



HAL
open science

Une approche de l'histoire de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire à travers les nombres et la numération

Elise Charbonnier

► **To cite this version:**

Elise Charbonnier. Une approche de l'histoire de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire à travers les nombres et la numération. Education. 2012. dumas-00759405

HAL Id: dumas-00759405

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00759405>

Submitted on 30 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MASTER 2 SMEEF
SPECIALITE « PROFESSORAT DES
ECOLES »
ANNEE 2011/2012
SEMESTRE 4**

INITIATION A LA RECHERCHE

MEMOIRE

**NOM ET PRENOM DE L'ETUDIANT : CHARBONNIER ELISE
SITE DE FORMATION : DOUAI
SECTION : M2 B**

**Intitulé du séminaire de recherche : HISTOIRE
Intitulé du sujet de mémoire : Une approche de l'histoire de l'enseignement
des mathématiques à l'école primaire à travers les nombres et la numération
Nom et prénom du directeur de mémoire : M. Jean-François GREVET**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

Institut Universitaire de Formation des Maîtres
Ecole interne de l'Université d'Artois

Table des matières

INTRODUCTION..... p. 4

I. Histoire des chiffres et des nombres de leur apparition à nos jours..... p. 5

1. Les notions de « chiffre » et de « nombre » p. 5

a) Le chiffre..... p. 5

b) Le nombre..... p. 7

c) Différencier « chiffre » et « nombre » p. 8

2. Evolution des chiffres et des nombres au cours des civilisations anciennes p. 9

a) Premières apparitions de chiffres et de numérations p. 9

b) Systèmes de numération en Mésopotamie..... p. 11

c) Système de numération en Egypte..... p. 15

d) Systèmes de numération en Grèce..... p. 17

e) Système de numération en Italie p. 20

3. Naissance et transmission de la numération décimale de position p. 21

a) Naissance de nos neuf chiffres en Inde p. 22

b) Le rôle de la civilisation arabe p. 23

c) La diffusion et le développement de
la numération décimale en Europe occidentale p. 24

II. Evolution d'un apprentissage dans l'enseignement des mathématiques

à l'école primaire : les nombres et la numération p. 26

1. L'enseignement des nombres et de la numération au XIX^e siècle p. 26

a) Les raisons de ces renouvellements	p. 26
b) Le difficile accès à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire	p. 27
c) L'apport nouveau des Lois Ferry (1881-1882) dans la discipline des mathématiques	p. 29
2. L'enseignement des nombres et de la numération jusque dans les années 1960	p. 30
a) L'influence des Lois Ferry du début du XXe siècle à 1914	p. 30
b) L'enseignement des mathématiques dans l'entre-deux-guerres et jusque dans les années 1960	p. 31
3. L'enseignement des nombres et de la numération après l'avènement des « mathématiques modernes »	p. 34
a) Contexte de la réforme	p. 34
b) Les projets et nouveaux programmes mis en place en 1970	p. 35
c) Les conséquences de la réforme	p. 36
III. Exploitation pédagogique possible sur l'histoire des mathématiques à l'école	p. 39
1. Les mathématiques et l'histoire dans les programmes officiels de 2008 et les enjeux à l'école élémentaire	p. 39
a) Les programmes de mathématiques aux cycles II et III	p. 39
b) Les programmes d'histoire aux cycles II et III	p. 41
c) Quels sont alors les intérêts d'une histoire des mathématiques pour des élèves de cycles II et III	p. 42
2. Séances d'histoire des mathématiques au C.P. et au C.M.1	p. 43

a) Une séance d’histoire des nombres avec des élèves de cours préparatoire	p. 44
b) Une séance d’histoire des nombres avec des élèves de C.M.1	p. 47
CONCLUSION	p. 52
BIBLIOGRAPHIE	p. 53
SITOGRAFIE	p. 56

Introduction

Pour la réalisation de mon mémoire dans le cadre de la formation des professeurs des écoles, j'ai choisi un sujet qui rassemble deux disciplines pour lesquelles j'ai toujours été attirée durant mon cursus scolaire : les mathématiques et l'histoire. C'est au cours de mes années de licence d'Histoire que j'ai découvert que ces matières pouvaient être liées en une seule et même discipline : l'histoire des sciences.

J'ai donc fait le choix de traiter une partie de l'histoire des mathématiques et de leur enseignement non seulement par choix affectif mais aussi dans un but professionnel. Je me suis alors demandé en quoi une connaissance de l'Histoire des nombres et de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire permettrait-elle une meilleure approche de la discipline pour l'enseignant et pour l'élève ?

En effet, j'ai réalisé ce mémoire dans le but qu'il soit un support et une aide lorsque j'enseignerai à l'école primaire. Il s'agirait ainsi de traiter avec les élèves cette histoire des nombres que nous connaissons aujourd'hui et que nous apprenons et utilisons donc à l'école. Ainsi tout au long de mon mémoire, les liens entre mes recherches sur l'Histoire et ce que j'en retire pour son enseignement à l'école seront faits.

Dans une première partie, j'expose et analyse une histoire des chiffres et des nombres de leur naissance à nos jours, en tant que connaissances qui me semblent nécessaires à l'enseignant pour aborder cette histoire avec ses élèves. Ensuite, je présente une évolution générale de l'enseignement des mathématiques du point de vue de l'apprentissage de compter. Je termine enfin par présenter des situations d'apprentissage que j'ai pu mettre en place lors de mes stages en écoles.

I. Histoire des chiffres et des nombres de leur apparition à nos jours

J'ai choisi d'étudier l'histoire des chiffres car sans eux, nous ne pourrions apprendre ni enseigner les mathématiques. Ils sont la base de celles-ci. Ils sont indispensables dans chaque domaine mathématique que nous enseignons à l'école primaire que ce soit en calculs, géométrie, mesures ou encore en gestion de données.

J'ai été amenée à faire des choix lors de mes recherches car l'histoire des chiffres est une histoire abondante et complexe comportant des numérations différentes qui s'exercent en même temps mais en des lieux différents ou encore des numérations qui se succèdent, se chevauchent et évoluent au cours du temps. J'ai donc choisi de porter mes recherches sur les différentes numérations qui ont eu une influence sur la nôtre et qui me semblent pédagogiquement exploitables dans l'enseignement à l'école primaire.

1. Les notions de « chiffre » et de « nombre »

Il me semble important de différencier la notion de « chiffre » à celle de « nombre », bien que cela puisse paraître évident, pour une meilleure compréhension du sujet de mon mémoire.

a) Le chiffre

Le mot « chiffre » est un nom commun issu de l'italien *cifra* lui-même issu de l'arabe *sifr* signifiant « zéro » ou « vide ».

Dans un dictionnaire, ce mot comporte plusieurs définitions. Le sens qui m'intéresse dans le cadre de mon mémoire est évidemment le premier.

Un chiffre désigne, depuis plus de 500 ans, chacun des symboles servant à écrire les nombres dans un système de numération. Les chiffres que nous utilisons donc aujourd'hui (numération usuelle), notamment dans notre enseignement dès la maternelle, sont : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Le sens de ce terme a évolué dans l'Histoire. En effet, d'après son étymologie, jusqu'au XV^e siècle, le mot « chiffre » avait le même sens que le mot « zéro » que nous

utilisons aujourd'hui, c'est-à-dire l'absence de quantité dans le rang où il figure¹. Filippo CALANDRI² est le premier à introduire le mot « zéro » dans son ouvrage *Traité d'arithmétique* qu'il publie en 1491, commandé par Laurent de Médicis pour l'initiation à l'arithmétique de son fils (le futur pape Léon X). Il est donc possible de lire le mot « chiffre » dans un texte en ancien voire moyen français mais il faut être prudent quant à son sens, différent de celui qu'il porte aujourd'hui. C'est ainsi que depuis 1491, les termes « chiffre » et « zéro » portent le sens que nous leur attribuons de nos jours.

Enfin, le dernier chiffre de notre numération usuelle à avoir été introduit est le zéro.

¹ *Le Petit Larousse illustré*, 2007, p. 1131

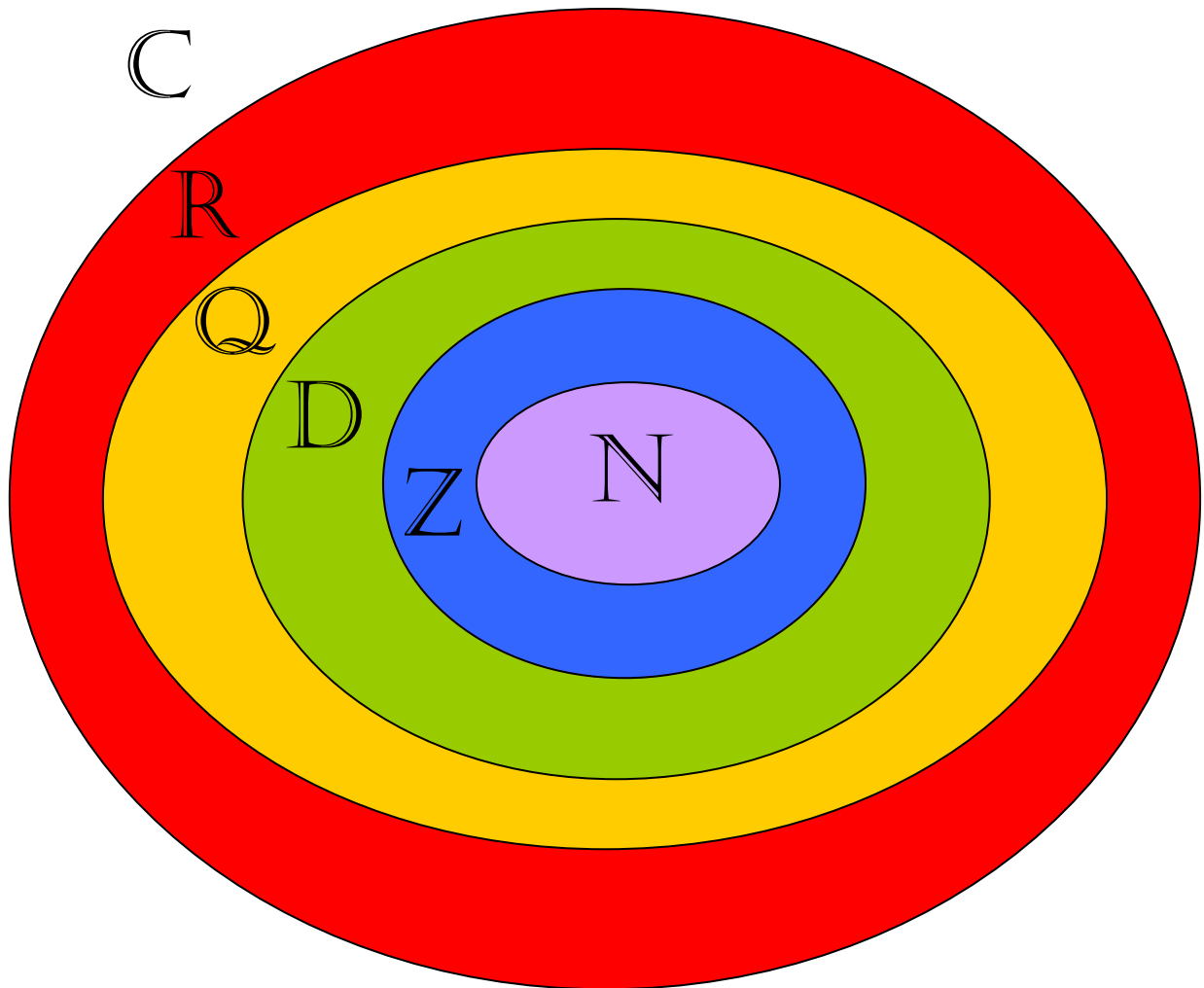
² Filippo CALANDRI (1467-1512) : mathématicien italien, auteur de l'ouvrage *Trattato di aritmetica* (1491).

b) Le nombre

Le mot « nombre » est un nom commun issu du latin *numerus*.

Sa première définition dans un dictionnaire est celle qui m'intéresse plus particulièrement dans le cadre de mon mémoire : « notion mathématique répondant au besoin de dénombrer, d'ordonner les objets ou de mesurer les grandeurs ».

L'ensemble des nombres de notre numération usuelle peut être représenté sous forme d'un schéma :



Légende :

N : ensemble des entiers naturels, $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$.

Z : ensemble des entiers relatifs, $\mathbb{Z} = \{\dots ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; \dots\}$. Les éléments de \mathbb{Z} correspondent aux graduations d'une droite graduée toutes les unités.

D : ensemble des décimaux. Un nombre décimal est le quotient d'un entier relatif par une puissance de 10. Les nombres décimaux ont une écriture décimale finie.

Q : ensemble des rationnels. Un nombre rationnel est le quotient a/b avec a entier relatif et b entier naturel non nul. Les nombres rationnels ont une écriture décimale périodique.

R : ensemble des réels qui est l'ensemble de tous les nombres usuels. Les nombres réels qui ne sont pas rationnels sont appelés irrationnels. Parmi eux, nous trouvons : π (pi).

C : cet ensemble de nombres a été créé afin de trouver des solutions aux racines négatives. Cet ensemble contient donc les nombres réels et les nombres complexes. L'élément important de cet ensemble est i , un nombre dont la valeur est égale à $\sqrt{-1}$. Toutefois, je ne m'attarde pas trop sur cet ensemble de nombres.

c) Différencier « chiffre » et « nombre »

Il arrive souvent que nous confondions « chiffre » et « nombre ». Il en est d'autant plus le cas lors de l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Il est donc important que, dès le plus jeune âge des élèves, l'enseignant veille à la bonne utilisation de ce vocabulaire.

Pour bien comprendre la différence entre ces deux mots, nous pouvons faire l'analogie avec l'écriture d'une langue où les chiffres sont associés aux lettres et les nombres aux mots. Nous formons des nombres avec des chiffres tout comme nous formons des mots avec des lettres.

Cependant, dans de nombreuses expressions, nous utilisons le mot « chiffre » pour signifier « nombre ». Par exemple, dans un dictionnaire tel que *Le Petit Larousse illustré* de 2007, on indique comme deuxième définition du mot « chiffre » : montant d'une somme, total d'une évaluation, exemples : chiffre de la population, chiffre d'affaires. Le mot « chiffre » a donc ici sens du mot « nombre ».

Enfin, le chiffre est à la base de notre numération usuelle qui avant d'être celle que nous utilisons aujourd'hui a beaucoup évolué au cours de l'Histoire.

2. Evolution des chiffres et des nombres au cours des civilisations anciennes

Notre numération usuelle est le fruit d'une évolution de plusieurs systèmes de numération ainsi que de la graphie de leurs chiffres.

a) Premières apparitions de chiffres et de numérotations

Dès la Préhistoire, les Hommes auraient eu besoin de déterminer des quantités. Sans savoir compter, cela leur aurait servi, notamment dans le domaine de la chasse, afin de comparer le nombre de gibiers tués entre tribus.

De plus, l'agriculture s'est développée à partir de 8000 avant Jésus-Christ. Cela entraîne plus d'échanges entre les Hommes. Une nouvelle nécessité apparaît pour ceux-ci : savoir combien de marchandises possèdent-ils, combien en vendent-ils et combien en achètent-ils. Ces agriculteurs commencent alors à tenir des comptes. Ainsi durant la Préhistoire, les Hommes ont utilisé un système de comptage, que ce soit pour la chasse, l'agriculture ou encore des sortes de calendriers, qui nous ait parvenu aujourd'hui grâce aux découvertes archéologiques : système de comptage par encoches sur un bâton ou sur un os. Cette technique est beaucoup plus ancienne que la naissance de l'agriculture mais est d'autant plus pratiquée lors de cette dernière. Elle constitue les plus anciennes « machines à compter »³.

³ <http://lechiffre.free.fr>.

- Le plus vieil objet entaillé que nous avons retrouvé daterait d'environ 35 000 ans avant J.-C. . C'est un péroné de babouin muni de vingt-neuf encoches. Il porte le nom d'**Os de Lebombo** car il a été retrouvé dans une grotte de la chaîne montagneuse des Lebombo au Swaziland⁴. Il pourrait s'agir d'une sorte de calendrier lunaire précisant le nombre de jours d'une lunaison car ce système d'entailles est similaire au principe des encoches calendaires utilisé encore aujourd'hui par certaines tribus africaines⁵.

- D'autres bâtons entaillés ont été retrouvés⁶ à Ishango en Afrique, sur les berges du Lac Edouard (entre l'Ouganda et la république démocratique du Congo) qu'on appelle ainsi **Os d'Ishango** ou **Bâtons d'Ishango**⁷. Ils dateraient de 20 000 ans avant J.-C. Ces deux bâtons présentent « des encoches disposées transversalement et regroupées en séries », décrit le mathématicien Dirk Huylebrouck qui « s'est longtemps penché sur cette énigme »⁸. Leur signification arithmétique (bâtons de comptage) n'est que présomption. Mais plusieurs interprétations ont été proposées : « jeu arithmétique »⁹, « calcullette préhistorique »¹⁰, « calendrier lunaire »¹¹. L'étude du deuxième bâton d'Ishango paraît confirmer la thèse du comptage.

Ces interprétations mathématiques restent des possibilités et des présomptions. Il ne faut donc pas les prendre pour argent comptant mais conserver une certaine distance par rapport à ces affirmations. Nous ne pouvons donc pas affirmer avec certitude que les Hommes préhistoriques savaient compter voire même dénombrer. D'ailleurs certains chercheurs en

⁴ Le Swaziland est appelé aussi Ngwane. Voir ANNEXE 1 « carte du Swaziland ».

⁵ Tribu Bochiman en Namibie.

⁶ Découverts entre 1950 et 1959 lors de campagnes de fouilles dirigées par le géologue Jean de Heinzelin.

⁷ ANNEXE 2 « Os d'Ishango »

⁸ Cité dans l'article de journal « *Les os incisés d'Ishango font naître la numération en Afrique* », *Le Monde*, 20 février 2007. Article en ligne sur le site Internet :

http://www.africamaat.com/IMG/pdf/_Le_Monde.fr__Ishango.pdf .

⁹ Proposée par Jean de Heinzelin.

¹⁰ Proposée par Vladimir Pletser (de l'Agence Spatiale Européenne).

¹¹ Proposée par Alexander Marshack (journaliste scientifique). Interprétation écartée suite à l'interprétation du deuxième bâton.

Histoire des mathématiques évoquent cette limite, tel qu'Olivier Keller¹². Celui-ci critique, dans un article intitulé « *Les fables d'Ishango, ou l'irrésistible tentation de la mathématique-fiction* », les surinterprétations des traces archéologiques qui peuvent être faites en histoire des mathématiques. Il parle ainsi de « spéculations de Heinzelin, Pletser et Huylebrouck » et précise, en prenant les Os d'Ishango en exemples, qu'« à partir du moment où l'on a décidé que les paquets d'encoches sont des nombres, il est assez facile, moyennant quelques petits arrangements, de « faire parler » notre os ». Keller préfère donc affirmer qu'« il est tout à fait raisonnable de prendre pour hypothèse que les chasseurs-cueilleurs du Paléolithique supérieur¹³ ont inventé la pluralité et qu'ils étaient donc sur la voie du nombre ».

Nous voyons ainsi qu'il est difficile de déterminer les réelles premières apparitions des nombres et numérations, que cela tient à des suppositions et qu'aucunes affirmations ne peuvent être faites à ce sujet sur la période de la Préhistoire. Il est d'autant plus important que cela soit précisé par l'enseignant et pris en compte par les élèves lors des apprentissages portant sur la période de la Préhistoire.

« Les premières civilisations qui nous ont laissé des traces permettant d'analyser assez justement leurs connaissances en mathématiques, soient celles des nombres, sont les civilisations babyloniennes et égyptiennes »¹⁴.

b) Systèmes de numération en Mésopotamie

En Mésopotamie¹⁵, entre 5 000 avant J.-C. et le début de notre ère, vit un ensemble de peuples (les Sumériens et les Akkadiens, Les Hittites, les Assyriens, les Chaldéens, les Perses, ...) qui ont Babylone comme principal centre d'activité culturelle. Les principales sources portant sur les mathématiques en Mésopotamie datent de l'époque des Sumériens et des Akkadiens. Ces mathématiques sont appelées babyloniennes du fait du rôle « clé » de la ville de Babylone à cette époque. Les éléments nous permettant d'affirmer que ces peuples avaient

¹² Olivier Keller : agrégé de mathématiques, docteur de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, spécialité histoire des sciences. Membre depuis 20 ans de la Commission Inter-Irem d'Histoire et d'Epistémologie des mathématiques

¹³ Entre 35 000 et 10 000 avant notre ère.

¹⁴ Citée dans l'ouvrage d'Amy DAHAN-DALMEDICO et Jeanne PEIFFER, *Une Histoire des mathématiques, routes et dédales*, éditions du Seuil, collection Points Sciences, p.12.

¹⁵ Région située entre deux fleuves : le Tigre et l'Euphrate. De nos jours, partagée entre deux pays : l'Irak et la Syrie. Le nom « Mésopotamie » a été donné par un historien grec dénommé Ptolemy et il signifie « le pays entre les fleuves ».

des connaissances mathématiques, ou du moins arithmétiques, sont des jetons ainsi que des tablettes d'argile. Ces derniers ont été exhumés lors de fouilles archéologiques au XIX^e siècle.

Les jetons d'argiles :



Jetons en argile (ou *calculi*) contenus dans une bulle-enveloppe en terre séchée (vers 2 900 avant notre ère), Musée du Louvre, Paris © dinosoria.com

Les fouilles en Mésopotamie ont permis de découvrir plusieurs centaines de jetons et boules d'argile, parfois cassés ou intacts, tels que ci-dessus exposés au Musée du Louvre à Paris. Les Babyloniens ont fabriqué ces boulettes d'argile afin de garder traces de leurs échanges et livraisons. Ils gravaient ou sculptaient des mottes d'argile humide et lorsque l'argile durcissait la marque ou la forme créée persistait. Les comptables sumériens utilisaient notamment ces jetons et les appelaient « *calculi* ». Ceux-ci étaient de différentes formes et correspondaient à différents usages, au début des objets (un jeton ovale représente un sac de blé) puis des quantités (1, 12, 24, 36, 48, 60, ...). Les Mésopotamiens utilisaient donc la numération sexagésimale. Lorsqu'un échange comportait plusieurs jetons, ceux-ci étaient placés dans un récipient en argile (une boule). Pour indiquer combien de jetons se trouvaient à

l'intérieur, le Sumérien traçait des symboles sur ce récipient avec un objet pointu, tel un bâton. Ainsi, les Mésopotamiens utilisaient un système de numération leur permettant de « compter » sans avoir à écrire.

Voici un exemple¹⁶ pour illustrer leur utilité : « un berger partait le matin avec un troupeau que son maître lui avait confié. Le maître prenait une boule d'argile creuse et glissait dans le trou les jetons correspondant au nombre d'animaux (un jeton est égal à une bête), parfois il y ajoutait une signature. Le soir, lorsque le berger ramenait le troupeau, le maître cassait cette boule d'argile et faisait la vérification. Il ne pouvait pas y avoir d'erreur, ni de tricherie. ». Mais dans son interprétation¹⁷, Gilles Godefroy dit de ce système que « dès lors qu'on peut lire le nombre sur cette surface (la boule d'argile), le contenu est redondant. L'étape suivante, franchie vers 3 200 avant J.-C., consiste à éliminer cette redondance, donc à se passer des jetons et à remplacer les boules creuses par des tablettes gravées de signes numériques (cercles et encoches) ». Cette nouvelle étape dans les mathématiques est donc un passage du calcul à l'écriture.

Les tablettes :



Tablette sumérienne sur laquelle sont inscrits des textes mathématiques, Musée national de Bagdad, © dinosoria.com

¹⁶ Cité dans le blog *Le miroir du temps* : <http://www.lemiroirdutemps.com/article-212-les-nombres-sont-ils-magiques-il-y-a-environ-6-000-ans--38724934.html>.

¹⁷ Gilles GODEFROY, *L'aventure des nombres*, éditions Odile Jacob, collection Sciences, Paris, 1997, p. 14. Dont l'ouvrage est en partie publié sur le site Internet Google Books : <http://books.google.fr/books?id=mMpT-gG4I7oC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false>

Les tablettes sumériennes retrouvées sont de tailles variées, allant de 5 à 30 centimètres de hauteur. Des chercheurs, tels que Neugebauer ou Thureau-Dangin, ont interprété ces tablettes et ont ainsi permis d'apprécier le niveau des connaissances mathématiques des Mésopotamiens. D'après leurs interprétations, les tablettes dites « sumériennes » comportent des séries de nombres, des relations géométriques et des problèmes. La plupart des problèmes présents dans ces tablettes sont de nature économique. Les symboles présents sont des cercles et des encoches qui ont été tracés dans l'argile grâce à un calame de roseau. Au début de ce système, plusieurs symboles pouvaient représenter un même chiffre, notamment lorsqu'il s'agissait d'une quantité discrète ou continue. Mais peu à peu, l'écriture cunéiforme se met en place et se généralise. Deux signes fondamentaux sont utilisés pour représenter les nombres. Esquissés ci-dessous, ils sont appelés « le clou » et « le chevron »¹⁸ :

Plus tard, apparaît un signe pour le nombre 3 600 :

Aucun symbole spécifique pour le zéro n'est repéré dans les textes les plus anciens.

La numération utilisée est donc toujours en base soixante, c'est-à-dire que 1 et 60 sont désignés par le même symbole (clou vertical) mais la valeur de ce symbole est déterminée par sa position. Le chevron, quant à lui, servait à symboliser la dizaine.

Voici quelques exemples de représentations de nombres avec les symboles sumériens :

Trente-deux :

¹⁸ Cité par Gilles GODEFROY dans *L'aventure des nombres*, p. 16.

Six cents :






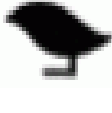

Trente-six mille :

Ainsi, les Mésopotamiens utilisaient un système de numération en base sexagésimale, positionnel et additif. C'est un système bien avancé mais qui peut paraître lourd. De nos jours, bien que notre numération soit décimale, nous utilisons toujours cette base sexagésimale pour les durées ou pour certains calculs d'angles.

La numération égyptienne, voisine de celle de Babylone, est, quant à elle, bien différente.

c) Système de numération en Egypte

La civilisation de l'Ancienne Egypte, formée sur deux royaumes de la Haute et de la Basse-Egypte, a duré environ trois millénaires (d'environ 3 000 avant J.-C. aux premières années de notre ère) et l'écriture hiéroglyphique des nombres est présente et ne changera pas durant toute cette période. A la différence du système mésopotamien, le système numérique employé par les Egyptiens est additif, de base dix et non positionnel. Le zéro n'existe toujours pas dans le sens où il n'est pas utile puisque la numération est additive. De plus, cette civilisation ayant goût pour l'art, a employé des figures différentes pour noter seulement les différents multiples (représentées dans le tableau ci-dessous).

Nombre	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Signe							
Sens	Barre	Anse ?	Corde enroulée	Fleur de lotus	Doigt coupé	Têtard	Dieu assis

Chaque signe aurait été consciencieusement choisi quant au nombre qu'il représente. Par exemple, certaines interprétations affirment que « le dernier chiffre représente un dieu assis levant les bras au ciel devant la voute étoilée car un million représente un nombre astronomique »¹⁹. Cela montre bien que les Egyptiens prennent conscience des grands nombres, des grandes quantités possibles et qu'ils tentent de mieux appréhender cela.

Dans leur écriture des nombres, par souci esthétique et non pour donner sens, ils rassemblent le plus souvent les signes par trois. Pour lire un nombre, il suffit donc simplement d'additionner la valeur de chaque signe. Par exemple, ils notent 7 et 9 comme ceci :



Mais cela n'est pas toujours le cas car, comme je l'ai dit précédemment, les Egyptiens ont un goût artistique développé et lorsqu'il s'agit de représenter les fleurs de lotus, il arrive qu'elles soient regroupées en forme de bouquet.

Ces hiéroglyphes étaient gravés dans la pierre. Les Egyptiens utilisaient d'autres systèmes pour écrire sur les papyrus (écritures cursives égyptiennes telles que hiératique) qui eux ont évolué dans le temps. Mais je ne m'attarderai pas sur ces autres systèmes car j'oriente mes recherches en fonction de ce que nous pouvons en retirer pour l'enseignement primaire et ces systèmes me semblent trop compliqués et inexploitablement pédagogiquement. Il est tout de même important de les citer car ce sont eux qui ont permis de mettre en place l'écriture hiéroglyphique que je viens de présenter, notamment du point de vue de leur simplicité.

Nous voyons donc à travers cette numération que les Egyptiens maîtrisaient déjà très bien les mathématiques. Les pyramides, de par leur architecture complexe, nous confirment cela.

Les numérations des civilisations babyloniennes et égyptiennes sont donc additives, non positionnelles (malgré une tentative infructueuse de position dans la numération

¹⁹ Cité par Michel GUILLEMOT dans *Histoire de problèmes, histoire des mathématiques*, ouvrage écrit par des membres de la Commission Inter-I.R.E.M. « Epistémologie et Histoire des mathématiques », éditions Ellipses, Paris, 1997.

babylonienne) et symboliques. La civilisation grecque marque quelques changements avec ces dernières.

d) Systèmes de numération en Grèce

La civilisation ancienne qui a joué le rôle le plus éminent dans le développement des mathématiques occidentales est celle des Grecs. Comme l'époque de la Préhistoire, cette période antique grecque pose des problèmes de sources. Les textes grecs nous sont parvenus sous forme de copies de copies dont l'authenticité n'est pas garantie, de traductions arabes et de versions latines. Nous pouvons tout de même déterminer plusieurs numérations qui se sont succédées et chevauchées : numération acrophonique et alphabétique. La numération alphabétique est celle qui m'intéresse le plus dans le cadre de mon mémoire et de ma problématique mais il me semble important d'évoquer et de présenter l'évolution générale de la numération grecque, du IX^e siècle à 400 avant notre ère (date à laquelle nous attribuons la naissance de la numération alphabétique grecque).

Au début, les Grecs se sont inspirés de la numération égyptienne pour leurs problèmes de calculs. Cette numération, dite attique, était alors décimale et additive. Il existait donc un symbole pour l'unité puis pour toutes les puissances de sa base, soit ici, 1, 10, 100, 1 000, ... Les premiers symboles de la numération grecque sont alors les suivants :

Nombre	1	10	100	1 000	10 000
Symbole					

Puis cela a évolué et dès le VI^e siècle avant J.-C., les Grecs créent de nouveaux symboles pour les moitiés de puissances de la base, soit 5, 50, 500, 5 000, ... Nous appelons alors cette numération « acrophonique »²⁰. Les Grecs mettent en place ces nouveaux signes afin d'alléger l'écriture des nombres. De plus, ils modifient les anciens : les symboles sont alors les initiales des nombres (à l'exception du chiffre 1) :

²⁰ Terme désignant en principe le procédé par lequel on nomme un signe alphabétique au moyen d'un mot débutant par la lettre en question.

Nombre	1	5	10	50	100	500	1 000	5 000	10 000	50 000
Symbole										
Ecriture lettrée		Pente	Deka	Pente- deka	Hekaton	Pente- hekaton	Khilioi	Pente- khilioi	Murioi	Pente- murioi

Ce système attique a progressivement été remplacé par le système ionique. C'est un système décimal de numération alphabétique que l'on date d'environ 400 avant notre ère mais certains historiens affirmeraient son existence dès 700 avant J.-C²¹. Ce système additif, non positionnel, est formé de 24 lettres de l'alphabet grec ainsi que de trois autres signes (voir tableau ci-dessous).

1=α	10=ι	100=ρ
2=β	20=κ	200=σ
3=γ	30=λ	300=τ
4=δ	40=μ	400=υ
5=ε	50=ν	500=φ
6=ς	60=ξ	600=χ
7=ζ	70=ο	700=ψ
8=η	80=π	800=ω
9=θ	90=Ϟ	900=Ϸ

²¹ On retrouverait cette numération dans des attestations à Milet datant de 700 avant notre ère. C'est pour cette raison qu'on appelle aussi cette numération « milésiennes ».

L'avantage de ce système, par rapport aux précédents, est qu'il faut moins de symboles pour écrire un nombre, par exemple 32 s'écrit $\lambda\beta$ ou encore 125 s'écrit $\rho\kappa\varepsilon$. Mais en contrepartie, ce système grec utilise plus de symboles différents. De plus, dans les papyri alexandrins apparaissent pour la première fois des symboles pour le zéro : , , ou encore . Comme ils ne pouvaient pas inventés de symboles indéfiniment, les Grecs reprennent les mêmes symboles à partir des milliers (voir tableau ci-dessous) :

1 000=' α	10 000= α M
2 000=' β	20 000= β M
3 000=' γ	30 000= γ M
4 000=' δ	40 000= δ M
5 000=' ε	50 000= ε M
6 000=' ζ	60 000= ζ M
7 000=' ζ	70 000= ζ M
8 000=' η	80 000= η M
9 000=' θ	90 000= θ M

Le symbole utilisé pour les milliers « ' » est appelé *aristeri keréa* tandis que celui utilisé pour les dizaines de milliers « M » est appelé myriade.

Mais ce système de numération est trop compliqué pour effectuer facilement les opérations par écrit donc les Grecs utilisent fréquemment un abaque pour cela. Ces abaques sont des tables sur lesquelles des lignes parallèles figurent les unités, les dizaines, les

centaines, ... On y place un nombre de jetons correspondant aux unités, aux dizaines, ..., du nombre à représenter.

Ces abaques seront notamment beaucoup utilisés pour la numération romaine.

e) Système de numération en Italie

La numération romaine me semble être une des principales à étudier avec des élèves car aujourd'hui nous utilisons et observons encore ses chiffres dans certains cas comme l'écriture des siècles et des millénaires, l'ordre des souverains, les cadrans d'horloges ou encore la numérotation des volumes d'un livre et des grandes parties d'un développement (tel que je l'ai fait dans mon mémoire pour l'intitulé de mes trois grandes parties). De plus, certains manuels comportent des leçons sur ces nombres romains²². Mais surtout, il est intéressant de voir à quel point nous pouvons nous tromper ou nous faire de fausses idées sur l'Histoire, et de mettre en avant le fait qu'il faut toujours aborder celle-ci avec une certaine méfiance ou du moins un certain recul.

En effet, les chiffres romains tels que nous les connaissons aujourd'hui (I, V, X, L, C, D, M) ne sont pas exactement ceux qu'ont utilisés les Romains à partir de 500 avant J.-C. Les premiers symboles utilisés par les Romains sont les suivants²³ :

I	V	X	V	X	↻	↻
1	5	10	50	100	500	1000

Ce sont ces symboles qui ont évolué que tardivement pour donner les chiffres alphabétiques que nous utilisons aujourd'hui et que nous appelons chiffres romains.

De plus, après évolution, les Romains écrivaient ainsi :

I=1 ; II=2 ; III=3 ; IIII=4 ; IIIIV=5 ; IIIIVI=6 ; ... ; IIIVIIIIXIIIIVIIIIXIIIIVI=26 ; ...

Certaines interprétations définissent une telle notation comme héritage de la pratique préhistorique de l'entaille. Enfin, très vite, par souci d'économie, ils en sont arrivés à écrire : I pour 1, V pour 5, X pour 10, ... Mais on peut tout de même remarquer que ce système

²² ANNEXE 3 « Analyse de manuels scolaires »

²³ Image issue du site Internet : <http://histoiredechiffres.free.fr/>

ressemble beaucoup à celui présent sur nos règles à mesurer. C'est un regroupement naturel par groupe de 5 ou 10, qui provient du fait de compter sur ses doigts.

Puis peu à peu, des conventions d'écriture ont été mises en place, toujours par souci d'économie :

- « toute lettre placée à la droite d'une autre figurant une valeur supérieure ou égale à la sienne s'ajoute à celle-ci.
- toute lettre d'unité²⁴ placée immédiatement à la gauche d'une lettre plus forte qu'elle, indique que le nombre qui lui correspond doit être retranché au nombre qui suit.
- les valeurs sont groupées en ordre décroissant, sauf pour les valeurs à retrancher selon la règle précédente.
- la même lettre ne peut pas être employée quatre fois consécutivement sauf M. »

Enfin, après ces détails sur les chiffres romains, il est donc impossible de dire qu'ils sont acronymiques. Par exemple, il serait faux de dire que le chiffre C est au départ l'abréviation de *centum*.

Ainsi la numération romaine est la numération qui a évolué et qui s'est développée en Occident jusqu'au Moyen-Age, période à laquelle nous estimons le développement en Europe de notre numération actuelle.

3. Naissance et transmission de la numération décimale de position

Notre numération actuelle est décimale et de position. Nous disons souvent que ses neuf chiffres sont des chiffres arabes, or il serait plus approprié de dire que ce sont neuf chiffres dits arabes car en réalité, ils sont apparus en Inde.

²⁴ Lettre d'unité : I est une lettre d'unité pour V et X. X est une lettre d'unité pour L et C. C est une lettre d'unité pour D et M.

a) Naissance de nos neuf chiffres en Inde

Notre système de numération est donc né au Ve siècle en Inde. En effet, il y a environ 1 500 ans, les Indiens eurent une meilleure idée que l'abaque, que j'ai cité précédemment, pour faire des additions. Ils inventèrent un système de placement c'est-à-dire une façon d'écrire les nombres où des symboles correspondaient aux rangées de l'abaque.

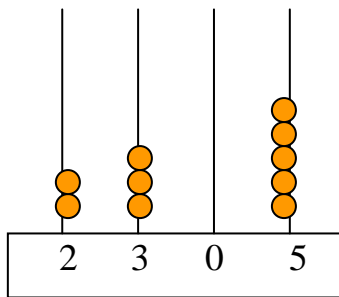


Schéma du « système de placement » indien sur un abaque

On pouvait ainsi effectuer des additions difficiles sans avoir recours à l'abaque, il suffisait d'écrire les chiffres. Il fallut alors inventer un symbole pour signaler la rangée vide et ce fût le zéro.

Ainsi les premiers symboles utilisés en guise de chiffres par les Indiens sont l'héritage du système d'écriture brahmique :

Système d'écriture	Chiffres
Brahmique (III ^e siècle avant J.-C. au V ^e après)	
Indien (V ^e au IX ^e siècle)	

Par la suite, ces chiffres indiens et leur système de numération se sont propagés vers l'Europe jusqu'à atteindre Bagdad (centre de l'Empire musulman).

b) Le rôle de la civilisation arabe

Le peuple arabe joue un rôle fondamental dans l'Histoire des mathématiques et plus particulièrement dans l'Histoire des chiffres. Amy Dahan-Dalmedico et Jeanne Peiffer y consacrent d'ailleurs une grande partie de leur ouvrage intitulé *Une histoire de mathématiques, routes et dédales*.

Les Arabes s'inspirent des systèmes de numération alentours et reprennent alors, dès le IXe siècle, les chiffres utilisés en Inde et le système de numération décimale de position avec l'usage du zéro. C'est grâce à un célèbre mathématicien nommé Al-Khwarizmi²⁵ que cette numération va être popularisée car il l'utilise dans ses traités d'algèbre. Il réutilise alors les symboles indiens notamment dans son ouvrage *Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul indien*. Le peuple arabe se met alors à écrire les chiffres d'après ce système c'est-à-dire de gauche à droite alors même que leur propre système d'écriture consiste à écrire de droite à gauche.

Ainsi la graphie des chiffres va encore évoluer au cours des IXe et Xe siècles :

Système d'écriture	Chiffres
Arabe occidental (nos chiffres actuels sont issus de ce système)	
Arabe oriental	

Le mathématicien Al-Khwarizmi est alors le vecteur de la diffusion de la numération indienne et de ses chiffres dans le Moyen-Orient puis en Europe Occidentale.

²⁵ AL-KHWARIZMI (vers 788-850) : auteur de l'ouvrage *Al-Jabr* d'où est issu le mot « algèbre » et de l'ouvrage intitulé *Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul indien* où il décrit le système de numération indien.

c) La diffusion et le développement de la numération décimale en Europe occidentale

Du VI^e au Xe siècle, l'Europe voit s'ouvrir une ère de récession économique et de désordre politique : c'est l'époque des grandes invasions, immenses mouvements migratoires qui ne favorisent aucune cohérence et stabilisation culturelle propices à l'activité intellectuelle. C'est aussi à cette époque là qu'ont lieu les croisades et la diffusion de la numération indienne, dite arabe, en Espagne.

Mais à partir du Xe siècle, deux grandes personnalités jouent un rôle important dans cette diffusion et ce développement de la numération indo-arabe en Europe occidentale.

- **Gerbert d'Aurillac** (940-993), moine français, tour à tour précepteur et conseiller de l'empereur Otton III, futur pape Sylvestre II (en 999). Gerbert voyage en Espagne entre 967 et 969 et y fréquente les écoles arabes. C'est alors là qu'il aurait appris le système de numération indo-arabe. Avant cela, en France, on comptait encore de manière digitale et avec un système de jetons et la numération en place était encore romaine. Après son voyage en Espagne, Gerbert aurait fabriqué un abaque dans lequel il aurait remplacé dans chaque colonne le nombre de jetons par un seul *apice* portant au dos le nombre de jetons substitués. Par exemple, avant il était nécessaire d'avoir sept jetons pour exprimer le chiffre sept. Tandis qu'avec le système de Gerbert un jeton seulement suffit pour exprimer cela car il porte l'écriture du chiffre « 7 » (issu de la numération indo-arabe et non plus « VII » de la numération romaine). C'est ainsi qu'il aurait commencé à introduire les chiffres arabes en Europe.

- **Léonard de Pise** ou **Fibonacci** (vers 1170-1250). Amy Dahan-Dalmedico le qualifie de « plus grand mathématicien de tout le Moyen-âge chrétien »²⁶. Né à Pise en Italie, le jeune Léonard part avec son père à Bejaïa, en Afrique du nord, actuelle Algérie. C'est alors là-bas qu'il apprend l'arithmétique et la langue arabe, dans la boutique d'un épicier. Il y acquiert ainsi le goût des mathématiques. A son retour en Italie en 1202, il rapporte les chiffres dits arabes puis compose un célèbre ouvrage intitulé

²⁶ Cité dans l'ouvrage *Une histoire des mathématiques, routes et dédales*, éditions du Seuil, collection Points Sciences, Paris, 1986, p.27.

*Liber abaci*²⁷ qui plus tard initie les savants italiens du XIII^e siècle à la science mathématique arabe et grecque puis permet, encore plus tard, des progrès en algèbre lors de la Renaissance, en Italie. Cet ouvrage s'ouvre sur les neuf symboles indiens de numération décimale positionnelle ainsi que sur le signe zéro. Il y traite de nombreux sujets tels des problèmes financiers et commerciaux, des résolutions d'équations du second degré, ...

Mais pour chacun d'eux, cette nouvelle numération est particulièrement mal reçue en Europe car le public ne comprend plus les calculs effectués par les commerçants. Mais le contact avec la culture arabe est trop forte en Europe et par conséquent, influe sur la diffusion de cette numération contre laquelle les peuples européens ne peuvent lutter. D'abord à l'aide d'abaques tels que celui de Gerbert puis peu à peu sous forme d'algorithme comme le stipule Fibonacci, l'Europe toute entière utilise une numération décimale de position. Cette dernière est toujours la même aujourd'hui et c'est notamment avec le développement de l'imprimerie au XV^e siècle que la forme des chiffres se fixe pour avoir celle que nous enseignons de nos jours dès l'école maternelle :

Système d'écriture	Chiffres
Mondial (de nos jours)	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ainsi notre numération décimale s'est imposée dans l'Histoire comme réponse à un problème fondamental : comment écrire de grands nombres avec peu de symboles ? Ce système efficace est alors en place depuis près de 700 ans. Nous pouvons le définir en trois points indissociables :

- symbolique (dix chiffres) ;
- additif (voire multiplicatif) ;
- positionnel.

²⁷ Que l'on peut traduire *Livre du calcul* ou *Livre d'abaque*.

II. Evolution d'un apprentissage dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : les nombres et la numération

De la chute du Premier Empire à nos jours, les contenus d'enseignement à l'école primaire ont beaucoup évolué. Cela est notamment le cas dans la discipline des mathématiques, en ce qui concerne l'apprentissage de compter.

1. L'enseignement des nombres et de la numération au XIX^e siècle

J'ai fait le choix de centrer mes recherches sur l'enseignement des nombres et de la numération à partir de la chute du Premier Empire car durant le règne de Napoléon Bonaparte, celui-ci a donné un rôle important aux mathématiques dans l'éducation intellectuelle. C'est à partir de cet événement que les contenus de cette discipline se sont vus évoluer. Un véritable renouvellement a eu lieu au XIX^e siècle amenant alors dans les dernières années de ce siècle de nouvelles lois, encore aujourd'hui incontournables, sur l'école : les Lois Ferry.

a) Les raisons de ces renouvellements

Les « transformations radicales »²⁸ durant cette période concernent les contenus mais aussi les démarches d'apprentissage, les élèves concernés et les objectifs.

Cela est notamment du à la formation des maîtres alors mise en place dans les années 1830 avec la création du réseau des écoles normales d'instituteurs et des conférences pédagogiques pour les maîtres en activité. Ainsi la compétence 10 intitulée « se former et innover », du référentiel du métier de professeur des écoles que nous utilisons aujourd'hui, est possible qu'à partir de cette période car c'est la première fois que cela est mis en place pour les enseignants.

De plus, la production d'imprimés est en pleine essor à cette période. Les manuels scolaires se diffusent alors beaucoup plus et il en est de même pour la presse pédagogique. Enfin, de nouveaux instruments sont utilisés par les élèves pour apprendre à compter notamment l'ardoise ou encore le boulier. Ce nouveau matériel scolaire induit alors des

²⁸ Cité par Renaud d'ENFERT dans l'ouvrage intitulé *Une histoire de l'Education et de la formation*, coordonné par Vincent TROGER, aux éditions Sciences humaines, collection « Les dossiers de l'éducation », 2006, dans l'article « *Les mathématiques à l'école élémentaire au XIX^e siècle* », p. 41.

nouvelles démarches d'enseignement pour les maîtres concernant la place de la pratique dans les apprentissages ou encore la gestion de leur classe durant ceux-ci.

Mais cet apprentissage mathématique à l'école primaire reste encore inabordable pour beaucoup de la population française.

b) Le difficile accès à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire

« Au XIXe siècle, les contenus enseignés en mathématiques à l'école primaire ont été essentiellement déterminés par les finalités socioprofessionnelles auxquelles étaient « destinés » les enfants du peuple » : cette citation de Renaud d'Enfert²⁹ me semble expliquer clairement les problèmes posés quant à l'accès aux enseignements mathématiques pour certains enfants français.

En effet, cela est le cas depuis l'Ancien Régime, l'apprentissage des mathématiques est le dernier élément des « programmes » d'instruction à cette époque. Ainsi, tous les enfants n'accédaient pas à ces apprentissages car beaucoup d'entre eux quittaient l'école avant pour aller travailler avec et pour leur famille. Il s'agissait à l'époque d'apprendre d'abord à lire puis à écrire et enfin à compter. C'était une progression des disciplines : de la maîtrise de la langue française vers les mathématiques. Celles-ci sont donc rarement abordées par les élèves pour deux raisons :

- elles sont en fin de scolarité et à cette période la plupart des enfants restaient le moins longtemps possible à l'école et étaient donc scolarisés sur un temps court. Ils devaient travailler rapidement pour gagner de l'argent pour leur famille.
- l'école est non gratuite et l'apprentissage des mathématiques en fin de cursus scolaire coûte cher.

Ce système renforce alors les inégalités d'apprentissages. Les enfants issus de familles aisées sortent de l'école en sachant lire, écrire et compter tandis que les enfants issus de milieux moins favorisés sortent de l'école sans avoir appris à compter. La grande enquête³⁰ commandée par François Guizot en 1833 alors ministre de l'Instruction publique met en

²⁹ Renaud d'ENFERT : maître de conférences en histoire des sciences à l'IUFM de Versailles et chercheur au Groupe d'histoire et de diffusion des sciences d'Orsay.

³⁰ 33 695 écoles visitées par 490 inspecteurs.

évidence ces inégalités. Seules les écoles mutuelles³¹ permettaient à l'époque un apprentissage simultané de la lecture, de l'écriture et du calcul. Mais elles se faisaient rares et étaient le plus souvent en milieu urbain, or le taux le plus élevé de personnes ne sachant pas compter provient de milieux ruraux.

Guizot prend alors des dispositions pour palier à cela en favorisant les apprentissages de la lecture, écriture et calcul en simultané. Mais leur application n'est pas immédiate. Il s'agissait d'une répartition des apprentissages selon trois divisions³² des élèves à l'école élémentaire, selon leur âge. Les premières transformations dans l'enseignement des maîtres sont remarquables à partir des années 1850. C'est alors un « enseignement conjoint du lire-écrire-compter dès le commencement de la scolarité »³³. En réalité, l'enseignement des mathématiques n'est dispensé qu'à partir du cours moyen. Mais ceci est tout de même un grand changement dans l'histoire de l'enseignement des mathématiques. C'est la première fois que l'on enseigne simultanément le français et les mathématiques. Ainsi, la discipline des mathématiques prend de plus en plus d'importance dans les instructions officielles.

Les enfants rentrant tôt dans la vie active sortent alors de plus en plus souvent en sachant compter mais les nombres et la numération restent généralement pour eux les seules connaissances qu'ils ont des mathématiques (pas de connaissances en géométrie ou sur le système métrique par exemple). De plus, les problèmes auxquels ces élèves étaient confrontés concernaient toujours les domaines dans lesquels ces enfants allaient travailler en sortant de l'école : agriculture, couture, commerce, industrie ou encore de la vie quotidienne. Et ces énoncés de problèmes comportaient souvent des objectifs de morale ou d'éducation.

Un problème persiste encore après la mise en place de ces mesures, celui de la rétribution scolaire qui est de plus en plus chère au fil des divisions, soit en fonction de l'âge des enfants. Mais cela prend fin dès 1881 avec les Lois Ferry.

³¹ Enseignement mutuel, d'après Pierre LESAGE dans son article « La pédagogie dans les écoles mutuelles au XIXe siècle » tiré de la *Revue française de pédagogie*, volume 31, 1975, p. 62 à 70 : un seul maître pour tous les élèves. Organisation en groupes de niveaux accompagnés d'un moniteur. Enseignement concomitant de la lecture, de l'écriture et du calcul.

³² Cours : élémentaire, moyen, supérieur.

³³ Cité par Renaud d'ENFERT dans l'ouvrage intitulé *Une histoire de l'Éducation et de la formation*, coordonné par Vincent TROGER, aux éditions Sciences humaines, collection « Les dossiers de l'éducation », 2006, dans l'article « *Les mathématiques à l'école élémentaire au XIXe siècle* », p. 43.

c) L'apport nouveau des Lois Ferry (1881-1882) dans la discipline des mathématiques

L'article premier de la Loi Ferry du 28 mars 1882 est le suivant :

« L'enseignement primaire comprend :

- L'instruction morale et civique ;
- La lecture et l'écriture ;
- La langue et les éléments de la littérature française ;
- La géographie, particulièrement celle de la France ;
- L'histoire, particulièrement celle de la France jusqu'à nos jours ;
- Quelques leçons usuelles de droit et d'économie politique ;
- Les éléments des sciences naturelles physiques et **mathématiques**, leurs applications à l'agriculture, à l'hygiène, aux arts industriels, travaux manuels et usage des outils des principaux métiers ;
- Les éléments du dessin, du modelage et de la musique ;
- La gymnastique ;
- Pour les garçons, les exercices militaires ;
- Pour les filles, les travaux à l'aiguille. »³⁴

C'est alors la première fois que le mot « mathématiques » apparaît dans la législation et les textes officiels régissant l'enseignement primaire en France. En affirmant que « L'école de Jules Ferry (...) n'est pas l'école du « lire-écrire-compter » comme on le dit trop souvent »³⁵, Renaud d'Enfert fait bien sûr allusion à cette Loi où l'approche proposée est une approche encyclopédique des contenus d'apprentissages justifiée par cette longue liste des matières à aborder à l'école primaire. Cette approche amène alors les maîtres à utiliser une pédagogie concentrique c'est-à-dire que les disciplines du programme sont les mêmes aux cours élémentaire, moyen et supérieur mais de façon de plus en plus poussée et détaillée dans les savoirs. Ainsi un élève quittant l'école plus tôt que les autres aura abordé toutes les disciplines du programme mais de manière plus ou moins complète selon la durée qu'il sera resté à l'école.

³⁴ « Loi qui rend l'Instruction primaire obligatoire », n° 11 696 du 28 mars 1882, version originale tirée du site Internet http://dcalin.fr/textoff/loi_1882_vo.html.

³⁵ Cité par Renaud d'ENFERT dans l'article « L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation « de masse ». », *Gazette des mathématiciens*, n° 108, avril 2006, p.67 à 81. Texte sur le site Internet de la Société des Mathématiciens de France <http://smf.emath.fr/>

Cette loi annonce alors les nouvelles ambitions de l'enseignement primaire concernant les mathématiques au XXe siècle.

2. L'enseignement des nombres et de la numération jusque dans les années 1960

Au XXe siècle, les contenus d'enseignement à l'école primaire sont rythmés par les guerres puis les différentes réformes mises en place.

a) L'influence des Lois Ferry du début du XXe siècle à 1914

Dans l'enseignement des nombres et de la numération à l'école primaire, la pratique prend une place de plus en plus importante suite à la mise en place des Lois Ferry. Une réforme est alors mise en place dès 1902 et de nombreux changements sont visibles dans un enseignement concentrique.

L'activité des élèves est plus grande en classe et permet d'effectuer des expériences portant sur les nouvelles notions. Leurs recherches et observations suscitent un apprentissage plus complet et intéressant pour eux. Renaud d'Enfert cite dans ces recherches sur cette période que « l'enseignement des mathématiques est porteur des ambitions éducatives de la rénovation pédagogique engagée par les Républicains au pouvoir, que symbolise la « leçon de choses ». ». Cette remarque montre bien les influences politiques, alors beaucoup présentes dans les contenus d'apprentissages. Ces « leçons de choses » consistaient à une pratique d'enseignement intuitive alors nouvelle pour l'époque.

Ainsi, les méthodes d'apprentissages sont renouvelées suite à cette réforme. Les nombres et la numération doivent obligatoirement être enseignés dès les premières années de scolarité des élèves et pour cela, le concret est favorisé ainsi que le recours aux expériences lors de ces fameuses « leçons de choses ». Cet enseignement mathématique est aussi en lien avec d'autres matières telles que les sciences physiques. Emile Borel³⁶ est un grand mathématicien de l'époque qui fit une conférence mathématique en 1904 sur « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire ». Il y définit l'objectif général de ces nouveautés pédagogiques comme suit : « introduire plus de vie et de sens du réel dans notre

³⁶ Emile BOREL (1871-1956) : professeur à la faculté des sciences à Paris, ses recherches portent sur la théorie des probabilités. Il était un homme politique représentant emblématique de la « république des professeurs ».

enseignement mathématique » afin que les élèves « se rendent compte par eux-mêmes que les mathématiques ne sont pas une pure abstraction »³⁷.

En effet, c'est depuis cette période que nous inscrivons les mathématiques dans une culture humaniste et que leur place est reconnue dans l'enseignement.

b) L'enseignement des mathématiques dans l'entre-deux-guerres et jusque dans les années 1960

Dans la période de l'entre-deux-guerres, la réforme de 1902 est fortement remise en question. Un sentiment fort de nationalisme est présent dans la politique du pays et la volonté de retour aux sources latines est importante face à la culture germanique. On reproche alors à cette réforme d'être trop proche des idées allemandes. Dès 1923, une nouvelle réforme est mise en place concernant l'enseignement secondaire. Cette réforme affirme « l'égalité scientifique ». Pour cela, elle veut que l'accès et les contenus d'apprentissages des mathématiques et des sciences soient les mêmes pour tous les élèves jusqu'à la fin du lycée. Le taux horaires de ces matières est alors diminué.

Parallèlement à cela, la place des mathématiques dans l'enseignement primaire est tout autre. La discipline est consolidée dans les apprentissages de l'école élémentaire, notamment dans les instructions officielles de 1923 puis de 1927. Elles régissent les apprentissages durant de nombreuses années, de leur mise en place jusqu'en 1970 environ, malgré une politique scolaire de Vichy lors de la Seconde Guerre mondiale. J'évoquerai peu cette période car mes recherches m'ont amenée à me rendre compte que durant cette période, les instructions officielles de 1923 puis de 1938 se sont affirmées notamment concernant les mathématiques. Pas de grands changements me semblent nécessaires d'être évoqués.

De la fin de la Première Guerre mondiale aux années 1970, se développent alors dans l'apprentissage des nombres et de la numération notamment, des méthodes dites « actives ». Celles-ci sont ancrées dans les pédagogies des maîtres dès leur mise en place jusque dans les années 1970. L'enseignement concentrique institué dès les Lois Ferry est alors abandonné au profit d'un enseignement progressif c'est-à-dire que « la graduation des programmes

³⁷ Emile BOREL, « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 1904. Le texte de la conférence est en ligne dans un article d'Histoire des mathématiques d'Hélène GISPERT paru dans *La Gazette des mathématiciens*, n° 93, juillet 2002, publiée par la Société Mathématique de France, sur le site Internet <http://smf.emath.fr/>

apportera à chaque âge ce qui lui convient »³⁸. Il s'agit, de plus, d'associer les contenus d'apprentissages des mathématiques aux disciplines du dessin et du travail manuel. Cette méthode est recommandée dès 1923 pour l'enseignement primaire même si certains maîtres la pratiquaient déjà dans leur pédagogie depuis le début du siècle. Elle permet de mettre en œuvre ce que la réforme de 1902 stipulait déjà : une approche intuitive et concrète des savoirs étudiés ainsi que des phases de démarches expérimentales. Cet apprentissage progressif permet d'empêcher les nombreuses répétitions au cours d'une scolarité d'un élève comme il était le cas avec la précédente méthode concentrique.

Ainsi, jusque dans les années 1970, il sera proposé aux enseignants plusieurs types d'expériences à mettre en œuvre lors des apprentissages, de la numération par exemple. Cela pour répondre aux instructions officielles de 1923 : « l'opération manuelle précède l'opération arithmétique »³⁹.

L'entretien que j'ai eu avec Monsieur Colpart⁴⁰, un instituteur retraité, m'a permis d'illustrer quelques unes de ces expériences qu'il a pu mettre en place dans sa classe dans les années 1950 et 1960. Elles concernent les domaines de la numération, de la géométrie et de la résolution de problèmes. Il donne l'exemple d'une méthode concernant l'apprentissage de la numération dès le C.P. : la méthode dite « Cuisenaire »⁴¹. Celle-ci favorise bien le recours à la manipulation pour les élèves car les apprentissages se construisent autour d'un matériel spécifique : des réglettes, des cubes et des parallélépipèdes colorés correspondant aux nombres de 1 à 10. Un des avantages qu'il avance est la mémorisation car elle se fait pour les élèves de trois façons différentes lors des phases expérimentales : une mémorisation visuelle (chaque nombre porte une couleur qui lui est propre⁴²), une mémorisation auditive (des mises en commun orales sont faites après les recherches individuelles des élèves) et une mémorisation kinesthésique ou de « mouvement » (grâce à la manipulation systématique des différents volumes correspondant à des nombres). De plus, quand Mr Colpart nous fait part des autres avantages de cette méthode, il dit « l'enfant construit son savoir, il découvre et

³⁸ Instructions du 20 juin 1923, p.80

³⁹ Instruction du 20 juin 1923

⁴⁰ ANNEXES 4 et 5 : « Questionnaire et enregistrement de l'entretien avec Mr COLPART »

⁴¹ Georges CUISENAIRE : mathématicien belge. Auteur de l'ouvrage *Leçons de calcul pour tous les degrés de l'école primaire, livre à l'usage du maître*, éditions Delachaux et Niestlé, collection les nombres en couleurs, 1966.

⁴² Le chiffre « 1 » est blanc, le « 2 » est rouge, le « 3 » est vert clair, le « 4 » est rose, le « 5 » est jaune, le « 6 » est vert foncé, le « 7 » est noir, le « 8 » est violet, le « 9 » est bleu et le « 10 » est orange, d'après Georges CUISENAIRE dans son ouvrage intitulé *Leçons de calcul pour tous les degrés de l'école primaire, livre à l'usage du maître*, éditions Delachaux et Niestlé, collection les nombres en couleurs, 1966.

manipule ». Ainsi, on remarque bien chez cet enseignant retraité, un engouement pour une méthode d'apprentissage inductive plutôt que déductive. Le fait que les élèves recherchent et manipulent avant d'élaborer une leçon ou une trace écrite paraissait pour lui, à cette époque, nouveau et intéressant. Or, si l'on s'en tient à une analyse que j'ai faite des manuels scolaires⁴³ imprimés dans les années 1960, soit de la même époque que l'expérimentation de Mr Colpart, les méthodes induites sont toutes déductives : présentation d'une leçon puis des exercices de réinvestissement de cette leçon. Nous pouvons bien sûr imaginer que les manuels étaient utilisés après une première phase de recherche des élèves mais aucun d'eux, dans les textes d'auteurs par exemple, n'évoquent cette possibilité.

Ainsi, les pédagogies des maîtres dans l'apprentissage de la numération par exemple, pouvaient être multiples et très différentes les unes des autres : avec manipulation ou bien sans, recherche des élèves du contenu de la leçon ou bien dictée de celle-ci par l'enseignant, ... Les instructions officielles préconisaient « du concret » dans les apprentissages, soit des phases expérimentales, mais il est difficile que tous les enseignants soient d'accord sur une seule et même manière de mettre en place cela dans les activités avec les élèves. La méthode « Cuisenaire » utilisée par Mr Colpart est victime de ses désaccords sur « le concret » attendu avec ces expérimentations, car on parlait « d'une vision trop linéaire du nombre (...) la notion du nombre disparaissait derrière celle de mesures » avec l'utilisation de ce matériel. La méthode a donc du être abandonnée vers 1960.

Ce qui ressort des explications de Mr Colpart, quant aux expériences qu'il a pu tester et mettre en place dans sa classe, c'est une certaine frustration quant aux résultats et aux conclusions de ces essais pédagogiques en mathématiques. Les instructions officielles étant constamment en mouvement à cette époque, Mr Colpart explique que cela posait des problèmes aux enseignants qui comme lui expérimentaient certaines méthodes. C'est une limite de la liberté pédagogique alors instituée en 1959 par la Loi dite « Debré ». Etant récente, son application se fait encore difficilement. Mr Colpart pourtant content de cette méthode avec ces élèves est contraint de l'abandonner.

Mais dès les années 1970, c'est une nouvelle réforme qui pose alors de nombreux problèmes à certains enseignants : celle des « mathématiques modernes ».

⁴³ ANNEXE 3 « Analyse de manuels scolaires »

3. L'enseignement des nombres et de la numération après l'avènement des « mathématiques modernes »

La réforme de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire dite « des mathématiques modernes » a lieu à la fin des années 1960. Les programmes alors en vigueur étaient ceux de 1945. Une commission ministérielle dont le président était André Lichnerowicz publie des travaux sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire dès le mois de mars 1967.

a) Contexte de la réforme

Cette réforme est mise en place lors d'une période de changements de l'institution scolaire en France. En effet un mouvement de démocratisation de l'accès à l'enseignement secondaire a lieu depuis la fin des années 1950 et cela apporte de profonde modification des fonctions de l'école primaire. L'enseignement secondaire devient alors la continuité naturelle de l'enseignement primaire.

De plus, les instructions officielles de 1945 sont alors critiquées concernant la discipline des mathématiques. Un élément fondamental de celles-ci est remis en question : l'aspect « concret » des apprentissages amène à pratiquer des problèmes ne portant que sur la vie quotidienne ou professionnelle. Or, avec l'accent mis sur la continuité entre l'école primaire et le collège du secondaire, le parcours de la plupart des élèves dans leur scolarité est modifié. Les énoncés « concrets » jusque maintenant utilisés en classe ne sont plus nécessaires et selon, la commission Lichnerowicz, ralentiraient les apprentissages des élèves.

Les programmes de 1945 sont alors jugés dépassés et l'on exige la modernisation de leurs contenus mais aussi des méthodes pédagogiques stipulées. D'après Renaud d'Enfert, « les réformateurs militent pour un enseignement des mathématiques modernes, mais aussi pour un enseignement moderne des mathématiques »⁴⁴. Cela est du notamment à la montée en puissance des « nouvelles technologies » telles que les ordinateurs demandant des connaissances nouvelles. Les réformateurs souhaiteraient une participation plus active des élèves dans les apprentissages mathématiques en leur demandant de concevoir, inventer par

⁴⁴ Cité dans l'article de Renaud d'ENFERT « Du calcul aux mathématiques ? L'introduction des « mathématiques modernes » dans l'enseignement primaire français, 1960-1970 » issu de l'ouvrage de E. BARBIN, N. STEHLIKOVA et C. TZANAKIS (dir.) *History and epistemology in mathematics education*, Vydavatelsky, Plze, 2008, p. 781-790. Article en ligne sur le site Internet Culture Math : <http://www.math.ens.fr/culturemath/histoire%20des%20maths/htm/ICMI/reformes.htm> .

petits groupes de travail les différentes notions à apprendre. Ils remettent alors clairement en cause la méthode présente jusqu'alors dans tous les manuels de l'école primaire : la méthode inductive. On se rend bien compte de cela dans l'analyse que j'ai pu faire des manuels de cette époque. Un de ces réformateurs, Gilbert Walusinsky⁴⁵, dit à l'époque « changer les contenus de l'enseignement est une nécessité mais tout autant changer les méthodes. Les enfants doivent eux-mêmes participer à leur formation et non recevoir passivement et docilement un certain nombre de connaissances »⁴⁶.

Ces réformateurs souhaiteraient que ces changements portent sur les contenus d'apprentissages des mathématiques dans tous les degrés de la scolarité.

b) Les projets et nouveaux programmes mis en place en 1970

Les réflexions de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (A.P.M.E.P.) et de l'Institut pédagogique national (I.P.N.) mènent à une modernisation des programmes prise en charge par la Commission ministérielle dirigée par Lichnerowicz.

Cette commission se réunit pour la première fois en février 1967. Elle est composée de 18 membres tous professeurs du secondaire ou du supérieur. C'est notamment pour cette raison que l'enseignement primaire n'est pas considéré comme prioritaire dans les travaux. Ce n'est qu'à partir de 1969, que la commission Lichnerowicz traite d'une rénovation des programmes de l'école primaire à mettre en place progressivement après que les maîtres aient eu une formation sur le sujet. C'est d'ailleurs cette même année que de nouveaux membres intègrent la commission appartenant à l'enseignement primaire. Il est alors choisis de mettre en place un nouveau programme dès la rentrée scolaire de 1969 dans les écoles primaires qui doit être progressivement appliqué jusqu'à l'être entièrement à la rentrée de 1973. Ces programmes sont alors commentés afin d'explicitier aux maîtres les différentes notions abordées.

Le programme définitif de mathématiques comprend alors toutes les modalités voulues par les réformateurs. On diffuse alors une circulaire précisant l'aménagement des programmes

⁴⁵ Gilbert WALUSINSKY : agrégé de mathématiques et professeur de lycée, il devient un grand réformateur des mathématiques modernes et participe aux travaux de la Commission Lichnerowicz. Sa biographie est notamment présente sur le site Internet <http://www.apmep.asso.fr/>.

⁴⁶ Citation rapportée dans l'article de Renaud d'ENFERT « Du calcul aux mathématiques ? L'introduction des « mathématiques modernes » dans l'enseignement primaire français, 1960-1970 » issu de l'ouvrage de E. BARBIN, N. STEHLIKOVA et C. TZANAKIS (dir.) *History and epistemology in mathematics education*, Vydavatelsky, Plze, 2008, p. 781-790. Article en ligne sur le site Internet Culture Math : <http://www.math.ens.fr/culturemath/histoire%20des%20maths/htm/ICMI/reformes.htm>.

de 1945 dans la discipline des mathématiques. Les considérations générales de cette circulaire⁴⁷ précisent :

« Il s'agit dès lors de faire en sorte que cet enseignement contribue efficacement au meilleur développement intellectuel de tous les enfants de six à onze ans afin qu'ils entrent dans le second degré avec les meilleures chances de succès.

L'ambition d'un tel enseignement n'est donc plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués et suggérés par “la vie courante”, mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques ». En ce qui concerne l'apprentissage des nombres et de la numération, « au cours préparatoire, l'accent est mis sur le concept du nombre fondé sur la notion de cardinal d'un ensemble ».

c) Les conséquences de la réforme

Cette réforme apporte de nombreux changements qui rompent avec les héritages de la Troisième République alors ancrés depuis de nombreuses années dans l'enseignement primaire. De tels changements sont forcément plus ou moins acceptés par les enseignants car pour eux ce sont les contenus mais aussi les méthodes pédagogiques à modifier. D'après l'analyse que j'ai faite de différents manuels de l'époque, on constate que les manuels changent aussi.

Il est difficile d'évoquer aujourd'hui comment ces « mathématiques modernes » ont été appréhendés par les enseignants. Nous imaginons que pour certains les changements semblaient trop importants et le passage s'est fait difficilement. De plus, un manque de formation est souvent évoqué par ceux-ci. On le remarque d'ailleurs dans certains manuels datant de l'époque du changement (1969-1970) où les éditeurs rajoutent dans les impressions une petite note ainsi que des exercices conformes aux « mathématiques modernes » telles que celle-ci-dessous, tirée du manuel *Calcul, cours élémentaire première année*, paru aux éditions Delagrave, en 1969 :

⁴⁷ ANNEXE 6 « Extrait de la circulaire du 2 janvier 1970 sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire »

QUELQUES EXERCICES D'INITIATION A LA MATHÉMATIQUE MODERNE

A l'occasion de la réimpression du manuel de Calcul C.E. 1 de H. DENISE et O. ROSIER, et pour répondre aux vœux de nombreux maîtres, nous avons demandé à M. DENISE d'ajouter à son ouvrage quelques exercices très simples de MATHÉMATIQUE MODERNE qui puissent être proposés à des élèves de C.E. 1 et se rattachent donc à leur programme de calcul. En seize pages, l'opération représentait presque une gageure. M. DENISE a bien voulu la tenter malgré les risques évidents qu'elle comportait. Aussi, eu égard à ces risques, il est bon d'évoquer un certain nombre de précautions à prendre.

Parmi les maîtres, il en est sans doute déjà de nombreux qui ont fait quelques incursions dans la Mathématique Moderne. Nous pensons d'ailleurs qu'il pourrait être dangereux d'aborder avec de jeunes élèves ce domaine nouveau sans avoir d'abord fait soi-même un effort sérieux d'initiation.

C'est pourquoi nous avons accueilli avec intérêt dans la nouvelle collection « EDUCATION ET PEDAGOGIE » dirigée par M. J. LEIF, Inspecteur Général de l'Instruction Publique, l'excellent ouvrage de Mademoiselle Renée POLLE, Agrégée de Mathématiques : « NOTIONS DE MATHÉMATIQUE MODERNE », ouvrage justement destiné aux maîtres et qui comporte pour chaque leçon d'initiation, des exercices et leur corrigé (1).

Les quinze pages qui suivent se partagent en sept leçons : « Ensembles - Nombre cardinal - Addition - Soustraction - Multiplication - Division » (leçon doublée).

En aucun cas, ces « leçons », suivies d'exercices, ne sont à pratiquer par les élèves seuls. Le maître doit évidemment les adapter et rester présent. Ces quelques pages lui sont donc d'abord destinées.

Pour passer à l'application, il sera bon de tenir compte des quelques indications placées, en petit caractère, en tête de chaque leçon, et d'adopter une très lente progression.

Toutefois, si limitées qu'elles soient, ces pages permettront aux maîtres qui désirent procéder au moins à quelques expériences, et à l'occasion même des points successifs de leur programme, d'éclairer d'un jour nouveau l'initiation au calcul de leurs élèves du C.E. 1.

LES ÉDITEURS.

(1) R. Polle : " Notions de Mathématique Moderne — Un vol. 14 x 22,5.

Ce texte me semble intéressant car il s'adresse aux maîtres et tente de montrer l'importance de passer aux « mathématiques modernes » avec précautions, notamment en

stipulant qu'une formation est nécessaire. Cela montre bien l'importance des changements des contenus mais aussi des méthodes d'enseignement.

En ce qui concerne Mr Colpart, je l'ai interrogé sur la question, mais cela ne lui semble pas être un mauvais souvenir. Mais son cas ne peut pas être généralisé à l'ensemble des maîtres de l'époque car j'ai remarqué lors de l'entretien, que Mr Colpart semblait être un enseignant qui aimait innover et varier ses méthodes pédagogiques. Ainsi les « mathématiques modernes » ne lui ont pas posé de véritables problèmes dans son enseignement.

Il aurait été aussi intéressant de connaître les avis d'un autre acteur de l'école primaire : l'élève. Mais cela me semblait trop périlleux car nous nous rendons bien compte qu'une fois adulte, il nous est difficile de revenir sur les différents contenus d'enseignement qui nous ont été inculqués et encore plus de les analyser ou de dire ce que nous en pensons aujourd'hui.

Cette réforme reste celle qui a le plus marqué l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au XXe siècle. Les programmes qui en sont issus ont bien évidemment évolués dans leurs contenus d'apprentissages jusqu'à nos jours. Mais les méthodes pédagogiques qui y sont précisées sont bien l'héritage de celles que nous appliquons toujours aujourd'hui pour enseigner les nombres et la numération notamment. Mon analyse de manuel met notamment cela en évidence : les méthodes induites dans ceux imprimés depuis 1970 restent des méthodes déductives voire hypothético-déductives. L'élève adopte donc un rôle de chercheur sur une nouvelle notion avant d'en établir une trace écrite avec l'enseignant.

III. Une exploitation pédagogique possible sur l'histoire des mathématiques à l'école

Avant d'apporter et d'interpréter certaines séances d'histoire des mathématiques à l'école primaire que j'ai pu mettre en œuvre lors de mes stages en responsabilité, il me semble primordial d'évoquer et de commenter les programmes officiels de 2008 car un enseignant se doit dans sa pédagogie de respecter les textes.

1. Les mathématiques et l'histoire dans les programmes officiels de 2008 et les enjeux à l'école élémentaire

Mon sujet de recherche portant particulièrement sur les nombres et la numération, j'ai fait le choix de m'intéresser à la mise en place de séances d'histoire des mathématiques seulement aux cycles II et III. Je me suis orientée vers ces deux cycles uniquement car au cycle I les disciplines des mathématiques et de l'histoire s'inscrivent dans une plus grande intitulée « découvrir le monde ». Il ne me semble donc pas approprié d'initier des élèves en phase de découverte à une histoire des nombres. Je pense donc qu'un apport de culture générale ou scientifique sur les nombres ne peut se faire qu'une fois ayant pris véritablement connaissance de ceux-ci, soit à partir du cycle II.

a) Les programmes de mathématiques aux cycles 2 et 3

Les compétences à acquérir par les élèves sont celles du socle commun de connaissances et de compétences et celles du bulletin officiel, hors-série n° 3, du 19 juin 2008. Tout au long de mon exposé, je me suis attachée à étudier les nombres et la numération et je fais de même dans cette partie didactique et pédagogique.

Cet apprentissage s'inscrit donc dans la compétence 3 du le socle commun, « les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique ». Il stipule qu'à la fin du palier 1, c'est-à-dire en fin de CE1, l'élève doit être capable « d'écrire, nommer, comparer, ranger les nombres entiers naturels inférieurs à 1 000 » et à la fin du palier 2, c'est-à-dire en fin de CM2, l'élève doit être capable « d'écrire, nommer, comparer et utiliser les

nombres entiers, les nombres décimaux (jusqu'au centième) et quelques fractions » ainsi que « d'utiliser une calculatrice ».

De plus, les programmes de l'enseignement mathématiques sont organisés en plusieurs domaines et celui qui m'intéresse ici est appelé au cycle II comme au cycle III, « nombre et calcul ». Ils précisent que « les élèves apprennent la numération décimale inférieure à 1 000. Ils dénombrent des collections, connaissent la suite des nombres, comparent et rangent » au cycle II et pour le cycle III : « l'étude organisée des nombres est poursuivie jusqu'au milliard, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés.

Les nombres entiers naturels

- principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ;

- désignation orale et l'écriture en chiffres et en lettres ;

- comparaison et rangement de nombres, repérage sur une droite graduée, utilisation des signes $>$ et $<$;

- relations arithmétiques entre les nombres d'usage courant : double, moitié, quadruple, quart, triple, tiers..., la notion de multiple.

Les nombres décimaux et les fractions

- nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; la valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près. »

Ainsi, nous remarquons à travers ces programmes que l'étude des nombres aux cycles II et III est un élément « phare » de la discipline des mathématiques. Une étude de l'histoire des nombres avec les élèves serait donc conforme aux programmes et au socle dans le sens où elle serait un apport de culture générale pour les élèves sur une notion scientifique qui se trouve au cœur de leurs apprentissages à l'école : les nombres et la numération.

De plus, étudier l'histoire des nombres à l'école élémentaire permet aussi d'aborder des compétences dans la discipline de l'histoire.

b) Les programmes d'histoire aux cycles 2 et 3

En mettant en place des séances d'histoire des nombres, les mathématiques seraient au centre du sujet mais ce sont bien des compétences en histoire qui seront demandées aux élèves.

Dans le socle commun, la compétence abordée serait « la culture humaniste ». Il stipule qu' « en donnant des repères communs pour comprendre, la culture humaniste participe à la construction du sentiment d'appartenance à la communauté des citoyens, aide à la formation d'opinions raisonnées, prépare chacun à la construction de sa propre culture et conditionne son ouverture au monde. » C'est en ce sens, que l'histoire des nombres s'inscrit dans les apprentissages des élèves tout au long de l'école élémentaire. La culture humaniste est une compétence qui est évaluée et validée lors du palier 2, soit en fin de CM2. Pour cela, les élèves doivent « avoir des repères historiques, géographiques et être préparés à partager une culture européenne ». Chaque connaissance est alors abordée lors de l'étude d'une histoire des nombres avec les élèves.

De plus, dans les programmes officiels, au cycle II la discipline de l'histoire est inscrite à travers celle de « la découverte du monde : se repérer dans l'espace et le temps ». Il est alors demandé à des élèves de CP de « mémoriser des repères chronologiques : grandes dates et personnages de l'histoire de France » et de « prendre conscience de l'évolution des modes de vie ». Etudier l'évolution de l'enseignement des mathématiques à l'école permettrait donc cela. Au cycle III, l'histoire devient une discipline à part entière qui « permet aux élèves d'identifier et de caractériser simplement les grandes périodes qui seront étudiées au collège. Elle s'effectue dans l'ordre chronologique. Les événements et les personnages indiqués ci-dessous en italique constituent une liste de repères indispensables que le maître pourra compléter en fonction de ses choix pédagogiques. Jalons de l'histoire nationale, ils forment la base d'une culture commune. Ces repères s'articuleront avec ceux de l'histoire des arts. ».

Ainsi, nous remarquons bien qu'étudier l'histoire des nombres ou encore l'histoire de l'enseignement des mathématiques à l'école répond bien aux exigences des textes officiels. A partir de là, il est intéressant de se demander quels sont les autres intérêts pour les élèves d'étudier ces deux histoires.

c) Quels sont alors les intérêts d'une histoire des mathématiques pour des élèves de cycles 2 et 3 ?

En étudiant les différents éléments du socle commun de connaissances et de compétences ainsi que des programmes de 2008, nous percevons déjà des premiers intérêts dans l'étude d'une histoire des nombres ou d'une histoire de l'enseignement des mathématiques avec des élèves de cycles II et III.

Un des enjeux de cette histoire des mathématiques à l'école primaire serait de rendre la discipline des mathématiques plus vivante et dynamique dans les apprentissages. Cela permettrait par conséquent de rendre le cours peut-être plus intéressant que d'habitude. La question de la motivation des élèves est alors visée ici. Quand je parle de motivation c'est en réalité une motivation limitée qui est attendue par les enseignants. Nous voulons que les élèves adoptent des attitudes favorables au développement de compétences en mathématiques et je pense que cette histoire des mathématiques, changeant de l'ordinaire, permettrait cela. Bien sûr, l'enseignant se doit d'y croire lui-même et de travailler sur les supports pouvant être utilisés ou encore sur la manière d'instaurer une histoire des mathématiques dans la discipline (début, milieu ou fin de séquence, cela doit être justifié).

De plus, je pense que le fait d'aborder l'histoire des mathématiques à l'école primaire permet aux élèves de se rendre compte que les mathématiques sont une discipline qui n'est pas figée mais au contraire évolue dans le temps et dans l'espace. Il me semble important que les élèves pour leur culture générale et commune se rendent compte que les nombres qu'ils utilisent tous les jours n'ont pas toujours été là. Je trouve qu'Evelyne Barbin⁴⁸ résume très bien cela lorsqu'elle annonce qu' « affirmer que les mathématiques ont une histoire c'est donner une image constructiviste des mathématiques, qui va à l'encontre d'une vision dogmatique de cette discipline »⁴⁹. C'est donc une approche culturelle de la discipline des mathématiques qui a lieu lorsque nous étudions cela et nous remarquons notamment que cela est en accord parfait avec ce que stipule la compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences « les principaux éléments de mathématiques et **la culture scientifique et technologique** » : « il s'agit de donner aux élèves la culture scientifique nécessaire à une représentation cohérente du monde et à la compréhension de leur environnement quotidien ». Les chiffres étant un élément au cœur de leurs habitudes quotidiennes (les prix, l'heure, la

⁴⁸ Evelyne BARBIN : maître de conférence en épistémologie des mathématiques à l'I.U.F.M. de Créteil.

⁴⁹ Cité dans la préface de l'ouvrage de Françoise CERQUETTI-ABERKANE, Annie RODRIGUEZ et Patrice JOHAN intitulé *Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3*, aux éditions Hachette éducation, collection Pédagogie pratique à l'école, 1997.

date, ...), il me semble donc pertinent qu'ils connaissent leurs origines et leur évolution jusqu'à nos jours.

Enfin, un autre enjeu me semble important dans l'étude d'une histoire des mathématiques mais cette fois-ci concernant l'enseignant. Le fait de se rendre compte de la manière dont se sont construites les mathématiques (à travers des hésitations, modifications, évolutions, ...) permet à l'enseignant d'aborder cette discipline différemment avec les élèves, notamment ceux en difficultés. Nous nous rendons bien compte que dans les mathématiques rien ne va de soi et que tout s'est construit au fil du temps. Il en est de même dans les savoirs des élèves : ils se construisent peu à peu. C'est pour cette raison que l'enseignant se doit d'être vigilant et de répondre en connaissance de cause aux différentes difficultés qu'un élève peut avoir dans cette discipline. Un enseignant construit des savoirs mathématiques chez les élèves comme les mathématiques se sont elles-mêmes construites au cours de l'histoire.

Je conclurai sur ces enjeux en citant Evelyne Barbin : « Savoir ne suffit donc pas, il faut aussi savoir pourquoi et comment on a su. En répondant à cette exigence, l'histoire permet de voir les mathématiques, non comme un amas de connaissances scolaires, mais comme une activité intellectuelle, un prélude au plaisir de faire des mathématiques »⁵⁰. C'est donc dans cette optique que j'ai mis en place différentes situations d'apprentissage d'histoire des nombres avec mes élèves, lors de mes stages.

2. Séances d'histoire des mathématiques au C.P. et au C.M.1

Durant mes stages en responsabilité, j'ai voulu essayer de mettre en place des situations d'histoire des nombres avec mes élèves afin de me rendre compte des effets d'une telle pratique. J'estime qu'avoir eu en responsabilité une classe de C.P. en R.A.R. (Réseau ambition réussite) puis une classe de C.M.1 en milieu rural est une chance pour pouvoir analyser et exploiter des séances d'histoire des nombres car ce sont deux niveaux ainsi que deux milieux bien différents.

⁵⁰ Cité dans la préface de l'ouvrage de Françoise CERQUETTI-ABERKANE, Annie RODRIGUEZ et Patrice JOHAN intitulé *Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3*, aux éditions Hachette éducation, collection Pédagogie pratique à l'école, 1997.

a) Une séance d'histoire des nombres avec des élèves de cours préparatoire

Mon premier stage s'est déroulé du 30 janvier au 10 février 2012 dans une classe de C.P. à Valence, dans la Drôme (26).

Pour mettre en place une séance d'histoire des nombres avec mes élèves de C.P., j'ai du prendre en compte plusieurs critères :

- la progression des apprentissages : où en sont-ils dans le programme des mathématiques ? Et que conviendrait-il d'étudier en histoire des nombres en fonction de cela ?
- l'organisation de la classe : ayant des élèves parlant très peu français, comment puis-je mettre en place cela ?
- quelles ressources ai-je à ma disposition pour construire une ou plusieurs séances sur l'histoire des nombres ?

Voici alors comment j'ai organisé ma séance :

TITRE DE LA SEANCE : Les chiffres de 1 à 9 à travers les différentes civilisations

Disciplines et domaines :

- Mathématiques : nombres et calcul – organisation et gestion de données
- Découverte du monde : se repérer dans le temps

Objectif général de la séance : prendre conscience que les chiffres que nous utilisons au quotidien ont évolué au cours du temps.

Compétences visées :

- lire un tableau et compléter un tableau ;
- savoir nommer, lire et écrire les chiffres de 0 à 9 ;
- prendre conscience de l'évolution des chiffres ;

- connaître des éléments d'une culture scientifique : compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences ;
- connaître des éléments d'une culture humaniste : compétence 5 du socle commun de connaissances et de compétences ;
- travailler en autonomie : compétence 7 du socle commun de connaissances et de compétences.

Pré-requis : connaître les chiffres de 0 à 9.

Matériel :

- un tableau par élève de l'évolution des chiffres selon les civilisations⁵¹.
- ce même tableau en grand format pour être utilisé au tableau.
- une feuille d'exercice par élève, à compléter à l'aide du tableau⁵².
- le documentaire de Johnny Ball, *Les maths c'est magique !*, éditions Nathan, Paris, 2006, p. 8 à 25 : un exemplaire pour l'enseignant.

Déroulement : Cette séance dure entre 30 et 45 minutes.

1^o phase : échange oral, collectif autour de la question : à quoi les nombres nous servent-ils au quotidien ?

Les élèves proposent et l'enseignant fait un relevé au tableau.

L'intérêt est d'avoir de nombreuses propositions pour faire prendre conscience aux élèves de l'intérêt des chiffres et des nombres au quotidien.

2^o phase : lecture aux enfants de certains paragraphes p.10, 11 et 25 du livre *Les maths c'est magique !* :

- comment tout a commencé ?
- pourquoi utiliser la main ?
- les premiers hommes
- compte-t-on partout ?
- pourquoi compter ?
- introduction : un monde de chiffres

⁵¹ ANNEXE 7 « Tableau de l'évolution des chiffres au cours des civilisations »

⁵² ANNEXE 8 « Exercice et son corrigé d'histoire des chiffres au C.P. »

Cela permet d'amener progressivement les élèves vers la notion d'évolution des chiffres. De plus, il est intéressant de recueillir leurs impressions après chaque lecture de paragraphe pour que l'enseignant se rende compte de la culture qu'ont ses élèves sur la question des chiffres.

3^e phase : orale, collective

Présentation du tableau que chaque élève a sous les yeux. Que représente-t-il ? Comment le lit-on ? Utilisation de plusieurs exemples avec des élèves qui viennent au tableau : « Je veux savoir, comment les mayas écrivaient-ils le chiffre 5 ? » ou encore « je veux savoir quelle civilisation écrivait le chiffre 9 ainsi ... ? » ou encore « je veux savoir quel chiffre les Romains écrivaient-ils ainsi ... ? ». Cela permet aux élèves de voir les différentes lectures qu'ils peuvent faire de ce tableau.

4^e phase : écrite, individuelle

Les élèves font l'exercice de recherches dans le tableau.

Puis nous procédons à une correction collective.

Voici la séance telle que je l'ai faite avec mes élèves. J'ai remarqué un grand intérêt pour ces chiffres anciens et notamment leurs graphies. Ainsi, lors des temps d'autonomie, beaucoup d'entre eux ont réalisé des travaux manuels autour d'un chiffre qu'ils aiment et des différentes graphies de celui-ci au cours de l'histoire.

En réalisant cette séance, j'ai été confrontée à plusieurs difficultés car je souhaitais que l'histoire des nombres soit intégrée à part entière dans les apprentissages des mathématiques en vue des enjeux que j'ai cités précédemment. Or je n'ai pu faire qu'une séance car cela prend beaucoup de temps. Mais je pense que cette histoire des nombres au CP peut être plus intéressante sur une année entière d'enseignement plus que lors d'un stage de deux semaines, comme je l'ai fait, car l'enseignant peut faire des liens toute l'année avec celle-ci au cours des apprentissages mathématiques.

Lors de ma future expérience professionnelle, je souhaiterais mettre en place un projet de classe sur l'histoire des mathématiques ou l'histoire de l'enseignement des mathématiques car il est nécessaire qu'elle soit abordée toute l'année scolaire avec les élèves pour que chacun comprenne ses intérêts. De plus, plusieurs activités sont liées à cela dans d'autres disciplines telles que la maîtrise de la langue française, les arts visuels, ..., et peuvent alors être mises en place. Ce projet pourrait aboutir à la création d'un musée d'école, si l'on choisit de traiter l'histoire de l'enseignement des mathématiques par exemple, avec des expositions d'objets

utilisés avant pour apprendre les mathématiques ou encore avec des présentations d'enquêtes réalisées par les élèves auprès de membres de leur famille.

Dans un deuxième stage, avec une classe différente, j'ai pu une nouvelle fois mettre en place une séance d'histoire des mathématiques.

b) Une séance d'histoire des nombres avec des élèves de C.M.1

Mon deuxième stage s'est déroulé du 12 au 23 mars 2012 dans une classe d'élèves de C.M.1. Pour réaliser cette séance d'histoire des mathématiques dans ma classe, je voulais une activité qui mettent les élèves en position de chercheurs et ainsi de développer leur curiosité sur un sujet de mathématiques. Pour cela, j'ai consulté un ouvrage d'Olivier Hocquard, Fabrice Perrot, Dominique Ple-Robert et Michel Robert intitulé *50 activités de recherches en mathématiques aux cycles 2 et 3*, paru aux éditions SCEREN, CRDP Basse-Normandie, 2010. J'ai alors fait le choix de mettre en place l'activité 28 portant sur la numération égyptienne et destinée au cycle 3.

Voici l'énoncé⁵³ sur lequel les élèves se devaient de rechercher, les solutions attendues et la mise en œuvre proposée par les auteurs :








Énoncé
 Dans l'Égypte ancienne, les pharaons faisaient décorer les murs de leurs temples avec des sculptures et des peintures qui représentaient des scènes de la vie quotidienne ou des épisodes glorieux de leur vie.
 Voici des cartes qui reproduisent des inscriptions qui indiquaient les richesses en bétail d'un pharaon.

Essaie de deviner la signification de ce codage.

⁵³ ANNEXE 9 « Énoncé d'un exercice sur la numération égyptienne au cycle III »

Solutions et indications mathématiques

La numération égyptienne est une numération en base dix, purement additive et qui n'est pas de position.

1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
						

Mise en œuvre

- 1) Distribuer un document par binôme d'élèves.
- 2) Lire l'énoncé.
- 3) Laisser un temps de recherche.
- 4) Confronter les propositions des groupes.
- 5) Faire expliciter les démarches.
- 6) S'exercer à coder un nombre avec les symboles égyptiens.

Mais la mise en œuvre que j'ai faite avec mes élèves est différente de celle qui est proposée ici.

J'ai d'abord ajouté en première phase de la séance une première lecture collective de l'énoncé distribué à chaque élève. Nous avons discuté sur la civilisation égyptienne que nous avons située sur une frise affichée dans la classe. Je leur ai demandé quels étaient généralement ces temples dans lesquels nous trouvions ces inscriptions. La réponse attendue étant : les pyramides. Et je leur ai demandé de me dire comment s'appellent les inscriptions que nous y trouvions. La réponse attendue étant : les hiéroglyphes. Nous disons alors que l'écriture de ces nombres égyptiens est hiéroglyphique. Puis les élèves émettent des hypothèses quand à la signification de ces symboles.

Ainsi les élèves me semblaient prêts à rechercher les solutions. Je leur ai donc laissé 15 minutes de recherche individuelle. Seuls quelques élèves ayant des difficultés pouvaient se joindre à un autre élève pour effectuer la recherche.

J'ai ensuite suivi la démarche proposée quant à la confrontation des propositions des élèves et l'explication de l'obtention des résultats. Cette phase était alors une phase de correction.

Enfin, j'ai procédé à une phase de réinvestissement me permettant de faire manipuler ces nombres anciens par les élèves. J'annonce un nombre, les élèves l'écrivent sur l'ardoise

avec les hiéroglyphes égyptiens et nous corrigeons. J'ai eu le temps d'en faire plusieurs et j'ai remarqué que cela plaisait beaucoup aux élèves. J'ai conclu l'activité sur une explication de la base 10 avec l'utilisation du vocabulaire « unité », « dizaine », « centaine », « millier », « million ». Ainsi après cette avoir réalisé cette activité, les séances de 15 minutes de calcul mental quotidien portaient sur ce vocabulaire : « combien y a-t-il de dizaines dans 745 ? » ou encore « combien y a-t-il de centaines dans 8 236 ? » ...

Cette fois-ci, l'activité d'histoire des mathématiques proposée au élèves s'inscrivait bien dans les apprentissages car j'ai pu la lier aux objectifs attendus lors du calcul mental. De plus, cette activité pourrait être menée au cours de l'année scolaire, avec d'autres systèmes de numération afin de mettre en évidence l'évolution des chiffres jusqu'à nos jours. Mais là encore, c'est un projet à mettre en place tout au long de l'année.

L'ouvrage dans lequel j'ai pris cet énoncé proposait les objectifs et compétences suivantes :

La numération égyptienne

ACTIVITÉ 28
CYCLE 3

Objectifs

- Savoir organiser des informations numériques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat.
- Pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner.
- Manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter.
- Écrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers.

Compétences

S'engager dans une procédure personnelle de résolution et la mener à son terme.
Raisonner par induction.
Organiser une stratégie de recherche.
Admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soi-même élaborée et essayer de les comprendre.
Connaître le principe de la numération en base dix.

Dispositif

Recherche individuelle ou par binôme.
Vérification et validation collective.

Matériel

Fiche élève à photocopier.

Activités en amont

Travailler sur les unités, les dizaines, les centaines et sur les classes des nombres.

Mais j'ajouterais aux objectifs : « prendre conscience que les nombres tels que nous les utilisons aujourd'hui sont le fruit d'une évolution au cours de l'Histoire ».

Les compétences citées mettent bien en valeur ce que nous attendons d'un chercheur en mathématiques ou d'un historien et il me semblait important de faire découvrir aux élèves à travers une activité d'histoire des mathématiques ces comportements pouvant être nouveaux pour eux dans la discipline des mathématiques mais tout autant importants dans les apprentissages.

Après avoir analysé les résultats et productions écrites de chacun des élèves, trois différentes démarches de recherche ressortent :

- celle qui consiste à barrer les symboles et les chiffres associés à chacun dans les quatre cartes : c'est une démarche par élimination⁵⁴.
- celle qui consiste à reporter directement les résultats dans le tableau quand ils sont sûrs et de barrer le nombre déjà trouvé dans la liste sous le tableau : c'est une méthode qui montre l'assurance de l'élève dans ses recherches. Il reporte les résultats au fur et à mesure de son avancée dans ses recherches et dès qu'il en est sûr⁵⁵.
- celle qui consiste à remplir le tableau dès que l'on pense que le résultat peut être celui-là mais avec l'avancée des recherches pour chaque carte, les résultats sont peu à peu modifiés : c'est une démarche par tâtonnements⁵⁶.

Je suis donc assez satisfaite de cette séance d'histoire des mathématiques car j'ai remarqué des comportements d'élèves différents de ceux qui sont habituellement observables en séance de mathématiques. Je pense que les élèves ont compris ce que j'attendais d'eux et sont véritablement entrés dans une démarche de chercheurs bien que chacun d'eux ait adopté une démarche qui leur est propre, parfois bien différente des autres.

Je pense qu'une telle séance peut être mise en place régulièrement dans l'année scolaire pour favoriser la culture commune de la classe sur le sujet et varier les supports d'apprentissages. Le rôle de l'enseignant me semble très important pour cela que ce soit sur

⁵⁴ ANNEXE 10 « Productions d'élèves : élève A »

⁵⁵ ANNEXE 10 « Productions d'élèves : élève B »

⁵⁶ ANNEXE 10 « Productions d'élèves : élève C »

les connaissances qu'il a sur l'histoire des chiffres et sur les supports qu'il choisit pour amener les élèves à chercher, découvrir, analyser, expérimenter sur ce sujet.

Ainsi, sa culture générale sera d'autant plus grande et de nouveaux intérêts pour la discipline des mathématiques peuvent alors apparaître chez un enfant qui se dit « mauvais en maths ».

Conclusion

A travers ce projet de recherche, j'ai mêlé deux disciplines qui paraissent bien différentes : les mathématiques et l'histoire. Le fait de chercher et d'analyser l'histoire des chiffres de leur origine à aujourd'hui m'a amené à élargir mes recherches sur l'enseignement à l'école primaire de l'apprentissage de compter. En effet, les neuf chiffres de notre numération ont évolué au cours de l'Histoire avant de pouvoir être appris par les élèves dès la maternelle. En prenant connaissance de cette évolution marquée d'hésitations, de tâtonnements, d'évolutions, ..., cela permet à l'enseignant d'aborder différemment cet apprentissage avec ses élèves. Une phrase d'une professeur de mathématiques⁵⁷ qui m'a donné ce goût pour l'histoire de cette discipline me semble très bien résumer cela : « rester mesuré et patient en phase d'apprentissage des enfants : il a fallu plus de trois mille ans à l'homme pour bâtir et maîtriser ce système efficace ».

Ce mémoire est donc un apport de connaissances sur le sujet pour l'enseignant mais aussi un exposé mettant en valeur les intérêts pédagogiques et éducatifs pour les élèves d'un tel apprentissage.

Ce sujet a d'ailleurs été étudié par plusieurs chercheurs en pédagogie des mathématiques. Il me semble important de citer l'exemple de Stella Baruk⁵⁸ qui propose une méthode d'enseignement profondément novatrice pour lutter contre l'échec scolaire et dans laquelle elle s'attache à traiter avec les élèves une histoire des mathématiques.

⁵⁷ Patricia MARTIN-WOLCZYK

⁵⁸ Stella BARUK (1932-) : professeur de mathématiques et chercheuse en pédagogie qui s'attache à mettre en évidence une méthode pour lutter contre l'échec scolaire, notamment appliquée en R.A.R. Elle publie plusieurs ouvrages sur la question des nombres à l'école primaire, tels que *Compte pour petits et grands, vol.1 « pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*, éditions Magnard, 1997.

Bibliographie

Ouvrages spécifiques :

J. BALL, *Les maths c'est magique !*, éditions Nathan, Paris, 2006.

P. BOUTROUX, *L'idéal scientifique des mathématiques dans l'Antiquité et dans les Temps Modernes*, éditions Jacques Gabay, 1992, p. 262-272.

COMMISSION Inter-I.R.E.M. « épistémologie et Histoire des mathématiques », *Histoires de problèmes, Histoire des mathématiques*, éditions I.R.E.M., collection Ellipses, Paris, 1993, p. 3-7.

COMMISSION Inter-I.R.E.M. « épistémologie et Histoire des mathématiques », *Mathématiques au fil des âges*, éditions Gauthier-Villars, 1987, p. 41-44.

A. DAHAN-DALMEDICO et J. PEIFFER, *Une histoire des mathématiques, routes et dédales*, éditions du Seuil, collection Points Sciences, Paris, 1986, p. 7-42.

P. J. DAVIS et R. HERSH, *L'empire mathématique*, éditions Gauthier-Villars, Paris, 1988, p. 16-20.

M. et J. GIMARD, *Mémoire d'école*, collection Hors collection, 2009, p. 56-59.

G. GODEFROY, *L'aventure des nombres*, éditions Odile Jacob, collection Sciences, Paris, 1997, p. 1-34. Ouvrage en partie publié sur le site Internet Google Books : [http://books.google.fr/books?id=mMpT-](http://books.google.fr/books?id=mMpT-gG4l7oC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false)

[gG4l7oC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false](http://books.google.fr/books?id=mMpT-gG4l7oC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false)

F. JACQUET-FRANCILLON (dir.), *Une histoire de l'école : anthologie de l'éducation et de l'enseignement en France (XVIIIe-XXe siècle)*, éditions RETZ, 2010, p. 333-341

V. TROGER (dir.), *Une histoire de l'Education et de la formation*, éditions Sciences Humaines, collection « Les dossiers de l'Education », 2006, p.41-53.

Articles :

« Les os incisés d'Ishango font naître la numération en Afrique », *Le Monde*, 20 février 2007. Article en ligne sur le site Internet de « l'école africaine de tous les savoirs » : http://www.africamaat.com/IMG/pdf/_Le_Monde.fr___Ishango.pdf.

« Stella Baruk, le goût des maths, une affaire de langue », *Le Monde 2*, paru le 13 septembre 2008.

E. BOREL, « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 1904. Texte paru dans l'article d'Histoire des mathématiques d'Hélène GISPERT paru dans la *Gazette des mathématiciens*, n° 93, juillet 2002. Article en ligne sur le site Internet de la Société des Mathématiciens de France : <http://smf.emath.fr/>

R. D'ENFERT, « Du calcul aux mathématiques ? L'introduction des « mathématiques modernes » dans l'enseignement primaire français, 1960-1970 », in. E. BARBIN, N. STEHLIKOVA, C. TZANAKIS (dir.), *History and epistemology in mathematics education*, Vydavatelsky, Plze, 2008, p. 781-790. Article en ligne sur le site Internet de l'E.N.S. « Culture Math » : <http://www.math.ens.fr/culturemath/contenu/accueil.html>.

R. D'ENFERT, « L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation de « masse » », *Gazette des mathématiciens*, n° 108, avril 2006, p. 67-81. Article en ligne sur le site Internet de la Société des Mathématiciens de France : <http://smf.emath.fr/>

H. GISPERT, « Pourquoi, pour qui enseigner les mathématiques ? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes de mathématiques dans la société française au XXe siècle », *Bulletin de l'A.P.M.E.P.*, n° 438, janvier 2002, p. 36-46. Article en ligne sur le site Internet de l'E.N.S. « Culture Math » : <http://www.math.ens.fr/culturemath/contenu/accueil.html>.

Ouvrages didactiques et pédagogiques :

Manuels scolaires : j'ai consulté tous les manuels scolaire en annexe 3 de mon mémoire.

F. CERQUETTI-ABERKANE, A. RODRIGUEZ, P. JOHAN, *Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3*, éditions Hachette Education, collection Pédagogie Pratique à l'école, 1997.

G. CUISENAIRE, *Leçons de calcul pour tous les degrés de l'école primaire, livre à l'usage du maître*, éditions Delachaux et Niestlé, collection « Les nombres en couleurs », 1966.

O. HOCQUARD, F. PERROT, D. PLE-ROBERT, M. ROBERT, *50 activités de recherche en mathématiques aux cycles 2 et 3*, éditions SCEREN, CRDP Basse-Normandie, 2010.

C. METTOUDI, I. CHEREL, B. TEMPEZ, A. YAÏCHE, *Mettre en œuvre les programmes de mathématiques du C.P. au C.M.2*, éditions Hachette Education, collection « l'école au quotidien », Paris, 2010.

M.E.N., *Bulletin officiel du ministère de l'Education nationale et du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche*, Hors-série n° 3, 19 juin 2008.

Sitographie

Le site de l'académie de Lille pour un article de Jean-Claude DUPERRET sur les mathématiques : http://www.ac-lille.fr/dsden59/ressources_peda/math/docs/duperret.pdf, consulté en 2011.

Le site de « l'école africaine de tous les savoirs », pour des recherches sur l'Os d'Ishango : http://www.africamaat.com/IMG/pdf/_Le_Monde.fr___Ishango.pdf, consulté le 09/04/2012.

Le site « bibnum » sur les textes fondateurs de la sciences analysés par des scientifiques d'aujourd'hui, pour des recherches sur l'os d'Ishango : <http://bibnum.education.fr/math%C3%A9matiques/alg%C3%A9bre/1%E2%80%99os-d%E2%80%99ishango#>, consulté le 09/04/2012.

Le site Google Books pour l'ouvrage de Gilles GODEFROY sur *L'aventure des nombres* : <http://books.google.fr/books?id=mMpT-gG4I7oC&printsec=frontcover&hl=fr#v=onepage&q&f=false>, consulté le 07/04/2012.

Le site du collège Thomas Masaryk, pour une vidéo pédagogique sur l'histoire des nombres : <http://www.clg-masaryk-chaenay.ac-versailles.fr/spip.php?article203>, consulté le 07/04/2012.

Le site du Centre national de documentation pédagogique pour une conférence de Jean-Claude DUPERRET sur l'histoire des maths à l'école : <http://www.cndp.fr/crdp-reims/ressources/conferences/duperret/duperret.htm>, consulté en 2011.

Le site « formapex » pour consulter tous les textes officiels sur l'enseignement à l'école primaire depuis 1968 : <http://www.formapex.com/france/550-les-textes-officiels-depuis-1968?616d13afc6835dd26137b409becc9f87=4d34101224fa8bcc8a53050fda55c277>, consulté le 18/05/2012.

Un site sur l'histoire des chiffres : <http://histoiredechiffres.free.fr/>, consulté le 08/04/2012.

Un site sur l'histoire des chiffres : <http://lechiffre.free.fr/>, consulté le 07/04/2012.

Un site sur « compter en Mésopotamie » : <http://www.lemiroirdutemps.com/article-212-les-nombres-sont-ils-magiques-il-y-a-environ-6-000-ans--38724934.html>, consulté le 09/04/2012.

Un site de l'E.N.S. et du M.E.N. sur les mathématiques, « Culture MATH » : <http://www.math.ens.fr/culturemath/contenu/accueil.html>, consulté le 05/05/2012.

Un site canadien sur une histoire générale des chiffres : http://www.radio-canada.ca/tv/decouverte/3_chif/index.html, consulté le 10/04/2012.

Le site de la Société des Mathématiques de France : <http://smf.emath.fr/>, consulté le 03/05/2012.

Un site personnel sur une brève histoire des nombres : http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/hist_mat/textes/h_nombre.htm, consulté le 09/04/2012.

Table des matières des annexes

Annexe 1 : Carte du Swaziland	p. II
Annexe 2 : Os d'Ishango	p. III
Annexe 3 : Analyse de manuels scolaires	p. VI
Annexe 4 : Questionnaire pour l'entretien de Mr Colpart	p. XIV
Annexe 5 : Enregistrement de l'entretien avec Mr Colpart	p. XIX
Annexe 6 : Extrait de la circulaire du 2 janvier 1970 sur l'enseignement mathématique à l'école primaire	p. XXII
Annexe 7 : Tableau de l'évolution des chiffres au cours des civilisations	p. XXIV
Annexe 8 : Exercice et son corrigé d'une histoire des chiffres au C.P.	p. XXV
Annexe 9 : Enoncé d'un exercice sur la numération égyptienne au cycle III	p. XXVII
Annexe 10 : Productions d'élèves	p. XXVIII

Annexe 1 : carte du Swaziland

Tirée du site Internet <http://goodmorningafrika.blogspot.fr/2010/04/lancement-de-lannee-de-la-paix-et-de-la.html>



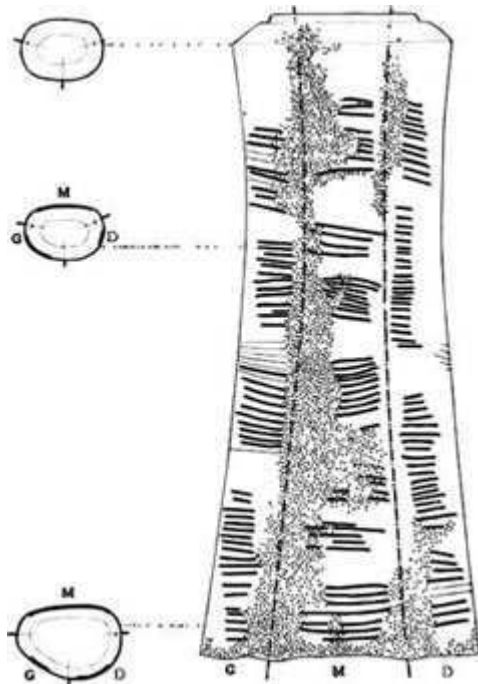
Chaîne de montagne du Lebombo : région où le péroné de babouin entaillé, datant de 35 000 avant J.-C., a été retrouvé.

Annexe 2 : Os d'Ishango

Il est l'os le plus petit des deux retrouvés. Il porte plusieurs incisions organisées en groupe de trois colonnes.



Photographie du premier os d'Ishango, exposé au Museum des sciences en Belgique.



Vue étalée du premier Os d'Ishango, réalisée par D. Huylebrouck.

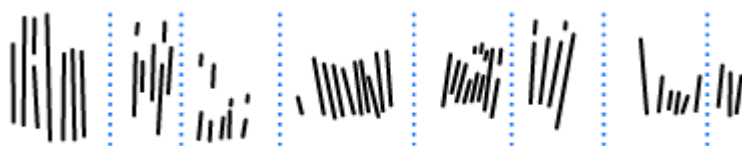
Description et interprétations des colonnes, selon Jean de Heinzelin :

« Colonne de gauche :



Cette colonne peut être divisée en 4 groupes (schéma ci-dessus). Chaque groupe possède respectivement 19, 17, 13 et 11 entailles. La somme de ces quatre nombres fait 60. Ce sont les quatre nombres premiers de 10 à 20.

Colonne centrale :



Cette colonne peut être divisée en 8 groupes. Par un comptage approximatif et instinctif, on peut compter (entre parenthèses figure le nombre maximal d'encoches) : 7(8), 5(7), 5(9), 10, 8(14), 4(6), 6 et 3 entailles. La somme minimale est donc de 48 et celle maximale est 63.

Colonne de droite :



Cette colonne peut elle aussi être divisée en 4 groupes (schéma ci-dessus). Chaque groupe possède respectivement 9, 19, 21 et 11 entailles. La somme de ces quatre nombres, tous impairs, fait 60. »

Annexe 3 : Analyse de manuels scolaires

Pour réaliser cette analyse de manuels, je me suis procurée des manuels datant des années 196 à aujourd'hui afin d'établir une comparaison dans le temps et surtout lors de la réforme des « mathématiques modernes » en 1970. J'ai alors pu retirer de ce qu'il en était avant et après cette réforme quant aux méthodes induites.

De plus, je n'ai pas voulu me limiter à un seul niveau pour que cette comparaison et analyse soit la plus complète possible.

Enfin, ces grilles d'analyses comportent des manuels, des fichiers d'élèves mais aussi des livres du maître.

GRILLE D'ANALYSE DE MANUELS DE MATHÉMATIQUES

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ÉLÈVE	LIVRE DU MAÎTRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>Le calcul quotidien</i>		CM2	G. BODARD H. BREJAUD	FERNAND NATHAN 1960	X		Couleurs	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels	Sous forme de progression dans l'année	OUI	Calcul mental Opérations Exercices écrits Problèmes Exercices de révisions Examen d'entrée en 6 ^e	OUI	Trace écrite et schémas Une page intitulée « formules à retenir »	déductive	NON
<i>Le nouveau calcul vivant</i>		Neuvième Classe (CE2)	L. et M. VASSORT	CLASSIQUES HACHETTE 1961	X		Noir et rouge	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels	Sous forme de répartition mensuelle	OUI	Problèmes Recherches Réinvestis- sements Calcul mental et rapide Récration- révision	OUI	Traces écrite ou schémas en rouge	déductive	NON
<i>Calcul</i>		CM1 CM2	R. ARDIOT A. WANAULD B. BUDIN	CLASSIQUES HACHETTE 1964	X		Orange et noir	OUI Explication du public visé, des programmes officiels, de l'utilisation de ce manuel	Sous forme de répartition mensuelle	OUI	Réinvestis- sements Problèmes Révisions Calcul rapide	OUI	Trace écrite, schémas, exemples	Déductive	OUI La numération romaine
<i>Calcul</i>		CE CM	R. ARDIOT A. WANAULD B. BUDIN	CLASSIQUE HACHETTE 1965	X		Orange et noir	OUI Explication de l'utilisation que peut en faire le maître et l'élève	Répartition mensuelle	OUI	Réinvestis- sements Problèmes Révisions Calcul rapide	OUI	Trace écrite, schémas, exemples En haut de chaque page	Déductive	NON

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ELEVE	LIVRE DU MAITRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>Calcul</i>		CE1	H. DENISE O. ROSIER	DELAGRAVE 1968	X		Couleurs	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels	Suite de leçons	OUI	Manipulations Entraînements Nouveaux exercices d'initiation aux mathématiques modernes (en complément)	OUI	Images, schémas et traces écrites (colorés) Tables de calculs (addition et multipli- cation)	déductive	NON
<i>Renouveau mathématique</i>		CE1	X. BASSECOULARD H. LEHOUCHE	BELIN 1970	X		NON	OUI Explication des contenus par rapport nouveaux programmes, conformité aux mathématiques modernes	Liste des activités	OUI	Réinvestis- sements	NON			NON
<i>Mathématiques au C.E.</i>		CE1 CE2	Louis POSTEL Roland MOURJAN	CLASSIQUES SUDEL 1970	X		Couleurs	OUI	Divisé en groupes de leçons	OUI	Progressifs : Recherches Expériences Réinvestis- sements Synthèses, révisions Calcul mental	NON		inductive	NON
<i>Une année d'activité mathématique</i>		CM1 CM2	A. JACQUES MORLOT J. MARCHAND	EDITIONS MDI 1972	X		Noir et rouge	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels et de la manière d'aborder le manuel	Répartition des leçons selon 32 semaines	OUI	Réinvestis- sements Problèmes	OUI	Trace écrite et schémas Tables de calcul	déductive	NON

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ELEVE	LIVRE DU MAITRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>Le calcul quotidien</i>		CM1	M. PICARD R. RENUCCI	FERNAND NATHAN 1973	X		Couleurs	NON Mais présence des programmes officiels	Sous forme de tableau : suite des leçons selon trois apprentis- sages (arithmétique système métrique, géométrie)	OUI	Calcul mental Exercices écrits Problèmes Exercices de révision	OUI	Trace écrite en début de leçon	déductive	NON
<i>Mathématique contemporaine</i>		CM2	A. THIRIOUX E. GASPARI J. LEYRAT H. MIREBEAU	MAGNARD 1976	X		Rouge et noir	OUI Explication des contenus et des démarches des maîtres attendus	Liste de leçons	OUI	Réinvestis- sements Problèmes Calcul mental Révisions	OUI	Grandes traces écrites, avec schémas et exemples	Déductive	NON
<i>La mathématique au CE1 et 2</i>		CE1 CE2	G. CAPARROS J. MARIANI G. KOSINA	BORDAS 1976	X		Orange et noir	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels	Liste des leçons	OUI	Réinvestis- sements Problèmes Révisions Calcul mental	OUI	Traces écrites, schémas	Déductive	NON
<i>Math et calcul</i>		CP	M.T. GUYONNAUD J. MERTZ S. ET R. RAVENEL	CLASSIQUES HACHETTE 1977	X		Couleurs	OUI Définition de la pédagogie par objectif adaptée à l'utilisation de ce manuel	Progression annuelle, répartition mensuelle	OUI	Recherches, réinvestis- sements	NON			NON

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ELEVE	LIVRE DU MAITRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>Une année d'activité mathématique au C.E.</i>		CE1 CE2	A. JACQUES J. MARCHAND	M.D.I. 1978	X		Noir et rouge	OUI Explication des contenus pour le maître et l'élève, conforme aux mathématiques modernes	Répartition hebdoma- daire	OUI	Réinvestis- sements Calcul mental	OUI	Traces écrites, schémas, exemples	Déductive	NON
<i>La mathématique au CM1 et 2</i>		CM1 CM2	G. CAPARROS J. MARIANI G. KOSINA	BORDAS 1981	X		Vert et violet	OUI Explication des contenus conformes aux programmes	Liste des leçons	OUI	Réinvestis- sements Problèmes Révisions	OUI	Traces écrites et schémas à partir de plusieurs exemples	Déductive	NON
<i>La mathématique au CM1 « travaux dirigés »</i>		CM1	G. CAPARROS J. MARIANI G. KOSINA	BORDAS 1981			Vert et violet	NON	Liste des activités	OUI	Entraînements Réinvestis- sements	NON			NON
<i>Mathématiques : calculer, mesurer, résoudre</i>		CM2	M. SCHLEWER M. MERIGOT M. COURRIERE M. BLANC	FERNAND NATHAN 1982	X		Couleurs	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels	Répartition hebdoma- daire Organisé en deux colonnes : les semaines de l'année et les chapitres	OUI	Révisions Découvertes Réinvestis- sements Calcul rapide et mental Problèmes Recherches	OUI	Très peu sous forme d'encadré s verts (traces écrites)	Inductive	OUI Les grands nombres dans une autre numération

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ELEVE	LIVRE DU MAITRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>MATH CM « manipu- lations et activités mathématiques »</i>		CM1 CM2	A. TRASSOUDAINÉ L. VINCENT	SCOVALOX 1983	X		Couleurs	NON	Liste des leçons	OUI	Recherches Réinvestis- sements	OUI	Leçons à partir d'un exemple, pas vraiment de traces écrites	Inductive	NON
<i>Activités mathématiques</i>		CM1	P. HEFFE R. LEDE B CONSTANS	FERNAND NATHAN 1986	X		Couleurs	OUI Explication des contenus par rapport aux programmes officiels et de la manière d'aborder le manuel	Liste des leçons de couleurs différentes selon l'arithmé- tique et la géométrie	OUI	Réinvestis- sements Révisions Calcul mental	OUI	Trace écrite et schémas En haut de chaque page	Déductive	OUI Les chiffres romains
<i>Résoudre des problèmes</i>		CM1 CM2	P. REDON A. ODILEVE	SED 1986		X	NON 15 matrices	OUI Destiné à l'enseignant, liens avec les programmes officiels, indications pédagogiques, mode d'emploi	Suite de problèmes	OUI	Problèmes	NON		Répétitive	NON
<i>Mathématiques , CE2 « livre »</i>		CE2	S. THEVENET A. GARIOUD N. PITOT	BORDAS 1986	X		Couleurs	OUI Rappel des programmes de 1985, explication des contenus du manuel	Liste des leçons	OUI	Activités de recherche Calcul mental Réinvestis- sements Problèmes	OUI	Traces écrites, schémas	Déductive	NON

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ELEVE	LIVRE DU MAITRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>Mathématiques CE2 « fichier »</i>		CE2	S. THEVENET A. GARIOUD N. PITOT	BORDAS 1986	X		Couleurs	OUI Rappel des programmes de 1985, explication des contenus du manuel	Liste de leçons	OUI	Réinvestis- sements Recherches	NON		Déductive	NON
<i>Cap maths « fichier d'entraînement »</i>	2	CP	R. CHARNAY M.-P. DUSSUC D. MADIER	HATIER 2009	X		Couleurs	NON	Progression annuelle, Répartition périodique	OUI	Recherches, Réinvestis- sements, Calcul mental, Découvertes, Problèmes	NON		Hypo- thético- déductive	NON
<i>Cap maths « matériel photocopiable »</i>	2	CP	R. CHARNAY M.-P. DUSSUC D. MADIER	HATIER 2009		X	Noir et blanc	OUI Explication de l'utilisation de ce fichier avec le manuel élève	NON	OUI	Activités de recherches	NON		Hypo- thético- déductive	NON
<i>Cap maths « guide de l'enseignant »</i>	2	CP	R. CHARNAY M.-P. DUSSUC D. MADIER	HATIER 2009		X	Couleurs	OUI Explication de l'utilisation que l'enseignant peut faire de guide et la manière dont il s'organise	OUI Présentation de l'ensemble pédago- gique, program- mation des apprentis- sages, description des activités des 15 unités	NON		NON		Hypo- thético- déductive	NON

TITRE	CYCLE	CLASSE	AUTEURS	EDITIONS, ANNEE	MANUEL DE L'ELEVE	LIVRE DU MAITRE	ILLUSTRATIONS	TEXTE DES AUTEURS	SOMMAIRE	EXERCICES	TYPES D'EXERCICES	LECONS	TYPES DE LECONS	METHODE GENERALE INDUITE	HISTOIRE DES MATHS
<i>Cap Maths</i>	3	CM1	Roland CHARNAY Georges COMBIER Marie-Paule DUSSUC Dany MADIER	HATIER 2010	X		Couleurs	NON	Sous forme de progression	OUI	Calcul mental Révisions Activités Réinvestis- sements Problèmes Bilan	NON		Hypo- thético- déductive	Dossiers découvertes (magistraux) : - des machines pour calculer - le zéro, ce héros - l'histoire de la monnaie
<i>Cap Maths</i>	3	CE2	Roland CHARNAY Georges COMBIER Marie-Paule DUSSUC Dany MADIER	HATIER 2011	X		Couleurs	NON	Sous forme de progression	OUI	Calcul mental Révisions Activité Réinvestis- sements Problèmes Bilan	NON		Hypo- thético- déductive	Dossiers découvertes (magistraux) : - numérations égyptiennes, grecques et mayas - anciennes mesures de longueurs

Annexe 4 : Questionnaire pour l'entretien avec Mr Colpart

Questions s'adressant aux anciens instituteurs qui enseignaient en école primaire lors de la mise en place des mathématiques modernes (dans les années 1960 et 1970) dans le but de l'élaboration d'un mémoire des « Métiers de l'enseignement – professorat des écoles ».

En tant qu'étudiante en Master de l'enseignement et ayant fait des études scientifiques (Bac Scientifique, spécialité Sciences de l'Ingénieur) puis une licence d'Histoire, j'ai décidé de travailler sur ce sujet qui mêle à la fois les mathématiques et l'Histoire.

Identité

- 1) Pouvez-vous vous présenter, s'il vous plaît ?**
- 2) En quelle année êtes-vous né ? Dans quelle ville ? (voire département)**
- 3) Quelle était la profession de vos parents ?**

La scolarité

- 4) Où avez-vous suivi votre scolarité en tant qu'élève (enfant) ?**
- 5) Aimiez-vous l'école et étiez-vous bon élève ?**
- 6) Aviez-vous une ou plusieurs disciplines dans lesquelles vous excelliez le plus ou que vous appréciez plus que les autres ? Quelles étaient-elles et, selon vous, pourquoi ?**
- 7) Au contraire, aviez-vous une ou plusieurs disciplines pour lesquelles vous aviez plus de difficultés ou que vous appréciez moins ? Quelles étaient-elles et, selon vous, pourquoi ?**

QUESTION DONT LA REPONSE EST NECESSAIRE QUE SI LES MATHEMATIQUES N'ONT PAS ETE CITEES DANS LES REPONSES AUX DEUX QUESTIONS

PRECEDENTES : durant votre scolarité en tant qu'élève (enfant) comment perceviez-vous les mathématiques ? Réussite ou difficulté ? Plaisir ou « calvaire » ?

8) Savez-vous quelle note ou quelles appréciations avez-vous eu au certificat d'études en mathématiques ? Si non, aviez-vous bien réussi ?

9) Vous souvenez-vous de la manière dont les mathématiques étaient enseignées ?

10) Pratiquiez-vous de l'arithmétique et/ou de la géométrie ? Qu'en était-il le plus souvent ?

11) Utilisiez-vous des manuels ?

12) Faisiez-vous de la pratique (manipulations) ? Si oui, était-ce un peu, régulièrement, ou très souvent ?

13) Aujourd'hui et après votre carrière d'enseignant, que pensez-vous de cet enseignement ?

La formation professionnelle

14) Jusqu'à quel niveau d'étude êtes-vous allé ?

15) Etes-vous passé par l'Ecole Normale concernant votre formation professionnelle ? Si oui, où ? Si non, quel a été votre cursus pour devenir enseignant ?

16) Quels étaient les moyens mis en œuvre pour l'enseignement des mathématiques? (volume horaire, pratique, cours, évaluations)

17) Aviez-vous des cours sur l'histoire des mathématiques ? Ou sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques ?

18) Cette formation a-t-elle changée votre regard sur les mathématiques et leur enseignement ?

19) Comment est-ce qu'on vous apprenait à monter une séquence ou une séance en mathématiques ? (nombre de séances, nombre d'heures, différentes phases, exercices, traces écrites, évaluations)

Déroulement de sa carrière

20) En quelle année, avez-vous débuté votre carrière ? Dans quelles conditions ?

21) Pouvez-vous retracer votre carrière ?

Son enseignement des mathématiques

22) Lorsque vous enseigniez, appréciez-vous enseigner les mathématiques à vos élèves ? Ce sentiment a-t-il changé au cours de votre carrière ?

23) Quels étaient les différents supports que vous utilisiez en classe pour les mathématiques ? (cahiers, encre, ..., affiches pédagogiques, ...)

24) Avez-vous déjà mis en place avec vos élèves des séances sur l'histoire des mathématiques ?

25) En général, quels sentiments ressentiez-vous de la part de vos élèves lors des séances des mathématiques ? (plaisir, « calvaire », difficultés, préférences)

Son ressenti sur les mathématiques modernes

26) Les programmes d'enseignement ont-ils souvent changé durant votre carrière ? Comment avez-vous fait face à ces changements de programme ?

27) Comment avez-vous vécu le passage au tiers temps pédagogique ?

28) Pour vous, que sont les mathématiques modernes ? Quels sont les changements apportés et pourquoi ? Qu'en pensiez-vous ?

29) Lors de leur mise en place, dans les années 1960 et 1970, en quels classe, niveau et où enseigniez-vous ?

30) Comment ce changement de programme dans l'enseignement des mathématiques vous a-t-il été annoncé ?

31) Avez-vous été formé pour mettre en œuvre les nouveaux objectifs attendus dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ?

32) Quel a été le rôle des inspecteurs, de la formation continue et des conseillers pédagogiques dans ce changement ?

33) Lors de votre carrière, avez-vous adhéré à un syndicat durant votre carrière ? Si oui, durant combien de temps ? Au début ? Tout au long de votre carrière ? A une période précise ? A la fin ?

34) Quel a été le rôle de ces syndicats lors du passage aux mathématiques modernes ? Que vous ont-ils dit ou qu'avez-vous entendu ?

35) Avez-vous changé et adapté votre enseignement à ces nouveaux programmes ? Quand ? Pourquoi ?

36) Qu'en était-il de vos collègues ?

37) Par la suite, y a-t-il eu d'autres changements dans les programmes de mathématiques ?

Informations supplémentaires

38) Avez-vous utilisez des « nouvelles technologies » avec vos élèves ?

39) A l'heure actuelle, souhaiteriez-vous toujours être enseignant ?

Annexe 5 : Enregistrement de l'entretien avec Mr Colpart

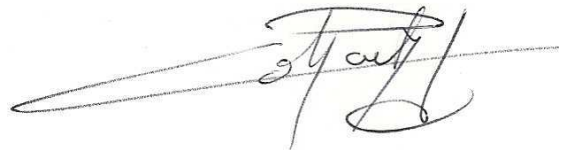
Réalisé le 25 avril 2012 à Lambres-lez-Douai, domicile de Mr Colpart.

Sommaire des sujets abordés	
Sujets abordés	Temps au cours de l'enregistrement
<i>Les expériences mathématiques</i>	<i>Du début de l'enregistrement à 37min</i>
Sa première expérience mathématique : avec des élèves de CP. Manipulations d'objets géométriques (cubes et parallélépipèdes).	Du début de l'enregistrement à 13min35
Sa deuxième expérience mathématique : avec des élèves de CE2-CM1, en classe d'application. Résolutions de problèmes. Enoncés sans nombres.	De 13min35 à 23min04
Sa troisième expérience mathématique : en tant que conseiller pédagogique à l'Ecole Normale, en géométrie, avec des élèves de CM. Manipulation. Méthode expérimentale (avec éléments de bâti de fenêtre) amenant à la notion d'angle et à l'utilisation du compas. Autre méthode amenant à la notion de diagonales de quadrilatères et à l'utilisation d'un matériel spécifique (réglettes).	De 23min04 à 35min50
Ces expériences étaient-elles de votre propre initiative ? Volontariat.	De 35min50 à 37min

<i>Le questionnaire</i>	De 37 min à la fin de l'enregistrement
Présentation du questionnaire	De 37min à 37min29
Mr Colpart se présente (voir questions 1 à 3)	De 37min29 à 38min09
Sa scolarité (voir questions 4 à 13)	De 38min09 à 52min28
Sa formation professionnelle (voir questions 14 à 19)	De 52min28 à 1heure07min09
Déroulement de sa carrière (voir questions 20 et 21)	De 1heure07min09 à 1h14min55
Son enseignement des mathématiques (voir questions 22 à 25)	De 1h14min55 à 1h19min
Son ressenti sur les mathématiques modernes (voir questions 26 à 37)	De 1h19 à 1h44min50
Informations supplémentaires (voir questions 38 et 39)	De 1h44min50 à la fin de l'enregistrement

Fait le Mercredi 25 Avril 2012. par M^r Jacques
J'autorise M^{lle} Elise Charbonnier à utiliser
comme elle le désire, l'enregistrement de nos
échanges réalisés ce jour

Lambert le 25/04/12



Annexe 6 : Extrait de la circulaire n° 4 70-2 du 2 janvier 1970 sur l'enseignement mathématiques à l'école primaire

Issu du site Internet : <http://appy.ecole.free.fr>

4

Vol. VI : 514-6

Circulaire n° IV 70-2 du 2 janvier 1970

(Pédagogie, Enseignements scolaires et Orientation : bureau ES 1)
*aux Recteurs, aux Inspecteurs d'académie,
aux Inspecteurs départementaux de l'Éducation nationale*

Objet :

Enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

I. - Considérations générales

L'enseignement mathématique à l'école élémentaire veut répondre désormais aux impératifs qui découlent d'une scolarité obligatoire prolongée et de l'évolution contemporaine de la pensée mathématique.

Il s'agit dès lors de faire en sorte que cet enseignement contribue efficacement au meilleur développement intellectuel de tous les enfants de six à onze ans afin qu'ils entrent dans le second degré avec les meilleures chances de succès.

L'ambition d'un tel enseignement n'est donc plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués et suggérés par "la vie courante", mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques.

Il semble que cela soit possible si, dès le début de la scolarité, le souci majeur du maître est de donner à ses élèves une formation mathématique véritable qui leur permette, d'une manière adaptée à leur âge, à partir de l'observation et de l'analyse de situations qui leur sont familières, de dégager des concepts mathématiques, de les reconnaître et de les utiliser dans des situations variées, de s'assurer ainsi la maîtrise d'une pensée mathématique disponible et féconde.

Les connaissances mathématiques ainsi construites peu à peu se prolongent sans heurt au-delà de l'école élémentaire, mais à ce niveau déjà, les enfants pourront se rendre compte que l'univers mathématique n'est pas clos sur lui-même et mesurer le pouvoir que leur donne l'outil mathématique sur l'univers réel.

Par ailleurs, les progrès dans la connaissance du développement psychologique, de l'enfant montrent tout le bénéfice qu'il peut retirer d'un tel enseignement pour l'ensemble de sa formation.

Des expériences nombreuses, réalisées en France et à l'étranger, permettent dès maintenant l'élaboration d'un programme adapté à un enseignement rénové et accessible aux élèves. Mais la mise en œuvre d'un tel enseignement suppose que tous les maîtres aient pu y être préparés et demande, de ce fait, un certain délai. En attendant qu'une information suffisante soit donnée aux maîtres et qu'un programme entièrement rénové puisse être enseigné correctement dans nos écoles, il a paru indispensable de prendre des mesures provisoires partielles et sans doute modestes mais immédiatement applicables : alléger le programme actuel, en donner une rédaction différente qui réponde mieux aux finalités actuelles de l'école élémentaire, l'accompagner de commentaires qui, sans introduire pratiquement de terminologie nouvelle, annoncent et préparent une rénovation plus profonde et plus satisfaisante.

Dans la rédaction du programme les trois niveaux : cours préparatoire, cours élémentaire (en deux ans), cours moyen (en deux ans), sont conservés.

Pour chacun de ces niveaux les notions numériques qui constituent l'essentiel du programme sont présentées dans le paragraphe 1. Les paragraphes suivants proposent

des thèmes d'activités plus divers : le paragraphe 2 concerne l'observation de l'espace et des objets géométriques, le paragraphe 3 la notion de mesure dans une perspective expérimentale. La matière de ces deux derniers paragraphes sera donc largement empruntée aux activités d'éveil.

Les activités désignées jusqu'alors sous le vocable de "calcul" restent bien entendues essentielles mais, comme elles ne constituent désormais qu'une partie de l'activité mathématique des enfants, il convient de désigner la matière du programme par le terme "Mathématique".

Il est permis d'espérer que la nouvelle rédaction du programme et l'allègement substantiel de celui-ci inviteront les maîtres à réfléchir sur le contenu mathématique de leur enseignement. Ils y seront aidés par les commentaires.

Ceux-ci ne sauraient être considérés comme un cours de mathématiques. Ils s'adressent aux maîtres et se proposent seulement de les éclairer sur l'esprit dans lequel il est actuellement souhaitable d'enseigner les mathématiques à l'école primaire. Ils ne traitent pas également de toutes les questions. Ils ont été particulièrement détaillés à propos de celles dont la présentation est à renouveler.

Pour faciliter leur étude, ces commentaires ont été rédigés non par niveau, mais par thème du programme. Ils se substituent aux instructions de 1945, actuellement en vigueur.

En dépit de son désir d'être une approche, la plus correcte et la plus précise possible, de quelques concepts fondamentaux, abstraits par nature, l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire demeure résolument concret.

S'il s'agit par exemple d'acquérir la notion de nombre naturel l'enfant sera appelé à manipuler effectivement et individuellement des collections d'objets distincts. Les manipulations porteront sur des collections diverses différant les unes des autres par la nature des objets, leur forme, leur couleur, leur disposition, etc. Elles seront nombreuses et variées non pour créer des automatismes mais pour que leur variété permette à l'élève, en exerçant sa réflexion sur ce qu'il fait, de reconnaître des analogies en dépit des différences, de dégager peu à peu d'une manière d'abord intuitive et confuse puis de plus en plus consciente et claire, une notion abstraite et générale, celle de nombre naturel.

C'est par des démarches de cette nature, faites d'actions et de réflexion, que l'enfant contribuera à construire son propre savoir et connaîtra la joie de découvrir et de créer.

Annexe 7 : Tableau de l'évolution des chiffres au cours des civilisations

Tiré du documentaire pour enfants, *Les maths c'est magique !*, de Johnny Ball, aux éditions Nathan, Paris, 2006, p. 24.

D'où viennent les nombres ?

Un monde de chiffres

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Babylonien	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩∩
Hiéroglyphes égyptiens	I	II	III	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII
Script égyptien	Ⲁ	Ⲃ	Ⲅ	Ⲇ	Ⲉ	Ⲋ	Ⲍ	Ⲏ	Ⲑ
Bâtonnets chinois	一	二	三	四	五	六	七	八	九
Script chinois	一	二	三	四	五	六	七	八	九
Indien (Gwalior)	ॐ	॑	॒	॔	ॕ	ॖ	ॗ	क़	ख़
Hébreu	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
Grec	Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ϝ	Ζ	Η	Θ
Romain	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Maya	•	••	•••	••••	—	—•	—••	—•••	—••••
Arabe moderne	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

Annexe 8 : Exercice et son corrigé d'une histoire des chiffres au C.P.

HISTOIRE DES NOMBRES

Complète à l'aide du tableau :

Le chiffre 5 des Babyloniens : symbole 

Le chiffre 4 en hiéroglyphes égyptiens : symbole _____

Le chiffre 8 en _____ : symbole 

Le chiffre _____ en Maya : symbole ...

Le chiffre 9 en Romain : symbole _____

Le chiffre 1 en Grec : symbole _____

Le chiffre _____ en arabe moderne : symbole 9

Le chiffre 8 en _____ : symbole 

Le chiffre 5 en bâtonnets chinois : symbole _____

Correction

HISTOIRE DES NOMBRES

Complète à l'aide du tableau :

Le chiffre 5 des Babyloniens : symbole V

Le chiffre 4 en hiéroglyphes égyptiens : symbole IIII

Le chiffre 8 en hébreu : symbole ח

Le chiffre 3 en Maya : symbole \dots

Le chiffre 9 en Romain : symbole IX

Le chiffre 1 en Grec : symbole Α

Le chiffre 9 en arabe moderne : symbole 9

Le chiffre 8 en grec : symbole Η

Le chiffre 5 en bâtonnets chinois : symbole IIIII

Annexe 9 : Énoncé d'un exercice sur la numération égyptienne en cycle III

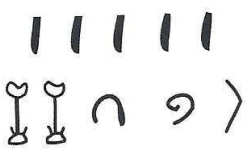
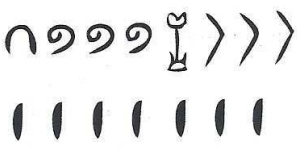
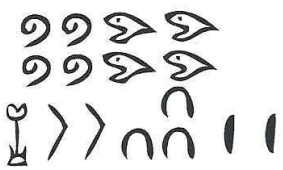
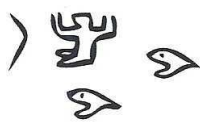
Tiré de l'ouvrage d'Olivier Hocquard, Fabrice Perrot, Dominique Ple-Robert et Michel Robert intitulé *50 activités de recherches en mathématiques aux cycles 2 et 3*, paru aux éditions SCEREN, CRDP Basse-Normandie, 2010

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Énoncé

Dans l'Égypte ancienne, les pharaons faisaient décorer les murs de leurs temples avec des sculptures et des peintures qui représentaient des scènes de la vie quotidienne ou des épisodes glorieux de leur vie.

Voici des cartes qui reproduisent des inscriptions qui indiquaient les richesses en bétail d'un pharaon.

 <p>12 115</p>	 <p>31 317</p>
 <p>421 432</p>	 <p>1 210 000</p>

Essaie de deviner la signification de ce codage.

>	∩	🐄	🐑	🐦		🌸

Les nombres à placer sont : 1 - 10 - 100 - 1000 - 10 000 - 100 000 - 1 000 000.

Annexe 10 : Productions d'élèves

ELEVE A :

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Énoncé
 Dans l'Égypte ancienne, les pharaons faisaient décorer les murs de leurs temples avec des sculptures et des peintures qui représentaient des scènes de la vie quotidienne ou des épisodes glorieux de leur vie.
 Voici des cartes qui reproduisent des inscriptions qui indiquaient les richesses en bétail d'un pharaon.

12 415

2 317

421 432

1 210 850

Essaie de deviner la signification de ce codage.

10 000 /	10 /	1000 000 /	100 /	100 000 /	1 /	1000 /
>	∩	⌚	9	2		⌚

Les nombres à placer sont : 1 - 10 - 100 - 1000 - 10 000 - 100 000 - 1 000 000.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

10 chiffres : on litse 10
 litse 2 : 0, 1

La numération égyptienne est une numération en base 10, elle n'a pas de position.

ELEVE B :

Vincent

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Énoncé

Dans l'Égypte ancienne, les pharaons faisaient décorer les murs de leurs temples avec des sculptures et des peintures qui représentaient des scènes de la vie quotidienne ou des épisodes glorieux de leur vie.

Voici des cartes qui reproduisent des inscriptions qui indiquaient les richesses en bétail d'un pharaon.

12 115

31 317

421 432

1 210 000

Essaie de deviner la signification de ce codage.

10 000	10	1 000 000	100	100 000	1	1000
>	∩	⌘	∩	∩		⌘

Les nombres à placer sont : 1 - 10 - 100 - 1000 - 10 000 -
 100 000 - 1 000 000.

La numération égyptienne est une numération en base 10, elle n'a pas de position.

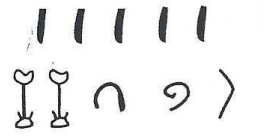
ELEVE C :

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

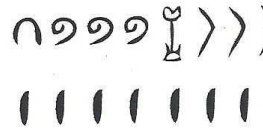
Énoncé

Dans l'Égypte ancienne, les pharaons faisaient décorer les murs de leurs temples avec des sculptures et des peintures qui représentaient des scènes de la vie quotidienne ou des épisodes glorieux de leur vie.

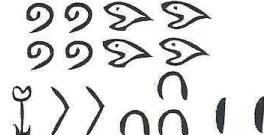
Voici des cartes qui reproduisent des inscriptions qui indiquaient les richesses en bétail d'un pharaon.



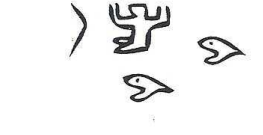
12 115



31 317

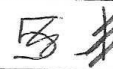

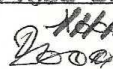
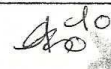
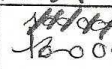




421 432



1 210 000

Essaie de deviner la signification de ce codage.

10 000 *	1 000 *	100 000 *	1 *	1000 *
				
>	∩		9	2
				1
				

Les nombres à placer sont : 1 - 10 - 100 - 1000 - 10 000 - 100 000 - 1 000 000.

La numération égyptienne est une numération en base 10, elle n'a pas de position.

Résumé :

L'histoire des mathématiques est un sujet peu abordé à l'école primaire. Elle demande des connaissances précises et détaillées pour pouvoir ensuite être évoquée avec des élèves. Les nombres étant au cœur des apprentissages, les intérêts sont pourtant nombreux quant à la mise en place d'éventuelles activités sur leur histoire. En effet, les nombres que nous utilisons et apprenons aujourd'hui dès l'école primaire ont connu une véritable évolution depuis la Préhistoire. Ils se sont construits au fil du temps entre hésitations, tâtonnements, diffusions, ... Connaître cette histoire générale des nombres et des chiffres comporte alors plusieurs intérêts pour les enseignants comme pour les élèves. Effectivement, elle permet au professeur des écoles d'aborder différemment l'apprentissage à compter et elle permet à l'élève de se construire une nouvelle vision de la discipline des mathématiques : les mathématiques ne sont pas qu'une discipline scolaire, figée, mais une discipline dont les contenus ont évolué dans le temps.

Mots-clés :

- Histoire des mathématiques
- Chiffres
- Nombres
- Numérations
- Enseignement
- Culture générale
- Apprentissages