



HAL
open science

Le rôle de la manipulation dans la résolution de problèmes au cycle 2

Céline Rocha

► **To cite this version:**

Céline Rocha. Le rôle de la manipulation dans la résolution de problèmes au cycle 2. Education. 2012. dumas-00742788

HAL Id: dumas-00742788

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00742788>

Submitted on 18 Oct 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MASTER 2 SMEEF
SPÉCIALITÉ « PROFESSORAT DES ÉCOLES »
ANNÉE 2011/2012
SEMESTRE 4**

INITIATION À LA RECHERCHE

MÉMOIRE

**NOM ET PRÉNOM DE L'ÉTUDIANT : ROCHA Céline
SITE DE FORMATION : Valenciennes
SECTION : B**

**Intitulé du séminaire de recherche : Mathématiques
Intitulé du sujet de mémoire : Le rôle de la manipulation dans la résolution de problèmes au
cycle 2
Nom et prénom du directeur de mémoire : Bruno RAWECKI**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

Sommaire

<u>I – Les recommandations</u>	3
A) Les problèmes	3
a. <u>Les textes officiels</u>	3
i. <u>Les programmes de 2002</u>	
ii. <u>Les programmes de 2008</u>	
b. <u>La recherche</u>	6
i. <u>Qu'est-ce qu'un problème ?</u>	
ii. <u>Pourquoi faire des problèmes au cycle 2 ?</u>	
B) L'activité manipulatoire	10
a. <u>Les textes officiels</u>	10
b. <u>La recherche</u>	11
i. <u>Les rôles de la manipulation</u>	
ii. <u>Le matériel de manipulation</u>	
iii. <u>Ses limites</u>	
<u>II – Les pratiques de classe</u>	17
A) Questionnaires à destination des enseignants	17
B) Analyse des résultats	17
a. <u>Cycle 1</u>	18
b. <u>Cycle 2</u>	19
c. <u>Cycle 3</u>	20
C) Limites	21
<u>III- Protocole expérimental</u>	22
A) Objectifs principaux	22
B) Déroulement des séances	23
a. <u>Première séance : « Qui a le plus ? Qui a le moins ? »</u>	23
b. <u>Deuxième séance : « la marchande »</u>	24
c. <u>Troisième séance : « Le magasin de jouets »</u>	26
d. <u>Quatrième et cinquième séance</u>	27
e. <u>Sixième séance</u>	29
C) Bilan et analyse	29

Certaines activités évoluent tout au long de la scolarité d'un élève. Ce dernier se trouvera alors confronté à des situations nouvelles tandis qu'il en abandonnera d'autres. C'est ainsi qu'à l'école maternelle on pratique la lecture d'histoires, les jeux mathématiques... qui se perdent en élémentaire au profit d'exercices, de leçons... C'est dans cette évolution que l'on peut facilement constater la disparition progressive du matériel au sein des classes.

Le domaine d'apprentissage qui nous intéresse ici sont les mathématiques, et plus particulièrement la résolution de problèmes. Ce choix s'est fait suite à différentes observations dans des classes de cycle 2. J'ai en effet remarqué que lorsque les élèves présentaient des difficultés, les enseignants avaient très souvent recours à la manipulation. Dans ces situations, elle est alors utilisée comme outil de remédiation. Après différents stages dans les autres niveaux, j'ai pu constater que cette remarque n'était pas valable en maternelle où la manipulation est presque systématiquement utilisée contrairement au cycle 3 où elle n'apparaît quasiment plus du tout.

Un certain nombre de questions se sont alors posées, notamment en ce qui concerne le rôle en général de la manipulation dans la résolution de problèmes. Mais c'est plus particulièrement en lisant dans les Documents d'accompagnement des programmes de 2002 : « Ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. », que la question suivante a émergée : comment concilier manipulation et activité mathématique dans la résolution de problèmes au cycle 2 ?

Pour débiter cet exposé, il est important de définir les différentes notions mises en jeu ici. C'est pourquoi une partie sera consacrée à la résolution de problèmes dans laquelle nous étudierons leur place au sein des programmes officiels avant de faire un point sur l'avancée de la recherche à ce sujet. L'activité manipulatoire sera ensuite analysée d'un point de vue théorique. Dans un second temps, il m'a semblé important de recueillir les avis des enseignants qui sont les principaux acteurs de la mise en place de cette activité en classe. Enfin, l'expérimentation menée au sein d'une classe de cours préparatoire sera présentée puis analysée afin de tenter de tirer des conclusions sur l'activité manipulatoire lors de sa mise en place dans la classe.

I – Les recommandations

A) Les problèmes

a. Les textes officiels

i. Les programmes de 2002

Les bulletins officiels du 14 février 2002 accordent une place très importante à la résolution de problèmes. Cela se traduit notamment par la publication de plusieurs documents d'accompagnement permettant de guider les enseignants dans la mise en œuvre des apprentissages. Les documents d'application des programmes parlent même de « place centrale pour la résolution de problèmes ». « La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. » (Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2005,7). Cette référence au sens est essentielle dans l'apprentissage des mathématiques car, à quoi bon apprendre à faire une opération si nous n'en avons jamais l'utilité. Les différentes connaissances acquises seront donc des « outils pour anticiper, prévoir et décider »¹, c'est là l'essence même de la résolution de problèmes. Ces outils évolueront sans cesse afin de donner à l'élève le moyen de résoudre par lui-même toute sorte de problèmes. C'est par le biais de ce dernier que le sens des différentes notions étudiées évoluera au cours de la scolarité de l'élève.

Les différentes étapes de la résolution de problèmes sont également précisées, car si l'on pourrait penser qu'il n'est pas très compliqué de résoudre un problème, cela demande une méthodologie particulière qui doit être acquise par les élèves. Celle-ci est explicitée dans les documents d'application des programmes (Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2005,8) :

- « faire des hypothèses et les tester
- élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution personnelle
- organiser par un raisonnement différentes étapes d'une résolution
- vérifier par eux-mêmes les résultats obtenus
- formuler une réponse dans les termes du problème
- expliquer leurs méthodes, les mettre en débat, argumenter. »

¹ Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2005, Documents d'application des programmes.

On peut donc constater que cette démarche ne va pas de soi et qu'elle doit être travaillée régulièrement et fréquemment afin qu'elle devienne automatique chez les élèves.

Ces documents nous alertent également sur l'activité de recherche réelle des élèves lors de la résolution de problèmes. Dans certains cas, des exercices relevant de la simple lecture d'informations sont appelés problèmes alors que si l'on tient compte de la démarche expliquée ci-dessus, on peut facilement comprendre qu'il ne s'agit pas du tout du même travail (bien que dans d'autres situations il n'est pas forcément inutile).

On peut conclure que les programmes officiels de 2002 ont mis un point d'honneur à ce travail de recherche qu'est la résolution de problèmes. Pour cela, de nombreuses aides ont été fournies aux enseignants afin de vraiment comprendre les enjeux de cet exercice.

ii. Les programmes de 2008

L'objectif premier des instructions officielles du 19 juin 2008 est de recentrer les apprentissages sur les savoirs fondamentaux. On pourrait alors se demander quelle est la place de la résolution de problèmes dans ces programmes.

Dans le préambule, une phrase met en avant les savoir-faire entrant en jeu dans la résolution de problèmes : « L'école primaire doit avoir des exigences élevées qui mettent en œuvre à la fois mémoire et faculté d'invention, raisonnement et imagination, attention et apprentissage de l'autonomie [...] esprit d'initiative². » (Ministère de l'Education nationale (2008, 10)

On peut d'ores et déjà constater que la capacité à chercher est l'un des objectifs principaux de ces documents, le Ministère de l'Education nationale (2008, 33) précise également que « La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages. »

De plus, ces programmes ont été élaborés en référence au socle commun de connaissances et de compétences où l'une des compétences du premier palier est de « résoudre des problèmes très simples³ » et correspond à l'un des items de la compétence 3 : « Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique ».

² Extrait du Bulletin Officiel Hors-Série n°3 du 19 juin 2008.

³ Ministère de l'Education nationale, 2010, *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les programmes officiels*, Scéren.

Le terme de problème apparaît dès le cycle 1, dans le domaine « Découvrir le monde », où il est écrit que des petits problèmes seront posés par l'enseignant afin d'entrer progressivement dans « l'univers du calcul ». Il est même précisé qu'à « la fin de l'école maternelle l'enfant est capable de [...] résoudre des problèmes portant sur les quantités. » (Ministère de l'Education nationale, 2008, 16).

Au cycle 2, « la résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations » (Ministère de l'Education nationale, 2008, 18). On la retrouve notamment dans les domaines « Nombres et calculs », mais aussi « Grandeurs et mesures », en revanche elle n'est évoquée ni en géométrie, ni en « Organisation et gestion de données ». Cela marque donc une différence avec les programmes de 2002 qui l'instauraient dans tous les domaines.

C'est plus particulièrement au cycle 3 que les problèmes sont davantage travaillés, ils sont présents dans chacun des quatre grands domaines des mathématiques avec chaque fois leurs spécificités. Les objectifs de la résolution de problèmes sont alors multiples (Ministère de l'Education nationale, 2008, 23) :

- « approfondir la connaissance des nombres étudiés »,
- « renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations »,
- « développer la rigueur et le goût du raisonnement »,
- « mobiliser la connaissance des figures usuelles »,
- « utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé »,
- « consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et mesures et leur donner sens ».

On peut donc conclure que les problèmes constituent toujours une priorité dans les programmes de l'école primaire car ils permettent de travailler un très grand nombre de connaissances, de compétences et d'attitudes. En revanche, il n'est paru aucun document d'application de ces programmes ce qui laisse une totale liberté aux enseignants dans la conception et l'organisation de ce travail. Même si les instructions de 2002 ne sont plus celles en vigueur actuellement, il est naturellement possible d'utiliser les documents

d'application et d'accompagnement de ces programmes pour comprendre ce qui est en jeu dans la résolution de problèmes.

b. La recherche

i. Qu'est-ce qu'un problème ?

C'est une activité dans laquelle l'élève doit mettre en place des procédures qui ne sont pas directement disponibles pour lui afin d'atteindre un but précis.

De manière générale, il est composé d'un énoncé renvoyant à un contexte, et d'une question dont la place au sein de l'énoncé peut varier.

Pour qu'une activité soit réellement un problème, il faut que l'élève ait besoin de raisonner, de chercher une manière de le résoudre. Ainsi, dans une classe, certains énoncés peuvent poser problème à une partie des élèves contrairement à d'autres. Ils ne seront donc pas des problèmes pour tous. De plus, un problème additif posé en début de CP sera considéré comme un problème, alors qu'il ne le sera plus au cycle 3. Il faut donc faire très attention à ce que l'on propose aux élèves derrière le terme de « problèmes ».

Les problèmes sont très variés et peuvent être classés selon différents critères.

- En fonction du contexte : l'énoncé peut faire référence à des situations de la vie quotidienne (exemple : jeu de la marchande), à d'autres disciplines comme les sciences, la géographie, l'histoire... (il faut alors faire attention que le contexte serve bien ces matières et qu'il ne soit pas qu'un simple prétexte), ou encore une situation purement mathématiques en géométrie par exemple.
- En fonction de l'énoncé : en effet, la forme et le contenu de ces derniers peuvent être très variés :
 - Un texte écrit
 - Une image ou un schéma
 - Un tableau, un graphique, un diagramme...
 - Un document réel
 - Une situation énoncée oralement
 - Un problème posé à propos du matériel...

Certains énoncés peuvent combiner plusieurs de ces éléments. Ils peuvent également manquer d'informations ou encore en contenir d'inutiles...

Tous ces facteurs sont autant de moyens de différenciation au sein de la classe.

- La classification des problèmes additifs de Gérard VERGNAUD⁴ :

G. VERGNAUD est un didacticien des mathématiques et un psychologue. Il a établi un classement des problèmes additifs selon six catégories dont quatre seulement sont travaillées à l'école élémentaire. Pour cela, une distinction a été faite entre les nombres désignant des mesures d'état (état initial ou état final) et ceux indiquant une transformation ou une comparaison.

- Les **problèmes de transformation de mesure** : dans ces problèmes, une transformation (additive ou soustractive) s'effectue sur un état initial pour aboutir à un état final. On différenciera alors ces problèmes selon la place de l'inconnu (recherche de l'état final, de la transformation ou de l'état initial).
- Les **problèmes de composition de mesures** : dans ce cas, on a deux états initiaux qui vont être réunis pour en former un final. Deux types de problèmes peuvent alors être proposés : soit les deux états initiaux sont connus et on recherche la réunion des deux états, soit l'un des états initiaux et la réunion des deux états sont connus et on cherche l'autre état initial.
- Les **problèmes de comparaison de mesures** : deux mesures indépendantes seront alors comparées. On distingue là encore trois types de problèmes en fonction de la place de l'inconnue :
 - Recherche d'une mesure dans le sens de la comparaison
 - Recherche d'une mesure dans le sens contraire de la comparaison
 - Recherche de la comparaison
- Les **problèmes de composition de transformations** : ici, le problème ne concerne plus les mesures mais seulement les transformations. En effet, une succession de transformations vont s'opérer sur des mesures qui ne sont pas connues. On cherchera alors soit la transformation totale, soit l'une des deux transformations.

⁴ VERGNAUD G., 1991, *Théorie des champs conceptuels*, La pensée sauvage, « Recherche en didactiques des mathématiques ».

Cette classification est la plus connue car elle possède de nombreux avantages, tout d'abord, elle rompt la classification qui serait établie en fonction du type d'opération à effectuer car comme nous l'avons vu précédemment, il existe souvent plusieurs calculs permettant de résoudre un même problème. De plus, elle insiste sur le fait que l'apprentissage de l'addition et de la soustraction doit être simultané car ces deux opérations sont complémentaires l'une de l'autre.

ii. Pourquoi faire des problèmes à l'école ?

D'après les documents publiés par le Ministère de l'Education Nationale (2002, 3)⁵, deux objectifs principaux sont à développer chez l'élève grâce à la résolution de problèmes :

- « rendre l'élève expert dans la résolution de certains problèmes pour lesquels il reconnaît rapidement le traitement approprié,
- Rendre l'élève capable d'initiative pour d'autres problèmes, c'est-à-dire capable d'imaginer des solutions originales, de les tester et, en raisonnant, d'adapter ses connaissances pour traiter la situation proposée de manière personnelle, originale. »

Cela nous amène à clarifier la notion de solution en résolution de problèmes. En effet, on la différenciera du résultat qui n'est que le produit de la recherche menée. La solution, quant à elle est la démarche mise en place par l'élève afin de résoudre un problème. C'est donc elle qui sera valorisée lors de ce type d'activités.

On peut alors distinguer deux types de solutions :

- **La solution experte** : l'élève possède toutes les connaissances nécessaires à la résolution du problème. Cependant, pour trouver la solution experte, il faut comprendre qu'il existe plusieurs démarches différentes pour un même problème et identifier celle qui est la plus efficace.

Cette procédure n'est pas simple et requiert un travail régulier qui doit être effectué à l'aide de l'enseignant. Différentes possibilités permettent aux élèves de comprendre comment aboutir aux solutions expertes (car il n'existe pas forcément qu'une seule solution experte) :

⁵ Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, 2002, *Résolution de problèmes et apprentissage*, Des solutions personnelles vers les solutions expertes.

- La verbalisation du problème va permettre de modifier son énoncé afin d'en obtenir un qui soit plus facilement résolvable.
- La manipulation peut également être utilisée afin de mettre à jour les différentes procédures qui peuvent être mises en place afin de remarquer laquelle serait la plus économe.
- Le calcul mental permet, grâce à différentes situations, de montrer l'équivalence de plusieurs procédures.
- Des petits exercices d'application peuvent rendre compte de l'équivalence de certains calculs (par exemple : $12 + 4 = 16$ et $16 - 12 = 4$).
- Lorsque les connaissances de l'élève ne suffisent pas à la résolution du problème, il peut mettre en œuvre des stratégies différentes de la solution experte. On parle alors de **solution personnelle**. Cette dernière devra elle aussi être travaillée en classe en réponse au deuxième objectif cité précédemment.

Grâce à ce travail, les élèves deviennent plus autonomes et seront, par la suite, à même de se lancer dans des procédures nouvelles lorsqu'ils seront confrontés à un problème inédit. Ils travaillent ainsi leur esprit de recherche. Il est donc conseillé aux enseignants d'accepter les différentes procédures en valorisant la diversité.

En fonction du moment où est proposé le problème, la solution pourra évoluer. Ainsi, un problème de partage posé en Grande Section sera résolu grâce à une méthode personnelle, alors que s'il est proposé en fin de cycle 3, les élèves seront à même de proposer une solution experte.

On distinguera également trois types de problèmes permettant de travailler les deux compétences :

- Les **problèmes dont la résolution vise à la construction d'une nouvelle connaissance** : dans ce cas, les élèves ne connaissent pas encore de solution permettant de mettre en place une démarche experte. Ils devront donc imaginer une solution personnelle qui sera, à terme, jugée très économe. C'est alors que la nouvelle notion sera amenée en tant qu'outil plus efficace et surtout plus économe.
- Les **problèmes d'application ou de réinvestissement** qui sont très souvent travaillés en classe. Ils peuvent être résolus aussi bien par des procédures expertes que personnelles car les connaissances mises en jeu ont été étudiées précédemment.

- Les **problèmes pour chercher** : les élèves ne possèdent pas encore les connaissances nécessaires à la résolution de ce type de problèmes, ils devront donc inventer une stratégie nouvelle.

Ces problèmes sont très importants, mais malheureusement ils sont assez peu travaillés à l'école. C'est pour cette raison qu'un document intitulé « Les problèmes pour chercher » a été publié par le Ministère de la Jeunesse, de l'Education et de la Recherche (2002) à destination des enseignants afin de les aider dans la mise en œuvre de ce type d'activités. On peut notamment y lire qu'au cycle 2, les problèmes pour chercher « donnent aux élèves des occasions de prendre conscience que les premiers outils mathématiques qu'ils se sont appropriés leur permettent de traiter des problèmes « difficiles », leur résolution ne se limitant pas à l'application des connaissances étudiées. »

B) L'activité manipulative

a. Les textes officiels

« La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. » (Extraits du B.O. n°3 HS du 19 juin 2008). On pourrait alors penser que la manipulation peut être utilisée pendant le temps de recherche mais elle n'est directement énoncée à aucun moment. De plus, on parle de « capacités d'abstraction », ce qui semblerait être incompatible avec la manipulation. Une question peut donc émerger : reste-t-il une place réelle pour la manipulation dans les nouveaux programmes ?

En effet, dans les documents d'application des programmes de 2002, on trouvait là encore un paragraphe entier sur la manipulation. On y trouve notamment l'idée que la plupart des notions mathématiques peuvent émerger des questions posées sur des objets. Ces documents informent également les enseignants sur l'une des limites de la manipulation : « Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience. C'est dans ce dernier cas que l'élève fait des mathématiques. » (Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2002,10).

En conclusion, comme nous l'avons écrit précédemment, les nouveaux programmes sont plus ambitieux que les précédents, cela implique donc que le temps disponible pour étudier chaque notion est plus court, or l'exercice de manipulation prend énormément de temps. De plus, si l'on se réfère aux documents publiés par le SCEREN⁶ se basant sur ces nouvelles instructions officielles, on constate qu'ils invitent les enseignants à se détacher rapidement de la manipulation pour « amener l'élève à dépasser le simple stade de l'action afin de s'engager dans un processus de conceptualisation. » (Calmelet et *al.*, 2010, 51). De la même manière, lorsqu'ils proposent des aides à la résolution des problèmes, ces chercheurs évoquent la reformulation de l'énoncé, la schématisation ou la représentation par un dessin, le recours au mime ou encore la catégorisation du problème, mais en aucun cas l'utilisation de matériel par la manipulation. Il est également précisé que dès la Grande section, « la progression va donc reposer sur des activités de communication et d'anticipation, en faisant évoluer les manipulations sur les collections vers des représentations où la part de symbolisme s'inscrit dans une logique qui doit donner un sens aux signes. » (Calmelet et *al.*, 2010, 54)

La manipulation n'est donc plus une activité principale lors de la résolution de problèmes comme c'était le cas avec les programmes de 2002, en revanche les enseignants sont libres de mener leurs enseignements comme ils le souhaitent, ils peuvent donc, s'ils le pensent nécessaire, continuer à pratiquer cette activité au cours des séquences.

b. La recherche

A l'école, l'un des objectifs visés est le passage de l'expérience vécue concrètement à sa représentation mentale, c'est ce qu'on appelle l'abstraction. Or, dans ce long processus, différentes étapes sont essentielles et la manipulation représente le premier maillon de cette chaîne. Elle est donc nécessaire dans un premier temps avant d'envisager la résolution du problème de manière plus abstraite.

La manipulation est le fait de rendre une situation concrète grâce à l'aide du matériel. Elle permet donc à l'élève de vivre réellement le problème afin de comprendre son enjeu.

Il n'a pas été aisé de trouver des chercheurs se préoccupant réellement de l'intérêt ou non de la manipulation. Il a donc fallu transférer certains articles portant sur les jeux

⁶ CALMELET J-J., GRAFF O., VALZAN A., 2010, Problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs, Développer des compétences pour résoudre des problèmes additifs et soustractifs, *Le Nombre au cycle 2*, 51-74, Scéren.

mathématiques ou les schémas dans la résolution de problèmes pour tirer quelques conclusions sur le rôle de la manipulation. En revanche, un groupe de chercheur (ERMEL)⁷ a énormément travaillé sur l'intérêt de l'activité manipulative et ce quel que soit le niveau et la notion (numération, calculs, mesures, géométrie...). Je me suis donc beaucoup appuyée sur leurs recherches.

i. Les rôles de la manipulation

Tout d'abord, comme nous l'avons montré précédemment, les documents d'application des programmes de 2002 expliquent que « le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou sur des expériences. » (Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2005,10) Le premier rôle de la manipulation sera donc de déclencher une réflexion, un questionnement donnant lieu à un problème.

Le fait de vivre les situations réellement permet aux élèves d'entrer facilement dans le problème et de se construire des images mentales dont ils pourront se servir dans les problèmes futurs. En effet, il a été constaté à plusieurs reprises que lorsque des élèves sont confrontés à une situation nouvelle, ils peuvent rencontrer des difficultés à la comprendre et l'imaginer. Le résultat étant donc qu'ils se lancent au hasard dans différents calculs n'ayant aucun sens voire même qu'ils n'osent pas essayer de proposer une solution. En revanche, si la situation est représentée grâce à un passage à la manipulation, elle est rapidement comprise. Lors de la première expérience, le résultat du problème pourra être constaté directement ce qui va à l'encontre de la nature même du problème, mais le but est ici de vivre la situation afin que la fois prochaine, l'élève parvienne par lui-même et sans matériel, à résoudre le problème en évoquant simplement la situation.

La manipulation permet également aux élèves rencontrant des difficultés d'oser se lancer dans une activité de recherche. En effet, l'action sur les objets est réversible, il est toujours possible de revenir en arrière ou de recommencer dès le début. Les élèves peuvent faire différents essais en faisant des simulations, on va alors dédramatiser l'erreur.

⁷ ERMEL, 2005, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP*, Paris, Hatier.

Comme nous l'avons explicité dans le paragraphe sur les solutions, il existe différentes façons de procéder pour résoudre un même problème. La manipulation peut là encore jouer un rôle important car elle peut mettre en évidence les diverses démarches. Elle peut également servir à expliquer ces procédures lors de la mise en commun avec un retour à l'expérimentation. Le matériel sera très utile dans cette dernière phase afin de valider ou d'invalidier certaines propositions.

A la fin d'une activité de manipulation, il est indispensable de faire verbaliser les élèves sur ce qu'ils ont fait. L'enseignant s'assure ainsi de la bonne compréhension des notions qui étaient en jeu. L'oralisation de la situation est une première étape au passage à l'abstraction car on fera référence à l'expérience sans la revivre concrètement. Par la suite, l'enseignant peut proposer aux élèves de dessiner leur solution, puis de la schématiser. La représentation sera donc de plus en plus abstraite et le recours à la manipulation de moins en moins nécessaire. L'étape ultime sera la symbolisation du schéma par l'écriture mathématique (le calcul). C'est ainsi qu'on passera d'une solution personnelle avec l'expérimentation à une solution experte codée par une opération.

Pour terminer, certains chercheurs pensent que la manipulation est un passage indispensable dans l'acquisition des procédés opératoires car il permet de donner un sens aux calculs : c'est un outil pour accéder au savoir. En effet, l'apprentissage des différentes opérations passe le plus souvent par une phase manipulative afin que les élèves comprennent la signification des signes mathématiques.

ii. Le matériel de manipulation

Le matériel utilisé lors de la résolution de problèmes peut être très différent. Il est d'ailleurs précisé dans les documents d'application des programmes de 2002 qu'il doit être « riche et varié » (Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2005,10). Certains enseignants évoquent le fait qu'ils ne pratiquent pas beaucoup la manipulation car ils n'ont pas le matériel adéquat. Or tout est utilisable en résolution de problèmes, on peut utiliser des objets de la vie quotidienne (boîtes, pâtes, dés, jetons, gants...) ou encore des objets fabriqués par les enseignants eux-mêmes. Il existe du matériel pédagogique spécialisé mais celui-ci n'est accessible qu'aux écoles disposant du budget nécessaire. On ne peut donc raisonnablement pas évoquer un problème de matériel pour justifier d'une absence d'activité manipulative au sein d'une classe.

Ce matériel doit également évoluer au cours de la scolarité de l'élève, on n'utilisera décemment pas les mêmes objets aux cycles 1 et 3. Il doit être non seulement adapté à l'âge des élèves, mais surtout à l'objectif de la séance car tout ne peut pas être utilisé dans n'importe quelle situation. L'enseignant doit donc savoir précisément ce qu'il attend lorsqu'il met à disposition un type de matériel à ses élèves.

Il est aussi préférable que les enfants soient familiarisés avec le matériel afin d'éviter des comportements qui pourraient nuire au déroulement de l'activité. De plus, suite à l'introduction d'un nouveau type de matériel, il est conseillé de le laisser à disposition des élèves afin qu'ils puissent y avoir accès dès que le besoin s'en fera sentir. Les enfants sauront alors précisément ce qu'ils peuvent en faire et comment ces objets peuvent les aider.

Dans le processus d'abstraction, le matériel peut être une première étape lors de la symbolisation, par exemple si l'on représente une personne par un jeton, l'élève devra faire le lien entre la personne citée dans l'énoncé et son symbole : le jeton.

De plus, dans certains cas, le matériel peut poser problème lui-même. Si l'on propose à des élèves de fin de cycle 2 de compter des éléments présents dans une boîte, cela ne devrait poser aucun problème. Or si les objets en question sont des petites pâtes ou des allumettes présentes par centaines, un problème se posera. Il faudra alors trouver une stratégie de résolution pour arriver à bout de ce problème.

iii. Ses limites

La question de l'activité manipulatoire fait débat entre les chercheurs depuis quelques temps. Certains accusent en effet les professeurs des écoles d'utiliser les jeux, la manipulation pour rendre la situation plus ludique et donc faciliter l'entrée des élèves dans l'activité. Or l'objectif mathématique de départ serait camouflé et les élèves n'en prendraient pas conscience. On passerait donc ici complètement à côté de l'activité mathématique car la notion travaillée ne serait pas comprise ni acquise.

De plus, la manipulation est en général proposée aux élèves en difficulté. Or des chercheurs ont montré que ces élèves sont souvent les plus impulsifs. Ils vont alors se « jeter » sur le matériel. L'activité matérielle va donc largement prendre le pas sur l'activité mentale, intellectuelle.

Conformément aux théories constructivistes notamment issues des travaux de J. Piaget, il est conseillé de placer l'élève au cœur des apprentissages et donc le laisser construire ses propres connaissances. « Il importe : a. d'amener l'élève à former les notions et à découvrir lui-même les relations et les propriétés mathématiques, plutôt que de lui imposer une pensée adulte toute faite ; b. d'assurer l'acquisition des notions et des processus opératoires avant d'introduire le formalisme ; c. de ne confier à l'automatisme que les opérations assimilées. » (Piaget, 1969, 74). L'interaction entre le sujet et l'objet a donc un rôle essentiel dans le développement de l'enfant car les nouvelles connaissances se construiront à partir des anciennes lorsque ces dernières se montreront insuffisantes.

Il faut donc mettre l'élève en activité mais qui dit activité ne signifie pas forcément action sur le matériel, il doit y avoir une démarche intellectuelle de recherche derrière. Pour cela, l'élève doit savoir ce qu'il a à faire, il doit avoir un but à atteindre. Ses actions doivent être guidées par les hypothèses qu'il a faites. L'enfant doit pouvoir effectuer des essais à partir desquels il tirera des conclusions afin d'aboutir au résultat attendu. L'élève doit également mémoriser les étapes de ses actions afin de pouvoir expliquer aux autres la solution qu'il a trouvée. L'activité manipulative doit donc être accompagnée d'une réflexion sur ce qui est fait.

En résumé, il faut dans un premier temps penser, réfléchir à ce que l'on doit faire avant de toucher au matériel proposé. Il faut donc faire verbaliser les élèves afin qu'ils puissent anticiper leurs actions, puis revenir sur celles-ci, en extraire les connaissances plus abstraites qui étaient visées au départ. Sans ce travail, la manipulation en elle-même ne peut pas apporter une aide réelle aux élèves.

Le problème rencontré également par un grand nombre d'enseignants est le temps. Il est en effet indiscutable que les activités manipulatives prennent un temps considérable que ce soit pour l'organisation de la classe, la disposition du matériel (distribution, ramassage), le temps de recherche, les différents temps de verbalisation et de vérification. Il reste à savoir si ce temps de « perdu » au début n'est pas à terme un temps de gagné si les élèves ont bien perçu les enjeux de cette phase et ont compris les notions qui ont été abordées.

Enfin, la limite la plus importante est la distinction entre activité manipulative et activité mathématique qui est citée à la fois dans les documents d'application des programmes de 2002 : « Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation, qui lui

demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience. » (Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2005,10) ; et par l'Institut national de recherche pédagogique ERMEL : « Le propre de l'activité mathématique est d'anticiper sur l'action concrète, c'est-à-dire, de construire une solution qui va dispenser de la manipulation des objets réels, soit parce que ces objets sont absents dans l'espace et dans le temps, soit parce qu'ils sont trop nombreux, soit parce que leur utilisation amènerait de très nombreuses manipulations coûteuses dans le temps. » (ERMEL, 2000, 33-34). On pourrait alors penser qu'il existe une opposition entre manipulation et anticipation. Mais la manipulation est-elle réellement incompatible avec l'anticipation ? Si l'on procède de la manière qui a été décrite plus haut en faisant verbaliser les élèves sur les stratégies qu'ils comptent mettre en place afin de trouver une solution au problème posé, il semble que ces derniers anticipent bien sur leurs gestes, voire même imaginent le résultat de ces actions. De la même manière, prenons l'exemple d'un problème de transformation de mesure⁸ dans lequel on cherche l'état final. Si un certain nombre de jetons sont insérés dans une boîte et que l'on y ajoute à nouveau des jetons pour ensuite poser la question « Combien de jetons se trouvent dans la boîte ? », deux cas s'opposent :

- Si la boîte est transparente, les élèves peuvent voir les jetons, ils n'auront alors qu'à comptabiliser le nombre de jetons total. On ne peut donc parler pas de résolution de problème car aucun problème n'est posé à l'élève, il lui suffit de lire le résultat.
- En revanche, si la boîte est opaque, les jetons ne sont plus visibles et l'élève devra trouver une solution pour déterminer le nombre d'objets. Dans cette situation, l'élève doit adopter une posture de recherche et doit anticiper sur les stratégies qu'il devra mettre en place pour résoudre le problème. On associe donc la manipulation et l'anticipation.

On peut donc conclure que la manipulation possède de nombreux avantages mais que pour que l'élève soit en réelle activité de recherche, certaines précautions doivent être prises par l'enseignant qui doit penser à tous les paramètres entrant en jeu. De plus, on peut considérer que si l'activité manipulative est bien menée, elle ne s'oppose en aucun cas à l'activité mathématique elle-même. Il faudra dans un second temps s'assurer des acquis des élèves grâce à des situations différentes, dans des contextes

⁸ VERGNAUD G., 1991, *Théorie des champs conceptuels*, La pensée sauvage, « Recherche en didactiques des mathématiques ».

différents et de manière cette fois plus abstraite car n'oublions pas que c'est l'objectif final recherché.

II – Les pratiques de classe

A) Questionnaires à destination des enseignants

Pour cette partie de l'exposé, je me suis appuyée sur un questionnaire (annexe 1) que j'ai distribué aux enseignants de tous niveaux. Tout d'abord pourquoi un questionnaire et quelles questions ? N'étant pas très disponible pour avoir des entretiens avec les enseignants directement, le questionnaire papier ou électronique est un moyen plus simple et plus rapide d'obtenir des informations. De plus, il est facilement diffusable de personnes en personnes. J'ai ainsi distribué près d'une centaine de questionnaires.

Les questions posées sont essentiellement tirées de mon questionnement de départ. J'ai donc demandé aux enseignants quelles étaient leurs représentations quant à la manipulation (question 1 : les avantages et 14 : les limites). Le reste des questions étant principalement basé sur leurs pratiques de classe. Je les ai donc interrogés sur le matériel utilisé, sur les élèves concernés ainsi que sur la place de la manipulation dans les séances.

J'ai également pris la décision de donner ce questionnaire aux enseignants de tous les niveaux car je trouve qu'il est très intéressant d'observer l'évolution de la manipulation au cours de la scolarité de l'enfant, aussi bien le type de matériel que le domaine disciplinaire ainsi que le temps consacré à cette activité. On remarque bien que l'importance de la manipulation qui paraît essentielle au cycle 1, est largement « négligée » au cycle 3. On pourrait donc s'interroger sur l'intérêt de la manipulation dans ces classes et en conclure que la manipulation n'y a plus sa place. Or on peut observer que même si elle est moins pratiquée en terme de temps d'activité, son importance est toujours prouvée. L'activité manipulative aura alors d'autres objectifs et ne sera plus l'objet principal d'une séance comme elle l'est dans les plus jeunes classes.

B) Analyse des résultats

Lors de la collecte des différents questionnaires, il m'a semblé immédiatement que les enseignants se sentant les plus concernés par l'activité de manipulation sont ceux de cycle 1 ou de classes spécialisées (CLIS). Il a donc été beaucoup plus simple de collecter des

informations qu'en cycle 3 où les enseignants disent avoir d'autres priorités que de « revenir » sur la manipulation.

Pour l'analyse des résultats, je distinguerai donc chaque cycle afin d'observer les similitudes et les différences entre chacun d'eux.

a. Cycle 1

Comme je l'ai précisé, il semble que le cycle 1 soit le plus adapté à la manipulation. En effet, les enseignants l'utilisent très régulièrement, voire même quotidiennement et ce quelle que soit la notion à étudier. Le matériel utilisé est alors très simple et souvent tiré de la vie quotidienne, mais il évolue assez rapidement vers du matériel plus abstrait avec par exemple des cartes représentant les objets puis des dessins... On voit bien que le passage à l'abstraction se travaille dès les premiers âges.

L'organisation spatiale et temporelle est également favorable à ce type d'activité car les tables sont regroupées, les emplois du temps sont plus souples et laissent une marge aux enseignants pour organiser leur journée. Des temps entiers de manipulation peuvent donc être instaurés.

Les professeurs des écoles interrogés témoignent également de l'importance de la manipulation car les enfants qui sont face à eux ne savent ni lire, ni écrire, de plus elle est adaptée au stade de développement de l'élève et à sa capacité d'abstraction.

La manipulation est utilisée dans de nombreux cas pour la plupart des raisons qui ont été évoquées plus haut : c'est un facteur de motivation considérable, elle permet de concrétiser un raisonnement, c'est également un outil lors de la vérification. Mais le point soulevé le plus fréquemment est qu'elle est prétexte à la verbalisation ce qui représente l'une des priorités de l'école maternelle.

On constate également que l'activité manipulative évolue tout au long du cycle 1 par une complexification des consignes, du matériel plus symbolique, des situations de plus en plus abstraites...

Des limites sont tout de même mises en avant par les enseignants. La première est que ces derniers éprouvent des difficultés à vérifier le travail qui a été effectué par les élèves car il n'y a pas de trace écrite. De plus, certaines notions paraissent difficiles à matérialiser. Le problème du passage à l'abstraction a également été évoqué. L'une des questions posée

était « Quels sont vos objectifs lorsque vous proposez une séance faisant intervenir du matériel ? », j'ai alors pu constater que les objectifs s'éloignaient parfois beaucoup du domaine des mathématiques bien que celui-ci n'existe pas réellement en maternelle. La manipulation est alors utilisée pour développer des compétences toutes autres comme par exemple respecter des règles, coopérer... Ces dernières sont évidemment nécessaires mais elles ne répondent pas aux attentes de l'activité de résolution de problèmes.

b. Cycle 2

Au cycle 2, le temps consacré à la manipulation est beaucoup plus limité. Elle est malgré tout beaucoup utilisée en calcul (on retrouve l'objectif : donner un sens aux opérations) et dans la résolution de problèmes. De manière générale, elle sert à introduire une nouvelle notion pour toute la classe mais très vite la manipulation sera réservée aux élèves présentant des difficultés. Une enseignante a ajouté qu'elle utilisait la manipulation pour les élèves très en avance sur les connaissances du programme pour aller encore plus loin dans les activités de recherche. Je n'avais effectivement pas pensé à cette manière de procéder qui me paraît pourtant très intéressante car n'oublions pas que le but de l'école est de faire progresser tous les élèves.

La manipulation a encore un rôle important à jouer au cycle 2. Elle permet la compréhension des concepts abstraits comme les opérations grâce à une entrée par le sens. Le matériel présenté permettra également une recherche active d'un maximum d'élèves en suscitant leur intérêt et leur curiosité. En général, ces activités sont menées en groupes ce qui créera des conflits sociocognitifs entre les différents membres. La verbalisation des stratégies est là encore essentielle afin d'assurer le transfert vers des situations plus abstraites.

Les enseignants du cycle 2 émettent en revanche un plus grand nombre de réticences en ce qui concerne la manipulation. Outre les problèmes d'organisation (tables en rangées, emploi du temps plus stricte, nombre d'élèves, problèmes pour passer dans tous les groupes pour vérifier le travail), ils se posent la question de la réelle activité mathématique des élèves en évoquant le risque de manipuler sans questionnement. C'est là qu'interviennent les temps de verbalisation qui sont indispensables pour s'assurer du bon déroulement de la séance. Les professeurs des écoles pensent également que la manipulation représente une perte de temps pour les élèves ayant compris rapidement la notion en jeu (la proposition d'un atelier de recherche plus complexe peut alors être prise

en compte), et qu'elle risque d'empêcher certains élèves de s'en passer. En effet, dès le cycle 2, la solution experte sera privilégiée et valorisée.

Pour terminer, d'autres facteurs ont un rôle dans la diminution du temps de manipulation : les enseignants témoignent d'un problème de comportement avec une agitation des élèves et du bavardage qui engendrent un bruit dérangeant et rendent le retour au calme difficile. Ils peuvent également être confrontés aux représentations des parents d'élèves qui estiment que leurs enfants ne travaillent pas mais qu'ils jouent.

c. Cycle 3

Lors des discussions avec des enseignants, je me suis rendue compte qu'à la fin de l'école élémentaire, l'activité manipulatoire est assez peu utilisée dans la classe elle-même. Elle est largement réservée aux élèves en difficulté lors des aides personnalisées.

De plus, au cycle 3, les enseignants utilisent le matériel principalement en géométrie. Certains domaines se prêteraient davantage, d'après les professeurs des écoles, à la manipulation, par exemple l'étude des fractions ou des patrons de figures.

Ils m'ont également expliqué qu'ils ne voyaient pas comment utiliser l'activité manipulatoire en résolution de problèmes sans dénaturer ce dernier et en laissant les élèves chercher réellement. Dans ce cas, la manipulation n'est vue que comme une lecture de constat. Toute la dimension de la manipulation comme découverte de phénomènes mathématiques (par exemple lors de l'étude des décimaux), ou encore pour trouver différentes procédures n'est pas utilisée.

Les deux principaux obstacles à la manipulation au cycle 3 sont donc :

- Le temps qui est très précieux car les programmes sont très chargés donc il ne reste plus beaucoup de temps à consacrer à ces activités.
- Les notions à étudier sont beaucoup plus abstraites et rendent la manipulation plus difficile.

En conclusion, on constate que le temps consacré à la manipulation est de plus en plus restreint au cours de la scolarité pour différentes raisons. Tout d'abord le développement de l'élève fait que sa capacité d'abstraction évolue au cours du temps, il n'est donc plus obligé de s'appuyer sur des situations réelles et peut se contenter de les imaginer. De plus, le temps et l'organisation de la classe restent des obstacles très importants en élémentaire

contrairement à l'école maternelle. Il faut tout de même penser que tous les élèves n'évoluent pas au même rythme et que certains peuvent avoir besoin de retourner à des situations plus concrètes pour s'approprier certaines notions. Il est également réducteur de limiter la manipulation à la différenciation pour les élèves en difficultés car cela reviendrait à oublier tous les autres aspects que nous avons pu développer précédemment (développement des compétences de recherche, découverte de nouvelles procédures...).

C) Limites

J'ai malheureusement été très surprise des difficultés rencontrées lors de la récupération de ces questionnaires. Les enseignants évoquent notamment le fait qu'ils n'aient pas beaucoup de temps à accorder. J'ai également constaté qu'il était beaucoup plus simple d'obtenir des réponses lors de discussions en direct avec les enseignants. Je pense donc que même si le questionnaire a de nombreux avantages (surtout celui d'être facilement diffusable), l'entretien en direct est souvent beaucoup plus riche. De plus, certaines réponses aux questions sont difficilement analysables, par exemple à la question : « Pensez-vous que l'activité manipulative peut aider les élèves à progresser en mathématiques ? », une enseignante a répondu « Oui ». Si je m'étais retrouvée face à elle, j'aurais pu lui demander de m'expliquer davantage en quoi la manipulation aidait ses élèves. De plus, les questions émergeaient d'un questionnement basé sur différentes lectures, je m'attendais donc à collecter certaines informations particulières. Or les enseignants n'ayant pas accès à ces informations, ne comprenaient pas toujours les enjeux de certaines questions, ils ne voyaient pas où je voulais en venir.

La diffusion d'un questionnaire peut donc être intéressante dans le cadre de la rédaction d'un mémoire, mais elle ne saurait suffire car il peut être assez difficile à collecter dans un premier temps puis à analyser. De plus, l'échantillon doit être tout de même assez conséquent afin d'avoir une vue d'ensemble de ce qui est fait en classe et éviter de faire d'un cas particulier une généralité. Dans le cas de futures recherches, je tenterai donc d'associer questionnaires et entretiens en direct en prenant garde aux questions posées (formulation, nombre...).

III- Protocole expérimental

A) Objectifs principaux

Suite aux recherches et au recueil des questionnaires, il me semble indispensable d'observer le rôle de la manipulation à l'échelle des élèves. C'est pourquoi j'ai décidé d'effectuer une courte expérimentation dans une classe de CP. L'objectif de la séquence sera de voir quelles sont les démarches utilisées par les élèves pour passer de la manipulation à l'abstraction. En effet, nous avons expliqué précédemment que ce passage est indispensable par la suite pour résoudre des problèmes sans avoir recours au matériel.

J'ai réalisé cette expérimentation dans une petite classe de CP à Valenciennes. Cette classe n'utilise que très rarement la manipulation car l'aménagement de la classe le permet difficilement. En effet, les élèves sont installés par deux sur des anciens bureaux en bois sur lesquels les chaises sont soudées. Ces tables sont donc difficilement déplaçables limitant ainsi le travail en groupe. De manière générale, les élèves travaillent donc individuellement et de manière traditionnelle.

Dans une première phase, il est donc très important d'introduire la manipulation. C'est une activité que les élèves n'ont plus l'habitude de pratiquer. Je pouvais donc me confronter à des élèves qui auraient pensé que nous jouions, et qui peut-être n'auraient pas compris l'intérêt « mathématique » de l'activité. Il faut donc faire très attention de faire sentir aux élèves que même si l'activité se présente comme un jeu, ils doivent réellement travailler. Cela peut donc passer par des phases importantes de verbalisation afin que les élèves comprennent bien ce qu'ils font et pourquoi ils le font.

La seconde phase se déroule à l'écrit, individuellement et sans matériel pour voir si les élèves sont capables d'effectuer un transfert de ce qui aura été vu lors des séances précédentes. Cette phase est elle-même divisée en deux temps : le premier dans lequel une moitié de la classe dispose de matériel et l'autre non (je peux ainsi observer l'influence de la manipulation sur la résolution des problèmes) et dans le deuxième temps, aucun élève ne dispose de matériel. Nous pouvons alors observer si les élèves sont capables de passer à l'abstraction.

Enfin, il était prévu de réaliser un entretien avec les élèves afin qu'ils m'expliquent les procédures qu'ils auraient utilisées pour résoudre les problèmes sans matériel.

Malheureusement, pour des raisons extérieures (manque de temps), je n'ai pas pu effectuer cette séance.

B) Déroulement des séances

La séquence que j'ai proposée est articulée autour de 6 séances. Nous avons décidé avec l'enseignante de travailler sur la monnaie. Il semble en effet que ce point du programme soit bien approprié pour l'utilisation de la manipulation. Les élèves ont déjà eu une introduction sur ce thème et disposent d'un porte-monnaie avec des pièces en carton qu'ils ont découpées de leur manuel.

a. Première séance : « Qui a le plus ? Qui a le moins ? »

Ce petit jeu est extrait du livre ERMEL⁹ (2005). Il a pour objectif de faire comprendre aux élèves que la valeur d'une somme d'argent est indépendante du nombre de pièces ou de billets dont il dispose. Le but du jeu sera de déterminer qui est le plus riche et qui a le moins d'argent.

Connaissance visée : connaître la valeur des pièces et des billets

Compétences visées :

- calculer une somme avec des pièces et des billets
- comparer différentes sommes

Attitudes :

- travailler en groupe
- confronter son point de vue
- argumenter

Les élèves sont disposés par groupes hétérogènes de 4. Ils reçoivent une enveloppe par élève avec des billets et des pièces. Deux enveloppes ont la même somme alors que les deux autres en ont plus ou moins. En revanche, l'enseignant s'arrange pour que deux enveloppes ayant un montant différent possèdent le même nombre de pièces et inversement. Les montants et le nombre de pièces et billets sont différents en fonction du niveau des élèves.

⁹ ERMEL, 2005, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP*, Paris, Hatier.

Avant de commencer le jeu, pour éviter les problèmes que nous avons soulevés précédemment (voir I-B-ii), je fais verbaliser les élèves sur ce qu'ils devront faire avant même de recevoir les enveloppes. Ensuite je dois veiller à ce que les élèves répondent bien à l'exercice en passant dans les différents groupes. Une feuille réponse est à compléter dans chaque groupe et servira de support lors de la mise en commun des résultats en fin de séance (annexe 2). Les élèves pourront y figurer les procédures qu'ils ont utilisées pour trouver le montant total (dessin, schéma, addition...).

Enfin, chaque groupe exposera sa feuille réponse à la classe en expliquant sa démarche. Les feuilles sont affichées dans la classe comme fiche outil pour les séances suivantes.

Résultats : Après avoir fait quelques petites révisions sur la monnaie en présentant toutes les pièces et les billets qui existent, j'ai distribué les enveloppes. Les élèves ont eu un temps afin de se familiariser avec le matériel puis la feuille réponse leur a été remise. Tous les élèves ont participé à l'activité et ils se sontentraîdés naturellement pour le comptage de l'argent et le remplissage de la feuille réponse. Les erreurs de calcul ont été corrigées au sein même des groupes sans intervention extérieure.

Deux traces écrites ont été proposées : le dessin des différentes pièces et des billets ou le calcul directement avec l'écriture mathématique. Dans chaque groupe, les élèves ont suivi le mode de représentation du premier élève qui a complété la feuille. Un groupe a combiné ces deux méthodes en écrivant une somme avec le dessin des pièces. Ensuite, pour recaptiver leur attention, j'ai demandé aux élèves de ranger le matériel afin de faire la mise en commun oralement. Il aurait été préférable de leur laisser le matériel afin que celui-ci serve à la vérification des calculs.

Dans l'ensemble, la séance s'est donc très bien déroulée et les objectifs de départ ont été respectés.

b. Deuxième séance : « la marchande »

Connaissance visée :

- Connaître la valeur des pièces et des billets

Compétences visée :

- Décomposer une somme d'argent grâce à des billets et des pièces

- Calculer une somme composée de pièces et de billets

Attitude :

- Travailler en groupe
- Jouer un rôle
- Coopérer

Pour débiter cette séance, nous commenceront par un petit jeu très court : le jeu du banquier. Sur l'ardoise, les élèves devront trouver toutes les manières possibles d'obtenir 12€ avec des billets de 5€, et des pièces de 1€ et 2€. Lors de la mise en commun, nous nous efforcerons de faire correspondre les pièces et les billets et le calcul correspondant pour introduire dès le début de la séquence la procédure experte. Les élèves feront donc aussitôt le lien avec les mathématiques. Nous pourrions alors revenir sur ce qui a été vu la séance précédente.

La deuxième phase de cette séance sera le jeu de la marchande. Il se déroulera en trois étapes. Les élèves seront divisés en groupes. Je me placerai avec le groupe dont les élèves sont en difficultés. Chaque élève aura un rôle à jouer, un vendeur et des clients.

- Première étape : Chaque élève doit acheter un objet avec l'argent dont il dispose chez le vendeur de son groupe.
- Deuxième étape : Chaque élève doit acheter deux objets chez le vendeur mais en effectuant un seul voyage. Il doit donc prévoir suffisamment d'argent (il a à sa disposition les pièces nécessaires au paiement séparé des deux objets).
- Troisième étape : Chaque élève achète deux objets en un seul voyage mais cette fois-ci il ne peut pas préparer le paiement séparé car il n'a pas les pièces suffisantes. Il va donc devoir calculer le montant total avant de préparer l'argent nécessaire.

Nous effectuerons une mise en commun des procédures différentes utilisées après chaque étape (annexe 3).

Pour terminer, les élèves auront deux petits exercices à faire individuellement (annexe 4). Ils constitueront une évaluation formative afin de voir si tous les élèves ont acquis les notions introduites. Les données de ces exercices peuvent évoluer en fonction du niveau des élèves tant que l'objectif de l'exercice est conservé.

Résultats : La première phase a été comprise par l'ensemble de la classe et de nombreuses propositions ont été faites. En ce qui concerne la deuxième phase, le nombre de consigne était très important car il y avait quatre rôles différents. Les deux premiers clients ont réussi à acheter les objets qu'ils souhaitaient sans problèmes (hormis un problème de calcul). En revanche, la dernière situation a été très difficile. Les élèves ont alors proposés différentes solutions qui ne sont pas toujours recevables :

- Dans l'un des groupes, le vendeur a donné les pièces qu'il manquait au client pour acheter ses jouets (il a donc fallu expliquer pourquoi cela n'était pas possible).
- Un client n'a acheté qu'un seul objet car il disait ne plus avoir assez de pièces pour en acheter un deuxième. Aucune solution n'a été trouvée par le groupe.
- Dans un groupe, le marchand a rendu la monnaie à son client (pour un objet de 18 euros, le client a donné un billet de 20 euros et le marchand lui a rendu une pièce de 2 euros).
- Enfin, le dernier vendeur a proposé à son client d'échanger son billet de 10 euros par 10 pièces de 1 euro.

J'ai été très surprise par ces procédures, celle à laquelle j'avais pensé n'a pas été trouvée en revanche, d'autres solutions tout à fait valables ont été proposées. J'ai donc réfléchi à une autre situation plus simple à mettre en place lors de la prochaine séance pour faire émerger celle à laquelle j'ai pensée. Je proposerai donc une situation dans laquelle je souhaiterai acheter un croissant à 2 euros et un gâteau à 3 euros. Le problème étant que je n'ai pas de pièces, je dispose seulement de différents billets. Je demanderai aux élèves si je peux acheter ou non ces aliments, et si oui qu'est-ce que je devrai donner à la marchande ?

c. *Troisième séance* : « *Le magasin de jouets* »

Cette séance aura pour but de réinvestir les connaissances étudiées précédemment. Elle se déroulera en deux phases. La première sera à nouveau un petit jeu, la seconde quant à elle se déroulera de manière individuelle et à l'écrit.

Connaissance visée :

- Connaître la valeur des pièces et des billets

Compétences visées :

- Calculer une somme de pièces et de billets

- Calculer la somme de plusieurs prix
- Savoir comparer deux montants

Attitude :

- Se mettre d'accord avec son camarade et faire des choix collectifs
- Coopérer

Une affiche est disposée au tableau, elle représente une vitrine de magasin avec différents jouets accompagnés de leur prix et les élèves sont placés en binômes. Chaque groupe d'élèves reçoit une enveloppe contenant des pièces et des billets. Sur une feuille (annexe 5), le groupe doit écrire le contenu de son porte-monnaie sous forme additive, ensuite ils commandent les jouets qu'ils désirent. A la manière d'une facture, ils devront effectuer le calcul du prix à payer. Ils pourront donc vérifier s'il leur est possible d'acheter tout ce qu'ils auront choisi.

A la fin de cette étape, une mise en commun est faite afin de vérifier tous les bons de commande et les différentes procédures utilisées. Je pourrai déjà observer les élèves qui utiliseront le matériel et ceux qui procéderont directement par la procédure experte.

Une série d'exercices écrits sera ensuite proposée aux enfants pendant que je travaillerai avec les élèves en difficulté repérés grâce à l'évaluation précédente.

Résultats : cette séance a été difficile car les montants choisis impliquaient des calculs que les élèves ne savaient pas faire (intervention de retenues). La première phase c'est bien passée et les élèves ont rapidement perçu la manière dont ils pouvaient faire. En revanche, le passage à la seconde situation a été plus difficile car ils ne faisaient pas le lien entre les pâtisseries et les jouets du catalogue. Ils ne voyaient donc pas comment connaître le prix total de leurs achats. Beaucoup ont donc voulu tout acheter. Après avoir rappelé les consignes, les élèves se sont rendu compte qu'ils devaient faire des choix. La majorité des binômes a donc acheté deux objets même s'ils avaient suffisamment d'argent pour en acheter d'autres.

d. Quatrième et cinquième séance

Connaissance visée : connaître la valeur des pièces et des billets

Compétences visées :

- Calculer une somme de pièces et de billets
- Comparer différents montants
- Décomposer une somme d'argent grâce à des pièces et des billets
- Calculer la somme de plusieurs prix

L'organisation de ces séances est assez différente des précédentes car elles consistent en un travail individuel écrit. La classe sera divisée en deux groupes hétérogènes. Lors de la quatrième séance (annexe 6), un groupe aura des pièces et des billets à sa disposition alors que l'autre n'aura aucun matériel. Je leur donnerai une série de courts problèmes à résoudre. Cette séance a pour objectif de montrer l'influence ou non de la manipulation sur les procédures de résolution des problèmes. Je pourrais également voir si les élèves ayant la possibilité d'utiliser le matériel ne s'en servent pas.

La cinquième séance (annexe 7) prend la même forme que la précédente mais cette fois aucun matériel n'est disponible. Tous les élèves se trouveront donc dans la même situation. Je pourrais alors observer si les élèves réussissent à trouver de nouvelles procédures qui permettent de surmonter le manque de matériel (passage à l'abstraction par des dessins, schémas, calculs...).

Résultats : Lors de la quatrième séance, de manière générale, les exercices ont été mieux réussis pour les élèves utilisant le matériel avec un taux de 75% de réussite contre 68 % pour les élèves n'y ayant pas accès. Deux élèves n'ont pourtant pas éprouvé le besoin de faire appel à la manipulation. Les plus grandes différences de résultats se trouvent au niveau des deux derniers exercices.

En ce qui concerne la séance 5, on constate que les résultats des élèves n'ayant pas eu le matériel lors de la séance précédente reste stable (67% de réussite). En revanche, l'autre groupe subit une baisse plus significative car il passe à 68% de réussite. On retrouve alors les mêmes proportions de réussite chez l'ensemble de la classe. Les difficultés majeures se trouvant là encore dans le dernier exercice.

e. Sixième séance

Lors de cette séance, j'interrogerai les élèves sur les procédures qu'ils ont utilisées pour se passer de la manipulation. Nous pourrions ainsi voir si l'abstraction s'est faite correctement et par conséquent si la notion mathématique a réellement été comprise.

Résultats : malheureusement, pour des raisons d'organisation et de disponibilité je n'ai pas pu effectuer ces entretiens qui auraient pourtant pu être très utiles dans l'explication des résultats précédents.

C) Bilan et analyse

Il est indiscutable que la manipulation a joué un rôle important dans le déroulement de ces séances. En effet, l'entrée dans l'activité était immédiate. De plus, les différents rôles attribués aux élèves leur ont permis de travailler des compétences différentes et les échanges au sein des groupes ont été très riches. La manipulation a également permis de soulever différentes démarches très intéressantes et différentes les unes des autres, notamment lors de la seconde séance.

J'ai tout de même pu réaliser les difficultés liées à ce type de travail. En effet, le temps passé lors de ces activités est très long car certaines étapes comme la verbalisation des consignes, la distribution des rôles puis du matériel et enfin les phases de synthèses ne doivent pas être négligées. De plus, même si les élèves étaient très réceptifs et très calmes, il est difficile d'aller dans tous les groupes afin de discuter les procédures mises en place. Le travail de préparation est lui aussi considérable car tous les paramètres et toutes les variables sont importants. C'est d'ailleurs pour cette raison que la séance trois a été plus difficile, ne connaissant pas le niveau de la classe, j'ai mal jugé ces variables rendant l'exercice trop complexe pour les élèves.

En ce qui concerne les résultats, on remarque qu'ils sont un petit peu meilleurs lorsque les élèves disposent des pièces et des billets, et ce, notamment pour les deux derniers exercices. Cela s'explique par le fait que certains élèves ont inventés des pièces ou des billets. Le calcul de la somme pouvait alors être correct mais ils ont par exemple créé des billets de 25 euros. En revanche, lorsque la monnaie est dessinée, on ne remarque pas de différence significative entre les deux situations.

On peut donc conclure que lorsque la monnaie est dessinée, la manipulation n'est plus indispensable, en revanche, en ce qui concerne les deux derniers exercices, une séance supplémentaire n'aurait pas été inutile.

Pour conclure, la place de la résolution de problèmes à l'école est fondamentale car elle travaille des compétences qui sont très différentes de celles travaillées dans les autres disciplines. L'enseignant doit donc partir des différentes représentations des élèves à ce sujet afin de les modifier. En effet, pour un élève :

- Lorsqu'on a un problème à résoudre, on doit faire des calculs avec tous les nombres.
- Il y a toujours une et une seule solution.
- Pour réussir un problème il faut trouver le bon résultat.
- Il n'y a qu'une manière de faire, c'est celle du maître.

Le rôle de l'enseignant sera donc de proposer des situations très variées afin de faire comprendre aux élèves les réels enjeux de la résolution de problèmes et ce qui est attendu de leur part.

En ce qui concerne la manipulation, il me semble qu'elle peut être utilisée quel que soit le niveau de la classe (bien sûr de manière différente) afin de donner un sens aux différentes notions abstraites qui sont travaillées en mathématiques. Elle ne doit pas être réservée qu'aux élèves présentant des difficultés mais doit avoir un objectif réel d'apprentissage et servir à l'élève. L'enseignant doit avoir compris tous les apports qu'elle peut fournir lors d'une situation tout en conservant à l'esprit les dérives qui peuvent en découler et qui sont précisées dans le paragraphe sur les limites de la manipulation.

Donc, bien qu'elle soit absente des nouvelles instructions officielles, il me semble indispensable de passer, lorsque le besoin en est, par l'expérimentation avec le matériel.

Je tenais à remercier toutes les personnes qui ont contribué à la rédaction de ce mémoire.

Pour commencer, j'ai une pensée toute particulière aux différents enseignants qui m'ont fait apprécier les mathématiques et notamment Mlle Champion pour qui la résolution de problèmes et les situations de recherche étaient une priorité.

Je souhaite également remercier tous les enseignants qui ont accepté de prendre le temps de répondre aux questionnaires ainsi qu'aux différentes questions que j'ai posées aux professeurs avec lesquels des brefs entretiens ont eu lieu.

Je remercie l'enseignante qui a accepté de me recevoir dans sa classe pour mon expérimentation sans qui l'écriture de ce mémoire n'aurait pas été complète, pour sa gentillesse, ses nombreux conseils qui m'ont été très précieux, sa disponibilité et son envie de partager son expérience.

Enfin, je remercie tous les enseignants de l'IUFM qui ont eu l'amabilité de m'accorder du temps afin de me guider, de répondre à mes interrogations, de me faire part de leurs expériences et de transmettre très gentiment les questionnaires dont je leur ai fait part.

La manipulation est donc une activité essentielle dans l'apprentissage et la compréhension des différentes notions mathématiques. Elle permet de leur donner un sens réel. En revanche, pour qu'elle soit véritablement utile, elle doit être pensée et réfléchie en termes d'objectifs afin de ne pas passer à côté de l'activité mathématique. Les situations proposées doivent permettre aux élèves de construire des connaissances nouvelles ou de les approfondir, et de développer certaines compétences et attitudes (le goût de la recherche, l'initiative, la curiosité...).

La manipulation doit être utilisée dans toutes ses dimensions, que ce soit pour entrer dans une situation, en tant que déclencheur de réflexion, pour faire émerger un maximum de procédures ou encore pour valider une solution.

En revanche, il faut rester conscient qu'elle n'est pas une finalité en soi et que le passage à l'abstraction est nécessaire voire même indispensable. Il faut donc mettre en œuvre des moyens de faciliter ce processus chez les élèves afin de les rendre plus autonomes dans leurs démarches.

Mots-clés : manipulation – résolution de problèmes – abstraction – expérimentation – solution – recherche.

Bibliographie :

- BERDONNEAU C., 2006, *Aider les élèves en difficulté en mathématiques CP/CE1* ; numération, résolution de problèmes, géométrie dans l'espace, Paris, Hachette Education.
- BONHÊME B., DESCAVES A., 2007, *Activités numériques et résolution de problèmes au cycle 2*, Paris, Hachette Education.
- CALMELET J-J., GRAFF O., VALZAN A., 2010, Problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs, Développer des compétences pour résoudre des problèmes additifs et soustractifs, *Le Nombre au cycle 2*, 51-74, Scéren.
- ERMEL, 2005, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP*, Paris, Hatier.
- FENICHEL M., PFAFF N., 2005, *Donner du sens aux mathématiques, Tome 2, Nombres, opérations et grandeurs*, Bordas.
- FLOC'H M., PFAFF N., 2005, Une séquence sur les problèmes additifs au cycle 2, Le cas des comparaisons de mesures, *Grand N*, n°75, 19-30.
- GAMO S., 2007, *La résolution de problèmes, cycle 2 CP-CE1*, Bordas.
- MINISTERE DE LA JEUNESSE, DE L'EDUCATION NATIONALE ET DE LA RECHERCHE, 2002, *Mathématiques, cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*, Documents d'application des programmes, CNDP.
- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, 2005, *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?*, Scéren.
- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, 2010, *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les programmes officiels*, Scéren.
- RAOUL-BELLANGER A., BELLANGER F., 2010, *Construire les notions mathématiques, 50 activités de manipulation au Cycle 2*, Paris, Retz.
- YAICHE A., MARCANGELI A., PENSO E., LE FLOC'H E., MOSSE B., 2007, *Comment enseigner les mathématiques au cycle 2*, Paris, Hachette Education.

Annexe 1 : Questionnaire de recherche

Questionnaire de recherche

École :

Ville :

Niveau :

- 1) Pensez-vous que l'activité manipulatoire peut aider les élèves à progresser en mathématiques ?

- 2) Utilisez-vous régulièrement du matériel de manipulation ?

- 3) Si oui, quel type de matériel?
 - Dés, cubes, jetons
 - Monnaie
 - Cartes
 - Dominos (triominos)
 - Puzzles
 - Matériel celda et asco
 - Gants (pour compter sur des doigts)
 - Livres
 - ...

- 4) Le matériel mis à la disposition des élèves est-il imposé ou non ?

- 5) Dans quelle(s) situation(s) utilisez-vous la manipulation ?

- 6) Pour quel type d'élève utilisez-vous ce matériel ?

- 7) La phase de manipulation constitue-t-elle une séance entière ou n'est-elle qu'une phase dans la séance?

- 8) Lors des activités que vous proposez, quelle est le rôle de la manipulation ? (aide à la représentation de l'énoncé, outil de tâtonnement, outil de vérification, outils pour découvrir des nouveaux phénomènes mathématiques)

- 9) Pratiquez-vous des jeux mathématiques dans lesquels la manipulation est le cœur de l'activité ? Si oui, lesquels ?

- 10) Quels sont vos objectifs lorsque vous proposez une séance faisant intervenir du matériel ?

- 11) Comment vous assurer que l'activité manipulative est vraiment formatrice ?

- 12) Quel est le temps (estimation générale) que vous consacrez aux moments de manipulation lors de vos activités mathématiques (en %) ?

- 13) Est-ce que le travail manipulative évolue au cours de l'année scolaire, doit-on faire en sorte de privilégier des solutions expertes ?

- 14) D'après vous, quelles pourraient-être les limites de la manipulation ?

Annexe 2 : Fiche élève séance 1

GROUPE

Enveloppe A :

Enveloppe B :

Enveloppe C :

Enveloppe D :

Ecris ce que contient chaque enveloppe :

Prénom	Calcul de la somme	Total

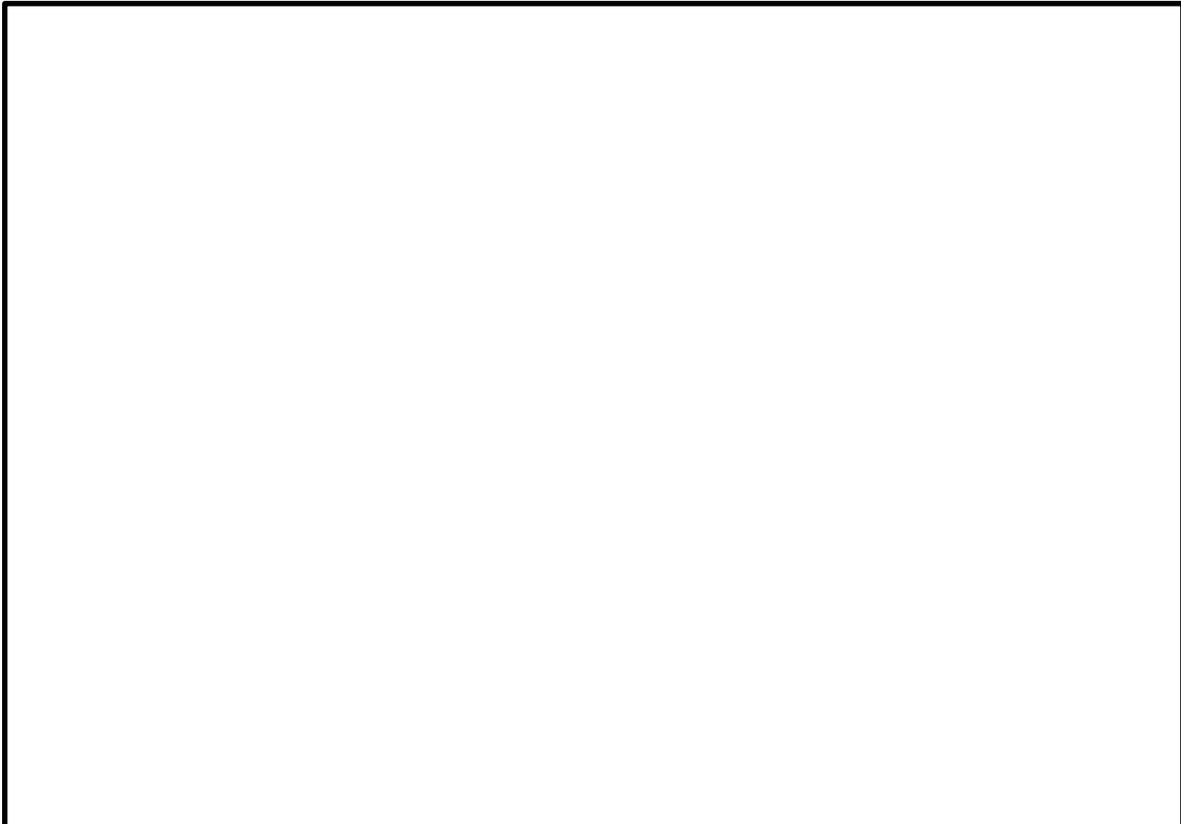
Dans ton groupe :

- Qui est le plus riche ? a €.
- Qui a le moins d'argent ? a €.
- Qui a autant d'argent ? et

Annexe 3 : Fiche élève séance 2

Nom

Colle les images des objets que tu as achetés et les pièces et billets que tu as donnés au marchand.



J'ai acheté à €,

et à€.

Annexe 4 : Fiche élève séance 3

Noms :

.....

Dans notre enveloppe nous avons :

--

Nous voulons acheter :

Nom du jouet	Prix

Total :

--

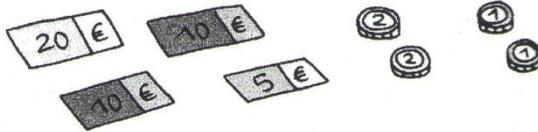
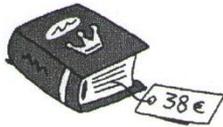
Nous allons payer €.

Il nous restera €.

Annexe 5 : Fiche exercice séance 3

Nom : _____

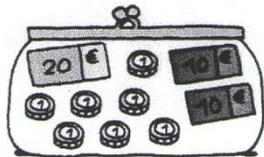
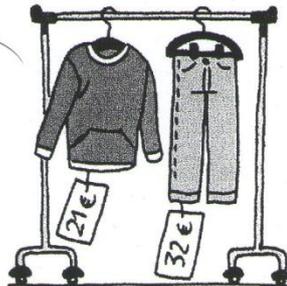
Entoure la somme qui correspond au prix du dictionnaire.



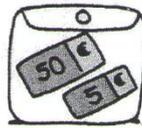
Au magasin de vêtements

Combien coûtent les 2 vêtements ?

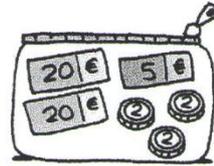
..... = €.



Léa



Enzo



Alex

Complète.

Léa possède = €

Enzo possède = €

Alex possède = €

C'est qui peut acheter les 2 vêtements.

Annexe 6 : Exercices séance 4

1  Complète pour savoir qui a le plus d'argent.

Mehdi



..... €

Lilou



..... €

a plus d'argent que

2  Écris la somme que tu as :



..... €

 Entoure la bonne réponse.



As-tu assez d'argent pour acheter la voiture ? OUI - NON

3  Dessine les pièces ou les billets nécessaires pour acheter la poupée.



 Dessine les pièces et les billets qu'il te faut pour acheter les deux jouets. Utilise le moins de pièces et de billets possible.



Annexe 7 : Evaluation finale séance 5

Nom :

Date :

Exercice 1 :

Complète pour savoir qui a le plus d'argent.

Clélia



..... €

Thomas



..... €

Mathéo



..... €

C'est qui a plus d'argent.

Exercice 2 :



..... €

Entoure la bonne réponse.



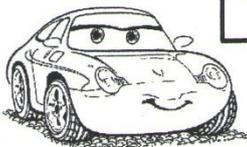
14 €

As-tu assez d'argent pour acheter la poupée ?

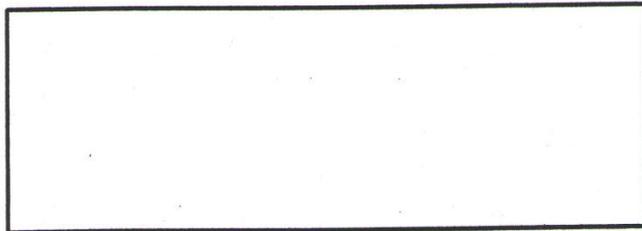
OUI - NON

Exercice 3 :

Dessine les pièces et les billets nécessaires pour acheter la voiture.

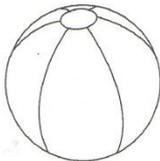


26 €



Exercice 4 :

Dessine les pièces et les billets qu'il te faut pour acheter les deux jouets. Utilise le moins de pièces et de billets possibles.



8 €



9 €

