



HAL
open science

Mise en place d'une séance de problème ouvert au cycle 3

Marion Daguenet

► **To cite this version:**

Marion Daguenet. Mise en place d'une séance de problème ouvert au cycle 3. Education. 2012.
dumas-00765554

HAL Id: dumas-00765554

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00765554>

Submitted on 14 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**MASTER 2 SMEEF
SPÉCIALITÉ « PROFESSORAT DES
ÉCOLES »
ANNÉE 2011/2012
SEMESTRE 4**

INITIATION À LA RECHERCHE

MÉMOIRE

**NOM ET PRÉNOM DE L'ÉTUDIANT : DAGUENET Marion
SITE DE FORMATION : Villeneuve d'Ascq
SECTION : 3**

**Intitulé du séminaire de recherche : Mathématiques
Intitulé du sujet de mémoire : Mise en place d'une séance de problème ouvert au
cycle 3
Nom et prénom du directeur de mémoire : Anne-Cécile Mathé**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00

Fax : 03 20 79 86 01

Maîtres

Site web : www.lille.iufm.fr



UNIVERSITÉ D'ARTOIS

Institut **U**niversitaire de **F**ormation des

école interne de l'Université d'Artois

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Anne-Cécile Mathé pour l'aide qu'elle m'a apportée pour la réalisation de mon mémoire lors de ces deux années de Master. Son soutien, ses conseils, ses aides nombreuses et variées m'auront aidée pour la rédaction de mon mémoire et la préparation de ma soutenance.

Je remercie aussi les autres formateurs de mathématiques présents lors des différents séminaires de recherche: Daniel Dubois et Bachir Keskessa, pour le regard qu'ils ont porté sur mon travail.

Un grand merci aussi aux autres étudiants présents lors des séminaires. Les échanges que nous avons eus m'ont permis d'avancer pas à pas dans la rédaction de mon mémoire

Enfin, je tiens à remercier Monsieur Dagueneau d'avoir accepté de mettre en œuvre une séance de problèmes ouverts dans sa classe afin de m'aider dans mon dispositif de recueil de données. Merci à lui et à ses élèves pour l'accueil qu'ils m'ont réservé lors de cette séance.

Sommaire

Introduction.....page 3

PARTIE 1 :

I) Quelle est la place des problèmes dans l'enseignement des mathématiques?.....	page 4
I.1) Les programmes.....	page 4
I.2) Les différents types de problèmes.....	page 5
II) Problèmes ouverts/ problèmes pour chercher: définition et objectifs.....	page 6
II.1) Définition et objectifs.....	page 6
II.2) Exemples de problèmes ouverts.....	page 7
II.3) Situations-problèmes et problèmes ouverts.....	page 8
III) Comment mettre en place un problème ouvert dans une classe?.....	page 10
III.1) Les différentes étapes.....	page 10
III.2) Le rôle de l'enseignant.....	page 11
III.3) La phase de débat.....	page 13
IV) Problématique.....	page 14

PARTIE 2:

I) Recueil de données.....	page 15
I.1) Objectif de l'expérimentation.....	page 15
I.1.a) Expérimentation choisie.....	page 15
I.1.b) Le problème ouvert proposé.....	page 15
I.2) Méthodologie.....	page 16
I.2.a) L'article de l'IREM de Besançon.....	page 16
I.2.b) Dispositif mis en place.....	page 19
I.2.c) Méthodologie d'analyse.....	page 21
II) Analyse des données recueillies.....	page 23
II.1) Description et analyse.....	page 23
II.1.a) Modalités de gestion du professeur.....	page 23

II.1.b) Activités des élèves.....page 28

II.1.c) Bilan.....page 32

Conclusion.....page 34

Bibliographie.....page 37

Introduction

J'ai choisi de réaliser mon mémoire dans le domaine des mathématiques car c'est une discipline qui me motive. Après l'obtention de mon baccalauréat je me suis orientée vers une licence de mathématiques que j'ai obtenue en 2010. Je me sens donc concernée par l'apprentissage des mathématiques à l'école élémentaire.

J'avais pour projet initial de travailler sur les énoncés de problèmes et sur leur compréhension par les élèves. Il me semblait alors que cet aspect des mathématiques était primordial mais mal vécu par les élèves. Cependant au fil de mes lectures je suis tombée sur un type de problème que je ne connaissais pas et qui m'a donc interpellée : les problèmes ouverts. Ce type de problème permet de valoriser les procédures mises en œuvre par les élèves, ainsi, bien qu'il s'agisse d'une résolution de problème, le comportement des élèves amène à penser qu'ils le vivent mieux que pour les autres types de problèmes. J'ai ainsi choisi de travailler sur ce type de problème et je me suis par la suite intéressée au rôle de l'enseignant et à l'effet de sa pratique sur le comportement des élèves.

Après avoir détaillé la place des problèmes dans les programmes en distinguant les problèmes ouverts des autres types de problèmes, je ferai une présentation des problèmes ouverts en indiquant les objectifs qui leur sont spécifiques. Je présenterai ensuite les différentes étapes d'une séance de problèmes ouverts en détaillant le rôle du professeur lors de chacune d'elles.

Dans une seconde partie, je décrirai le dispositif que j'ai mis en place en lien avec ma problématique. J'analyserai les données recueillies en m'attardant sur le rôle de l'enseignant et sur l'effet de ses interventions sur l'activité des élèves.

Partie 1

I) Quelle est la place des problèmes dans l'enseignement des mathématiques?

I.1) les programmes

Dans les programmes de 2008 on insiste sur le fait que « la pratique des mathématiques développe le goût du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision ». Les problèmes sont évoqués comme des outils qui permettent de construire des savoirs-faire: « la résolution de problèmes [...] contribue à construire les sens des opérations ». De plus on nous dit que la résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif qui nécessite donc un entraînement régulier tout au long des cycles du primaire.

Pour mieux évaluer la place qui est accordée aux problèmes dans les programmes de 2008, il est intéressant de la comparer avec celle accordée dans les programmes de 2002.

Voici ce que l'on trouve dans ces programmes:

Pour le cycle 2 : « Élaborées comme réponses efficaces à des problèmes, les premières notions mathématiques sont identifiées, puis étudiées dans le but d'être utilisables pour résoudre de nouveaux problèmes. »

Pour les cycle 3: « La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées. »

Ainsi la différence majeure est que, dans les programmes de 2008, l'importance accordée à la résolution de problèmes est moindre par rapport aux programmes de 2002. Dans les nouveaux programmes, les problèmes ne servent plus à construire les connaissances, mais ils permettent de réutiliser les techniques étudiées afin de leur donner du sens. On est donc moins dans une démarche constructiviste qu'en 2002, où la résolution de problèmes était le cœur des apprentissages mathématiques. Ainsi les problèmes qui

seront utilisés si on se base sur ces programmes auront des objectifs différents.

L'objet d'étude de mon mémoire est : les problèmes ouverts. Ce type de problème est rarement utilisé et n'est d'ailleurs pas évoqué dans les programmes de 2008. Cependant, il est intéressant de l'étudier car son objectif diffère de celui d'autres types de problèmes plus fréquemment utilisés.

I.2) Les différents types de problèmes

On peut répartir les problèmes selon plusieurs critères : en fonction du domaine mathématique concerné, du support utilisé (énoncé oral ou écrit...) etc.... Afin de bien distinguer les problèmes ouverts en terme d'objectifs visés, nous nous intéresserons particulièrement à un classement des différents problèmes en fonction du rôle qui leur est attribué dans une démarche d'apprentissage donnée.

Ainsi Roland Charnay, dans son article intitulé « Problèmes ouverts, problèmes pour chercher » paru dans la revue Grand N n°51 (1992-1993), classe les différents types de problèmes selon les objectifs d'apprentissage poursuivis:

- Les situations-problèmes : elles ont pour objectifs d'engager les élèves dans la construction de nouvelles connaissances.
- Les problèmes de réinvestissement : ils permettent de réutiliser les connaissances déjà étudiées.
- Les problèmes de transfert : permet aux élèves d'étendre le champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée.
- Les problèmes de synthèse : leur but est d'utiliser plusieurs notions déjà étudiées.
- Les problèmes d'évaluation : ils permettent de faire le point sur les connaissances étudiées.
- Les problèmes ouverts : ils ont pour but de développer des compétences plus méthodologiques, de mettre l'élève en situation de recherche.

Suivant le moment où il est utilisé lors de la scolarité de l'élève, un même problème peut correspondre à plusieurs de ces catégories. La principale différence entre les problèmes ouverts et les autres types de problèmes est l'objectif qu'ils visent. En effet, le but d'un problème ouvert est de faire acquérir aux enfants des compétences méthodologiques et de développer chez eux un comportement de recherche alors que les

autres types de problèmes sont plus centrés sur l'acquisition et la maîtrise de notions mathématiques.

II) Problèmes ouverts/problèmes pour chercher: définitions et objectifs.

II.1) définition et objectifs

Un problème ouvert comporte plusieurs caractéristiques qui ont été décrites par les chercheurs de l'IREM de Lyon. Ces caractéristiques qui sont citées dans l'article de Roland Charnay (1992-1993) et font office de référence pour les autres articles sont les suivantes:

- « L'énoncé est court »
- « L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution. En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours. »
- « Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples. »

La première caractéristique permet à l'élève de s'engager immédiatement dans la recherche. En effet, le fait que l'énoncé soit court permet à l'élève d'avoir une première compréhension instantanée du problème qui lui semble alors à sa portée. Cela lui donne envie de chercher la solution. La seconde caractéristique de l'énoncé évite que la méthode employée par les élèves soit juste une application d'un outil du cours. La troisième, quant à elle, permet à tous les élèves de produire des résultats partiels dans un certain laps de temps.

Arsac et Mante (2007) précise qu'il est souhaitable qu'il y ait plusieurs procédures possibles pour résoudre le problème, en effet « cela augmente la probabilité que les élèves trouvent « quelque chose » et donc augmente leur motivation à chercher ce genre de problèmes. »

L'appellation « problème pour chercher » est, elle, plutôt employée pour mettre en opposition ce type d'énoncés à ceux que l'on pourrait alors désigner « problèmes pour apprendre » qui correspondent aux autres types de problème cités en I)2.

Les objectifs des problèmes ouverts sont nombreux, le principal étant le

développement de capacités méthodologiques comparables à celles d'un mathématicien. Les élèves sont amenés à établir des conjectures, à formuler des arguments. Le débat permettra d'arriver à une première approche de la preuve mathématique. Arsac et Mante (2007) précise que l'élève va devoir utiliser la démarche scientifique c'est à dire:

- « faire des essais pour produire une conjecture »
- « tester sa conjecture en faisant d'autres essais »
- « prouver la validité de sa conjecture »

Les problèmes ouverts permettent aussi de valoriser les différentes stratégies mises en place par les élèves, l'enseignant doit insister sur le fait que la diversité des stratégies employées est importante et permet d'aboutir après leur confrontation au résultat.

De plus, ces problèmes permettent à l'enseignant de repérer les difficultés auxquelles sont confrontés ses élèves et aussi de leur montrer ce qu'il attend de leur part lors de la résolution de problèmes et plus généralement lors des séances de mathématiques.

Dans le livre « Les pratiques du problème ouvert » (2007) de Gilbert ARSAC et Michel MANTE, on nous indique aussi que ce type de problème développe des comportements et des attitudes chez les élèves: ils sont motivés, pleins d'imagination, autonomes. De plus, ils apprennent à débattre et à travailler en groupe, ils acquièrent aussi un regard différent face aux mathématiques. Mais les auteurs insistent aussi sur le fait que non seulement la pratique de problèmes ouverts est bénéfique pour les élèves mais elle l'est aussi pour l'enseignant qui porte alors un regard différent sur ses élèves et peut parfois être surpris par leurs raisonnements ce qui l'incite alors à modifier ses pratiques d'enseignement (les élèves sont plus souvent actifs, ils débattent...).

II.2) Exemples de problèmes ouverts

Arsac et Mante (2007) donnent dans leur ouvrage « les pratiques du problème ouvert » une liste de problèmes à utiliser à partir du cycle 2, du cycle 3 puis du collège et du lycée. Cette banque de problèmes permet aux enseignants de choisir un énoncé qui soit approprié pour une séance de problème ouvert.

Parmi ces problèmes on trouve par exemple:

A partir du cycle 2:

- « J'ai 24 images. Je veux préparer ces 4 enveloppes pour les envoyer à 4 enfants.

Chacun doit avoir le même nombre d'images. Combien faut-il mettre d'images dans chaque enveloppe? »

Ce problème est intéressant car les élèves de cycle 2 ne maîtrisent pas encore la technique de la division. Si ce même problème était donné à un élève de cycle 3, il ne s'agirait plus d'un problème ouvert. Les auteurs précisent que la manipulation du matériel (images et enveloppes) peut servir à la fin de la séance de validation des réponses.

- « A chaque anniversaire, depuis sa naissance, Sylvain souffle ses bougies. Hier, c'était son anniversaire. Il a calculé que, depuis sa naissance, il a soufflé 55 bougies. Quel est l'âge de Sylvain? »

A partir du cycle 3:

- « J'ai choisi deux nombres. Si je les additionne, je trouve 76. Si je les soustrais, je trouve 22. Quels sont ces nombres? »

Ici encore, les élèves de cycle 3 ne pouvant résoudre des systèmes d'équations à deux inconnues, il s'agit bien d'un problème ouvert qui va les engager dans une démarche de recherche.

- « Chaque matin en arrivant à l'école, les 7 maîtres et maîtresses se serrent la main. Combien cela fait-il de poignées de main?
Et si les 25 élèves de la classe faisaient la même chose, combien cela ferait-il de poignées de main?
Combien de poignées de main seraient échangées si les 150 élèves de l'école se serraient tous la main? »

II.3) Situations-problèmes et problèmes ouverts

Les situations-problèmes et les problèmes ouverts sont difficilement dissociables dans la mesure où ils présentent certains points communs. En effet, ces deux types de problèmes engagent l'élève dans une activité de recherche. De plus, la gestion de classe d'une séance de problème ouvert peut aussi correspondre à une séance de situation-problème. Afin d'établir les différences entre ces problèmes, notons tout d'abord les conditions que doit remplir un problème destiné à une situation-problème.

Arsac et Mante dans leur ouvrage « les pratiques du problème ouvert » (2007), listent ces conditions comme ceci:

- « L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème. L'élève peut

envisager ce qu'est une réponse possible au problème. »

- « Les connaissances de l'élève sont en principe insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème. »
- « La situation doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou non. »
- « La connaissance que l'on désire voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève. »

Comparons ces conditions avec celles que doit remplir un problème ouvert. La première condition semble convenir aux deux types de problèmes. La seconde est spécifique aux situations-problèmes, en effet dans un problème ouvert le but est de réutiliser ses connaissances afin de résoudre le problème. La troisième condition diffère légèrement pour la résolution de problèmes ouverts dans la mesure où la validation ou non d'une solution peut faire appel à un débat. La quatrième condition marque, quant à elle, une distinction majeure entre ces deux types de problèmes. Lors de la mise en place d'un problème ouvert, la diversité et le nombre de stratégies possibles pour arriver à la solution ont une grande importance, plus il y aura de moyens d'arriver à un résultat et plus la phase de débat et d'argumentation sera riche.

On constate ainsi que bien qu'il y ait des ressemblances lors de la mise en place de situations-problèmes et de problèmes ouverts, leurs objectifs diffèrent dans le sens où pour les premiers, le but est la construction d'une nouvelle connaissance à partir d'une activité de recherche alors que pour les seconds, le but est d'utiliser ses connaissances pour s'engager dans une activité de recherche.

III) Comment mettre en place un problème ouvert dans une classe?

III.1) Les différentes étapes

La mise en place d'un problème ouvert dans une classe quelle qu'elle soit n'est pas une chose aisée. C'est pourquoi il est nécessaire que l'enseignant respecte les différentes étapes. Chacune de celles-ci est importante et permettra à l'élève d'avancer dans sa réflexion.

Voici les différentes étapes mises en place lors d'une séance de problème ouvert :

- ➔ **La lecture de l'énoncé** : Cette phase est importante car elle permet à tous les élèves de s'appropriier le problème. Il faut s'assurer que chaque élève ait bien compris ce que l'on attendait de lui avant de le laisser se mettre à chercher. M.Mante et G.Arsac(2007) précisent que la mise en place de cette phase doit « permettre de réduire un minimum les retours sur ce sujet pendant la recherche. ». C'est pourquoi ils insistent sur le fait que la consigne doit être écrite au tableau afin que les élèves puissent s'y référer sans demander une nouvelle explication de la part du professeur.
- ➔ **Phase de recherche individuelle** : Cette phase est courte mais doit permettre à tous les élèves d'entrer en recherche.
- ➔ **Phase de recherche en groupes** : Cette phase présente de nombreux objectifs que M.Mante et G.Arsac (2007) classent de la façon suivante : « les objectifs pragmatiques : éviter le découragement des élèves, enrichir les productions, diminuer le nombre de productions à débattre; les objectifs d'apprentissage : faciliter la mise en place de confrontations entre élèves (conflit sociocognitif) ; les objectifs de socialisation : apprendre aux élèves à travailler ensemble, à s'écouter, à défendre leur point de vue, à respecter l'avis de l'autre, etc. »
- ➔ **Rédaction des propositions de solutions** : Durant cette phase chaque groupe doit s'accorder sur la façon de rédiger ce qu'ils ont réalisé lors de la phase précédente. Les élèves disposent d'affiches ou de transparents afin que leur proposition soit ensuite visible par l'ensemble de la classe. Cette phase oblige chaque groupe à faire un bilan précis de ses recherches. De plus, elle leur fait prendre conscience de la nécessité d'une bonne rédaction afin d'être compris par tous.
- ➔ **Phase de débat** : Cette phase est sans conteste la plus compliquée à mettre en place, mais elle apporte néanmoins beaucoup aux élèves notamment au niveau de l'argumentation mathématique. Elle va notamment permettre aux élèves d'argumenter leur solution mais aussi de comprendre et de critiquer les solutions des autres. M.Mante et G.Arsac (2007) divisent cette phase en différents temps:
 - Les consignes initiales : Le professeur explique ce qui va se passer durant cette phase et invite chaque groupe à choisir un rapporteur, le rôle de ce rapporteur est important puisqu'il va obliger ses camarades à se mettre d'accord afin d'être sûr de

ce qu'il aura à dire une fois face à la classe.

- La première affiche : Il est important de laisser un temps aux élèves afin qu'ils s'approprient l'affiche de leurs camarades. La rédaction des arguments (« nous sommes d'accord car... », « nous ne sommes pas d'accord car... ») se fait par groupe. Une fois que les groupes se sont mis d'accord, ils exposent leurs arguments aux auteurs de l'affiche qui devront alors défendre leur proposition.

- Les autres affiches : Toutes les affiches ne pourront pas être débattues comme la première car il serait alors difficile de garder intacte la motivation des élèves, de plus cela poserait un problème de temps. C'est pourquoi, ce travail doit être fait pour deux ou trois affiches et les autres doivent être étudiées différemment. Il est cependant important d'étudier toutes les affiches afin de valoriser le travail de l'ensemble de la classe. M.Mante et G.Arsac (2007) proposent alors de recopier les affiches des autres groupes et de demander aux élèves de réfuter ou non la proposition en insistant sur l'importance des arguments. Il s'agit de réinvestir les acquis du débat.

- Conclusion : L'enseignant essaie de dégager ce que les élèves ont retenu de la situation et d'étudier les difficultés qu'ils ont rencontrées.

III.2) Le rôle de l'enseignant

Le rôle de l'enseignant lors de ce type de séance est très complexe. Il s'agit d'aider les élèves à avancer dans leur recherche mais sans leur donner d'informations qui pourraient les orienter dans une direction. L'article de l'IREM de Besançon intitulé « Réflexion sur la conduite en classe d'une situation de recherche » (2005) nous montre bien qu'un même énoncé de problème ouvert exploité par deux enseignants peut aboutir à des conduites de classe très différentes.

Dans leur ouvrage « les pratiques du problème ouvert » (2007) , M.Mante et G.Arsac décrivent les attitudes que devrait avoir l'enseignant lors des différentes phases.

➔ **La lecture de l'énoncé** : C'est durant cette phase que l'enseignant est le plus présent. Il doit s'assurer de la compréhension de l'énoncé par tous. Il doit cependant veiller à ne pas en dire trop afin de ne pas influencer les élèves. Il a aussi le choix dans la répartition des groupes : groupes spontanés ou organisés.

➔ **Phases de recherche (individuelle et collective)** : L'enseignant doit veiller à

l'autonomie des élèves. Il doit intervenir le moins possible, il ne réagit que s'il constate que des élèves font un contresens. Cette phase est particulièrement compliquée pour l'enseignant et les élèves car le rôle de l'enseignant lors de cette séance est en rupture avec son rôle traditionnel, les élèves sont donc déconcertés de ne pas obtenir d'aide de sa part. Il doit se contenter d'encouragements et à tout prix éviter de fermer le problème.

- ➔ **Rédaction des propositions de solutions** : L'enseignant doit lors de cette phase gérer l'hétérogénéité qui peut apparaître entre les différents groupes. En effet certains peuvent avoir abouti à une solution alors que d'autres sont loin d'obtenir un résultat. Il est cependant important que chacun des groupes réalise une production sinon les groupes en retard risquent de ne pas s'impliquer dans la phase de débat.
- ➔ **Phase de débat** : Comme le disent M.Mante et G.Arsac (2007), le professeur a un rôle de « président de séance ». Il n'intervient que pour améliorer la qualité du débat mais en aucun cas n'interfère dans la formulation des arguments. Il doit aussi prendre en compte les difficultés des élèves afin de travailler sur celles-ci lors de la séance suivante.

Une autre responsabilité de l'enseignant est le choix de l'énoncé. Ainsi Laurence Lépine nous explique dans son article intitulé « Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche » (1996-1997) que lors de la séance décrite dans l'article les professeurs avaient choisi un énoncé dans lequel manquaient des informations ce qui a induit certains élèves en erreur. Cet article est intéressant puisqu'il présente les difficultés qui peuvent apparaître lors de chacune des phases d'une séance de problème ouvert.

On constate ainsi que la mise en place de ce type de séance est vraiment compliquée et ceci explique pourquoi la pratique des problèmes ouverts est peu répandue dans les écoles.

III.3) La phase de débat

Du fait de son rôle primordial, il m'est apparu important de consacrer une partie à cette phase particulière qui permet de développer chez les élèves des compétences mathématiques importantes.

En premier lieu, et contrairement à ce que l'on pourrait penser, le but de cette phase

n'est pas d'aboutir à la « meilleure » des solutions le plus rapidement possible. Le professeur doit alors organiser la phase de débat de telle sorte que les élèves les plus proches d'une solution qui semblerait exacte, ne l'exposent pas en premier.

Le but de cette phase serait plus généralement d'écartier les solutions fausses et de se convaincre de l'exactitude des autres solutions. Pour se faire les élèves vont aborder une première approche de la démonstration mathématique.

Par exemple, ils apprendront qu'un contre-exemple suffit à prouver qu'une solution est fautive. Il conviendra alors au maître de mettre en relief le côté positif de la procédure mise en place par les élèves afin que ceux-ci ne soient pas découragés (ils auront passé toute la séance à démontrer une propriété qui sera écartée en moins d'une minute par un contre-exemple).

Pour prouver qu'une solution est toujours vraie, l'affaire se corse, il faut leur expliquer que bien qu'ils n'aient pas trouvé de contre-exemple, cela ne signifie pas pour autant que leur solution soit rigoureusement vérifiée. Il faudra alors les amener à produire des preuves. Évidemment ces preuves ne constitueront pas des démonstrations mathématiques rigoureuses mais elles sont, d'après Arzac et Mante(2007), « une étape dans l'apprentissage de la rigueur et vers la démonstration ».

Enfin, le rôle du rapporteur comme je l'ai déjà dit plus tôt est essentiel car il oblige l'ensemble du groupe à se mettre d'accord. Dans le cas contraire, l'enfant choisi n'exposerait que son propre point de vue, d'où l'importance pour ses camarades d'argumenter et de s'entendre afin qu'il rapporte les idées de l'ensemble du groupe. Il s'agit en fait d'une première phase de débat réalisée en groupe et qui sera ensuite élargie à l'ensemble de la classe.

IV) Problématique

A la suite de cette analyse et de la lecture de certains articles, j'ai trouvé que les problèmes ouverts étaient très intéressants dans le sens où ils développent chez les élèves des compétences que seul ce type de problème permet de développer. Cependant j'ai constaté que peu d'enseignants se servaient de ces problèmes en mathématiques. Ceci s'explique en grande partie par l'originalité de la situation qui peut dérouter les enseignants. En effet, on ne vise pas ici l'acquisition de savoirs mais l'acquisition d'une méthode, d'une attitude. De plus le rôle de l'enseignant n'est pas celui qui lui incombe habituellement, il ne

dirige pas les activités, ne peut répondre explicitement aux questionnements des élèves car cela risque de les influencer dans leur recherche et il ne peut pas s'attendre, à la fin de la séance, à une solution unique, admise par l'ensemble de la classe et vraisemblable mathématiquement.

C'est pourquoi j'ai décidé de me placer du point de vue de l'enseignant et d'étudier l'effet de ses interventions sur les élèves.

Ma problématique est donc la suivante :

Comment penser, organiser et gérer la pratique de problèmes ouverts en classe?

Partie 2 :

I) Recueil de données

I.1) Objectif de l'expérimentation

I.1.a) Expérimentation choisie

Afin de répondre au mieux à ma problématique j'ai décidé d'observer plusieurs séances de problèmes ouverts. Cependant, cela s'est avéré compliqué car peu d'enseignants utilisent les problèmes ouverts dans leur classe. C'est pourquoi je me suis appuyée sur un article de l'IREM de Besançon appelé « Réflexion sur la conduite en classe d'une situation de recherche » (2005). Cette article présente le déroulement d'une séance de problème ouvert dans deux classes différentes, le problème proposé étant le même. Ma

problématique étant la suivante: Comment penser, organiser et gérer la pratique de problèmes ouverts en classe?, il m'a paru essentiel de recueillir le ressenti d'un enseignant. J'ai donc proposé à un enseignant de ma connaissance de résoudre le même problème ouvert avec les élèves de sa classe. Cela me permettra à la fois de recueillir ses impressions et de comparer sa manière de faire avec celle des enseignants cités dans l'article. J'observerai aussi l'effet des interventions des différents enseignants sur l'activité des élèves.

I.1.b) Le problème ouvert proposé

Le problème ouvert proposé aux différentes classes est le suivant : *Trouver trois nombres consécutifs dont la somme est un nombre donné.* Par exemple, si l'on donne le nombre 63, il faut trouver les trois nombres consécutifs qui une fois additionnés donneront 63, c'est à dire le triplet (20; 21; 22) car $20 + 21 + 22 = 63$. Le problème est divisé en deux phases: lors d'une première phase on ne propose que des nombres qui admettent une décomposition en une somme de trois nombres consécutifs et lors d'une deuxième phase, on rajoute des nombres qui ne sont pas décomposables. L'intérêt de ce problème réside surtout dans le fait que les élèves sont amenés à justifier le fait que certains nombres sont décomposables et d'autres non. La condition nécessaire est suffisante pour qu'un nombre soit décomposable étant qu'il soit divisible par 3.

Les savoirs mis en jeu par ce problème sont surtout des savoirs liés à l'argumentation et à la preuve mathématique. Les pré-requis nécessaires aux élèves sont de maîtriser la technique de l'addition et de connaître la signification du terme « consécutif ». Les notions de multiple et diviseur doivent avoir été déjà abordées par les élèves mais ne nécessitent pas d'être totalement acquises.

I.2) Méthodologie

I.2.a) L'article de l'IREM de Besançon

Cet article de l'IREM de Besançon (2005) présente dans un premier temps le protocole mis en place par les auteurs. Il décrit ensuite succinctement le déroulement des séances. Les auteurs proposent finalement une analyse des observations réalisées.

La même fiche de préparation a été donnée à deux enseignants de classes de CM1-CM2 (que l'on notera classe A et classe B).

La fiche de préparation fournie aux enseignants est la suivante:

FICHE DE PRÉPARATION : SOMME DE TROIS ENTIERS CONSÉCUTIFS

Présentation du problème :

Un entier naturel x étant fixé, on cherche à déterminer, lorsqu'ils existent, trois entiers consécutifs dont la somme est égale à x . On pourra également chercher des conditions sur l'existence de tels nombres.

Analyse mathématique du problème :

On suppose que le problème admet une solution. Soit donc n l'un des trois nombres. On a alors :

$$(n - 1) + n + (n + 1) = x \Leftrightarrow 3n = x .$$

On en déduit donc que :

— si le problème admet une solution alors x est un multiple de 3 et par contraposée si x n'est pas multiple de 3 le problème n'a pas de solution.

— si x est multiple de 3, la solution est le triplet $(n - 1, n, n + 1)$ où $n = x/3$.

Ainsi on en conclut que si x est un nombre entier donné :

— ou bien x n'est pas multiple de 3 et alors le problème n'a pas de solution.

— ou bien x est multiple de 3 et la solution est le triplet $(n - 1, n, n + 1)$ où $n = x/3$.

Objectifs :

Savoir ce que sont des nombres consécutifs.

Entraînement à la résolution de problèmes :

— recherche de procédures

— justification d'une démarche.

Matériel :

Un premier jeu de cartes bristol sur lesquels sont inscrits des nombres multiples de trois compris entre 50 et 130.

Un second jeu de cartes bristol sur lesquels sont inscrits des nombres non multiples de trois compris entre 50 et 130.

Déroulement :

Phase 1 : (Collective)

Le maître rappelle (ou demande) ce que sont des nombres consécutifs. Avec les élèves, il illustre à l'aide d'exemples et de contre-exemples. Il propose alors d'effectuer sur plusieurs exemples le calcul de la somme de trois nombres consécutifs.

Phase 2 : (Par groupe de quatre élèves)

On peut alors se poser le problème de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est égale au nombre écrit sur la carte bristol. Chaque groupe tire une (ou plusieurs) carte(s) du premier paquet.

Procédure attendue : des essais qui conduisent au résultat.

Aide envisagée : — proposer l'utilisation d'une calculatrice

— fournir un encadrement des entiers cherchés.

Phase 3 : (Collective)

Mise en commun au tableau. Le maître peut demander une explication orale de la démarche utilisée par les élèves.

Phase 4 : (Par groupe de 4 élèves)

On recommence l'activité de la phase 2 mais en mélangeant le premier paquet de cartes avec le deuxième paquet de cartes. Chaque groupe va être confronté après un certain nombre de décompositions au problème de l'existence d'une solution. Les élèves sont donc conduits à chercher une explication...

Phase 5 : (Collective)

Mise en commun des résultats. Elle dépendra des recherches des élèves. Mais on peut envisager :

— Classement des nombres en deux catégories : ceux qui possèdent une décomposition, et ceux que l'on n'a pas pu décomposer.

— On pourra demander pourquoi la décomposition n'est pas possible.

Réponse attendue : par exemple pour $x = 61$ « J'ai essayé $19 + 20 + 21 = 60$ c'est trop petit, et $20 + 21 + 22 = 63$ c'est trop grand ! »

— On pourra demander également aux enfants de proposer des nombres et de les placer dans l'une ou l'autre catégorie...

Pour les auteurs, le but de cette observation est de comparer la gestion de la classe et l'implication des élèves.

- Déroulement des séances

Lors de la présentation du problème, les deux enseignants rappellent ce que sont des nombres consécutifs par le biais d'exemples et de contre-exemples pour la classe A et en réalisant un jeu pour la classe B. (« Je vous donne un nombre, vous devez me donner le nombre juste avant et le nombre juste après le nombre que je vous ai donné »). Les élèves de la première classe ont à leur disposition ardoise, craie, affichette et crayon. Ceux de la

deuxième classe ont à leur disposition leur cahier de brouillon, leur gomme et un crayon.

Lors de la première phase de recherche, les classes ont en commun le fait que la consigne semble bien comprise, les élèves sont impliqués et le plus souvent la procédure utilisée par les élèves est celle des essais successifs. Dans les deux classes les procédures s'affinent petit à petit.

Lors du premier bilan, les élèves de la classe A présentent leurs affichettes où seul le résultat correct apparaît. Le plus souvent les élèves ont procédé par essais successifs, cependant une élève explique pour la carte 54: « J'ai divisé par 3, j'ai trouvé 18, alors j'ai essayé $16+17+18$, ça ne marchait pas, alors j'ai essayé $17+18+19$ et j'ai trouvé! ». Dans la classe B les résultats sont donnés à l'oral, les procédures utilisées sont là aussi le plus souvent des essais successifs: les élèves choisissent trois nombres au hasard puis en fonction du résultat choisissent des nombres supérieurs ou inférieurs. Un élève donne cependant pour explication pour la carte 129: « on a $120 : 3 = 40$ et $9 : 3 = 3$, donc on a essayé dans les 43 et on a $42+43+44=129!$ ». Lors de ce premier bilan les deux enseignants sont restés très neutres et n'ont porté aucun jugement de valeur sur les procédures.

Lors de la seconde phase de recherche, les élèves de la classe A classent les cartes en deux catégories : faciles et difficiles. Ils commencent ainsi par les faciles et ont l'intention de revenir sur les cartes difficiles par la suite. Or en passant dans les groupes le maître reformule l'énoncé des deux tas en : possibles et impossibles. Dans la seconde classe, les élèves se rendent compte que quelque chose a changé et constatent que pour certains nombres, il est impossible de trouver une somme de trois nombres consécutifs qui leur corresponde. Un élève demande alors: « C'est possible qu'il y ait des nombres impossibles? », le maître élude la question.

Enfin, lors du second bilan, dans la classe A on recense les résultats en les répartissant en deux catégories : possibles et impossibles. Lorsque le maître demande pourquoi certains nombres sont impossibles à décomposer, seules deux conjectures sont exposées : la première étant « parce qu'ils sont impairs » (elle est alors rapidement écartée par la classe qui trouve un contre-exemple) et la seconde étant « les possibles sont multiples de 3 ». La seconde conjecture est alors institutionnalisée sans avoir été débattue ou prouvée. Dans la seconde classe, la notion d'impossibilité arrive naturellement de la part des élèves. Les élèves tentent alors, eux aussi, de répondre à la question de l'impossibilité. Les deux conjectures énoncées dans la première classe le sont aussi dans celle-ci,

seulement la question de la divisibilité par 3 reste une remarque et n'est pas institutionnalisée.

- Analyse

L'influence de la pratique du maître est déjà nettement observable ici. Tout d'abord on remarque que dans la classe B le maître ayant présenté son exemple sous la forme:

$$\begin{array}{ccc} & 33 & \\ & \swarrow \downarrow \searrow & \\ 10 & 11 & 12 \end{array}$$

Cette représentation a ensuite été reprise par les élèves. Bien que cela n'ait pas énormément d'influence sur les procédures utilisées par les élèves, cet exemple montre bien l'influence qu'a le professeur. Ensuite on constate que le matériel autorisé par le maître aura un lien avec les modalités de travail des enfants. En effet, les élèves qui se servent de leur ardoise peuvent lors de leurs essais successifs n'effacer et ne modifier que les unités mais ne gardent pas de trace de leur recherche contrairement aux élèves qui disposent de leur cahier de brouillon.

Enfin, et c'est sûrement ce qui est le plus important dans cet article, on remarque que l'introduction du terme « impossible » par le maître dans la classe A a eu un effet fort sur les élèves puisqu'ils ne sont alors pas revenus sur les cartes qu'ils avaient qualifiées de « difficiles », le maître leur ayant dit qu'il était impossible de les décomposer en une somme de trois nombres consécutifs. Ainsi la distinction entre « possible » et « impossible » ne vient pas des élèves mais du maître. De plus la propriété: « les seuls nombres décomposables en une somme de trois nombres consécutifs sont des multiples de 3 » n'est pas démontrée ; les élèves n'apprennent pas à justifier leur raisonnement. Le principal intérêt du problème est de justifier de l'impossibilité de certains nombres à être décomposés ; or ici cet aspect est oublié.

I.2.b) Dispositif mis en place

Préparation de la séance à observer:

Après avoir décidé de me placer du point de vue de l'enseignant il m'est apparu essentiel d'assister à une séance de problème ouvert afin d'analyser la pratique de celui-ci. Cependant pour que mon analyse soit plus riche, il me fallait comparer la pratique de cet

enseignant avec celles d'autres professeurs des écoles, c'est pourquoi j'ai décidé de faire un lien entre mon observation et l'article « Réflexion sur la conduite en classe d'une situation de recherche » (2005) de l'IREM de Besançon.

Il m'a donc semblé intéressant de reprendre exactement le même énoncé de problème et d'observer sa mise en place dans une classe. J'aurai ainsi à ma disposition la description et l'analyse de trois séances de classe destinées à la résolution d'un même problème ouvert.

J'ai ensuite formulé ma demande auprès d'un enseignant de ma connaissance qui a accepté de mettre en place cette séance dans sa classe. Il s'agira d'une classe de CM1 de 25 élèves. Ces élèves ne sont pas habitués à la pratique de problèmes ouverts car aucun des professeurs de l'école n'en met en place dans sa classe.

Afin que les conditions dans lesquelles se déroulera cette séance soient aussi proches que possible des deux autres, j'ai décidé de ne fournir à l'enseignant que la fiche de préparation qui avait été fournie aux enseignants pour la réalisation de l'article de l'IREM de Besançon. Je n'ai pas fourni les références de cet article à l'enseignant car je pense que sa lecture aurait pu l'influencer lors de sa pratique de classe. Cependant je pense qu'il est important de préciser que cet enseignant a des connaissances sur les problèmes ouverts, il en connaît les objectifs et ce qui les différencie des autres types de problème.

Dans le but de pouvoir analyser au mieux la séance, j'ai décidé, avec l'accord de l'enseignant, de la filmer pour avoir l'occasion de la revoir par la suite et ainsi de repérer des détails qui auraient pu m'échapper.

Questionnaires:

Je m'entretiendrai aussi avec l'enseignant avant et après la séance afin d'analyser sa réaction face au problème à priori, puis d'obtenir sa réaction à posteriori. Il sera intéressant de recueillir ses impressions sur la séance et sur les différents temps : préparation de la séance, lancement et déroulement et sur ce qu'il pense que ce type de problème peut apporter à ses élèves. Cela pourrait m'aider à mieux comprendre la réticence de certains enseignants à mettre en place des problèmes ouverts dans leurs classes.

Après la séance j'interrogerai quelques élèves afin d'obtenir leur ressenti sur cette séance: son intérêt, leurs difficultés, ce qu'ils ont compris.

Voici les questions que je poserai à l'enseignant et aux élèves:

Questionnaire enseignant (avant la séance):

- Savez-vous ce qu'est un problème ouvert?
- En quoi est-ce différent des problèmes plus classiques?
- Quels sont les objectifs de ce type de problème?
- Pourquoi n'utilisez-vous pas les problèmes ouverts dans votre classe?
- A votre avis, quelles sont les connaissances mathématiques mises en jeu dans ce problème?
- Après avoir lu l'énoncé du problème, celui-ci vous a-t-il semblé difficile à résoudre pour vos élèves?
- Comment avez-vous l'intention de gérer la séance (consignes, répartition des élèves, matériel utilisé...)?

Questionnaire enseignant (après la séance):

- Cette séance vous a-t-elle semblé difficile à gérer?
- Avez-vous été déstabilisé par rapport à votre pratique habituelle?
- Avez-vous été étonné par le comportement de vos élèves?
- Seriez-vous prêt à réutiliser des problèmes ouverts dans votre classe?

Questionnaire élèves:

- Est-ce que tu aimes les mathématiques habituellement?
- Cette séance t'a-t-elle semblé plus intéressante que les séances de problèmes habituelles?
- Quand l'enseignant t'a lu l'énoncé, est-ce que le problème t'a paru difficile?
- Est-ce que ça t'a aidé de travailler en groupe?
- Comment as-tu essayé de résoudre le problème?
- As-tu été bloqué lors de ta recherche? Cela t'a-t-il posé problème?
- As-tu compris tout ce qui a été fait lors de la séance?

I.2.c) Méthodologie d'analyse

Analyse des questionnaires:

L'analyse du premier questionnaire me permettra de mieux comprendre les représentations sur les problèmes ouverts qu'a l'enseignant. Il me permettra aussi de cibler ses attentes quant à la mise en place d'un tel problème dans sa classe. Le second questionnaire, lui, me permettra de recueillir des informations sur le ressenti de l'enseignant suite à cette séance, sur l'analyse de son attitude, de ses difficultés et de comparer son analyse à celle que j'aurai faite moi-même. Enfin, le questionnaire destiné aux élèves a pour objectif de m'aider à comprendre les stratégies qu'ils mettent en place face à ce type de problème. Il me permettra aussi de prendre en compte leur regard face aux mathématiques en général et face à cette séance en particulier.

Analyse de la séance:

Lors de la séance mon objectif est d'observer au mieux les différentes phases de la séance, d'observer les attitudes de l'enseignant et celles des élèves afin d'analyser leurs comportements face à ce problème.

Je m'intéresserai particulièrement aux modalités de gestion mises en place par l'enseignant afin de les comparer à celles des enseignants cités dans l'article de l'IREM de Besançon. J'analyserai donc les prises de paroles de l'enseignant pendant les différentes phases de la séance:

- **La présentation du problème:** L'enseignant définit-il le terme « consécutif » comme les enseignants cités dans l'article c'est à dire en utilisant des exemples et des contre-exemples? Fait-il reformuler la consigne par les élèves? Écrit-il la consigne au tableau comme l'enseignant de la classe B? Quel matériel met-il à la disposition des élèves?
- **La première phase de recherche:** Les élèves semblent-ils avoir compris la consigne? Le matériel a-t-il une influence sur les procédures mises en place par les élèves comme c'est le cas pour l'enseignant de la classe A? Les élèves semblent-ils impliqués?
- **Le premier bilan:** le maître reste-t-il neutre comme les enseignants de l'article de l'IREM de Besançon? Apporte-t-il des jugements de valeur sur les procédures?
- **La deuxième phase de recherche:** Comment réagit-il face aux sollicitations des élèves lorsque ceux-ci se rendent compte que certains nombres sont impossibles à décomposer? Introduit-il le terme « impossible » comme l'enseignant de la classe A ou élude-t-il la question comme l'enseignant de la classe B?
- **Le second bilan:** Comment est justifié le fait que certains nombres sont impossibles? Comment l'enseignant conclut-il sa séance?

J'analyserai de plus l'activité des élèves: Comment réagissent-ils aux interventions de l'enseignant? Sont-ils impliqués dans la résolution du problème? Quels sont leurs comportements lors des différentes phases de la séance? Sont-ils déstabilisés par ce

problème?

II) Analyse des données recueillies

II.1) Description et Analyse

La séance que j'ai observée a duré 50 minutes, les élèves étaient regroupés par groupe de trois ou quatre.

II.1.a) Modalités de gestion du professeur

Dans cette partie je vais décrire la séance observée en analysant, pour chaque phase, les interventions de l'enseignant et les modalités de gestion qu'il a mis en place. Je ferai ensuite un lien entre les réponses aux questionnaires données par l'enseignant et ce que j'ai pu observer lors de la séance.

La présentation du problème:

L'enseignant explique aux élèves qu'ils vont faire un travail de recherche et qu'ils vont travailler sur la somme d'entiers consécutifs.

Il interroge les élèves sur la signification des termes « somme » et « consécutifs ». Après quelques réponses erronées, les élèves désignent la « somme » comme étant le résultat d'une addition. Le terme « consécutifs » fait, lui, l'objet d'une discussion plus importante. L'enseignant explique ce que signifie ce terme et demande aux élèves de lui donner deux nombres consécutifs. Il interroge ensuite les élèves de la manière suivante: « Est-ce que 4 et 5 sont deux nombres consécutifs? », « est-ce que 4 et 7 sont deux nombres consécutifs? ». Il demande ensuite à une élève de lui donner trois nombres consécutifs (le triplet cité par l'élève étant 1,2 et 3) et il demande à une autre élève de venir faire la somme de ces trois nombres au tableau.

On remarque donc que, comme les enseignants des classes présentées par l'article de l'IREM de Besançon, l'enseignant s'attarde sur la définition des termes de l'énoncé afin que les élèves comprennent bien ce que l'on attend d'eux.

L'enseignant explique alors aux élèves, qu'ils n'auront que la somme écrite sur un papier cartonné et qu'ils devront alors trouver les trois nombres qui, une fois additionnés, donneront cette somme. Afin de s'assurer de la bonne compréhension de la consigne il interroge quelques élèves sur ce qu'ils ont à faire: « Combien de nombres dois-tu

trouver? », « Comment doivent être ces nombres? ».

La consigne n'est pas inscrite au tableau mais l'exemple: $1 + 2 + 3 = 6$ n'est pas effacé.

Les élèves ont à leur disposition une feuille de brouillon, leur gomme et leur crayon de bois, le matériel mis à disposition est donc le même que pour la classe B de l'article de l'IREM de Besançon. Il présente alors les mêmes spécificités: impossibilité de n'effacer que les unités mais les calculs sont gardés en mémoire (l'enseignant invitera les élèves à ne pas gommer ce qu'ils écrivent afin de garder une trace de leur réflexion).

La première phase de recherche:

L'enseignant passe dans les rangs et regarde les différentes procédures mises en place par ses élèves. Il reprend les élèves n'ayant pas utilisé des nombres consécutifs. Ceci montre la difficulté que peuvent rencontrer les enseignants à ne pas intervenir du tout et ce surtout quand ils voient leurs élèves en difficulté. Cette intervention aura une conséquence lors de la phase suivante (mise en commun), en effet aucun élève n'aura utilisé de nombres non-consécutifs donc les élèves ne pourront pas démentir une solution en utilisant cet argument.

Le premier bilan:

Lors de cette phase, trois élèves sont envoyés au tableau. Les trois élèves choisis ont utilisé des procédures différentes qu'ils présentent à la classe. Je présenterai ces procédures lors du paragraphe suivant destiné à analyser l'activité des élèves. Lors de cette phase, l'enseignant intervient pour distribuer la parole et il insiste auprès des élèves envoyés au tableau afin qu'ils précisent le choix de leur procédure et la façon dont ils ont travaillé. L'enseignant ne favorise pas une méthode plutôt qu'une autre, il laisse les élèves libres du choix de la procédure à utiliser. Tous comme les enseignants des autres classes étudiées, il reste neutre durant cette phase.

La deuxième phase de recherche:

Les élèves réalisent rapidement qu'il y a un « problème » avec certains nombres, ils s'interrogent et interpellent parfois l'enseignant qui leur demande alors de lui expliquer ce qui ne va pas. Il les encourage ensuite à en discuter avec un des camarades du groupe ce qui lui permet d'éluder la question. Contrairement à l'enseignant de la classe A, il

n'introduit pas le terme « impossible », il intervient, par ailleurs, le moins possible auprès des élèves.

Le second bilan:

Lors de ce second bilan, un certain nombre d'élèves sont envoyés au tableau, certains ayant réussi à trouver une décomposition et d'autres qui ont été bloqués. Les élèves écrivent les opérations qu'ils ont réalisées et les cartons comprenant les nombres qui n'ont pas pu être décomposés sont regroupés dans un coin du tableau.

L'enseignant intervient peu excepté encore une fois pour encourager les élèves interrogés à expliquer leur démarche (« Pourquoi as-tu fait cette opération? », « Quel est ton problème à ce moment là? »...).

Le terme « impossible » apparaît alors dans les discussions en aparté des élèves. L'enseignant les invite à reformuler cette remarque pour l'ensemble de la classe.

Lors de cette phase, l'enseignant a réussi à rester neutre, à ne pas influencer les élèves dans leurs réflexions.

Enfin, contrairement aux classes présentées dans l'article de l'IREM de Besançon, l'enseignant n'arrête pas la séance à cette deuxième phase de mise en commun, il poursuit en sollicitant les élèves afin qu'ils formulent la réponse: seuls les multiples de trois sont décomposables. Il reprend alors sa place habituelle et guide la discussion en posant des questions aux élèves: « Si je retire 1 à chaque terme de l'addition, combien je retire en tout? ». Un élève énonce alors que pour qu'un nombre soit décomposable, il faut qu'il soit dans la table de 3.

L'enseignant rebondit alors sur cette intervention afin de rappeler le terme multiple (déjà étudié par les élèves) et la façon dont on repère si un nombre est multiple de trois (additionner les chiffres qui composent le nombre et vérifier que cela donne 3, 6 ou 9).

Afin de vérifier que leur hypothèse est justifiée, les élèves reprennent les nombres qui avaient été accrochés dans un coin du tableau et vérifie qu'ils ne sont pas dans la table de 3, de même ils vérifient individuellement que les nombres qu'ils ont réussi à décomposer sont bien des multiples de trois.

Cette notion de multiplicité par trois a donc été traitée différemment dans chacune des classes. Dans la classe A de l'article, l'enseignant profite que cette propriété soit énoncée

par un élève pour institutionnalisée la réponse. Dans la classe B de l'article, un élève fait lui-aussi la remarque concernant la multiplicité par trois mais cela reste une remarque, elle n'est pas institutionnalisée. Enfin, dans la classe que j'ai observée, les élèves testent leurs réponses afin de vérifier que l'hypothèse qui a été faite est la bonne, il ne s'agit pas ici d'une démonstration mathématique mais cela permet aux élèves une première approche de celle-ci.

Analyse des questionnaires:

Au regard de l'analyse du questionnaire proposé avant la séance, on voit que l'enseignant connaît les objectifs d'un problème ouvert. En effet pour lui, c'est un problème qui a « comme objectif de développer la capacité de recherche, de développer sa propre stratégie et éventuellement de comparer avec celles mises en œuvre par d'autres élèves de la classe. ». Lors de la séance, on remarque ainsi que l'enseignant a pris le temps lors des phases de mise en commun de faire passer plusieurs élèves afin de mettre en valeur différentes stratégies.

A la dernière question du questionnaire (Comment avez-vous l'intention de gérer la séance?) il a répondu qu'il essaierai de rendre ses élèves actifs au maximum et que pour cela il n'interviendrait que lors des phases de mise en commun et pour réexpliquer la consigne si nécessaire. On remarque cependant qu'il est tout de même intervenu auprès des élèves en difficulté. Le questionnaire proposé à la suite de la séance m'a ainsi permis de comprendre que le fait de voir les élèves qui échangeaient peu en début de séance l'a déstabilisé et que c'est pour cela qu'il est allé vers eux lors de la première phase de recherche. Selon lui, l'un des objectifs de ce type de problème est que « les élèves mettent en commun leurs procédures, partagent, échangent, s'écoutent », on peut donc aisément comprendre qu'il ait été déstabilisé par le manque de communication entre ses élèves. Il s'agit là d'une des difficultés majeures lors de la mise en place d'un problème ouvert : le rôle du maître change totalement, il doit intervenir le moins possible même si tout ne se passe pas comme il l'avait prévu.

On remarque ensuite qu'il donne comme principale notion mathématique étudiée, la connaissance des multiples. Il s'agit pour lui du point central du problème et il lui semble donc impossible de ne pas l'aborder. En discutant avec lui je me suis rendue compte qu'il

ne concevait pas de ne pas conclure sa séance en abordant la notion de multiple de trois (c'est à dire en donnant la solution mathématique du problème). Il avait l'impression que les élèves seraient déstabilisés s'il ne donnait pas la solution du problème. Dans la fiche de préparation fournie aux enseignants (voir ci-dessus), la description de la phase n°5 n'évoque pas du tout cette notion, le but n'étant pas de faire découvrir une nouvelle notion (situation-problème) ou de réinvestir une notion déjà étudiée (problème de réinvestissement) mais de faire s'engager les élèves dans une démarche de recherche, l'accent étant mis sur la recherche de procédures et la justification d'une démarche. Les auteurs de l'article précisent par ailleurs que « la résolution algébrique du problème n'est pas le but à atteindre. Il n'est question que de développer une recherche basée sur des essais.[...]Le caractère, « être ou ne pas être multiple de 3 » n'est pas le but ultime du problème. ».

Après la séance, l'enseignant a expliqué que la séance ne lui a pas semblé particulièrement difficile à gérer en terme d'alternance entre les différentes phases mais qu'il s'est parfois senti un peu déstabilisé par les réactions des élèves. Il a cependant été agréablement surpris par l'implication de l'ensemble de la classe car tous les élèves ont cherché des solutions même les élèves qui habituellement sont totalement « bloqués » lors des séances de problèmes. Il affirme donc avoir l'intention de réutiliser les problèmes ouverts dans sa classe en les associant à d'autres types de problèmes.

On voit donc apparaître ici le profil de l'enseignant. Celui-ci a des difficultés à concevoir une séance durant laquelle aucune notion mathématique ne serait véritablement abordée. En effet, les professeurs des écoles ont l'habitude de définir pour chaque séance des objectifs notionnels à faire acquérir à leurs élèves alors même que la particularité des séances de problèmes ouverts est justement que les objectifs ne sont pas notionnels mais méthodologiques. Bien qu'il ait conscience de l'importance de développer les capacités réflexives de ses élèves et du bénéfice de ce type de problème, l'enseignant ne peut s'empêcher de conclure la séance en abordant la solution mathématique du problème qui selon lui reste primordiale.

Ainsi, si l'on compare les pratiques des différents enseignants, on constate qu'ils ont

chacun leur propre profil. Chaque enseignant gère la séance à sa manière et selon ses propres représentations. Bien qu'ils semblent tous avoir compris l'objectif méthodologique de ce type de problème, les comportements des élèves n'ont pas été semblables dans les différentes classes. Dans la partie suivante je vais donc analyser la séance du point de vue des élèves en essayant de faire un lien entre les interventions de l'enseignant et leurs activités.

II.1.b) Activités des élèves

Je tiens tout d'abord à préciser que ma présence ainsi que celle des caméras a, au début de la séance, plutôt perturbé les élèves : ceux-ci échangeaient peu en groupe et avaient quelques difficultés à s'exprimer lorsqu'ils étaient interrogés mais cela s'est amélioré au fur et à mesure de la séance. Comme pour la partie précédente, je vais décrire le comportement des élèves lors des différentes phases de la séance. Puis je ferai un lien entre leurs réponses au questionnaire et ce que j'ai observé pendant la séance.

La présentation du problème:

Les élèves ont rapidement compris ce qui leur était demandé cependant le rappel de la signification des termes « somme » et « consécutif » était nécessaire.

On remarque donc ici une première influence de l'enseignant sur l'activité des élèves. Les trois enseignants concernés ont rappelé le sens du mot « consécutif », ce qui était nécessaire pour que tous les élèves puissent entrer dans l'activité. En effet, rappelons que selon Roland Charnay, l'une des caractéristiques d'un problème ouvert est qu'il « se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité ».

On constate que lors de cette phase, seul l'enseignant de la classe A n'a pas écrit d'exemple au tableau, ses élèves ne sont donc aucunement influencés par un schéma de représentation. L'écriture choisie par l'enseignant de la classe B a, elle, influé sur les travaux des élèves qui ont représenté leur résultat de la même manière. L'exemple laissé au tableau par l'enseignant de la classe que j'ai observée, n'a pas influencé les élèves puisque nombre d'entre eux ont posé leurs calculs en colonne alors que l'exemple du tableau était écrit en ligne. Ceci s'explique sûrement par le fait que l'addition, qu'elle soit posée en ligne ou en colonne, est familière aux élèves tandis que la présentation choisie par l'enseignant de la classe B est plus originale. Le problème, selon moi, du choix de cette présentation par

l'enseignant de la classe B est qu'elle peut déstabiliser les élèves qui se sentent alors dans l'obligation de présenter leur travail de la même façon. Or ce schéma ne contient pas le signe « + » de l'addition, ce qui peut augmenter les difficultés rencontrées par certains élèves.

Le première phase de recherche:

Lors de cette phase, les élèves ont principalement travaillé individuellement, il y a eu peu d'échanges dans les groupes. La principale procédure utilisée par les élèves a été de faire des essais successifs.

Une fois la décomposition de leur nombre trouvée, les élèves ont sollicité le maître afin qu'il valide leurs réponses. Celui-ci leur demandait alors de discuter avec leur voisin sur la manière dont ils avaient procédé ou d'aider les élèves du groupe qui n'avaient pas encore trouvé leur solution. Cependant, comme je l'ai dit dans le paragraphe précédent, l'enseignant est intervenu auprès de quelques élèves afin de leur rappeler que les nombres devaient être consécutifs ce qui a limité les échanges entre les élèves du groupe, ceux-ci ne pouvant aider leurs camarades en leur rappelant les données de la consigne.

Le premier bilan:

Lors de ce premier bilan, trois élèves sont envoyés au tableau:

- le premier élève explique qu'il devait trouver la décomposition de 108, comme il s'agissait plutôt d'un grand nombre, il a choisi d'additionner des nombres se trouvant entre 30 et 40. Il a ensuite procédé par tâtonnement.
- La seconde élève devait trouver la décomposition en une somme de trois nombres consécutifs de 75. Les calculs qu'elle a réalisés sont les suivants: $10 + 11 + 12 = 33$;
 $20 + 21 + 22 = 63$; $22 + 23 + 24 = 69$; $23 + 24 + 25 = 72$; $24 + 25 + 26 = 75$.
On remarque donc qu'elle a commencé par des dizaines (10 et 20) afin de trouver implicitement un ordre de grandeur des termes de la somme. Elle a ensuite procédé elle aussi par tâtonnement.
- Le dernier élève devait trouver les trois nombres qui, une fois additionnés, donnaient 90.

Il explique alors : « j'ai fait $30 + 31 + 32 = 93$, j'ai commencé par ça parce que je sais que

$30 + 30 + 30 = 90$, ensuite j'ai enlevé 1 à chaque nombre et j'ai eu $29 + 30 + 31 = 90$ ». Cet élève a donc divisé le nombre par trois afin de savoir où commencer, il a aussi expliqué qu'en enlevant une unité à chacun des termes de l'addition, il enlevait trois unités à la somme.

Lors de cette phase, les élèves n'ont pas du tout été influencés par les prises de paroles de l'enseignant, en effet celles-ci étaient peu nombreuses et elles consistaient majoritairement à insister auprès des élèves pour qu'ils expliquent au mieux leur façon de procéder.

La deuxième phase de recherche:

Les élèves ont davantage travaillé en groupe lors de cette phase, ceci étant dû au fait qu'ils étaient en difficulté puisque certaines cartes contenaient des nombres qu'ils ne pouvaient décomposer. Un certain nombre d'entre eux a alors sollicité l'enseignant. Celui-ci a réagi en leur disant qu'ils devaient travailler en groupe et qu'ils pouvaient donc demander de l'aide à l'un de leurs camarades. Tout comme les élèves de la classe A, les élèves ont qualifié les nombres de « faciles » ou « difficiles ». Après avoir trouvé les décompositions des nombres « faciles », ils ont tenté de trouver celles des nombres « difficiles » et après avoir réalisé de nombreux calculs, certains en sont arrivés à la conclusion que c'était impossible.

L'influence des interventions de l'enseignant est donc clairement visible ici. En effet, les élèves de la classe A avaient eux aussi classé les nombres en deux catégories « faciles » et « difficiles » avec l'intention de revenir sur les nombres « difficiles » par la suite. Or, en passant dans les rangs l'enseignant a reformulé leur classement en « possibles » et « impossibles », les élèves ne sont donc pas revenus sur les nombres de la deuxième catégorie, ils n'ont pas réalisé les différents calculs afin de se rendre compte par eux-mêmes que certains nombres ne pouvaient pas être décomposés en une somme de trois nombres consécutifs.

Le second bilan:

Lors de cette phase, des élèves ont été envoyés au tableau afin d'expliquer les problèmes qu'ils avaient rencontrés. Le terme « impossible » n'apparaît pas tout de suite

lors de cette mise en commun, les élèves ont d'abord tendance à dire: « Je n'y suis pas arrivé ». L'enseignant demande alors à l'ensemble de la classe de réfléchir et d'aider un de leur camarade qui devait trouver la décomposition en somme de trois nombres consécutifs de 121. Les élèves se rendent rapidement compte que ce n'est pas possible en effet, l'élève interrogé écrit le calcul suivant: $39 + 40 + 41 = 120$.

Un élève intervient alors en disant : « Si on augmente chaque nombre de un alors on rajoute trois donc c'est trop ». Un autre élève intervient alors en disant: « C'est parce que c'est un nombre impair donc c'est impossible » (cette remarque avait également été faite dans la classe A). Cependant les élèves ayant réussi à décomposer un nombre impair interviennent rapidement pour réfuter cette proposition.

Enfin, un élève intervient pour dire que les nombres décomposables sont forcément dans la table de 3. Cette remarque est ensuite reformulée par l'enseignant qui consacre la fin de la séance à un rappel sur la notion de multiple de trois.

Analyse des questionnaires:

J'ai choisi d'interroger sept élèves après la séance. J'ai opté pour des élèves de profils différents : des élèves ayant beaucoup participé à la séance, des élèves très impliqués dans la recherche mais s'étant peu exprimés à l'oral et des élèves plus discrets qui semblaient un peu plus en difficulté. Tous les élèves ont affirmé aimer les mathématiques même si une d'entre elle précise qu'elle « n'est pas très forte ». Seuls deux élèves n'ont pas réellement trouvé cette séance plus intéressante que les séances de problèmes habituelles, il s'agit d'élèves ayant de bonnes capacités en mathématiques. Les autres précisent qu'ils ont aimé travailler en groupe et qu'ils apprécient de pouvoir demander de l'aide s'ils sont en difficulté. Cela s'est surtout ressenti lors de la deuxième phase de recherche durant laquelle certains élèves s'échangeaient leurs nombres afin d'essayer de trouver une décomposition, discutaient à propos des calculs qu'ils avaient déjà effectués.

Tous sont d'accord pour dire que le problème leur a semblé facile (après l'explication des termes de la consigne), cela se traduit lors de la séance par le fait que les élèves se sont tout de suite mis à chercher. Aucun élève n'est resté bloqué parce qu'il n'avait pas compris la consigne (même si certains ont choisi des nombres non-consécutifs).

La plupart des élèves interrogés ont expliqué qu'ils avaient raisonné par tâtonnement en

choisissant tout d'abord un nombre au hasard puis en fonction du résultat, ils prenaient alors des nombres supérieurs ou inférieurs.

En conclusion, les élèves ont été majoritairement intéressés par cette séance, tous se sont impliqués lors des phases de recherche. Les élèves ont apprécié le fait de pouvoir chercher et de ne pas se retrouver bloquer face au problème. En effet, même s'ils ne trouvaient pas la solution immédiatement, ils disposaient de tous les outils nécessaires (maîtrise de la technique de l'addition et compréhension du terme « consécutif ») pour procéder à des essais successifs.

Enfin, ils m'ont affirmé ne pas avoir été déstabilisés par le comportement de l'enseignant lors des différentes phases. Celui-ci a d'ailleurs été peu sollicité, les élèves ayant l'occasion de discuter entre eux.

II.3.c) Bilan

Le dispositif mis en place permet de voir que pour un même problème ouvert, les pratiques mises en place par les enseignants sont différentes. En effet, selon le profil de l'enseignant, ses connaissances à propos des problèmes ouverts, l'habitude ou non qu'il a de mettre en place ce type de problème dans sa classe, le déroulement de la séance varie. Bien que chacun des enseignants ait respecté la chronologie des différentes phases, les activités des élèves, les résultats observés lors de la dernière mise en commun ont été différents.

Cela prouve que la pratique mise en place par l'enseignant influence le comportement des élèves. Cela est surtout vrai dans ce type de situation durant laquelle les élèves sont parfois déstabilisés et cherchent donc un soutien de la part de l'enseignant. En effet, comme le disent M.Crahay et A.Delhaxe dans leur article « Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves? », l'enseignant est un agent déterminant les apprentissages réalisés en classe, mais les apports du maître sont filtrés par les élèves. Ainsi, toutes les interventions de l'enseignant n'ont pas une conséquence directe sur le comportement des élèves.

La difficulté pour un enseignant qui met en place une séance de problème ouvert est de maîtriser ses interventions afin de ne pas « fermer » le problème comme c'est le cas de l'enseignant de la classe A cité dans l'article de l'IREM de Besançon. En effet, en introduisant lui-même les termes « impossible » et « possible », il court-circuite la

réflexion des élèves autour de cette notion d'impossibilité qui est pourtant le point central du problème.

On constate donc que le rôle du maître est important mais difficile à remplir. On comprend donc la réticence de certains enseignants à mettre en place ce genre de problèmes. Ici, l'emploi d'un simple mot a contribué à « fermer » le problème d'où la nécessité pour l'enseignant de bien réfléchir avant chaque intervention, de prendre le temps de bien préparer sa séance, d'essayer de prévoir les réactions des élèves.

Conclusion:

Les raisons pour lesquelles les enseignants sont réticents à mettre en place des problèmes ouverts dans leurs classes sont nombreuses. Tout d'abord, cette pratique est plutôt méconnue par les professeurs des écoles, les problèmes ouverts sont très peu nombreux dans les manuels et ne sont pas cités dans les programmes de 2008. Ensuite, ce type de problème est déstabilisant puisque les objectifs visés sont méthodologiques ce qui n'est pas le cas lors des pratiques habituelles où les objectifs sont plutôt notionnels. De

plus, le rôle de l'enseignant, bien que primordial, est modifié par rapport à ses pratiques usuelles. Ces interventions doivent être limitées, son rôle est d'animer la recherche puis les débats. Enfin, l'enseignant ne doit pas penser que le but de la séance est que les élèves trouvent la solution, une séance de problème ouvert peut être constructive même si la phase de mise en commun n'aboutit pas à une institutionnalisation purement mathématique.

Cependant, les problèmes ouverts présentent de nombreux points positifs. Premièrement, ils permettent de développer les capacités de recherche des élèves, celles-ci étant parfois limitées lors de la résolution d'autres types de problèmes (mis à part lors de situation-problèmes, on se limite souvent à de l'application d'une notion qui vient juste d'être étudiée). Ensuite, on remarque que, si le problème est présenté de façon motivante par l'enseignant, tous les élèves s'impliquent dans l'activité même ceux qui sont « faibles » en mathématiques, ils acquièrent ainsi un autre regard face à la discipline.

Le travail de groupe est un moyen d'aider les élèves à surmonter leurs difficultés. De plus, les conflits sociocognitifs créés par la situation permettent de développer leur capacité d'argumentation. Celle-ci est d'autant plus travaillée lors des phases de mises en commun durant lesquelles les élèves apprennent à débattre et abordent la notion de preuve mathématique.

La pratique de l'enseignant se trouve elle aussi modifiée suite à la mise en place de problèmes ouverts. Ceux-ci portent un regard différent sur leurs élèves, ils ont davantage confiance en leurs capacités réflexives. Ainsi Arzac et Mante (2007) affirment que l'enseignant devient moins « le détenteur du savoir et davantage celui qui aide l'élève à construire son propre savoir ».

L'ensemble de ces points positifs est selon moi une raison suffisante pour mettre en place des séances de problèmes ouverts lors de ma future pratique en tant qu'enseignante. Cependant je veillerai à prendre en compte les observations faites lors de mon analyse pour concevoir ma séance. En effet, puisque j'ai montré que les interventions de l'enseignant influencent les activités des élèves, il me semble important lors de ma préparation de prévoir mes interventions. Pour cela, je noterai les consignes à donner et j'essaierai d'anticiper au maximum les réactions des élèves afin d'adapter mes réponses à leurs sollicitations.

Suite à la réalisation de ce mémoire, je me sens plutôt à l'aise avec la mise en place d'une situation de recherche. Je connais les différentes phases à mettre en place, j'ai compris les objectifs méthodologiques en jeu, je distingue la pratique habituelle d'un enseignant de celle mise en place lors d'une telle situation, j'ai à ma disposition une banque d'énoncés de problèmes ouverts. Cependant, n'ayant pas eu l'occasion d'exercer ma pratique dans une classe, je pense qu'il sera nécessaire que j'analyse ma pratique à posteriori. En effet, l'analyse de la séance est essentielle (et ce même après une pratique régulière des problèmes ouverts), elle permet de mettre en évidence les difficultés rencontrées par les élèves et l'enseignant.

L'habileté de répondre aux sollicitations des élèves sans « fermer » le problème s'acquiert selon moi au fur et à mesure des séances. Ainsi, j'ai l'intention de mettre régulièrement en place des situations de recherche que j'alternerai évidemment avec d'autres types de problèmes.

Bibliographie

ARSAC G. MANTE M., 2005, *Les pratiques du problème ouvert*, Lyon, édition Scéren.

CHARNAY R. ,1992-1993, Problème ouvert problème pour chercher, *Grand N*, 51, pp. 77 à 83.

CRAHAY M. DELHAXHE, 1989, Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves?, *Education et recherche*, 1, pp.1 à 37

GEORGET J.P. , 2009, *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*, Savoirs scientifiques : épistémologie, histoire des sciences, didactique des disciplines, Paris

IREM de Besançon, 2005, réflexion sur la conduite en classe d'une situation de recherche, *Repères-IREM*, 59, pp. 43 à 53.

LEPINE L, 1996-1997, Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche, *Grand N*, 60, pp. 43 à 55.