Les problèmes pour chercher

Pauline Letendart

▶ **To cite this version:**

Pauline Letendart. Les problèmes pour chercher. Education. 2012. dumas-00735778

HAL Id: dumas-00735778
https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00735778

Submitted on 26 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Nord Pas de Calais

MASTER 2 SMEEF
SPÉCIALITÉ « PROFESSORAT DES ÉCOLES »
ANNÉE 2011/2012
SEMESTRE 4

INITIATION À LA RECHERCHE

MÉMOIRE

NOM ET PRÉNOM DE L'ÉTUDIANT : LETENDART Pauline
SITE DE FORMATION : IUFM Outreau
SECTION : M2B

Intitulé du séminaire de recherche : Didactique des Mathématiques
Intitulé du sujet de mémoire : Les problèmes pour chercher
Nom et prénom du directeur de mémoire : Mr Bernard MONTUELLE

Direction
365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

Institut Universitaire de Formation des Maîtres
École interne de l'Université d'Artois

UNIVERSITÉ D'ARTOIS

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Mme Decroocq qui m'a accueillie très chaleureusement dans sa classe, m'a conseillée et qui a adapté son enseignement en fonction de mes attentes, de mes observations.

D'autre part, je remercie Mr Montuelle et Mr Barrier pour le soutien et les conseils apportés lors des séminaires de recherche tout au long du Master.

Sommaire

Introduction 1

I. La résolution de problèmes 3

A. Les différents types de problèmes. 3

B. Le problème pour chercher 4

1. Problème pour chercher, problème ouvert 4

2. Selon les documents officiels 5

3. L'intérêt de la recherche en classe. 5

4. Les effets sur les élèves 7

C. Contexte de recueil de données 8

1. La classe 8

2. Quels élèves ? 8

II. Problématique 9

A. Choix d'une compétence méthodologique 9

1. Faire et contrôler des essais 9

2. Quels essais ? 9

B. Une recherche immédiate et effective 10

C. Conditions favorables à une recherche efficace 11

1. Hypothèses de travail 11

2. Hypothèse de recherche 11

III. Problèmes pour chercher 13

A. Quelles sont les caractéristiques du problème pour chercher ? 13

B. Choix des problèmes 14

1. Contraintes à respecter 14

2. Problèmes choisis 15

3. Mise en place des problèmes 16

IV. Méthodologie de recherche 18

A. Comment mettre en place un problème pour chercher ? 18

B. Quelle observation ? 19

1. Présentation 19

2. Dispositif 20

3. Éléments de recherche 21

V. Observations, résultats 23

A. Observations des phases d'appropriation 23

1. Méthodologie de recueil des données 23

2. Analyse 23

B. Observations des phases de recherche 25

1. Méthodologie de recueil des données 25

2. Analyse CP 26

a. Difficultés en lien avec les phases d'appropriation 26

b. Procédures et types d'essais utilisés 27

c. Comparaison des recherches avec / sans manipulation 27

d. Bilan intermédiaire 29

3. Analyse CE1 30

a. Difficultés en lien avec les phases d'appropriation 30

b. Procédures et types d'essais utilisés 30

c. Comparaison des recherches avec / sans manipulation 31

d. Bilan intermédiaire 32

4. Bilan 33

C. Analyse des sondages 34

1. Méthodologie de recueil des données 34

2. Analyse 34

Conclusion 36

Bibliographie 37

Annexes 38

Introduction

Le thème général de mon mémoire de recherche à visée professionnelle repose sur les problèmes. En effet, l'apprentissage des mathématiques ne se fait pas sans résoudre de problèmes ; c'est pourquoi j'ai souhaité consacrer mon mémoire à cette activité essentielle dans l'enseignement des mathématiques. Julo (1995, p.1) souligne ce point : « Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes! [...] Pour permettre à tous les élèves de réussir en mathématiques, il convient de leur offrir la possibilité de résoudre des problèmes. ».

Néanmoins, plusieurs types de problèmes sont à distinguer selon leur fonction. Ceux-ci peuvent être classés en deux grandes catégories : les problèmes pour apprendre et les autres pour chercher. Mon mémoire est axé vers cette dernière sorte de problème : les problèmes pour chercher, encore appelés problèmes pour apprendre à chercher, visant l'activité de recherche elle-même, non l'acquisition ou l'utilisation d'un savoir mathématique. En effet, je me suis intéressée à ce type d'activité, qui m'était en réalité inconnu auparavant et que j'ai découvert à travers des articles et ouvrages de recherche en didactique des mathématiques. Cette catégorie de problèmes m'a tout de suite paru intéressante, c'est pourquoi j'ai voulu approfondir mes connaissances quant à celle-ci par l'intermédiaire de ce mémoire.

Afin d'observer des situations de mise en place de problèmes pour chercher, je me suis rendue dans une classe de CP-CE1 qui a l'habitude d'en pratiquer. Je me suis penchée plus particulièrement sur la recherche des élèves, se faisant en groupe, à l'image de véritables chercheurs en mathématiques. À l'école primaire, le problème pour chercher permet de développer diverses compétences méthodologiques, dont la production d'essais. Un problème mathématique, quel qu'il soit, fait intervenir différentes variables didactiques. Ne pouvant les tester toutes, j'ai décidé de m'intéresser à la manipulation, au sens d'utilisation de matériel. La problématique de ce mémoire, support de ma réflexion, est donc la suivante :

La manipulation permet-elle aux élèves de s'engager plus rapidement dans la recherche et de mieux gérer leurs essais ?

Afin d'apporter une réponse à ce questionnement, j'ai observé et analysé la recherche de deux groupes d'élèves, un de CP et un autre de CE1, dans la résolution de problèmes pour chercher : d'une part, des problèmes faisant intervenir la manipulation ; d'autre part, des problèmes où le matériel n'est plus disponible. Il s'agit donc d'envisager les avantages que peut apporter la manipulation aux élèves dans leur recherche.

Il convient tout d'abord de comprendre les enjeux de la résolution de problèmes et d'expliquer ce qu'est un problème pour chercher. Ce sera également l'occasion de présenter la classe dans laquelle j'ai pu recueillir mes données. J'apporterai ensuite des précisions quant à ma problématique, notamment par rapport aux essais et aux hypothèses que je me suis fixées. Dans un troisième temps, seront présentés les problèmes pour chercher réalisés afin de tester ma problématique et adaptés évidemment aux caractéristiques théoriques auxquelles ils doivent répondre. Dans une phase ultérieure, il s'agira d'exposer ma méthodologie de recherche, c'est-à-dire les dispositifs et éléments d'observation, en lien avec la pratique usuelle de problèmes pour chercher. Avant de conclure, il conviendra enfin d'étudier les observations et résultats obtenus à partir de l'analyse de ces problèmes mathématiques.

I. La résolution de problèmes

Les programmes de l'école primaire de 2008 montrent que la résolution de problèmes est essentielle aux cycles 2 et 3 et concerne tous les domaines (calcul, géométrie,...). Toutefois, dès la maternelle, les élèves doivent être confrontés à des problèmes « de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage ». Ainsi, ces activités apportent à l'enfant le goût du raisonnement et donnent du sens aux outils mathématiques. Dans les Instructions Officielles de 2002, il s'avère que la résolution de problèmes est « au centre des activités mathématiques de l'élève ». Les enseignants doivent alors proposer aux élèves différents problèmes, et ceci, de la maternelle au CM2, en assurant la continuité avec le collège.

A. Les différents types de problèmes

Distinguons les différents types de problèmes mathématiques, proposés à l'école primaire. Différentes catégories sont citées dans les Instructions Officielles de 2002 : les problèmes d'application ou de réinvestissement ; puis, les problèmes « complexes », mobilisant plusieurs connaissances ; enfin, les problèmes de recherche, pour construire une nouvelle connaissance ou développer une attitude de recherche.

Par ailleurs, Charnay (1999, pp.66-69) reprend ces différents types de problèmes et les développe. Selon lui, la première distinction est qu'il existe des problèmes pour apprendre et d'autres pour chercher. Les problèmes pour apprendre se divisent en deux sous-catégories. La première est le problème visant la construction d'une nouvelle connaissance, on peut également l'appeler situation-problème. La seconde est le problème d'application ou de réinvestissement. Il peut être simple, c'est-à-dire ne mobilisant qu'une notion mathématique, ou complexe s'il en utilise plusieurs.

Afin d'illustrer cette distinction, j'ai relevé des énoncés d'un ouvrage didactique (ERMEL) s'apparentant à des problèmes ouverts et d'autres énoncés tirés d'un manuel (CAP Maths) qui sont plutôt des problèmes d'application ou exercices (cf Annexe 1).

Désormais, intéressons-nous davantage au problème pour chercher.

B. Le problème pour chercher

1. Problème pour chercher, problème ouvert

D'après plusieurs lectures d'articles de recherche ou de documents pédagogiques, je me suis rendu compte que le problème pour chercher pouvait porter d'autres noms que ce dernier et que certains problèmes lui ressemblaient mais avec quelques nuances. Ainsi, je présente ici les différentes désignations que j'ai pu relever.

Charnay (1992-93, p.79) explique que le problème ouvert est une autre appellation du problème pour chercher, ou problème pour apprendre à chercher. Le problème ouvert a été introduit par l'IREM de Lyon. Arsac et Mante (2007, p.23) font la différence entre problème ouvert et rallye mathématique. Ce dernier consiste en une compétition interclasses, se déroulant une fois par an, qui repose en fait essentiellement sur des énoncés de problèmes de recherche, autrement dit de problèmes ouverts. Par ailleurs, Eysseric (2002, p. 8-9) présente les ateliers de recherche en mathématiques, expérimentés dans le cadre du congrès « Maths en stock ». Il s'agit d'une association partenaire des IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres) et des IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques). Ces ateliers fonctionnent comme de véritables groupes de recherche scientifique, avec intervention de chercheurs et communication hors classe des travaux de recherche. D'autre part, Godot (2006, p. 33-34) apporte une nuance entre problème ouvert et situation-recherche, menée lors de projets « Maths à modeler ». Celle-ci fait appel à des problèmes de recherche comportant plusieurs ou aucune solution. De plus, lors de la résolution de problème, plusieurs tâches et plusieurs sous-problèmes se présentent progressivement aux élèves.

Par conséquent, même si diverses dénominations du problème pour chercher existent, toutes ont le même objectif, c'est-à-dire transposer l'activité du mathématicien à l'école primaire en offrant aux élèves l'opportunité de chercher. Afin de clarifier mes propos, je n'utiliserai ici que les termes « problèmes pour chercher » et « problèmes ouverts ».

2. Selon les documents officiels

Bien que les programmes de l'école primaire de 2008 montrent que la résolution de problèmes est primordiale, il n'est pas précisé l'intérêt de la recherche en classe, autrement dit des problèmes pour chercher. Le terme « problème pour chercher » apparaît en fait dans un document d'accompagnement des Instructions Officielles de 2002. Il est en effet spécifié que « dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles ». L'objectif de ce problème est de faire chercher réellement les élèves dans le but de « développer un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique ».

Le socle commun des connaissances et des compétences demande aux élèves, en mathématiques, de développer une pensée logique. La résolution de problèmes, notamment de recherche, y prend alors toute son importance, que ce soit en termes de connaissances, de capacités ou d'attitudes. Effectivement, l'élève doit « apprendre à raisonner » et doit être capable «de saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, de l'analyser en posant les données puis en émettant des hypothèses et de s'engager dans un raisonnement ou un calcul en vue de sa résolution ». Il s'agit également pour l'élève de « communiquer, à l'écrit comme à l'oral, en utilisant un langage mathématique adapté ». Le socle commun souligne par ailleurs que les mathématiques doivent développer « le goût du raisonnement fondé sur des arguments dont la validité est à prouver ».

3. L'intérêt de la recherche en classe

Avant de présenter l'intérêt de la recherche en classe, précisons brièvement en quoi consiste l'activité du chercheur en mathématiques. Son principal travail est la résolution de problèmes ouverts et la vérification de conjectures (hypothèses). Les mathématiciens s'imposent une rigueur méthodologique qui rend singulière leur discipline. Le formalisme et l'exposition rigoureuse des travaux, y compris des étapes intermédiaires, sont des points estimés nécessaires à l'acceptation des résultats obtenus. Le travail de vérification, ou de

réfutation le cas échéant, des résultats présentés par d'autres mathématiciens fait également partie de l'activité du chercheur. Pour certains exposés particulièrement complexes ou difficiles, ces vérifications peuvent nécessiter la contribution de plusieurs chercheurs travaillant de manière concertée. En effet, le chercheur travaille en équipe : des groupes de recherche, de collaboration sont généralement mis en place. De plus, les mathématiciens se réunissent lors de séminaires, congrès ou colloques pour mettre en commun leurs résultats.

Envisageons maintenant quel peut être l'intérêt de pratiquer des problèmes pour chercher à l'école primaire. Godot (2006, p.31) montre qu'il est important de faire vivre aux élèves les différentes étapes de la démarche scientifique, comme si la classe était une « véritable petite communauté mathématique ». D'ailleurs, pour Godot, comme divers autres auteurs, on retrouve cette caractéristique par l'intitulé « essayer, conjecturer, tester, prouver ». Trois enjeux y sont exprimés : d'abord, celui de la recherche : l'élève est réellement l'acteur de la recherche ; puis l'enjeu social : la recherche en groupe et la mise en commun permettent échanges et débats entre élèves ; enfin il y a un enjeu « vérité » : les élèves doivent valider ou réfuter eux-mêmes les solutions, autrement dit ils ont la responsabilité du « vrai » et du « faux ».

Arsac et Mante (2007, pp.67-69) ajoutent que la recherche en groupe permet d'obtenir plus de productions des élèves et donc différentes stratégies de résolution. Il est intéressant de montrer aux élèves qu'il n'existe souvent pas qu'une seule méthode pour résoudre un problème. De plus, un élève qui n'aurait pas trouvé de solution peut s'approprier une stratégie parmi celles proposées. Du côté de l'enseignant, la recherche en classe lui permet d'observer davantage ses élèves et ainsi de prendre en compte leur diversité : quels concepts ou quelles connaissances ils utilisent, quelles erreurs ils commettent, etc. Ainsi, le professeur des écoles peut concevoir des situations d'apprentissage mieux adaptées.

La recherche en mathématique semble être une activité essentielle. En effet, pour résoudre un problème, certains auteurs croient qu'il est nécessaire d'apprendre à chercher. L'équipe de chercheurs de ERMEL (2001, p.40) pense que « pour beaucoup d'élèves, résoudre un problème consiste à faire un calcul avec les nombres de l'énoncé ou à appliquer ce qui vient d'être étudié en classe ». Ils reprennent l'idée de certains didacticiens et enseignants, montrant que les enfants automatisent les outils mathématiques, en oubliant leur sens. L'activité devient alors mécanique, les élèves appliquent des opérations avec les nombres de l'énoncé, sans réfléchir à quoi ils correspondent. Baruk (2004, pp.25-26) montre ceci par

un réel problème proposé à l'école élémentaire : à la question « Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine? », certains élèves répondaient « 26+10=36. Le capitaine a 36 ans. ». Il paraît alors primordial que les élèves comprennent la nécessité de chercher.

4. Les effets sur les élèves

Arsac et Mante (2007, p.65) détaillent les effets de la pratique du problème ouvert sur les élèves. Une telle activité peut modifier le rapport aux mathématiques. En effet, les élèves peuvent « voir les mathématiques autrement : non plus comme des exercices souvent dénués de sens qui consistent à appliquer des techniques, mais comme des lieux d'énigmes qui stimulent l'imagination et la créativité ».

De plus, selon ces auteurs, les problèmes pour chercher sont synonymes de motivation. L'appropriation de ces problèmes est facile : tous les élèves, même ceux en difficulté en mathématiques, peuvent effectuer des essais. La recherche permet également l'initiative des élèves : ils prennent conscience qu'ils contrôlent leurs essais, procédures et résultats ainsi que le débat, et deviennent donc plus autonomes.

Godot (2006, pp.35-36) ajoute que la recherche en classe modifie le contrat didactique. Effectivement, l'élève est chercheur et gestionnaire de la recherche, tandis que le professeur n'est gestionnaire que de la classe. Il n'est plus le référent et ne détient pas le contrôle de la validation des solutions. En ce sens, des situations de recherche en classe sont une aide à la dévolution, comme l'indiquent Bonnet et Clément-Martin (2006, p.57). Les auteurs citent Brousseau, créateur de ce concept, pour montrer l'impact des problèmes pour chercher : « La dévolution consiste [...] à faire en sorte que l'élève se sente responsable, au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité du résultat qu'il doit chercher ». Il s'agit en effet de situations proposées par l'enseignant de telle manière que l'enfant se sente responsable de l'obtention du résultat et qu'il accepte le fait que la solution dépende de ses connaissances et non de l'interprétation des attentes du professeur.

C. Contexte de recueil de données

1. La classe

J'ai souhaité répondre à ma problématique de manière expérimentale, en observant des élèves dans des situations concrètes de classe où sont mis en place des problèmes pour chercher.

Tout d'abord, il me faut préciser que la classe dans laquelle je me suis rendue est spécifique. En effet, j'ai tenu à recueillir des données dans une classe où le professeur des écoles a évidemment l'habitude de mettre en place le type de problème auquel je m'intéresse et où les élèves sont donc familiers à la recherche et au travail en groupes. Il s'agit de la classe de Mme Decroocq, à la fois enseignante d'une classe de CP-CE1 et directrice du RPI (Regroupement Pédagogique Intercommunal) de Bazinghen. L'école se situe dans la circonscription de Marquise, en milieu rural. La classe comprend 9 élèves de CP et 12 de CE1.

Je précise également que je me suis positionnée en tant qu'observateur et que les problèmes pour chercher analysés ont été mis en place par l'enseignante titulaire de la classe, bien que réalisés en collaboration.

2. Quels élèves ?

J'ai profité de cette occasion de me rendre dans une classe double niveaux pour observer à la fois des élèves de CP et de CE1. Afin d'obtenir une analyse assez fine, mes données ont été recueillies plus particulièrement à partir de l'observation de deux petits groupes d'élèves, à savoir : un groupe de 3 élèves de CP et un groupe de 4 élèves de CE1. Ajoutons qu'il s'agit d'élèves aux niveaux hétérogènes. Effectivement, le fonctionnement de la classe, d'où l'organisation et la gestion des groupes, a été conservé au plus près de ce qu'il s'y passe d'habitude. En outre, même si plusieurs problèmes ouverts ont été mis en place, donc sur plusieurs séances, ce sont les mêmes élèves qui ont été observés ; ceci pour obtenir une comparaison pertinente des recherches.

II. Problématique

Avant de présenter les problèmes pour chercher mis en place et la méthodologie de recueil de données, faisons un retour sur la problématique afin d'en préciser les enjeux.

A. Choix d'une compétence méthodologique

1. Faire et contrôler des essais

Selon le dictionnaire de la langue française, la première assertion du mot « chercher » est : « s'efforcer de trouver, découvrir ». Pour trouver, il faut alors essayer, tenter, tester, mais aussi conjecturer (supposer, émettre des hypothèses), puis prouver (établir la vérité grâce à des raisonnements). Autrement dit, chercher requière de nombreuses compétences méthodologiques comme, entre autres, celles-ci : prendre des informations, trier les données, faire des essais, contrôler et gérer ses essais, développer des stratégies personnelles de résolution, organiser sa recherche, remettre en question ses résultats,... Comme je l'ai remarqué en introduction, j'ai choisi de m'intéresser aux essais et plus particulièrement à la compétence méthodologique : faire et contrôler des essais.

Il me faut préciser que essayer ne signifie pas simplement « ne pas rester sans rien faire », selon les propos des chercheurs de ERMEL (2001, p.51). Il est par conséquent demandé aux élèves de s'engager dans une recherche par des procédures permettant de démarrer la résolution et de produire des premiers résultats efficaces. Étudions maintenant les types d'essais que peuvent produire les élèves.

2. Quels essais ?

Les Instructions Officielles de 2002 expliquent que, pour résoudre un problème pour chercher, l'élève doit produire des « essais-ajustements ». Il s'agit de faire des essais et de vérifier en parallèle si ceux-ci respectent les contraintes du problème. Si ce n'est pas le cas, les essais doivent être rectifiés, c'est-à-dire ajustés. L'élève peut alors faire des essais

provisoires et les modifier au fur et à mesure selon les résultats qu'ils donnent.

Les élèves peuvent également procéder par tâtonnement grâce à des « essais-erreurs ». Il s'agit de produire une série d'essais, puis d'éliminer progressivement les essais qui ne conviennent pas et donc ne conserver que les essais pertinents aboutissant à la solution. Cette démarche de résolution est tout à fait possible et intéressante, mais elle implique l'acceptation de l'erreur par l'élève. Ces essais sont réalisés plus ou moins au hasard. En effet, l'élève peut produire une série d'essais aléatoires, sans cohérence entre eux : il teste au hasard. Au contraire, l'élève peut faire des essais organisés et structurés, il constitue sa série d'essais de manière arrangée et hiérarchisée. Un autre essai-erreur peut également intervenir, il s'agit de l'essai résultant des erreurs précédentes. Les erreurs sont non seulement rejetées mais prises en compte pour en découler d'autres essais.

B. Une recherche immédiate et effective

Ce mémoire a pour objectif de s'interroger sur les conditions amenant à une recherche efficace de la part des élèves, à savoir du point de vue des essais et de leur gestion. Il s'agit par conséquent d'analyser ce qui peut conduire les élèves à produire des essais pertinents, qu'il s'agisse d'« essais-ajustements » ou d'« essais-erreurs ».

D'une part, j'entends par recherche immédiate le fait de produire rapidement des essais, donc de s'engager pleinement dans la recherche et de tenter des procédures, même si elles n'aboutissent pas à une solution exacte. Il s'agit alors d'une recherche immédiate, non pas par motivation, mais bien pour essayer de trouver des essais.

D'autre part, la notion de recherche effective s'apparente à l'obtention d'essais conformes au problème, qui donnent la solution de celui-ci. Cela revient alors à analyser comment les élèves ont géré leurs tests, c'est-à-dire si les essais ont été contrôlés et/ou rectifiés dans le cas des « essais-ajustements » ou si les essais non valides ont été rejetés dans le cas des « essais-erreurs ».

C. Conditions favorables à une recherche efficace

Différentes variables didactiques interviennent dans le choix d'un problème, comme par exemples : la nature et la taille des nombres, la formulation des énoncés, les types d'opérations à effectuer, les informations données,... Celles-ci sont donc des conditions plus ou moins favorables à une recherche efficace des élèves. Dans le cadre du mémoire, il m'est impossible de traiter toutes ces variables. Pour la faisabilité de mon mémoire, j'ai donc décidé d'isoler et de tester une seule variable, qui sera alors mon hypothèse de recherche, et de considérer les autres en tant qu'hypothèses de travail.

1. Hypothèses de travail

Celles-ci n'ont pas été testées, je les ai fixées comme conditions favorables à la recherche immédiate et effective des élèves. Il s'agit de la taille des nombres et de l'habillage du problème, c'est-à-dire le propos de l'énoncé, ce dont on parle et ce qu'on en dit. En effet, pour une appropriation aisée du problème, je pense que l'énoncé doit être accessible, c'est-à-dire contenir des termes compréhensibles pour les élèves et faire référence à une situation qui leur est connue. Le problème doit évidemment leur donner envie de chercher et doit être vécu comme un défi. Par ailleurs, les nombres sont de petite taille, de manière à ne pas apporter de difficulté dans la recherche. Plusieurs problèmes ont été proposés et les nombres sont donc quasiment similaires d'un énoncé à l'autre. De plus, les problèmes ne contiennent pas de données superflues. Ainsi, avec ces deux hypothèses de travail, on peut penser que les élèves s'approprieront plus facilement le problème et pourront donc s'engager au mieux dans la recherche.

2. Hypothèse de recherche

La variable que j'ai testée est la manipulation. J'entends ici manipulation au sens d'utilisation de matériel, d'objets. Il s'agit de savoir si elle est une condition favorable à une recherche immédiate et effective dans la résolution de problèmes pour chercher.

La manipulation accompagne les problèmes, mais n'est pas le support de ceux-ci, puisqu'ils reposent sur un énoncé écrit. Par ailleurs, le matériel ne sert pas à valider un essai, seul un

calcul arithmétique le permettra. La manipulation est ainsi une aide possible aux élèves pour effectuer des essais et les gérer.

Les différents problèmes qui ont été proposés ont la même structure et font appel aux mêmes outils mathématiques ; mais pour certains, la manipulation est possible, le matériel est à la disposition des élèves ; alors que pour d'autres, les élèves n'ont aucun appui matériel et doivent produire des essais uniquement par le biais de l'écrit (calcul, dessin,...). J'ajoute que ce passage entre la manipulation et l'écrit aura été travaillé au préalable. Je précise que le matériel est concret, connu des élèves et disponible pour chaque élève. De plus, la manipulation n'a pas été imposée, simplement proposée. Je tiens néanmoins à préciser que les élèves ont eu pour consigne de traduire à l'écrit leurs éventuels essais réalisés avec le matériel ; cette trace permettant de faciliter la mise en commun.

III. Problèmes pour chercher

À présent, examinons les problèmes pour chercher réalisés en vue de répondre à ma problématique et adaptés aux caractéristiques usuelles du problème ouvert.

A. Quelles sont les caractéristiques du problème pour chercher ?

Les Instructions Officielles de 2002 détaillent les particularités de ce type de problème. En premier lieu, les situations sur lesquelles porte ce type de problème sont très variées : elles peuvent reposer sur un jeu, des expériences, un vécu de classe ou de la vie courante, un support écrit ou même un questionnement oral. Ensuite, les élèves peuvent s'approprier facilement le problème, pour s'engager rapidement dans la tâche. Le problème en lui-même peut concerner tous les domaines mathématiques, mais doit surtout être « résistant » : l'énoncé, assez court, n'induit ni la méthode de résolution ni la solution. Un problème pour chercher doit être vécu comme un défi et donc donner l'envie de chercher. Enfin, la validation et la réfutation des solutions sont à la charge des élèves et donnent lieu à un débat de classe. Tous les articles ou ouvrages que j'ai pu lire à propos des problèmes pour chercher reprennent ces spécificités.

Par ailleurs, Charnay (1992-93, p.79) insiste sur la précaution que doit prendre un enseignant lorsqu'il choisit un énoncé de problème pour chercher. En effet, un problème de recherche effectué dans une classe précise (cycle et niveau de la classe, période de l'année, difficultés des élèves,...) peut être un problème de réinvestissement dans une autre classe, ou encore une situation-problème pour une troisième classe. C'est pourquoi il ne suffit pas simplement au professeur de prélever un énoncé parmi d'autres : il doit bien le choisir selon sa classe.

B. Choix des problèmes

Afin d'obtenir une activité cohérente et adaptée à la classe, j'ai réalisé les problèmes pour chercher en collaboration avec l'enseignante titulaire. En effet, même si les élèves ne disposent pas de solution experte pour résoudre ces problèmes, leurs pré-requis sont nécessaires à la recherche. C'est pourquoi, avant même d'observer les situations de recherche, je me suis rendue dans la classe pour pouvoir discuter avec l'enseignante et observer des séances courantes en mathématiques.

1. Contraintes à respecter

Tout d'abord, les problèmes doivent être de vrais problèmes pour chercher et donc respecter ses différentes caractéristiques. Ainsi, les spécificités qu'attribuent les théories à cette activité, énoncées dans la première partie précédente (cf III. A.), s'appliquent ici dans le choix des problèmes. Voici les différents éléments qui ont relevé mon attention :

- L'énoncé est court.
- Le support du problème est approprié à la classe.
- La solution au problème n'est pas immédiate.
- Plusieurs démarches de résolution et procédures sont possibles (techniques mises en œuvre, essais-ajustements ou essais-erreurs).
- La validation et la réfutation des solutions peuvent être faites par les élèves.

En parallèle, les énoncés de problèmes choisis sont conformes aux hypothèses de travail que j'ai fixées, à savoir un habillage de problème facilement appropriable et des nombres accessibles. Quant à l'hypothèse de recherche, les problèmes font évidemment intervenir une manipulation cohérente avec les énoncés.

2. Problèmes choisis

J'ai choisi de créer quatre problèmes : un pour les élèves de CP avec manipulation possible, puis un sans matériel ; et pareillement pour les élèves de CE1.

Il s'agit de problèmes faisant intervenir la monnaie. En effet, cet aspect est actuellement au programme du CP : « connaître et utiliser l'euro » ; et également du CE1 : « connaître la relation entre euro et centime d'euro ». De plus, de tels problèmes peuvent s'accompagner très facilement de la manipulation, grâce à des spécimens de billets et pièces. Je pense que l'utilisation de ce matériel peut être motivante, puisque les élèves de cet âge ont certainement l'habitude de côtoyer des euros, sans les manipuler vraiment (en voyant leurs parents ou proches les utiliser dans les magasins, etc) et peuvent donc être intéressés à utiliser des faux billets et pièces en classe, pour « faire semblant », pour imiter ou jouer un rôle. Par ailleurs, je souligne que ce matériel est connu des élèves, étant donné que l'enseignante l'a mis en place pour aborder la monnaie et que les élèves peuvent s'en servir pour résoudre des problèmes courants d'application ou de réinvestissement.

Pour créer mes énoncés, je me suis basée sur un problème ouvert du fichier Évariste École (2006, fiche 11-12), faisant appel à la monnaie (cf Annexe 2). Il s'agit de trouver combien de billets de chaque sorte (10 et 20 euros) ont été donnés pour obtenir la somme voulue (70 euros), sachant qu'une contrainte est imposée, c'est-à-dire le nombre de billets (6 billets). Une seule solution est ici possible.

Pour mes quatre problèmes pour chercher, j'ai gardé la même structure que celui-ci, à savoir quelques phrases simples pour expliquer la situation et ses données, suivies d'une question. J'ai également voulu conserver le même principe : un montant qu'on peut obtenir d'une seule façon possible, avec deux sortes de billets (ou de pièces) et un nombre total de billets imposé (ou de pièces).

Toutefois, j'ai changé l'habillage du problème. Je me suis attachée à choisir des situations simples de la vie : un achat au marché et un gain à un jeu de fête foraine. Effectivement, j'ai varié le contexte : dans un problème, une personne donne de l'argent, dans l'autre, elle en reçoit. La personne dont il est question dans les quatre problèmes est Francine, une employée communale de Bazinghen qui s'occupe des enfants à la garderie et la cantine. J'ai décidé de la faire intervenir dans mes énoncés, suite à l'observation en classe d'un

problème d'application qui l'évoquait et qui avait suscité l'intérêt et la motivation des élèves. D'autre part, il m'a fallu adapter les énoncés aux niveaux de classe : pour les élèves de CP, il s'agit de problèmes avec des pièces de 1 € et de 2 €, alors que pour les élèves de CE1, ce sont des problèmes avec des billets de 10 € et de 20 €. D'un problème à l'autre et d'un niveau à l'autre, pour le montant et le nombre de billets (ou pièces), j'ai choisi des nombres similaires, afin de mobiliser les mêmes procédures.

Les énoncés ainsi créés se trouvent en annexes (cf Annexe 3) et vérifient les caractéristiques du problème pour chercher citées précédemment. Le récapitulatif de la validation de ces spécificités se trouve en annexes, ainsi qu'un éventail des procédures possibles pour résoudre ces problèmes (cf Annexes 4, 5).

3. Mise en place des problèmes

Apportons quelques détails pratiques quant à la mise en place de ces quatre problèmes pour chercher.

Il faut souligner que les élèves ont pu utiliser les pièces ou billets (pour les problèmes 1 et 2), mais qu'ils pouvaient aussi s'aider de leur ardoise pour effectuer des essais, employer les référents de la classe (bande numérique, tables d'addition,...). Une affiche a été donnée par groupe pour y écrire tous les essais et le résultat trouvé. Effectivement, l'enseignante procède ainsi pour tous les types de problèmes qu'elle met en place, c'est-à-dire qu'elle demande aux élèves de formaliser leur(s) essai(s) à l'écrit, même s'ils utilisent du matériel, souvent à l'aide d'un calcul arithmétique donnant la solution et d'une brève phrase de conclusion. Ainsi, cette exigence vis-à-vis de la communication de la solution a été gardée pour les problèmes mis en place dans le cadre de ce mémoire. Pour les problèmes 3 et 4, l'enseignante a expliqué aux élèves qu'elle avait oublié les pièces et billets et qu'ils devaient donc résoudre le problème sans avoir recours à la manipulation.

Je rappelle que le matériel était disponible pour chaque élève. Les billets ou pièces ont été mis dans une petite boîte pour le groupe (cf Annexe 6). Dans celle-ci, il y avait évidemment plus de matériel que nécessaire : une dizaine de pièces de 1 € et une dizaine de 2 € pour les élèves de CP ; de même pour les billets de 10€ et de 20 €, pour les

problèmes destinés aux élèves de CE1 ; ceci dans le but de réaliser toutes sortes d'essais possibles. Par exemple, pour obtenir 8 €, les élèves pouvaient utiliser 8 pièces de 1 €, tout comme 4 pièces de 2 €.

Les problèmes ont été mis en place de manière rapprochée en février 2012. En janvier, l'enseignante a proposé aux élèves des problèmes d'application et de réinvestissement sur la monnaie, en utilisant ce matériel. Je me suis assurée ainsi que celui-ci était bien connu de tous les élèves, avant de proposer les problèmes pour chercher.

IV. Méthodologie de recherche

Dans cette partie, il s'agit de présenter ma méthodologie de recherche, c'est-à-dire la démarche d'observation que j'ai mise en place, plus précisément les éléments observés afin d'être analysés.

A. Comment mettre en place un problème pour chercher ?

Les Instructions Officielles de 2002 présentent au travers d'exemples les modalités de mise en œuvre des problèmes pour chercher et distinguent plusieurs phases.

Il y a tout d'abord la présentation du problème, puis une recherche personnelle et en groupe, ensuite la mise en commun et enfin, une synthèse de la séance. Lépine (1996-97, pp.44-49) développe ces différents points. La présentation du problème consiste en la lecture de l'énoncé (ou illustration, s'il ne s'agit pas d'un énoncé écrit) et en l'explication de certains termes si besoin est. L'enseignant doit s'assurer de la bonne compréhension de l'énoncé afin que tous les élèves puissent s'approprier le problème.

Ensuite, une recherche individuelle est essentielle pour que chacun « entre en recherche ». Cette phase est assez courte. La recherche en groupes, souvent constitués de 3 ou 4 élèves, est la partie la plus longue. Avant la mise en commun, les élèves doivent souvent réaliser des affiches, en indiquant leur(s) démarche(s) et leur(s) solution(s).

S'en suit alors le débat entre groupes, pour valider ou réfuter les différentes propositions. Lors de cette phase, l'enseignant est considéré comme le médiateur du débat. La séance se termine par une trace écrite.

Arsac et Mante (2007, pp.28-47) apportent des précisions sur la gestion d'une séance de problème ouvert. Pendant la recherche en groupes, l'enseignant intervient surtout ponctuellement, à savoir auprès de quelques élèves. Il est présent pour encourager, inciter à faire d'autres essais, relancer la recherche, et poser des questions, mais jamais pour donner son point de vue sur ce que les élèves sont en train de produire. Enfin, la synthèse de la

séance permet de comparer les différentes méthodes de résolution. Pour que les élèves élaborent d'autres procédures que la leur, le problème peut être reproposé, avec des variantes.

B. Quelle observation ?

1. Présentation

Mon observation a été réalisée en trois grands actes, pour chaque problème proposé. Soulignons le fait que les quatre problèmes ont été présentés de la même façon. Les problèmes pour chercher mis en place dans la classe de CP-CE1 respectent globalement les phases « théoriques » exposées précédemment (cf Annexe 7).

Le premier aspect observé est la phase d'appropriation du problème. Effectivement, l'enseignante titulaire de la classe ne laisse pas aux élèves un temps individuel de recherche, comme expliqué dans la partie précédente, mais consacre plutôt un temps collectif, suite à la présentation du problème, pour que chacun puisse s'approprier l'énoncé, la tâche à résoudre, les contraintes à prendre en compte et éventuellement exprimer aux autres ses premières idées de résolution. Je ne pensais pas observer cette phase du problème, étant donné que je m'intéresse seulement à l'entrée en recherche des élèves. Toutefois, je me suis rendue compte que je ne pouvais négliger l'importance du contrat didactique que l'enseignante a établi avec ses élèves, non seulement pris en compte dans l'habitude de classe à traiter des problèmes pour chercher, mais aussi dans cette phase d'appropriation du problème. Après lecture de l'énoncé au niveau concerné (CP ou CE1), l'enseignante explique les éventuels termes qui posent problème. Elle pose ensuite des questions aux élèves pour vérifier s'ils ont compris le problème, à savoir le contexte et la tâche à effectuer, c'est-à-dire ce qu'il faut résoudre. Les élèves doivent alors reformuler le problème et peuvent encore poser des questions à l'enseignante et à leurs pairs si des difficultés de compréhension subsistent. Puis, les élèves peuvent expliquer leurs premières idées de résolution et exprimer leurs intentions, c'est-à-dire comment ils pensent faire concrètement pour résoudre le problème. Toutefois, l'enseignante ne donne pas son avis et laisse les élèves partager leurs avis. Cette phase permet à l'élève d'éclaircir la recherche et de lui donner d'éventuelles pistes de résolution, mais permet aussi à l'enseignante de faire

remarquer et d'insister sur les contraintes du problème qu'il faut respecter. Enfin, avant la phase de recherche, un rappel est fait sur les règles de groupes ; ceux-ci peuvent se former.

Le deuxième point d'observation est évidemment le cœur du problème ouvert : la phase de recherche. Je rappelle, en lien avec ma problématique et mes hypothèses, que l'observation est basée sur les groupes d'élèves et ce qu'ils ont produit comme essais, puisque l'enfant est le seul acteur dans ce type de tâche. Il s'agira d'observer de la même façon les quatre phases de recherche (quatre problèmes) afin de les comparer et analyser si la manipulation permet une recherche immédiate et effective.

Le dernier aspect de mon observation consiste à prendre en compte l'avis des élèves quant à l'intérêt de la manipulation. Pour cela, j'ai demandé à l'enseignante titulaire de la classe d'interviewer rapidement les élèves à la suite des problèmes 3 et 4, pour recueillir leur impression par rapport à la recherche, c'est-à-dire s'ils pensent qu'il est plus facile de chercher avec le matériel ou non.

2. Dispositif

Comme deux problèmes par niveau ont été proposés, il m'a fallu observer 4 temps de recherche :

- Observation 1 : problème 1 → pour les CP, avec manipulation
- Observation 2 : problème 2 → pour les CE1, avec manipulation
- Observation 3 : problème 3 → pour les CP, sans manipulation
- Observation 4 : problème 4 → pour les CE1, sans manipulation

Je précise que, pour chaque temps de recherche, il s'agit bien sûr d'observer les essais de chaque élève du groupe. Pour cela, des enregistrements vidéos ont été réalisés. Une caméra fixe était positionnée près du groupe d'élèves en question, de façon à les observer d'une vue globale, et j'avais aussi une caméra en main, pour filmer plus précisément. Soulignons le fait que la classe a l'habitude d'être filmée ou photographiée (notamment par des stagiaires ou par l'enseignante lors d'expérimentations en sciences). Pour tout de même m'assurer de ceci, je me suis rendue dans la classe une semaine avant la mise en place des problèmes pour chercher pour filmer une séance « normale » de mathématiques.

Ce dispositif a été utilisé de la même manière pour filmer les micro-sondages, suite aux problèmes 3 et 4. Je précise que ces sondages ont été réalisés par l'enseignante, pour ne pas perturber les élèves, ni les influencer, par le fait de filmer et étant donné également que je ne sois jamais intervenue lors des recherches.

De plus, les productions des élèves du groupe ont été gardées en vue d'être analysées. En effet, j'ai conservé les affiches réalisées pendant les phases de recherches, afin de prendre en compte les solutions et l'utilisation de l'écrit.

3. Éléments de recherche

L'observation des phases d'appropriation des problèmes a pour objectif de prendre en considération les difficultés apparentes et de remarquer si celles-ci se sont répercutées sur l'efficacité des phases de recherches.

En ce qui concerne les recherches en groupes, les enregistrements vidéos ainsi que les productions des élèves ont été liés et mis en correspondance pour analyser les éléments suivants :

- le temps mis pour effectuer le premier essai, qu'il se fasse par la manipulation ou à l'écrit
- l'utilisation de matériel ou non, quand la manipulation est possible
- le nombre d'essais (utiles, pas utiles, pour aboutir à la solution ou non)
- le(s) type(s) d'essais utilisés : essais-erreurs ou essais-ajustements
- le(s) forme(s) d'écrits (dessins, calculs), que ce soit avec et sans manipulation
- les allers-retours et les liens entre manipulation et essais écrits
- le contrôle des essais (ajustements, rejets des erreurs,...)
- le temps d'activité (c'est-à-dire au bout de combien de temps l'élève ne cherche plus, soit parce qu'il pense avoir fini, soit parce qu'il n'est plus engagé dans la recherche)

Un aspect primordial dans la résolution de ces problèmes pour chercher est également à prendre en compte : l'interaction entre élèves. A été observé l'impact de la recherche en groupe sur les essais, plus particulièrement sur leur contrôle. Ces différents éléments ont

été alors pris en compte :

- le rapport entre l'élève et ses pairs (il parle, il présente ses idées aux autres, il écoute les idées des autres, il pose des questions, temps d'interaction...)
- le contrôle des essais (comment il communique ses essais, avec manipulation ou pas, il se rend compte de ses erreurs, de celles des autres, il modifie ses essais, il vérifie les essais des autres, il ne change pas ses essais...)

Quant aux sondages, les temps d'entrevue, assez courts, ont pour enjeu de connaître les problèmes que les élèves ont préférés, c'est-à-dire avec ou sans manipulation, et d'en comprendre la raison.

V. Observations, résultats

Sont exposés dans cette dernière partie les résultats de mes observations, d'abord en lien avec les phases d'appropriation, puis les recherches, enfin concernant les sondages.

A. Observations des phases d'appropriation

1. Méthodologie de recueil des données

Pour les phases d'appropriation des quatre séances, il s'agit de pointer les difficultés rencontrées par les élèves, afin de remarquer si celles-ci ont entravé ou non la recherche en groupe des élèves. L'analyse s'appuie sur les retranscriptions de ces quatre phases (cf annexe 8). Je précise que ces retranscriptions tentent de reproduire le plus fidèlement possible les échanges entre l'enseignante et les élèves. Je me suis penchée sur ces retranscriptions pour relever les difficultés apparentes et comparer les phases d'appropriation entre elles. Les aspects suivants ont été surlignés dans chacune des retranscriptions, pour faciliter le repérage des facilités ou difficultés : la compréhension de la situation (du contexte), la prise en compte des contraintes du problème et l'explication de la tâche (ce qu'il faut chercher). Notons que j'ai analysé aussi bien les propos des élèves que ceux de l'enseignante.

2. Analyse

D'un point de vue général, sur l'ensemble des quatre problèmes proposés, aucune difficulté de compréhension du contexte n'a été relevée. Les élèves de CP, comme ceux de CE1, ont compris immédiatement la situation : d'une part (problème 1 et 2), un achat au marché, d'autre part (problème 3 et 4), un gain à la fête foraine. L'enseignante a tout de même posé des questions sur le deuxième lieu, à savoir la fête foraine, a priori moins familier des élèves que le marché, mais que les élèves semblaient finalement tous connaître. Ainsi, elle s'est assurée de la compréhension globale de la situation avant d'entrer véritablement dans le problème.

En ce qui concerne l'explication de la recherche, de la tâche à effectuer, on peut remarquer que les élèves de CP ont eu quelques difficultés pour verbaliser et prendre en compte les contraintes du problème, à la fois la somme obtenue et le nombre de pièces. Les élèves de CE1 n'ont pas eu ce genre de problème. Cette différence était prévisible, on remarque d'ailleurs que la phase d'appropriation est plus longue et plus « fouillée » pour les problèmes 1 et 3 destinés à la section de CP.
Remarquons néanmoins que ces difficultés sont moins marquées pour le problème 3. On peut supposer que ceci est dû à la similitude de la structure du problème et de ses contraintes à prendre en considération.

Analysons maintenant les problèmes de CP. Dans le problème 1, on relève deux difficultés. La première porte sur la somme obtenue : 3€ au lieu de 6€ ; et la deuxième est une confusion entre pièces et euros : 4€ au lieu de 4 pièces. On peut penser que ces difficultés sont induites par le schéma. En effet, l'enseignante l'a réalisé progressivement, au fil de l'explicitation des données, des réponses données par les élèves, pour les aider. Toutefois, ce schéma a peut-être plus désavantagé et influencé les élèves que les aider, en leur donnant une mauvaise représentation des données utiles. Le dessin des trois œufs a certainement induit en erreur l'élève qui indique que la somme obtenue est « 3 euros », alors qu'elle est de 6€. De la même façon, les quatre pièces dessinées dans le porte-monnaie ont sans doute influencé un autre élève à répondre « 4 euros » au lieu de 4 pièces. On remarque donc ici les limites de la schématisation dans la phase d'appropriation du problème.
Cependant, le schéma a également été utilisé pour le problème 3 mais n'a pas induit de confusions dans la compréhension du problème. On peut supposer que ceci est dû à un schéma plus « neutre » que celui du problème 1. Effectivement, les pièces de 1€ et de 2€ ne sont pas dessinées et la cible du jeu de fléchettes représentée n'a aucun rapport possible avec une somme d'argent, en comparaison avec les 3 œufs valant 6€.

Pour les problèmes destinés aux élèves de CE1, l'enseignante n'a pas utilisé de schéma mais a simplement entouré les données numériques au tableau pour l'énoncé 2 et les a juste pointées du doigt pour l'énoncé 4. On peut toutefois se demander l'utilité de ceci puisque, d'une part, c'est l'enseignante qui marque elle-même les données au fur et à mesure qu'elle les lit et que, d'autre part, les élèves n'éprouvaient pas de difficulté de compréhension et donc n'avaient pas besoin d'aide. Elle a certainement voulu enlevé le

poids de la lecture de l'énoncé, pour ainsi mieux visualiser ce qui était important. Peut-être aurait-il été intéressant de faire ceci avec le groupe de CP, en demandant aux élèves eux-mêmes de dégager les informations utiles.
Concernant le problème 4, la phase d'appropriation a été très fluide, les questions et réponses s'enchaînaient constamment, sans hésitation. Les élèves semblaient avoir compris l'enjeu du problème et la recherche à effectuer, mais peut-être que ce moment d'appropriation a été trop rapide.

Ces aspects ressortant des phases d'appropriation pourront être utilisés par la suite, pour comprendre ou essayer d'expliquer des difficultés survenant dans les phases de recherche.

B. Observations des phases de recherche

1. Méthodologie de recueil des données

Pour analyser les phases de recherche en groupe, je me suis basée d'une part sur les productions des élèves, à savoir les affiches réalisées par chaque groupe, pour chaque problème (cf Annexe 9) ; d'autre part, à partir des vidéos de chaque temps de recherche, j'ai réalisé des tableaux, appuis de mon analyse (cf Annexe 10). Un tableau correspond à la recherche d'un seul problème. Les élèves du groupe concerné sont tous pris en compte dans un tableau. Ajoutons que parfois les propos des élèves sont retranscrits et que certains de leurs gestes ou actes sont illustrés par des photos tirées des vidéos. Les tableaux ont été construits de la même manière, avec la même structure, pour organiser au mieux la comparaison entre les problèmes. Chaque tableau reprend les items suivants :

- premier essai
- temps d'activité
- essais
- écrit
- contrôle des essais
- interactions

Précisons que pour les problèmes 1 et 3, avec manipulation possible, deux items sont

ajoutés : le matériel et le lien entre manipulation et écrit. En ce qui concerne les essais de chaque élève, ils ont été numérotés pour faciliter l'analyse des items « écrit » et « contrôle des essais ». Par ailleurs, pour chaque essai, il est précisé s'il s'agit d'un essai-erreur (dû au hasard, ou organisé, ou déduit d'erreurs) ou d'un essai-ajustement. Il me faut également souligner que ce dernier a été divisé en deux pour distinguer le contrôle qu'un élève effectue sur ses propres essais et sur ceux des autres.

L'analyse se compose de trois sous-parties pour chaque niveau (CP et CE1). Il s'agit tout d'abord d'identifier si les difficultés remarquées lors des phases d'appropriation se répercutent sur la recherche en groupe. Le deuxième temps consiste en l'analyse des divers types d'essais utilisés. Enfin, il convient de comparer les problèmes avec et sans manipulation (problèmes 1 et 3 pour CP – 2 et 4 pour CE1), c'est-à-dire étudier les ressemblances et dissemblances item par item, afin de rendre compte des apports de la manipulation. Précisons que l'analyse sera faite élève par élève ou d'une manière globale sur le groupe, selon les cas. Suite à ces trois éléments d'analyse, en comparant les résultats de CP avec ceux de CE1, sera dressé un bilan quant aux enjeux de l'utilisation de matériel dans la résolution de problèmes pour chercher.

2. Analyse CP

a. Difficultés en lien avec les phases d'appropriation

Ce qui était ressorti majoritairement des phases d'appropriation des problèmes destinés à la section de CP est la prise en compte des contraintes de l'énoncé et des confusions sur la somme à obtenir. Analysons si ces difficultés perdurent lors des phases de recherche.

Concernant le problème 1, avec manipulation, ces difficultés ne se retrouvent pas. En effet, de façon générale, les élèves effectuent des essais selon la somme à obtenir (6€) puis valident ou réfutent les essais selon le nombre de pièces (4). On remarque donc que les élèves ont tenu compte des contraintes du problème pour leur recherche et qu'il n'y avait aucune confusion entre les pièces et leurs valeurs (4 pièces – 4€).

Néanmoins, pour le problème 3, sans manipulation, les contraintes de l'énoncé ont été prises en compte beaucoup plus tardivement. Effectivement, c'est en transcrivant un essai à l'écrit qu'un élève s'est aperçu de la contrainte non respectée : le nombre de pièces à

utiliser. Par ailleurs, on remarque qu'il y a eu, pour un essai, une confusion entre 5 pièces et 5 euros.
Par conséquent, les difficultés apparues pendant les phases d'appropriation ont totalement disparu dans le cas du problème avec manipulation ; à l'inverse, elles ont perduré pour l'autre problème, sans manipulation.

b. Procédures et types d'essais utilisés

Rappelons avant tout les deux grands types d'essais possibles dans la résolution de problèmes pour chercher : les essais-ajustements et essais-erreurs. Les essais-ajustements, selon le terme employé dans les instructions officielles de 2002, sont des essais construits et ajustés selon les contraintes du problèmes. En revanche, les essais-erreurs sont produits par tâtonnement et éliminés s'ils ne répondent pas au problème. Il peut y avoir des essais-erreurs faits au hasard, d'autres organisés, enfin d'autres déduits d'erreurs précédentes. Analysons quels types d'essais les élèves ont employés. Un récapitulatif des procédures et types d'essais utilisés se trouve en annexes (cf Annexe 11).
Pour le problème 1, avec manipulation, on remarque que les élèves ont effectué 3 essais-ajustements, tenant d'abord compte de la somme à obtenir (6€) puis adaptés selon le nombre de pièces à respecter. Ajoutons qu'un essai-erreur a été réalisé par un élève : il s'agit d'un essai fait au hasard. De plus, la solution au problème a été trouvée par l'intermédiaire d'un essai-ajustement.
De la même façon, pour le problème 3, sans manipulation, on compte 3 essais-ajustements tenant compte en priorité de la somme à obtenir (8€), ainsi qu'un essai-erreur réalisé au hasard. Par contre, un autre essai-ajustement a été effectué selon le nombre de pièces et la solution a été trouvée grâce à un essai-erreur.
En conséquence, il semble que la manipulation ne permet pas de diversifier les procédures et types d'essais. Au contraire, sans manipulation, on compte plus de procédures et les élèves emploient davantage les essais-erreurs.

c. Comparaison des recherches avec / sans manipulation

Précisons avant tout que, pour le problème faisant intervenir la manipulation, 2 élèves sur 3 ont beaucoup manipulé et que 5 essais sur 7 ont été réalisés avec le matériel. Par ailleurs, notons que la solution a été trouvée avec ce matériel. Il semble que les élèves

utilisent le matériel non seulement pour effectuer leurs essais, mais aussi pour communiquer : montrer et vérifier des essais.

Comparons maintenant les deux problèmes, item par item.

Au niveau du temps d'activité, la différence est flagrante. Effectivement, pour le problème 3 sans manipulation, les élèves semblent beaucoup moins concentrés et impliqués dans la recherche. Au bout de quelques minutes seulement, les enfants semblent se désintéresser de l'activité et il leur est très difficile de se reprojeter dans la recherche, même si l'enseignante intervient dans le groupe. Ces problèmes n'apparaissent en aucun cas dans le problème 1, avec manipulation.

En ce qui concerne le premier essai, grâce à la manipulation celui-ci est quasi immédiat. En effet, pour 2 élèves sur 3, l'entrée en recherche est plus rapide avec la manipulation, c'est-à-dire que le temps mis pour effectuer le premier essai est inférieur.

Analysons désormais tous les essais. On remarque que le nombre d'essais est similaire, que ce soit avec ou sans manipulation (7 essais). Par contre, une différence est remarquable quant à la solution. Avec matériel, la solution réalisée par un élève est partagée très rapidement par les autres ; ce qui n'est pas le cas pour la solution au problème 3 : même si un élève a trouvé la réponse, ses pairs n'essaient pas de la comprendre, de la vérifier, ni de se l'approprier.

Au niveau de l'écrit, à savoir de l'utilisation de l'affiche, on remarque une nette différence entre les deux problèmes. Avec manipulation, tous les élèves du groupe écrivent un de leurs essais, dont la solution, et utilisent sans problème phrase, dessins et calcul pour les retranscrire. Au contraire, sans manipulation, un seul élève écrit sur l'affiche, mais semble perdu, ne sait pas quoi écrire. Soulignons d'ailleurs que le passage à l'écrit se fait beaucoup plus tardivement que pour le problème 1. On remarque que, sans manipulation, l'élève utilise une longue phrase de conclusion qui ne fait que répéter l'énoncé. C'est grâce à l'intervention de l'enseignante titulaire de la classe qu'un essai est retranscrit par un dessin des pièces.

Étudions les contrôles effectués sur ses divers essais. Je précise que, pour chaque élève, sont pris en considération à la fois les contrôles de chacun de ses essais, mais aussi ceux des autres ; ces contrôles servant à valider ou réfuter les tests. On remarque tout de suite que plus de contrôles ont été réalisés pour le problème 1. En effet, avec manipulation, 8 essais sur 15 ont été vérifiés (dont 3 contrôles avec matériel), contre 9 seulement sur 21,

sans manipulation. De plus, il semble plus facile aux élèves de visualiser la solution grâce au matériel et de la comparer avec d'autres essais.
Si l'on s'intéresse enfin aux interactions entre pairs, une distinction est à faire entre les deux recherches. Avec manipulation, les interactions ne concernent que la recherche en elle-même, l'activité, le problème, alors que sans manipulation, les élèves discutent moins et le peu de paroles échangées se rapporte à d'autres choses (jouer, s'amuser,...). On peut noter également que sans manipulation le groupe est moins soudé : certains élèves abandonnent, laissant un seul camarade s'occuper des essais et de l'affiche.

d. Bilan intermédiaire

À partir de cette analyse en trois sous-parties, dressons un premier bilan pour le niveau de CP. Il s'agit de présenter les enjeux de la manipulation dans la résolution de problèmes pour chercher, c'est-à-dire en quoi le matériel permet d'aider les élèves dans leur recherche et en quoi au contraire il n'aide pas. L'objectif est, je le rappelle, de savoir si la manipulation permet une recherche immédiate et effective.

En ce qui concerne les apports bénéfiques de la manipulation sur la recherche mathématique, deux aspects sont à prendre en compte.
Le premier est la recherche en groupe. On peut conclure de manière générale que l'utilisation de matériel permet à l'élève d'être plus actif et plus concentré dans l'activité. Son temps de recherche est alors plus efficace. En étant davantage impliqué dans la recherche, l'élève est aussi plus attentif aux autres. En effet, il tient compte des avis des autres et tente de vérifier, valider, voire s'approprier leurs essais. Le groupe de recherche paraît ainsi beaucoup plus uni, vers un but commun.
Le second aspect concerne les essais et l'activité-même de l'élève. On peut retenir que l'entrée en recherche est facilitée grâce à la manipulation. Effectivement, le premier essai est réalisé très rapidement. Il faut ajouter que les essais suivants sont facilités avec le matériel, dans le sens où les contraintes du problème sont aisément prises en compte, notamment le nombre de pièces. On peut par ailleurs conclure que la manipulation a aidé les élèves de CP à transcrire leurs essais à l'écrit, en réalisant par exemple des dessins. Retenons enfin que la manipulation permet une meilleure communication des résultats, des essais : il est plus facile de les montrer, de les valider, de les comparer, de les diffuser mais aussi de se les approprier.

Néanmoins, on peut déduire que la manipulation n'a pas permis de produire d'essais supplémentaires, ni de diversifier et accroître les procédures et types d'essais.

3. Analyse CE1

a. Difficultés en lien avec les phases d'appropriation

Contrairement à la section de CP, les élèves de CE1 n'ont pas éprouvé de difficulté particulière lors des phases d'appropriation. Toutefois, le temps mis pour la phase du problème 4 (sans manipulation) m'avait paru court ; je pense que l'élucidation de l'énoncé, des contraintes et de la recherche à effectuer était trop « légère », pas assez « fouillée ».
Concernant le problème 2, avec manipulation, on se retrouve dans la même situation que pour les élèves de CP. En effet, de façon générale, les élèves effectuent des essais selon la somme à obtenir (60€) puis valident ou réfutent les essais selon le nombre de pièces (4). On remarque donc que les élèves ont tenu compte des contraintes du problème pour leur recherche.
Néanmoins, pour le problème 4, sans manipulation, les contraintes de l'énoncé ont été prises en compte beaucoup plus tardivement, tout comme le problème 3. Effectivement, c'est en transcrivant un essai à l'écrit qu'un élève s'est aperçu de la contrainte non respectée : le nombre de billets à utiliser.
Par conséquent, mon impression lors de la phase d'appropriation pourrait confirmer les difficultés rencontrées pendant la recherche du problème 4. Toutefois, on peut aussi croire que la différence entre les deux recherches est due à l'utilisation de matériel ou non. Les difficultés pour le problème 4 sont analogues à celles du problème 3 : les obstacles de compréhension apparus lors des phases d'appropriation ne se répercutent que sur les problèmes sans manipulation.

b. Procédures et types d'essais utilisés

De la même manière que les problèmes 1 et 3, analysons les procédures et types d'essais utilisés par les élèves de CE1 (se référer au même récapitulatif).
Pour le problème 2, avec manipulation, on remarque que les élèves ont effectué 3 essais-ajustements, un tenant d'abord compte de la somme à obtenir (60€), les deux autres

s'appuyant en premier lieu sur le nombre de billets. Précisons que la solution a été trouvée par l'intermédiaire d'un essai-erreur déduit des erreurs précédentes (essais-ajustements).
Pour le problème 4, sans manipulation, on compte 3 essais-ajustements tenant compte en priorité de la somme à obtenir (80€). Aucun essai ne tient compte en premier lieu du nombre de billets, contrairement au problème 2. Ajoutons qu'un essai-erreur a été réalisé au hasard et que la solution a été trouvée de la même façon que précédemment, par essai-erreur déduit.
Par conséquent, tout comme pour les élèves de CP, il semble que la manipulation ne permet pas d'accroître le nombre de procédures et types d'essais. En revanche, avec manipulation, on remarque que les essais sont diversifiés : les deux contraintes sont prises en compte dès l'entrée en recherche des élèves.

c. Comparaison des recherches avec / sans manipulation

Précisons avant tout que, pour le problème faisant intervenir la manipulation, 2 élèves sur 4 ont beaucoup manipulé et que 6 essais sur 8 ont été réalisés avec le matériel. Néanmoins, la solution a été trouvée sans l'utilisation de matériel. Tout comme les CP, les élèves de CE1 ont surtout utilisé ce matériel pour montrer et vérifier les divers essais.

Comparons maintenant les deux problèmes, item par item.
Au niveau du temps d'activité, la différence est flagrante. Effectivement, pour le problème 4 sans manipulation, les élèves semblent beaucoup moins concentrés et impliqués dans la recherche. Au bout de quelques minutes seulement, les enfants semblent se désintéresser de l'activité. Certains jouent et tentent de perturber leurs camarades, tandis que d'autres semblent vraiment s'ennuyer. Ces problèmes n'apparaissent en aucun cas dans le problème 2, avec manipulation.
En ce qui concerne le premier essai, grâce à la manipulation celui-ci est quasi immédiat. En effet, l'entrée en recherche est plus rapide avec la manipulation, c'est-à-dire que le temps mis pour effectuer le premier essai est inférieur. Précisons également qu'un élève n'a effectué aucun essai, pour le problème 4.
Analysons désormais tous les essais. Avec manipulation, plus d'essais ont été réalisés (8 essais avec matériel contre 6 sans manipulation). Précisons tout de même que la solution n'a pas été trouvée avec le matériel. Toutefois, on remarque que ce résultat est rapidement et facilement partagé par les autres élèves du groupe. En revanche, la solution au problème

4, trouvée par un élève, n'a été approuvée que par un seul des élèves du groupe. Les autres semblaient indifférents quant au résultat et à sa validité.

Au niveau de l'utilisation de l'affiche, on remarque que le passage à l'écrit se fait après quasiment un même temps de recherche, que ce soit avec ou sans manipulation. Pour le problème 2, la solution est écrite sous forme de phrase et de calcul ; pour le problème 4, elle est transcrite sous forme de dessin (schéma). Notons qu'un essai a été écrit sur l'affiche pour le problème 4 mais a été ensuite gommé car invalidé. La solution a été écrite suite à ce contrôle.

Étudions les contrôles effectués sur ces divers essais. On remarque tout de suite que plus de contrôles ont été réalisés pour le problème 1. En effet, avec manipulation, 12 essais sur 32 ont été vérifiés (dont 10 contrôles avec matériel), contre 4 seulement sur 24, sans manipulation. De plus, il semble plus facile aux élèves de visualiser la solution grâce au matériel et de la comparer avec d'autres essais.

Si l'on s'intéresse enfin aux interactions entre pairs, le résultat est similaire à la recherche effectuée par les élèves de CP. En effet, avec manipulation, les interactions ne concernent que la recherche en elle-même, alors que sans manipulation, les élèves discutent moins et le peu de paroles échangées se rapporte à d'autres choses et le groupe est moins soudé (abandons,...).

d. Bilan intermédiaire

À partir de cette analyse en trois sous-parties, dressons le bilan pour le niveau de CE1, afin de savoir si la manipulation permet une recherche immédiate et effective.

En ce qui concerne les apports bénéfiques de la manipulation sur la recherche mathématique, deux aspects sont à prendre en compte.

Le premier est la recherche en groupe. Les résultats sont similaires à ceux de CP : l'utilisation de matériel permet à l'élève d'être plus actif et plus concentré dans l'activité ; son temps de recherche est alors plus efficace ; il est aussi plus attentif aux autres et à leurs essais.

Le second aspect concerne les essais et l'activité-même de l'élève. On peut retenir que l'entrée en recherche est facilitée grâce à la manipulation. Effectivement, le premier essai est réalisé très rapidement. Il faut ajouter que les essais suivants sont facilités avec le matériel, dans le sens où les contraintes du problème sont aisément prises en compte,

notamment le nombre de billets. Sans manipulation, ce dernier point a été oublié, les élèves ne l'ont pris en compte qu'en fin de recherche. Il faut ajouter que, contrairement à la section de CP, les élèves de CE1 ont produit plus d'essais grâce à la manipulation. Retenons enfin que la manipulation permet une meilleure communication des résultats, des essais : il est plus facile de les montrer, de les valider, de les comparer, de les diffuser mais aussi de se les approprier.

Néanmoins, on peut conclure que la manipulation n'a pas permis de diversifier les procédures, bien que les essais soient plus nombreux.

4. Bilan

Après avoir analysé en détails pour chaque niveau de classe (CP et CE1) les trois éléments suivants : les difficultés en lien avec les phases d'appropriation des problèmes, les procédures et types d'essais utilisés par les élèves, ainsi que les ressemblances et dissemblances entre les deux problèmes pour chercher (avec / sans manipulation), je vais désormais présenter les résultats de mon mémoire. Il s'agit de réaliser le bilan des apports de la manipulation dans la résolution de problèmes, plus particulièrement d'envisager en quoi l'utilisation de matériel peut permettre une recherche immédiate et effective, dans le cadre de problèmes pour chercher.

En premier lieu, la manipulation peut atténuer des difficultés de compréhension ou de prise en compte des données ou contraintes, apparues lors de la phase de présentation et d'appropriation du problème. Ainsi, l'utilisation de matériel permet une recherche plus efficace de ce point de vue.

En ce qui concerne les procédures et types d'essais, la manipulation peut permettre à certains élèves de réaliser plus d'essais et à d'autres de diversifier leurs procédures. Toutefois, ceci se révèle exact pour seulement quelques élèves. On ne peut donc rien conclure d'une manière générale sur l'apport de la manipulation quant aux procédures et types d'essais.

En outre, on peut retenir que la manipulation permet une recherche immédiate puisque le premier essai des élèves est réalisé très rapidement en présence de matériel. Non seulement l'entrée dans l'activité est immédiate, mais la recherche totale est constante. Effectivement, la manipulation induit une certaine implication et concentration des élèves

dans la tâche.

On peut conclure également que la manipulation permet une recherche efficace dans le sens où elle est une aide à la prise en considération des contraintes et enjeux du problème. La recherche en groupe est également plus efficace du point de vue des contrôles des essais : la manipulation aide à vérifier des essais, à les comparer entre eux, mais aussi à les communiquer, donc les expliquer et les comprendre. On peut ajouter à ceci le fait que le groupe paraît plus soudé et uni dans la recherche grâce à la manipulation. Ce facteur rend alors la recherche plus effective, étant donné l'importance du travail de groupe dans la résolution de problèmes pour chercher.

C. Analyse des sondages

1. Méthodologie de recueil des données

À la suite des problèmes 3 et 4, suite à la mise en commun des résultats, l'enseignante titulaire a effectué les micro-sondages, comme je lui avais demandé. J'ai retranscris ces entrevues, tentant de reproduire le plus fidèlement possible les propos des élèves (cf Annexe 12). Dans ces retranscriptions, j'ai distingué les préférences des élèves : avec manipulation ou sans ; pour analyser et comparer au mieux leurs propos.

2. Analyse

L'enseignante demande tout d'abord aux élèves la différence entre les problèmes. Les élèves n'ont pas de difficulté à se souvenir et exprimer cette distinction. Ensuite, elle leur demande d'expliquer leur avis quant à ce qu'ils préfèrent. Les élèves, interrogés un à un, tentent d'apporter une réponse. Précisons que l'enseignante n'intervient jamais sur les propos et opinions des élèves.

Notons tout d'abord que tous les élèves ont porté un avis sur la question et ne semblaient pas indifférents quant au choix à effectuer. Pour la section de CP, on remarque que 5 élèves sur 9 préfèrent le problème 1, faisant intervenir la manipulation. Pour les élèves de CE1, les avis sont partagés : 6 élèves optent pour le problème 2, avec manipulation, tandis que 6 autres préfèrent le problème sans matériel.

En ce qui concerne la préférence pour les problèmes 3 et 4, sans manipulation, les élèves n'ont pas du tout expliqué leur choix.

Pour le choix des autres problèmes, les élèves ont davantage exprimé leur point de vue, surtout en CE1. L'idée qui ressort majoritairement est que la manipulation est perçue comme une aide : « ça aide à compter, […] à calculer ». Ceci est également mis en opposition avec les procédures mentales : « on peut compter dessus, […] compter dans la tête c'est plus dur ». De ces deux aspects, on peut penser que l'utilisation de matériel permet d'aider les élèves et de compléter ou d'être le support d'une réflexion mentale. Par ailleurs, un seul élève de CP tente d'expliquer sa préférence pour le problème avec manipulation : « on peut mettre les pièces sur la table ». Par ce propos, on peut croire qu'il s'agisse de la même raison que celle apportée par les CE1. En étant concret, le matériel permet peut-être de rendre l'abstrait (les nombres) plus accessible et donc de visualiser plus facilement les essais, la solution.

Par conséquent, le bilan de ces sondages est divisé en deux, les avis sont partagés. On peut retenir des propos des élèves que la manipulation est une aide à la résolution de problèmes mathématiques ; toutefois, ce n'est qu'une hypothèse puisque les paroles des élèves ne sont pas explicites et demanderaient à être précisées. Il est possible que les élèves n'aient pas osé verbaliser leurs difficultés. D'ailleurs, on remarque que, lorsqu'un élève de CP montre sa préférence pour la manipulation, les trois enfants suivants adoptent ce point de vue. Ceci pourrait ainsi laisser penser que certains élèves ont été influencés par les opinions des autres. Le contrat didactique entre également en jeu : il est possible que des élèves aient opté pour une réponse, plutôt qu'une autre, face à leur enseignante. Une autre hypothèse est que les enfants de cet âge ne puissent pas avoir pleinement conscience de leurs facilités et difficultés, ou tout au moins ne sachent pas comment les exprimer.

Il aurait sans doute été préférable de réaliser ces sondages de manière individuelle, mais aussi d'intervenir sur les avis des élèves, non pas pour les influencer mais pour les inciter à expliquer, les aider à verbaliser leur préférence.

Conclusion

À travers ce mémoire, j'ai voulu tester les apports de la manipulation dans la recherche mathématique, plus particulièrement si l'utilisation de matériel peut aider les élèves de l'école primaire à produire des essais rapidement et efficacement, dans le cadre de problèmes pour chercher.

Grâce à l'expérimentation que j'ai menée dans une classe de CP-CE1, il est ressorti principalement que la manipulation permet aux élèves de prendre davantage en compte les contraintes du problème, d'atténuer les difficultés liées à l'énoncé, de s'engager plus rapidement dans l'activité et de s'impliquer plus sérieusement. La manipulation permet aussi un meilleur travail de groupe, dû à une communication pertinente et par le fait que chacun soit attentif aux essais des autres et que leurs contrôles soient facilités. Soulignons cependant que les élèves n'ont souvent pas conscience de l'intérêt de la manipulation sur leur recherche.

J'ai par conséquent eu quelques réponses à ma problématique. Certains éléments m'ont interpellée, comme l'implication des élèves dans la recherche : je ne croyais pas que la manipulation aurait eu un tel impact. D'autres résultats sont entrés en contradiction avec ce que je pensais a priori : par exemple, il ressort que la manipulation ne permet pas forcément de produire plus d'essais et d'utiliser des procédures plus efficaces.

Néanmoins, mon expérimentation comporte quelques limites. Effectivement, je n'ai observé qu'un seul groupe de chaque niveau (seulement 7 élèves de la classe au total) et un seul type de manipulation a été proposé (les spécimens de pièces et billets) pour un seul genre de problèmes (la monnaie). Il faudrait vérifier si les résultats sont similaires pour d'autres problèmes. Ajoutons que la manipulation est assez présente dans cette classe de CP-CE1 et donc les réponses pourraient diverger dans une autre classe. Enfin, je tiens à préciser que l'observation des recherches a été difficile, malgré la présence de deux caméras. Ce qui ne relève pas de propos d'élèves, mais plutôt de gestes et réactions, est basé sur des ressentis ou hypothèses.

En ce qui concerne mes connaissances et compétences professionnelles quant au métier de professeur des écoles, ce mémoire m'a permis de réfléchir à la pratique de problèmes pour chercher. Je suis convaincue de la pertinence de ce type de problèmes et je trouve dommage qu'il ne soit pas plus pratiqué dans les classes. Quant à la manipulation,

l'expérimentation menée m'a montré qu'il faut l'utiliser en connaissant ses enjeux et conséquences possibles sur la recherche en mathématiques et que les problèmes ne doivent pas se baser seulement sur le matériel, si l'on souhaite faire évoluer les procédures et conceptions des élèves.

Bibliographie

Articles, ouvrages

- ARSAC G., MANTE M., 2007, *Les pratiques du problème ouvert*, CRDP Lyon.
- BARUK S., 2004, *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*, Seuil.
- BONNET N., CLEMENT-MARTIN S., 2006, *L'évolution d'un problème pour chercher en CM2*, Grand N n°77, pp. 55-72.
- CHARNAY R., 1992-93, *Problème ouvert, problème pour chercher*, Grand N n°51, pp. 77-83.
- CHARNAY R., 1999, *Pourquoi des mathématiques à l'école?*, Éditions Sociales Françaises (ESF).
- ERMEL, 2001, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes - CE1*, Hatier.
- EYSSERIC P., 2002, *Les ateliers de recherche en mathématiques*, Grand N n°70, pp. 7-39.
- GODOT K., 2006, *La roue aux couleurs : une situation recherche pour apprendre à chercher dès le cycle 3*, Grand N n°78, pp. 31-52.
- JULO J., 1995, *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- LEPINE L., 1996-97, *Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche*, Grand N n°60, pp. 43-55.

Brochure

Fichier Évariste École, APMEP, brochure n°175 (2006).

Dictionnaire encyclopédique

Le Petit Larousse illustré, Larousse-Bordas (1998).

Documents officiels

- *Document d'accompagnement des programmes, « Les problèmes pour chercher »* (juillet 2002).
- *Programmes de l'école primaire* (juin 2008).
- *Socle commun des connaissances et des compétences* (novembre 2006).

Annexes

- ✗ *Annexe 1* : Exemples d'énoncés relevant de problèmes pour chercher ou non
- ✗ *Annexe 2* : Problème du fichier Évariste école
- ✗ *Annexe 3* : Énoncés
- ✗ *Annexe 4* : Récapitulatif des caractéristiques des problèmes
- ✗ *Annexe 5* : Procédures attendues
- ✗ *Annexe 6* : Matériel
- ✗ *Annexe 7* : Phases
- ✗ *Annexe 8* : Retranscriptions des phases d'appropriation
- ✗ *Annexe 9* : Productions, affiches
- ✗ *Annexe 10* : Tableaux d'analyse des phases de recherche
- ✗ *Annexe 11* : Récapitulatif des procédures et types d'essais
- ✗ *Annexe 12* : Retranscriptions des sondages

Annexe 1 : Exemples d'énoncés relevant de problèmes pour chercher ou non

➢ CP

- ERMEL (Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CP, Hatier ERMEL, 2000, p.100)

Avec des pièces et des billets de 1, 2 et 5€, trouvez plusieurs façons d'avoir 17€.

- CAP Maths (Fichier d'entraînement, 2009, p.80, 122)

Entoure la tirelire qu'Arthur peut échanger contre son billet de 10€. (4 choix de tirelires : 2, 7, 9 ou 10€ ; sommes réalisées avec seulement des pièces de 1€)

Entoure la tirelire de celui qui a le plus d'argent. (tirelire 1 : 10€, 2€ et 2 pièces de 1€ / tirelire 2 : 5€ et 7 pièces de 1€)

Écrire la somme d'argent représentée dans la tirelire. (50€, 3 billets de 10€, 2€ et 1€)

Entoure les billets et pièces qu'il faut pour payer exactement chaque objet. (42€ avec des pièces et billets de 1, 5 et 10€ ; 86€ avec des pièces et billets de 1, 5, 10, 20 et 50€)

➢ CE1

- ERMEL (Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CE1, Hatier ERMEL, 2001, p.91)

Comment faire la monnaie de 100€ avec des billets de 50, 20 et 10€ ? Cherchez plusieurs possibilités.

- CAP Maths (Fichier d'entraînement, 2009, p.71, 113, 116)

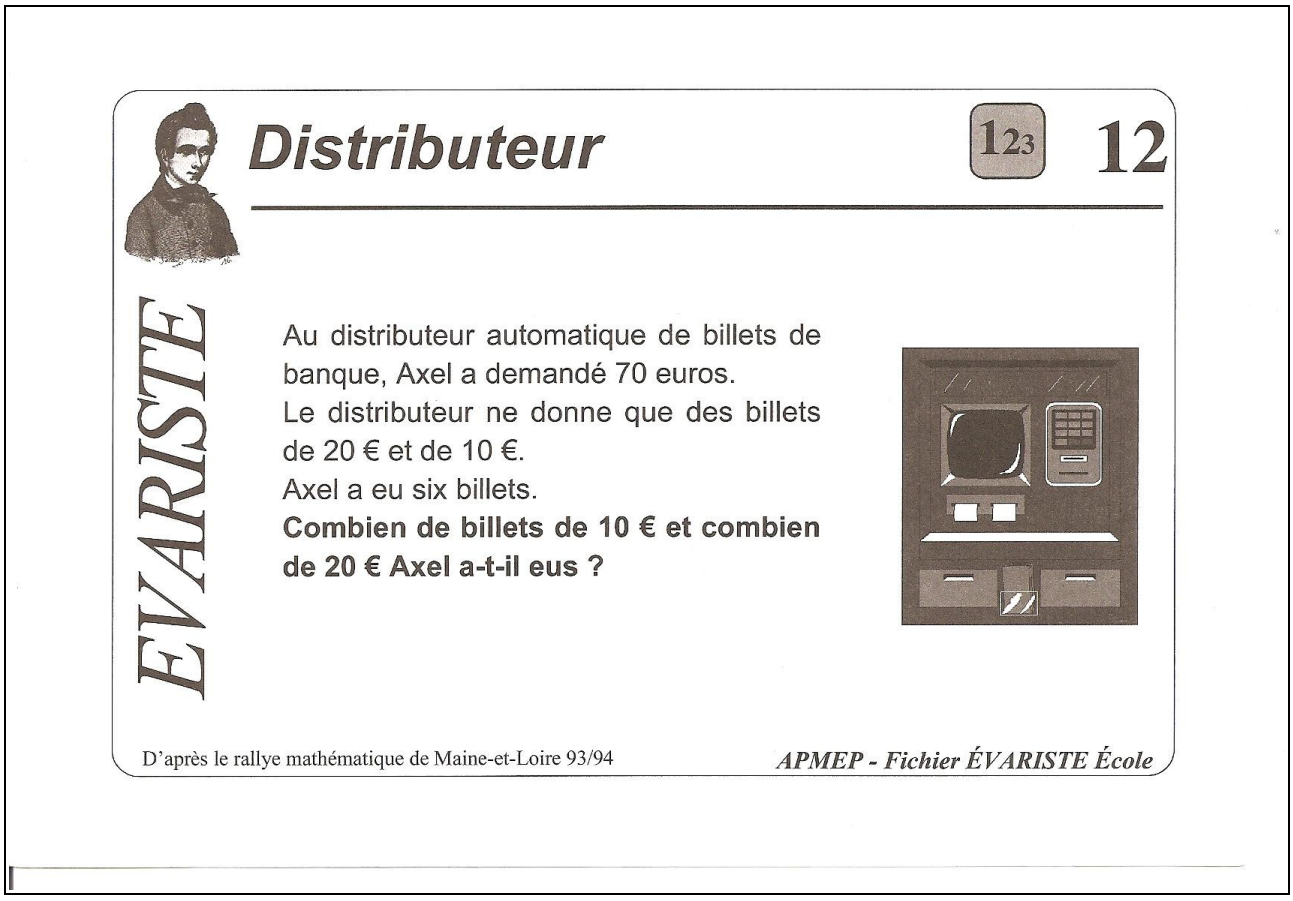
Pour avoir 270€, il faut : …... billets de 100€, …... billets de 10€ et …..... pièces de 1€.

Quelle est la somme d'argent totale ? (3 billets de 100€, 2 de 10€ et 8 pièces de 1€)

Entoure pour avoir 115€. (seulement des billets de 10€ et des pièces de 1€)

La maman d'Alex a acheté un vélo, une paire de roller et une trottinette. Combien a-t-elle payé ? Le papa de Lisa a dépensé exactement 105€. Qu'a-t-il acheté ? (vélo à 125€, trottinette à 75€, roller à 50€, objet supplémentaire à 30€)

Annexe 2 : Problèmes du Fichier Évariste école



EVARISTE

Distributeur

123 12

Au distributeur automatique de billets de banque, Axel a demandé 70 euros.
Le distributeur ne donne que des billets de 20 € et de 10 €.
Axel a eu six billets.
Combien de billets de 10 € et combien de 20 € Axel a-t-il eus ?

D'après le rallye mathématique de Maine-et-Loire 93/94

APMEP - Fichier ÉVARISTE École

Solution : 1 billet de 20 € et 5 billets de 10 €

→ 6 billets au total

→ 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 70

Annexe 3 : énoncés

- **Problème 1 : CP – avec manipulation**

Avant de préparer le repas de la cantine, Francine va au marché pour acheter des œufs. Elle doit payer 6 €. Dans son porte-monnaie, elle a des pièces de 1 € et de 2 €. Elle donne 4 pièces au marchand.

Combien de pièces de 1 € et combien de 2 € Francine a-t-elle données ?

Solution : 2 pièces de 2 € et 2 pièces de 1 € (4 pièces – 2 + 2 + 1 + 1 = 6)

- **Problème 2 : CE1 – avec manipulation**

Avant de préparer le repas de la cantine, Francine va au marché pour acheter des légumes. Elle doit payer 60 €. Dans son porte-monnaie, elle a des billets de 10 € et de 20 €. Elle donne 4 billets au marchand.

Combien de billets de 10 € et combien de 20 € Francine a-t-elle donnés ?

Solution : 2 billets de 20 € et 2 billets de 10 € (4 billets – 20 + 20 + 10 + 10 = 60)

- **Problème 3 : CP – sans manipulation**

A la fête foraine, Francine a gagné 8 € au jeu des fléchettes. La dame du stand a des pièces de 1 € et de 2 €. Francine reçoit 5 pièces.

Combien de pièces de 1 € et combien de 2 € Francine a-t-elle reçues ?

Solution : 3 pièces de 2 € et 2 pièces de 1 € (5 pièces – 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 8)

- **Problème 4 : CE1 – sans manipulation**

A la fête foraine, Francine a gagné 80 € au tir de ballons. La dame du stand a des billets de 10 € et de 20 €. Francine reçoit 5 billets.

Combien de billets de 10 € et combien de 20 € Francine a-t-elle reçus ?

Solution : 3 billets de 20 € et 2 billets de 10 € (5 billets – 20 + 20 + 20 + 10 + 10 = 80)

Annexe 4 : récapitulatif des caractéristiques des problèmes

Le tableau suivant présente les différentes caractéristiques du problème pour chercher et la vérification de celles-ci pour la structure de l'énoncé choisi, les quatre problèmes ayant en fait la même structure sur le fond et la forme.

Caractéristiques du problème pour chercher	**Vérification**
Énoncé court	Oui : 3 ou 4 phrases simples + 1 question
Support approprié	Oui : énoncé oral et collectif, dit 2 fois par l'enseignante + données écrites au tableau
Solution pas immédiate	Oui : solution non immédiate à cause des contraintes : montant, sorte de pièces (ou billets) à utiliser, et surtout nombre de pièces (ou billets) à respecter
Différentes démarches de résolution (procédures)	Oui : *cf Annexe 5*
Différents types et formes d'essais	Types d'essais possibles : essais-erreurs et essais-ajustements possibles. Formes d'essais possibles : manipulation, dessins, calculs
Validation / réfutation par les élèves	Oui, possible par les élèves : addition pour vérifier le montant + comptage du nombre de pièces (ou billets)

Annexe 5 : procédures attendues

Voici quelques procédures, illustrées de quelques exemples, pouvant répondre au problème 1 (mêmes procédures pour les autres problèmes).

- utiliser seulement des pièces de 1 € ou des billets de 10 € pour obtenir le montant, puis effectuer des échanges (2 pièces de 1 € contre 1 pièce de 2 € ou 2 billets de 10 € contre 1 billet de 20 €) pour respecter le nombre de pièces ou billets

  exemple : 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
  2 2

- utiliser seulement des pièces de 1 € ou des billets de 10 € pour respecter le nombre de pièces ou billets, puis regarder ce qu'il manque pour obtenir le montant, enfin effectuer des échanges (2 pièces de 1 € contre 1 pièce de 2 € ou 2 billets de 10 € contre 1 billet de 20 €) comme dans le premier point

  exemple : 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 ou 1 + 1 + 1 + 1 + 2
  2 2 2

- utiliser seulement des pièces de 2 € ou des billets de 20 € pour obtenir le montant, puis effectuer des échanges (1 pièce de 2 € contre 2 pièces de 1 € ou 1 billet de 20 € contre 2 billets de 10 €) pour respecter le nombre de pièces ou billets

  exemple : 2 + 2 + 2
  1 + 1

- utiliser seulement des pièces de 2 € ou des billets de 20 € pour respecter le nombre de pièces ou billets, puis regarder ce qu'il y a en trop pour obtenir le montant, enfin effectuer des échanges (2 pièces de 1 € contre 1 pièce de 2 € ou 2 billets de 10 € contre 1 billet de 20 €) comme dans le point précédent

  exemple : 2 + 2 + 2 + 2 - 2
  1 + 1

- utiliser à la fois des pièces de 1 € et de 2 € (ou des billets de 10 € et 20 €) pour obtenir le montant, puis effectuer des échanges

  exemple : 2 + 1 + 1 + 1 + 1
  2

– utiliser à la fois des pièces de 1 € et de 2 € (ou des billets de 10 € et 20 €) pour respecter le nombre de pièces ou de billets, puis regarder ce qu'il manque ou ce qu'il y a en trop et effectuer des échanges

exemple : 2 + 1 + 1 + 1 + 1
2

Voici les différentes façons d'envisager la résolution de chaque problème (solution en rouge).

	Façons de...	
	...obtenir le montant, sans tenir compte du nombre de pièces / billets	**…respecter le nombre de pièces / billets, sans tenir compte du montant**
Problème 1	1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	1 + 1 + 1 + 1
	1 + 1 + 1 + 1 + 2	1 + 1 + 1 + 2
	1 + 1 + 2 + 2	**1 + 1 + 2 + 2**
	2 + 2 + 2	1 + 2 + 2 + 2
		2 + 2 + 2 + 2
Problème 2	10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10	10 + 10 + 10 + 10
	10 + 10 + 10 + 10 + 20	10 + 10 + 10 + 20
	10 + 10 + 20 + 20	**10 + 10 + 20 + 20**
	20 + 20 + 20	10 + 20 + 20 + 20
		20 + 20 + 20 + 20
Problème 3	1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	1 + 1 + 1 + 1 + 1
	1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2	1 + 1 + 1 + 1 + 2
	1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2	1 + 1 + 1 + 2 + 2
	1 + 1 + 2 + 2 + 2	**1 + 1 + 2 + 2 + 2**
	2 + 2 + 2 + 2	1 + 2 + 2 + 2 + 2
		2 + 2 + 2 + 2 + 2
Problème 4	10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10	10 + 10 + 10 + 10 + 10
		10 + 10 + 10 + 10 + 20
	10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 20	10 + 10 + 10 + 20 + 20
	10 + 10 + 10 + 10 + 20 + 20	**10 + 10 + 20 + 20 + 20**
	10 + 10 + 20 + 20 + 20	10 + 20 + 20 + 20 + 20
	20 + 20 + 20 + 20	20 + 20 + 20 + 20 + 20

Annexe 6 : matériel

- CP : des spécimens de pièces de 1€ et 2€

Boîte donnée au groupe

- CE1 : des spécimens de billets de 10€ et 20€

Boîte donnée au groupe

Annexe 7 : phases

Phase 1 : présentation du problème
→ énoncé écrit au tableau (1 tableau CP / 1 tableau CE1)

a. présentation de l'activité et lecture individuelle
b. lecture collective
c. lecture par l'enseignante

Phase 2 : appropriation du problème en collectif
→ 5 à 10 minutes selon les difficultés

a. explication de la situation
b. questions
c. explication de la tâche, de la recherche

Phase 3 : recherche en groupe

Phase 4 : mise en commun des résultats
→ 5 à 10 minutes selon les divergences de résultats

a. rappel de la recherche
b. présentation des résultats, groupe par groupe (validation / réfutation)
c. bilan

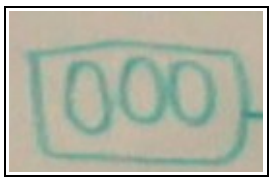
Annexe 8 : retranscriptions des phases d'appropriation

Problème 1 (CP)

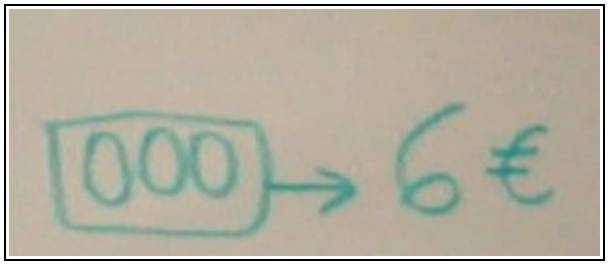
N.B. : M: maîtresse ; E : élève (les numéros [1, 2, 3,...] indiquent qu'il s'agit d'un élève différent à chaque fois)

- Compréhension de la situation
- Prise en compte des contraintes
- Explication de la tâche

M: De quoi parle ce problème ?
E1 : De Francine, qui va acheter des œufs.
M: Francine doit acheter des œufs, d'accord ? Regardez, je vous en dessine et je fais une petite boite (dessine au tableau). Combien est-ce qu'elle paye ses œufs ?

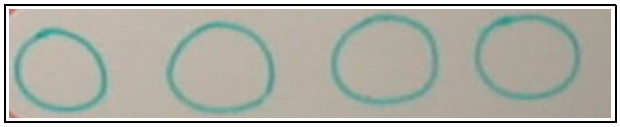


E2 : 3 euros.
M: Non ,regarde, c'est écrit quelque part (montre énoncé au tableau). Combien est-ce qu'elle paye ses œufs ?
E3 : 6 euros.
M: 6 euros. Les œufs coûtent 6 euros (complète le dessin au tableau). Dans son porte-monnaie, qu'est-ce qu'elle a Francine pour payer ces 6 euros ? Elle a quoi comme pièces ?

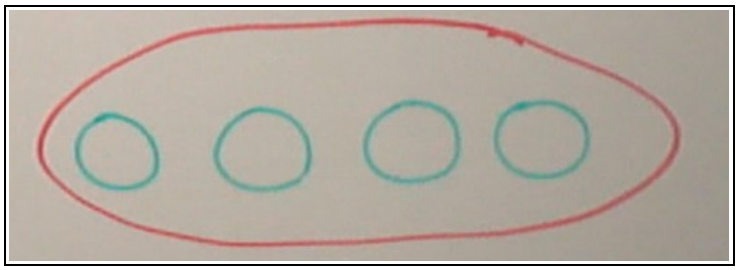


E4 : Elle a des pièces de 1 et de 2.
M: Elle a des pièces de 1, donc elle en a plusieurs on ne sait pas combien, et des pièces de 2, dans son porte-monnaie (complète le dessin au tableau). Combien est-ce qu'elle donne de pièces au marchand ? Combien de pièces ?

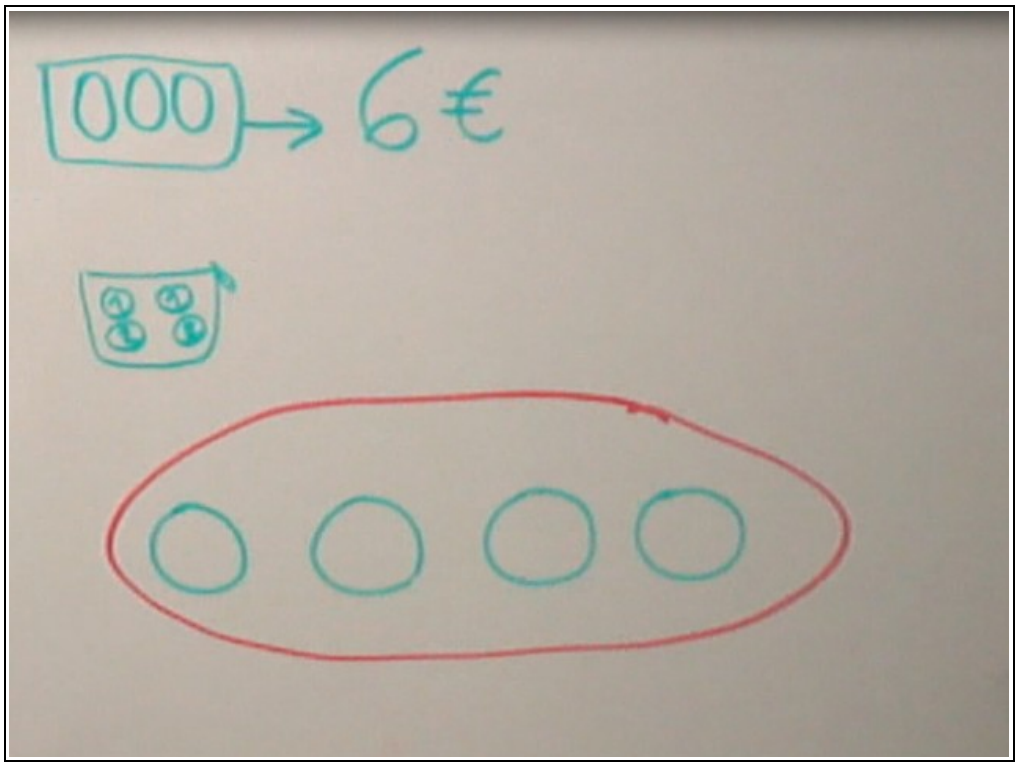
E5 : Elle donne euhhh...4 euros.
M: Est-ce que c'est 4 euros ou 4 pièces ?
E5 : Elle donne 4 pièces.
M: 4 pièces, donc Francine donne 4 pièces (complète le dessin au tableau). Elle donne 4 pièces au marchand, mais qu'est-ce qu'on cherche ? Là, je ne vous demande pas la réponse. Qui peut me dire ce qu'il faut chercher ? Qu'est-ce que vous devez chercher ?



E2 : Bah combien elle a donné de pièces au marchand.
M: Combien elle en donne ?
E2 : 4.
M: Oui, elle donne 4 pièces au marchand, mais on ne sait pas des pièces de combien. Ça va être à vous de chercher ça. Vous allez devoir trouver combien de pièces de 1€ et de 2€ Francine a données au marchand pour acheter ses œufs à 6€. Qui est-ce qui me répète encore ce qu'il faut faire ?
E1 : Il faut chercher combien d'euros a donnés Francine au marchand.
M: Il faut chercher combien d'euros et pour donner ça elle donne combien de pièces ?
Plusieurs élèves ensemble : 4
M: Donc c'est ça qu'il faut chercher (complète le dessin au tableau). Il faut chercher combien de pièces de 1€ et de 2€ Francine a données au marchand pour acheter ses œufs.



<u>Schéma réalisé au tableau par l'enseignante :</u>



Problème 2 (CE1)

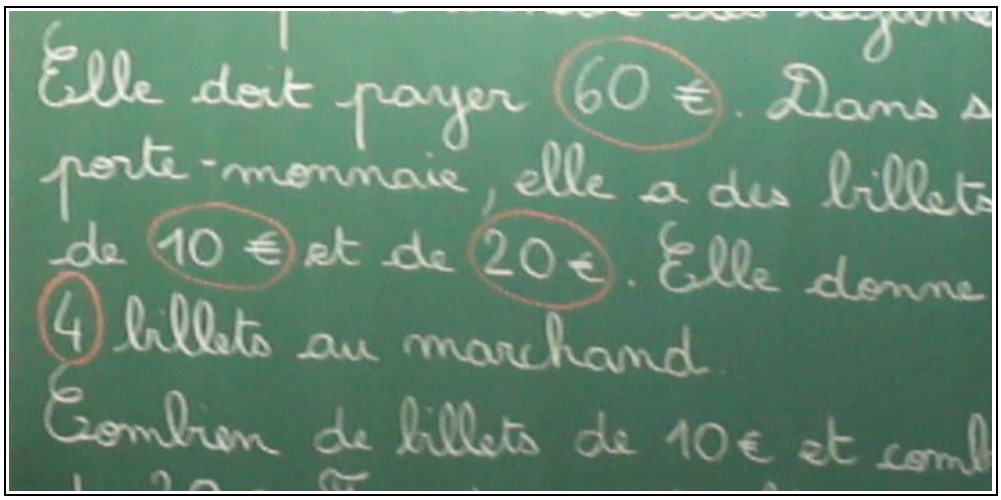
N.B. : M: maîtresse ; E : élève (les numéros [1, 2, 3,...] indiquent qu'il s'agit d'un élève différent à chaque fois)

Compréhension de la situation

Prise en compte des contraintes

Explication de la tâche

M: Qui est-ce qui peut m'expliquer ce qu'on cherche ? Qu'est-ce qu'on est en train de chercher ?
E1 : Bah, en fait, Francine euhhh... elle achète des légumes.
M: Combien coûtent les légumes ?
E1 : 60 euros.
M: Oui et qu'est-ce qu'on doit chercher ?
E2 : Bah, combien de billets de 10 et de 20 elle doit donner pour faire 60 euros.
M: Voilà, on doit chercher combien de billets de 10 et de 20 euros elle doit donner pour payer ses légumes. Et combien est-ce qu'elle donne de billets ?
E3 : Euhhh... Je sais plus.
M: Combien est-ce qu'elle donne de billets ? (montre l'énoncé au tableau)
E3 : 4 !
M: Tout à fait. Elle a des billets de 10 euros et de 20 euros et elle donne 4 billets en tout au marchand (entoure la donnée « 4 » au tableau).
E4 : Qu'est-ce qu'elle donne comme billets au monsieur ?
M: Alors on ne sait pas, c'est ce qu'on doit chercher. Je vais relire le problème (entoure les autres données numériques au fur et à mesure de la lecture). Qui est-ce qui me rappelle ce qu'il faut faire, ce qu'il faut chercher ?



E5 : Il faut... Il faut chercher les billets et ça fait 60 euros, pour avoir des billets de 10 et de 20.
M:Tout à fait, il faut chercher combien de billets de 10 euros et de 20 il faut pour pouvoir donner 60 euros. Mais combien on doit utiliser de billets pour cela ?
E5 : 4.
M: Oui, 4.

Problème 3 (CP)

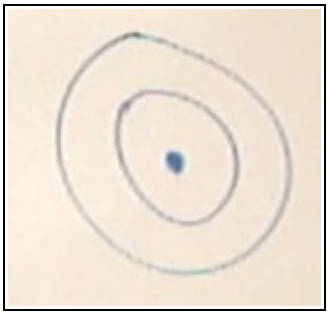
N.B. : M: maîtresse ; E : élève (les numéros [1, 2, 3,...] indiquent qu'il s'agit d'un élève différent à chaque fois)

Compréhension de la situation

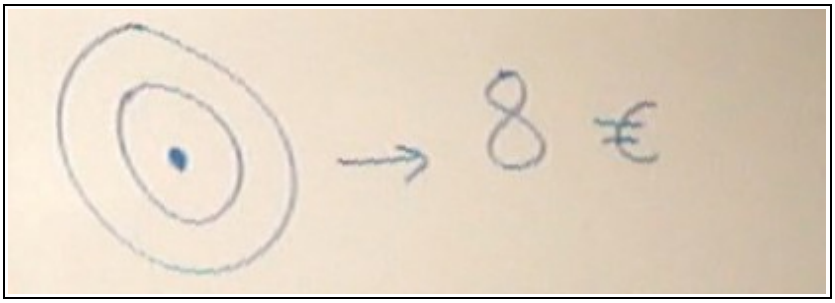
Prise en compte des contraintes

Explication de la tâche

M: De quoi parle ce problème? Ça raconte quoi ?
E1 : Ça raconte Francine qui était à la fête foraine et qui a gagné au jeu de fléchettes.
M: C'est quoi la fête foraine ?
E2 : C'est un parc où y'a pleins de jeux.
M: Voilà, là où il y a pleins de manèges ou des jeux. Donc Francine a gagné à quel jeu ?
E3 : Au jeu des fléchettes.
M: Oui, au jeu des fléchettes. Vous voyez ce que c'est le jeu des fléchettes ?
Plusieurs élèves ensemble : Oui !
M: Il y a un disque avec une cible, on a des fléchettes et on les lance (imite le lancer et dessine une cible au tableau). Donc Francine a gagné à ce jeu là vous avez raison, mais elle a gagné combien ?

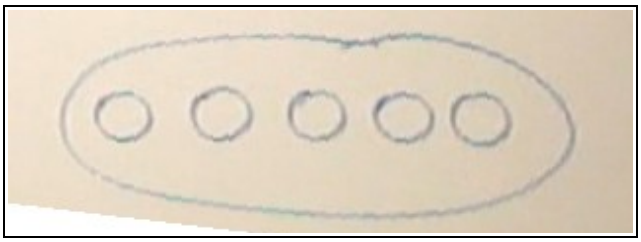


E4 : 8 euros.
M: Oui, 8 euros (complète le schéma au tableau). Donc la dame doit lui donner 8 euros puisqu'elle les a gagnés. Et la dame lui donne des pièces de combien ? Qu'est-ce qu'elle a comme pièces la dame ?



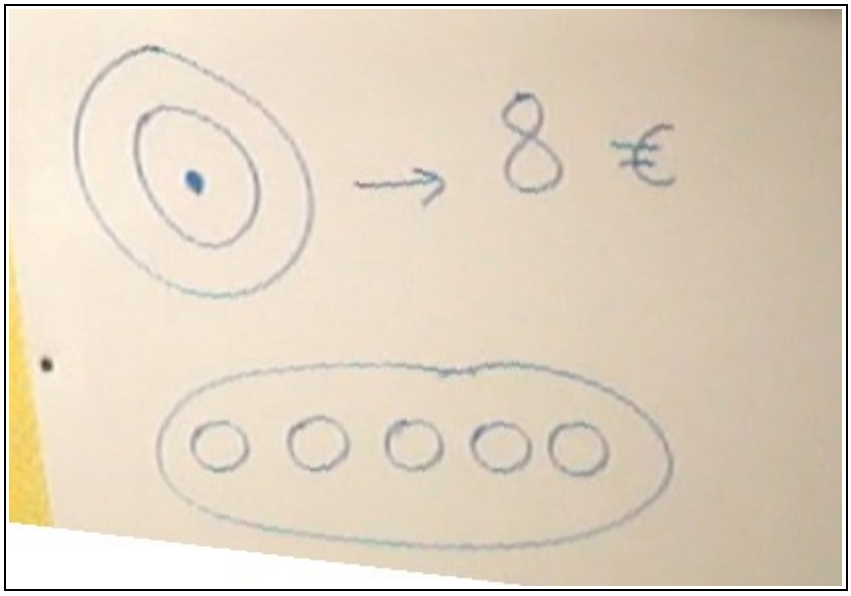
E5 : Des pièces de 2 et des pièces de 1.
M: Tout à fait ! Elle a des pièces de 1 euro et de 2 euros. Et elle lui donne combien de pièces la dame à Francine ?
E6 : 5 !

M: 5 pièces (complète le schéma). Voilà ce que vous allez devoir chercher (entoure les 5 pièces). Qui peut me dire exactement ce que vous devez chercher ?



E7 : En fait, il faut chercher combien de pièces la dame a données à Francine, de pièces de 1 euro et de 2 euros.
M: Tout à fait ! Qui peut me répéter ce qu'il faut chercher ?
E1 : Il faut chercher combien de pièces de 1 euro et de 2 euros.

Schéma réalisé au tableau par l'enseignante :



Problème 4 (CE1)

N.B. : M: maîtresse ; E : élève (les numéros [1, 2, 3,...] indiquent qu'il s'agit d'un élève différent à chaque fois)

Compréhension de la situation

Prise en compte des contraintes

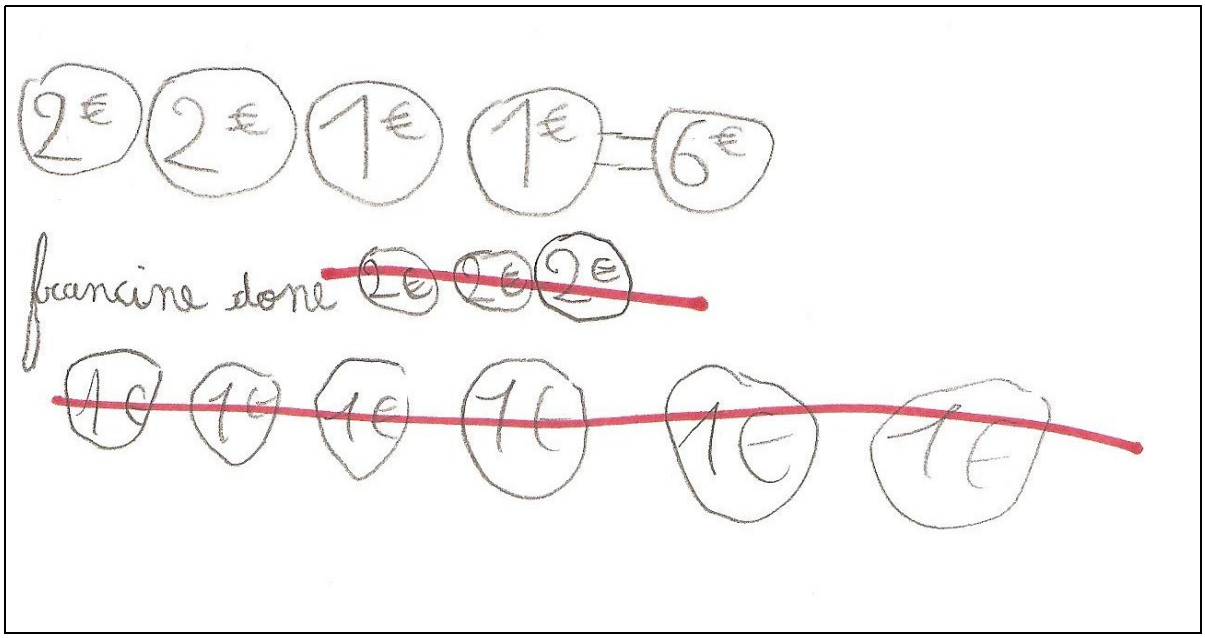
Explication de la tâche

M: Qu'avez-vous compris du problème ? De quoi parle ce problème ?
E1 : De Francine qui a gagné 80 euros à la fête foraine.
M: Oui, qu'est-ce que c'est la fête foraine ?
E2 : Euh y'a des manèges, y'a des jeux.
M: Oui c'est ça. Donc Francine a gagné 80 euros à un jeu. Qu'est-ce que vous avez encore retenu de ce problème ?
E3 : Euh... la dame du stand a des billets de 10 euros et de 20 euros.
M: Oui.
E3 : Et Francine a reçu 5 billets.
M: D'accord, très bien. Et qu'est-ce qu'il va falloir chercher ?
E4 : Combien de billets de 10 et de 20 a-t-elle reçus.
M: Oui. Qui peut me répéter ce qu'il faut chercher ?
E5 : Il faut trouver combien de billets de 10 et de 20 pour faire 80 euros.
M: Oui, et combien de billets a reçus Francine ?
E6 : 5.
M: 5 billets. Qui me rappelle une dernière fois ce qu'il faut chercher exactement ?
E7 : On doit chercher combien Francine a reçu de billets de 10 et de 20.
M: Et elle en a reçus combien ?
E7 : 5.
M: Oui. Et elle a gagné combien ?
E2 : 80 euros.
M: Oui c'est ça (répète ce qu'il faut chercher en pointant au tableau les données utiles).

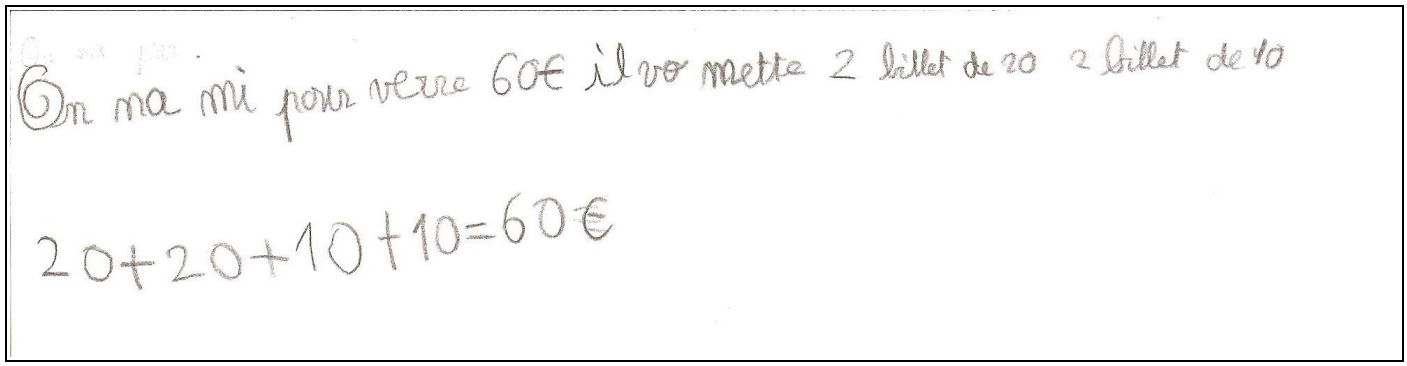
Annexe 9 : productions, affiches

(Remarque : en rouge, graphies de l'enseignante lors des mises en commun)

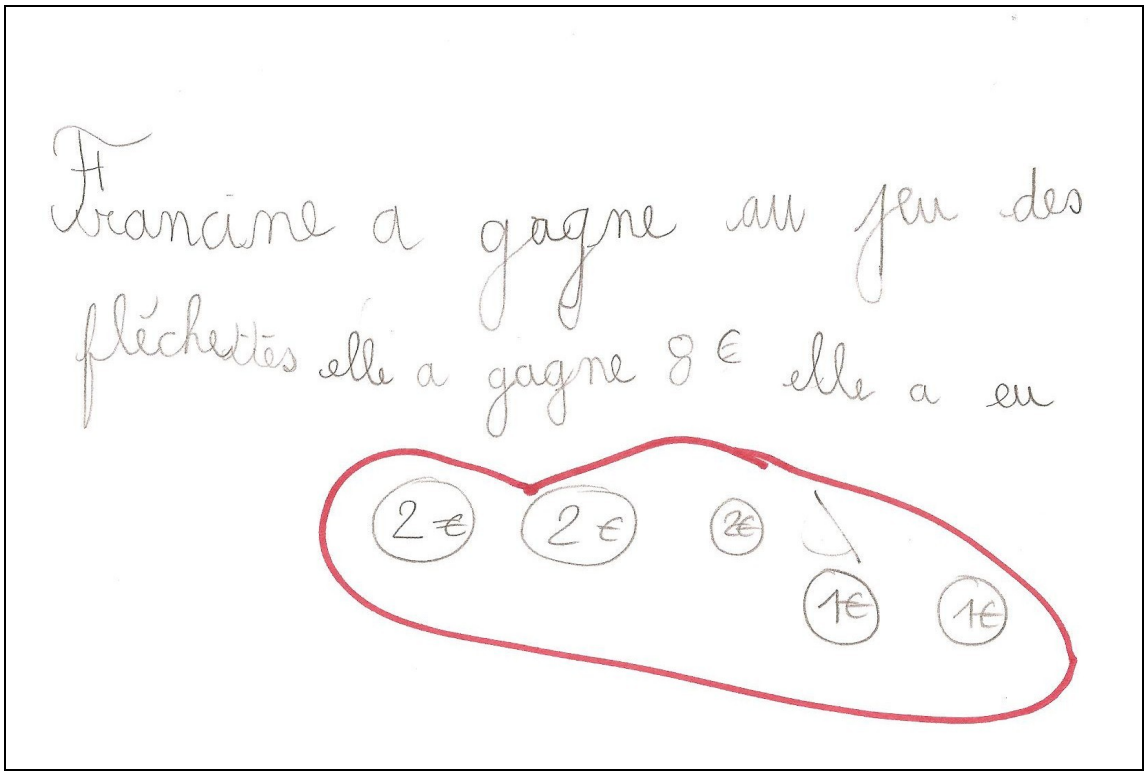
Problème 1



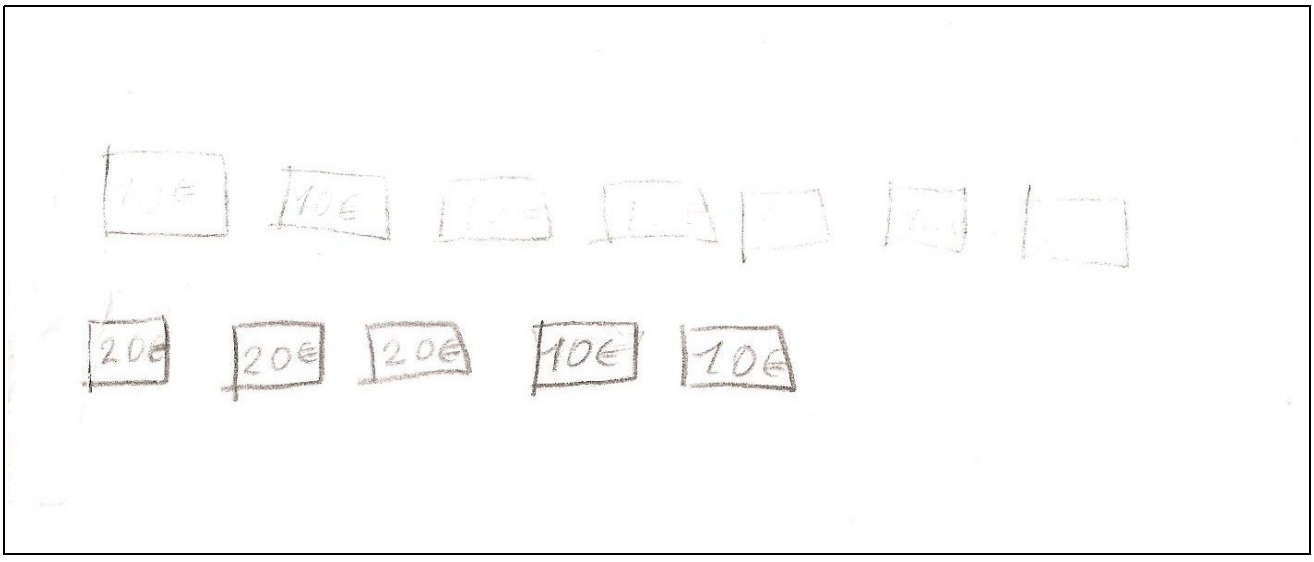
Problème 2



Problème 3



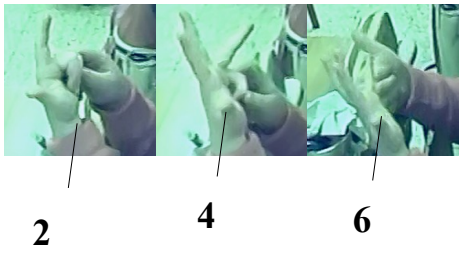
Problème 4

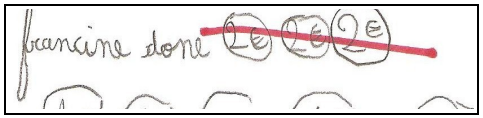
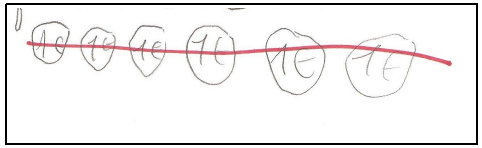


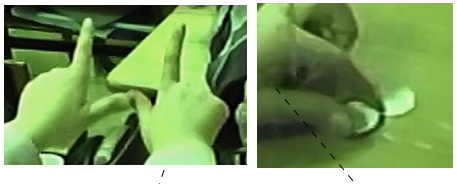
Annexe 10 : tableaux d'analyse des phases de recherche

N.B. : E = élève

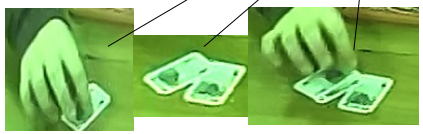
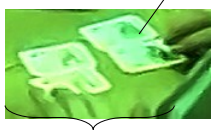
Problème 1

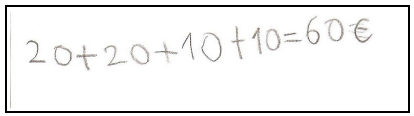
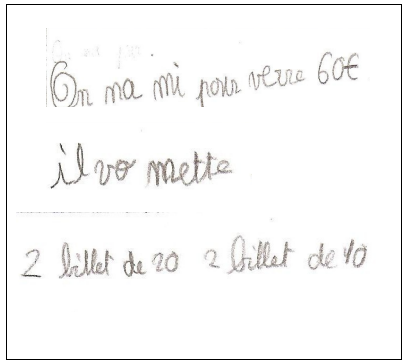
Items	E1	E2	E3
Matériel	Manipule au bout de 30 sec, puis manipule pendant le reste de la recherche.	Manipule une seule fois : pour contrôler un essai.	Manipule tout de suite (dès que le matériel est mis à disposition!) et pendant tout le temps de la recherche.
Premier essai	Au bout de 10 sec, fait une proposition à E2 oralement « on peut faire avec des pièces de 2 » (ne précise pas combien de pièces, compte sur ses doigts, cherche, regarde l'énoncé).	Au bout de 30 sec, compte sur ses doigts et propose aux deux autres élèves son idée « 3 pièces de 2, c'est 3 pièces de 2 ! c'est ça ! ».	Au bout de 1 min de recherche, propose aux autres « 2 et on rajoute 2 pièces de 1, plus 1, ça fait 5, tu rajoutes encore une pièce ça fait 6 ! », prend les pièces de 1€ une à une.
Temps d'activité	Les trois élèves sont actifs pendant tout le temps de la recherche : ils cherchent individuellement et ensemble, ils interagissent entre eux, relisent l'énoncé, se réfèrent aux données,...		
Essais	- essai 1 (essai-erreur, hasard) : que des pièces de 2€ → compte sur ses doigts - essai 2 (essai-ajustement) : solution → avec matériel, compte de 1 en 1	- essai 1 (essai-ajustement) : 3 pièces de 2€ → compte sur ses doigts  **2** **4** **6**	- essai 1 (essai-ajustement) : 2 + 1 + 1 + 1 + 1 → avec matériel - essai 2 (essai-ajustement) : 6 pièces de 1€ → avec matériel - essai 3 : solution (donnée par E1) → avec matériel

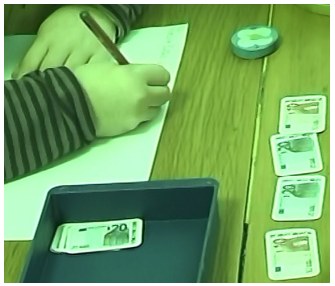
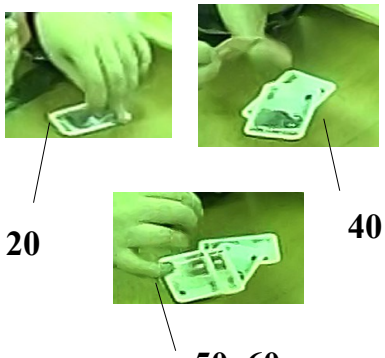
		- essai 2 : solution (donnée par E1) → compte sur ses doigts puis avec matériel de E1	
Écrit	Écrit la solution sur l'affiche après environ 2 min de recherche : dessine les pièces de 1€ et de 2€ les unes à côté des autres, note la somme d'argent (6€) sous forme de pièce aussi et établit une égalité entre les deux. 	Écrit un essai sur l'affiche après environ 5 min de recherche : début de phrase de conclusion et dessine 3 pièces de 2€. 	Écrit un essai sur l'affiche après environ 6 min de recherche : dessine 6 pièces de 1€. Indique : « J'ai trouvé ça aussi, mais ça va pas, mais je l'écris quand même ça fait 6. » 
Manipulation / écrit	Après essai 2 avec matériel, écrit tout de suite la solution sur l'affiche : pose les pièces sur l'affiche et les dessine. Vérifie l'essai 1 de E2 (sur affiche) avec matériel → lui indique que c'est faux, explique sa solution (essai 2)	Après que E1 ait fini d'écrire, écrit son essai 1 sur l'affiche. Observe longuement la solution écrite de E1, puis vérifie avec matériel.	Observe l'essai 1 écrit de E2 → compte sur ses doigts et s'accorde avec E1 pour dire que l'essai est faux Imite E2 pour vérifier la solution de E1.
Contrôle des	- Abandonne son essai 1	- Ne contrôle pas par soi-même son essai	- Abandonne son essai 1

essais	- Valide son essai 2 en comptant le nombre de pièces utilisées (4), en se référant à l'énoncé --- - Contrôle l'essai 1 de E2 : « Toi tu fais ça [montre 3 pièces de 2€], c'est 6 mais ça fait pas 4 pièces hein ! Tu vois, moi, 2 plus 2 ça fait 4 et 5, 6. Faut mettre deux 2 et deux 1 ! »  - Ne contrôle pas l'essai 1 de E3 - Contrôle l'essai 2 de E3 (tous ensemble)	1, insiste, essaye de persuader les autres que c'est la solution ; puis le vérifie en comptant sur ses doigts grâce à E1 qui lui indique que c'est faux. Réfute son essai mais le laisse à l'écrit sur l'affiche : « ça fait 6 aussi c'est bizarre ! C'est faux mais on le gomme pas parce que c'est 6. » --- - Ne contrôle pas essai 1 de E1 - Contrôle l'essai 2 de E1 en comptant le nombre de pièces et la somme obtenue (assez long, compte sur ses doigts plusieurs fois puis utilise matériel de E1) - Ne contrôle pas l'essai 1 de E3 - Contrôle l'essai 2 de E3 (tous ensemble)	- Contrôle son essai 2 avec E1 et E2, le réfute mais laisse l'essai écrit sur l'affiche : « ça fait 6 aussi, mais y'en a pas 4, on laisse quand même parce que ça fait 6 mais c'est pas bon » --- - Ne contrôle pas essai 1 de E1 - Ne contrôle pas essai 1 de E2 - Contrôle l'essai 2 de E1 (qui est aussi l'essai 2 de E2) avec matériel, remarque tout de suite que c'est la solution, se réfère aux contraintes de l'énoncé : « on a trouvé ouiiii ! Oui c'est ça !!! On a 4 pièces et ça fait 6 ! »
Interactions	- Parle en premier et expose son essai 1 - Parle surtout à E2 - Dit la solution (essai 2) plusieurs fois mais ne l'explique pas tout de suite : l'explique après que E2 ait écrit son essai 1 sur l'affiche	- Présente ses idées aux autres - N'écoute pas l'idée de E1, est persuadé de son essai 1 - En colère quand E1 écrit la solution sur l'affiche (autre essai que le sien) : hausse la voix, se lève,... « Mais nonnnn c'est 3 pièces... 3 pièces ! »	- Fait essais 1 et 2 seul, sans parler aux autres - Présente son essai 2 après que E2 ait présenté son essai 1 et l'ait écrit - écoute beaucoup ses camarades - Parle surtout en fin de recherche pour contrôler les essais

Problème 2

Items	E1	E2	E3	E4
Matériel	Manipule tout de suite, mais n'utilise plus le matériel en fin de recherche	Manipule tout de suite et pendant tout le temps de la recherche	Ne manipule presque pas, utilise le matériel pour communiquer ses essais	Ne manipule presque pas
Premier essai	Au bout de 1 min avec E3, avec matériel : « Si on met un billet de 20 et les autres de 10 pour faire 4 ça peut marcher ! »	Au bout de 10 sec, avec matériel : « On met 3 billets de 20 et ça marche ! »	Idem E1, ajoute en utilisant le matériel : « Je mets 3 billets de 10, comme ça c'est bon ! »	Au bout de 5 min, écoute et reprend l'essai 1 de E1 et E3 puis propose, sans matériel : « On fait pareil mais on met à la place du 10 un de 20 ! c'est facile ! »
Temps d'activité	Les quatre élèves semblent actifs et concentrés pendant toute la recherche.			
Essais	- essai 1 avec E3 (essai-ajustement) : un billet de 20€ et des billets de 10€ (pour avoir 4 billets en tout) → sans matériel - essai 2 avec E2 : solution (donnée par E4) → avec matériel	- essai 1 (essai-ajustement) : 3 billets de 20€ → avec matériel, ajoute les billets et compte « 2, 4, 6, ça fait 60 ! »  - essai 2 avec E1 : solution → avec matériel	- essai 1 avec E3 (essai-ajustement) : un billet de 20€ et 3 de 10€ → avec matériel, perception globale de la collection (4 éléments) **20**  **3 billets de 10**	- essai (1) (essai-erreur déduit de essai 1 de E1 et E3) : solution → sans matériel, procédure mentale

		- essai 3 (essai-ajustement) : reprend son essai 1 et le modifie, selon la solution : « Bah moi j'avais fait 3 billets [montre 3 billets de 20€], fallait juste changer un avec 2 billets de 10 et c'était bon ! » → avec matériel	- essai 2 : solution (donnée par E4) → avec matériel 	
Écrit	Ajoute à la phrase de conclusion (au bout de 9 min environ) un calcul : « J'écris un calcul, pour montrer que c'est 60 » 	N'écrit pas sur l'affiche.	Écrit en premier (au bout de 7 min de recherche) : solution sous forme de phrase 	N'écrit pas sur l'affiche, mais aide à écrire la phrase avec E3.
Manipulation / écrit	Confirme avec E2 la solution. Écrit le calcul et le montre à ses camarades : les autres le valident sans recours à la manipulation.	Demande à E2 de lire ce qui est écrit et confirme avec E1 la solution avec l'essai qu'ils avaient fait avec le matériel.	Vérifie avec E4 que ce qui est écrit correspond à leur essai réalisé avec le matériel.	Pose à côté de l'affiche 2 billets de 10€ et 2 de 20€ et compare l'écrit de E3 avec le matériel pour vérifier ce qui est écrit.

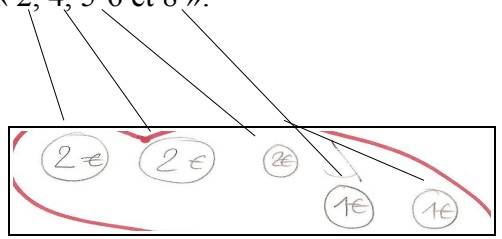
				
Contrôle des essais	- Contrôle partiellement son essai 1, par le nombre de billets qu'il faut, mais ne propose rien pour que la somme fasse 60€ - Contrôle la solution (son essai 2) avec le matériel en vérifiant la somme et le nombre de billets : imite E3  **20** **40** **50, 60** --- - Ne contrôle pas les essais 1 et 3 de E2 - Contrôle partiellement l'essai 1 de E3 : vérifie seulement le nombre de billets, selon ce qu'il	- Ne contrôle pas en totalité son essai 1, a vérifié la somme obtenue mais pas le nombre de billets : le réfute grâce à E3 et E4 - Contrôle la solution (son essai 2), idem E1 - Valide son essai 3 en le comparant avec la solution : « c'est pareil, j'avais bon ! » --- - Ne contrôle pas les essais des autres, sauf la solution de E4 qu'il s'est appropriée	- Contrôle partiellement son essai 1 par le nombre de billets, mais ne tient pas compte de la somme obtenue ; réfute son essai grâce à E4 (temps assez long pour le réfuter, même si explication de E4) - Contrôle la solution (son essai 2) avec matériel, pointe les billets disposés sur la table : « 2, 4, 5-6, ça fait 60, t'as raison! Et 1, 2, 3, 4, t'as 4 billets, c'est bien ! » [s'adresse à E4] --- - Contrôle partiellement l'essai 1 de E1 et l'adapte pour obtenir 4 billets, comme E1 l'avait remarqué - Contrôle l'essai 1 de E2 avec E4 : « 20 plus 20, plus 20, t'as 60 euros mais il faut un autre billet, ça va pas 3 ! » - Ne contrôle pas l'essai 3 de E2	- Contrôle son essai (1) : « On a 20 et 10 et 10 et je mets 20, ça fait 20, 40, 60, donc on a 60 euros ! Comme ça, on met 1 billet de 20, et 2 billets et encore 1 billet, on a 4 billets, faut 4 billets ! » --- - Contrôle l'essai 1 de E2 avec E3 : « Bah non ! 3 billets ça va pas, c'est 4, c'est écrit ! » (montre l'énoncé) - Ne contrôle pas l'essai 3 de E2 - Contrôle l'essai 1 de E3 : « T'as mis 3 billets de 10 ?! ça doit pas faire 60 hein ! Attends, je compte... Bah non, 20 et 30 ça fait 50 ! C'est faux, Francine paye 60 euros, pas 50 hein ! » et ajoute quand E3 ne semble pas convaincu : « T'as 4 billets quand même, c'est un peu bon, mais faut 4 billets qui fait 60. »

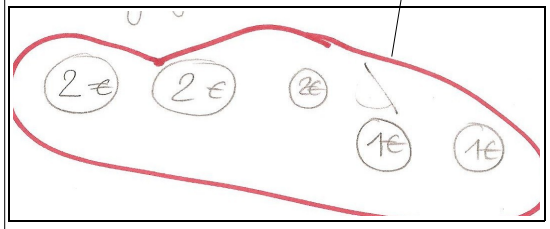
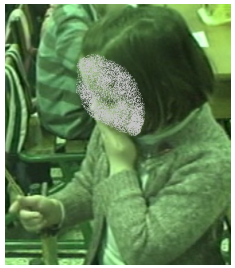
	avait proposé au préalable			
Interactions	- Parle, communique ses essais, tente d'expliquer - Travaille avec les trois autres de la même façon - Observe beaucoup les essais des autres	- Ne parle pas beaucoup, manipule et reste concentré sur ses propres essais - écoute partiellement les idées des autres - travaille surtout avec E1 - Semble déçu de son échec pour l'essai 1 (répond à E3 qui lui dit que son essai ne convient pas : « Bah c'est 60 quand même alors ça va, c'est pas grave si y'a 3 billets, ça peut marcher quand même » (boude, baisse la tête), reprend d'ailleurs son essai 1 et le modifie pour obtenir son essai 3 (solution)	Pareillement à E1, parle, explique, montre aux autres ses idées (en utilisant le matériel, se déplace à côté des autres pour leur montrer), écoute les autres	Parle surtout à la fin, pour expliquer sa solution et réfuter les idées des autres

Problème 3

<table>
<tr><th>Items</th><th>E1</th><th>E2</th><th>E3</th></tr>
<tr><td>Premier essai</td><td>Au bout de 30 sec : « bah 2 pièces de 2 et une de 1, c'est bon » (mentalement)</td><td>Au bout de 2 min : compte sur ses doigts « 2, 1, 1 et 1, et après 1 et 2, c'est ça! Yes, j'ai trouvé ! »
 </td><td>Au bout de 10 sec de recherche : « on peut mettre 4 pièces de 2 » (mentalement)</td></tr>
<tr><td>Temps d'activité</td><td colspan="3">Les trois élèves semblent décrocher au bout de 4-5 min de recherche : E2 dessine sur sa main, tous les trois rient, ils regardent et comparent leurs poignets (E2 : « On voit mes veines ! C'est violet ! » ; E1 : « Ma mère elle en a beaucoup elle ! »), E1 joue avec un crayon, E3 vide sa trousse,...

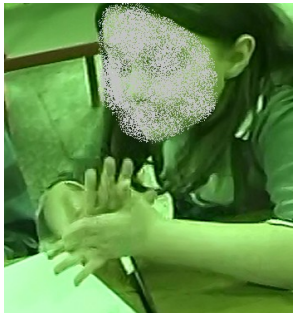
Ils se remettent à chercher quand l'enseignante intervient au bout de 8 min environ : « Il vous reste quelques minutes de recherche, un groupe a déjà trouvé quelque chose. N'oubliez pas d'écrire vos essais sur l'affiche. »
→ E2 prend l'affiche, tente d'écrire une phrase de conclusion, mais E1 et E3 continuent de « jouer » (lancent des crayons, rient,...)</td></tr>
</table>

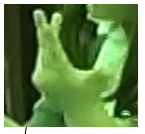
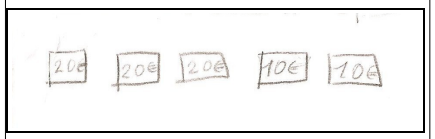
	L'enseignante intervient ensuite (au bout de 10 min de recherche) et leur demande de chercher ensemble, de réfléchir à 3 pour écrire leurs essais. Reste avec le groupe jusqu'à la fin de la recherche, les aide à formuler leurs essais, à les écrire (leur rappelle qu'ils peuvent dessiner, écrire, faire des calculs,...). → Les trois élèves se regroupent et se dépêchent de trouver la solution.		
Essais	- essai 1 (essai-erreur, hasard) : 2 pièces de 2€ et 1 pièce de 1€ → mentalement - essai 2 (essai-ajustement) : 4 pièces de 2€ → mentalement	- essai 1 (essai-ajustement) : 2 pièces de 2€ et 4 pièces de 1€ → compte sur ses doigts - essai 2 (essai-ajustement) : 1 pièce de 2€ et 4 pièces de 1€ → mentalement - essai 3 (essai-erreur, déduit de essai 2 de E1) : solution → mentalement	- essai 1 (essai-ajustement) : 4 pièces de 2€ → mentalement - essai 2 (essai-ajustement) : 2 pièces de 4€ → compte sur ses doigts **4** **Et encore 4, c'est 8 !**
Écrit	N'écrit pas d'essai sur l'affiche, mais dicte son essai 2 à E2 : « On met 4 pièces de 2, ça fait 8, d'accord ? C'est 8 ! » Après que E2 ait dessiné les 4 pièces de 2€, remarque : « Oh y'a pas de pièce de 1 ! Faut mettre des pièces de 1 pour faire 5 pièces en tout ! »	Écrit le début de la phrase de conclusion, puis sollicite les autres pour écrire les essais → dessine l'essai 2 de E1, puis réagit suite à l'idée de E1 (ajouter des pièces de 1€), pointe les pièces dessinées : « Si on met une pièce de 1 ça fait 5, mais ça fait plus 8 c'est 9 » Barre une pièce de 2€ : « ça y est ! On rajoute 2 pièces de 1 et c'est la bonne	N'écrit rien sur l'affiche, mais vérifie la solution finale: « c'est bon c'est 5 pièces » (perception immédiate de la collection) et vérifie la somme obtenue « 2, 4, 5-6 et 8 ». 

		recherche ! » Dessine les 2 pièces de 1€. Pièce de 2€ barrée et échangée contre 2 pièces de 1€  	
Contrôle des essais	- Réfute son essai 1 grâce à E2 et E3 - Contrôle son essai 2 quand E2 l'écrit sur l'affiche, se rend compte qu'il n'y a pas 5 pièces --- - Ne contrôle pas l'essai 1 de E2 - Ne contrôle pas l'essai 2 de E2 - Écoute E3 vérifier l'essai 3 de E2 (solution) et le valide : « C'est bon on a trouvé ! On va le dire aux autres ! » - Ne contrôle pas l'essai 1 de E3 - Réfute avec E2 l'essai 2 de E3 : « Bah ça existe pas des pièces de 4 ! »	- Contrôle longuement son essai 1 : essaye de visualiser les pièces en faisant des « paquets » avec ses doigts, répète le geste plusieurs fois puis abandonne « ça fait 1 pièce de 2 » (2 doigts regroupés) 	- abandonne son essai 1 - Abandonne son essai 2 car il est réfuté par E1 et E2,mais ne paraît pas convaincu : « Peut-être ça existe des pièces de 4 mais on n'a pas appris à l'école ! » --- - Contrôle avec E2 l'essai 1 de E1, ajoute : « Bah oui ça doit faire 8 euros ! Là ça fait pas 8 ! » - Ne contrôle pas l'essai 2 de E1 - Ne contrôle pas l'essai 1 de E2 - Ne contrôle pas l'essai 2 de E2 - Contrôle l'essai 3 de E2 (solution)

		- Abandonne son essai 2 - Valide son essai 3 (solution) grâce à l'échange de la pièce de 2€ contre 2 pièces de 1€ --- - Contrôle avec E3 l'essai 1 de E1 : « ça fait 5 euros, 5, c'est pas 5 qu'il faut ! » - Réfute l'essai 2 de E1 et le modifie - Ne contrôle pas l'essai 1 de E3 - Réfute avec E1 l'essai 2 de E3 : « On n'a pas appris hein alors ça se peut pas ! »	
Interactions	Beaucoup d'interactions entre les trois élèves, surtout en plein milieu de la recherche (quand ils semblent décrocher de l'activité), moins d'interactions pour la recherche en elle-même !		
	- Parle très peu - N'écoute pas trop ses camarades - Quitte le groupe 20 sec, va voir un élève CE1 - Quand sollicitation de E2, est plutôt autoritaire et ne participe pas à la recherche : « Allez, dépêche-toi ! On n'a rien... Vite ! » - Présente son idée (essai 2) quand l'enseignante intervient (après 10 min de recherche)	- à 8 min (quand l'enseignante demande d'écrire les essais sur l'affiche), prend l'affiche, quitte le groupe, va sur une table à côté et écrit une phrase de conclusion, puis bloque et sollicite les autres : « Alors, qu'est-ce qu'on peut écrire ? »	- Expose son idée en premier et essaye à chaque fois d'expliquer ses essais - écoute beaucoup les autres - à environ 6 min, tente de rallier les deux autres à la recherche « Là faut faire l'exercice, arrêtez... »

Problème 4

Items	E1	E2	E3	E4
Premier essai	Au bout de 7 min : « Moi j'ai une idée ! On met 3 billets de 20 et 2 de 10, ça fait 80 aussi ! »	Au bout de 2 min de recherche : « Faut 4 billets de 20 ! »	Aucun essai !	Au bout de 4 min de recherche, reprend essai 2 de E2 : « Tu veux dire...on doit mettre 4 billets de 10, parce que 1 plus 1 plus 1 plus 1 ça fait 4, et moi jmets un zéro, et 2 billets de 20 ! C'est ça que tu veux dire ? »
Temps d'activité	Les quatre élèves semblent avoir du mal à se concentrer dès le début, entrée en recherche plutôt difficile (aucun élève ne parle, ils se regardent les uns les autres, rient...). Au bout de 3 min, E1 et E3 commencent à jouer (avec règles et crayons). Puis, pendant le reste de la recherche, les quatre élèves semblent décrocher à certains moments, ils ne font plus rien, ils rient, ils regardent ailleurs, n'écoutent pas les élèves du groupe,... (mais surtout E1 et E3 qui semblent s'ennuyer). E1 s'amuse avec un mouchoir : « Regardez, j'ai fait une sucette ! » ; E3 se balance sur sa chaise ; les quatre font des grimaces ; E4 applaudit ;... 			
Essais	- essai (1) (essai-erreur, déduit de essai 2 de E4) : solution → mentalement	- essai 1 (essai-ajustement) : 4 billets de 20€ → mentalement	Aucun essai !	- essai 1 (essai-ajustement) : 4 billets de 10€ et 2 billets de 20€ → compte sur ses doigts

		- essai 2 (essai-erreur, hasard) : 4 billets de 10€ et des billets de 20€ (ne précise pas combien) → mentalement		 **4 de 10** **2 de 20** - essai 2 (essai-ajustement) : 6 billets de 10€ et 1 billet de 20€ → essai réalisé directement à l'écrit et ajusté au fur et à mesure des billets dessinés -essai 3 : solution (donnée par E1) → compte sur ses doigts
Écrit	Dicte à E4 la solution (son essai 1). Puis revient sur le premier essai écrit : « Annn... ça va pas ! C'est pas bon y'a plus de 5 billets ! » 	Guide E4 pour écrire son essai puis le lit : « 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80 ! »	N'écrit rien, ne vérifie pas les essais écrits.	Écrit en premier au bout de 6 min son essai 2 : dessin, avec billets alignés (6 de 10 et enfin 1 de 20). Puis écrit l'essai 1 de E1 (dessin, billets alignés). Dit « On écrit les 2 idées sur l'affiche ». Gomme le premier essai car réfuté par E1 (mais pas de E2 ni E3)

Contrôle des essais	- Contrôle la solution (son essai 1) : « moi ça fait 80 aussi, sauf que y'en a 5 », compte le nombre de billets avec E4 (à l'écrit) et compare la solution avec l'autre essai écrit. _____ - Ne contrôle pas les essais des autres, sauf l'essai 2 de E4 (qui a été écrit) : tente d'expliquer que c'est faux (temps assez long)	- Abandonne son essai 1 - Ne contrôle pas son essai 2 _____ - Contrôle partiellement l'essai 2 de E4, vérifie seulement la somme obtenue, pas le nombre de billets : - Réfute la solution, est persuadé que le premier essai écrit était bon (boude quand E4 le gomme!).	Ne contrôle aucun essai. Ne valide pas la solution (n'exprime pas son avis, écoute simplement).	- Abandonne son essai 1 - Contrôle partiellement son essai 2, vérifie seulement la somme obtenue, pas le nombre de billets : Puis le contrôle grâce à E1 (qui lui explique que c'est faux) : _____ - Contrôle la solution donnée par E1 (qui est aussi son essai 3) : idem E1
Interactions	Parle un peu, pour donner son avis, expliquer la solution et réfuter les essais des autres.	Parle un peu, surtout à E4. N'accepte pas la solution de E1, essaye d'empêcher E4 de l'écrire	Ne parle presque pas, écoute beaucoup les autres mais n'intervient pas, ne donne pas son avis	Parle beaucoup, écoute les autres et donne sans cesse son avis

Annexe 11 : Récapitulatif des procédures et types d'essais

CP

➔ Problème 1

- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 2€ + 2€ + 2€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 1€ + 1€ + 1€ + 1€ + 1€ + 1€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 2€ + 1€ + 1€ + 1€ + 1€

- 1 essai-erreur (hasard) : n fois 2€

➔ Problème 3

- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 2€ + 2€ + 2€ + 2€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 4€ + 4€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 2€ + 2€ + 1€ + 1€ + 1€ + 1€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir le nombre de pièces) : 2€ + 1€ + 1€ + 1€ + 1€

- 1 essai-erreur (hasard) : 2€ + 2€ + 1€ (confusion avec 5 pièces??)

CE1

➔ Problème 2

- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 20€ + 20€ + 20€
- 2 essais-ajustements (pour obtenir le nombre de billets) : 20€ + 10€ + 10€ + 10€

➔ Problème 4

- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 20€ + 20€ + 20€ + 20€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 20€ + 20€ + 10€ + 10€ + 10€ + 10€
- 1 essai-ajustement (pour obtenir la somme) : 20€ + 10€ + 10€ + 10€ + 10€ + 10€ + 10€

- 1 essai-erreur (hasard) : 10€ + 10€ + 10€ + 10€ + n fois 20€

Annexe 12 : Retranscriptions des sondages

N.B. : M: maîtresse ; E : élève (les numéros [1, 2, 3,...] indiquent qu'il s'agit d'un élève différent à chaque fois)

Préférence : avec manipulation Préférence : sans manipulation

➢ CP

M: Vous vous souvenez que la dernière fois, on a fait aussi un problème de recherche, mais c'était quoi la différence aujourd'hui par rapport au problème de la dernière fois ?

E1 : Euh, Francine elle était au marché.

M : Oui ! Mais, vous, pour chercher, qu'est-ce que vous aviez en plus par rapport à aujourd'hui ?

E1 : Oui je sais ! Une boîte avec des sous !

M: Oui ! Vous aviez une boîte avec des pièces. Aujourd'hui, vous n'aviez plus cette boîte. Alors, vous trouvez que c'était plus facile ou plus difficile aujourd'hui, sans l'argent ? C'était plus facile ou plus dur, selon vous ? (interroge les élèves un à un, n'intervient pas sur les avis)

E1 : Plus dur.

E2 : Moi ça me gêne pas sans la boîte.

E3 : Moi je préfère sans la boîte aussi.

E4 : Moi pareil.

E5 : Moi, j'ai trouvé que c'est mieux avec la boîte.

E6 : Moi, j'avais pris les pièces, on les met sur la table c'est plus facile.

E7 : Je préfère avec la boîte.

E8 : Moi j'ai trouvé la solution avec les pièces. Aujourd'hui, c'était dur.

E9 : Bah... sans les pièces, c'est facile quand même.

➢ CE1

M: À la différence de la dernière fois, vous savez, quand on avait fait un autre problème pour chercher, là, qu'est-ce que vous n'aviez pas pour chercher ?

E1 : Les billets.

M: Vous n'aviez pas les billets. La dernière fois, je vous avais prévu une boîte avec des billets dedans. Je vais maintenant vous demander votre avis. Est-ce que vous avez trouvé que c'était plus

difficile aujourd'hui sans les billets ? C'est plus dur quand on a les billets ou quand on ne les a pas ? Et pourquoi ? (interroge les élèves un à un, n'intervient pas sur les avis)

E1 : Moi j'ai pas eu de difficulté.

E2 : Moi aussi, sans billets.

E3 : Moi je préfère avec les billets parce que ça m'aide à compter.

E4 : Moi aussi ça m'aide avec les billets.

E5 : Ce que je préfère c'est quand c'est avec les billets.

E6 : Sans billets, ça me gêne pas.

E7 : Avec billets, pour calculer c'est mieux.

E8 : Aujourd'hui, ça m'a pas posé problème.

E9 : Sans les billets.

E10 : Moi, sans les billets.

E11 : C'est plus facile avec les billets, on peut compter dessus.

E12 : Oui, moi aussi, je comptais sur les billets ; compter dans la tête c'est plus dur.

M: D'accord. Vous voyez les avis sont partagés, certains préfèrent avec billets, d'autres sans. Ça dépend, il y en a qui préfèrent manipuler, quand ils ont l'argent, les pièces, les billets, et d'autres qui ne sont pas gênés sans billets. En tout cas, tous ensemble, vous avez réussi à résoudre le problème, en cherchant ensemble. Voilà, je voulais juste avoir votre avis !

Résumé

L'objectif de ce mémoire de recherche à visée professionnelle est d'envisager les apports de la manipulation dans la résolution de problèmes pour chercher, autrement dit si elle permet une recherche immédiate et effective. Ces problèmes particuliers visent à développer chez les élèves des compétences d'ordre méthodologique, notamment le fait de réaliser des essais, de les contrôler, les ajuster et les communiquer aux autres. Pour expérimenter ceci, j'ai observé des situations de recherche dans une classe de CP-CE1 qui a l'habitude de pratiquer ce type de problème. Les problèmes proposés aux élèves concernent la monnaie. L'enjeu est donc d'analyser ce que l'utilisation de spécimens d'euros peut apporter quant à la recherche de ces élèves de cycle 2.

Mots-clés : problème pour chercher – manipulation – recherche immédiate et efficace – faire et contrôler des essais - monnaie – CP / CE1