



HAL
open science

Introduction de l'angle droit, des droites perpendiculaires et utilisation de l'équerre

Justine Vienne

► **To cite this version:**

Justine Vienne. Introduction de l'angle droit, des droites perpendiculaires et utilisation de l'équerre. Education. 2012. dumas-00750331

HAL Id: dumas-00750331

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00750331>

Submitted on 9 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MASTER 2 SMEEF
SPÉCIALITÉ « PROFESSORAT DES ÉCOLES »
ANNÉE 2011/2012
SEMESTRE 4**

INITIATION À LA RECHERCHE

MÉMOIRE

**NOM ET PRÉNOM DE L'ÉTUDIANT : Vienne Justine
SITE DE FORMATION : IUFM de Villeneuve d'Ascq
SECTION : M2_8**

**Intitulé du séminaire de recherche : Mathématiques
Intitulé du sujet de mémoire : Introduction de l'angle droit, des droites perpendiculaires et utilisation de l'équerre
Nom et prénom du directeur de mémoire : Madame Anne-Cécile Mathe**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

INTRODUCTION DE LA NOTION DE DROITES PERPENDICULAIRES

Je remercie particulièrement ma directrice de mémoire, Madame Mathe, qui m'a soutenu et guidé dans l'élaboration de ce mémoire.

Sommaire

| | |
|---|------|
| INTRODUCTION | p.5 |
| PARTIE 1_ Partie Théorique | p.7 |
| I) Les droites perpendiculaires dans les programmes | p.7 |
| II) Enjeux généraux de l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école | p.9 |
| A) Entrer dans la géométrie nécessite un changement de regard sur les figures | p.9 |
| B) Les instruments de géométrie: un levier didactique pour effectuer la déconstruction dimensionnelle des figures | p.10 |
| III) L'introduction de la notion de droites perpendiculaires | p.13 |
| A) Une nécessité d'un travail préalable sur l'angle droit | p.13 |
| B) L'équerre: statut et potentialité | p.15 |
| IV) Problématique | p.17 |
| PARTIE 2_ Partie Pratique | p.18 |
| I) Méthodologie | p.18 |
| II) Description des manuels | p.19 |
| III) Analyse comparée des manuels | p.25 |
| A) Les définitions d'angle droit et de droites perpendiculaires | p.25 |
| B) L'articulation entre la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires | p.28 |
| C) Le statut de l'équerre | p.32 |
| IV) Synthèse critique et perspectives | p.36 |
| CONCLUSION | p.40 |
| BIBLIOGRAPHIE | p.41 |
| ANNEXES | p.43 |
| Résumé et mots-clés | p.47 |

INTRODUCTION

J'ai choisi d'étudier la géométrie à l'école primaire.

En effet, le côté « pratique » de la géométrie m'intéresse particulièrement.

J'ai ensuite choisi de travailler sur l'équerre, l'utilisation qui en est faite à l'école et par les élèves. En restant sur le thème de l'équerre, j'ai ensuite pensé étudier l'introduction de l'angle droit et des droites perpendiculaires.

L'année dernière, pour le début de mes recherches, je me suis appuyée sur l'étude des programmes, de manuels et de certains articles.

Cette année, en retravaillant et en approfondissant mon travail de l'an dernier, j'ai recadré mon sujet de mémoire. Je compte m'orienter vers « l'introduction des droites perpendiculaires ». Plus particulièrement, je tenterai de répondre à la question : comment se fait l'articulation et le passage entre la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires?

Pour ce faire, dans une première partie, plutôt théorique, j'étudierai la place que tiennent les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires dans les programmes.

Puis, toujours dans cette première partie, j'étudierai les enjeux généraux de l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école. Je m'appuierai sur un article de Raymond Duval et Marc Godin intitulé *Les changements de regard nécessaire sur les figures* (2006). En effet, lors de mes lectures, j'ai pu remarquer un caractère problématique de l'enseignement de la géométrie à la fin de l'école primaire: la tension entre l'appréhension spontanée des élèves à la figure en géométrie et le rapport aux figures attendu par la géométrie du collège.

J'ai ensuite croisée cette problématique avec mon travail de l'an dernier sur les droites perpendiculaires: je vais questionner les enjeux et les difficultés de l'introduction des droites perpendiculaires tout en faisant le lien avec la question du rapport aux figures.

Pour finir cette première partie j'explicitai ma problématique.

Dans une seconde partie, j'étudierai, dans la pratique, comment se fait l'introduction des droites perpendiculaires. Tout d'abord j'expliquerai ma méthodologie d'analyse: sur quels outils je m'appuie pour analyser l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires.

Puis, je décrirai les différentes activités que proposent les manuels à l'école pour effectuer cette articulation. J'effectuerai ensuite une analyse comparée de ces manuels en m'attardant sur trois points essentiels: les définitions de l'angle droit et des droites perpendiculaires qui

sont utilisées, comment est conçu l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires et donc la déconstruction dimensionnelle, et enfin le statut de l'équerre à travers ces différentes activités proposées.

Pour finir, et en appui avec cette analyse, je donnerai des perspectives de travail et des séances qui, à la lumière de ce travail de mémoire, me sembleraient permettre d'aménager le passage entre angle droit et droites perpendiculaires au cycle 3, et plus précisément dans une classe de CE2.

PARTIE 1

I) Les droites perpendiculaires dans les programmes

La géométrie tient une place importante dans les programmes de l'école primaire du cycle 3.

Dans les programmes de 2008 on peut voir que « l'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure ». De plus, doivent être étudiés en Cycle 3, les relations et les propriétés géométriques comme l'alignement, la perpendicularité... L'utilisation d'instruments et de techniques est également citée avec l'utilisation de la règle, l'équerre, le compas... Au cycle 3 on doit également étudier certaines figures planes(carré, rectangle...) ainsi que des solides usuels (cube, pavé droit...). Les programmes insistent particulièrement sur l'utilisation d'un vocabulaire spécifique « [Les problèmes de reproduction] sont l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé ».

En s'intéressant aux droites perpendiculaires et à l'équerre, on remarque que ces notions sont présentes. La perpendicularité de deux droites est citée dans les relations et propriétés géométriques. L'équerre est également citée dans l'utilisation des instruments.

Dans les progressions par niveau on peut remarquer que les compétences, devant être acquises en fin d'année, relatives aux fonctions de l'équerre et à la notion de perpendicularité, évoluent suivant les niveaux : en CE2 une compétence devant être acquise est « vérifier la nature d'une figure plane en utilisant [...] l'équerre ». Cette compétence est aussi présente dans les progressions du CM1. Le terme de « droites perpendiculaires » apparaît en CM1: « utiliser en situation le vocabulaire géométriques: [...] droites perpendiculaires[...] ». En CM2, une nouvelle fonction de l'équerre apparaît : « utiliser les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites(règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles ». L'équerre a également une fonction dans la construction ou la reproduction de figures.

On peut voir que le terme d'« angle droit » n'est pas cité dans les programmes du cycle 3 mais dans ceux du cycle 2. En effet, dans les compétences devant être acquises en CE1 on

a:« Percevoir et reconnaître quelques relations et propriétés géométriques : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs ».

En étudiant certains articles qui étaient parus avant les programmes de 2008, j'ai choisi de comparer ces programmes avec ceux de 2002.

On peut remarquer quelques différences. En effet, en 2002 « l'objectif principal est de permettre aux élèves d'améliorer leur "vision de l'espace" (repérage, orientation), de se familiariser avec quelques figures planes et quelques solides et de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par explicitation de propriétés et recours à des instruments ». On remarque donc que les propriétés géométriques ne sont pas citées dans les programmes de 2008, contrairement à ceux de 2002.

On remarque que la perpendicularité de deux droites est citée dans les relations et propriétés géométriques et que l'équerre est citée dans l'utilisation des instruments, tout comme dans les programmes de 2008.

Cependant, dans les programmes de 2002 on peut lire :«vérifier à l'aide des instruments: [...] la perpendicularité et le parallélisme entre droites (règle et équerre) ». On remarque que dans ceux de 2008, la notion de vérification de la perpendicularité n'est pas citée (explicitement).

De même, dans les documents d'accompagnement aux programmes de 2002 on a « tracer à l'aide de l'équerre la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné ». Cette compétence n'est pas explicitée dans les programmes de 2008.

L'utilisation d'un vocabulaire à bon escient est présente dans les programmes de 2002.

Ainsi, on remarque que les programmes de 2002 s'intéressent plus particulièrement aux propriétés géométriques des figures alors que ceux de 2008 insistent plus sur le recours aux instruments de mesure.

On remarque également que les programmes commencent par citer la notion d'angle droit (CE2) puis la notion de droites perpendiculaires (CM1). L'utilisation de l'équerre est préconisée tout au long du cycle 3.

II) Enjeux généraux de l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école

A) Entrer dans la géométrie nécessite un changement de regard sur les figures

Dans l'article Les changements de regard nécessaire sur les figures (2006), Raymond Duval et Marc Godin expliquent que l'organisation des objectifs d'apprentissages du primaire et surtout du collège est enclin à valoriser une vision des figures en termes d'objets 1D (c'est à dire des réseaux de segments, de droites perpendiculaire, parallèles...) par rapport à une vision des figures en termes d'objets 2D (c'est à dire des figures vues comme des surfaces). En effet, les propriétés géométriques concernent essentiellement la 1D. Le travail sur les propriétés géométriques ne peut donc pas se faire directement sur une figure 2D: il faut déconstruire cette figure en forme 1D. Or, il y a « une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D » (Duval et Godin 2006). En effet, une figure 2D (c'est à dire une surface) est plus facile à reconnaître et à visualiser pour les élèves que la décomposition de cette figure en un réseau de formes 1D. Les élèves ne peuvent pas travailler sur les propriétés géométriques s'ils ne visualisent les figures qu'en termes de surfaces, juxtaposées ou superposées.

Pour pouvoir identifier les propriétés géométriques sur les figures données (ce qui est un des objectifs cité dans les programmes de 2008) il faut donc effectuer le passage des formes 2D aux formes 1D, c'est à dire effectuer une déconstruction dimensionnelle des figures.

Selon les IO de 2008, l'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments (voir paragraphe précédent). Les IO stipulent bien un changement de regard sur les figures. En effet, au CE2 (et avant) les élèves reconnaissent visuellement des objets, c'est à dire, ils appréhendent les figures en terme de surface. Puis, les élèves vont avoir recours aux instruments pour analyser les figures. Ils vont donc les appréhender en termes de figures 1D (puisque'ils vont étudier les droites, les segments, les points...). Ainsi, les élèves vont d'abord appréhender et visualiser les figures en termes de surfaces pour ensuite les appréhender sous forme de

figures 1D, ceci à l'aide des instruments (c'est ce que nous allons voir dans la partie suivante).

De plus, au collège, on favorise une vision en terme de points, de lignes... (c'est à dire des figures 1D). Un enjeu de l'école primaire, pour permettre la bonne compréhension de la géométrie du collège, est bien de faire acquérir aux élèves une mobilité du regard porté sur les figures, c'est à dire d'effectuer le passage de la 2D à la 1D.

La question que se pose alors les auteurs est: « comment [...] faire passer [les élèves] d'un regard centré sur les surfaces et leurs contours à un regard qui fait apparaître le réseau de droites et de points sous-jacent aux différentes figures étudiées à l'école? » (Duval et Godin 2006).

Les enjeux de la géométrie à l'école sont donc complexes. En effet, dans le but de travailler sur les propriétés géométriques (ce qui concernent essentiellement la 1D) et pour respecter les visées du collège (où les élèves travaillent surtout sur la 1D), l'école primaire doit effectuer la transition entre les figures 2D et les figures 1D et donc modifier les représentations des élèves sur les figures géométriques.

B) Les instruments de géométrie: un levier didactique pour effectuer la déconstruction dimensionnelle des figures

En s'intéressant au changement de regard sur les figures on a vu que l'un des enjeux principaux de l'enseignement de la géométrie à l'école consiste à accompagner les élèves dans un changement de regard sur les figures. Or, on peut se demander si l'utilisation des instruments ne peut pas aider dans cette déconstruction dimensionnelle.

Nous verrons donc en quoi les instruments de géométrie peuvent être un levier didactique: nous verrons, en effet, que ceux-ci aident au changement de regard sur les figures et à leur déconstruction dimensionnelle. Cependant, nous verrons que le fait de combiner plusieurs usages d'un instrument peut aussi entraîner une mauvaise analyse des propriétés géométriques portées par cet instrument.

Selon Duval et Godin (2006), nous pouvons distinguer deux sortes d'instruments: les

instruments permettant de produire des formes 1D et ceux permettant de produire des formes 2D .

Un instrument 1D est un instrument qui produit des objets 1D comme des droites, des segments, des droites perpendiculaires, des droites parallèles, des tracés curvilignes...

Parmi les instruments 1D on peut retrouver les pailles, la règle (graduée ou non graduée), l'équerre, le compas...

Un instrument 2D est un instrument qui produit des formes 2D, c'est à dire des surfaces.

Parmi les instruments 2D il y a les pièces de puzzle, les tangrams, le papier, les gabarits, les pochoirs...

On voit bien que selon qu'il s'agit d'un instrument 1D ou 2D la tâche demandée ne sera pas la même et que l'un ou l'autre favorise la reproduction de figures différentes: « d'un type d'instrument à un autre, on ne joue plus du tout le même jeu » (Duval et Godin 2006). Par exemple, dans le cas d'une reproduction d'un carré, l'analyse sera différente selon qu'on le reproduit avec une règle et un compas ou seulement avec une partie d'un gabarit de ce même carré. Les opérations instrumentales ne seront pas les mêmes. Le regard porté sur la figure, de manière sous-jacente et les propriétés du carré identifiées et mises en œuvre diffèrent de façon fondamentale, d'une vision en terme de surface dont on reconnaît l'allure générale, à l'identification de la perpendicularité des côtés, d'égalités de longueurs de segments...

On voit ici l'importance des instruments choisis pour les situations de reproduction. Plus encore, ces considérations nous livrent des pistes didactiques qui permettraient d'accompagner les élèves dans une déconstruction dimensionnelle des figures : jouer sur les instruments à utiliser permettrait d'engager les élèves dans un changement de regard sur une figure.

Cette déconstruction est nécessaire à l'explicitation des connaissances géométriques. En effet, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, une fois que les élèves visualiseront les figures en termes de réseaux d'objets 1D ils pourront travailler sur les propriétés géométriques.

Dans l'article De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître (2008), les auteurs, M. Godin et M. Perrin-Glorian expliquent que « les instruments géométriques usuels permettent de produire et contrôler des propriétés visuelles dans l'espace graphique, propriétés visuelles qui se traduisent par des propriétés géométriques dans le modèle théorique ». Les instruments sont donc présents pour guider, aider la perception et leur utilisation implique la mise en

œuvre de propriétés géométriques. Un enjeu de l'école primaire est donc que les élèves effectuent le rapprochement entre les propriétés visuelles et les propriétés géométriques. Les instruments doivent permettre d'effectuer ce rapprochement. On voit, encore une fois, que les instruments permettent un changement de regard sur les figures: ils vont permettre de passer des propriétés visuelles aux propriétés géométriques.

Bernard Offre, Marie-Jeanne Perrin-Glorian et Odile Verbaere dans Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2 (2006), remarquent quant à eux qu'une des difficultés majeures des élèves face aux instruments réside dans la tendance des élèves à recourir à ce qu'ils appellent l'économie gestuelle, c'est à dire la combinaison de plusieurs usages du même instrument. Il y a des difficultés de compréhension d'une propriété géométrique d'un instrument. Les élèves utilisent à tort et à travers la plupart des instruments géométriques. En effet, des utilisations multiples d'un même instrument (un instrument pour tracer, mesurer, tracer des perpendiculaires par exemple), font obstacle à la capacité des élèves de prendre conscience des propriétés géométriques qu'ils utilisent lorsqu'il utilise cet instrument.

Il faut que les élèves prennent conscience des possibilités et des contraintes de chaque instrument et donc du fait que l'utilisation d'instruments différents conduit à des procédures différentes: par exemple pour tracer un triangle les procédures ne seront pas les mêmes si l'élève utilise la règle et le rapporteur ou la règle et le compas.

En conclusion, les instruments de géométrie sont bien un levier didactique au changement de regard sur les figures: ils permettent la déconstruction dimensionnelle des figures, c'est à dire le passage des figures 2D aux figures 1D. De plus, nous avons vu qu'il est nécessaire d'effectuer un travail autour de l'articulation entre l'usage réglé des instruments et l'identification des propriétés géométriques mises en œuvre.

III) L'introduction de la notion de droites perpendiculaires

A) Nécessité d'un travail préalable sur l'angle droit

En étudiant les IO de 2008, on remarque le terme d'« angle droit » n'est pas cité dans les programmes du cycle 3 mais qu'il est cité dans ceux du cycle 2. En effet, dans les compétences devant être acquises en CE1 on lit:« Percevoir et reconnaître quelques relations et propriétés géométriques : alignement, **angle droit**, axe de symétrie, égalité de longueurs » (voir I).

La perpendicularité apparaît au cycle 3 dans les relations et propriétés géométriques, cependant c'est une compétence qui n'apparaît qu'en fin de CM1:« utiliser en situation le vocabulaire géométriques: [...] droites perpendiculaires[...] » (IO de 2008).

On voit que le passage entre la notion d'angle droit et droites perpendiculaires s'effectue entre le cycle 2 et le cycle 3.

On peut se demander quelles sont les différences entre ces deux notions et pourquoi les programmes préconisent d'introduire d'abord la notion d'angle droit puis celle de droites perpendiculaires?

1) La notion d'angle droit et de droites perpendiculaires

Au début de la scolarité, l'angle droit est un objet qui s'appuie sur des expériences perceptives de l'espace (comme le coin d'une table, deux plis sécants sur une feuille de papier...) ou psychomotrices (un changement de direction sur un chemin, une articulation du bras et de l'avant-bras...). L'angle droit est alors vu comme une surface (comme un coin), c'est à dire un élément 2D.

L'angle droit peut également être vu comme un « angle du quart de tour »: l'angle droit reporté quatre fois autour d'un point permet de paver intégralement une surface donnée (ou de faire un tour complet) (Ermel, 2006).

Plus tard il deviendra un objet géométrique: l'angle devient une portion du plan délimité par deux demi-droites de même origine: l'angle droit est un angle de mesure 90° (Ermel, cycle 3, *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*, 2006).

Par ailleurs, la notion de perpendicularité est définie, à l'école, de la façon suivante : « on dit que deux droites sont perpendiculaires si elles se coupent en formant quatre angles droits » (Ermel, 2006, 174). On remarque que la notion de perpendicularité est liée à celle de l'angle droit. Cette notion est une relation entre deux droites (dans la définition d'un angle droit on ne parle pas de droites). La perpendicularité relève d'une propriété géométrique. La perpendicularité de deux droites est une relation entre deux droites (objets 1D) qui forment quatre angles droits.

2) Articulation entre angle droit, droites perpendiculaires et déconstruction dimensionnelle

Le Ermel nous apporte d'autres informations sur l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires.

L'angle droit renvoie donc d'abord à des procédures d'ordre perceptif: par exemple, il peut être vu comme un coin, c'est à dire une figure 2D, alors que la notion de droites perpendiculaires renvoie à une relation entre des objets de dimension 1, plus difficile à percevoir pour les élèves. Les considérations sur les enjeux généraux de la géométrie évoqués précédemment nous donne donc des outils pour comprendre pourquoi l'angle droit est introduit bien avant les droites perpendiculaires dans les programmes.

Passer de la notion d'angle droit à celle de droites perpendiculaires suppose alors d'amener les élèves à orienter leur regard vers les bords de cette surface, puis à prolonger ces bords en droites. Penser l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires à l'école nous amène donc à explorer, dans un cas particulier, des pistes didactiques pour un travail de déconstruction dimensionnelle.

Ce travail peut par exemple s'appuyer sur un travail en amont sur l'angle. Pour les élèves, deux angles dont les longueurs des côtés sont très différentes ne sont pas égaux. Il faut donc effectuer un travail de comparaison d'angles qui permettra d'arriver au constat que « pour comparer deux angles ce n'est pas la longueur des côtés des angles qui compte mais l'écartement des côtés ». Ce travail peut accompagner les élèves à caractériser un angle comme une position relative entre des segments, puis des demi-droites. Enfin, le prolongement de ces demi-droites aboutit à la perception de droites perpendiculaires, notion renvoyant à une relation entre des objets de dimension 1 formant quatre angles droits.

B) L'équerre: statut et potentialité

Intéressons-nous maintenant à l'équerre.

Selon Pierre Rabardel (cité dans le Ermel p.66) l'instrument géométrique est la résultante de trois composantes: un artefact, des schèmes d'utilisation et des représentation du concept. Dans le cas de l'équerre graduée, il y a un artefact (c'est à dire un objet matériel) : l'équerre. A cet artefact, peuvent être attachés différents schèmes d'utilisation : vérifier un angle droit ou tracer un angle droit, tracer une perpendiculaire à une droite donnée en un point Chaque schème d'utilisation, mobilise une conception différente : l'angle droit comme une surface 2D, la perpendicularité comme une relation entre des segments, demi-droites ou comme relation entre des droites.

De plus, l'utilisation de l'équerre peut relever d'autres schèmes d'utilisation, non liés à la perpendicularité : tracer un segment, une droite, mesurer la longueur d'un segment...

L'équerre peut, par exemple, être utilisée pour ses bords droits reliés aux notions de droites et d'alignement, c'est à dire comme une règle.

C'est donc un instrument complexe.

Du côté de la perpendicularité, cet instrument cumule donc deux fonctions: elle permet de produire des formes 2D (comme un gabarit de triangle ou d'angle) et des formes 1D (comme des droites perpendiculaires) (Duval et Godin, 2006). Elle peut être utilisée comme un instrument 1D ou un un instrument 2D.

Si l'on pense l'articulation entre les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires, de la fin du cycle 2 au cycle 3 l'usage de l'équerre évolue. En effet, elle peut être utilisée pour son angle droit: c'est à dire comme un gabarit d'angle (comme un outil 2D). Ensuite elle est associée aux notions de perpendicularité et de droites perpendiculaires (comme un outil 1D).

L'usage de l'équerre engendre des difficultés chez les élèves.

En effet, l'équerre est un instrument comportant beaucoup de fonctions comme on l'a vu précédemment. Selon B.Offre, M.Perrin-Glorian et O.Verbaere ce sont ces différentes fonctions qui entraînent les difficultés des élèves.

Selon J. Favrat dans Traces aux instruments et raisonnements géométriques quelques exemples de consignes (1991), les difficultés relevant de l'utilisation de l'équerre sont des difficultés à dissocier tracé et mesure quand l'origine de la graduation sur un côté de l'angle

ne coïncide pas avec le sommet de l'angle droit, à éviter les raccordements arrondis entre les deux côtés de l'angle droit, à choisir une bonne position de l'équerre, à abaisser une perpendiculaire à un segment ni vertical, ni horizontal, c'est à dire non parallèle aux bords de la feuille rectangulaire.

On peut supposer que le travail autour de l'équerre tiendra sans doute une place importante dans le travail d'articulation entre l'angle droit et les droites perpendiculaires et on peut alors se demander comment faire pour que ce travail puisse tenir lieu de levier didactique.

IV) Problématique

Après cette première partie théorique amenant à expliquer les enjeux d'un changement de regard sur les figures et d'une articulation entre la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires, je vais donc m'intéresser plus particulièrement à la façon dont les manuels proposent et prévoient l'introduction des droites perpendiculaires à l'école.

Je m'intéresse aux manuels scolaires car ceux-ci peuvent être le reflet de ce que font les enseignants en classe. En effet, beaucoup d'enseignants s'appuient sur des manuels pour élaborer leur progression et s'inspirent des activités qu'ils proposent.

Je m'intéresserai alors aux questions suivantes: comment est abordée la notion de droites perpendiculaires? Quelle est la progression utilisée pour effectuer ce passage? Quelles sont les activités mises en œuvre et sur lesquelles on prend appui?

Enfin je m'interrogerai sur le statut de l'équerre: est-ce que celle-ci est utilisée comme outil servant à l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires, c'est à dire, est-ce que l'équerre a un rôle de levier didactique dans l'introduction des droites perpendiculaires?

Ma problématique est donc: comment accompagner les élèves de l'identification perceptive de l'angle droit à la perception puis la compréhension de la notion de droites perpendiculaires? Nous allons donc voir comment les manuels articulent la notion d'angle droit avec celle de droites perpendiculaires.

C'est à travers la seconde partie de mon mémoire que je vais tenter de répondre à cette question.

PARTIE 2

I) Méthodologie

Je vais donc étudier les manuels scolaires. J'étudierai plus particulièrement la progression qu'ils proposent pour articuler la notion d'angle droit avec celle de droites perpendiculaires.

Je vais appuyer mon analyse sur trois manuels: Le *Ermel* (2006), le *CapMath* (2011) et *A chacun sa route* (2002).

J'ai choisi le *Ermel* et le *CapMath* car bien souvent ces deux manuels constituent un outil de référence pour les enseignants. En effet, j'ai pu remarquer que les enseignants apprécient particulièrement ces deux ouvrages et les utilisent régulièrement.

Pour le manuel *A chacun sa route*, je l'ai choisi car durant mon stage c'est sur ce manuel que l'enseignante prenait appui pour construire ses séances de géométrie.

Ces manuels sont tous des manuels s'adressant à un public de CE2. J'ai choisi ce niveau car c'est à partir du CE2 (et au CM1) que ce fait le passage entre angle droit et droites perpendiculaires.

Dans un premier temps je décrirai ces manuels, du point de vue des objectifs, des activités, des traces écrites, puis je les analyserai plus précisément.

Pour mon analyse je m'intéresserai plus particulièrement à trois points: les définitions des angles droits et des droites perpendiculaires qui sont données, de façon explicite et/ou à travers les activités proposées, l'articulation entre la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires, et pour finir le statut de l'équerre en fonction des différentes activités prévues.

Ces points sont particulièrement importants. C'est en effet au travers de ces différents items d'analyse que nous pourrions voir si la déconstruction dimensionnelle s'opère bien dans ces manuels: est-ce que le passage de la 2D à la 1D est aménagé et comment?

De cette analyse je dégagerai des perspectives de travail sur l'introduction des droites perpendiculaires et je proposerai notamment une séquence.

II) Description des manuels

Je m'attarderai plus particulièrement aux progressions que ces manuels préconisent pour articuler la notion d'angle droit à celle de droites perpendiculaires. Je les décrirai via des tableaux comportant six colonnes: titre de la séance, niveau, objectif, activité, traces écrites.

Le tableau permettra d'énoncer clairement ces différents domaines.

A) Le manuel Ermel (2006)

Ce manuel est paru en 2006 et a été réalisé par plusieurs auteurs dont les responsables de la recherche sont Roland Charnay et Jacques Douaire.

Il présente deux parties, une intitulée « Nos conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement » et l'autre « Activités pour la classe ». C'est sur cette deuxième partie que nous nous attarderons avec le thème « Angle, perpendicularité et parallélisme ». Ce manuel est un manuel de cycle 3, il concerne donc aussi bien les CE2 que les CM1 ou les CM2. Il est d'ailleurs à remarquer que la progression que nous allons décrire s'étend du CE2 jusqu'au CM1.

| | Niveau | Objectifs | Activité(s) | Traces écrites |
|--|--------|---|--|--|
| Séance 1 Rectangle à terminer 1 | CE2 | Approcher l'angle droit en mobilisant ses connaissances spatiales sur le rectangle. | Terminer un rectangle auquel il manque un « coin » ¹ . | Dessin de la figure de départ complétée par les élèves. Un rectangle où sont codés les angles droits. |
| Séance 2 Quatre droits pour un tour | CE2 | Envisager un angle droit comme angle du quart de tour et construire un angle droit. | Recouvrir une tache en plaçant côte à côte plusieurs coins. | Feuille avec une tache centrale recouverte de coins. La trace écrite peut parler d'angles, de report, d'angle droit... |
| Séance 3 Trait sur trait | CE2 | Identifier la nécessité d'un angle droit entre le trait et les droites permettant | Problème théorique de construction d'une perpendiculaire à une droite en un point de cette droite. Il s'agit | La feuille avec les pliages effectués et les traits tracés. |

1 Voir Annexe 1

| | | | | |
|---|-----|--|--|--|
| | | un pliage trait sur trait et repérer les angles droits dans cette configuration et constater que chaque intersection de traits « fabrique » quatre angles droits. | d'une activité de pliage trait sur trait ² . Il ne s'agit pas d'introduire la terminologie de droites perpendiculaires. | |
| Séance 4 Construire un angle droit | CE2 | Établir le lien entre les différentes significations de l'angle droit par une situation de construction et identifier l'angle droit dans différentes configurations, savoir utiliser correctement chacun des instruments, utiliser à bon escient l'expression « angle droit ». | Construire un angle droit sur du papier calque. | Les angles droits tracés. La trace écrite parle des instruments que l'on peut utiliser. |
| Séance 5 C'est d'équerre | CE2 | Utiliser les différents outils géométriques, percevoir l'insuffisance du contrôle perceptif pour identifier des relations de perpendicularité ou construire des droites perpendiculaires. | Repérer les angles droits dans une figure complexe, distinguer angle droit et angle « presque droit » sur un chemin, reconnaître et construire des angles droits sur un faisceau de droites. | Les dessins de lignes brisées complétés par les élèves. |
| Séance 6 Rectangle à terminer 2 (Elle se | CM1 | Utiliser ses connaissances sur l'angle droit pour approcher la notion de droites | Terminer un rectangle ³ . Celui-ci n'a plus d'extrémités communes avec le côté fourni. Dans un premier temps | Dessin de la figure de départ complétée par les élèves. Un « dessin-scénario » d'un rectangle à |

2 Voir annexe 2

3 Voir annexe 3

| | | | | |
|-----------------------|--|---|--|--|
| fait en début de CM1) | | perpendiculaires , renforcer la nécessité du recours à l'instrument pour construire deux segments perpendiculaires et vérifier s'ils le sont, introduire la terminologie « droites perpendiculaires ». | les élèves reconstituent l'angle droit en traçant ses bords à l'aide d'une équerre. Puis le morceau donné est différent: la distance entre le morceau du bord du rectangle donné et le point est augmentée ce qui amène les élèves à prolonger le segment. | terminer. Une définition de deux traits perpendiculaires. |
|-----------------------|--|---|--|--|

B) Le manuel CapMath (2011)

Ce manuel est paru en 2011 et a été également réalisé, entre autre, par Roland Charnay. Contrairement au *Ermel*, ce manuel ne s'adresse qu'à des élèves de CE2 et, de plus, la progression qu'il utilise est implicite: chaque séance se trouve à un endroit différent du livre.

| | Niveau | Objectifs | Activité(s) | Traces écrites |
|-----------------------------------|--------|--|---|---|
| Séance 1 (Unité 5 séance 5) | CE2 | Définir l'angle droit comme étant un « coin » du carré et utiliser un gabarit « carré » pour reconnaître des angles droits dans des figures. | <ul style="list-style-type: none"> _ Identifier parmi des quadrilatères ceux qui sont des carrés à l'aide d'un gabarit d'un carré⁴ _ Chercher la « définition » d'un carré <p>Le terme d' « angle » est substitué à celui de « coin ».</p> <p>Le terme d' « angle droit » est introduit.</p> <ul style="list-style-type: none"> _ Reconnaître des angles droits à l'aide de gabarits de carré et les coder. | La définition d'un angle droit en lien avec le carré. Les figures codées sur leur cahier de géométrie. |
| Séance 2 | CE2 | Utiliser un gabarit pour | <ul style="list-style-type: none"> _ Reconnaître des angles droits dans une figure à | Les constructions des figures. |

4 Voir annexe 4

| | | | | |
|-----------------------------------|-----|--|--|--|
| (Unité 5 séance 6) | | identifier et tracer un angle droit et utiliser les propriétés relatives aux côtés et aux angles pour reconnaître un carré et un rectangle. Tracer un quadrilatère et un triangle. | l'aide d'un gabarit d'angle droit. _ Tracer un triangle rectangle à l'aide d'une règle et d'un gabarit d'angle droit. _ Tracer un quadrilatère ayant 4 angles droits mais qui ne soit pas un carré. _ retrouver les carrés et les rectangles, identifier les losanges. | Les définitions du carré et du rectangle. |
| Séance 3 (Unité 6 séance 3) | CE2 | Utiliser une équerre pour reconnaître un angle droit | _ Découverte de l'équerre par manipulation : identifier l'angle droit sur une équerre. _ Utiliser l'équerre pour contrôler qu'un angle est droit. | Codage des figures sur leur cahier de géométrie |
| Séance 4 (Unité 6 séance 4) | CE2 | Savoir placer une équerre pour tracer un angle droit dont un côté est tracé | Tracer des angles droits avec une équerre | Les figures tracées sur le cahier de géométrie. |
| Séance 5 (Unité 6 séance 7) | CE2 | Savoir tracer un carré, un rectangle et un triangle rectangle et utiliser l'équerre pour tracer un angle droit. | _ Reproduire un carré _ Construire un rectangle _ reproduire un triangle rectangle | Les tracés des figures. |
| Séance 6 (Unité 8 séance 5) | CE2 | Savoir ce que sont deux droites perpendiculaires et savoir reconnaître deux droites perpendiculaires et tracer une puis plusieurs droites perpendiculaires à une droite donnée. | _ A partir de l'observation de deux droites perpendiculaires tracées on introduit la définition de deux droites perpendiculaires ⁵ . Puis on amène les élèves à prendre conscience des quatre angles droits formés par deux droites perpendiculaires. On utilise l'équerre pour vérifier que les angles | _ La définition des droites perpendiculaires: « deux droites qui se coupent en formant un angle droit sont appelées des droites perpendiculaires » _ « Deux droites perpendiculaires forment quatre angles droits » |

5 Voir annexe 5

| | | | | |
|--|--|--|---|--|
| | | | <p>sont bien des angles droits.</p> <p>_ Reconnaître des droites perpendiculaires. Cette activité vise à repérer les conceptions erronées ou limitée de deux droites perpendiculaires.</p> <p>_ Tracer une perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point de cette droite.</p> | <p>_ Les tracés de droites perpendiculaires.</p> |
|--|--|--|---|--|

C) La manuel A chacun sa route (2002)

Ce manuel est un manuel destiné aux élèves de CE2. Il est paru en 2002 et a été réalisé par Fabienne Schramm.

Comme pour le *Ermel*, la progression qu'il préconise ne s'étale pas mais est regroupée dans une même période.

| | Niveau | Objectifs | Activité(s) | Traces écrites |
|----------|--------|--|--|---|
| Séance 1 | CE2 | Identifier des angles droits et des droites perpendiculaires | <p>_ Les élèves doivent reconnaître des droites perpendiculaires parmi plusieurs droites données⁶. Le terme de « droites perpendiculaires » n'est pas donnée, les élèves doivent les comparer et voir ce qu'elles ont en commun (un angle droit). Il doit ensuite expliquer ce qu'elles ont en commun.</p> <p>_ L'enseignant propose ensuite plusieurs angles à comparer. Les élèves doivent en dégager la définition de l'angle droit.</p> <p>_ Les élèves doivent</p> | Les élèves peuvent coder sur les figures les angles droits. |

6 Voir annexe 6

| | | | | |
|----------|-----|--|--|---|
| | | | <p>ensuite ranger des droites perpendiculaires aux côtés d'autre droites perpendiculaires. Le terme « droites perpendiculaires » n'est toujours pas donné.</p> <p>On demande ensuite aux élèves s'il sait comment on appelle ces droites. Ils doivent vérifier à l'aide de dictionnaire ou de livres mathématiques.</p> <p>La définition de la perpendicularité est donnée: « deux droites sont perpendiculaires quand elles se rencontrent en formant un angle droit ».</p> | |
| Séance 2 | CE2 | Identifier des angles droits et des droites perpendiculaires et les nommer | <p>_ Les élèves doivent repérer des angles droits dans des figures où deux droites se coupent</p> <p>_ Même activité mais cette fois-ci les élèves doivent prolonger les droites pour qu'elles se coupent.</p> <p>_ Ils doivent nommer les droites perpendiculaires parmi plusieurs droites données.</p> | <p>Les angles droits sont codés.</p> <p>Il y a les tracés de droites.</p> |
| Séance 3 | CE2 | Tracer des droites perpendiculaires | <p>Les élèves doivent tracer des perpendiculaires:</p> <p>_ à une droite donnée</p> <p>_ à une droite donnée et passant par un point donné sur cette droite ou à l'extérieur de cette droite</p> | <p>Les constructions de droites perpendiculaires.</p> <p>Une trace écrite sur comment tracer des droites perpendiculaires avec une équerre.</p> |

III) Analyse comparée des manuels

A) Les définitions d'angle droit et de droites perpendiculaires

1) Le Ermel

Pour le *Ermel* les définitions « d'angle droit » et de « droites perpendiculaires » évoluent suivant les activités:

_ Lors de la première séance l'angle droit est perçu comme « angle du coin d'un rectangle ».

_ Puis il est vu comme « angle du quart de tour »: quatre angles droits forment un tour complet.

La trace écrite dit:

« - On peut faire un tour complet en reportant plusieurs angles.

- On peut faire un tour complet en reportant quatre fois le même angle.

- Cet angle est un angle droit.

On peut le construire avec une équerre, une réquerre, une téquerre. »



_ L'angle droit est ensuite vu comme l'angle déterminé par deux droites permettant un pliage. De façon implicite, cette définition s'appuie sur les propriétés de l'axe de symétrie d'un segment.

_ La terminologie de « droites perpendiculaires » est introduite lors de la séance 6 (la première séance en CM1).

La notion de droites perpendiculaires est construite à travers une activité amenant les élèves à prolonger les bords d'angles droits (vu comme un coin d'un rectangle).

Puis l'enseignant décrit deux droites perpendiculaires est écrit:

« Les deux traits forment **un angle droit**.

Les deux traits sont **perpendiculaires**.

Le trait épais est **perpendiculaire** au trait fin.

Le trait fin est **perpendiculaire** au trait épais. »

Les termes en gras sont cachés et les élèves doivent les deviner.

La trace écrite prend la forme suivante: « Quand deux traits sont perpendiculaires... Je

peux marquer un angle droit, deux angles droits, quatre angles droits, ou je ne peux pas marquer d'angle droit (si les droites ne se croisent pas). Mais, dans tous les cas, si je prolonge les traits, je peux marquer quatre angle droits » (en lien avec des figures).

On remarque que la définition « d'angle droit » évolue constamment en fonction des exercices proposés pour être ensuite institutionnalisée.

C'est l'enseignant qui explicite la définition de « droites perpendiculaires ». Elle est introduite après une phase de manipulation, amenant les élèves à prolonger les bords d'anges droits, d'observation et de « devinette ». Cette définition est mise en lien avec les quatre angles droits. La définition insiste sur le fait que l'on peut prolonger les traits perpendiculaires pour faire apparaître les angles droits.

2) Le CapMath

Dans le *CapMath* on retrouve les définitions de « l'angle droit » et des « droites perpendiculaires » suivantes:

_ Lors de la première séance une définition de l'angle droit est proposée en lien avec le carré:

« Les 4 angles du carré sont superposables. Ces angles particuliers sont appelés des « angles droits ». Leurs côtés sont appelés « côtés de l'angle droit » ». Cette définition est très proche de celle du *Ermel*.

_ La définition de « droites perpendiculaires » est donnée en début de la dernière séance: « Deux droites que se coupent en formant un angle droit sont appelées des droites perpendiculaires ». ici aussi la définition est semblable à celle du *Ermel*.

Il est dit aussi que « Deux droites perpendiculaires forment 4 angles droits ».

On peut remarquer que, contrairement au *Ermel*, les définitions n'évoluent pas en fonction des exercices: une définition est donnée pour chaque notion.

La définition de l'angle droit est construite à partir du carré.

Les définitions sont données par l'enseignant (contrairement au *Ermel* où elles sont construites avec les élèves).

On remarque également que la définition de « droite perpendiculaires » est donnée (tout comme le *Ermel*) en lien avec les quatre angles droits. Cette définition est donnée avant même que les élèves visualisent des droites perpendiculaires « Après avoir défini deux

droites perpendiculaires, les élèves vont devoir les reconnaître, puis tracer une droite ainsi que plusieurs droites perpendiculaires à une droite donnée » (*CapMath* p.188).

3) A chacun sa route

Pour *A chacun sa route*, on retrouve également des définitions « d'angle droit » et de « droites perpendiculaires »:

_ Une définition de l'angle droit est donnée lors de la première séance après une recherche des élèves dans des dictionnaires ou des manuels: « L'angle droit est la moitié d'un angle plat ».

_ La définition de « droites perpendiculaires » est donnée mais après un classement de droites perpendiculaires et une recherche des élèves dans les dictionnaires ou les manuels sur l'appellation de telles droites: « Les droites perpendiculaires sont des droites qui, lorsqu'elles se rencontrent, forment un angle droit ». On peut remarquer que le terme « droites perpendiculaires » est donné dans le titre, ce qui peut faciliter la recherche des élèves.

On remarque qu'aucune définition n'est donnée explicitement: ce sont aux élèves de les trouver après avoir effectué des recherches. Sur ce point ce manuel se différencie des deux autres.

La définition « d'angle droit » est associée à l'angle plat.

Comme pour le *CapMath* les définitions n'évoluent pas au fil des activités (contrairement au *Ermel*).

4) Comparaison

On peut donc remarquer que selon les manuels l'introduction des définitions « d'angle droit » et de « droites perpendiculaires » et leur articulation entre elles ne se font pas de la même manière, même si l'on peut retrouver des points communs et des particularités propre à chacun:

_ Le *Ermel* est le seul manuel à proposer plusieurs définition de l'angle droit et à la faire évoluer.

_ La définition de l'angle droit est donné à partir du coin du rectangle pour le *Ermel* et le coin du carré dans le *CapMath*. En revanche, dans *A chacun sa route* cette définition est

vue à partir de l'angle plat. C'est le seul manuel qui aborde l'angle droit en fonction d'un autre angle. Cependant, on peut se demander quel travail préalable a été fait sur les angles et ce que signifie « angle plat » et « moitié d'un angle » pour les élèves.

_ *A chacun sa route* est, lui, le seul à proposer une phase de recherche dans le dictionnaire concernant la terminologie d' « angle droit » et de « droites perpendiculaires ». Les élèves cherchent eux-même cette terminologie. Cependant, dans le *Ermel*, les élèves sont invités à deviner eux-même cette terminologie en observant deux droites perpendiculaires. Mais, comme le souligne le *Ermel*, peu d'élèves réussissent à trouver cette terminologie.

_ Le *CapMath* est le seul manuel à proposer une définition de la perpendicularité avant même que les élèves observent des droites perpendiculaires et c'est le maître qui la donne. Dans le *Ermel* et *A chacun sa route*, une phase d'observation a lieu précédemment.

B) L'articulation entre la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires

Nous allons maintenant voir via quels types d'activités les manuels prévoient l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires et aménagent donc la déconstruction dimensionnelle.

1) Le Ermel

Le *Ermel* suit une progression partant explicitement de l'angle droit. Cinq séances sont consacrées à l'angle droit et la sixième aborde d'une manière explicite la perpendicularité. Dans la première séance, il s'agit de compléter un rectangle auquel il manque à coin. Dans les deux première séance l'angle est donc vu comme un coin, c'est à dire un élément 2D.

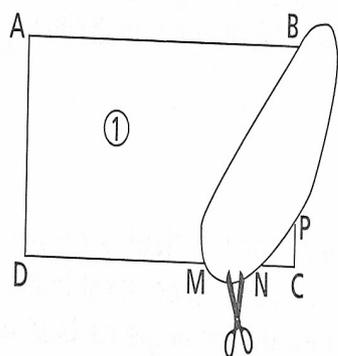
Dans la séance 3 « Trait sur trait », l'angle droit apparaît dans un contexte de perpendicularité de droites. Ici une première déconstruction dimensionnelle s'opère: on ne parle, plus de « coins » mais de « traits », éléments 1D vus comme des bords du coin. La séance 4 demande aux élèves de construire un angle droit à l'aide du papier calque et des instruments de géométrie. Cette séance permet d'institutionnaliser le langage et la manipulation des outils géométriques. Ici en fonction des procédures utilisées par les

élèves l'angle droit peut être vu comme un élément 2D ou une relation entre des éléments 1D: si l'élève utilise un coin d'une fiche bristol pour tracer son angle droit, celui-ci est vu comme un élément 2D. En revanche, si l'élève utilise un double pliage, l'angle droit est plus perçu comme une relation entre des éléments 1D.

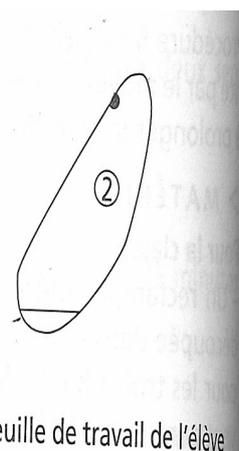
Le travail sur la notion d'angle droit est important: les activités mettent en œuvre différentes définitions de l'angle droit et les élèves sont accompagnés progressivement d'une appréhension de l'angle droit en termes de sous élément 2D d'une figure (connue) à une caractéristique particulière de ses bords.

Avant la séance 6 l'élève a donc rencontré l'angle droit dans différents contextes , avec institutionnalisation du langage correspondant.

La séance 6 (qui a lieu en début de CM1) aborde pour la première fois les droites perpendiculaires à partir d'un rectangle à terminer. Il manque à celui-ci un coin n'ayant plus d'extrémité commune avec le côté fourni (contrairement à la séance 1).



partie 1 : gardée par le maître



partie 2 : feuille de travail de l'élève

Cette activité consiste en un aménagement d'un processus de déconstruction dimensionnelle. En effet, on part d'une activité de restauration d'un rectangle dans laquelle les élèves reconstituent l'angle droit en traçant ses bords à l'aide d'une équerre, utilisée comme gabarit d'angle (donc 2D). Puis, par un jeu sur les variables didactiques, et notamment sur la distance entre le morceau du bord du rectangle donné et le point, on amène les élèves à prolonger les bords de ce rectangle - ou segments délimitant l'angle droit formant un de ses coins. Ils doivent ensuite tracer, à l'aide de l'équerre, une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point. La perpendicularité devient une relation entre des droites.

Les droites perpendiculaires sont ensuite définies, en lien avec l'observation du

prolongement de paires de traits délimitant un angle droit.

Le *Ermel* aménage donc la déconstruction dimensionnelle entre l'angle droit vu comme un élément 2D et les droites perpendiculaires vues comme un élément 1D.

Dans ce manuel on voit bien la progression entre l'angle droit et les droites perpendiculaires. Ces deux notions sont toujours associées.

2) Le CapMath

Le *CapMath* part également de l'angle droit pour arriver à la notion de droites perpendiculaires.

Dans la première séance les élèves doivent reconnaître les carrés à l'aide d'un gabarit de carré. Ils doivent donc identifier les « coins » droits. Ici les angles droits sont vus comme un élément 2D. Le terme d'angle droit est introduit.

Dans la séance 2, les élèves doivent encore reconnaître des angles droits dans une figure à l'aide d'un gabarit d'angle droit. Ici l'angle est perçu comme un élément 2D. Dans la suite, les élèves doivent tracer des triangles rectangles ou des rectangles et donc des angles droits, vus comme sous-élément 2D de figures. Ici une première déconstruction dimensionnelle de l'angle droit peut s'opérer, tout va dépendre des procédures des élèves: si un élève trace son angle droit directement avec son gabarit d'angle droit, il est plutôt dans une vision 2D: il trace un coin. En revanche si l'élève trace un segment et qu'il place ensuite son gabarit en positionnant un côté de l'angle droit du gabarit le long du segment précédemment tracé il est plutôt dans une vision 1D: il oriente son regard vers des segments vus comme bord d'élément 2D (les coins du polygone).

La séance 3 introduit l'équerre et son utilisation pour reconnaître un angle droit. Ici l'angle droit peut être vu comme une relation entre des éléments 1D ou un élément 2D (si on regarde le « coin »).

Dans la séance 4, on oriente le regard des élèves sur le bord de l'élément 2D « angle droit »: les élèves doivent placer leur équerre pour tracer un angle droit dont un côté est déjà tracé. Ils doivent donc tracer un segment perpendiculaire à un segment donné. Ici on est donc plus dans une vision 1D de l'angle droit et du concept de perpendicularité.

Enfin, la séance 6 aborde les droites perpendiculaires. Les élèves doivent reconnaître des droites perpendiculaires et en tracer. Ici on est bien dans une vision 1D.

On observe une rupture avec ce qui précède: la notion de droites perpendiculaires est introduite par l'enseignant sans tenir compte du travail préalable sur l'angle droit et sans

accompagnement des élèves vers une déconstruction dimensionnelle des figures. C'est à partir de l'observation de droites perpendiculaires données que les élèves « reconstruisent » les angles droits formés. On ne passe pas de la 2D à la 1D mais de la 1D à la 2D.

C'est par une activité de reconnaissance de droites perpendiculaires que l'enseignant interroge les conceptions erronées que les élèves ont pu construire, à l'issue d'une activité d'introduction plus pauvre et non problématisée.

Même si un travail préalable sur l'angle droit (vu comme coin de polygone) a bien été fait, il n'y a pas vraiment d'aménagement de l'articulation de l'angle droit (coin) à la perpendicularité comme relation entre droites.

3) A chacun sa route

Dans *A chacun sa route* l'introduction des droites perpendiculaires se fait surtout lors de la première séance.

Dès le début ce manuel mélange « droites perpendiculaires » et « angle droit ».

En effet, dans la séance 1, les élèves doivent distinguer, parmi plusieurs représentations de couples de droites, les droites perpendiculaires et voir ce qu'elles ont en commun. Les élèves doivent remarquer qu'elles ont toutes un angle droit. Ils doivent ensuite chercher comment on appelle de telles droites.

Ici les angles ne sont pas vus comme des coins. On est directement dans une vision 1D (en terme de droites). Les autres séances permettent d'identifier des angles droits avec un gabarit d'angle. Il n'y a pas de prolongement des segments bordants ces angles. Ici la notion d'angle droit est vue comme un sous élément 2D: on travaille sur les bords de ces éléments. On revient alors à une vision 2D. Il n'y a aucun rapport avec ce qui a été fait précédemment.

Dans une autre activité les élèves doivent prolonger les segments pour voir si deux segments sont perpendiculaires. Cependant, cette activité mélange les angles droits vus comme coin de polygone, les droites perpendiculaires et les segments formant un angle droit.

On remarque donc que ce manuel ne propose pas de travail préalable sur les angles droits. De plus, on ne voit pas quelle est la progression pensée ici: l'articulation entre les angles droits et les droites perpendiculaires ne se fait pas (puisque l'on mélange ces deux notions). La déconstruction dimensionnelle ne s'opère donc pas: on est tout de suite dans une vision 1D du concept de perpendicularité.

4) Comparaison

Chaque manuel a sa propre méthode pour passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires.

Cependant, on peut distinguer quelques points communs ou différences:

_ Chaque manuel associe la notion d'angle droit et celle de droites perpendiculaires

_ Le *Ermel* et le *CapMath* partent de l'angle droit vu comme un coin d'un rectangle ou d'un carré (et donc un élément 2D).

_ Le *Ermel* et le *CapMath* effectuent un travail préalable sur l'angle droit, contrairement à *A chacun sa route*.

_ Le *Ermel* effectue un long travail sur la notion d'angle droit avant d'arriver aux droites perpendiculaires.

_ Le *Ermel* effectue une déconstruction dimensionnelle: il part d'une vision 2D pour arriver à une vision 1D.

Le *CapMath* introduit la notion de droites perpendiculaires sans tenir compte du travail préalable sur l'angle droit: il n'effectue pas de déconstruction dimensionnelle.

A chacun sa route situe ses exercices directement dans une vision 1D: il part des droites perpendiculaires. De plus, il mélange constamment les visions 2D aux visions 1D.

C) Le statut de l'équerre: est-elle un levier didactique nécessaire dans le processus de déconstruction dimensionnelle?

Pour finir je vais étudier le statut de l'équerre dans ces différents manuels et tout au long des séances qu'ils prévoient. Je cherche ici à identifier les différentes utilisations de l'équerre, à travers les activités proposées, et à voir si les manuels étudiés différencient et jouent, de façon intentionnelle, sur ces usages multiples de l'équerre pour en faire un levier didactique à l'accompagnement des élèves dans le processus de déconstruction dimensionnelle nécessaire à l'articulation entre les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires.

1) Le Ermel

Le *Ermel* a la particularité de proposer à chaque séance la même boîte à outils de géométrie. Celle-ci comprend une règle, une équerre non graduée, une équerre graduée avec origine non placée au sommet de l'angle droit, un support transparent avec dessins de demi-droites ou droites perpendiculaires, une réquerre, une téquerre, un compas, du papier calque...

Ainsi pour la séance 1, 2, 3, 4 l'utilisation de l'équerre n'est pas obligatoire mais les élèves peuvent l'utiliser.

Pour la séance 1 (le rectangle à terminer) et la séance 2 (quatre droit pour un tour) l'équerre peut être utilisée comme coin ou gabarit d'angle pour tracer un angle. Elle est alors perçue comme un outil 2D.

Pour la séance 3 l'utilisation de l'équerre n'est pas préconisée.

Pour la séance 4 les élèves peuvent s'appuyer sur l'équerre pour construire un angle droit.

La séance 5 permet d'institutionnaliser l'utilisation de l'équerre. Ici elle permet de vérifier ou de reproduire l'angle droit. Elle est alors vue comme un gabarit de forme permettant de vérifier ou reproduire un élément de surface de figures (un « coin »). Les différents outils de la famille « équerre » sont ici utilisés (téquerre, réquerre...).

Enfin, dans la séance 6 l'utilisation de l'équerre évolue: au début de la séance les élèves peuvent placer directement l'équerre pour compléter le rectangle. L'équerre est alors utilisée comme un gabarit d'angle droit et donc comme un outil 2D.

En revanche, dans la suite de la séance, le bord du rectangle que l'on donne est plus éloigné du point que précédemment. Les élèves ne peuvent plus utiliser la même procédure que précédemment. Ils doivent alors, à l'aide de l'équerre, prolonger le segment puis tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point. L'équerre est alors vue comme un instrument 1D.

2) CapMath

Le *CapMath* ne donne pas de boîtes à outils. Il impose plus ou moins les instruments que les élèves doivent utiliser.

Pour la séance 1 et 2 l'équerre n'est pas utilisée. En revanche les élèves utilisent un gabarit d'angle droit (un outil 2D).

Dans la séance 3 l'équerre est utilisée pour vérifier qu'un angle est droit. Son utilisation est

institutionnalisée pour vérifier qu'un angle est droit. Dans la séance 4 elle est utilisée pour tracer des angles droits. Ici, elle est donc perçue comme un outil 2D: un gabarit d'angle. Dans la dernière séance, en revanche, l'équerre est utilisée pour vérifier que des droites sont bien perpendiculaires et pour tracer une droite perpendiculaire à une autre. L'équerre est donc plutôt vue comme un outil 1D. En effet, on raisonne en terme de droites. L'équerre passe donc brutalement, sans que cela soit interrogé, d'un instrument 2D (un gabarit d'angle) à un instrument 1D: c'est à dire un instrument permettant de tracer des droites perpendiculaires.

3) A chacun sa route

Dans *A chacun sa route*, et lors de la première séance, les élèves ont le choix (comme pour le *Ermel*) dans les instruments qu'ils veulent utiliser. On ne leur impose pas un instrument. L'équerre peut, cependant, être utilisée pour rechercher des angles droits. Ici l'équerre peut cumuler les deux statuts: elle peut être vue comme un outil 2D si on la voit comme un coin, ou comme un outil 1D si on la voit comme permettant de vérifier que deux droites sont perpendiculaires.

Dans la séance 2 les élèves peuvent se servir de l'équerre d'un gabarit d'angle ou d'une équerre en papier pour repérer des angles droits. Ici on est plus dans une conception 2D de l'équerre.

Enfin, dans la dernière séance l'équerre sert aux tracés de droites perpendiculaires. Elle est alors vue comme un outil 1D.

Ce manuel prévoit également une trace écrite sur la manipulation de l'équerre pour tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point. Cependant, on peut se demander si elle est vraiment pertinente.

En effet, la situation proposée n'est pas une situation problématique: les élèves ont juste à poser leur équerre et n'ont pas besoin de la faire glisser jusqu'au point.

Cette institutionnalisation de la technique, sans situation problématique, ne va pas permettre à l'élève d'éprouver la nécessité de cette technique.

4) Comparaison

Chaque manuel prévoit d'utiliser l'équerre dans ses activités. Cependant l'utilisation qui en est faite n'est pas la même pour tous:

_ Le *Ermel* n'impose jamais l'utilisation de l'équerre: il laisse le choix aux élèves de choisir leur instrument. *A chacun sa route* n'impose pas lui non plus son utilisation même si il la formalise lors de la dernière séance. En revanche le *CapMath*, lui, impose son utilisation.

_ Chaque manuel prévoit une institutionnalisation sur l'utilisation de l'équerre. Le *Ermel* institutionnalise son usage dans le cas de vérification ou de construction d'angle droit, le *CapMath* dans le cas de vérification d'un angle droit, et *A chacun sa route* pour tracer des droites perpendiculaires. Ce dernier manuel, cependant, ne problématise pas son usage. On ne voit pas d'intérêt à expliciter cette technique.

_ Le *Ermel* fait évoluer l'utilisation de l'équerre: au début elle est vue comme un instrument 2D (un gabarit d'angle droit) puis, progressivement elle va devenir un instrument 1D permettant de tracer des droites perpendiculaires.

_ Le *CapMath* fait également passer le statut de l'équerre d'un instrument 2D à un instrument 1D mais il le fait brutalement, sans créer de lien entre les deux.

_ *A chacun sa route*, quant à lui, mélange les différents statuts de l'équerre: elle est utilisée en tant qu'instrument 1D ou 2D au fil des exercices.

IV) Synthèse critique et perspectives

Pour élaborer une progression de l'angle droit aux droites perpendiculaires il est utile de prendre en compte les différents éléments qui ont pu ressortir de cette analyse de manuels. En effet, ces manuels présentent des points positifs, qu'il faudra garder pour élaborer une progression, et d'autres plutôt négatifs qu'il faudra mettre de côté.

J'ai trouvé intéressant et pertinent la phase de recherche que propose *A chacun sa route* (et également le *Ermel*) sur la terminologie des droites perpendiculaires: ceux sont aux élèves eux-même de trouver ces termes, contrairement au *CapMath* où la définition est donnée avant même l'observation de droites perpendiculaires. En effet, en recherchant les élèves sont actifs et construisent eux-mêmes ce nouveau vocabulaire. Cela permet de mieux se l'approprier.

Je pense qu'il est également pertinent de proposer plusieurs définitions de l'angle droit (comme le *Ermel* le fait): cela permet de la faire évoluer pour ensuite effectuer la déconstruction dimensionnelle et arriver aux droites perpendiculaires.

Il apparaît important de partir d'une vision 2D pour aller vers une vision 1D (comme le font le *CapMath* et le *Ermel*). En effet, en partant de l'angle droit, vu comme un coin, l'articulation entre l'angle droit et les droites perpendiculaires s'opérera plus naturellement. Les élèves percevront mieux la relation qu'il y a entre ces deux notions. Cependant, ce passage ne doit pas s'effectuer sans lien entre ces deux visions (comme le fait le *CapMath*). La déconstruction dimensionnelle doit s'opérer en interaction entre les visions 1D et 2D.

En ce qui concerne l'usage de l'équerre il semble judicieux de ne pas imposer son utilisation (contrairement au *CapMath*). En effet, les élèves doivent comprendre que l'équerre n'est pas le seul instrument associé aux angles droits et aux droites perpendiculaires et qu'il en existe d'autres (gabarit d'angle, téquerre, pliage...). Cependant, il faudra tout de même institutionnaliser son utilisation pour ne pas laisser les élèves dans une vision erronée de cette instrument (s'ils en font un mauvais usage).

L'utilisation de l'équerre devra également évoluer pour passer d'un instrument 2D (vu comme un gabarit d'angle droit) à un instrument 1D.

Les différents manuels ont donc tous des éléments pertinents et il paraît nécessaire, pour élaborer une progression entre angle droit et droites perpendiculaires, d'en tenir compte.

Je vais maintenant proposer une progression qui me paraît en adéquation avec cette analyse.

Je m'appuierai, pour ce faire, sur sur les activités déjà étudiées et que j'ai jugé pertinentes.

Cette séquence s'effectue au CE2.

| | Objectifs | Déroulement | Vision (1D ou 2D) |
|----------|---|---|---|
| Séance 1 | Approcher l'angle droit en mobilisant ses connaissances spatiales sur le rectangle. | L'enseignant montre un rectangle au tableau auquel il manque un coin ⁷ . Ce rectangle va être coupé en deux parties et celle avec le coin manquant sera donnée aux élèves. Ceux-ci devront alors construire le coin du rectangle. Plusieurs instruments sont mis à leur disposition comme la règle, l'équerre, un compas, du papier calque... Le terme « angle droit » est introduit sans être encore institutionnalisé. | Vision 2D (un coin) |
| Séance 2 | Identifier la nécessité d'un angle droit entre le trait et les droites permettant un pliage trait sur trait et repérer les angles droits dans cette configuration et constater que chaque intersection de traits « fabrique » quatre angles droits. | Une feuille découpée de manière irrégulière est distribuée aux élèves. Sur celle-ci un trait y est dessiné où deux point A et B sont placés ⁸ . Dans un premier temps les élèves doivent plier leur feuille trait sur trait et tracer les plis en couleur. Ils échangent leur production avec un camarade qui valide ou non les plis. Dans un second temps, les élèves doivent prévoir par un trait au feutre l'emplacement du plis avant pliage. Ensuite les élèves disposent de plusieurs feuilles avec des plis. Ils doivent trouver les plis permettant bien un pliage trait sur trait. Le maître met en évidence les différents angles droits. | Première déconstruction dimensionnelle: on s'intéresse aux traits, donc des éléments 1D, vus comme les bords d'un coin. |

7 Voir annexe 1

8 Voir annexe 2

| | | | |
|----------|--|---|--|
| Séance 3 | Définir l'angle droit comme étant un « coin » du carré et utiliser un gabarit « carré » pour reconnaître des angles droits dans des figures. | <p>Les élèves disposent chacun d'un gabarit de carré. Parmi plusieurs figures ils doivent déterminer lesquelles sont des carrés⁹.</p> <p>Puis on donne la définition suivante « Les 4 angles du carré sont superposables. Ces angles particuliers sont appelés des angles droits ». Les élèves cherchent ensuite une définition de l'angle droit dans le dictionnaire.</p> <p>Ensuite, les élèves doivent reconnaître des angles droits parmi plusieurs figures.</p> | Ici on est plus dans une vision 2D: on travail sur les coins d'une figure. |
| Séance 4 | Construire un angle droit | <p>On donne un calque aux élèves. Ceux-ci doivent essayer de construire un angle droit comme ceux qu'ils ont déjà vu et qui sont accrochés dans la classe. Cet angle doit pouvoir se superposer aux autres.</p> <p>Les différentes procédures sont mises en avant: la perception visuelle, le calque, le pliage, le recours aux instruments...</p> <p>Puis on donne aux élèves une feuille avec deux points A et B. On explique aux élèves qu'ils doivent tracer un chemin allant du point A au point B mais qu'ils ne peuvent tourner qu'à angles droits. Les élèves cherchent individuellement. Puis on explique qu'il faut utiliser l'équerre pour tracer des angles droits et on donne la tracé écrite suivante:</p> <p><i>Pour tracer un angle droit:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>placer un côté de l'angle droit de l'équerre le long du côté déjà tracé de l'angle à construire</i> - <i>faire coïncider le sommet de l'angle droit de l'équerre avec le sommet de l'angle droit à construire</i> - <i>tracer le deuxième côté de l'angle en appuyant le crayon le long du bord du deuxième côté de l'angle droit de l'équerre.</i> | Ici on est plus dans une vision 1D: les élèves doivent tracer un segment perpendiculaire à un segment donné. |
| Séance 5 | Utiliser ses connaissances sur l'angle droit pour approcher la notion de | <p>Cette séance reprend la séance 1.</p> <p>Les élèves doivent terminer un rectangle¹⁰. Cette fois-ci le côté de l'angle droit à construire n'a plus d'extrémité commune avec le côté fourni.</p> | La déconstruction dimensionnelle s'opère ici. Dans la première phase les élèves |

9 Voir annexe 4

10 Voir annexe 3

| | | | |
|--|---|---|---|
| | <p>droites perpendiculaires, renforcer la nécessité du recours à l'instrument pour construire deux segments perpendiculaires et vérifier s'ils le sont, introduire la terminologie « droites perpendiculaires ».</p> | <p>Dans un premier temps, la distance entre le morceau du rectangle donné et le point est petite. Puis, dans un second temps, on donne un nouveau rectangle à terminer où cette fois la distance entre le point et le morceau du rectangle est plus grande. La mise en commun aboutie à « pour terminer le rectangle , il faut tracer les côtés d'un angle droit ».</p> <p>L'enseignant montre ensuite deux droites perpendiculaires et écrit au tableau: <i>Les deux traits forment un angle droit.</i> <i>Les deux traits sont perpendiculaires.</i> <i>Le trait épais est perpendiculaire au trait fin.</i> <i>Le trait fin est perpendiculaire au trait épais.</i></p> <p>Les termes en gras sont cachés et les élèves doivent les retrouver. Ils peuvent s'aider du dictionnaire.</p> | <p>peuvent placer leur équerre de manière à tout de suite tracer l'angle droit. On est donc dans une vision 2D. Puis, dans la seconde phase, les élèves ne peuvent plus opérer de la sorte: ils sont obligés de prolonger les segments et tracer une droite perpendiculaire à une autre passant par un point. On est donc dans une vision 1D.</p> |
|--|---|---|---|

CONCLUSION

L'introduction de la notion de droites perpendiculaires à l'école primaire est une notion complexe qui nécessite, quand on l'aborde, de prendre plusieurs critères en compte.

Ainsi, nous avons vu que cette notion tient une place importante dans les programmes et qu'elle s'articule avec la notion d'angle droit.

Nous avons vu également qu'entrer dans la géométrie nécessite un changement de regard nécessaire sur les figures. Ainsi, une déconstruction dimensionnelle est indispensable pour permettre de passer d'une vision 2D d'une figure à une vision 1D. Dans cette déconstruction, les instruments de géométrie peuvent servir de levier didactique.

Dans le cas des droites perpendiculaires celles-ci ne peuvent être introduites qu'en lien avec l'angle droit: un travail préalable sur l'angle droit doit être ainsi mené pour permettre l'articulation entre la notion d'angle droit, qui est une vision 2D, et celle des droites perpendiculaires, qui est une vision 1D. Nous avons vu que l'équerre peut être un outil à cette articulation.

Dans un second temps nous avons étudié cette articulation dans les manuels scolaires et avons pu constater que tous ne respectent pas cette déconstruction dimensionnelle et ont chacun leur méthode pour introduire la notion de droites perpendiculaires.

Pour finir, et en lien avec le travail qui avait déjà été fait, nous avons proposé une séquence d'enseignement à destination d'élèves de CE2 effectuant l'articulation entre la notion d'angle droit et la notion de droites perpendiculaires.

Ce travail réalisé pourra, je l'espère, un jour être mené en classe.

BIBLIOGRAPHIE

Bulletin officiel, hors série n°3 du 19 juin 2008.

Bulletin officiel, hors série n°1 du 14 février 2002.

CHARNAY R., DOUAIRE J., Ed, 2006, Ermel, *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*, Cycle 3, Paris, Édition Hatier.

CHARNAY R., Ed, 2010, Cap Maths, *Cahier de géométrie et mesure*, Cycle 3 CM2, Paris, Édition Hatier.

CHARNAY R., Ed, 2011, Cap Maths, *Cahier de géométrie et mesure*, Cycle 3 CE2, Paris, Édition Hatier.

CHARNAY R., Ed, 2011, Cap Maths, *Guide de l'enseignant*, Cycle 3 CE2, Paris, Édition Hatier.

CHARNAY R., Ed, 2011, Cap Maths, *Fichier d'entraînement*, Cycle 3 CE2, Paris, Édition Hatier.

DUVAL R., GODIN M., 2006, Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N* n°76, 7-27.

FAVRAT J., 1991, Traces aux instruments et raisonnements géométriques quelques exemples de consignes, *Grand N* n°49, 11-35.

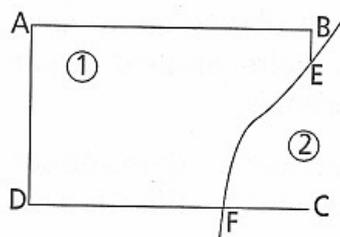
GODIN M., PERRIN-GLORIAN M., 2008, De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître, IREM Aquitaine.

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M., VERBAERE O., 2006, Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *Grand N* n°77, 1-29.

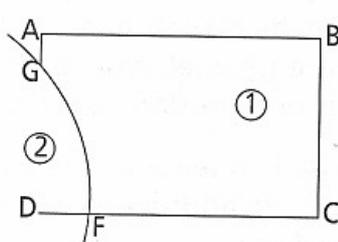
SCHRAMM F., Ed, 2002, *A chacun sa route: géométrie*, CM1, Paris, Édition Hachette.

ANNEXES

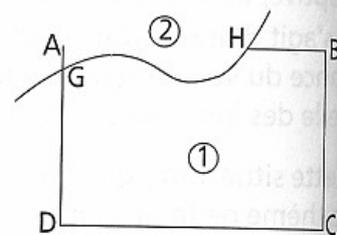
Annexe 1: *Ermel*, rectangle à terminer 1



Rectangle R1

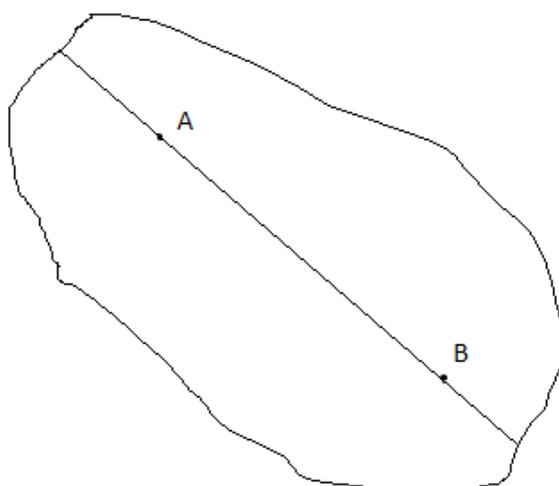


Rectangle R2

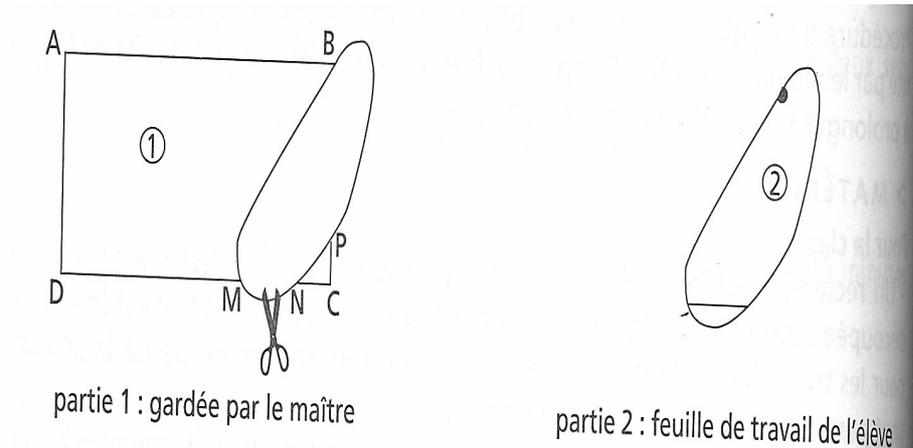


Rectangle R3

Annexe 2: *Ermel*, pliage trait sur trait



Annexe 3: Ermel, rectangle à terminer 2



Annexe 4: CapMath, identifier des carrés

UNITÉ 5 Séance 5 ► Manuel p. 50

CHERCHER Angle droit et carré

1 Parmi ces quadrilatères, quels sont les carrés ?
 Tu peux utiliser ta règle graduée et le gabarit d'un carré.

2 À quoi reconnais-tu qu'un quadrilatère est un carré ?
 Avec ton voisin, rédige une réponse.

.....

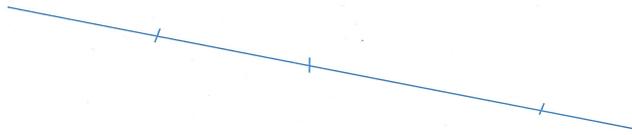
12 • douze

Annexe 5: CapMath, les droites perpendiculaires

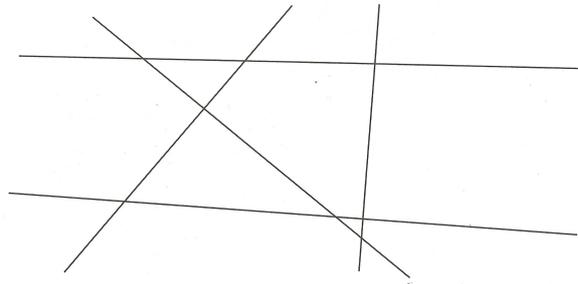
UNITÉ 8 Séance 5 ▶ Manuel p. 80

EXERCICES Reconnaître et tracer des droites perpendiculaires

- 3 Trace trois droites perpendiculaires à la droite bleue.
Chaque droite doit passer par un des points marqués.



- 4 Utilise ton équerre pour trouver deux droites perpendiculaires.
Repasse ces deux droites en bleu.
Si tu trouves deux autres droites perpendiculaires, repasse-les en rouge.



vingt-trois • 23

Annexe 6: A chacun sa route, les droites perpendiculaires

Évaluation diagnostique
Géométrie

Nom

Prénom

Date

Identifier et nommer des droites perpendiculaires

1 Tom a réussi l'exercice créé par un des camarades.

Je n'ai rien écrit

Nombre de bonne(s) réponse(s)

Il a nommé les droites suivantes :

(a) (b) (e) (f) (i) (j) (l) (p) (k) (v)

a. Repasse ces droites au feutre noir.

b. Explique ce que ces droites ont de commun.

.....

.....

.....

© Hachette Livre, 2002. Reproduction autorisée pour une classe seulement.

Résumé:

La notion de droites perpendiculaires est une notion qui doit être abordée en lien avec celle de l'angle droit.

Pour permettre l'articulation entre la notion d'angle droit et celle de droites perpendiculaires il est nécessaire d'effectuer une déconstruction dimensionnelle. En effet, l'angle droit est une figure vue comme une surface donc un élément 2D alors que les droites perpendiculaires sont vues comme des éléments 1D. On doit donc effectuer le passage entre une vision 2D et une vision 1D et on effectue alors une déconstruction dimensionnelle. Ce travail de déconstruction peut se faire en lien avec l'utilisation de l'équerre qui va alors servir de levier didactique.

Cette articulation nécessite donc un travail préalable sur l'angle droit permettant au mieux d'aborder les droites perpendiculaires.

Mots-clés:

angle droit, droites perpendiculaires, vision 1D, vision 2D, articulation, déconstruction dimensionnelle, équerre, levier didactique.