carottes.

Combien d'articles ont-ils acheté dans le magasin?

➤ **Problème 3: des nombres uniquement en lettres (séance du 20 février)**

C'est la fin de l'année, les élèves de CE1 partent en voyage. La classe compte douze élèves. Ils vont prendre le bus pour se rendre à la mer. Les élèves de CP les accompagnent: ils sont dix. Pour les surveiller, cinq enseignants vont les accompagner. Un chauffeur conduit le bus.

Combien y-a-t-il de personnes dans le bus?

➤ **Hypothèse n°2 : l'ordre d'apparition des données influence le rendement des élèves.**

Le tableau suivant présente la variable sur les données qui ne sera pas modifiée dans les trois problèmes proposés pour vérifier cette hypothèse.

Variables	Choix
Les données	<ul style="list-style-type: none">✓ des nombres de taille moyenne (inférieurs à 100)✓ des données inutiles (trois nombres) du même ordre que les données utilisées pour résoudre le problème✓ explicites✓ écrites en chiffres

Pour vérifier cette hypothèse, le choix des données est essentiel. Les données inutiles sont du même ordre que les données qui vont être utilisées pour résoudre le problème. Ainsi, dans le premier problème, les élèves vont devoir trouver le nombre total de billes des garçons. Les données inutiles du même ordre font donc référence à des billes. Les différentes variables sont donc contrôlées.

Voici les différents problèmes créés:

➤ **Problème 1: les données utiles apparaissent l'une à côté de l'autre (séance du 12 mars)**

Des enfants jouent aux billes à la récréation. Papa a acheté à Julie 15 billes. Pascal possède 7 billes et Julien en a 14. Le copain de Julie a amené 32 billes. Sonia a 11 billes et Pauline 15.

Combien de billes les garçons ont-ils ensemble ?

➤ **Problème 2: des données inutiles sont intercalées entre les données utiles (séance du 20 mars)**

Louis veut s'acheter un jouet qui coûte 56 euros. Il a 38 euros dans sa tirelire et sa sœur a 35 euros. Dans son porte-monnaie, il récupère 15 euros. Maman lui conseille d'acheter un bateau à 34 euros. Mais Louis a retrouvé par terre un billet de 5 euros.

Combien d'argent Louis a-t-il ?

➤ **Hypothèse n°3: la présence de données inutiles influence le rendement des élèves.**

Le tableau suivant présente la variable sur les données qui ne sera pas modifiée dans les trois problèmes proposés pour vérifier cette hypothèse.

Variables	Choix
Les données	<ul style="list-style-type: none">✓ des nombres de taille moyenne (inférieurs à 100)✓ explicites✓ écrites en chiffres✓ les données inutiles ne sont pas intercalées entre les données utiles

Voici les différents problèmes créés:

➤ **Problème 1: sans données inutiles (séance du 13 février)**

C'est lundi, Julie et Olivier vont faire des courses. Ils achètent 12 cartes de Saint Nicolas pour envoyer à leurs amis. Devant le rayon de jouets, ils décident de prendre 1 poupée pour offrir à leur petite sœur qui fête son anniversaire samedi. Pour le repas du soir, ils veulent faire une soupe. Ils mettent donc dans leur panier 10 courgettes et 5 carottes.
Combien d'articles ont-ils acheté dans le magasin?

➤ **Problème 2: avec des données inutiles qui sont du même ordre que les données utiles (séance du 12 mars)**

Des enfants jouent aux billes à la récréation. Papa a acheté à Julie 15 billes. Pascal possède 7 billes et Julien en a 14. Le copain de Julie a amené 32 billes. Sonia a 11 billes et Pauline 15.
Combien de billes les garçons ont-ils ensemble ?

➤ **Problème 3 : avec des données inutiles qui ne sont pas du même ordre que les données utiles (séance du 26 mars)**

Une personne veut faire un voyage de 5 jours en Angleterre. Elle se rend dans une agence de voyages qui lui propose un hôtel à 45 euros. Mais elle doit aussi payer le bateau qui coûte 15 euros et 36 euros pour tous les repas. Elle partira le 28 mars et prendra 3 valises.
Quel est le prix total du voyage ?

4) Les procédures attendues par les élèves

On peut définir deux niveaux de procédures:

La première possible est celle qui consiste à représenter la situation soit par un dessin soit par un schéma. L'élève ne reconnaît pas un problème relevant de l'addition. Il n'utilise pas d'opérations arithmétiques. Il va plutôt utiliser des techniques relevant du comptage en faisant appel à la comptine numérique.

La seconde procédure est dite canonique. En effet, l'élève va reconnaître le problème comme étant un problème d'addition. Pour le résoudre, il va utiliser des techniques relevant du calcul: le calcul mental, le calcul en lignes, la technique opératoire de l'addition...

La procédure attendue ici pour tous les problèmes, est une addition. Elle doit prendre en compte tous les nombres pour l'hypothèse n°1: 1, 5, 10 et 12. Pour les hypothèses n°2 et n°3, l'addition de seulement trois nombres est demandée.

La technique utilisée pour résoudre le problème n'a pas d'importance. Je me focalise seulement sur la prise en compte de tous les nombres pour trouver le résultat.

5) Les difficultés envisagées des élèves

Il est toujours possible que les élèves ne comprennent pas les situations proposées. Ainsi, dans le problème 1 de l'hypothèse n°1, on peut supposer que certains élèves ne vont prendre en compte que les données faisant référence aux livres et non celles faisant référence aux albums et aux manuels.

Ils peuvent également avoir des difficultés sur la lecture des problèmes : le texte est trop long pour eux, ils ne comprennent pas le vocabulaire... C'est pour cela qu'une première lecture est faite en collectif pour remédier à cette difficulté et les mots de vocabulaire incompris sont expliqués.

➤ Hypothèse n°1 : l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves.

Selon moi, le problème avec les nombres écrits en chiffres et en lettres ainsi que le problème avec les nombres uniquement en lettres seront moins bien réussis que le problème avec les nombres uniquement en chiffres. En effet, je pense que les élèves vont faire abstraction de certains nombres écrits en lettres. Le nombre « un » me paraît être la donnée la plus difficile puisque je suppose que les élèves ne voient que cette donnée comme un article indéfini et non comme un adjectif numéral.

➤ **Hypothèse n°2 : l'ordre d'apparition des données influence le rendement des élèves.**

Je pense que le problème avec les données qui apparaissent l'une après l'autre sera mieux réussi que celui avec les données « éparpillées ». En effet, dans le premier problème, les données apparaissent dans l'ordre de lecture du problème. Cela facilite sa résolution. En revanche, dans le second, l'élève doit faire un effort supplémentaire pour retrouver toutes les données utiles, ce qui peut provoquer une surcharge cognitive.

➤ **Hypothèse n°3 : la présence de données inutiles influence le rendement des élèves.**

Je crois que le problème sans données inutiles aura un meilleur rendement que les problèmes avec des données inutiles. En effet, il sera plus difficile pour les élèves de repérer les données utiles dans les deux derniers problèmes. Leur mémoire peut également être saturée par cet afflux de données. En revanche, le problème du voyage sera mieux réussi que le problème de billes. Dans le premier, les données inutiles ne sont pas du même ordre que les données utiles. En effet, le problème demande de chercher un prix et les données inutiles font référence à une date (28 mars), un nombre de jours (5) et un nombre de valises (3). Pour certains élèves, ces informations ne seront donc pas retenues dans leur mémoire de travail. Cependant, pour le second problème, il est demandé de trouver un nombre de billes. Ainsi, les données inutiles font également référence à un nombre de billes : elles sont donc du même ordre que les données utiles. Ces informations seront donc retenues par les élèves et pourraient alors engendrer une surcharge cognitive.

6) Traitement des données

Mon questionnaire porte sur : « les données d'un énoncé de problème influencent-elles le rendement des élèves dans sa résolution ? ». Je décide donc de me focaliser sur la prise en compte ou non de tous les nombres utiles du problème pour sa résolution.

Je vais essayer de catégoriser les réponses des élèves. Pour cela, j'ai élaboré la grille des réponses suivante :

Exemple pour le problème 1 de l'hypothèse n°1 :

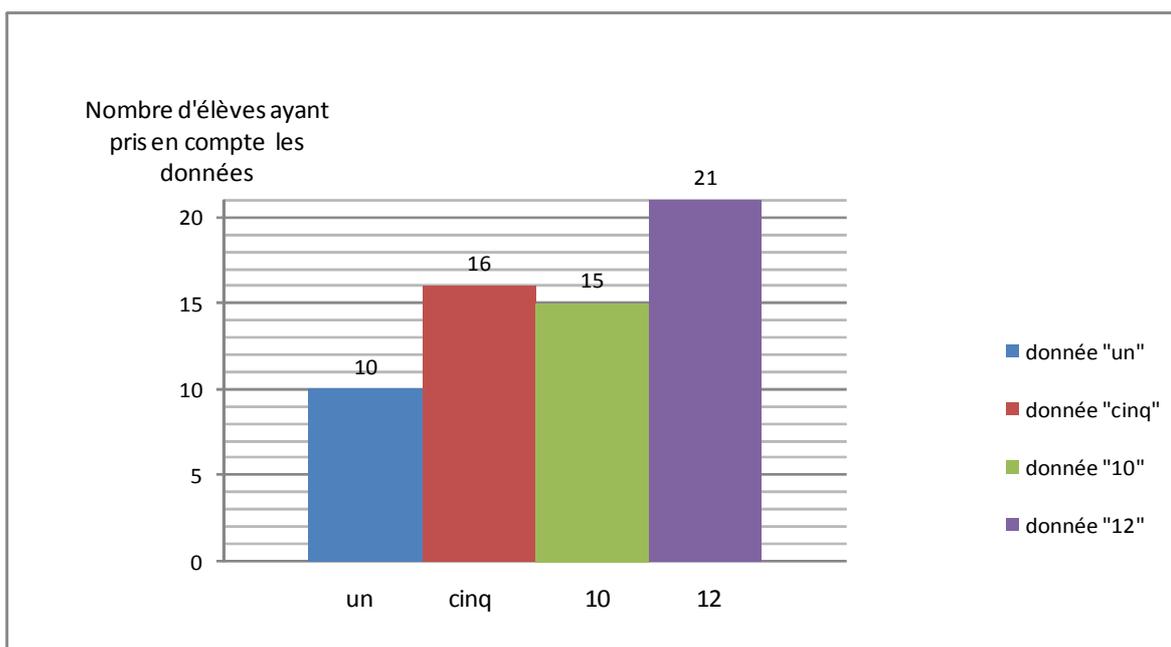
Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	1	5	10	12	L'élève fait un schéma	L'élève fait une addition	L'élève trouve le résultat :
Élève A									
Élève B									
Élève C									
Élève D									
Élève U									
TOTAL									

Une étude statistique est ensuite réalisée afin de pouvoir valider ou non mes hypothèses.

VI. Résultats et interprétation

- Est-ce que l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves ?

Les grilles de correction (voir les annexes 1, 2 et 3) et les histogrammes suivants présentent les résultats trouvés pour les trois problèmes.



Problème 1: avec des nombres écrits en lettres et en chiffres

En observant ce premier histogramme, on remarque que les données n'ont pas été utilisées à la même fréquence.

Tous les élèves ont pris en compte la donnée « 12 ». Je pense qu'elle était la plus « facile » à trouver. En effet, ce nombre « 12 » représente le nombre de livres que la maîtresse doit commander pour sa classe. Il est écrit en chiffres et est placé en début d'énoncé. Ainsi, tous les élèves ont réussi à comprendre qu'il fallait le prendre en compte pour répondre au problème.

Cependant, trois élèves n'ont pris en compte que cette donnée « 12 ». Cette erreur est liée à une mauvaise représentation du problème. En effet, d'après Charnay et Mante (2011), la construction de la représentation du problème peut être de trois types : soit incomplète (certains éléments ne sont pas pris en compte), soit inadaptée (l'élève fait un contresens ou une autre interprétation que celle qui était attendue) ou soit absente (l'élève ne comprend pas l'énoncé). Dans ce cas présent, il s'agit d'une construction de la représentation du problème incomplète. Ils n'ont pas pris en compte le terme « pour l'école ». Ils n'ont pas vu le problème dans sa globalité mais ce sont focalisés sur le début de l'énoncé : la maîtresse commande des livres, elle veut 12 livres pour ses élèves. Ils n'ont pas compris qu'il s'agissait d'une commande de livres pour une école et non pour la maîtresse seulement. Pour eux, la réponse était donnée dans l'énoncé, ils n'ont envisagé aucun calcul. Cependant, la situation du problème avait été expliquée par l'enseignante à l'aide des élèves : « ça se passe dans une école et il faut commander des livres ».



Exemple de réponse d'un élève

Les données « cinq » et « 10 » ont été presque prises en compte dans les mêmes proportions : 16 élèves pour la donnée « cinq » et 15 élèves pour la donnée « 10 ». Il semblerait que la donnée « cinq » écrite en lettres ne pose pas de difficultés particulières aux élèves.

Certains élèves n'ont pas utilisés le « cinq » et le « 10 » car ils n'ont pas compris que ces données faisaient référence à des livres. En effet, les mots « manuel » et « album de jeunesse » ont été employés au lieu du mot « livre ». Cependant, les élèves ont effectué un classement des livres en début d'année donc les termes étaient censés être connus.

Un rappel a même été fait en collectif :

- « c'est quoi cinq manuels ?, demande l'enseignante
- des gros livres, répond un élève
- donc un manuel, c'est un livre, reprend l'enseignante, citez moi ensuite un album de jeunesse »

Ainsi, on peut penser qu'il est plus difficile pour des élèves d'additionner des nombres qui n'ont pas la même « unité ». Cela demande une connaissance sur la relation des mots et tout particulièrement en ce qui concerne les termes génériques. Dans ce cas, les élèves doivent savoir que le mot « livre » est le terme générique, encore appelé hyperonyme de « manuel, album de jeunesse, bande dessinée, livre de recettes... ».

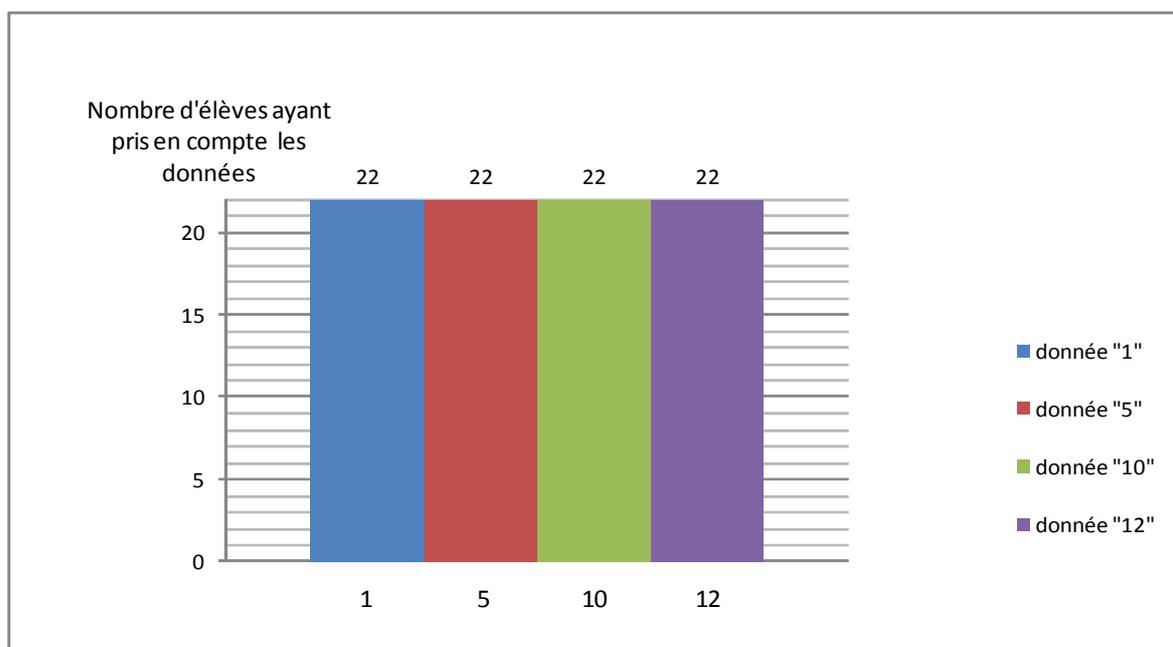
Enfin, la donnée « un » est la moins prise en compte : seulement par 10 élèves. Elle était pourtant liée au mot « livre » mais de nombreux élèves ne l'ont pas « vue ».

Ainsi, il semblerait que ce premier problème rejoint mon hypothèse de travail concernant le nombre « un » écrit en lettres. Il pose plus de difficultés car les élèves le voient comme un article indéfini et non comme un adjectif numéral.

Remarque : Pour la résolution de ce problème, les élèves n'ont pas fait d'erreurs liées à des stratégies inadaptées. En effet, ils ne se sont pas appuyés sur de mauvaises règles du contrat didactique. G. Brousseau définit celui-ci comme « l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. Le contrat est donc ce qui détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre »⁵. Ainsi, certains élèves auraient pu, face au problème posé, chercher les données numériques et appliquer la règle du contrat « pour résoudre un problème, il faut utiliser la dernière notion étudiée (à savoir ici la multiplication) avec ces données numériques ». Ce n'est pas le cas dans cette classe car l'enseignante travaille avec ses élèves sur des problèmes qui ne relèvent pas forcément de la dernière opération étudiée.

5 Cité dans Charnay et Mante p 88

Il faut tout de même noter que les effets de contrat sont nécessaires. En effet, pour résoudre ces problèmes, les élèves utilisent implicitement des règles qui relèvent du contrat didactique. Une d'entre elles consiste à dire que toutes les données utiles sont dans l'énoncé du problème. Ainsi, pour le problème 1, les élèves ne se demandent pas s'il y a d'autres classes qui n'ont pas été prises en compte pour la commande de livres.



Problème 2: avec des nombres écrits uniquement en chiffres

Ce deuxième histogramme montre que tous les élèves ont pris en compte les différentes données : 1, 5, 10 et 12. Plusieurs raisons expliquent cette importante réussite. En effet, selon moi, les données écrites en chiffres ont facilité la résolution du problème. De plus, le contexte de l'énoncé est très familier aux élèves : il travaille beaucoup avec un jeu du marché. Le mot « article » a donc été très vite compris : ils l'ont défini comme « le nombre de choses qu'ils achètent ». Dans ce problème, la notion de terme générique n'a pas posé de problèmes : ils ont fait le lien entre le terme générique « articles » et les mots tels que « carottes, courgettes, carte et poupée ».

Remarque : En analysant les travaux des élèves, j'ai pu constater que certains d'entre eux avaient des difficultés pour communiquer le résultat du problème par une phrase réponse. Leurs procédures sont correctes mais ils n'arrivent pas à trouver les mots pour donner la réponse.

Voici quelques exemples de phrases que j'ai pu trouver :

J'ai ~~trouvée~~ fait un calcul et j'ai
trouvée 28 en tout. ✓

Exemple 1

Il ont ^{vu} ~~acheté~~ 28 chose

Exemple 2

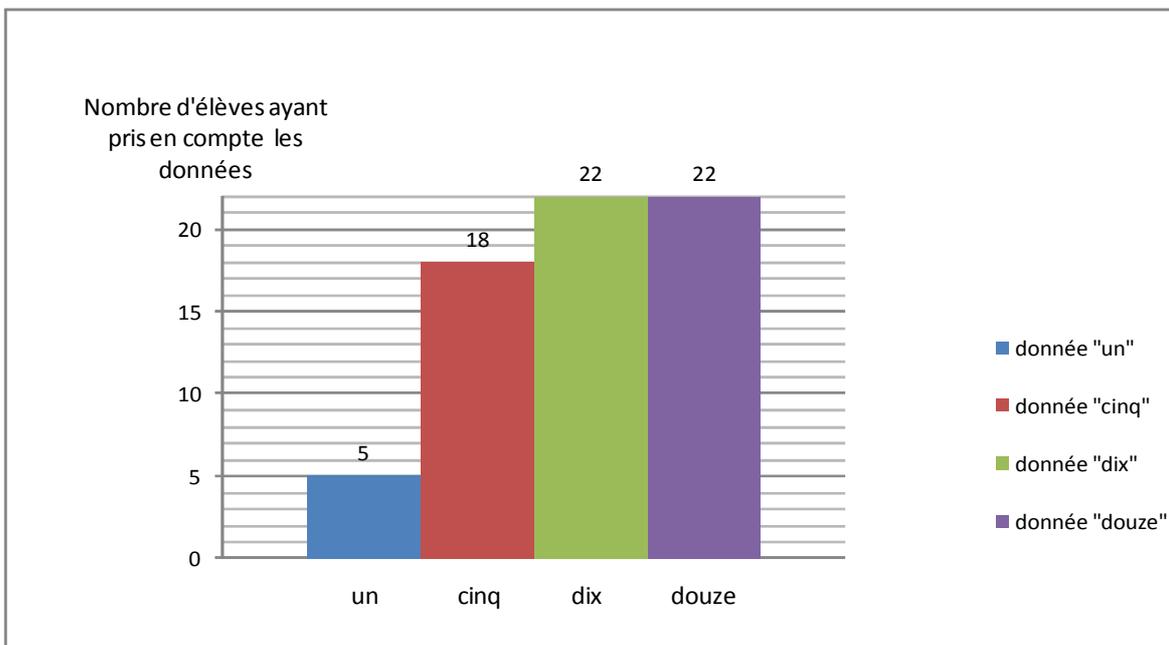
Il acheter 28 jouet.

Exemple 3

Il y a 28 cartes de Saint-Nicolas

Exemple 4

Je pense que ces erreurs dans la communication du résultat ne sont pas dues à un problème de compréhension de l'énoncé. Il s'agit simplement d'une difficulté qui est à prendre en compte. La présentation littérale de la réponse est un exercice à travailler avec les élèves : ils doivent apprendre à formuler une phrase réponse en fonction de la question posée.



Problème 3: avec des nombres écrits uniquement en lettres

Ce dernier histogramme montre un écart important entre la prise en compte de la donnée « un » et les autres. En effet, seulement cinq élèves ont utilisé cette donnée. Le contexte de l'énoncé était pourtant familier aux élèves puisque le problème faisait référence à une sortie de classe. De plus, le terme générique « personne » ne pose pas de difficultés pour les élèves : ils savent que les mots « élèves, enseignants et chauffeur » font partie de cette catégorie. Ainsi, la seule interprétation que je puisse faire de ce constat rejoint mon hypothèse de travail. La donnée « un » n'a pas été prise en compte car les élèves l'ont vue comme un article indéfini et non comme un adjectif numéral.

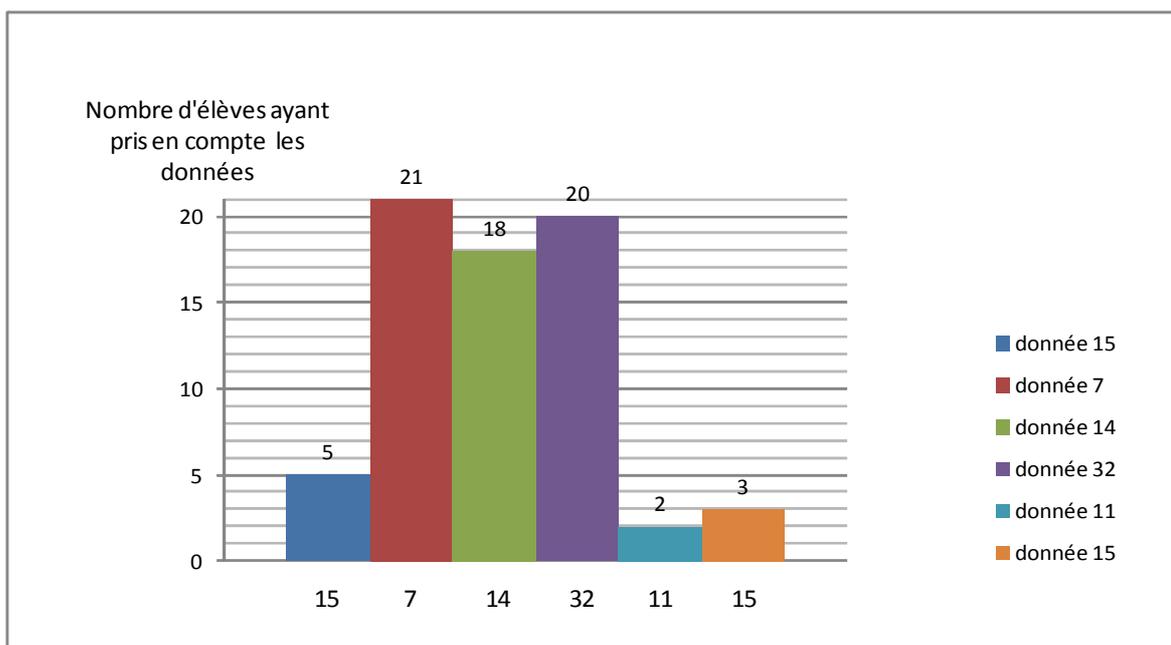
Ainsi, d'après tous ces résultats, ma première hypothèse de travail semble être justifiée : l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves. Le nombre « un » pose plus de problèmes aux élèves qui le considèrent seulement comme un article indéfini et non comme un adjectif numéral. Cette difficulté peut relever du fait que l'article indéfini a deux genres (masculin et féminin) et que l'adjectif numéral n'en a qu'un (masculin). Cependant, cette notion est abordée dès la maternelle. En effet, les élèves apprennent que « un et un font deux » mais également que « une et une font deux » et « un et une font deux ».

En revanche, la donnée « cinq » écrites en lettres n'est pas une difficulté pour les élèves.

Ainsi, on peut conclure sur le fait qu'hormis la donnée « un », les données écrites en lettres ne semblent pas montrer d'influence particulière.

➤ **L'ordre d'apparition des données influence-t-il le rendement des élèves ?**

Les grilles de correction (voir les annexes 4 et 5) et les histogrammes suivants présentent les résultats trouvés pour les deux problèmes.

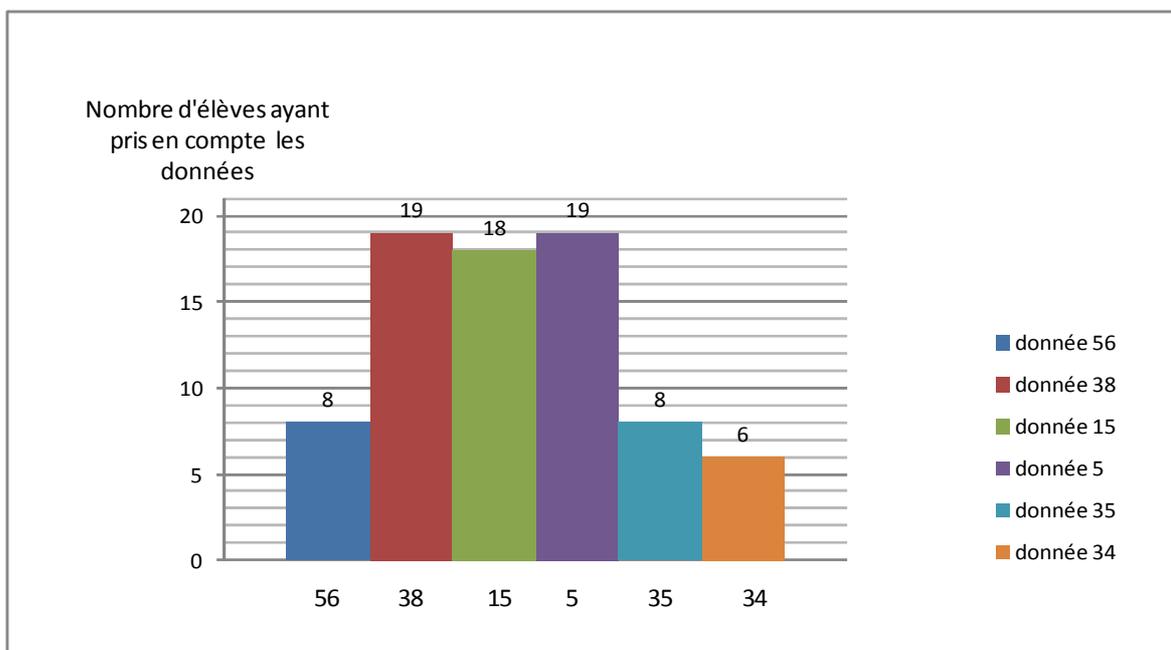


Problème 1: les données pour résoudre le problème apparaissent l'une à côté de l'autre

Ce premier histogramme montre qu'une grande majorité des élèves ont pris en compte dans leur résolution de problème les données utiles à savoir 7, 14 et 32. La donnée « 14 » a été oubliée par trois élèves. L'implicite de la phrase « Julien en a 14 » n'a pas forcément été compris dans le sens « Julien a 14 billes ». De plus, un élève n'a pas utilisé la donnée « 32 ». Il est possible que pour lui, l'expression « le copain de Julie » se soit transformée en « Julie » seulement.

Cependant, même si cet histogramme montre que les données utiles ont été prises en compte, d'après la grille de correction, seulement 12 élèves ont correctement répondu au problème. L'erreur la plus fréquente est celle d'ajouter une donnée inutile dans leur calcul. En effet, 6 élèves l'ont faite. La donnée inutile la plus prise en compte est la donnée « 15 ». Elle provient de l'expression « Papa a acheté à Julie 15 billes ».

Ainsi, les élèves ont construit une représentation du problème inadaptée : les élèves ont fait un contresens. Ils ont compris que les billes appartenaient à son père et non à Julie. De plus, un élève a additionné toutes les données du problème. La question posée n'a pas été prise en considération : elle demandait le nombre de billes des garçons et non en tout.



Problème 2: des données inutiles sont intercalées entre les données utiles

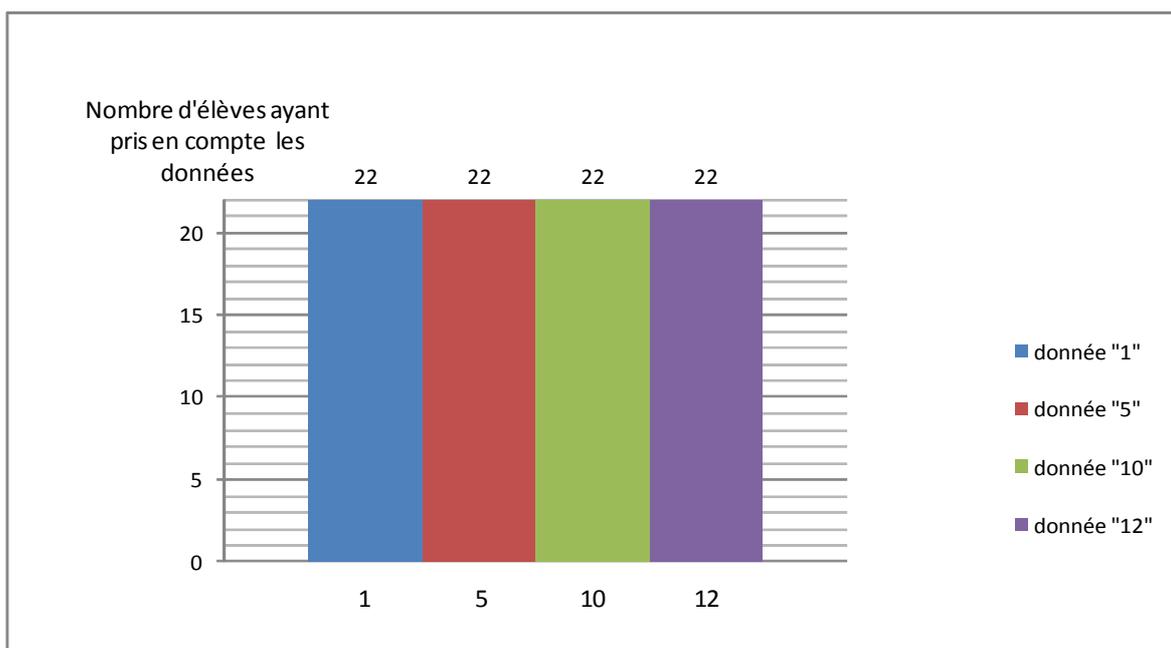
Ce deuxième histogramme montre que les données utiles ont également été retenues par les élèves dans leur résolution de problème. Cependant, on remarque que les données inutiles ont été beaucoup plus prises en compte pour ce second problème. En effet, 9 élèves ont utilisé des données inutiles dans leur calcul.

De plus, 4 élèves ont considéré toutes les données pour résoudre le problème. Cette erreur ne relève donc pas forcément d'une incompréhension de la question posée. On peut supposer qu'elle relève plutôt du contrat didactique. Certains comportements sont ancrés dans l'esprit des élèves face à un énoncé de problème. En effet, ces élèves voient sans doute les problèmes d'addition comme des problèmes où il faut additionner toutes les données. Lorsqu'ils reconnaissent un problème relevant d'une addition, ils mettent alors en place une procédure qui prend en compte toutes les données. Il est donc important de varier les problèmes afin de ne pas engendrer chez des élèves ces automatismes.

D'après la grille de correction, 9 élèves ont répondu correctement au problème 2. Le rendement est donc meilleur pour le premier problème ; ce qui confirme mon hypothèse de travail : « l'ordre d'apparition des données influence la résolution du problème ». Cependant, ce constat est à préciser. En effet, il faut s'intéresser plus à la prise en compte des données inutiles qu'au rendement des élèves. On remarque donc que les données inutiles ont été plus utilisées pour ce second problème. Intercaler des données inutiles entre des données utiles engendre donc une plus grande prise en compte de ces premières. L'ordre d'apparition des données influence donc la résolution du problème.

➤ **La présence de données inutiles influence-t-elle le rendement des élèves ?**

Les grilles de correction (voir les annexes 2, 4 et 6) et les histogrammes suivants présentent les résultats trouvés pour les trois problèmes.

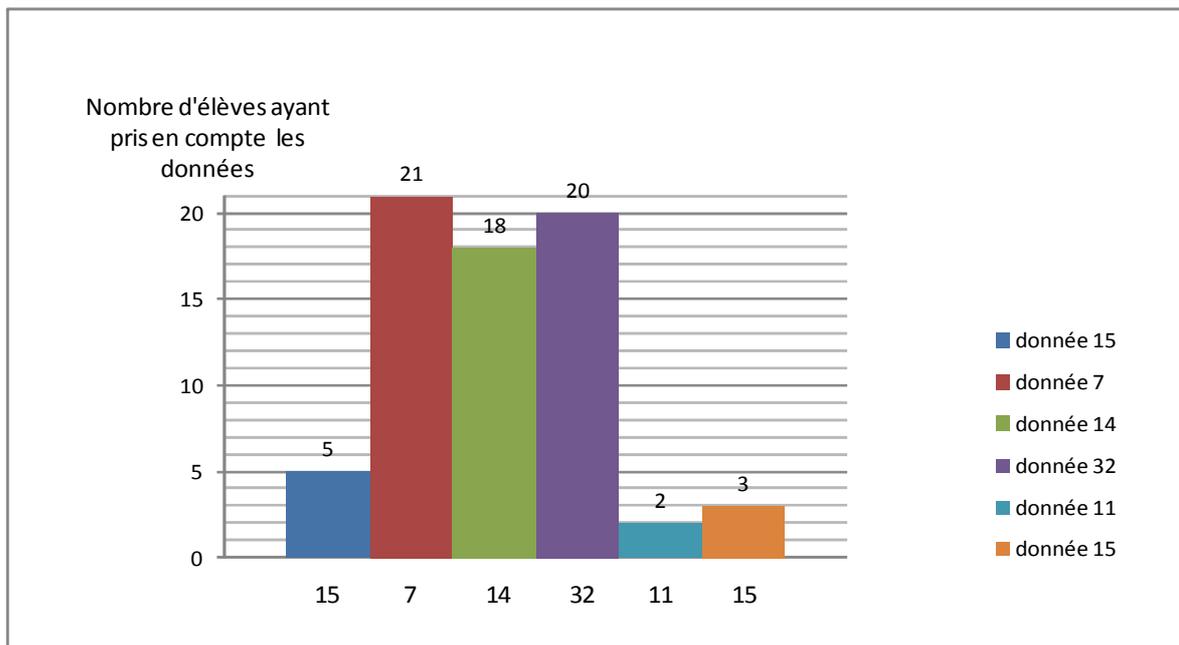


Problème 1: sans données inutiles

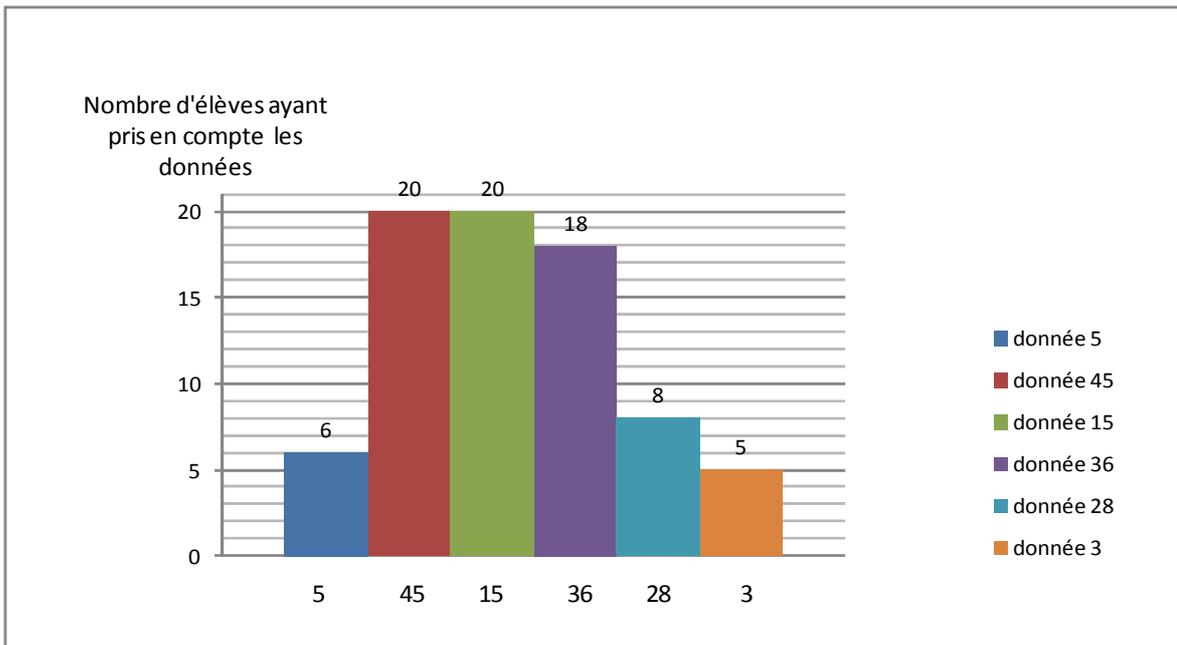
Cet histogramme montre que tous les élèves ont utilisé toutes les données du problème. 18 ont trouvé le résultat correct de 28. Les autres ont fait des erreurs dans leur calcul. Le taux de réussite de ce problème est donc très important.

En revanche, si l'on observe la grille de correction des problèmes 2 et 3, le rendement est nettement inférieur. En effet, 6 élèves ont répondu correctement au problème 2 et 12 élèves pour le problème 3. Cette différence semble donc provenir de la présence des données inutiles. En effet, pour le problème 2, 6 élèves ont ajouté des données inutiles à leur calcul et pour le problème 3, on compte 8 élèves.

Cependant, on ne peut pas noter une grande différence entre les problèmes 2 et 3 en regardant les deux histogrammes suivants :



Problème 2 : avec des données inutiles du même ordre que les données utiles



Problème 3 : avec des données inutiles qui ne sont pas du même ordre que les données utiles

Les élèves ont utilisé les données inutiles dans les deux problèmes. Pour le troisième problème, les proportions sont un peu plus importantes car 5 élèves ont pris en compte toutes les données du problème pour le résoudre.

De plus, d'après les grilles de correction, pour le problème 2, 10 élèves ont pris en compte des données inutiles et pour le problème 3, 8 élèves seulement. Cela ne montre pas un écart important entre ces deux types de problème mais il semblerait quand même que les élèves prennent plus en compte les données inutiles lorsqu'elles sont du même ordre que les données utiles.

On peut donc conclure qu'il existe une réelle différence de rendement entre un problème sans données inutiles et un problème avec des données inutiles. Le premier sera mieux réussi. De plus, en ce qui concerne les problèmes avec des données inutiles du même ordre ou non que les données utiles, les résultats des problèmes 2 et 3 sont les suivants : les données inutiles sont un peu plus prises en compte lorsqu'il s'agit de données du même ordre que les données utiles.

Conclusion

Mon mémoire s'inscrit donc dans le domaine des mathématiques et plus précisément sur la résolution de problèmes d'arithmétique. L'étude effectuée avait pour objectif principal de répondre à la problématique suivante : « En quoi la formulation d'un énoncé de problème d'arithmétique influence-t-elle le rendement des élèves dans sa résolution ? » et plus précisément à la question suivante : « Les données d'un énoncé de problème influencent-elles le rendement des élèves dans sa résolution ? ». Ainsi, j'avais défini trois axes de recherche :

- Est-ce que l'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence le rendement des élèves ?
- L'ordre d'apparition des données influence-t-il le rendement des élèves ?
- La présence de données inutiles influence-t-elle le rendement des élèves ?

Afin de répondre à ces questions, j'ai élaboré une méthodologie de recherche. J'ai travaillé sur un échantillon de 22 élèves. Ils avaient pour tâche de résoudre les problèmes que je leur présentais. A partir des données recueillies, j'ai effectué une analyse des résultats.

Ainsi, cette expérimentation m'a permis de trouver certaines réponses. J'ai mis en évidence que les problèmes avec des données écrites en chiffres avaient un meilleur rendement que les autres. Le nombre « un » pose plus de difficultés aux élèves qui le considèrent principalement comme un article indéfini et non comme un adjectif numéral. L'écriture des données dans un énoncé, soit en lettres soit en chiffres, influence donc le rendement des élèves.

De plus, j'ai pu constater que l'ordre d'apparition des données influence la résolution du problème. En effet, lorsque des données inutiles sont intercalées entre des données utiles, ces premières sont plus prises en compte.

Enfin, ma dernière expérimentation a confirmé mon hypothèse : un problème sans données inutiles est mieux réussi qu'un problème avec des données inutiles. Le rendement est nettement plus important pour ce premier problème. En revanche, en ce qui concerne le type de données inutiles, les résultats ne sont pas aussi parlants même s'ils montrent quand même la tendance suivante : les élèves prennent un peu plus en compte les données inutiles lorsqu'elles sont du même ordre que les données utiles dans un problème.

Cependant, les résultats apportés dans ce mémoire ont leurs limites. En effet, mon expérimentation ne s'est portée que sur un échantillon de 22 élèves. Il faudrait donc continuer cette recherche en pratiquant une méthodologie plus quantitative afin d'obtenir des résultats fiables.

Ainsi, ce mémoire montre donc l'importance du choix des problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Il est essentiel de porter une réflexion approfondie sur les différentes variables d'un problème afin de faire acquérir aux élèves les compétences souhaitées par l'enseignant. Celui-ci se doit de varier les problèmes pour ne pas entraîner des automatismes chez les élèves.

Bibliographie

BLOCHS B., LALANDE J., 2007, *Les problèmes sans problème*, Franche-Comté, Éditions scérén

CARON J-L., 2003, *Résolution de problèmes CE1*, Paris, Éditions Retz

CHARNAY R., DUSSUC M-P., MADIÉ D., 2009, *Cap Maths Cycle 2, CE1*, Paris, Éditions Hatier

DEMAGNY J-P., DIAS T., DUPLAY J-P., 2002, *Compte sur moi, CE1*, Paris, Éditions Magnard

DESCAVES A., 1996, *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*, Paris, Éditions Hachette Éducation (chapitre : « comprendre l'énoncé et construire la représentation du problème »)

FLOCH M., PFAFF N., 2005, Une séquence sur les problèmes additifs au cycle 2: le cas des comparaisons de mesures, *Grand N*, n°75, p19 -30

GAMO S., 2007, *La résolution de problèmes*, Clamecy, Éditions Bordas

MORIN G., 2008, *L'influence de la formulation d'un énoncé de problème écrit sur le rendement des élèves de première année en résolution de problèmes d'arithmétique*, mémoire, Québec, Université du Québec à Rimouski, Unité départementale des sciences de l'éducation du campus de Rimouski

VOYER D., 2006, *L'influence de facteurs liés à l'élève ou à l'énoncé sur la compréhension en résolution de problèmes écrits d'arithmétique*, thèse, Québec, Université Laval, département d'études sur l'enseignement et l'apprentissage, faculté des sciences de l'éducation

Sitographie

<http://pernoux.pagesperso-orange.fr/Problemes/problemes.pdf>

Annexe 1

grille de correction du problème 1 de l'hypothèse n°1

Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	1	5	10	12	L'élève fait un schéma	L'élève fait une addition	L'élève trouve le résultat :
Élève A			+	+		+		+	18
Élève B					+	+		+	22
Élève C						+	+		12
Élève D				+	+	+	+		27
Élève E						+	+		12
Élève F				+	+	+	+		27
Élève G				+	+	+	+	+	27
Élève H				+		+	+	+	17
Élève I				+		+			17
Élève J					+	+			22
Élève K						+	+		12
Élève L				+	+	+	+	+	28
Élève M			+	+	+	+			28
Élève N			+	+	+	+		+	28
Élève O			+	+	+	+	+		28
Élève P			+	+	+	+		+	28
Élève Q			+	+	+	+		+	28
Élève R			+	+	+	+	+		28
Élève S			+	+	+	+		+	28
Élève T			+	+	+	+	+	+	28
Élève U			+	+	+	+	+	+	28
TOTAL			10	16	15	21	13	10	

Annexe 2

grille de correction du problème 2 de l'hypothèse n°1

Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	1	5	10	12	L'élève fait un schéma	L'élève fait une addition	L'élève trouve le résultat :
Élève A			+	+	+	+	+	+	28
Élève B			+	+	+	+		+	35
Élève C			+	+	+	+	+	+	29
Élève D			+	+	+	+		+	28
Élève E			+	+	+	+		+	28
Élève F			+	+	+	+	+		28
Élève G			+	+	+	+		+	28
Élève H			+	+	+	+	+	+	38
Élève I			+	+	+	+		+	28
Élève J			+	+	+	+		+	82
Élève K			+	+	+	+		+	28
Élève L			+	+	+	+		+	28
Élève M			+	+	+	+		+	28
Élève N			+	+	+	+		+	28
Élève O			+	+	+	+	+		28
Élève P			+	+	+	+		+	28
Élève Q			+	+	+	+		+	28
Élève R			+	+	+	+	+	+	28
Élève S			+	+	+	+		+	28
Élève T			+	+	+	+	+	+	28
Élève U			+	+	+	+		+	28
Élève V			+	+	+	+		+	28
TOTAL			22	22	22	22	7	20	

Annexe 3

grille de correction du problème 3 de l'hypothèse n°1

Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	1	5	10	12	L'élève fait un schéma	L'élève fait une addition	L'élève trouve le résultat :
Élève A			+	+	+	+		+	28
Élève B				+	+	+		+	25
Élève C			+	+	+	+	+	+	28
Élève D					+	+	+	+	22
Élève E					+	+	+	+	22
Élève F				+	+	+		+	27
Élève G				+	+	+		+	27
Élève H				+	+	+	+	+	27
Élève I			+	+	+	+		+	28
Élève J				+	+	+		+	27
Élève K				+	+	+		+	27
Élève L				+	+	+		+	27
Élève M				+	+	+		+	27
Élève N				+	+	+		+	27
Élève O				+	+	+	+	+	27
Élève P				+	+	+		+	27
Élève Q			+	+	+	+		+	28
Élève R			+	+	+	+		+	28
Élève S					+	+	+		22
Élève T					+	+		+	22
Élève U				+	+	+		+	27
Élève V				+	+	+		+	27
TOTAL			5	18	22	22	5	21	

Annexe 4

grille de correction du problème 1 de l'hypothèse n°2

Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	15	7	14	32	11	15	L'élève trouve le résultat :
Élève A				+	+	+			53
Élève B			+	+	+	+		+	126
Élève C			+	+	+	+			68
Élève D				+	+	+			53
Élève E				+		+			39
Élève F				+	+	+			53
Élève G				+	+	+			53
Élève H				+	+	+			53
Élève I				+	+	+			53
Élève J				+	+	+	+	+	126
Élève K			+	+	+	+	+	+	115
Élève L				+	+				21
Élève M				+		+			39
Élève N			+	+	+	+			56
Élève O				+	+	+			53
Élève P				+	+	+			53
Élève Q				+	+	+			53
Élève R				+	+	+			53
Élève S			+	+		+			54
Élève T				+	+	+			53
Élève U				+	+	+			53
TOTAL			5	21	18	20	2	3	

Annexe 5

grille de correction du problème 2 de l'hypothèse n°2

Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	56	38	15	5	35	34	L'élève trouve le résultat :
Élève A			+			+			61
Élève B			+	+	+	+	+	+	115
Élève C			+	+	+	+	+	+	153
Élève D			+	+	+	+	+		149
Élève E				+	+	+			108
Élève F				+	+	+			58
Élève G	+								
Élève H				+	+	+			58
Élève I				+	+	+			58
Élève J			+	+		+			115
Élève K			+	+	+	+	+	+	
Élève L				+	+	+	+		183
Élève M				+	+	+			58
Élève N			+	+	+	+	+	+	160
Élève O				+	+	+	+	+	127
Élève P				+	+	+			58
Élève Q				+	+	+			58
Élève R				+	+	+			58
Élève S			+	+	+		+	+	177
Élève T				+	+	+			58
Élève U				+	+	+			58
TOTAL	1		8	19	18	19	8	6	

Annexe 6

grille de correction du problème 3 de l'hypothèse n°3

Nom de l'élève	L'élève ne répond pas	L'élève prend en compte la donnée :	5	45	15	36	28	3	L'élève trouve le résultat :
Élève A				+	+	+			95
Élève B			+	+	+		+		54
Élève C				+	+	+			86
Élève D				+	+	+			96
Élève E				+	+	+			96
Élève F			+	+	+	+	+	+	121
Élève G			+	+	+	+	+	+	132
Élève H				+	+	+			96
Élève I			+	+	+	+	+	+	121
Élève J				+	+	+			108
Élève K			+	+	+	+	+	+	132
Élève L				+	+	+			69
Élève M				+	+	+			96
Élève N							+		28
Élève O				+	+	+			96
Élève P				+	+	+			96
Élève Q				+	+	+			96
Élève R				+	+	+			96
Élève S				+	+		+		150
Élève T				+	+	+			96
Élève U			+	+	+	+	+	+	121
TOTAL			6	20	20	18	8	5	

Ce mémoire porte sur le domaine des mathématiques à l'école. Je m'intéresse à l'influence que peuvent avoir des modifications de l'énoncé d'un problème d'arithmétique sur sa résolution. Mes lectures montrent que plusieurs variables influencent la résolution de problèmes : le type de problème, la place de la question, le contexte de l'énoncé, la forme de l'énoncé, la présence de mots inducteurs... Dans ce travail, je me focalise sur la variable des données. L'objectif principal est d'étudier dans quelle mesure la manière de présenter les données influence leur prise en compte par les élèves. Pour cela, je me suis plus précisément intéressée à trois facteurs : le choix d'une écriture en lettres ou en chiffres des données, leur ordre d'apparition dans l'énoncé et la présence de données inutiles. Mon étude a porté sur un échantillon de 22 élèves. Je leur ai soumis un certain nombre de problèmes de nature variée en jouant sur les facteurs précédemment identifiés. Leur tâche était de les résoudre. Je me suis appuyée sur leurs productions écrites pour relever parmi les données celles qui étaient utilisées par les élèves dans leur procédure de résolution. Les données recueillies ont montré un impact plus ou moins important des variables étudiées sur le travail des élèves.

Mots-clés : résolution de problèmes, problèmes additifs, énoncé, données inutiles