



HAL
open science

La résolution de problèmes en mathématiques au cycle 3 : l'aide par la schématisation

Sophie Pochet

► **To cite this version:**

Sophie Pochet. La résolution de problèmes en mathématiques au cycle 3 : l'aide par la schématisation. Education. 2012. dumas-00735890

HAL Id: dumas-00735890

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00735890>

Submitted on 27 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 SMEEF

Spécialité « Professorat des écoles »

**Année 2011/2012
Semestre 4**

Initiation à la recherche

Mémoire

NOM ET Prénom DE L'étudiant : POCHET Sophie

SITE DE FORMATION : OUTREAU

SECTION : M2B

Intitulé du séminaire de recherche : Mathématiques

Intitulé du sujet de mémoire :

La résolution de problèmes en mathématiques au cycle 3 :
L'aide par la schématisation.

Nom et prénom du directeur de mémoire : MONTUELLE Bernard

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01

Sommaire

Introduction.....	P2
I. Qu'est-ce qu'un problème ?	P4
II. Programmes officiels.....	P6
III. Difficultés des élèves	P7
IV. Comment aider les élèves ?	P8
V. Mes choix	P10
VI. Les schémas.....	P11
a) <i>Qu'est-ce qu'un schéma ?.....</i>	<i>P11</i>
b) <i>En quoi consiste l'aide par les schémas ?.....</i>	<i>P11</i>
VII. Méthodologie.....	P12
VIII. Analyse des données recueillies.....	P18
a) <i>Recueil des données : moyens et modalités.....</i>	<i>P18</i>
b) <i>Méthodologie d'analyse des données.....</i>	<i>P19</i>
c) <i>Résultats.....</i>	<i>P21</i>
d) <i>Interprétation.....</i>	<i>P26</i>
e) <i>Prolongement.....</i>	<i>P28</i>
Conclusion.....	P29
Bibliographie.....	P31
Annexes.....	P32

Introduction

Lors de mes différents stages en cycle 3, j'ai pu voir des activités de résolution de problèmes en mathématiques et plus particulièrement sur des problèmes numériques de réinvestissement (cf. page 5). J'ai été interpellée par les difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans cette activité pour atteindre la résolution alors que l'opération qu'il est nécessaire d'utiliser est censée être acquise. Par exemple, ils ne comprennent pas ce qui leur est demandé, ils oublient des données numériques, ils ne voient pas ce qu'ils doivent faire ni comment s'y prendre... Le contexte, les mots utilisés, la manière de présenter les données et de les ordonner sont autant d'éléments induisant les élèves en erreur. Pour beaucoup d'élèves, ces éléments s'apparentent à des obstacles insurmontables. Le thème de mon mémoire portera donc sur l'aide à la résolution de problèmes mathématiques au cycle des approfondissements.

Il existe plusieurs types de problèmes. Ceux abordés ici seront les problèmes de réinvestissement car, ce sont des problèmes nécessitant l'application directe des connaissances acquises précédemment. Il n'y a donc aucun apprentissage en jeu, juste une mobilisation des connaissances. L'enjeu se situe ici au niveau de la recherche de la situation.

La résolution de problèmes est une activité essentielle dans le domaine des mathématiques. En effet, ces activités permettent d'apporter du sens aux apprentissages faits en classe. Ils permettent également de faire des liens entre les différents apprentissages. (Ex. Entre l'apprentissage des nombres décimaux et celui du périmètre d'un rectangle par le biais d'un problème où il s'agirait de trouver le nombre d'arbres nécessaires pour faire tout le tour du champs sachant que les arbres se mettent tous les 3 mètres.)

Cette activité pose beaucoup de difficultés aux élèves et donc aux enseignants qui ne savent pas comment aider les élèves, puisque jusqu'ici, les programmes officiels ne proposent pas de solutions même s'ils remarquent que c'est une activité essentielle et complexe.

Beaucoup de chercheurs (JULO, PELTIER-LECULLEE I. ...) ont proposés des aides plus ou moins efficaces (*cf. page 8*) afin de répondre aux difficultés des élèves et des enseignants. Cependant, chaque aide possède ses points positifs et négatifs, de plus, elles sont spécifiques soit à un niveau d'élèves, soit à un type de problèmes... Elles ne sont donc pas universellement applicables. De plus, pour certaines, elles sont difficiles à s'approprier, prennent beaucoup de temps...

La résolution de problème mathématiques nécessite de se représenter l'énoncé mentale de manière experte. La finalité de l'apprentissage consiste à aider les élèves à approcher cette représentation mentale qui n'est pas innée chez l'enfant de cycle 3. L'aide par les schémas, comme je souhaite la mettre en place, consiste à inciter les élèves à schématiser différents problèmes pour ensuite comparer les schématisations obtenues et enfin, leur permettre de s'en approprier certaines.

À partir du protocole qui sera mis en place dans l'école d'Henneveux faisant partie d'un RPI (regroupement pédagogique intercommunal) en milieu rural et plus particulièrement avec les élèves de CM2 de Mr Géniaut, il sera intéressant d'examiner les effets que pourra avoir l'aide par les schémas de représentation sur la résolution de problèmes mathématiques de réinvestissement. En analysant les différents procédés de résolution des problèmes proposés aux élèves ainsi que leurs schématisations, il s'agira de répondre à la question suivante :

L'aide par la réalisation de schémas de représentation permet-elle aux élèves de se représenter les problèmes de réinvestissement dans le but de les résoudre ?

1. Qu'est-ce qu'un problème ?

Selon les programmes de 2002, un problème une « situation réelle ou imaginaire dans laquelle des questions sont posées (ou dans laquelle on doit effectuer des actions), ces questions (ces actions) étant telles qu'on ne peut pas y répondre de façon immédiate (ou telles qu'on ne peut pas immédiatement les effectuer) » (p13).

En ce qui concerne DEMONTY et al (2007) : « un problème existe lorsqu'une personne se trouve dans une situation où elle veut faire quelque chose mais elle ne sait pas comment s'y prendre ou lorsque quelqu'un poursuit un but et qu'il n'a pas encore déterminé les moyens d'atteindre ce but »

Sur ces deux premiers points on remarque que l'activité de résolution de problème relève d'une véritable « recherche » qui demande l'élaboration d'un processus d'actions.

Selon VALENTIN (1988), un problème est essentiel pour construire des connaissances et faire du sens. De plus, mener à bien sa résolution nécessite de nombreuses capacités. Il s'agit donc d'une activité qui relève d'une grande difficulté.

CHARNAY (1988) s'accorde sur ce point. En effet, pour donner du sens aux connaissances mathématiques il faut utiliser des problèmes, les notions mathématiques doivent être considérées comme des outils pour résoudre aux problèmes.

Ces deux auteurs insistent sur le fait que résoudre des problèmes ou mettre des élèves en activité de résolution de problème relève d'une grande nécessité. En effet, ces situations vont permettre d'apporter du sens aux connaissances.

F. DUQUESNE (2010) va plus loin en affirmant que les problèmes qui sont résolus avec difficulté sont les meilleurs. En effet, ce sont ces problèmes qui vont permettre de construire des connaissances en enclenchant un « processus de construction d'un concept » afin de répondre à la question posée par le problème.

Il existe plusieurs types de problèmes. Selon les documents d'accompagnement aux programmes de 2002 (les mathématiques au cycle 2, p7), on peut en distinguer quatre :

Les problèmes d'application sont utilisés durant l'apprentissage pour favoriser l'automatisation. (Exemple : un problème d'application sur les nombres décimaux serait : *Voici un nombre : 348,56. Quel est le chiffre des dizaines ? Des dixièmes ? Des*

unités ? ...).

Les situations problèmes consistent à construire les connaissances. En effet, on proposera ces problèmes durant l'apprentissage pour apporter la nécessité d'élaborer de nouvelles connaissances. (Exemple de situation problème : *Le vétérinaire a pesé ces chats: Snow 3,2 Kg ; Voyou 5,1 Kg ; Paddy 3,7 Kg ; Arobase 3,45 Kg ; Black 4,18 Kg ; Caramel 4,11 Kg. Quel est le chat le plus lourd? Le plus léger? Range-les du plus léger au plus lourd.*)

Les problèmes de recherche, aussi appelés problèmes ouverts, vont principalement développer les stratégies de résolution des problèmes. Durant ces activités, les élèves vont prendre des initiatives, développer leur autonomie... (Exemple de problème de recherche : *Une année « black-jack » est une année dont la somme des 4 chiffres est égale à 21... Trouve le nombre d'années « black-jack » qu'il y a entre 1900 et 2000.*)

Enfin, les problèmes de réinvestissement seront les problèmes abordés ici. En effet, ce sont des problèmes nécessitant l'application directe des connaissances acquises précédemment. Il n'y a donc aucun apprentissage en jeu, juste une mobilisation des connaissances. L'enjeu se situe ici au niveau de la recherche de la situation. (Exemple de problème de réinvestissement : *Un coureur à pied organise chaque semaine son entraînement de la façon suivante : Lundi : 18,750 km, mardi : 21,450 km, mercredi : autant que les deux jours précédents réunis, jeudi : repos, vendredi 9,8 km, samedi repos, dimanche : compétition de 42,550 km. Quelle distance a-t-il parcourue dans la semaine ?*)

II. Programmes officiels

Programmes de 2002 :

« Comme dans les cycles précédents, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans la construction et l'appropriation par les élèves des notions mathématiques répertoriées dans les différentes rubriques du programme » (p13) Ainsi, la résolution de problèmes en cycle 3 se trouve au cœur des apprentissages.

Les programmes de 2002 insistent également sur le fait que cette activité de résolution de problèmes mathématiques est indispensable. En effet, elle apporte du sens aux connaissances mathématiques. De plus, elle apporte la nécessité d'élaborer de nouvelles connaissances (surtout concernant les situations problèmes).

Les capacités développées lors de l'activité de résolution de problèmes sont : « gérer les données (prélever et organiser) et mettre en œuvre des stratégies (choisir, concevoir, exécuter, apprécier à tous les moments son travail...) ». (Mathématiques au cycle 3, 2002, p7).

En ce qui concerne les problèmes de réinvestissement, ils nécessitent que l'élève :

- « – recherche des informations sur différents supports ;
- reconnaisse, identifie et interprète les données pertinentes ;
- détermine, au cours de la résolution, de nouvelles questions en prenant conscience que les données ne sont pas toujours fournies dans l'ordre de leur traitement. » (Mathématiques au cycle 3, 2002, p7).

Programmes de 2008 :

Ceux-ci parlent beaucoup moins de la résolution de problèmes mathématiques que les programmes de 2002. Cependant, l'importance de l'activité de résolution de problèmes mathématiques y est évoquée : « La résolution des problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages ». (p22)

Ceci est également repris dans le document qui accompagne les programmes actuels : « le nombre au cycle 2 ». On remarque même que les activités de résolution de problèmes y sont développées selon le niveau, les opérations nécessaires, le moment de l'apprentissage...

III. Difficultés des élèves dans l'activité de résolution de problèmes mathématiques :

Selon PERNOUX, formateur du premier degré à l'IUFM d'Alsace, les élèves peuvent rencontrer différents types de difficultés dans la résolution d'un problème. Tout d'abord, des difficultés de lecture, des difficultés dans le choix de la « bonne opération », et enfin, concernant « le traitement des informations » pour les résolutions de problèmes nécessitant plusieurs opérations.

J'ai également remarqué que les élèves peuvent être perturbés par le contexte qu'évoque l'énoncé du problème. En effet, un contexte proche du vécu de l'élève apporte une certaine motivation à l'élève dans une activité de résolution de problèmes mathématiques. Le fait que le contexte du problème soit proche d'un centre d'intérêt de l'élève lui fait penser qu'il va réussir à atteindre la résolution étant donné ses connaissances sur le sujet. En revanche, un élève se trouvant face à un problème au contexte très éloigné de ses préoccupations ne va pas s'y intéresser et l'intérêt de résoudre ce problème sera très faible.

L'écriture des nombres dans l'énoncé (en chiffre ou en lettres) peut également poser des difficultés aux élèves en situation de résolution de problèmes. En effet, on a tendance à penser que dans le domaine des mathématiques, les nombres sont toujours en chiffres et dans le domaine de la langue, ils sont en lettres. Or, un énoncé de problème mathématiques reste un texte écrit, c'est pourquoi, on trouve parfois des nombres en chiffres et en lettres. Cela peut perturber beaucoup d'élèves : quand ils lisent l'énoncé, ils vont lire le nombre en lettres cependant ils ne vont pas le considérer comme une donnée mathématique entrant dans la résolution du problème.

Ensuite, certains élèves ne comprennent pas ce qu'on attend d'eux face à un problème. Est-ce l'exactitude des différents résultats ? Est-ce de trouver le résultat final ?... Il est important dans de telles activités de donner un objectif aux élèves, de leurs expliquer le sens de ce qu'ils font et pourquoi ils le font et ce qu'on attend d'eux.

N. Comment aider les élèves ?

Selon Isabelle PELLETIER LECULLEE et Nathalie SAYAC (2004, p53), « pour résoudre un problème, il faut d'abord comprendre ce qui est en jeu dans le problème posé ». Les élèves doivent donc être conscients de l'enjeu du problème.

En ce qui concerne Jean JULO (2002, p42), il remarque l'« importance de la représentation d'un problème dans la résolution de celui-ci et des aides que l'on peut apporter aux élèves ». En effet, la construction de cette représentation permet à l'élève d'élaborer progressivement des schémas. Il est donc essentiel d'apporter l'aide nécessaire aux élèves lors de cette étape de représentation. Il faut aider l'élève à créer lui-même ses procédures de résolution afin d'aboutir à la réussite de la résolution du problème.

De plus, souvent, « on explique comment il fallait “ faire ” pour trouver la solution plutôt que comment il fallait “penser” le problème » (p44). La trace sera plus utile et plus profonde si on aide l'élève à faire évoluer ses représentations sans lui indiquer ce qu'il doit faire.

Il apporte enfin trois critères auxquels doit répondre l'aide :

- « - l'aide ne contient pas d'indices sur la solution,
- l'aide n'oriente pas vers une procédure de résolution,
- l'aide ne suggère pas une modélisation du problème. » (p45)

On voit ici que l'aide ne permet pas à l'enseignant de guider l'élève dans la résolution, de lui dire ce qu'il devrait faire ou même lui suggérer. Il faut tout de même éviter l'erreur qui pourrait avoir un impact négatif sur l'élève. Dans ce cas, JULO suggère de multiplier les aides. Pour cela, il faut qu'elles soient d'une grande diversité de par leur nature et leur logique.

De son côté, dans son ouvrage « Résoudre des problèmes, cycle 3 » (2001), S. GAMO propose d'aider les élèves en leur demandant de reformuler l'énoncé de manière orale ou en faisant un schéma. Ainsi, les élèves peuvent se construire une représentation du problème mathématique.

N. MONNIER (2003, 27) fait une classification des aides auxquelles les élèves peuvent avoir recours dans l'activité de résolution de problème.

Tout d'abord, les élèves peuvent utiliser la représentation iconique. Selon cet auteur, cela comprend les « dessins figuratifs », c'est-à-dire la représentation de la réalité de l'énoncé

du problème, et l'utilisation d'outils mathématiques qui amènent progressivement à la schématisation (exemple de la droite numérique). Cependant, elle note que ces derniers sont des « outils qui nécessitent un apprentissage spécifique en vue de leur maîtrise et de leur utilisation » (P27).

Ensuite, les élèves peuvent s'aider de graphiques et de tableaux. Ce sont des « outils d'aide à la représentation des informations sous une autre forme que l'énoncé littéral ».

Enfin, ils peuvent aussi s'aider de la représentation iconique qui comprend les écritures algébriques ainsi que des schémas comme les a proposés VERGNAUD (1997) dans sa classification.

V. Mes choix :

La schématisation comme le suggère JULO(2002), la multi représentation à la manière de NGUALA (2005) ou encore le choix des données utiles, les possibilités d'aider les élèves dans cette activité de résolution de problèmes sont nombreuses. Dans ce but de faire évoluer les représentations des élèves, nous avons choisi de mettre en place une aide qui est la réalisation de schémas de représentation.

Durant la résolution d'un problème, il est nécessaire de se représenter l'énoncé mentalement ce qui est la procédure « experte ». Ce n'est pas une compétence innée chez les enfants, elle se construit au fil des différentes activités de résolution de problèmes. Au début de leur scolarité, les élèves commencent par manipuler concrètement les objets. Ensuite, cette manipulation évolue vers la schématisation (les éléments de l'énoncé ne sont plus représentés que par des croix ou des ronds...) et enfin, à la représentation mentale qui permet l'élaboration d'une écriture formalisée. Quand un élève a atteint la représentation mentale, il est arrivé au stade « expert ».

L'aide par les schémas, comme je souhaite la mettre en place, consiste à apporter aux élèves une multitude de schémas différents qu'ils pourront s'approprier au fur et à mesure des activités mises en place.

En CM2 et à ce stade de l'année, les problèmes mathématiques de réinvestissement sont présents dans tous les domaines des mathématiques : nombre et calcul, géométrie, grandeurs et mesure et organisation et gestion des données.

Au départ, je souhaitais me restreindre au domaine des nombres et calculs. Cependant, je me suis rendue compte qu'en CM2, un problème faisant appel aux nombres et aux calculs, faisait systématiquement, par le contexte, appel aux autres domaines. On peut tout de même différencier deux « types » de problèmes : ceux faisant appel aux quatre domaines et ceux excluant la géométrie. C'est à ce dernier « type » qu'on s'intéressera ici. En effet, il me paraît plus judicieux de commencer à mettre en place ce protocole avec des problèmes ne relevant pas de la géométrie.

V. Les schémas

a) Qu'est-ce qu'un schéma ?

Selon le dictionnaire Larousse, un schéma est « un dessin ne comportant que les traits essentiels de la figure représentée, afin d'indiquer non sa forme, mais ses relations et son fonctionnement ».

Les programmes de 2002 soulignent que « les procédures que les élèves peuvent utiliser pour résoudre les problèmes (...) sont extrêmement variées. Elles peuvent s'appuyer sur un dessin ou un schéma imaginé par l'élève, utiliser le dénombrement, le comptage en avant ou arrière, des essais additifs, soustractifs ou multiplicatifs ». En cela, on remarque que les schémas sont ici perçus comme une aide à la résolution de problèmes mathématiques. (Mathématiques au cycle 2, P16).

On distingue deux types de schémas entrant dans l'activité de résolution de problèmes. En effet, il y a ceux qui permettent de se représenter la situation évoquée dans l'énoncé du problème et ceux qui permettent d'atteindre l'étape finale qui est la résolution et l'annonce du résultat. Le premier type de schéma est un schéma de représentation alors que le suivant est un schéma de résolution.

b) En quoi consiste l'aide par les schémas ?

L'aide par les schémas est un domaine très vaste. En effet, on peut leur proposer des schémas tout prêts, ou leur demander d'en imaginer, il y a également d'autres possibilités.

La mise en place de l'aide comme je souhaite le faire consiste à travailler les schémas de représentation.

Cette méthode consiste à montrer aux élèves qu'on peut faire des schémas pour s'aider et de les inciter à en faire afin de « tester » cette aide. En effet, les élèves doivent inventer leurs propres schémas de représentation concernant un problème donné. Ces schémas sont ensuite comparés. Ce n'est qu'après que les élèves peuvent se les approprier.

VI. Méthodologie :

a) Contexte

Pour réaliser cette expérimentation, je me suis rendue dans la classe de CM1/CM2 de Mr Géniaut situé dans le petit village d'Henneveux appartenant à un RPI (regroupement pédagogique intercommunal) en milieu rural. Cette classe est composée de huit CM2 et seize CM1.

C'est une classe qui a des méthodes de travail, où l'organisation est évidente, où les élèves sont habitués à travailler en autonomie et à pratiquer le tutorat. Chaque élève sait ce qu'il a à faire et ce qu'il a le droit de faire.

Il me semble important de noter que l'enseignant a l'habitude de proposer régulièrement à ses élèves des problèmes et de travailler le problème mathématique sous différentes formes :

- la résolution du problème comme on le voit le plus souvent,
- l'enseignant propose un énoncé sans question, les élèves doivent imaginer la question que pourrait poser cet énoncé et y répondre,
- les élèves doivent trouver l'énoncé de problème qui correspond à une opération donnée (choix du problème parmi une liste),
- les élèves doivent écrire un problème correspondant à une opération donnée et résoudre celui-ci...

Ces élèves ont donc l'habitude de travailler sur des problèmes et présentent une certaine motivation face à cette activité.

b) Première étape

Il s'agit dans un premier temps d'identifier les difficultés des élèves face à une activité de résolution de problèmes. Pour cela, nous avons proposé aux élèves un problème qu'ils ont dû résoudre sans aucune autre consigne. Ils devaient bien évidemment faire apparaître sur leur cahier toutes les étapes qui leur ont permis d'arriver au résultat. Pour cela, ils avaient à disposition une feuille de brouillon sur laquelle ils pouvaient poser leurs opérations ou

faire des schémas s'ils le voulaient. Cela m'a permis d'identifier plus clairement leurs procédures de résolution ainsi que leurs erreurs (de calcul, dues à l'organisation, ...).

Dans cette première étape, il a été nécessaire de définir un type de problème que l'on garde tout au long de la mise en place de l'aide. En effet, il faut que les problèmes utilisés comportent les mêmes variables afin d'éliminer le maximum d'éléments qui pourraient entrer en jeu dans l'évolution des procédures autre que l'aide par la schématisation. Pour cela, on se penche sur différents critères : Le type d'opérations nécessaires pour accéder à la résolution, le nombre d'étapes de calcul, la proximité des élèves avec l'énoncé du problème, la taille des nombres, l'écriture des nombres (en chiffre, en lettre, les deux) ...

J'ai décidé de garder comme fixes les variables suivantes :

- la présence de plusieurs étapes dans la résolution du problème (au moins 4)
- la présence de nombres décimaux intervenant dans les différentes opérations (nombres décimaux avec au maximum deux chiffres après la virgule)
- la présence des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division)
- la présence d'une quantité à transformer en paquet de 100 (ex : 2100 feuilles donne 21 lots de 100 feuilles)
- la notion de manque (ex : Il me faut 2517 feuilles sachant qu'il m'en reste 1167)
- la nécessité de faire le total des résultats des différentes étapes du problème
- la nécessité de faire une division pour atteindre la phase finale de résolution.
- le résultat final est un nombre entier.

Voici le problème construit à partir de ces critères :

Le directeur d'une école composée de 10 classes prépare sa commande de papier pour l'année. Les feuilles sont obligatoirement vendues par paquet de 100. Il commande 23 paquets de feuilles blanches qui lui seront facturés 8,75 € le paquet; 1800 feuilles rouges qui lui seront facturées 7,50€ le lot de 100 feuilles; quatre cartons de 15 paquets de feuilles cartonnées qui lui seront facturés 12€ le paquet. Enfin, il commande assez de feuilles vertes pour en avoir 2517 sachant qu'il lui en reste encore 2067. Ces feuilles vertes lui seront facturées 7,15€ le paquet de 100 feuilles. Il ne commande ni feuilles bleues ni feuilles jaunes car il lui en reste assez pour passer l'année. Sachant qu'il y a 52 semaines dans une année, combien cela lui coûte-t-il par semaine?

Ensuite, l'examen des traces écrites des élèves, de leurs procédures, permet de définir les difficultés que les élèves rencontrent face à une activité de résolution de problèmes mathématiques. En effet, pour vérifier que l'aide a un impact sur la résolution des problèmes, il faut que dans les résolutions initiales, les élèves rencontrent certaines difficultés.

En proposant ce type d'activité, je pensais que les élèves allaient rencontrer des difficultés liées au nombre d'étapes nécessaires à la résolution du problème, au choix des données utiles, aux nombres (chiffre/lettre, taille, décimaux/entiers), aux unités de ces nombres (quantité (ex : 15 bateaux), monnaie, longueur, distance, masse...), à la finalité du problème (recherche du tout, d'une partie, d'un manque...), à l'organisation de l'énoncé (si les étapes sont dans l'ordre de résolution ou non)...

Les élèves qui n'ont pas rencontré de réelles difficultés face à la résolution de ces problèmes ont tout de même suivi la mise en place de l'aide qui constitue un exercice un peu différent. Par contre, on ne se base pas sur l'évolution de leur procédure pour établir la pertinence de l'aide.

c) Deuxième étape

Cette étape se déroule en deux phases : la première consiste à proposer l'aide aux élèves ensuite, les élèves auront la possibilité de se l'approprier.

a) Proposition de l'aide

On reprend le problème donné dans la séance précédente. On demande aux élèves ce qu'ils en ont pensé et pour clarifier les choses, on leur demande de surligner chacune des étapes du problème d'une couleur différente. Voici ce qu'on obtient :

Le directeur d'une école composée de 10 classes prépare sa commande de papier pour l'année. Les feuilles sont obligatoirement vendues par paquet de 100. Il commande 23 paquets de feuilles blanches qui lui seront facturés 8,75 € le paquet; 1800 feuilles rouges qui lui seront facturées 7,50€ le lot de 100 feuilles; quatre cartons de 15 paquets de feuilles cartonnées qui lui seront facturés 12€ le paquet. Enfin, il commande assez de feuilles vertes pour en avoir 2517 sachant qu'il lui en reste encore 2067. Ces feuilles vertes lui seront facturées 7,15€ le paquet de 100 feuilles. Il ne commande ni feuilles bleues ni feuilles jaunes car il lui en reste assez pour passer l'année. Sachant qu'il y a 52 semaines dans une année, combien cela lui coûte-t-il par semaine?

Ensuite, on prend chacune des étapes une par une et on demande à chaque fois aux élèves de les schématiser : « *Faites un schéma qui pourrait représenter cette étape. Attention, on vous demande un schéma, pas un dessin.* » A la suite de cette schématisation individuelle, on passe dans les rangs pour repérer les productions intéressantes : ce qui n'est pas un schéma mais plutôt un dessin, ce qui est un schéma mais qui ne représente pas correctement la situation, ce qui peut être un schéma représentatif de la situation... On demande ensuite à certains élèves d'aller reproduire ce qu'ils ont fait au tableau afin de comparer les productions.

Le but de cette activité est d'abord de comprendre ce qui est un schéma et ce qui n'en est pas un, de comprendre qu'il n'y a pas qu'un seul schéma possible, et sur quels éléments on s'appuie pour réaliser un schéma représentatif de la situation. Il s'agit également d'apporter aux élèves le maximum d'éléments pour leur permettre de s'approprier ces schémas.

Certains auteurs suggèrent de commencer par proposer aux élèves de « dessiner » la situation avant de leur proposer les schémas dans le but d'évaluer leur positionnement par rapport à ceux-ci. C'est un choix que j'ai fait. En effet, mon objectif n'est pas d'analyser l'évolution des schémas réalisés par les élèves mais bien d'observer les effets des activités réalisation de schéma sur la résolution d'un problème. En proposant ceci je souhaite montrer que les activités, telles que je vais les proposer autour des schémas, vont permettre aux élèves d'accéder plus facilement à la résolution des problèmes de réinvestissement.

b) Appropriation de l'aide

Les élèves devront ici construire obligatoirement un schéma face à un problème donné. Les élèves pourront utiliser ce qu'ils ont pu construire lors de l'activité précédente sur le premier problème. Aucun schéma ne sera imposé, ils feront ce qui leur semble pertinent, le plus utile afin d'aboutir à la résolution de ce problème.

Certains élèves n'auront pas besoin de schéma pour résoudre le problème puisque leur représentation mentale est déjà à un stade avancé. Cependant, la contrainte de réaliser le schéma permettra d'identifier la représentation du problème.

Pour cela, on leur propose un deuxième problème construit à partir des mêmes critères que le premier.

Madame Carpentier est la personne qui s'occupe de la cantine de l'école. Elle est chargée de faire les courses pour une semaine pour les 30 enfants qui mangent dans cette cantine. Elle achète 0,5 kg de viande par enfant à 18€ le kg de viande; 17 kg de riz à 3,25€ le kg; 2100 haricots verts à 0,75€ le fagot de 100; trois lots de 8 paquets de spaghetti à 1,5€ le paquet. Enfin, elle achète assez de poisson pour en avoir 1kg par enfant sachant qu'il lui en reste 5 kg. Le poisson est vendu 17€ le kg. Combien cela coûtera-t-il par enfant?

Le but de cette contrainte étant de faire évoluer les représentations des élèves sans leur indiquer ce qu'ils doivent faire. L'obligation de faire des schémas doit ici les amener à s'approprier des schémas de représentation des problèmes. Ainsi, ils passent de la manipulation à la schématisation pour aboutir à la représentation mentale. Il faut préciser ici qu'on n'attendait pas que les élèves atteignent la représentation mentale. On voulait simplement que leurs représentations évoluent assez afin de leur permettre de résoudre des problèmes.

Notons que dans la consigne l'obligation de schématiser a été spécifiée et un rappel sur ce qu'est un schéma a été fait.

d) Troisième étape

Il s'agit en quelque sorte d'une évaluation finale : on propose aux élèves un problème du même type que ceux qu'on aura donnés précédemment, avec les mêmes critères. Ils doivent, dans cette étape, le résoudre sans aucune consigne. Cette évaluation est assez rapprochée dans le temps de la mise en place de l'aide pour inciter les élèves à utiliser les schémas pour résoudre les problèmes. L'utilisation de schémas est d'ailleurs suggérée dans la consigne en cas de difficulté.

Le but étant de comparer les procédures avec celles des problèmes présentés durant la première étape.

Voici le dernier problème proposé :

Le directeur d'une école de 60 élèves a dépensé 1114€ ce mois-ci. Il a tout d'abord acheté 60 cahiers à 2,50€ le cahier. Ensuite, il lui fallait 200 crayons à 7,50€ le lot de 100 crayons. Il a également acheté 30 livres de géographie pour les CM à 13,50€ le livre. Il a enfin dépensé le reste en achetant des dictionnaires. Sachant qu'un dictionnaire lui coûte 17€, combien a-t-il pu en avoir?

e) Résultats attendus

Les effets de l'aide par les schémas, comme expliquée ci-dessus, sera visible dans le taux de réussite du dernier problème par rapport au premier. En effet, la « rencontre » avec les schémas comme elle a été menée doit faire évoluer les représentations que les élèves se font des problèmes de réinvestissements afin d'aboutir à la représentation mentale dans le but de résoudre ces problèmes.

De plus, les problèmes construits en fonction des critères définis sont d'un niveau assez élevé de manière à ce qu'ils mettent les élèves en difficulté dans l'activité de résolution. Ainsi, tous les élèves ont pris conscience de la nécessité d'une telle aide. Avec l'intervention de cette aide, je pense qu'on pourra observer une évolution progressive entre chacun des problèmes. Ainsi, le problème 2 sera mieux réussi que le problème 1 et le problème 3 sera mieux réussi que le problème 2.

De plus, je pense qu'on pourra constater plus d'effet d'une telle aide pour des élèves en grande difficulté de résolution de problèmes mathématiques que pour des élèves qui s'en sortent plutôt bien. En effet, cette aide consiste à construire une représentation du problème ce que les élèves qui entrent déjà dans l'activité de résolution possèdent en partie ou même en totalité. Cette aide ne fera que faire évoluer cette représentation déjà présente, pour les bons élèves. Alors que les élèves en grande difficulté vont construire cette représentation.

VIII. Analyse des données recueillies

a) Recueil des données : moyens et modalités

Afin de recueillir mes données, je me suis rendue dans la classe de Mr Géniaut à quatre reprises : pour donner le problème 1, pour la séance sur la schématisation des différentes étapes du problème, pour donner le problème 2 et pour donner le problème 3. J'ai choisi de ne pas mener moi-même les séances et de laisser Mr Géniaut diriger les différentes séances. En effet, je ne voulais pas que ce changement puisse influencer mes résultats en plus de ma présence dans la classe. Pour ma part, je suis restée au fond de la classe pour observer les réactions des élèves. Je me suis ensuite déplacée dans les rangs pour observer les procédures entreprises par les élèves.

Pour chacun des problèmes l'enseignant m'a suggéré de proposer aux élèves une feuille à carreaux pour la résolution du problème « au propre » ainsi qu'une feuille blanche en guise de brouillon. Cette feuille de brouillon a été présentée comme un outil qu'il était possible d'utiliser mais dont ils n'étaient pas obligés de se servir. J'ai pu remarquer que ce brouillon était utilisé différemment selon les élèves. En effet, certains s'en servaient pour poser leurs opérations, d'autres y résolvaient le problème dans sa totalité puis le recopiaient au propre sur la feuille à carreaux, d'autres encore ne s'en sont pas du tout servi.

Séance 1 : Il s'agit de la séance de présentation du problème 1. Les élèves ont eu pour consigne de le résoudre comme ils le souhaitent. Ils ont eu également la possibilité de poser des questions concernant le vocabulaire présent dans l'énoncé.

Dans les réactions des élèves, j'ai pu remarquer qu'ils trouvaient le problème assez compliqué et ne savaient pas vraiment par où commencer, ils ont d'ailleurs mis quelques minutes avant de se lancer dans la résolution. (Pour 6 élèves sur 8).

Séance 2 : Dans cette séance, il s'agit de travailler la schématisation du problème 1.

La première partie de cette séance consiste à demander aux élèves d'identifier les différentes étapes du problème par des couleurs différentes. Ensuite, les élèves ont pour

consigne de schématiser comme ils le souhaitent la première étape du schéma.

Cette toute première schématisation a été très difficile pour les élèves. Ils n'avaient aucune idée du schéma qu'il fallait faire ni comment le faire. Cependant, quelques schémas ont émergé. L'enseignant a demandé à trois élèves d'aller refaire leur schéma au tableau. Le but de cette présentation était de valider ou non chacun des schémas proposés par les élèves, de déterminer ce qu'était un schéma et quels éléments prendre dans l'énoncé du problème pour réaliser un schéma.

J'ai pu remarquer que dès qu'un schéma était validé au tableau par l'ensemble du groupe, on pouvait en retrouver la forme lors de la schématisation de l'étape qui suivait sur leurs brouillons. Ainsi, les élèves essayaient de s'approprier le schéma précédent afin de l'adapter à l'étape suivante.

C'est à ce moment de l'expérimentation que je me suis rendu compte que les problèmes proposés ne faisaient pas vraiment appel à la schématisation mais plutôt à l'organisation des données de manière schématique, ce qui explique certainement les difficultés que les élèves ont rencontrées lors de cette activité de schématisation.

Séance 3 : Durant cette séance, nous avons proposé aux élèves le problème 2 (cf. annexe 1) les élèves avaient pour consigne de résoudre le problème avec une contrainte : la schématisation. En effet, ils étaient obligés de schématiser chacune des étapes avant d'atteindre la résolution. Cette séance a été perçue comme difficile pour les élèves. En effet, la contrainte de schématisation les a bloqués, ils étaient plus « embêtés » par la schématisation que par la résolution de l'étape en elle-même.

Séance 4 : Durant cette séance, les élèves ont eu à résoudre le problème 3. Cette fois-ci, il n'y avait aucune contrainte de schématisation même si celle-ci était suggérée aux élèves en cas de difficulté. J'ai pu me rendre compte que la plupart des élèves sont rentrés dans la résolution du problème sans faire appel à la schématisation.

J'ai eu l'occasion de me rapprocher d'un élève en particulier durant cette résolution. Il ne voyait pas du tout comment résoudre une étape du problème. Je lui ai donc suggéré la schématisation mais celle-ci lui paraissait trop abstraite et il n'en voyait pas l'intérêt.

b) Méthodologie d'analyse des données

Pour analyser les résultats obtenus, j'ai pris chacun des problèmes un par un, j'en ai surligné les différentes étapes en y associant une couleur, puis, j'ai analysé chacune d'elles pour chacun des élèves en organisant mes résultats dans un tableau. (cf. annexes 2,3,4) Notons que je n'ai pas du tout pris en compte les erreurs de calcul. En effet, ce qui m'intéressait ici se limitait aux différentes procédures employées par les élèves pour atteindre la résolution des problèmes.

J'ai également analysé les schémas produits par les élèves lors de la séance sur la schématisation du problème 1, puis lors du problème 2 quand la schématisation était obligatoire et enfin les quelques schémas obtenus lors de la schématisation facultative dans la résolution du problème 3.

Ensuite, j'ai souhaité évaluer le taux de réussite de chacun des problèmes. Pour cela, je suis restreinte à certains critères uniquement. En effet, dans l'analyse des données, je n'ai observé que la maîtrise ou non de ces compétences :

- 1) Être capable de transformer une quantité en paquets de 100.
- 2) Être capable d'identifier le manque et de mettre en œuvre la procédure y répondant.
- 3) Être capable d'identifier la nécessité de faire le total des résultats des différentes étapes du problème.
- 4) Être capable de voir que le résultat final nécessite une division et en trouver les données.
- 5) Être capable de choisir la bonne opération (essentiellement dans les étapes où il s'agit du seul calcul à faire)

A la suite de l'évolution du taux de réussite de chacun des problèmes, je me suis attachée au pourcentage de réussite de chacun des problèmes pour chacun des élèves afin de définir leur progression sur les trois problèmes proposés. (cf. annexe...) Cela, toujours à partir des cinq compétences définies ci-dessus.

c) Les résultats

Ce premier tableau présente le nombre d'élèves maîtrisant chacune de ces compétences au fur et à mesure qu'on a proposé les trois problèmes. On peut également y trouver le nombre d'élèves ayant réussi chacun des problèmes en fonction des cinq compétences présentes sous ce tableau.

/8	<u>Problème 1</u>	<u>Problème 2</u>	<u>Problème 3</u>
Réussites totales	5	5	6,8
Maîtrise de la compétence 1	4	5	7
Maîtrise de la compétence 2	5	4	6
Maîtrise de la compétence 3	7	7	8
Maîtrise de la compétence 4	1	2	6
Maîtrise de la compétence 5	8	7	7

Compétences :

- 1) Être capable de transformer une quantité en paquets de 100.
- 2) Être capable d'identifier le manque et de mettre en œuvre la procédure y répondant.
- 3) Être capable d'identifier la nécessité de faire le total des résultats des différentes étapes du problème.
- 4) Être capable de voir que le résultat final nécessite une division et en trouver les données.
- 5) Être capable de choisir la bonne opération (essentiellement dans les étapes où il s'agit du seul calcul à faire)

Ce deuxième tableau présente le pourcentage de réussite de chaque problème pour chacun des élèves. Organisé de cette façon, on peut remarquer l'évolution du pourcentage de réussite des trois problèmes selon les élèves. Ces calculs ont été faits en fonction de la maîtrise ou non des cinq compétences présentes ci-dessus.

	Problème 1	Problème 2	Problème 3
Aurélien	15%	12,5%	83%
Zoé	71%	75%	100%
Eva	43%	87,5%	100%
Enzo	43%	75%	100%
Lou	43%	50%	67%
Margot	86%	50%	100%
Maxime	86%	100%	100%
Quentin	43%	25%	67%

Problème 1 :

La question générale de ce problème a été bien comprise par tous les élèves. Cependant, on remarque certaines difficultés. En effet, la nécessité de faire des paquets de 100 feuilles n'a pas été évidente pour tous les élèves puisque seuls 4 élèves sur 8 ont réussi. Ensuite, quelques élèves n'ont pas vu une donnée numérique écrite en lettres ce qui les a induits en erreur. De plus, l'identification du manque a posé problème à trois élèves. Enfin, la nécessité de faire le total des différentes étapes du problème a échappé à un seul élève. Par contre, seul un élève a vu que le résultat final nécessitait une division.

La réussite du problème 1 est basée sur les cinq compétences définies précédemment (page 21)

Schématisation du problème 1 :

Concernant la schématisation, on peut remarquer que tous les élèves ont fait un réel effort de ce côté. En effet, même les élèves les plus en difficultés ont réalisé des schémas. Ainsi, la variété de schéma a permis une comparaison et a montré qu'il y avait plusieurs schématisations possibles pour un seul problème (cf. annexe 6). Cette activité sur la schématisation a permis de montrer aux élèves un autre côté des problèmes mathématiques ce qui a motivé certains élèves qui ne l'étaient pas dans les activités de résolution ordinaires.

En analysant les différentes productions des élèves, on peut remarquer que dans la plupart des productions, la notion de paquet est représentée par des petits carrés (*cf. annexe 6*). De plus, les objets sont représentés par des bâtons, et quand il y a trop d'objets, il y a un début et une fin de représentation avec des pointillés entre les deux parties. EX : 111 ... 111. On retrouve également des représentations de ce genre avec une numérotation des éléments.

De plus, on remarque aussi certains schémas qui ne sont pas du tout en rapport avec l'énoncé, le schéma est fait pour le schéma et non pas pour la résolution du problème. Cependant il y a quand même quelques schémas qui sont en rapport avec l'énoncé et qui, de plus, permettent d'aider à résoudre l'étape du problème. En effet, les différents éléments sont représentés avec des liens entre eux. D'autres schémas ne sont pas terminés, on retrouve juste une représentation des données de l'énoncé sans organisation ni liens entre elles (*cf. annexe 6*).

On constate également que les schématisations qui ont été présentées au départ au tableau reviennent souvent dans les productions qui suivent. Les élèves utilisent ce qu'ils ont vu pour essayer de l'adapter à l'énoncé de l'étape suivante. C'est une bonne chose puisque cela montre qu'ils essaient de s'approprier ces schémas. Cependant, ceux-ci ne sont pas forcément adaptables aux étapes suivantes.

Problème 2 et sa schématisation:

Dans le problème 2, les compétences observées ont été plus ou moins bien réussies que pour le problème 1. En effet, les compétences 1 et 4 (*Être capable de transformer une quantité en paquets de 100 ; Être capable de voir que le résultat final nécessite une division et en trouver les données.*) ont été mieux maîtrisées que pour le premier problème. La compétence 3 (*Être capable d'identifier la nécessité de faire le total des résultats des différentes étapes du problème*) n'a pas subi de changement alors que les compétences 2 et 5 (*Être capable d'identifier le manque et de mettre en œuvre la procédure y répondant; Être capable de choisir la bonne opération (essentiellement dans les étapes où il s'agit du seul calcul à faire)*) ont été moins bien maîtrisées.

En général, lors de la résolution de ce problème, les élèves ont compris le sens de la question posée. De plus, les élèves ont fait de nombreux efforts pour répondre à la contrainte de la schématisation.

On remarque également certaines schématisations intéressantes. (*cf. annexe 7*). En effet, celles-ci sont en rapport avec l'énoncé qu'elles représentent et les liens entre les différentes données sont présents. Cependant, ces schémas sont ceux d'élèves qui ont

certaines facilités dans l'activité ordinaire de résolution de problème et non d'élèves en difficulté. En général, les élèves qui se trouvent en difficulté face à ces activités ordinaires ont également eu des difficultés lors de l'activité de résolution avec schématisation obligatoire.

De plus, on constate que la présence de données numériques en lettres ainsi que la nécessité de faire une division pour atteindre le résultat final pose toujours des problèmes aux élèves. D'autre part, dans l'activité de schématisation, les élèves ont toujours beaucoup de mal à lier le schéma proposé à l'énoncé du problème afin de le résoudre. On retrouve également des élèves qui font une phrase explicative en guise de schéma. (cf. *annexe 7*). Ici, la définition de ce qu'est un schéma serait à revoir.

Mais il faut prendre en compte le fait que pour résoudre ce problème, les élèves avaient la contrainte de la schématisation ce qui a pu être vécu comme une sur-tâche pour certains élèves. Ils se sont concentrés sur la schématisation et ont laissé de côté le processus de résolution du problème. Même des notions qui avaient été comprises lors de la résolution du premier problème n'ont pas été réussies ici. La contrainte de la schématisation a engendré des schémas pour les schémas et non pas pour aider à comprendre l'énoncé. Pour certains élèves, les schémas sont faits pour respecter la contrainte uniquement.

Notons également que les schémas ressemblent beaucoup à ceux obtenus lors du travail sur la schématisation du problème 1. L'objectif d'appropriation des schémas par les élèves est donc présent. Il aurait été atteint si les schémas avaient été correctement adaptés au nouveau problème et qu'ils en représentaient les différentes étapes.

Problème 3 :

Le problème 3 est beaucoup mieux réussi que les deux précédents. On peut remarquer, pour absolument tous les élèves, une augmentation du pourcentage de réussite entre le premier problème et le dernier. De plus, en comparant ce problème au problème 1, on remarque que seule la compétence 5 (*Être capable de choisir la bonne opération (essentiellement dans les étapes où il s'agit du seul calcul à faire)*) a subi une légère baisse. Toutes les autres compétences ont un meilleur taux de réussite. Ensuite, en le comparant au problème 2, on constate que seule la compétence 5 (*Être capable de choisir la bonne opération (essentiellement dans les étapes où il s'agit du seul calcul à faire)*) est restée au même niveau, alors que les autres se sont développées.

En observant les élèves pendant cette activité, j'ai pu me rendre compte que les élèves sont

rentrés dans l'activité de résolution de problème plus rapidement que pour les deux derniers problèmes. On peut imaginer que cela est dû à la familiarité qu'ils entretenaient maintenant avec ce type d'activité.

Schématisation du problème 3 :

La simple suggestion de la schématisation nous laissait penser que les élèves qui rencontreraient des difficultés y feraient appel et que les autres élèves ne s'en serviraient pas. Or, aucun élève n'a utilisé la schématisation de sa propre initiative, même les élèves les plus en difficulté. Cette schématisation est ici presque inexistante. Seuls deux élèves l'ont utilisée mais après une suggestion de ma part les voyant en difficulté. Cette schématisation est intéressante dans le sens où ces élèves ont repris le même type de schémas qu'on avait pu obtenir durant le travail sur le premier problème (cf. *annexe 8*). Cependant, les élèves avaient beaucoup de difficultés à imaginer que cette schématisation puisse les aider.

d) Analyse des résultats

Par cela, on peut remarquer que le problème 3 est globalement mieux réussi que les deux précédents. On peut donc imaginer que l'aide par les schémas, comme on a pu la mettre en place ici, a eu un impact positif sur la résolution de ce type de problèmes et qu'elle ait permis une évolution des représentations de ces problèmes. Cependant, la question qu'on peut se poser à ce stade de l'analyse est : Est-ce vraiment la schématisation qui a aidé les élèves dans la résolution de ces problèmes ?

On peut supposer qu'elle y est pour quelque chose mais qu'elle n'est pas le seul facteur entrant en jeu ici. En effet, quand on examine de plus près le problème 3 (*cf. annexe 1*), il paraît plus simple que les deux problèmes précédents (*cf. annexe 1*) : il possède moins d'étape pour atteindre le résultat final, les données numériques sont plus simples... De plus, il s'agit du troisième problème du même type. Ceux-ci sont donc devenus familiers pour les élèves, ces derniers peuvent donc anticiper les différents pièges qu'ils sont susceptibles de rencontrer. Outre cela, ces problèmes sont basés sur la même méthode de résolution. La proposition des deux premiers problèmes constitue donc un entraînement face à ce type de problème. On peut donc émettre l'hypothèse que le troisième problème reflète le résultat d'un entraînement.


De plus, dans ce type d'expérimentation où l'on propose des problèmes à différents moments, le contexte (familier, affectif, ...) dans lequel se trouve l'élève peut jouer un rôle dans la réussite ou non de la résolution d'un problème. Il en est de même pour le contexte de l'énoncé du problème qui peut être proche ou non du vécu de l'élève.

Même si la schématisation n'a pas été le seul facteur entrant en jeu dans cette expérimentation, je pense tout de même qu'il reste un facteur responsable de la réussite de ce dernier problème.

Concernant la schématisation, elle a été d'abord une activité à part entière puis une contrainte au sein d'une activité de résolution de problème et enfin une possibilité d'aide. On a pu remarquer que le problème pour lequel la schématisation était obligatoire, a été moins bien réussi. En effet, je pense que la schématisation a été perçue comme un frein pour les élèves plutôt que comme une aide. Les résultats du problème 3 vont dans ce sens puisque même lorsque les élèves se trouvaient en difficulté pour le résoudre, ils n'ont pas fait appel à la schématisation.

Ces résultats paraissent étonnants puisque lorsqu'il s'agit d'un adulte, la schématisation d'un problème est instinctive pour aider à se représenter la situation présentée dans l'énoncé. Pour les adultes, la schématisation est donc une aide. Ce qui n'est pas encore le cas pour des élèves de cycle 3.

Attardons-nous sur le cas de Margot (*cf. annexe 9*) (ses résultats sont présents en page 23). C'est en principe une élève qui possède des facilités dans les activités de résolution de problèmes mathématiques. On peut d'ailleurs le remarquer pour le problème 1 qu'elle réussit à 86%. Cependant, lors de la résolution du deuxième problème avec la contrainte de la schématisation, son taux de réussite diminue fortement. C'est le résultat qu'on peut obtenir quand on propose des activités moins scolaires à des élèves qui sont scolaires. On remarque d'ailleurs que dans l'activité de schématisation proposée à partir du problème 1, les schémas qu'elle propose reste très scolaire et les opérations à faire pour atteindre la résolution y sont omniprésentes. (*cf. annexe 9*)

En plus de tout cela, notons un point positif : aucun élève n'a fait de représentation réelle de ce qu'ils devaient représenter. En effet, on aurait pu avoir  plutôt que IIII... pour représenter des haricots. En cela, on peut voir que tous les élèves ont assimilé le principe d'un schéma.

J'ai pu discuter avec Mr Géniaut quelques semaines après avoir terminé la mise en place de cette aide pour faire un retour sur tout cela. Il n'a pas été surpris des résultats obtenus après analyse des productions des élèves. Il m'a d'ailleurs montré l'activité qu'il a eu l'occasion de proposer à ses élèves quelques semaines après mes interventions. (*cf. annexe 10*) Il s'agit dans ces problèmes de trouver la donnée manquante. L'enseignant m'a affirmé que pour retrouver cette donnée dans chacun des problèmes, six élèves sur huit sont partis de schémas. Ceci montre bien que les élèves se sont approprié les schémas travaillés précédemment afin de les réutiliser dans d'autres circonstances.

Une question vient alors à se poser : N'était-ce pas le type de problème qui n'était pas approprié à l'activité de schématisation ?

En effet, les problèmes proposés comportaient des décimaux ce qui n'est pas évident à schématiser. De plus, ils ne nécessitent pas forcément une schématisation mais plutôt une réorganisation des données pour atteindre la résolution.

Pour terminer, il est important de noter que cette expérimentation ne s'est faite qu'avec huit élèves. Les calculs de pourcentage qui ont été faits n'auraient peut-être pas été les mêmes s'ils avaient faits avec vingt élèves.

e) Prolongement

Afin de répondre aux différentes questions posées précédemment et pour donner plus de pertinence à cette recherche, il serait intéressant de faire ce même travail avec plus d'élèves.

On pourrait également refaire le même travail avec d'autres types de problèmes afin de comparer la pertinence de cette aide en fonction du type de problème proposé.

Il serait également intéressant de donner les trois problèmes proposés dans cette expérimentation à cinq autres élèves de CM2, à un autre moment de l'année et d'en comparer les résultats.

Enfin, pour répondre à la question de la difficulté présente dans ces différents problèmes, on pourrait les donner à trois en même temps à une classe de CM2 et en analyser les résultats. Ainsi, on pourrait vérifier leur facilité de résolution.

Conclusion

Par le nombre de facteurs entrant en jeu dans cette mise en place de l'aide par la schématisation (répétitions des problèmes, leur faisabilité, la familiarité avec l'activité proposée...) ainsi que les complexités qui relèvent de l'activité de schématisation, on a pu voir qu'il est difficile de déterminer si cette séquence sur la schématisation a aidé les élèves dans leur représentation du problème. Cependant, le fait que certains élèves aient réutilisé la schématisation lors du dernier problème laisse à penser que, pour eux, la schématisation reste une aide pour comprendre le problème et qu'ils se la sont appropriée. On a également pu remarquer qu'imposer la schématisation n'était pas forcément une aide et qu'elle était parfois perçue comme un frein. Comme on a pu le voir avec le deuxième problème.

Cette aide possède un inconvénient : elle est composée de deux types de compétences en une seule activité. En effet, la première relève de l'élaboration de schémas et la seconde, de la résolution du problème elle-même. De plus, ces deux activités sont liées entre elles puisque la première activité (la schématisation) est un outil pour la réussite de la deuxième activité (la résolution du problème). C'est en cela que réside toute la complexité de cette aide.

De plus, il n'y a pas de moyens de vérifier la représentation que les élèves se font d'un problème. La seule vérification qu'on puisse faire de l'extérieur est celle qui porte sur le résultat donc sur la résolution du problème en elle-même.

Cependant, cette mise en place de l'aide par les schémas, comme on a pu le voir dans l'expérimentation, possède l'avantage d'être motivante. D'autre part, étant donné qu'elle est moins scolaire que la résolution de problème traditionnelle, elle permet de faire entrer des élèves en difficultés dans cette activité. Enfin, elle permet également de montrer aux élèves qu'il n'y a pas qu'une seule façon d'aborder les problèmes mathématiques.

La réussite de cette aide par rapport à l'objectif que je m'étais fixé n'a pas vraiment été validée. A ce stade, on ne peut pas dire si c'est la mise en place de l'aide par la

schématisation qui a permis aux élèves de mieux réussir le dernier problème ou si un autre facteur a influencé la résolution.

Pour vérifier cela, il faudrait maintenant réitérer cette expérimentation dans une autre classe, un autre contexte, à un autre moment de l'année... Il faudrait également vérifier la pertinence des problèmes en fonction des critères à partir desquels ils sont élaborés. C'est-à-dire, désigner les critères pour lesquels l'aide comme elle a été mise en place donne des résultats plus concluants.

Bibliographie

CHARNAY R., (1988), Apprendre par la résolution de problèmes, *Grand N*, N°42, Irem de Grenoble.

DEMONTY I, FAGNANT A, LEJONG M, 2007, *Résoudre des problèmes : Pas de problèmes !*, édition DE BOECK.

DESCAVES A., 1992, *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*, éditions Hachette éducation, Paris.

GAMO S., 2001, *Résoudre des problèmes, cycle 3*, Bordas pédagogie, Paris.

JULO J, 2002, Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes, *Grand N*, N°69, Irem de Grenoble.

NGUALA J.B., 2005, La multireprésentation, un dispositif d'aide à la résolution des problèmes, *Grand N*, n°76, irem de Grenoble.

SAYAC N., PELTIER-LECULLEE I., (2004), Questionner l'énoncé pour résoudre le problème, *Grand N*, N°74, Irem de Grenoble.

VALENTIN D., (1988), Est-il possible d'apprendre à résoudre des problèmes ?, *Grand N*, N°42, Irem de Grenoble.

VERGNAUD G., 1997, *Le moniteur de mathématiques, cycle 3*, Editions Nathan, Paris.

Programmes officiels

Programmes officiels de 2002

Documents d'accompagnement de 2002

Programmes officiels de 2008, BO du 19 juin 2008

« *Le nombre au cycle 2* », Collection "Ressources pour faire la classe" MEN - CNDP, août 2010

Sitographie

PERNOUX: dpernoux.chez-alice.fr/problemes.pps

DUQUESNES F. : http://www.ac-aix-marseille.fr/wacam/upload/docs/application/pdf/2010-03/gap_resolution_de_problemes_duquesne.pdf

Annexes

Annexe 1 : Les problèmes	P 33
Annexe 2 : Analyse du problème 1.....	P 34
Annexe 3 : Analyse du problème 2.....	P 39
Annexe 4 : Analyse du problème 3.....	P 45
Annexe 5 : Quelques productions d'élèves pour le problème 1.....	P 49
Annexe 6 : Schématisations du problème 1.....	P 51
Annexe 7 : Schématisations du problème 2.....	P 52
Annexe 8 : Schématisations du problème 3.....	P 53
Annexe 9 : Productions de Margot.....	P 54
Annexe 10 : Problèmes donnés par Mr Géniaut.....	P 56

Annexe 1

Problème 1 :

Le directeur d'une école composée de 10 classes prépare sa commande de papier pour l'année. Les feuilles sont obligatoirement vendues par paquet de 100. Il commande 23 paquets de feuilles blanches qui lui seront facturés 8,75 € le paquet; 1800 feuilles rouges qui lui seront facturées 7,50€ le lot de 100 feuilles; quatre cartons de 15 paquets de feuilles cartonnées qui lui seront facturés 12€ le paquet. Enfin, il commande assez de feuilles vertes pour en avoir 2517 sachant qu'il lui en reste encore 2067. Ces feuilles vertes lui seront facturées 7,15€ le paquet de 100 feuilles. Il ne commande ni feuilles bleues ni feuilles jaunes car il lui en reste assez pour passer l'année. Sachant qu'il y a 52 semaines dans une année, combien cela lui coûte-t-il par semaine?

Problème 2 :

Madame Carpentier est la personne qui s'occupe de la cantine de l'école. Elle est chargée de faire les courses pour une semaine pour les 30 enfants qui mangent dans cette cantine. Elle achète 0,5 kg de viande par enfant à 18€ le kg de viande; 17 kg de riz à 3,25€ le kg; 2100 haricots verts à 0,75€ le fagot de 100; trois lots de 8 paquets de spaghetti à 1,5€ le paquet.

Enfin, elle achète assez de poisson pour en avoir 1kg par enfant sachant qu'il lui en reste 5 kg. Le poisson est vendu 17€ le kg.

Combien cela coûtera-t-il par enfant?

Problème 3 :

Le directeur d'une école de 60 élèves a dépensé 1114€ ce mois-ci.

Il a tout d'abord acheté 60 cahiers à 2,50€ le cahier. Ensuite, il lui fallait 200 crayons à 7,50€ le lot de 100 crayons. Il a également acheté 30 livres de géographie pour les CM à 13,50€ le livre. Il a enfin dépensé le reste en achetant des dictionnaires. Sachant qu'un dictionnaire lui coûte 17€, combien a-t-il pu en avoir?

Annexe 2

Légende pour les annexes 2, 3, 4 :

<u>✓</u>	L'étape est réussie dans sa totalité.
<u>x</u>	L'étape n'est pas réussie. (procédure et calcul faux)
<u>✓ P x EC</u>	La procédure est bonne mais il y a une ou plusieurs erreurs de calcul
<u>x ✓ C</u>	La procédure est incorrecte mais le calcul est bon.

Problème 1

	Ne pas utiliser les données du contexte comme données nécessaires à la première étape de calcul.	Étape 1	Étape 2		Étape 3			Étape 4			Étape 5	
		23 x 8,75 Calcul	1800 c'est 18 paquets de 100	18 x 7,50 calcul	« quatre » écrit en lettres	4x15x12	Calcul	Manque : 2517-2067 =450	450 → 5 lots	5 x 7,15 Calcul	Total : 201,25+ 135+72 0+35,75 =1092	Division : 1092/52 =21
Aurélien	✗ utilisation du « 100 »	✓	✗ il a confondu étape 2 et 3	✗	✗	✗	✗	✗ multiplication ✓ C	✗	✗	Rien	Rien
Zoé	✓	✓ P ✗ EC	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗ 450 x 7,15 ✓ C		✓ P ✗ EC	Rien
Éva	✓	✓	✗	✗ 1800x 7,50	✓	✓	✓	✗ 2517x7,15	✗	✓ C	✓ P ✗ EC	Rien
Enzo	✓	✓	✓	✓ ✗ EC	✗	✗ 15x12	✓	✓ Addition à trou	✗	4x7,15	✓ P ✗ EC	Rien
Lou	✓	✓	✗	✗ 1800x 7,50	✗	✗ 15x12	✓	✓	✗	450 x 7,15	✓ P ✗ EC	Rien
Margot	✓	✓ P ✗ EC	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Rien
Maxime	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗ 450 → 4 lots	4 x 7,15 ✓ C	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC
Quentin	✓	✓ P ✗ EC	✗	✗ 1800x 7,50	✓	✓	✓	✗ addition	✗	✗	✓ P ✗ EC	Rien

Problème 1

Le directeur d'une école composée de 10 classes prépare sa commande de papier pour l'année. Les feuilles sont obligatoirement vendues par paquet de 100. Il commande 23 paquets de feuilles blanches qui lui seront facturés 8,75 € le paquet; 1800 feuilles rouges qui lui seront facturées 7,50€ le lot de 100 feuilles; quatre cartons de 15 paquets de feuilles cartonnées qui lui seront facturés 12€ le paquet. Enfin, il commande assez de feuilles vertes pour en avoir 2517 sachant qu'il lui en reste encore 2067. Ces feuilles vertes lui seront facturées 7,15€ le paquet de 100 feuilles. Il ne commande ni feuilles bleues ni feuilles jaunes car il lui en reste assez pour passer l'année. Sachant qu'il y a 52 semaines dans une année, combien cela lui coûte t-il par semaine?

Schématisation :

	<u>Étape 1</u>	<u>Étape 2</u>	<u>Étape 3</u>	<u>Étape 4</u>	<u>Étape 5</u>
Aurélien	Représentation des 23 paquets sous forme de carrés.	Représentation de 28 ? carrés. Pas du tout en rapport avec l'énoncé	Les 4 cartons et les 15 paquets de feuilles sont représentés mais séparément.	Pas de schéma, juste une écriture de l'opération.	X
Zoé	Représentation et numérotation des 23 paquets sous forme de carrés.	Représentation des 1800 feuilles sous forme de carrés avec des pointillés entre deux. Écriture de l'opération en dessous. Pas de lien entre le dessin et la résolution.	Seuls les 15 paquets de feuilles sont représentés.	Représente l'intervalle entre 2067 et 2517 par une flèche avec un point d'interrogation. (=Schématisation de l'opération à trou) L'opération à faire est écrite en dessous.	X

Éva	Représentation des 23 paquets sous forme de carrés et numérotation des 9 premiers.	Idem Zoé	Les 4 cartons sont représentés avec le chiffre 15 à l'intérieur représentant les 15 paquets de feuilles. L'opération est écrite en dessous.	Représente les 2517 feuilles par des carrés avec des pointillés entre deux. Pas de lien avec la résolution.	X
Enzo	ABS				
Lou	Représentation des 23 paquets sous forme de carrés et numérotation des 3 premiers	Idem Zoé	Idem Eva	Représente les 2517 feuilles par des carrés avec des pointillés entre deux. La résolution se fait par le calcul et non à l'aide du schéma : « le schéma pour la schéma. »	Représente un grand carré pour le 52 semaines. Elle ne fait pas le lien avec ce qui est attendu.
Margot	Représentation des 23 paquets sous forme de carrés + écriture du prix sous l'ensemble des paquets.	Représentation de 18 carrés représentant les 1800 feuilles en 18 paquets de 100.	Seuls les 15 paquets de feuilles sont représentés. Le calcul est écrit en dessous. Pas de lien entre les deux. Elle n'a pas représenté les 4 cartons mais les a écrit dans son calcul.	Pas de représentation.	Représente l'ensemble total de feuilles. Pas de suite.
Maxime	Représentation des 23 paquets sous forme de carrés avec à l'intérieur le nombre de feuilles (100)	Idem Zoé	Les 4 cartons sont représentés avec « 15p » à l'intérieur représentant les 15 paquets de feuilles. L'opération est écrite en dessous.	Représente les 2517 feuilles par des carrés avec des pointillés entre le début et la fin pour ne pas tout écrire. Il indique aussi le numéro de la feuille 2067 au milieu et entoure de la feuille 2067 à la feuille 2517.	X

Quentin	Représentation des 23 paquets sous forme de carrés + écriture du prix du paquet sous l'ensemble des paquets.	Représentation de 18 carrés représentant les 1800 feuilles en 18 paquets de 100.	Les 4 cartons sont représentés avec « 15 » à l'intérieur représentant les 15 paquets de feuilles. L'opération est écrite en dessous.	Représente les 2517 feuilles par des carrés avec des pointillés au milieu.	X
---------	--	--	--	--	---

Annexe 3

Légende pour les annexes 2, 3, 4 :

<u>✓</u>	L'étape est réussie dans sa totalité.
<u>x</u>	L'étape n'est pas réussie. (procédure et calcul faux)
<u>✓ P x EC</u>	La procédure est bonne mais il y a une ou plusieurs erreurs de calcul
<u>x ✓ C</u>	La procédure est incorrecte mais le calcul est bon.

Problème 2

	Étape 1			Étape 2		Étape 3			Étape 4			Étape 5			Étape 6	
	30 élèves	30x0,5x18	calcul	17x3,25	calcul	2100 → 21 lots	21x0,75	calcul	« trois » écrit en lettres	3x8x1,5	calcul	Manque 30-5	25x17	Calcul	Total : addition	Division /30
Aurélien	✗	✗ 18x0,5	✗ EC	✓	✗EC	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✗ 30x17	✓	✗	Rien
Zoé	✓	✓ P	✗ EC	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✓ addition à trou	✓	✓	✓ P ✗ EC	Rien
Éva	✓	✗ 30x0,5+ 18x0,5	✗EC	✓	✗EC	✓	✗ 21x0,75 x30	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC
Enzo	✓	✗ 30x0,5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ addition à trou	✓	✓	✓ P ✗ EC	Rien
Lou	✓	✗ 0,15x18	✗	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓ P ✗ EC	Rien
Margot	✓	✓	✓	✗ x30	✗	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✗ 17x30	✓	✓ P ✗ EC	Rien
Maxime	✓	✓	✓	✓	✗EC	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗EC	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC
Quentin	✗	✗ 18x0,5	✓	✓	✓	✗	✗ 2100x 0,75	✓	✗	✗	✓	✗	✗ 17x5	✓	✓ P ✗ EC	Rien

Madame Carpentier est la personne qui s'occupe de la cantine de l'école. Elle est chargée de faire les courses pour une semaine pour les 30 enfants qui mangent dans cette cantine.

Elle achète 0,5 kg de viande par enfant à 18€ le kg de viande; 17 kg de riz à 3,25€ le kg; 2100 haricots verts à 0,75€ le fagot de 100; trois lots de 8 paquets de spaghetti à 1,5€ le paquet.

Enfin, elle achète assez de poisson pour en avoir 1kg par enfant sachant qu'il lui en reste 5 kg. Le poisson est vendu 17€ le kg.

Combien cela coûtera t-il par enfant?

Consigne donnée aux élèves : Résouds le problème suivant en schématisant chaque étape.

La schématisation du problème

∅ : le schéma est incorrect

x : le schéma n'aide pas la résolution

✓ : le schéma implique la résolution de cette étape.

<u>Prénom</u>	<u>Schémas</u>						<u>Commentaires</u>
	<u>Étape 1</u>	<u>Étape 2</u>	<u>Étape 3</u>	<u>Étape 4</u>	<u>Étape 5</u>	<u>Étape 6</u>	
Aurélien	Pas de schématisation de ces étapes, justes des phrases explicatives.						
Zoé	Elle fait un schéma pour le schéma mais ne l'utilise pas dans la résolution de l'étape.	Pas de schématisation, la feuille n'est utilisée que pour poser les opérations.					
Éva	∅ Elle a représenté 18 carrés, auxquels elle a attribué 0,5. Or 18 est le prix au kilo de la viande et 0,5 est la quantité de viande par enfant.	✓ Elle représente les 17 paquets de riz et attribut un prix à chacun.	Elle essaie de représenter 2100 éléments mais se rend compte que ça fait trop. Elle décide alors de n'en représenter que 21 auxquels elle attribut un prix.	Le début de la schématisation est correct mais la fin n'a pas de rapport avec l'énoncé. La résolution de cette étape est correcte alors que le schéma n'aide en rien cette résolution. Elle a fait un schéma pour faire un schéma.	Elle fait un schéma pour le schéma mais ne l'utilise pas dans la résolution de l'étape.	Pas de schématisation.	Elle fait toujours le même type de schéma.
Enzo	Aucune schématisation. Il explique juste son raisonnement et pose ses opérations.						

<u>Prénom</u>	<u>Schémas</u>						<u>Commentaires</u>
	<u>Étape 1</u>	<u>Étape 2</u>	<u>Étape 3</u>	<u>Étape 4</u>	<u>Étape 5</u>	<u>Étape 6</u>	
Lou	Chacune de ces étapes est schématisée. En effet, toutes les données sont représentées mais sans réel lien entre elles. Par exemple, pour l'étape 2, elle schématise les 17 kg de riz par un « nuage » de petits points et écrit 3,25€ à côté.					Pas de schématisation.	Elle fait des schémas assez représentatifs de la réalité : le riz est représenté par des points, les haricots sont dessinés avec les détails, le poisson est vraiment dessiné.
Margot	Elle représente 30 fois 0,5 kg. Ce qui constitue la viande. C'est n'est pas réellement un schéma juste une représentation écrite organisée des données de l'énoncé.	Idem.	Pas de schématisation de ces étapes.				

<u>Prénom</u>	<u>Schémas</u>						
	<u>Étape 1</u>	<u>Étape 2</u>	<u>Étape 3</u>	<u>Étape 4</u>	<u>Étape 5</u>	<u>Étape 6</u>	<u>Commentaires</u>
Maxime	Il dessine un enfant auquel il attribue 0,5 kg de viande. Le reste de l'étape n'est pas représenté.	Le schéma n'est pas très représentatif de la situation. Il fait un schéma pour faire un schéma mais pour la résolution.	Pas de schématisation.	Il représente les trois lots par des grands carrés et les 8 paquets dans chaque lot par des petits carrés. Par contre, le pris des paquets n'est pas représenté.	Pas de schématisation.		Il a fait des schémas pour suivre la consigne et non pour s'en servir comme outil de résolution.
Quentin	Il schématise par des petits carrés. Il représente 18 petits carrés. Il fait ensuite correspondre un petit carré à une donnée : 0,5. Le schéma ne l'aide pas à résoudre cette étape.	Cette fois-ci, il représente chaque kilo de riz auxquels il associe un prix. La schématisation est correcte et est en accord avec la résolution de cette étape.	Il représente les 2100 haricots par des carrés mais avec des pointillés entre deux pour ne pas avoir à tout représenter. Cette schématisation ne l'aide pas dans la résolution.	La schématisation est incorrecte cependant, cela est peut être lié à une mauvaise lecture de l'énoncé.	Pas de schématisation.		Tous les schémas qu'il a pu faire sont systématiquement du même type : des petits carrés pour représenter un objet.

∅ : le schéma est incorrect

✗ : le schéma n'aide pas la résolution

✓ : le schéma implique la résolution de cette étape.

Annexe 4

Légende pour les annexes 2, 3, 4 :

<u>✓</u>	L'étape est réussie dans sa totalité.
<u>x</u>	L'étape n'est pas réussie. (procédure et calcul faux)
<u>✓ P x EC</u>	La procédure est bonne mais il y a une ou plusieurs erreurs de calcul
<u>x ✓ C</u>	La procédure est incorrecte mais le calcul est bon.

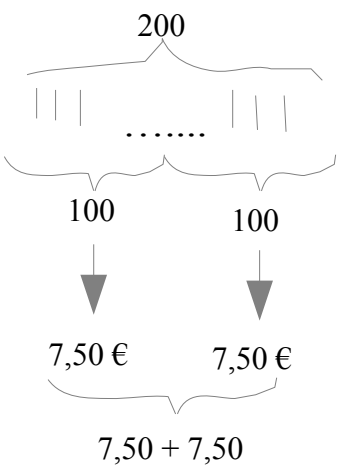
Problème 3

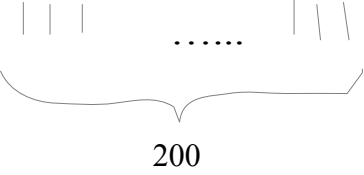
	Étape 1		Étape 2			Étape 3		Étape 4		
	60 x 2,50	calcul	200 → 2 lots	2 x 7,50	calcul	30 x 13,50	calcul	Total	1114 – total = X	X/17
Aurélien	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ soustraction de chaque résultat	✓	✓ P ✗ EC
Zoé	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ addition à trou	✓
Éva	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Enzo	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC
Lou	✓	✓	✗ 200 x 7,50	✗	✗	✓	✓	✓ P ✗ EC	✗	✗
Margot	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ par addition répétée	
Maxime	✓	✓	✓	✓	✓	✓ P	✗ EC	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC	✓ P ✗ EC
Quentin	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗ Essais successifs et à choisi le résultat pour lequel on est le plus proche de 1114€	

Le directeur d'une école de 60 élèves a dépensé 1114€ ce mois-ci.

Il a tout d'abord acheté 60 cahiers à 2,50€ le cahier. Ensuite, il lui fallait 200 crayons à 7,50€ le lot de 100 crayons. Il a également acheté 30 livres de géographie pour les CM à 13,50€ le livre. Il a enfin dépensé le reste en achetant des dictionnaires. Sachant qu'un dictionnaire lui coûte 17€, combien a-t-il pu en avoir?

Les schémas :

Prénom	Schéma(s)	
Aurélien	 <p>The diagram shows a large bracket at the top labeled '200' spanning over two groups of vertical lines. Each group has a bracket below it labeled '100'. Below each '100' is a downward arrow pointing to '7,50 €'. A final bracket at the bottom spans both '7,50 €' values and is labeled '7,50 + 7,50'.</p>	<p>Il a réalisé un schéma sur ma proposition. En effet, Aurélien avait quelques problèmes avec cette étape ce qui l'empêchait d'avancer. Il ne voulait pas sauter une étape. Je lui ai donc proposé de faire un schéma en s'aidant de ce qui avait été fait la semaine précédente sur la schématisation des problèmes.</p>
Zoé	<p>✗ Elle n'a pas fait du tout de schéma. Elle a utilisé la feuille de brouillon uniquement pour poser ses opérations.</p>	
Éva	<p>✗ Elle n'a pas fait du tout de schéma. Elle a utilisé la feuille de brouillon uniquement pour poser ses opérations.</p>	
Enzo	<p>✗ Il n'a pas fait du tout de schéma. Il a utilisé la feuille de brouillon uniquement pour poser ses opérations.</p>	
Lou	<p>✗ Elle n'a pas fait du tout de schéma. Elle a utilisé la feuille de brouillon uniquement pour poser ses opérations.</p>	
Margot	<p>✗ Elle n'a pas fait du tout de schéma. Elle a utilisé la feuille de brouillon uniquement pour poser ses opérations.</p>	
Maxime	<p>✗ Il n'a pas fait du tout de schéma. Il a utilisé la feuille de brouillon uniquement pour poser ses opérations.</p>	

Quentin	<p>Il a schématisé l'étape 2 sur ma proposition mais n'a pas compris le principe. C'est en reformulant l'étape que l'élève a fini par comprendre la notion de lots de 100.</p> 
---------	--

Remarque : Aucun élève n'a eu l'idée de faire un schéma alors qu'ils en avaient réalisé durant les 2 semaines précédentes et qu'il leur avait été rappelé en début de séance qu'ils avaient le droit de s'en aider. La schématisation n'a pas été perçue comme une aide mais plutôt comme un frein à la résolution du problème.

Le problème 3 a été résolu avec plus de réussite que le problème 1.

Annexe 5

Maxime :

Je cherche combien cela lui coûtera par semaine.
pour les feuilles blanches.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{23} \overset{11}{23} \\
 \times 8,75 \\
 \hline
 113 \\
 1610 \\
 18400 \\
 \hline
 = 201,25\text{€}
 \end{array}$$

Aurélien :

Je cherche la commande des classes

$$\begin{array}{r}
 \cancel{100} \\
 \times \cancel{10} \\
 \hline
 000 \\
 1000 \\
 \hline
 1000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \cancel{100} \\
 \times \cancel{23} \\
 \hline
 231 \\
 \times 8,75 \\
 \hline
 ,15
 \end{array}$$

Pour des paquet de 100.
 $100 \times 10 = 1000$

Pour les ¹¹ feuilles blanches
 $\cancel{23} \overset{11}{23} \times 8,75 = 201,25 \times \cancel{1000}$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{23} \overset{11}{23} \\
 \times 8,75 \\
 \hline
 25 \quad = \quad ,15
 \end{array}$$

Zoé :

Je cherche combien il cela lui coûtera par semaine
1^{er} de prix des 23 paquets de feuilles blanches.
 $23 \times 8,75 = 201,35$

Eva :

1^{er} étape : - nombre de feuilles blanches.
~~201~~
 $8,75 \times 23 = 201,25$ euros

Enzo :

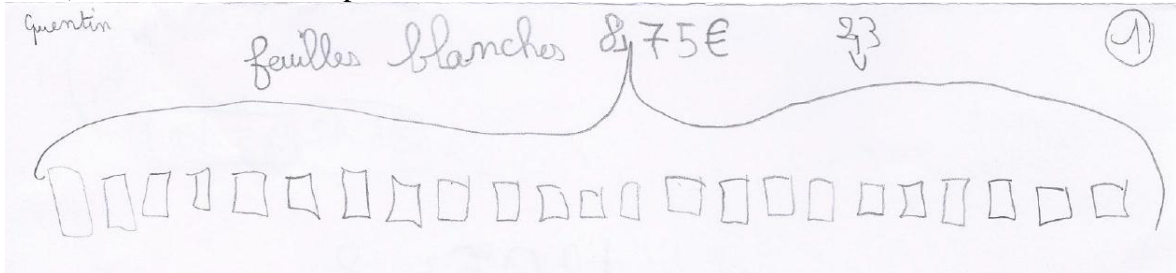
Je cherche combien il paye par
semaine.

- les feuilles blanches

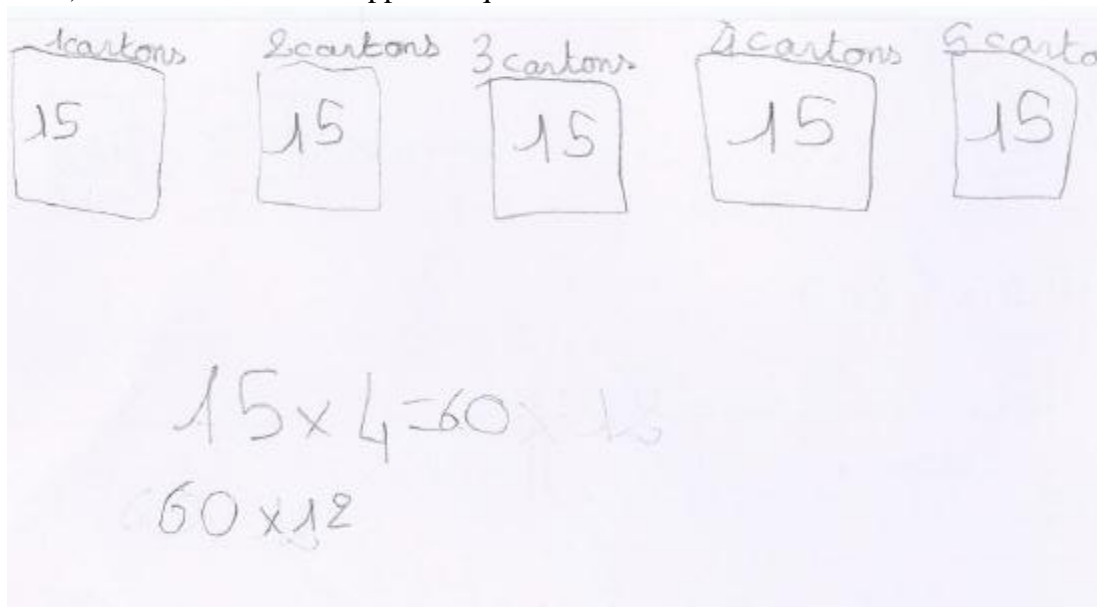
$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 8,75 \\ \hline 115 \\ + 1610 \\ \hline 201,25 \text{ euros} \end{array}$$

Annexe 6

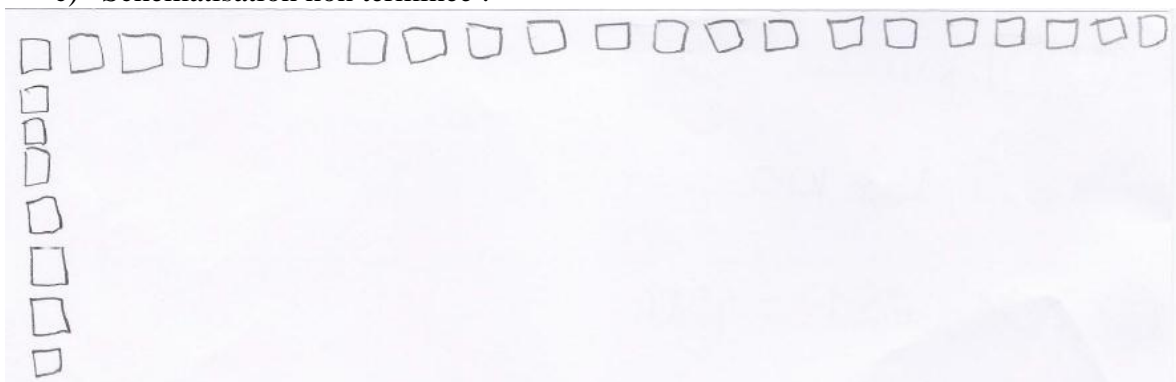
a) Schématisation de petits carrés :



b) Schématisation en rapport et qui aide à la résolution :



c) Schématisation non terminée :



Annexe 7

a) Schématisation correcte

Handwritten work for part a) showing a correct schematicization of the problem. It includes:

- A box labeled "0,5 kg".
- The equation $0,5 \times 30 =$.
- A vertical multiplication: $\begin{array}{r} 0,5 \\ \times 30 \\ \hline 00 \\ + 150 \\ \hline = 150 \end{array}$
- A horizontal multiplication: $\begin{array}{r} 18 \\ \times 0,5 \\ \hline 90 \\ + 000 \\ \hline = 90 \end{array}$
- A grid of boxes representing the multiplication process, with some boxes containing "0,5".
- The final sum: $150 + 90 = 240$.

b) Phrase explicative à la place du schéma :

Handwritten work for part b) providing an explanatory phrase instead of a schematic. It includes:

- The text "le poisson" (the fish) and "Euros" (Euros).
- The calculation: $\begin{array}{r} 15 \text{ ce qui elle a déjà} \\ + 25 \text{ ce qu'elle doit acheter de paquets} \\ \hline = 30 \text{ kg} \end{array}$
- The calculation: $\begin{array}{r} 825 \text{ kg} \\ + 14 \text{ euros de K} \\ \hline 115 \\ + 250 \\ \hline = 425 \text{ euros} \end{array}$

Annexe 8

Schématisation de Aurélien :



Annexe 2

Productions de Margot pour le problème 1 :

83 paquets à 8,75 un paquet

$$8,75 \times 83 =$$

Productions de Margot pour le problème 2 :

41 - Le prix de la viande :

$$0,5 \times 30 = 15,0 \quad 15,0 \times 18 = 270,0$$

Le prix de la viande pour tout les enfants est 270,0 €.

- Le prix du riz :

$$(0,75 \times 21 = 15) \quad 3,25 \times 17 = 55,25 \quad 55,25 \times 30 = 1657,50$$

Le prix du riz est à 1656,50 €

- Le prix des haricots verts :

$$0,75 \times 21 = 15,75$$

Le prix des haricots est 15,75 €

- Le prix des spaghetti :

$$8 \times 1,5 = 12,0$$

- Le prix des (spaghetti) poisson

$$17 \times 30 = 510$$

Le prix des poisson est 510 €

Je cherche combien coûtera t-il par enfant.

$$17 + 18 + 3,25 + 0,75 + 1,5 = 40,50$$

11	40,5		10,5
X 18			X 30
	40		= 00
+ 050			150
	09,0		150
			150
			18
			1200
			1500
			170,0

0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

viande

Production de Margot pour le problème 3 :

if Je cherche combien il a pu avoir de dictionnaires
 Le prix des cahiers $60 \times 25 = 1500$
 Le prix des crayons $7,50 \times 2 = 15,00$
 Le prix des livres $(30 \times 7,50 = 225,00)$ $30 \times 13,50 = 405$
 $(130) (225) + 150 + 15 = (490)$ $(135) (390)$ $150 + 15 + 405 = 570$
 $(490 + 35 \times 17) \rightarrow$ j'ai fait $17 + 17 + 17$ etc et j'ai trouvé $\times 32$.
 Le directeur a acheté 32 dictionnaires.

$\begin{array}{r} 1350 \\ \times 130 \\ \hline 0000 \\ 40500 \\ \hline 46500 \end{array}$	$\begin{array}{r} 135,00 \\ + 150 \\ + 15 \\ \hline 490 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ \hline 2495 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ \hline 626 \end{array}$	$\begin{array}{r} 626 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ 17 \\ \hline 2962 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ \hline 4650 \end{array}$
---	---	--

Annexe 10 :

Date :

5.



Pour chaque problème, écris les données manquantes.

- 1** Jean-Philippe achète des livres à une foire à la brocante : 8 bandes dessinées à 1,90 € ; des romans policiers à 2,50 € le lot ; 4 dictionnaires à 8 €.
Il dépense 59,70 €.
Combien de romans policiers a-t-il achetés ?

- 2** Jean-Philippe achète des livres à une foire à la brocante. Il achète des bandes dessinées à 1,90 € ; des romans policiers à 2,50 € le lot de 5 et 4 dictionnaires à 8 €.
Il dépense 59,70 €.
Combien de romans policiers a-t-il achetés ?

- 3** Jean-Philippe achète des livres à une foire à la brocante. Il achète 8 bandes dessinées à 1,90 € ; des romans policiers à 2,50 € le lot de 5 ; des dictionnaires à 8 €.
Il dépense 59,70 €.
Combien de romans policiers a-t-il achetés ?

- 4** Jean-Philippe achète des livres à une foire à la brocante. Il achète 8 bandes dessinées à 1,90 € ; 5 lots de romans policiers à 2,50 € le lot ; 4 dictionnaires à 8 €.
Il dépense 59,70 €.
Combien de romans policiers a-t-il achetés ?

Résumé

Ce mémoire aborde la résolution de problèmes mathématiques en cycle 3. Nous nous sommes demandé si l'aide par la production de schémas (la schématisation) permettait aux élèves une meilleure réussite dans la résolution de problèmes. Pour cela, une expérimentation est menée avec huit élèves de CM2. Celle-ci se compose d'une phase de présentation de l'aide, une phase d'appropriation et une dernière offrant la possibilité ou non de réinvestir cette aide. La tâche des élèves a consisté, dans les trois phases, à résoudre des problèmes de même « type » (dans un sens que nous définissons dans le mémoire).

L'observation des élèves et l'étude de leurs productions ont montré un certain intérêt des élèves pour ce type de tâche et un effet positif sur leur réussite. D'autre part, les élèves ont réinvesti cette aide dans un autre contexte.

Ces résultats sont à relativiser étant donné la difficulté de contrôler les nombreuses variables qui entre en jeu dans la résolution de problèmes.

Mots clés : Résolution de problèmes, schémas, aide, représentation, mathématiques.