



HAL
open science

Le dispositif de l'aide personnalisée en calcul mental au cycle 2 : quelles influences sur l'enseignement du calcul mental en classe ?

Marie-Pierre Héreil

► To cite this version:

Marie-Pierre Héreil. Le dispositif de l'aide personnalisée en calcul mental au cycle 2 : quelles influences sur l'enseignement du calcul mental en classe ?. Education. 2012. dumas-00797953

HAL Id: dumas-00797953

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00797953>

Submitted on 7 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Master « Métiers de l'Éducation et de la Formation »
Travail d'Études et de Recherche
Année universitaire 2011 - 2012

LE DISPOSITIF DE L'AIDE PERSONNALISÉE
EN CALCUL MENTAL AU CYCLE 2 :
QUELLES INFLUENCES SUR L'ENSEIGNEMENT DU
CALCUL MENTAL EN CLASSE ?

MARIE-PIERRE HÉREIL

Directeur du Mémoire : Claude Ancely

Tuteur du Mémoire : Martine Loubet

Assesseur : Claude Ancely

*« Il existe trois sortes de mathématiciens :
Ceux qui savent compter et ceux qui ne savent pas. »*

Mathématicien anonyme.

« Pour ce qui est de l'avenir, il ne s'agit pas de le prévoir mais de le rendre possible. »

Antoine de Saint-Exupéry

Remerciements

Merci à Sylvaine Mailho et à Christine Bodet pour leur lecture avisée, leur amitié et leur force unique et communicative.

Merci aussi à Jean-Caude Bilheran pour sa relecture précise et experte.

Merci encore à Mme Loubet, tutrice de ce mémoire, pour son aide et sa disponibilité

Merci enfin aux miens, pour tout.

Résumé

Le calcul mental occupe depuis 2002 une place centrale dans les programmes de l'école. Son importance a été réaffirmée par la circulaire de rentrée 2011 qui fait de sa maîtrise une des priorités. Dans cet objectif, le dispositif de l'aide personnalisée est mobilisé dès que nécessaire afin de poursuivre les objectifs des savoirs fondamentaux dans le cadre du socle commun de connaissances et de compétences. L'étude réalisée dans le cadre de ce mémoire vise à caractériser la nature de l'impact de l'aide personnalisée en calcul mental au CE1. Développer les compétences des élèves de cycle 2 en calcul mental est essentiel car une bonne maîtrise favorise une bonne réussite scolaire en général. Le calcul mental développe les capacités à apprendre et à raisonner.

Les résultats de cette recherche montrent que l'aide personnalisée en calcul mental, qui ne se substitue pas à une différenciation pédagogique menée dans la classe, a un fort impact d'ordre psycho-affectif sur les élèves qui en bénéficient. L'effet sur les progrès semble être corrélé à la nature de leurs difficultés.

Mots clés : calcul mental – calcul réfléchi – calcul automatisé – procédures individuelles – procédures expertes – aide personnalisée – petit groupe d'apprentissage

SOMMAIRE

Résumé	4
INTRODUCTION	9
Partie I Cadres théorique, institutionnel et pédagogique de l'enseignement du calcul mental	11
A- Cadre théorique de l'enseignement du calcul mental	12
1. Les fonctions du calcul mental	12
1.1 Une fonction sociale	12
1.2 Une fonction pédagogique	12
2. Les enjeux de l'enseignement du calcul	13
2.1 Enjeux en termes de réussite des élèves en mathématiques	13
2.2 Enjeux en termes de réussite scolaire en général	14
3. Terminologie	16
3.1 Un peu d'histoire...	16
3.2 Définitions du calcul	17
3.3 Définition et différents aspects du calcul mental	18
a) Premier aspect du calcul mental : le calcul automatisé	18
b) Second aspect du calcul mental : le calcul réfléchi	19
3.4 Rôle de la mémoire dans le calcul mental	20
3.5 Les autres formes de calcul	21
a) Calcul écrit (ou calcul posé)	21
b) Calcul instrumenté	22
B- Cadre institutionnel de l'enseignement du calcul mental : une perspective historique	23
1. De 1882 à 1970 : le calcul comme une « mécanique »	23
1.1 Contenus des enseignements et textes officiels	23
1.2 Conceptions théoriques sous-jacentes : les apports de la recherche scientifique	24
1.3 Quelle place pour la résolution de problèmes ?	24
2. La réforme de 1970 : une rupture avec la pédagogie « traditionnelle »	25
2.1 Contenus des enseignements et textes officiels	25
2.2 Conceptions théoriques sous-jacentes : les apports de la recherche scientifique	27
2.3 Une image désuète pour le calcul mental	29
2.4 La place de la résolution de problèmes	29

3.	De 1985 à 2001 :la confirmation de la pédagogie du problème _____	30
3.1	Contenus des enseignements et textes officiels _____	30
3.2	Conceptions théoriques sous-jacentes : une pédagogie du problème _____	31
4.	Les programmes de 2002 : un accompagnement très précis en mathématiques _____	32
5.	Les programmes de 2008 : l'enseignement actuel du calcul mental _____	33
5.1	La Circulaire de 2007 : des « fondations » pour de nouveaux programmes _____	33
5.2	L'enseignement du calcul mental depuis 2008 _____	35
a)	Le contenu des programmes de 2008 _____	35
b)	Paradoxe des nouveaux programmes _____	36
C-	Cadre pédagogique de l'enseignement du calcul mental _____	38
1.	Pédagogie du calcul mental : pratiquer le calcul mental en classe _____	38
1.1	Organisation et planification de l'enseignement du calcul mental _____	38
a)	Renforcer ou contrôler des acquis _____	38
b)	Concevoir des méthodes (procédures de calcul) et comparer leur efficacité _____	39
1.2	Propositions d'activités diversifiées en calcul mental _____	39
a)	Déroulement _____	39
b)	Modalités _____	40
1.3	Le calcul mental dans les manuels scolaires _____	41
1.4	Le calcul mental après le CM2 _____	41
2.	Une pratique nouvelle : l'aide personnalisée à l'école primaire _____	42
2.1	Aide personnalisée et socle commun de connaissances et de compétences _____	42
2.2	L'aide personnalisée à l'école et le cadrage des textes officiels. _____	43
2.3	L'aide personnalisée et sa mise en œuvre à l'école _____	44
2.4	L'aide personnalisée et les limites de ce dispositif _____	44

PARTIE II Chronologie de la recherche : Choix théoriques et méthodologiques vers le recueil des données _____ 46

A-	Cadre théorique pour une problématisation _____	47
1.	Théories de l'apprentissage et rôle des interactions sociales _____	47
1.1	L'approche socioconstructiviste _____	47
1.2	Nature et rôle des interactions sociales entre pairs _____	48
1.3	Conséquences pour la didactique des mathématiques _____	48
2.	Quelles implications du dispositif de l'aide personnalisée sur le calcul mental ? _____	49

3.	Implications pour une didactique du calcul mental	50
4.	Problématisation	53
B-	Cadre méthodologique de l'objet de recherche	55
1.	Une enquête auprès des enseignants	55
2.	Des recueils de données en classe : données en termes de réussite ou d'échec	56
2.1	Le dispositif de recueil des données en classe	56
2.2	L'échantillon « élèves »	56
2.3	Première expérimentation en classe : le calcul réfléchi	57
a)	Compétence 1 : Calculer avec des dizaines entières	57
b)	Compétence 2 : Trouver le complément d'un nombre à la dizaine supérieure	58
c)	Compétence 5 : Calculer le complément d'un nombre inférieur à 10 à une dizaine supérieure quelconque	59
2.4	Seconde expérimentation en classe : le calcul automatisé	61
a)	Compétence 3 : connaître ou reconstruire rapidement les résultats du répertoire additif ($S < 10$)	62
b)	Compétence 4 : connaître ou reconstruire rapidement les résultats du répertoire additif ($S > 10$)	62
3.	Des recueils de données en classe : enregistrements des séances d'aide personnalisée	63
4.	Une courte enquête auprès des élèves	63

Partie III Le corpus de données : un essai d'analyse **64**

A-	Présentation et analyse des résultats de l'enquête réalisée auprès des enseignants	65
1.	Quels dispositifs pour les séances en calcul mental ?	65
2.	Quelles programmations en calcul mental ?	66
3.	Quels outils d'aide au calcul mental dans les classes ?	66
4.	Quels supports écrits lors des activités de calcul mental ?	67
5.	Consigne écrite ou consigne orale ?	69
6.	Quelle trace écrite en calcul mental ?	70
7.	Quelle différenciation pour le calcul mental ?	70
8.	Calcul mental et aide personnalisée	71
9.	Quelles représentations du calcul mental chez les enseignants ?	72
10.	Synthèse des résultats de l'enquête	73

B-	Présentation et analyse des données recueillies en classe _____	74
1.	Présentation et analyse des résultats en calcul réfléchi _____	74
2.	Comparaison des résultats individuels des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée _____	79
3.	Présentation et analyse des résultats en calcul automatisé _____	81
4.	Comparaison des réussites en calcul automatisé et en calcul réfléchi _____	83
C-	Synthèse des résultats : un essai d'interprétation et de réponse à la question de recherche _____	85
1.	Nature de la difficulté en calcul mental _____	85
1.1	Construire les nombres _____	85
1.2	Mémoriser _____	86
2.	Calcul mental et dispositifs de classe _____	87
2.1	Rôle de l'écrit _____	87
2.2	Rôle du petit groupe _____	88
2.3	Rôle de la relation élève-enseignant _____	89
2.4	Rôle de l'autonomie et impact sur la classe _____	89
D-	Limites et perspectives _____	90
	CONCLUSION _____	92
	BIBLIOGRAPHIE _____	94
	SITOGRAFIE _____	99
	ANNEXES _____	100

INTRODUCTION

Les instruments de calcul n'ont jamais été aussi développés et puissants que de nos jours. Calculettes, téléphones, ordinateurs portables et autres tablettes numériques mettent désormais à la disposition du plus grand nombre d'entre nous des potentialités de calcul immenses dont la plupart des fonctionnalités nous échappent car nous ne disposons le plus souvent ni des compétences intellectuelles pour les utiliser ni des occasions de le faire (on ne passe pas un baccalauréat scientifique tous les jours). Nous utilisons donc ces instruments « surpuissants » pour les besoins de la vie quotidienne.

Cette réalité n'a pourtant pas fait disparaître la fonction sociale du calcul mental (non instrumentalisé donc) qui est toujours ancrée dans la vie quotidienne pour rechercher une valeur approchée (le montant d'une réduction annoncée par un magasin) ou exacte (la quantité d'ingrédients nécessaires pour une recette). Le calcul mental est encore aujourd'hui considéré comme une activité indispensable pour les besoins de la vie quotidienne.

La deuxième fonction du calcul mental, pédagogique celle-là, est réservée à l'école et aux apprentissages scolaires. Par les capacités de raisonnement et la connaissance des nombres qu'il développe chez les élèves, le calcul mental (réfléchi et automatisé) est un savoir central en mathématiques à l'école primaire et jusqu'au lycée.

L'enseignement du calcul mental a suivi les aléas historiques d'une Éducation Nationale soucieuse d'ajuster ses instructions à l'état des connaissances didactico-pédagogiques développées par les scientifiques au cours des époques.

Aujourd'hui (et depuis 2002 déjà), le calcul mental a (re)trouvé une place centrale dans les programmes de l'école. Des études comme celle de Suchaut (2007) ont montré qu'être « bon en calcul mental » est non seulement un gage de réussite en mathématiques mais aussi un gage de réussite scolaire en général. L'enjeu est de taille. L'enseignement du calcul mental porterait-il en lui-même une des clés de la réussite scolaire ?

Ce constat, qui est une véritable prise de conscience des enjeux de cet enseignement, ainsi que mes observations année après année de difficultés récurrentes chez les élèves pour cet apprentissage, m'ont amenée à choisir le calcul mental comme champ disciplinaire pour cette étude. Le

questionnement sur l'aide aux élèves en difficulté est omniprésent dans toute pratique quotidienne de l'enseignement à l'école. Un dispositif est en place depuis la rentrée 2009 pour l'aide personnalisée. Il m'a semblé intéressant de prendre le temps d'une réflexion autour de ce dispositif en place depuis trois rentrées scolaires maintenant. Le choix de l'aide personnalisée en calcul mental comme objet d'étude découle donc des constats précédents qui m'ont amenée à définir la question de recherche suivante : **Quelle est la nature de l'impact d'une aide personnalisée en calcul mental au CE1, sur les progrès des élèves ?**

Lors de cette recherche, je me suis intéressée à l'évolution de l'enseignement des mathématiques et du calcul mental qui est en lien direct avec les avancées de la recherche scientifique comme celles des sciences cognitives et de la didactique des mathématiques. J'ai ensuite observé au sein de ma propre classe des dispositifs d'aide personnalisée en calcul mental et leurs effets en classe sur la réussite des élèves concernés. Une analyse des résultats obtenus ainsi qu'une enquête auprès des enseignants des cycles 2 et 3 m'ont permis de définir quelques implications de l'aide personnalisée sur les apprentissages en calcul mental et d'en mesurer les limites.

Cette recherche est un moment fort dans ma carrière. Elle me permet de « théoriser » ma pratique de l'enseignement à l'école. L'exercice de réflexivité qu'elle m'a imposé est l'un des plus formateurs que j'aie vécu depuis que je suis enseignante.

Partie I

Cadres théorique, institutionnel et pédagogique de l'enseignement du calcul mental

A- Cadre théorique de l'enseignement du calcul mental

Dans cette première partie, je me référerai souvent au document d'accompagnement des programmes 2002 intitulé *Le calcul mental à l'école élémentaire*. Ce document a été élaboré par la Commission mathématique rattachée au Groupe d'experts pour les programmes de l'école primaire, avec la contribution de François Boule, professeur de mathématiques, formateur au C.N.E.F.E.I. Cette commission pilotée par Roland Charnay est composée de mesdames Luce Dossat, Catherine Houdement, Nicole Matulik et de messieurs Jean Fromentin, Guy Pigot et Paul Planchette. Ce document faisant référence à un programme remplacé par celui de 2008 me semble être toujours d'actualité quant à ses fondements théoriques. C'est pourquoi je le citerai ici tout en y apportant les rectifications éventuelles en lien avec le programme des écoles actuellement en vigueur.

1. Les fonctions du calcul mental

Le calcul mental a une double fonction :

1.1 Une fonction sociale

Le calcul mental est d'abord un calcul d'usage. Il s'agit de mettre en place des moyens efficaces de calculer, utiles dans la vie courante, en l'absence de supports ou d'instruments. Dans cette perspective, trois types d'objectifs peuvent être distingués :

- *l'automatisation des calculs simples, orientée vers la production de résultats immédiatement disponibles : récupération en mémoire ou reconstruction instantanée, procédures automatisées*
- *la diversification des stratégies de calcul complexe : calcul réfléchi ou raisonné*
- *une première maîtrise du calcul approché, souvent utilisée dans la vie courante et dont l'apprentissage doit se poursuivre au collège. (MEM, 2002a, p. 2)*

1.2 Une fonction pédagogique

En mathématiques, le calcul mental joue un rôle prépondérant car :

- *Il permet aux élèves de construire et de renforcer leurs premières connaissances relatives à la structuration arithmétique des nombres entiers naturels (relation additives, ou multiplicatives entre les nombres).*
- *La pratique du calcul réfléchi s'appuie, le plus souvent implicitement, sur les propriétés des opérations et, en retour, en assure une première compréhension.*
- *Les premiers maniements des notions mathématiques (ceux qui en permettent la compréhension initiale) sont le plus souvent fondés sur le recours au calcul mental (proportionnalité, fractions...).*
- *Le calcul réfléchi nécessite l'élaboration de procédures originales et, par là, contribue au développement des capacités de raisonnement.*
- *Le calcul mental apporte souvent une aide à la résolution de problèmes, en permettant de ramener un problème à un champ numérique dans lequel les opérations deviennent plus familières (essai avec des nombres plus petits). (MEM, 2002a, p. 3)*

2. Les enjeux de l'enseignement du calcul

En 1887, Bovier-Lapierre, ancien professeur à l'École Normale de Cluny, décrit les très nombreux avantages de l'enseignement du calcul mental. Pour lui, le calcul mental est une activité de stimulation de l'esprit. Il parle de « *gymnastique intellectuelle* », idée que l'on retrouvera par la suite dans les programmes de l'école élémentaire :

Non-seulement le calcul mental offre une préparation indispensable à l'arithmétique écrite, mais il donne lieu à une gymnastique intellectuelle de la plus haute importance ; il fait contracter des habitudes d'analyse et de réflexion qui accroissent bien vite la perspicacité de l'esprit. Aussi ne faut-il pas considérer le calcul mental comme devant cesser après les premiers mois d'étude, pour être totalement remplacé par le calcul écrit. Il ne doit jamais disparaître ; on y trouve à tous les degrés un stimulant que rien ne supplée, un moyen précieux de vivifier, de varier, d'égayer même l'enseignement ; il pique la curiosité, aiguise l'émulation, secoue les intelligences ; il aiguillonne les uns, il retient les autres ; par les fautes mêmes qu'il amène, il prémunit les esprits trop prompts contre leur propre légèreté, les esprits lourds contre leur lenteur, les imaginations vives contre leur mobilité. Au point de vue pédagogique ou psychologique, le calcul mental ne complète pas seulement, il consomme l'œuvre de l'enseignement arithmétique : c'est par lui que l'esprit s'assimile en quelque sorte la substance de cet enseignement, et en recueille tout le fruit. (1887, p. 317)

2.1 Enjeux en termes de réussite des élèves en mathématiques

Pour l'heure, c'est le Bulletin Officiel n° 10 du 8 mars 2007 qui fixe les grands objectifs de l'enseignement du calcul à l'école élémentaire dans le cadre du socle commun de connaissances et de compétences. Quelque 120 ans après Bovier-Lapierre, on retrouve toujours cette idée que l'enseignement du calcul mental vise non seulement des compétences mathématiques spécifiques mais aussi et surtout un savoir-faire plus large garant de l'épanouissement intellectuel de l'enfant.

L'enseignement du calcul doit viser à donner aux élèves des outils qui leur permettent de mieux appréhender le monde, de résoudre des problèmes de la vie quotidienne et d'entrer dans l'univers des mathématiques. Il doit placer les élèves dans des situations qui appellent la mobilisation des connaissances, leur entraînement et leur consolidation, leur mise en œuvre dans des situations nouvelles. L'enseignement du calcul doit associer étroitement la construction du sens des opérations et l'acquisition des diverses techniques opératoires qui se confortent et se renforcent l'une l'autre.[...]

L'enseignement du calcul à l'école élémentaire doit prendre en compte les trois formes usuelles que sont le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté. L'apprentissage du calcul est aussi inséparable de la résolution de problèmes qui offre le moyen d'assurer l'appropriation du sens des opérations. (B. O. n° 10, 2007)

Lorsque l'enseignement du calcul est devenu celui des mathématiques (dans les années 70), il semble que la pratique du calcul mental a été pendant quelques temps négligée. Si l'entrée massive de la calculette dans les classes a eu pour conséquence une perte de l'usage du calcul posé, elle a aussi montré que le calcul instrumenté ne se substituait pas au calcul mental.

Gamo et Djament présentent deux principes du calcul que la calculette ne peut pas reproduire :

- « *On apprend à calculer pour ne pas avoir à calculer* » (2009, p. 6). Autrement dit, c'est la capacité à simplifier un calcul afin d'en alléger son coût cognitif.
- « *On n'effectue jamais un calcul dont on ne connaît pas à l'avance le résultat* » (2009, p. 6).

Avoir une idée du résultat est le signe que l'on comprend ce que l'on calcule puisque un ordre de grandeur de ce résultat peut être donné. Le calcul instrumenté ne peut pas remplacer ces deux principes du calcul mental. Outre la familiarisation avec les nombres, la pratique du calcul mental permet donc d'acquérir aussi les ordres de grandeur.

L'ambition de proposer à tous les élèves une véritable formation mathématique a conduit aussi à une réforme de la pédagogie du problème et a redonné une place centrale au calcul mental. L'idée que calcul mental et résolution de problèmes sont inséparables est reprise dans les travaux de Butlen et Masselot qui ont étudié le lien entre sens et techniques de calcul. Ils montrent eux aussi que la maîtrise du calcul mental, la connaissance des nombres et la résolution de problèmes se construisent en relation étroite et dialectique :

Le calcul mental apparaît comme un champ d'expérience particulièrement riche pour la construction de connaissances relatives aux nombres et aux opérations. L'analyse des effets d'un enseignement de calcul mental, à l'école primaire et au collège a permis de montrer comment maîtrise de techniques de calcul et connaissances sur les nombres et les opérations, se développent en étroite relation. (2010, p. 11)

2.2 Enjeux en termes de réussite scolaire en général

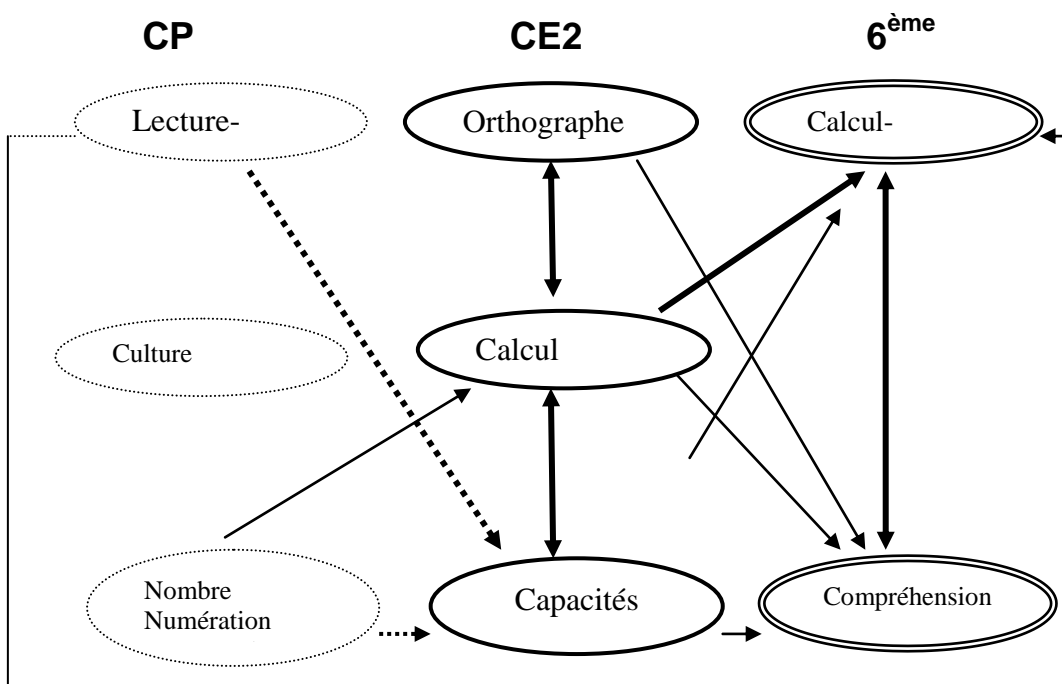
Un autre enjeu de taille pour le calcul mental est sa valeur prédictive de réussite scolaire. La réussite des élèves au collège est corrélée à leur niveau de compétences en calcul mental. Élaborée à partir de corrélations obtenues entre les résultats à tous les items des évaluations des épreuves de CE2, une étude de Morlaix et Suchaut relève que la réussite en calcul mental est une des 3 compétences essentielles à la réussite scolaire (les deux autres étant les compétences orthographiques et attentionnelles) :

L'accès au collège se fera d'autant mieux que les élèves auront développé, et ceci dès la fin du cycle II, leurs habiletés en calcul en général et plus particulièrement en calcul mental. [...] ces habiletés numériques entretiennent de forts liens avec les performances dans le domaine de la compréhension à la fin du cycle III. (2007, p. 4)

Ces auteurs préconisent des activités systématiques en calcul mental à l'école élémentaire, activités à même de favoriser les automatismes du calcul mental et créer ainsi les conditions de la

réussite scolaire. Ils proposent un schéma global de la construction des acquisitions scolaires des élèves suivant :

Graphique 1 : Relations entre les blocs de compétences au cours de l'école élémentaire



À l'entrée du cycle III, les compétences les plus prédictives du niveau global des élèves se situent dans les trois blocs de compétences suivants : calcul mental, capacités attentionnelles et orthographe.

À l'entrée en 6^{ème}, il existe deux blocs : calcul (surtout le calcul mental), habiletés numériques et la compréhension en lecture. Les différents blocs de compétence sont interdépendants au cours de la scolarité. Ces relations vont au-delà du découpage disciplinaire français/mathématiques.

Par exemple, les compétences en calcul mental en CE2 sont liées aux compétences en compréhension à l'entrée en 6^{ème} ; de même, on relève une liaison entre les compétences en calcul numérique au CP et les capacités attentionnelles à l'entrée au CE2. [...]

Les compétences dans l'acquisition de la langue écrite et dans la construction du nombre à la fin de l'école maternelle déterminent les capacités attentionnelles des élèves à l'entrée au cycle III. Par ailleurs, ces capacités attentionnelles sont liées aux compétences en calcul mental qui elles-mêmes vont déterminer les futures acquisitions des élèves en numération et calcul à l'entrée au collège et, de façon indirecte, les compétences en compréhension. Ce dernier domaine étant central pour expliquer la réussite ou l'échec des élèves à l'entrée au collège. (2007, p. 16)

Brissiaud s'appuie d'ailleurs sur les résultats de cette étude quand il affirme que « de bonnes compétences en calcul mental constituent le passeport pour une scolarité réussie en mathématiques ». Lui aussi affirme que le calcul mental est un savoir-faire fondamental.

« *L'étude des élèves en difficulté grave et durable : une extrême faiblesse en calcul mental est une caractéristique [...] commune à tous ces élèves.* » (2009, p. 2). Par ailleurs, « *Le déficit de maîtrise du calcul mental fragilise gravement l'apprentissage des techniques écrites.* » (MEN, 2002a, p. 2) Une bonne maîtrise du calcul mental est un prérequis pour l'apprentissage de ces techniques. Un enjeu du calcul mental est donc de préparer les apprentissages futurs en calcul.

Par les enjeux fondamentaux qui le sous-tendent, l'enseignement du calcul mental tient donc une place majeure à l'école élémentaire. Dans les programmes de 2008, il occupe une place de plus en plus large comme je l'exposerai dans le chapitre sur les programmes officiels.

3. Terminologie

Après une brève parenthèse historique, je définirai les différentes formes de calcul à l'école élémentaire où trois moyens de calcul sont à la disposition des élèves : le calcul mental, le calcul instrumenté et le calcul écrit (techniques opératoires).

3.1 Un peu d'histoire...

Dans le *Dictionnaire de pédagogie* datant de 1887, Buisson explique que l'enseignement du calcul est resté longtemps un « *enseignement de luxe* » pour lequel les parents devaient payer un prix supplémentaire (jusqu'au milieu du 18^{ème} siècle environ). Au Moyen Âge, le calcul s'effectuait le plus souvent à l'aide d'abaques car « *l'usage des chiffres arabes était réservé aux études supérieures* » :

La numération à l'aide de jetons ou d'objets matériels quelconques était le procédé populaire, celui qui dès le début avait été la raison du mot calcul (calculus, petit caillou, parce que les Romains et avant eux les Grecs s'étaient servis de cailloux pour compter). (1887, p. 314 à 316)

Précurseur de la pédagogie moderne, le pédagogue suisse Pestalozzi a, dans la seconde moitié du 18^{ème} siècle, réformé l'enseignement du calcul, poussant les élèves de son institut à de véritables prouesses à force d'exercer leur mémoire (à l'étude de la table de multiplication par exemple) et de les entraîner à la pratique des opérations usuelles.

Bien qu'elle ait été poussée à l'extrême, cette méthode a néanmoins popularisé l'enseignement du calcul mental qui s'est dès lors répandu dans tous les pays, dès l'école élémentaire où l'on utilisait des bouliers à cet effet.

3.2 Définitions du calcul

Voici une première définition proposée par le dictionnaire Larousse.

Calcul : n. m. (lat : *calculus*, cailloux servant à compter)

1. *Mise en œuvre des règles élémentaires d'opérations (addition, soustraction, multiplication, division) sur les nombres. Calcul mental : calcul effectué de tête.* (2002, p. 166)

Et celle du *Dictionnaire français Littré* consultable en ligne :

« *Opération par laquelle on trouve le résultat de la combinaison de nombres ou de quantités.* »

Pour Brissiaud le calcul se définit par opposition au comptage : « *Calculer, c'est mettre en relation des quantités directement à partir de leurs représentations numériques, sans passer par la réalisation physique d'une ou plusieurs collections dont les éléments seraient dénombrés* ». (1992, p. 69)

Trois formes de calculs sont enseignées à l'école élémentaire. Elles recouvrent à la fois des mécanismes automatisés et réfléchis (ou raisonnés). Le tableau ci-dessous présente les trois types de calculs de l'école élémentaire sous leurs deux aspects. Il est issu d'une conférence de Roland Charnay sur l'enseignement du calcul aux cycles 2 et 3 en 2004.

Différents aspects 3 Moyens de calcul	Calcul automatisé (résultat exact)	Calcul réfléchi (ou raisonné) (résultat exact ou <i>approché</i>)
CALCUL MENTAL	Résultats mémorisés Procédures automatisées	Résultats construits Procédures personnelles (<i>choix des arrondis</i>)
CALCUL ÉCRIT	Techniques opératoires	Procédures construites (<i>choix des arrondis</i>)
CALCUL INSTRUMENTÉ	Calculs usuels	Ex : passer de 23 à 100 avec x2 et +1

Le calcul mental se caractérise par l'utilisation de plusieurs techniques, plusieurs procédures, en fonction des possibilités de mémorisation, des connaissances disponibles et de la nature des nombres en jeu. Je définirai donc le calcul mental selon ses deux aspects : automatisme et raisonnement.

3.3 Définition et différents aspects du calcul mental

En 1887, Bovier-Lapierre distingue le calcul mental du calcul écrit par le fait que le premier préexiste au second (qui ne le remplacera en aucun cas dans le temps) et aussi comme la condition essentielle de la maîtrise de l'arithmétique.

Les auteurs du Document d'accompagnement des programmes de 2002 définissent l'expression calcul mental comme signifiant « *qu'entre l'énoncé du problème et l'énoncé du résultat, on renonce à utiliser toute opération posée (technique opératoire usuelle)* » (2002, p. 2). Cela n'implique pas qu'aucun support écrit ne puisse intervenir dans la consigne, dans la formulation du résultat, voire dans le cours du calcul.

Quelques caractéristiques du calcul mental :

- Son enseignement précède celui des techniques écrites.
- Il requiert un effort d'attention, de mémoire et de réflexion sur les nombres. Contrairement au calcul écrit, ses procédures de résolution peuvent être diverses.
- Il met en jeu à la fois la nature des nombres, leur représentation dans un système de numération et les propriétés des opérations par lesquelles on les compose.
- Pour Delord (2003), il s'oppose au calcul écrit car sa règle essentielle est de calculer de gauche à droite et non de droite à gauche.

Le calcul automatisé et le calcul réfléchi composent le calcul mental. La frontière entre ces deux formes de calcul est difficile à cerner dans la mesure où la première est une construction toujours en cours de la seconde. Prenons l'exemple de la règle suivante : pour ajouter 9, je fais +10 puis -1. Cette règle va d'abord faire l'objet d'une automatisation, puis les résultats en découlant vont à leur tour être mémorisés et automatisés. D'après Denis Butlen :

Il convient de distinguer ce qu'il faut mémoriser ou automatiser (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure...) et ce qu'il faut être capable de reconstruire (et qui relève du calcul réfléchi : idée de rendre plus simple un calcul, souvent en procédant par étapes plus nombreuses, mais en s'appuyant sur ce qui est connu) (2010, p. 33).

a) Premier aspect du calcul mental : le calcul automatisé

L'automatisation d'un résultat résulte d'un travail de calcul réfléchi (compréhension, raisonnement, explicitation et entraînement) qui a conduit à la mémorisation de ce calcul. Le calcul automatisé a pour objectif la mémorisation des tables et de certains résultats utiles pour les techniques du calcul écrit ainsi que la capacité à reconstituer rapidement un calcul simple. Le calcul

automatisé est impersonnel, il est conduit de la même façon par tous les individus. Il faut toutefois, différencier « mémorisation par cœur » et « automatisation ». Par exemple : si pour trouver 7×6 un élève a besoin de réciter mentalement la table du 7 on dira qu'il sait par cœur la table du 7 mais qu'il ne l'a pas automatisée. L'automatisme de la table, c'est l'association immédiate, sans effort ni fatigue mentale, de « 42 » avec le couple « 7×6 ». Un automatisme (de résultat ou de procédure) est donc directement disponible et récupérable en mémoire.

Quand Butlen et Masselot (2010) parlent de « *paradoxe de l'automatisme* », ils montrent que l'enseignement du calcul mental doit viser l'acquisition d'un « *panel* » important de procédures automatisées sous peine de voir s'installer chez l'élève un comportement automatisé qui le condamnera à utiliser la même procédure quel que soit le contexte et la nature des nombres en jeu. C'est souvent le cas pour l'algorithme écrit de l'addition.

L'enseignement du calcul mental est donc paradoxal : trop peu d'automatismes (au sens de trop peu de procédures automatisées) peuvent renforcer l'automatisme (au sens de comportement automatisé) ; davantage d'automatismes peuvent permettre d'échapper à l'automatisme.(2010, p.13)

b) Second aspect du calcul mental : le calcul réfléchi

« *Au cycle 2 le calcul réfléchi occupe la place principale* ». (MEN, 2002b). L'élève comme l'adulte procède à un calcul réfléchi chaque fois qu'il doit élaborer une procédure spécifique et adaptée au calcul donné et à l'état de ses connaissances. Par exemple, trouver le résultat de $63 + 30$ peut être effectué en avançant 3 fois de 10 (... , 73, 83, 93), mais aussi par décomposition ($60+30+3$). Ce processus est personnel, il existe plusieurs procédures possibles pour un même calcul. Chaque individu opère des choix et prend des décisions qui lui sont propres.

Pour le MEN (2002a, p. 5), l'objectif du calcul réfléchi est « *d'élaborer puis de mémoriser des procédures adaptées à un calcul donné en s'appuyant sur les résultats mémorisés* ». Pour ces auteurs, « *il ne s'agit plus de récupérer une procédure ou un résultat en mémoire mais d'élaborer une procédure adaptée à un calcul particulier* » dont on ne connaît pas tout de suite le résultat.

Chaque élève choisit ou utilise un procédé de calcul en fonction de sa mémorisation, ses habitudes, ses connaissances. Le travail en classe doit porter sur l'explicitation et la confrontation des procédures : écriture au tableau, justification, discussion sur leur pertinence et leur efficacité. Puis, l'enseignant propose une synthèse. On trouvera en Annexe I.A des reproductions d'affiches réalisées dans ma classe de CE1 lors de ces phases de discussion.

« *Calcul mental réfléchi* » ne signifie pas toujours absence d'écrit. La mémoire est fortement mobilisée par l'énoncé, la recherche du calcul ou de la procédure, les résultats intermédiaires... d'où un risque d'erreur accru. Pour diminuer le nombre d'erreurs dues à une surcharge cognitive, on

pourra utiliser : la copie de l'énoncé au tableau, l'écriture de résultats intermédiaires, la représentation imagée (dessin, croquis, constellation), la catégorisation ou l'utilisation d'outils mathématiques (ex : tableau de numération, bande numérique, compteur...) : « *Mais il ne faut pas oublier que le calcul mental privilégie le traitement des nombres conçus du point de vue de la numération orale : l'énoncé oral des calculs à effectuer est donc à privilégier.* » (2002a, p. 5)

L'aisance en calcul réfléchi dépend :

- de la capacité à jouer avec les nombres
- de la capacité à changer de procédures en fonction des nombres (dans le cas de $31+9$, la procédure la plus adaptée est celle du complément à 10 et non celle du « $+10, -1$ »).
- de la qualité de mémorisation de certains résultats
- du nombre et de la nature des situations proposées aux élèves pour apprendre à calculer.

Le calcul réfléchi met en œuvre deux types de procédures :

✓ **Des procédures élémentaires :**

Elles sont directement récupérées en mémoire car elles sont automatisées. Il peut s'agir par exemple de l'utilisation des tables, de la recherche d'un complément ou de la connaissance des doubles et moitiés.

✓ **Des procédures complexes :**

Elles sont construites et s'obtiennent à partir de plusieurs procédures élémentaires. Elles impliquent que l'élève s'adapte au calcul proposé.

3.4 Rôle de la mémoire dans le calcul mental

Les deux formes de calcul sollicitent donc différemment la mémoire de l'individu. Le rôle de la mémoire dans les apprentissages se caractérise par les constats suivants :

- Tout apprentissage fait appel à la mémoire.
- L'élève encode en mémoire à la fois une procédure et un contexte pertinent d'utilisation.
- La qualité de remémoration dépend de l'activité mentale fournie par l'élève pour traiter les données à la lumière des connaissances antérieures.
- Ce travail a un coût. Ce qui distingue un élève qui réussit est sa capacité d'alléger ce coût grâce à la maîtrise d'automatismes.

Acquérir des automatismes en calcul mental est essentiel. Ils sont de deux ordres : ceux qui permettent la reconnaissance des situations et les automatismes de calcul. L'absence d'automatismes en calcul mental se traduit par des réponses d'élèves du type « *j'ai oublié ce que je*

devais calculer ». L'élève est en surcharge cognitive. Il ne peut traiter à la fois l'activité de mémorisation et celle de calcul.

On a vu plus haut qu'une bonne mémorisation des tables (du type « par cœur ») n'est pas garante d'un savoir directement accessible (l'élève doit réciter par cœur la table de 7 pour retrouver le résultat de 6×7), mais elle y contribue.

C'est la répétition, à condition de varier les contextes, qui favorise l'acquisition des automatismes. Un entraînement à la reconnaissance de ces contextes est aussi nécessaire. L'enseignement du calcul mental s'exercera aussi en contexte de résolution de problèmes.

Selon le MEN (2002a), les conditions pour une bonne mémorisation des tables sont :

- Comprendre l'opération en jeu et avoir des représentations mentales du calcul à effectuer.
- Prendre conscience de la nécessité de disposer d'un répertoire : ce répertoire se construit d'abord en recensant les résultats connus puis s'enrichit des résultats acquis au fur et à mesure des apprentissages.
- Être capable d'utiliser les résultats connus pour en construire d'autres.
- S'entraîner à restituer des résultats mémorisés : cet entraînement visera une grande diversité des représentations mises en jeu et s'appuiera pour cela sur des situations variées. (par exemple : $6+7$, $7+6$, $13-6$, $13-7$, $13-\dots=7$, combien pour aller de 6 à 13 ? de 7 à 13 ? court problème dicté, etc.)

La sollicitation de la mémoire est donc très importante en calcul mental. Taton considère « *qu'une addition n'est faite mentalement que si l'on s'est interdit d'écrire les termes de la somme à effectuer dès qu'on les énonce* ». En conséquence « *l'effort à fournir [est] dépendant du nombre de termes de la somme et du nombre de chiffres de chacun d'eux* ». (1953, p 1).

Prenons l'exemple de l'addition de deux nombres énoncés oralement. L'effort de mémorisation sera considérablement allégé et le calcul mental possible si l'individu procède par additions partielles successives de gauche à droite. Appliquer l'algorithme écrit serait beaucoup plus coûteux en mémoire. Comme l'affirme Taton : « *les opérations mentales ont en effet leurs méthodes propres et ne doivent pas être calquées sur le calcul écrit.* » (1953, p 127).

3.5 Les autres formes de calcul

a) Calcul écrit (ou calcul posé)

On désignera, dans ce mémoire, sous le terme de calcul écrit tout calcul relevant d'une technique opératoire usuelle. En ce sens, le calcul écrit ne s'oppose pas au calcul mental puisque ce

dernier est utilisé lors des opérations posées qui requièrent la connaissance des tables et la gestion des retenues.

La réussite de l'apprentissage des techniques écrites est conditionnée à une bonne maîtrise du calcul mental et des techniques qui lui sont propres. Dans le cas contraire, il n'est pas rare d'observer des élèves échouer à calculer mentalement parce qu'ils appliquent un algorithme écrit. Je le constaterai dès la première phase d'expérimentation dans ma classe. Pour le MEN (2002) l'intérêt du calcul posé au cycle 2 n'est pas tant de fournir un résultat que de contribuer à la compréhension des opérations :

La diffusion maintenant généralisée des calculatrices rend moins nécessaire la virtuosité des élèves dans les techniques opératoires (calcul posé), dont on attend seulement qu'elles permettent de renforcer la compréhension des opérations. L'apprentissage des techniques opératoires fournit une occasion de renforcer la compréhension de certaines propriétés des nombres et des opérations. (2002)

b) Calcul instrumenté

Dans le cadre de l'école élémentaire, on désigne par calcul instrumenté, toute activité de calcul réalisée à l'aide d'une calculatrice. Le bulletin officiel de 2007 sur l'enseignement du calcul dans le cadre de la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences définit une « utilisation raisonnée » de la calculatrice en classe.

Le calcul instrumenté est largement répandu dans la vie courante. Chacun, quelle que soit son activité sociale ou professionnelle, peut avoir recours à l'usage d'une calculatrice. Il est donc essentiel que l'école soit en prise avec cette réalité de notre temps. L'enseignement du calcul doit donc faire une place à l'usage des calculatrices. (2007)

Dans cette perspective théorique, je retiens que même s'il n'a jamais été remis en cause, l'enseignement du calcul mental n'a pas toujours bénéficié du même intérêt de la part des enseignants comme des chercheurs en didactiques. Cet enseignement a évolué au cours des dernières décennies au fur et à mesure des avancées de la recherche en didactique des mathématiques et des théories de l'apprentissage. En outre, c'est aussi en considérant ces avancées théoriques que l'institution élabore les programmes de l'école primaire. Le chapitre suivant est consacré à l'évolution de l'enseignement du calcul mental dans le champ institutionnel.

B- Cadre institutionnel de l'enseignement du calcul mental : une perspective historique

1. De 1882 à 1970 : le calcul comme une « mécanique »

1.1 Contenus des enseignements et textes officiels

C'est l'Arrêté du 27 juillet 1882 qui règle l'organisation pédagogique et le plan d'études des écoles primaires publiques à partir de 1882. Les instructions officielles du 20 juin 1923 définissent les programmes de 1923. Les programmes de 1945 sont fixés par les instructions officielles de 1945.

Année	Durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire	Horaire de l'enseignement des Mathématiques	Cours Préparatoire	Cours Élémentaire 1 ^{ère} et 2 ^{ème} années	Cours Moyen 1 ^{ère} et 2 ^{ème} années
1882	30 heures	Arithmétique : 3/4d'heure à 1 heure par jour		Calcul mental : -Les quatre règles appliquées intuitivement d'abord à des nombres de 1 à 10 ; puis de 1 à 20 ; puis de 1 à 100. -Étude de la table d'addition et de la table de multiplication.	Suite et développement des exercices de calcul mental appliqués à toutes ces opérations
1923	30 heures	CP : 2h ½ CE : 3h ½ CM : 4h ½ Par semaine	Petits exercices de calcul oral ou écrit (sans dépasser 100) ajouter-retrancher	Calcul oral : Table d'addition, table de multiplication. Les quatre règles appliquées à des nombres inférieurs à 100. Premiers exercices de calcul rapide et de calcul mental.	Suite et développement des exercices de calcul rapide et de calcul mental .
1945	30 heures	CP : 3h ¾ CE : 3h ¾ CM : 5h Par semaine		Addition et soustraction mentales d'un nombre d'un chiffre. Table de multiplication. Calcul rapide de la multiplication et de la division par 2 et 5.	Problèmes de la vie courante, traités oralement ou par écrit, avec, éventuellement, usage du calcul mental ou rapide
			Calcul mental et rapide. – [...] On peut distinguer trois parties : 1° Le fait de retenir les données ou les résultats partiels au cours des opérations faites de tête. On propose : $67 + 35$. L'élève doit se souvenir de 67 et de 35. Il additionne 67 et 30, et trouve 97 ; il doit se souvenir de 97 et du chiffre des unités momentanément abandonné 5 et répondre 102 ; 2° Le fait de savoir des résultats : table d'addition, de soustraction, de multiplication ; 3° Un court raisonnement. Exemple : 97 et 5, on peut dire 7 et 5, 12 ; 9 et 1, 10 ; résultat : 102. On peut aussi dire : 97 et 10, 107 ; $107 - 5$, 102 ; ou encore 97 et 3, 100 ; 100 et 2, 102.		

Nous constatons donc qu'en 1945, les programmes relatifs au calcul mental distinguent deux types de mémorisations : celle des tables qui est une mémorisation à long terme et celle des résultats

partiels en cours de calcul qui fait appel à la mémoire de travail. Le calcul réfléchi apparaît déjà dans ces programmes comme une forme de calcul à part entière. La pratique du calcul mental est présente dans tous les programmes, sauf celui du CP, mais sans précision sur l'horaire à y consacrer. L'enseignement est de type concentrique et induit une pédagogie de la répétition.

1.2 Conceptions théoriques sous-jacentes : les apports de la recherche scientifique

Les programmes de 1887 prévoient l'enseignement des techniques opératoire des quatre opérations sur les nombres à deux chiffres dès l'âge de 5 ans. Brissiaud (1992, page 11) remarque que si l'enfant arrive très vite à écrire en colonne $34 + 13$ puis calculer sur des chiffres $3+4$ et $3+1$, il n'attribue par ailleurs aucun sens au résultat obtenu 57 puisqu'il ne maîtrise pas les compétences pour interpréter ce résultat.

Dans ces programmes anciens, cet enseignement intitulé **calcul**, se déroule de manière répétitive et concentrique année après année jusqu'à une maîtrise parfaite. Les calculs sont complexifiés et portent sur des nombres de plus en plus grands au fur et à mesure de l'avancée dans les années. Ce sont des méthodes pédagogiques de type « transmissif » qui privilégient la leçon magistrale à la résolution de problèmes.

1.3 Quelle place pour la résolution de problèmes ?

Si l'on exerce l'enfant à cette technique de répétitions de calculs de manière concentrique et uniquement progressive par la complexité du nombre, on contribuerait, selon Brissiaud à générer des obstacles. En effet, ce didacticien pense que si cet enseignement précoce répond bien à un souci de « *donner de bonnes habitudes* » il est par ailleurs aussi générateur d'obstacles aux progrès ultérieurs des enfants : « *Les élèves savent à peu près calculer mais ne savent pas résoudre des problèmes.* » (1999. p 12)

2. La réforme de 1970 : une rupture avec la pédagogie « traditionnelle »

L'horaire hebdomadaire de l'école élémentaire passe de 30 heures à 27 heures. Les enseignements sont répartis en trois domaines : 15 heures pour les matières fondamentales, français et mathématiques, 5 heures pour l'EPS et 7 heures pour les disciplines d'éveil comme l'histoire, la géographie, les sciences, les arts plastiques et la musique.

Cette notion d'éveil est nouvelle et illustre bien l'idée que l'école primaire n'est plus la seule école que connaîtra l'enfant. On peut s'y accorder le temps de l'ouvrir à des disciplines autres que celles qui sont strictement nécessaires à l'acquisition d'un métier.

Cette référence à l'éveil de l'enfant est aussi le signe d'une réforme pédagogique en profondeur où l'on souhaite cultiver les attitudes et des aptitudes plutôt que de transmettre des savoirs. On privilégiera l'acquisition de méthodes (apprendre à apprendre) à la rétention de connaissances. On trouve l'origine de cette réforme dans l'arrêté du 7 août 1969 complété par la circulaire du 2 septembre. Elle est la résultante d'une volonté forte de rénovation pédagogique et elle est en rupture avec les normes traditionnelles de la pédagogie depuis l'école de Jules Ferry. En réponse directe aux événements de mai 68, elle accompagne les changements d'une société en pleine mutation avec notamment l'allongement de la scolarité à 16 ans.

2.1 Contenus des enseignements et textes officiels

C'est l'Arrêté du 2 janvier 1970 paru au J. O. du 6 janvier 1970 qui fixe les programmes de 1970.

Année	Durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire	Horaire de l'enseignement des Mathématiques	Cours Préparatoire	Cours Élémentaire 1 ^{ère} et 2 ^{ème} années	Cours Moyen 1 ^{ère} et 2 ^{ème} années
1970			Pas de calcul mental		
1977	27 heures réparties sur 9 demi-journées	Calcul : 5 heures hebdomadaires pour chaque classe	Le cours Préparatoire devient le Cycle préparatoire - <i>Élaborer la table d'addition ; l'utiliser et se familiariser avec les résultats, en vue de leur mémorisation. Calcul mental.</i> - <i>Des exercices quotidiens de calcul mental doivent ensuite entretenir et consolider la connaissance de la table d'addition et permettre de mieux prendre conscience des propriétés de l'addition.</i>	<i>Éléments de mathématiques : [...]</i> Calcul mental.	<i>Éléments de mathématique [...]</i> <i>calcul mental.</i>

C'est l'Arrêté du 2 janvier 1970 qui fixe les nouvelles orientations pour l'enseignement des mathématiques, modifiant celui de 1945. L'enseignement du calcul est désormais celui des mathématiques :

Les activités désignées jusqu'alors sous le vocable de "calcul" restent bien entendu essentielles mais, comme elles ne constituent désormais qu'une partie de l'activité mathématique des enfants, il convient de désigner la matière du programme par le terme "Mathématique"[...] L'ambition d'un tel enseignement n'est donc plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués et suggérés par "la vie courante", mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques. (1970)

On trouve dans ce texte des instructions sur l'importance pour l'élève de manipuler concrètement des collections d'objets : « *Les manipulations porteront sur des collections diverses différant les unes des autres par la nature des objets, leur forme, leur couleur, leur disposition, etc.* » Cela permettra à l'élève « *de dégager peu à peu d'une manière d'abord intuitive et confuse puis de plus en plus consciente et claire, une notion abstraite et générale, celle de nombre naturel.* » On peut aussi y trouver un premier ancrage de la théorie constructiviste et de la méthode active : « *C'est par des démarches de cette nature, faites d'actions et de réflexion, que l'enfant contribuera à construire son propre savoir* » (MEN, 1970).

En 1977, l'Arrêté du 18 mars fixe les horaires, les objectifs et les programmes pour le cycle préparatoire où l'apprentissage du calcul est mené conjointement avec celui de la numération. « *Toute acquisition de nombre nouveau doit être prétexte à son introduction dans des calculs.* » Les auteurs des programmes soulignent une « *progression relativement lente pour la découverte et l'étude des vingt premiers nombres* » et la justifient par un souci de familiariser conjointement les élèves aux diverses écritures de ces nombres. « *Ceci permet aussi d'élaborer la table d'addition et de favoriser sa mémorisation.* » Le terme « *élaborer* » laisse entendre, à mon sens, l'idée que l'on privilégie désormais une approche constructiviste de l'enseignement du calcul.

La fréquence du calcul mental est précisée mais il reste limité au domaine de l'addition (sous la forme $a+b=...$ et $a+...=c$). L'enseignement du calcul mental se veut transversal puisque « *toutes les situations de caractère numérique doivent être prétexte à calcul mental.* » (MEN, 1977)

Dans les programmes de 1970, le calcul mental n'apparaît qu'à partir de la classe de CE1. Il est très présent dans l'arrêté de 1977 qui redéfinit les objectifs du calcul mental. Je remarque par ailleurs que le souci d'entrer dans les premiers apprentissages numériques par la manipulation d'objets très variés est toujours très présent dans les pratiques de nos jours.

2.2 Conceptions théoriques sous-jacentes : les apports de la recherche scientifique

En 1970, la réforme des mathématiques modernes est impulsée par le croisement des nouvelles connaissances en didactique des mathématiques, en épistémologie et surtout en psychologie génétique. Cet ensemble de nouvelles données scientifiques amène les chercheurs à identifier des savoirs et savoir-faire sous-jacents aux activités cognitives que l'on connaissait alors.

Pour Brissiaud (1992), les réformateurs de 1970 voulaient s'opposer aux méthodes d'enseignement qui séparaient l'apprentissage des techniques de calcul et leur usage en contexte de résolution de problème. Les apports de la didactique ont montré que savoir calculer une addition n'avait de valeur qu'en contexte de résolution de problème. En effet, à partir de ces années, les chercheurs montrent que d'autres savoirs, plus abstraits et plus fondamentaux, sont en jeu dans l'apprentissage des mathématiques. Il s'agit notamment des savoirs liés au raisonnement logique. Deux cadres théoriques sous-tendent la réforme de 1970 : Piaget et La théorie des ensembles.

➤ Les travaux de Piaget sur la construction du nombre chez l'enfant :

Piaget développe la thèse selon laquelle les apprentissages numériques chez l'enfant sont dépendants de ses capacités logiques, le développement de la logique devant précéder les apprentissages numériques proprement dits. Les trois tests issus de cette théorie et évaluant les capacités logiques des enfants sont désormais célèbres :

- la conservation du nombre : jusqu'à 7 ans environ, l'enfant perçoit la quantité d'une collection en fonction de son occupation de l'espace et non de son cardinal. Parmi deux rangées du même nombre d'objets, celle qui est perçue comme la plus grande est celle dont les objets sont écartés, occupant ainsi le plus d'espace.
- la sériation des longueurs : l'enfant doit ordonner des bâtonnets en fonction de leur longueur.
- l'inclusion de classe : dans le cadre de la réunion de deux ensembles, on demande à l'enfant de comparer le tout à l'une des parties. On lui demande par exemple si dans un bouquet (composé de marguerites et de roses) il y a plus de roses que de fleurs.

Pour Piaget, il y a *synchronisme* entre ces trois capacités logiques qui sont la conservation, la sériation et l'inclusion. L'enfant qui possède l'une possède les deux autres. À partir de 8 ans la réussite à ces épreuves est « opératoire », c'est-à-dire logique. L'enfant ne procède plus par tâtonnement puisqu'il a recours à un raisonnement logique bien installé.

Cependant, dans sa thèse d'État, J. Bideaud (1985, cité par Brissiaud 1992, p. 14) remettra fortement en cause le synchronisme entre la conservation du nombre, la sériation et l'inclusion. Il parviendra aussi à la conclusion que l'inclusion et la sériation ne sont « opératoires » au sens piagétien du terme qu'à partir de 10-11 ans.

➤ **La théorie des ensembles :**

C'est une théorie développée vers 1880. Les nombres y sont définis à partir des ensembles. Sa mise en œuvre dans le cadre pédagogique s'illustre par les activités de rangement (chronologie par exemple), ou de classement (couleur, forme...) visant à développer les capacités logiques. Ces activités ont pris le nom d'activités « prénumériques ». La circulaire du 2 août 1977 pour L'École maternelle précise que les opérations se situent dans le domaine du développement cognitif :

Les opérations sont des transformations conduisant peu à peu, toujours par l'intermédiaire de l'action, à l'élaboration de structures qui se remanient sans cesse grâce à des corrections successives.

Elle préconise des activités de manipulation, classification, alignement, tri, déplacement, d'objets. Lors de ces activités appelées « prénumériques » aucune place n'est laissée... au nombre.

Au CP, « *Il est essentiel de bien comprendre que le nombre naturel n'est ni un objet, ni une propriété attachée à des objets, mais une propriété attachée à des ensembles.* » (MEN, 1970)

On peut regretter, à l'instar de Brissiaud (1992), que cette réforme ait abouti dans un premier temps à supprimer des classes maternelles tout apprentissage numérique. Dès 1977, on introduira l'apprentissage des nombres (sous leurs diverses formes d'écriture) jusqu'à 20 environ au CP. Selon lui, les apprentissages « prénumériques » qui ont remplacé quelques temps l'apprentissage des nombres (dans les classes de maternelle et jusqu'au début du CP) visaient le développement de la logique de sériation en lien avec la théorie des ensembles, mais privaient les élèves d'un accès précoce aux premières connaissances numériques. Il s'interroge sur l'efficacité de ces apprentissages et leur intérêt dans la préparation aux apprentissages numériques proprement dits ; ceci d'autant qu'une telle pratique retarde l'accès au nombre jusqu'à la fin du premier trimestre du CP.

La mise en place de cette réforme s'est heurtée en outre à la difficulté de former l'ensemble des enseignants à ces nouvelles méthodes et notamment celle relevant de la théorie des ensemble.

2.3 Une image désuète pour le calcul mental

Au cours de cette évolution de l'enseignement des mathématiques, la place du calcul mental a fortement fluctué. Centrale avant 1970, sa pratique a bien souvent été remise en cause car sa fonction sociale a évolué, du fait notamment de l'arrivée des nouvelles technologies dont l'entrée de la calculatrice à l'école. Cet apprentissage a été, depuis lors, souvent malmené, parfois négligé ou au contraire privilégié en tant que tel au détriment de sa fonction pédagogique.

Gamo et Djament (2009) regrettent que sa pratique ait été négligée depuis cette réforme des années 1970 qu'ils estiment par ailleurs nécessaire. De fait, le temps consacré à cet apprentissage a significativement diminué depuis les années 70 renforçant sans doute cette perception négative et minimisant ainsi son importance. Pourtant, l'enseignement du calcul mental n'a jamais disparu des programmes. En 1977, l'enseignement du calcul mental est présent dans les programmes dès le CP et son importance clairement affirmée à la fois par une pratique quotidienne et par l'idée que *« toutes les situations de caractère numérique doivent être prétexte à calcul mental. »*

Cet apprentissage systématique et trop répétitif est encore souvent perçu comme rébarbatif, ennuyeux, quelquefois même inutile, bref faisant toujours référence à une pédagogie dite traditionnelle, passive et passéiste. L'enseignement du calcul mental apparaît-il aux yeux des enseignants comme en opposition avec les méthodes dites actives ?

Confrontés à des difficultés majeures de mise en place, les programmes de 1970 furent remplacés par ceux de 1985 qui donnèrent une toute autre dimension au sens du mot « problème ».

2.4 La place de la résolution de problèmes

Les réformateurs de 1970 voulaient s'opposer aux méthodes d'enseignement qui séparaient l'apprentissage de techniques de calcul et leur usage en contexte de résolution de problème. Les apports de la didactique ont montré que savoir calculer une addition n'avait de valeur qu'en contexte de résolution de problème. En effet, à partir de ces années, les chercheurs montrent que d'autres savoirs, plus abstraits et plus fondamentaux, sont en jeu dans l'apprentissage des mathématiques. Il s'agit notamment des savoirs liés au raisonnement logique. D'autre part, cette réforme de l'enseignement des mathématiques découlant du constat que sens et technique ne pouvaient être dissociés s'accompagne désormais du souci de proposer aux élèves des situations d'apprentissage qui sollicitent au mieux son activité. L'élève construit ses propres connaissances, il s'approprie les savoirs par leur confrontation avec une situation-problème (c'est l'apport du constructivisme), alors qu'auparavant il les apprenait d'une manière qui est désormais perçue comme « passive » par les chercheurs. On peut s'interroger à juste titre sur la pertinence d'un apprentissage des tables d'addition qui ne se confronterait jamais à la résolution de problème.

La réforme des mathématiques modernes de 1970 a donc déplacé les enjeux de l'enseignement des mathématiques du concret et de la pratique ritualisée vers une approche plus abstraite des concepts.

3. De 1985 à 2001 : la confirmation de la pédagogie du problème

Fayol (2010) observe que la question de l'accès à la complexité et le souci de développer la logique sont restés au cœur de tous les programmes qui se sont succédé depuis cette période.

3.1 Contenus des enseignements et textes officiels

Les programmes de 1985 sont fixés par l'Arrêté du 15 mai 1985.

Année	Durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire	Horaire hebdomadaire de l'enseignement Mathématiques	Cours Préparatoire	Cours Élémentaire	Cours Moyen
1985	27 heures réparties sur 9 demi-journées	Mathématiques : 6 heures pour chaque classe	<i>Initiation au calcul mental</i>	Arithmétique : - Utilisation des propriétés des opérations ; acquisition des procédures de calcul mental, et mise en œuvre systématique - construction, utilisation et mémorisation de la table de multiplication.	Arithmétique : - élaboration, dans l'ensemble des décimaux, des techniques opératoires, mentales ou écrites, et des procédés de calcul approché (ordre de grandeur et encadrements). - Application des procédures de calcul mental dans l'ensemble des décimaux, en utilisant des techniques opératoires, et les propriétés des fonctions numériques étudiées.

Le temps scolaire consacré aux apprentissages mathématiques s'est rallongé d'une heure.

Les classes de cours moyen semblent essentiellement vouées aux apprentissages sur les nombres décimaux. La mémorisation de la table d'addition ne figure pas dans les programmes de 1985.

Les programmes de 1995 sont fixés par l'Arrêté du 22-2-1995 paru au *J. O.* du 2-3-1995.

Année	Durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire	Horaire hebdomadaire de l'enseignement des Mathématiques	Cycle 2	Cycle 3
1995	26 heures réparties sur 9 demi-journées	Cycle 2 : 5H Cycle 3 : 5H30	- Élaboration progressive de différents procédés de calcul : calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit), - Table d'addition : construction, utilisation, mémorisation. - Approche ...de la table de multiplication.	-calcul exact ou approché en utilisant :[...] - calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit),

Le calcul mental proprement dit a disparu du cycle 3 où seul le calcul réfléchi mentalement est présent sur les nombres naturels et les décimaux.

3.2 Conceptions théoriques sous-jacentes : une pédagogie du problème

En 1995, la question du sens que l'élève donne à ses propres apprentissages est centrale. La résolution de problème devient l'activité mathématique par excellence. On peut parler de pédagogie par le problème. Toute notion à acquérir l'est dans le cadre de la résolution d'un problème, comme réponse à une question vécue. Les programmes de l'école élémentaire se réfèrent désormais à une nouvelle didactique des mathématiques initiée par Brousseau, qui donne un nouveau sens au mot « problème ».

La théorie des situations didactiques de Brousseau (1986) introduit l'idée que l'activité du maître (enseigner) et celle de l'élève (apprendre) s'exercent dans une situation didactique. Enseigner vise alors à ce que l'action de l'élève soit produite et justifiée par les nécessités du milieu et l'état des connaissances de l'élève. La situation didactique est associée à la notion de situation adidactique où l'élève s'engage dans une résolution de problème dont la finalité première n'est pas d'acquérir des connaissances. Dans une situation adidactique, l'élève s'approprie le problème proposé par l'enseignant (processus de dévolution) et il participe activement à la construction de ses propres connaissances. L'enseignant va d'une part contextualiser le savoir à travers une situation qui le met en œuvre puis, dans un second temps, il va décontextualiser cette connaissance afin d'en faire un savoir réutilisable dans un autre contexte (phase d'institutionnalisation). Cette phase donne au savoir son caractère universel.

Dans les programmes de l'école élémentaire qui se sont succédé depuis 1985, j'ai relevé nombre d'instructions allant dans le sens de cette pédagogie du problème. L'influence des théories constructivistes et socioconstructivistes de l'apprentissage y est notable. J'ai regroupé ces observations dans le tableau présenté en annexe I.B1. On peut y remarquer que la place accordée à l'apprentissage du raisonnement et de l'abstraction est de plus en plus marquée. En effet, on passe de « *découvrir les notions comme des réponses à des problèmes* » (MEN, 1985) à « *développer le raisonnement et cultiver [...] l'abstraction* » (MEN, 1995).

Fayol (2010) pointe la difficulté de concilier « accès à la complexité » (par la résolution de problèmes) et « acquisition d'automatismes ». Permettre à l'élève de construire lui-même ses connaissances dans des situations de résolution de problème doit rester une préoccupation, mais elle doit s'accompagner d'une prise de conscience que la mémoire et les automatismes sont fondamentaux dans l'acquisition des savoirs et savoir-faire arithmétiques. Il est désormais établi

que l'efficacité en résolution de problème est conditionnée par une bonne maîtrise des procédures de calcul. Les automatismes acquis en calcul permettent de préserver l'effort de mémoire et d'attention à la compréhension du problème et au raisonnement. L'un ne doit donc pas exclure l'autre.

4. Les programmes de 2002 : un accompagnement très précis en mathématiques

Depuis la fin des années 80, la loi d'orientation de 1989 et les protocoles d'évaluations nationales redonnent une place réelle et explicite à la pratique et l'enseignement du calcul mental. Bolsius (2011), remarque que ce « succès ne s'est pas démenti depuis ». « Il doit occuper une place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique quotidienne dès le cycle 2. » (MEN, 2002a). Les programmes de 2002 sont fixés par le B. O. n° 1 du 14 février 2002.

Ces programmes de 2002 sont très détaillés et précis en ce qui concerne le domaine des mathématiques. Dans ce chapitre, le tableau ci-dessous n'en présente que les points qui me paraissent essentiels. Le tableau en annexe I.B.2, propose un contenu plus exhaustif.

Année	Durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire	Horaire hebdomadaire de l'enseignement des Mathématiques	Contenu des programmes
2002	26 heures	Cycle 2 : 5H à 5H30	<p><i>Le calcul mental (mémorisation de résultats, calcul réfléchi) constitue l'enjeu principal.[...]Les techniques opératoires usuelles ne sont pas abandonnées, mais leur mise en place est envisagée lorsque les élèves disposent des connaissances qui permettent d'en comprendre le fonctionnement.</i></p> <p><i>[...]C'est au cycle 2 que les élèves élaborent les bases du calcul mental, en particulier dans le domaine additif. Les compétences correspondantes doivent donc être développées en priorité, notamment à travers le calcul réfléchi.</i></p> <p><i>[...]Des compétences bien assurées dans ce domaine constituent un atout essentiel, aussi bien pour une bonne structuration du domaine numérique que pour libérer la réflexion de l'élève lors des résolutions de problèmes.</i></p>
		Cycle 3 : 5H à 5H30 Regroupées dans le domaine éducation scientifique	<p><i>Les compétences en calcul mental (résultats mémorisés, calcul réfléchi exact ou approché) sont à développer en priorité. Pour cela, une bonne connaissance des tables est indispensable [...]Le calcul réfléchi implique la mise en œuvre de procédures personnelles, adaptées à chaque calcul particulier : elles peuvent être uniquement mentales ou s'appuyer sur un écrit. L'explicitation et l'analyse, par les élèves, des raisonnements utilisés constituent un moment important de cet apprentissage.</i></p> <p><i><u>Le travail sur le calcul approché commence au cycle 3.</u></i></p>

Pour affirmer l'importance donnée à cet enseignement, un document d'accompagnement des programmes de 2002 spécifique au calcul mental a été édité et diffusé auprès des enseignants. Si ce document ne peut certes plus tenir lieu de programme à appliquer, il reste néanmoins à mon avis, un document didactique et pédagogique essentiel aujourd'hui encore. Il contient déjà les recommandations et les modalités pour atteindre les objectifs visés par les programmes de 2008.

Au cycle 2, le calcul est l'objet d'un domaine propre à l'intérieur du programme de mathématiques. Son enseignement est un objectif prioritaire de l'enseignement des mathématiques. Son contenu est précis. Ses fonctions sont définies comme condition d'une bonne acquisition de la numération et comme outil indispensable de la résolution de problème. Au cycle 3, commence l'apprentissage spécifique du calcul approché et de l'utilisation raisonnée de la calculatrice.

Il faudra attendre encore 5 ans et la circulaire du 2 mars 2007 sur l'enseignement du calcul dans le cadre de la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences pour que l'enseignement du calcul mental trouve une place clairement réaffirmée dans les programmes.

5. Les programmes de 2008 : l'enseignement actuel du calcul mental

5.1 La Circulaire de 2007 : des « fondations » pour de nouveaux programmes

Le Bulletin Officiel n° 10 du 8 mars 2007 précise l'enseignement du calcul mental à l'école élémentaire dans le cadre de la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences. Ce texte vient en réponse au constat que les évaluations d'entrée en 6^{ème} montrent une insuffisance des performances des élèves en calcul. Il précise par ailleurs que :

...l'activité mathématique n'acquiert tout son sens que si elle peut s'appuyer sur une connaissance solide et un savoir-faire assuré des différentes formes de calcul. L'objet de la présente circulaire est de rappeler la place prépondérante du calcul dans l'apprentissage des mathématiques et de préciser les orientations pédagogiques qui découlent de cette exigence.

Le texte organise l'enseignement du calcul en trois parties : calcul mental, calcul posé et calcul instrumenté. « L'enseignement du calcul doit se faire selon une gradation en complexité entre maternelle et fin d'école primaire. » (MEN, 2007)

➤ Identifier l'origine des difficultés des élèves en calcul mental :

« *La société civile se plaint régulièrement d'une baisse de niveau notamment en ce qui concerne les habiletés en calcul* », écrit Fayol (2010, p 7). Et de citer la diminution des horaires scolaires et de ceux consacrés aux mathématiques ainsi que les changements de la société comme l'usage de la calculatrice ou des modes de conditionnement (des denrées alimentaires par exemple) comme autant de facteurs expliquant cette baisse des performances.

Après avoir délaissé un temps le calcul mental, la recherche scientifique a depuis beaucoup œuvré pour l'identification des difficultés et des troubles existants chez les élèves en échec en calcul et en mathématiques. Les chercheurs ont ainsi compris que l'échec en mathématiques pouvait avoir de multiples origines. Fayol (2010) cite notamment : les difficultés liées au transcodage (passage de l'oral au nombre écrit), à la compréhension de la position des chiffres dans les grands nombres, à la mémorisation des tables, à la compréhension des énoncés de problèmes écrits.

Bluten (2012) explique à travers les travaux qu'il a menés pendant une dizaine d'années dans des classes de ZEP que les difficultés scolaires des élèves en calcul mental et en résolution de problèmes sont en corrélation avec leur milieu social d'origine. Il préconise par ailleurs une pratique quotidienne du calcul mental dans les classes afin notamment de travailler sur des nombres que l'on ne rencontre pas dans le calcul posé où l'on n'agit que sur des chiffres et donc sur des quantités inférieures à dix.

Gamo et Djament (2009) remarquent que si l'introduction massive de la calculatrice à l'école lors des dernières décennies a quelque peu desservi l'usage du calcul posé, elle a néanmoins renforcé l'importance du calcul mental. Il est vrai qu'il vaut mieux savoir évaluer un ordre de grandeur lorsqu'on utilise une calculatrice puisque l'on n'est jamais à l'abri d'une mauvaise manipulation. C'est d'ailleurs une pratique visant à acquérir cette compétence que proposent ces deux auteurs.

Ce qu'il faut en retenir pour comprendre ce qui est en jeu dans les classes c'est que les difficultés des élèves en mathématiques (et donc en calcul mental) peuvent avoir des origines très diverses. Il convient de les identifier au mieux. C'est par la prise en compte des difficultés et des réussites que la pédagogie différenciée prend tout son sens et sa place face à la diversité des élèves et de leurs modes d'apprentissage.

Les travaux des chercheurs en sciences cognitives et en didactique des mathématiques ont marqué et impulsé de nombreuses évolutions dans les programmes d'enseignement des mathématiques à l'école. Ils ont donc fortement contribué à l'état actuel des programmes.

5.2 L'enseignement du calcul mental depuis 2008

a) Le contenu des programmes de 2008

Les derniers programmes sont définis dans le B. O. hors-série n° 3 du 19 juin 2008. Tous les enseignements contribuent à l'acquisition du socle commun de connaissances et de compétences, organisation nouvelle dans laquelle s'inscrivent les programmes de l'école obligatoire en vigueur depuis 2008.

Année	Durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire	Horaire hebdomadaire de l'enseignement des Mathématiques	Contenu des programmes
2008	24 heures	Cycle 2 : 5H	<i>Une pratique régulière du calcul mental est indispensable. De premiers automatismes s'installent. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification. Ils mémorisent et utilisent les tables d'addition et de multiplication (par 2, 3, 4 et 5). L'entraînement quotidien au calcul mental permet une connaissance plus approfondie des nombres et une familiarisation avec leurs propriétés.</i>
		Cycle 3 5H	<i>-Tables d'addition et de multiplication. -L'entraînement quotidien au calcul mental portant sur les quatre opérations favorise une appropriation des nombres et de leurs propriétés.</i>

Dans le socle commun de connaissances et de compétences, les sept grandes compétences s'organisent en connaissances, capacités et attitudes. La compétence « savoir calculer » se décline, selon cette organisation, en connaissances, capacité et attitudes.

CONNAISSANCES	CAPACITÉS	ATTITUDES
Connaître les nombres et leur désignation. Connaître les propriétés des opérations. Connaître les tables pour calculer.	Acquérir le sens des opérations. Utiliser des stratégies efficaces. Mettre en œuvre un calcul en situation.	Attention, concentration mémoire Plaisir, jeu, envie. Autonomie et prise d'initiatives

Les connaissances, capacités et attitudes en jeu dans l'enseignement du calcul mental relèvent de différentes compétences dans chaque palier pour la maîtrise du socle commun. Le tableau ci-dessous en propose un résumé. Une compétence ne s'acquiert pas dans un strict domaine disciplinaire.

PREMIER PALIER		DEUXIÈME PALIER	
Compétences attendues à la fin du CE1		Compétences attendues à la fin du CM2	
Compétence 1 Maîtrise de la langue française	<i>L'élève est capable de :</i> - s'exprimer clairement à l'oral en utilisant un vocabulaire approprié...	Compétence 1 Maîtrise de la langue française	<i>L'élève est capable de :</i> - s'exprimer à l'oral comme à l'écrit dans un vocabulaire approprié et précis
Compétence 3 Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique	- calculer : addition, soustraction, multiplication - diviser par 2 et par 5 des nombres entiers inférieurs à 100 (dans le cas où le quotient exact est entier) ; - restituer et utiliser les tables d'addition et de multiplication par 2, 3, 4 et 5 - calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples - résoudre des problèmes très simples	Compétence 3 Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique	- restituer les tables d'addition et de multiplication de 2 à 9 ; - utiliser les techniques opératoires des quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux (pour la division, le diviseur est un nombre entier) ; - calculer mentalement en utilisant les quatre opérations ; - estimer l'ordre de grandeur d'un résultat - résoudre des problèmes relevant des quatre opérations
		Compétence 6 Les compétences sociales et civiques	<i>prendre part à un dialogue : prendre la parole devant les autres, écouter autrui, formuler et justifier un point de vue</i>

Pour le calcul mental, une transversalité existe donc avec la compétence de la maîtrise de la langue et la compétence sociale et civique.

En consolidant la place du calcul mental à l'école, les programmes de 2008 intègrent, à mon sens, les apports des études comme celle de Suchaud (2007) qui montrent la forte corrélation en réussite en calcul mental et réussite scolaire. Mais cela n'empêche pas quelques paradoxes dans leur contenu.

b) Paradoxe des nouveaux programmes

Les programmes de 2008 prévoient que l'élève, dès l'année du CP, devra : « *connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et commencer à utiliser celles de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 100)* » (MEN, 2008).

À la lumière des données théoriques recueillies au cours de ma recherche, je me pose la question suivante : cette directive ne va-t-elle pas à l'encontre d'une bonne maîtrise du calcul mental ? En effet, Butlen, Brissiaud et d'autres chercheurs insistent depuis des années sur l'idée que l'apprentissage des techniques opératoires ne doit pas être trop précoce, afin de laisser l'élève construire une solide représentation des nombres (y compris leurs décompositions). Cette précocité des techniques écrites favorise directement les comportements automatisés décrits par Butlen, à savoir que l'élève choisira de poser l'opération dans sa tête au détriment d'une réflexion sur les propriétés des nombres.

Je pense que cela constitue un retour en arrière par rapport aux programmes de 2002 qui mettaient l'accent sur l'idée que les techniques opératoires n'étaient pas premières. « *Les techniques opératoires usuelles ne sont pas abandonnées, mais leur mise en place est envisagée lorsque les élèves disposent des connaissances qui permettent d'en comprendre le fonctionnement* » (MEN, 2002)

Il peut donc paraître paradoxal que ces programmes proposent des directives allant à l'encontre d'un apprentissage dont ils démontrent et soulignent par ailleurs l'importance des enjeux.

Cette perspective historique de l'enseignement des mathématiques et du calcul mental à l'école, me permet de remarquer que si la durée hebdomadaire de la scolarité à l'école élémentaire a diminué de 6 heures depuis 1882, l'horaire consacré aux mathématiques a quant à lui augmenté. La classe du CP a vu son horaire doubler puisque de 2 heures et demie prévues en 1923 on est désormais passé à 5H. Les classes de Cours Élémentaire ont gagné 1 heure et demie d'enseignement en mathématiques et les classes de Cours Moyen 30 minutes environ.

La perspective institutionnelle de ce chapitre nous montre par ailleurs comment les différents gouvernements, tenant compte des avancées scientifiques, ont élaboré des programmes pour l'école qui ont fortement influencé l'enseignement du calcul mental. C'est à nous, enseignants, d'y inscrire nos pratiques pédagogiques. Observons maintenant celles du calcul mental.

C- Cadre pédagogique de l'enseignement du calcul mental

1. Pédagogie du calcul mental : pratiquer le calcul mental en classe

Le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes. L'entraînement au calcul mental doit être quotidien dès le CP et se prolonger tout au long de l'école élémentaire. Il s'appuie sur la connaissance parfaite de la table d'addition puis de la table de multiplication. Les maîtres alternent les moments d'entraînement et ceux qui permettent de concevoir des méthodes et de comparer leur efficacité. Les premiers permettent aux maîtres et aux élèves eux-mêmes de contrôler les acquisitions et de renforcer les acquis. Ils sont brefs et peuvent se pratiquer selon le procédé La Martinière. Les seconds sont plus longs : le maître prend le temps de comparer avec les élèves diverses méthodes, de voir lesquelles sont les plus efficaces et de les analyser en vue de leur systématisation. (MEN 2007)

1.1 Organisation et planification de l'enseignement du calcul mental

Le calcul mental est d'abord un moyen efficace de calculer. Il doit donc être le plus souvent possible intégré aux autres activités. Des moments spécifiques doivent néanmoins être réservés à la pratique du calcul automatisé et réfléchi. Les programmes préconisent une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes. Cette pratique revêt deux formes selon l'objectif visé :

a) *Renforcer ou contrôler des acquis*

Séance courte (5 minutes) et rythmée.

Objectif	Durée	Dispositif	Aide possible
Produire des résultats Calcul automatisé : entretenir ou contrôler la mémorisation de résultats ou l'automatisation de procédures	5 min	- Classe entière Procédé type « La Martinière » avec correction immédiate ou différée - Consigne orale Réponse écrite (ardoise, brouillon) ou choisie parmi des propositions. - jeux ritualisés	outils disponibles : file numérique, compteurs...
Débuter par une activité facile, rituelle pour focaliser l'attention (ex : le furet) Dans ce type de séance, la rapidité est de mise, car l'objectif est de maîtriser un répertoire avec sûreté.			

b) Concevoir des méthodes (procédures de calcul) et comparer leur efficacité

Sur un temps plus long (10 à 20 minutes)

Objectif	Durée	Dispositif	Aide possible
Produire des procédures personnelles efficaces Calcul réfléchi : concevoir des méthodes et comparer leur efficacité	10 à 20 min	- Classe entière - Support de travail (cahier d'essai, fiche outil, ...) - Pour chaque question, laisser un temps de recherche aux élèves. - Exposé des procédures (au tableau), discussion et justification.	outils disponibles : - <i>l'écrit (calculs intermédiaires, recherches)</i> - <i>le dessin (constellations, groupements...)</i> - <i>la file numérique...</i>
Les échanges et interactions entre les élèves favorisent la métacognition et l'évolution des procédures. Les procédures sont personnelles. On construit collectivement les traces écrites, par exemple des affiches recensant les procédures trouvées.			

La séance de calcul mental doit être un moment « agréable »: ludique, attendu et ritualisé. Il permet d'apprendre à réfléchir sur les nombres et de calculer vite. Chaque séance doit permettre à l'élève de mesurer ses progrès.

1.2 Propositions d'activités diversifiées en calcul mental

Une séance de calcul peut contenir à la fois des opérations, de la numération et de la résolution de problèmes. Si les tâches les plus courantes concernent un travail sur la technique à travers des questions fermées sur du calcul numérique, on peut envisager également des QCM ou des tâches de jugement (Vrai/ Faux) en calcul réfléchi (plutôt pour les classes de CM/6^{ème}).

Le calcul numérique n'est pas le seul support possible, les mesures ou la géométrie s'y prêtent aussi bien, puisque c'est le calcul mental (ou écrit) qui permettra de résoudre un problème donné. Des courts problèmes dictés seront aussi proposés régulièrement.

a) Déroulement

En s'inspirant des travaux de Butlen (2010) et de Boule (1997), on peut organiser une séance de calcul mental en trois temps :

La phase d'échauffement : très brève, pour mettre les élèves en condition d'écoute et de concentration, elle ne présente aucune difficulté technique afin de permettre un démarrage de tous les élèves. Par exemple : restitution des résultats des tables, les doubles, compter de 2 en 2...

La phase d'automatisation : elle fait suite aux précédentes phases de calcul réfléchi et fait appel à des connaissances ou des procédures qui doivent être disponibles de plus en plus rapidement. Ces procédures ont été élaborées individuellement en calcul réfléchi puis confrontées et discutées avant d'être institutionnalisées. Cette phase est un entraînement à la reconnaissance (contexte) et à l'utilisation de ces procédures en cours d'automatisation. Par exemple $+9$, $\times 10$...

La phase de calcul réfléchi : chaque élève a la possibilité d'exercer et de présenter une procédure personnelle (du schéma à la procédure dite experte). Les procédures individuelles sont ensuite explicitées, confrontées, discutées et hiérarchisées en fonction de leur efficacité et des connaissances sur les nombres qu'elles impliquent.

b) Modalités

Nous le verrons tout au long de cette recherche, la diversité et la nature des supports utilisés en calcul mental peut (et doit) varier. Le calcul mental est souvent identifié à l'utilisation de l'ardoise mais celle-ci n'est pas le seul support possible. Les enseignants ont recours souvent à des fichiers du commerce, des fiches de calcul photocopiées ou un cahier.

Le calcul à effectuer peut être énoncé de manière orale ou écrite. Le choix de ces modalités dépendra de la phase de calcul : à l'oral pour les phases de mise en train et d'automatisme, plutôt à l'écrit pour les phases de calcul réfléchi. Cet écrit a pour fonction de soulager la mémoire. Enfin la correction et l'institutionnalisation éventuelles des procédures doivent être pensées. Souvent sous forme d'affichage collectif en cycle 2 (annexe I.C.1), la trace écrite d'une recherche en calcul mental peut aussi figurer dans un cahier individuel (cycle 3 / 6^{ème}).

Il semble donc nécessaire de planifier les apprentissages et d'avoir une progression annuelle spécifique au calcul mental, qui soutienne l'apprentissage en cours, pour préparer, entretenir et consolider les connaissances. Une programmation d'école pourra établir utilement un répertoire sur les contenus incontournables à chaque niveau de classe semble. Une illustration de programmation est proposée en annexe I.C.2 pour le cycle 2. On trouvera des exemples d'activité possibles en CP et en CE1 en annexe I.C.3.

1.3 Le calcul mental dans les manuels scolaires

Pour l'école élémentaire, des supports pour le calcul mental proposés par les éditeurs se divisent en deux grandes familles : celle des fichiers individuels et celle des manuels. Plus fréquents au cycle 3, les manuels pour le cycle 2 refont une percée dans les catalogues pour la rentrée 2012 alors qu'ils avaient été supplantés depuis quelques années par les fichiers élèves.

Ces fichiers onéreux mais attrayants, servent de cahiers d'exercices. Une page d'activité quotidienne est proposée par la plupart d'entre eux. Cette page propose systématiquement en premier lieu une activité de calcul mental. Les auteurs prévoient généralement un espace dédié aux réponses (cases, ronds, nuages, wagon d'un petit train, etc.) mais parfois seul l'objectif est écrit, laissant alors le maître libre du choix de son support pour les réponses. Dans la plupart des ces fichiers, l'activité de calcul mental a une trace.

Il est à noter que deux nouveaux manuels de cycle 2 pour la rentrée 2012 proposent en début un chapitre entièrement dévolu aux activités de calcul mental. Des exercices sont proposés à l'écrit et classés par objectif. Ces exercices, qui sont des entraînements écrits, ont pour objectif de systématiser des procédures acquises lors d'un apprentissage du calcul mental essentiellement oral.

Ces ouvrages souhaitent répondre aux exigences des programmes de 2008 quant à une pratique régulière du calcul mental. J'en présente quelques reproductions en annexe I.C.4.

1.4 Le calcul mental après le CM2

Je me suis posé la question de l'enseignement du calcul mental au collège. Cet enseignement est-il propre à l'école ou existe t-il une continuité de son enseignement dans le secondaire ? Les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques au collège prévoient de « *poursuivre l'apprentissage du calcul sous toutes ses formes : mental, posé, instrumenté* ». L'enseignement du calcul mental est donc toujours présent au collège et l'accent est mis sur la continuité des apprentissages :

À la suite de l'école primaire, le collège doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et de développer leurs compétences en calcul mental notamment pour la perception des ordres de grandeur.[...]

En continuité avec l'école élémentaire les problèmes doivent permettre aux élèves d'associer à une situation concrète un travail numérique, de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques. (MEN, 2008)

Le programme de la classe de 6^{ème} prévoit un contenu spécifique pour la pratique du calcul mental :

La capacité à calculer mentalement est une priorité et fait l'objet d'activités régulières. La maîtrise des différents moyens de calcul doit devenir suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problèmes. (MEN, 2008)

De la 6^{ème} à la 3^{ème}, un des objectifs de la résolution de problèmes est d'entretenir le calcul mental, le calcul à la main et l'usage raisonné des calculatrices.

Le programme d'enseignement de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique prévoit encore une place pour le calcul mental au lycée :

Le calcul est un outil essentiel pour la pratique des mathématiques dans la résolution de problème. Il est important en classe de seconde de poursuivre l'entraînement des élèves dans ce domaine par la pratique régulière du calcul mental, du calcul numérique et du calcul littéral. L'utilisation d'outils logiciels de calcul – sur calculatrice ou sur ordinateur – contribue à cet entraînement. (MEN, 2009)

La question de la place du calcul mental au cours de la scolarité de l'élève trouve donc sa réponse dans le contenu des programmes de mathématiques jusqu'au lycée. La présence du calcul mental est ininterrompue, à la fois comme savoir indispensable à la résolution de problème et aussi comme objet d'apprentissage et d'entraînement.

2. Une pratique nouvelle : l'aide personnalisée à l'école primaire

Parmi les dispositifs de différenciation pédagogique, celui de l'aide personnalisée présente la particularité de s'exercer en dehors du temps de classe et de l'entité classe.

2.1 Aide personnalisée et socle commun de connaissances et de compétences

Le socle commun de connaissances et de compétences est défini par le décret du 11 juillet 2006. L'article 9 de la loi du 23 avril 2005 d'orientation et de programme pour l'avenir de l'École en arrête le principe en précisant que :

La scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société. (MEN, 2005)

Le socle commun de connaissances et de compétences présente ce que tout élève doit savoir et maîtriser à la fin de la scolarité obligatoire. Il constitue donc l'ensemble des connaissances, compétences, valeurs et attitudes nécessaires pour réussir sa scolarité, sa vie d'individu et de futur

citoyen. La définition du socle commun prend également appui sur la proposition de recommandation du Parlement européen et du Conseil de l'Union européenne en matière de « compétences clés pour l'éducation et l'apprentissage tout au long de la vie ». Elle se réfère enfin aux évaluations internationales, notamment au Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves (PISA).

Le principe même du socle repose sur un impératif de qualité. L'objectif de construire une culture commune pour tous les élèves, se traduit à la fois par une ambition pour les plus fragiles et une exigence pour ceux qui réussissent bien. Un échec dans l'acquisition et la maîtrise du socle à la sortie de l'école obligatoire constitue un frein à l'exercice d'une citoyenneté libre et responsable et à la réalisation de sa vie d'adulte. Afin de prendre en compte les différents rythmes d'acquisition des élèves, les écoles et les collèges organisent un accompagnement adapté : études surveillées, tutorat, accès aux livres, à la culture et à internet. Les élèves qui manifestent des besoins particuliers quant aux acquisitions nécessaires à chaque palier se voient proposer un programme personnalisé de réussite éducative.

Si le socle s'organise en sept grandes compétences, la maîtrise du calcul mental est un élément de la compétence 3 intitulée « *Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique* » (MEN, 2008).

2.2 L'aide personnalisée à l'école et le cadrage des textes officiels.

Dans le B. O. n° 15 du 10 avril 2008, l'encart sur la préparation de la rentrée 2008 précise l'objectif de renforcer l'aide aux élèves qui en ont le plus besoin. Les difficultés repérées par l'enseignant dans le cadre de la classe donnent lieu à un programme personnalisé de réussite éducative (PPRE) en cas de difficulté lourde ou à une prise en charge dans le dispositif de l'aide personnalisée. À cet effet, 2 heures d'enseignement libérées par la modification des horaires de l'école (24 heures au lieu de 26) sont prévues.

L'aide est effectuée en très petits groupes, avec le cas échéant la mise en place d'un PPRE. Dans cette même perspective, les maîtres proposent aux parents des élèves de Cours Moyen qui éprouvent des difficultés en français et en mathématiques des stages de remise à niveau de 12 à 30 heures pendant les périodes de vacances scolaires.

Les horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire sont modifiés par le hors-série n° 3 du 19 juin 2008. Chaque professeur des écoles dispose désormais de 60 heures d'enseignement pour mettre en place cette aide personnalisée auprès des élèves de sa classe.

Les évaluations nationales de CE1 et CM2 permettent une évaluation régulière des élèves et contribuent à la validation des paliers intermédiaires du socle commun de connaissances et compétences.

2.3 L'aide personnalisée et sa mise en œuvre à l'école

Dans les écoles, les modalités sont diverses. En effet, les modalités pour la mise en place des séances de l'aide personnalisée sont décrites par le MEN (2011). Les moments et la durée des séances d'aide personnalisée sont fortement contraints par les caractéristiques de l'école, de son milieu et de son organisation. Les modalités à privilégier seraient des séances courtes (30 à 45 min) et fréquentes (3 à 4 fois par semaine), pour une durée hebdomadaire de 2 heures maximum par élève.

En mathématiques, l'aide personnalisée vise prioritairement la numération. Le dénombrement est travaillé en maternelle. La compréhension et la maîtrise du système décimal sont prioritaires au cycle 2 et nous avons vu que la maîtrise du calcul mental y contribue. L'objectif de la maîtrise de la numération est poursuivi au cycle 3, où doivent être renforcées les connaissances des tables, des doubles et moitiés. La résolution de problème fait bien partie des domaines travaillés en aide personnalisée au cycle 3.

2.4 L'aide personnalisée et les limites de ce dispositif

Dans sa troisième note de synthèse sur la mise en place de la réforme de l'enseignement primaire, du mois de juillet 2009, l'IGEN établit un premier constat sur l'efficacité de ce nouveau dispositif d'aide. Le succès de la mise en œuvre de l'aide personnalisée est réel. Les enseignants notent des effets positifs sur le comportement de leurs élèves, à savoir notamment une meilleure relation élève-enseignant et une augmentation de la confiance en soi de l'élève qui perdure dans le cadre de la classe. L'adhésion des familles est forte. Parents et enseignants constatent généralement un regain de motivation de l'élève pour l'école.

Mais qu'en est-il de l'efficacité du dispositif sur la réussite des élèves ? Sur ce plan, le constat nuance l'impression première de succès. En effet, l'IGEN note que seuls les effets sur le comportement sont visibles en classe. Les effets sur les progrès scolaires sont atténués en groupe classe. L'aide personnalisée est cependant efficace pour aider l'élève à surmonter un blocage ou à consolider un apprentissage encore fragile.

En conclusion de ce chapitre, je citerai le passage suivant, que l'on peut lire dans le préambule du B. O. hors-série n° 3 du 19 juin 2008 qui modifie les horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire :

Le véritable moteur de la motivation des élèves réside dans l'estime de soi que donnent l'apprentissage maîtrisé et l'exercice réussi. C'est la raison pour laquelle les élèves en difficulté doivent pouvoir bénéficier d'une aide personnalisée et différenciée dès que les premières difficultés apparaissent et avant qu'elles ne soient durablement installées. (MEN, 2008)

Réussite scolaire et estime de soi sont liées et le dispositif de l'aide personnalisée vise directement à renforcer cette relation. Des facteurs psychologiques entrent en compte dans la réussite scolaire et l'on fait ici l'hypothèse que la prise en charge précoce et différenciée des difficultés des élèves contribue à la réussite de cet élève et donc à maintenir sa motivation pour les apprentissages et l'école en général.

Malgré les difficultés de départ pour la mise en place des séances, un champ nouveau pour l'aide aux élèves en difficulté et pour la différenciation est ouvert. Cette expérience a des conséquences directes sur la façon de penser son enseignement. En ce qui concerne ma pratique, l'aide personnalisée est un outil modulable, facilement adaptable, qui fait désormais entièrement partie des modalités de mon enseignement. Même si ce dispositif alourdit l'horaire quotidien de classe pour les élèves concernés, il contribue à renforcer la confiance en soi des élèves. Son impact sur la relation maître-élève est indéniable.

Dans cette perspective à la fois théorique et historique je constate que les programmes de l'école primaire ont connu des ruptures notables qui ont influencé les pratiques pédagogiques du calcul mental. Je me trouve à un moment fort de ce mémoire puisqu'il me faut désormais définir mon objet de recherche. En effet, la partie suivante de mon mémoire sera consacrée à la définition de l'objet de la recherche que j'ai réalisée. Cette recherche s'inscrit dans un modèle théorique que je définirai au préalable.

PARTIE II

Chronologie de la recherche : Choix théoriques et méthodologiques vers le recueil des données

A- Cadre théorique pour une problématisation

À ce stade du mémoire, il est temps d'inscrire mon objet de recherche dans un modèle théorique. Après avoir présenté l'apport des théories de l'apprentissage à la didactique des mathématiques en général, je montrerai les implications possibles pour le dispositif de l'aide personnalisée et l'enseignement du calcul mental. Enfin, je présenterai ma question de recherche.

1. Théories de l'apprentissage et rôle des interactions sociales

Lorsque j'ai décidé de m'intéresser au dispositif de l'aide personnalisée, je me suis posé la question de savoir ce qui se jouait réellement lors de ces séances d'enseignement un peu particulières. Quels sont les fondements théoriques qui justifient le choix de ce dispositif (groupe à effectif restreint, diversité des élèves en difficulté) ? J'ai alors orienté mes lectures sur les théories de l'apprentissage qui ont contribué à l'élaboration d'un dispositif de ce type.

1.1 L'approche socioconstructiviste

Les apports de Piaget dans le domaine de la psychologie cognitive, les travaux de Vygotsky puis ceux de Doise et Mugny sur les interactions sociales sont à l'origine du courant socioconstructiviste. Vygotsky montre qu'il existe une dimension sociale essentielle dans les processus cognitifs de l'apprentissage. Les interactions y sont fondamentales, puisque pour lui, « *la vraie direction du développement ne va pas de l'individuel au social, mais du social à l'individuel* » (Vygotsky, in Johsua et Dupin, 1993, p. 106). Il donne une nouvelle vision de lien entre apprentissage et développement de l'enfant car il considère que l'apprentissage précède le développement et y contribue.

À la suite de Vygotsky, de nombreux chercheurs, tel Brousseau (1986), ont contribué à développer l'idée que l'acquisition de connaissances est un processus d'abord social, avant d'être individuel. Des modèles comme celui de Gilly (1995) montrent que les connaissances personnelles « *subjectives* » de départ (conceptions initiales) vont être remises en cause par l'individu confronté à une connaissance « *objective* » socialement acceptée. C'est par un processus d'intériorisation et de reconstruction que l'individu va réaliser un apprentissage qui le conduira à une nouvelle connaissance (subjective).

Je retiens comme cadre théorique que les interactions sociales jouent un rôle primordial dans ce processus dans la mesure où elles sont l'élément déclencheur d'une remise en question des représentations initiales.

1.2 Nature et rôle des interactions sociales entre pairs

Les interactions sociales peuvent être de deux ordres : l'étayage et le pilotage exercés par l'enseignant d'une part, les relations entre pairs d'autre part. C'est cette deuxième interaction qui a été l'objet de nombreux travaux qui ont abouti au concept de « *conflit socio-cognitif* ».

Doise, Mugny et Perret-Clermont (in Johsua & Dupin, 1993) ont consacré leurs recherches à montrer comment les interactions entre pairs génèrent un processus appelé « *conflit socio-cognitif* » qui conduit l'élève à réorganiser ses conceptions initiales afin d'y intégrer les nouveaux éléments apportés par la situation. C'est la confrontation des représentations de plusieurs sujets en interaction qui provoque le déséquilibre qui amènera l'individu à se décentrer de son point de vue grâce à l'argumentation et à la communication. Ce déséquilibre se résoudra par un progrès cognitif, résultat du phénomène de contrôle que le sujet développe afin de dépasser l'obstacle.

1.3 Conséquences pour la didactique des mathématiques

La didactique des mathématiques a retenu quatre postulats issus des théories socioconstructivistes de l'apprentissage (Johsua et Dupin, 1993, p. 115) : le sujet construit ses connaissances par une interaction active avec son environnement physique et social.

Les stratégies observables du sujet face à une situation-problème scientifique sont déterminées par le type de connaissances du sujet dans ce domaine et par leur structuration. Le type de situation-problème affecte également le comportement de l'apprenant.

Pour Brousseau (1986), les interactions entre élèves sont génératrices de progrès en mathématiques. Elles se déroulent lors de différents moments et notamment en situation de recherche dans le cadre d'une situation-problème et lors des phases de validation où les différentes procédures sont exposées et discutées. Ces interactions sont définies par la théorie des situations didactiques développée par cet auteur. Ce dernier propose également l'idée d'un « processus de mathématisation » qui se déroule en trois phases (action, formulation, validation). Ce processus qui implique que l'élève soit capable d'explicitier sa procédure à l'aide d'un langage adapté, montre l'importance des interactions sociales entre pairs.

La connaissance mathématique est, selon les didacticiens actuels, une construction sociale. Dialogue, argumentation et communication sont nécessaires pour faire évoluer l'élève d'une connaissance mathématique subjective à une connaissance objective socialement acceptée. En conséquence, l'enseignement des mathématiques privilégiera les situations didactiques riches, proposant des obstacles à dépasser dans un environnement de relations sociales.

2. Quelles implications du dispositif de l'aide personnalisée sur le calcul mental ?

En quoi le dispositif de l'aide personnalisée peut-il favoriser les progrès ? Les théories socioconstructivistes de l'apprentissage ont permis de prendre conscience que le dispositif du petit groupe était favorable aux progrès des élèves. Le dispositif de l'aide personnalisée semble donc pertinent quant à l'émergence du conflit socio-cognitif. En calcul mental, l'obstacle à dépasser sera par exemple le constat de l'inefficacité de telle ou telle procédure de calcul.

Parmi les types d'activités favorisant les interactions sociales, le jeu me semble le plus pertinent pour un dispositif d'aide aux difficultés d'apprentissage. L'aspect ludique tend à dédramatiser l'échec et à surmonter certains blocages. Il peut constituer une situation-problème et présenter un contexte favorable à l'émergence du conflit socio-cognitif.

Le petit groupe constitué pour l'aide personnalisée ne l'est pas selon des critères affectifs : les enfants ne se choisissent pas. Il n'est pas constitué non plus exclusivement d'élèves en grande difficulté, au contraire. Les élèves de l'aide personnalisée en calcul mental ont des profils assez divers car on y rencontre des élèves en difficulté forte tout comme des élèves ayant simplement besoin d'un « petit coup de pouce » occasionnel. Il n'y a pas lieu de choisir entre les critères d'homogénéité/hétérogénéité et affectifs puisque la constitution du groupe pour l'aide personnalisée en calcul mental est déterminée à la fois par les résultats aux évaluations en lien avec la progression de la classe et par l'accord des familles.

Le petit groupe constitué pour l'aide personnalisée en calcul mental présente enfin les trois principes dégagés par Meirieu (1983) pour que le groupe de travail soit bénéfique et le conflit socio-cognitif présent. Il favorise les interactions sociales (phases d'explicitation des procédures de calcul), ses membres ont un langage commun et la diversité des caractéristiques des élèves qui le

constituent en assure l'équilibre et permet l'émergence d'un conflit socio-cognitif. Le groupe de l'aide personnalisé est un groupe à dominante apprentissage : il est essentiellement basé sur les interactions cognitives mises en place par les différents membres du groupe afin de réaliser au mieux certains apprentissages, en tenant compte des trois conditions nécessaires à l'efficacité du conflit socio-cognitif évoquées plus haut.

D'autres éléments vont dans le sens du choix de ce dispositif d'aide à savoir que :

- Le petit groupe favorise la socialisation par les interactions qui s'y déroulent.
- Le petit groupe renforce par ailleurs la motivation des élèves par les démarches d'entraide et de coopération qu'il peut susciter. La communication y est plus facile qu'en groupe classe. Le petit groupe contribue également à l'appropriation de la langue.

Le constat étant fait que le dispositif d'un petit groupe pour l'aide personnalisée est un choix pertinent quant à l'état des connaissances actuelles sur les processus d'apprentissage, je présenterai maintenant les implications de ces connaissances théoriques pour une didactique du calcul mental.

3. Implications pour une didactique du calcul mental

Classiquement identifié à l'apprentissage des tables et à l'application de procédures observées à partir d'exemples, l'enseignement du calcul mental à l'école a ensuite introduit d'idée des propriétés des opérations lors de la réforme des programmes des années 70.

Les théories actuelles de l'apprentissage ont pour objectif de doter l'élève de méthodes d'acquisition des connaissances, l'important étant de comprendre. De fait, on peut observer que dans les pratiques enseignantes, la mémorisation est moins sollicitée en tant que telle, tout comme l'effort conscient de mémorisation (apprendre « par cœur »). L'accent est donc mis sur les processus (savoir retrouver un résultat) plutôt que sur la restitution d'un savoir (récitation des tables de multiplication). C'est l'apport du constructivisme des théories de l'apprentissage.

L'éclairage théorique qui précède me donne à comprendre que le calcul mental n'est plus à considérer comme une connaissance utile en elle-même, mais comme un outil nécessaire à la résolution de problème à travers laquelle l'enfant va réaliser ses apprentissages en mathématiques.

Je choisis ici de présenter deux approches pédagogiques qui me semblent être les plus en phase à l'heure actuelle avec l'état des connaissances scientifiques sur l'enseignement des mathématiques.

Quand les chercheurs du groupe Ermel réexaminent dans les années 90 les conditions d'appropriation du nombre chez le jeune enfant, ils prennent en compte des travaux récents provenant à la fois de la recherche en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques. Ils retiennent deux idées-force :

Les connaissances mathématiques prennent d'abord du sens dans les problèmes qu'elles permettent de résoudre efficacement [...] Le « nouveau » se construit à partir de « l'ancien » [...] il convient donc, dans tout processus d'apprentissage, de prendre en compte les conceptions initiales des élèves. (2005, p. 24)

Leurs conceptions de l'apprentissage et leurs propositions de démarche pédagogique pour la classe reposent sur plusieurs hypothèses. La première est que « *de nombreuses connaissances se construisent et prennent du sens à travers des actions finalisées* » (2005, p. 36). De fait, ils proposent des situations-problème comme point de départ pour l'apprentissage d'une nouvelle notion. En se confrontant au réel, l'élève construit une nouvelle connaissance en réponse à une question.

Une seconde hypothèse du groupe Ermel (qui met ici en œuvre les apports des théories socioconstructiviste) est qu'« *apprendre se fait aussi dans un contexte d'interactions sociales* » (2005, p. 41). En se confrontant à d'autres pensées, celles de ses pairs ou celles des adultes, l'enfant construit sa propre pensée.

L'idée que les connaissances s'élaborent à partir de connaissances déjà présentes est une troisième hypothèse. L'apprentissage se fait « *à partir* » de ce que l'on connaît déjà, mais aussi « *contre* » cette connaissance antérieure. Les nouveaux apprentissages suivent un processus fait de ruptures et de restructuration des conceptions initiales.

La quatrième hypothèse de travail des chercheurs du groupe Ermel réside dans l'idée qu'apprendre est un processus long dans le temps, où répétition, entraînement et retours en arrière sont nécessaires et toujours ancrés dans une bonne compréhension de ce que l'on apprend. À ce titre, le calcul mental sera proposé en exercice oral rapide mais quotidien. Cette activité visera la mémorisation, l'entraînement aux procédures en cours d'acquisition et la confrontation de procédures différentes. Le procédé La Martinière souvent utilisé pourra être complété par des exercices de calcul mental rapide proposés à l'écrit.

Enfin, l'idée qu'une connaissance est acquise si elle est mobilisable quel que soit le contexte constitue une dernière hypothèse ce qui, dans l'esprit du socle commun devient une compétence acquise. Pour ces chercheurs, ce n'est qu'au CE1 que l'élève acquiert une nouvelle forme de connaissance des nombres qui est « la connaissance arithmétique » des nombres, celle qui permet de voir un nombre sous ses diverses formes : par exemple 6 c'est 3+3 mais aussi 2x3, 10-4, 2+4, etc.

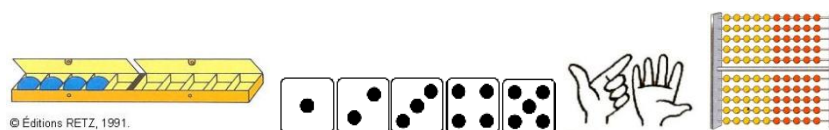
Le cycle 2 est une période de construction des outils de calcul. Aussi, les auteurs du groupe Ermel privilégient les **procédures de calcul personnelles** (« *procédures-élèves* ») aux procédures dites « *expertes* » que l'enseignant souhaite les voir utiliser. Les procédures individuelles de calcul réfléchi (mental ou écrit) sont donc à favoriser même si au CE1 l'élève doit commencer à acquérir un premier répertoire de résultats dans le domaine du calcul automatisé.

Dans cette perspective, **la droite numérique est l'outil** de prédilection pour le calcul au cycle 2 (2005, p 365). Il conviendra par ailleurs de travailler sur une diversité de représentations mentales des nombres. Les constellations du dé et les doigts présentent le très grand avantage de faciliter le repérage du 5 et du 10, des compléments à 10 et rendent visible la relation « *6 c'est 5+1* ».

Pour Charnay (2004), qui codirige le groupe de recherche Ermel, l'accès au calcul doit passer impérativement par la manipulation d'objets, mais avec la condition que cette action n'empêche pas l'**anticipation**. La manipulation peut en effet « tuer » le problème.

De son côté Brissiaud (1999) a développé l'idée que toute pédagogie du calcul mental doit distinguer le calcul mental du « *calcul sur les objets* ». C'est « *la mentalisation du calcul sur les objets* » qui aide le mieux les élèves à accéder au calcul mental et à mémoriser les tables d'addition. Ainsi, il propose un enseignement du calcul sur des objets structurés : la boîte de *Picbille*, les constellations du dé, le boulier ainsi que la représentation des doigts en sont les exemples fréquents. Ils présentent tous les repères 5 et 10.

« Pour accéder au calcul mental, il est essentiel que les enfants prennent conscience de l'intérêt à penser les collections sous forme organisée plutôt qu'inorganisée. » (1999, p. 14).



Pour ce chercheur, apprendre le comptage est nécessaire mais ne suffit pas. Le comptage est lié aux collections non organisées comme celles de « *l'écureuil* », seules les collections organisées comme celles de « *Picbille ou Dédé* » permettent de calculer, c'est-à-dire de se faire une représentation de la quantité par une anticipation sur le contenu de la boîte. Brissiaud dit aussi que ce n'est pas la répétition « par cœur » des tables qui va apprendre aux enfants à calculer. C'est en apprenant à **se représenter mentalement les quantités à l'aide des repères 5 et 10** qu'il développera sa capacité à calculer mentalement, car il construira des stratégies telles que le

« passage à la dizaine » et « le retour aux cinq ». S'il s'appuie d'abord sur des collections organisées (calcul sur les objets) il utilise par la suite des représentations mentales de ces mêmes collections.

Tout comme les chercheurs du groupe Ermel, Brissiaud insiste sur l'importance des situations d'anticipation où les enfants valident par eux-mêmes leur réponse. Il définit comme eux deux types de séances à mener en classe : les séances de résolution de problème et les séances d'entraînement.

Mais le point de vue de Brissiaud diffère de celui du groupe Ermel, sur la question de l'enseignement des stratégies de calcul réfléchi. Brissiaud prône un enseignement précoce des stratégies de calcul réfléchi. Il pense que cette compétence n'est pas « naturelle » mais qu'elle s'acquiert. Au contraire, pour les auteurs d'Ermel, ce sont les stratégies spontanément utilisées par les enfants en situation de résolution de problème « *procédure-élève* » qu'il convient d'entraîner par la suite.

Ainsi donc, après avoir défini un cadre théorique pour cette recherche, il est désormais temps d'en présenter la problématique.

4. Problématisation

Mon questionnement de départ était le suivant : **l'élève qui bénéficie d'une aide personnalisée en calcul mental fait-il du lien entre les apprentissages en groupe d'aide et ceux de la classe ? Les progrès en calcul constatés en petit groupe sont-ils transférables au grand groupe ? Si oui, quelles relations l'enseignant et l'élève construisent-ils entre « aide personnalisée » et « classe » ?** Après mes deux premières années d'expérience de l'aide personnalisée, mon constat était que les connaissances acquises en situations d'aide ne sont pas transposées systématiquement en groupe classe. Quelles en sont les raisons ? Ce constat empirique, au demeurant, est-il fondé ? Ou bien les attentes de l'enseignant sont-elles plus fortes pour les élèves qu'il a aidés ?

L'importance donnée au calcul mental ces dernières années par les programmes de l'école m'a amenée à me demander quel en était le fondement théorique. Les items de calcul mental lors des évaluations en CE1 et en CM2 montrent des résultats faibles. Des études ont prouvé que le

calcul mental développe des capacités qui ne se limitent pas au strict domaine du calcul et des opérations et qu'il est un facteur de réussite scolaire.

Mes lectures sur la didactique des mathématiques et les théories de l'apprentissage d'une part, mon expérience de la classe d'autre part et le souhait de théoriser les constats que j'y fais tant sur l'enseignement du calcul mental que sur les processus d'apprentissage m'amènent à formuler la question de recherche suivante :

Quelle est la nature de l'impact d'une aide personnalisée en calcul mental au CE1, sur les progrès des élèves ?

En lien avec cette question de recherche, je formulerai les hypothèses suivantes :

- **Le petit groupe favorise les apprentissages en calcul mental parce qu'il sécurise les élèves.**
- **Les compétences acquises en aide personnalisée sont directement transférables en groupe classe.**

Cette étude est propre au domaine du calcul mental au cycle 2. Le calcul mental possède un caractère affectif et ludique fort et on pourra se demander à la fin si les résultats obtenus seraient identiques dans un autre domaine disciplinaire ou si l'aide personnalisée avait été réalisée par un autre enseignant que celui de la classe.

B- Cadre méthodologique de l'objet de recherche

Le recueil des données s'est déroulé en plusieurs étapes. En premier lieu, une enquête sur le calcul mental auprès des enseignants des cycles 2 et 3 m'a permis de mettre en évidence quelques représentations sur l'enseignement du calcul mental et les pratiques d'enseignement les plus fréquentes. En second lieu, j'ai réalisé une série de données recueillies en classe et lors des séances d'aide personnalisée dont l'analyse me fournira des éléments de réponses à ma question de recherche. Un enregistrement des séances d'aide personnalisée ainsi qu'un questionnaire sur les représentations que les élèves de CE1 ont du calcul mental ont été également réalisés. Je ne les présenterai pas en détail dans ce mémoire mais je m'y référerai parfois pour illustrer une analyse ou une interprétation.

1. Une enquête auprès des enseignants

Parmi les moyens de recueil de données possibles j'ai tout d'abord choisi le questionnaire. Sous forme d'enquête proposée aux enseignants j'ai voulu relever des pratiques enseignantes dans le domaine du calcul mental. J'ai cherché ainsi à connaître les représentations qu'ils se font de cet enseignement. J'ai donc construit un premier questionnaire destiné aux enseignants de cycle 2. Au fur et à mesure des réponses il m'a semblé intéressant d'enquêter aussi auprès des enseignants du cycle 3. Existe-t-il des différences fondamentales entre les 2 cycles dans l'enseignement du calcul mental autres que celles qui sont propres aux contenus des enseignements ?

Le questionnaire pour le cycle 2, à compléter en ligne, a été envoyé par courrier électronique à 47 enseignants et 29 d'entre eux ont répondu. Le taux de réponse a été de 62% environ.

Le questionnaire pour le cycle 3, à compléter en ligne, a été envoyé par courrier électronique à 63 enseignants et 23 d'entre eux ont répondu. Le taux de réponse a été de 37% environ. L'échantillon total est donc de 52. Le questionnaire et les tableaux des résultats bruts se trouvent en Annexes II.D.1, II.D.2 et II.D.3.

L'enquête comprend à la fois des questions à choix multiples, des échelles de valeur, et des questions ouvertes ou fermées

2. Des recueils de données en classe : données en termes de réussite ou d'échec

Cette phase de recueil de données s'est déroulée dans ma classe de CE1 entre le mois de novembre et le début du mois d'avril.

2.1 Le dispositif de recueil des données en classe

Pour chaque compétence retenue en calcul mental, les évaluations sont réalisées dans la classe dans les conditions suivantes :

La classe est divisée en deux groupes. Deux élèves voisins de table ont une activité différente afin de favoriser les réponses individuelles. Le test de calcul se déroule donc deux fois c'est-à-dire un groupe après l'autre. Les élèves ont l'habitude de ce mode d'organisation. La tâche donnée aux élèves en autonomie est facile et attrayante afin de limiter les interactions pendant le test. Aucune difficulté ne doit surgir pour cette activité-là.

Les élèves disposent des outils d'aide pour le calcul affichés dans la classe, comme la file des nombres ou les affichages des procédures de calculs. L'utilisation des doigts n'est pas interdite. Le temps imparti pour chaque calcul dicté à l'oral est d'une quinzaine de secondes environ lors des premiers tests (novembre à février). Je note qu'il est de 5 secondes lors des tests de calcul automatisé dans le protocole des évaluations nationales de CE1. Je choisis pourtant ce temps de 15 secondes jusqu'au mois de février. J'ai constaté que cette durée était nécessaire pour beaucoup d'élèves. Elle est toutefois assez courte pour rendre inefficaces les stratégies comme le comptage un à un sur la file numérique collective. Au début de chaque test les stratégies possibles sont rappelées. Le temps accordé au calcul automatique est réduit à 6 secondes environ à partir du mois de mars.

L'évaluation est réalisée sur un support écrit individuel que les élèves connaissent bien. Il est présenté en annexe II.D.4.

2.2 L'échantillon « élèves »

La classe de CE1 dans laquelle est réalisée l'évaluation comprend 22 élèves au total. Toutefois les tests ne sont pas réalisés auprès de la totalité des élèves. La différence s'explique de la façon suivante : 2 élèves en situation de handicap, 2 enfants du voyage et une élève scolarisée à

temps partiel (intégration ITEP) bénéficient d'une pédagogie différenciée adaptée et ne sont pas encore concernés par ces apprentissages. Il y a aussi des absents les jours des tests. L'effectif maximal est donc de 17 élèves dont 2 ont déjà bénéficié d'un maintien au cours du cycle 2.

2.3 Première expérimentation en classe : le calcul réfléchi

a) Compétence 1 : Calculer avec des dizaines entières

➤ Modalités des apprentissages en classe

L'apprentissage a débuté en classe par le jeu de « *la fortune de Moustik* » (Charnay, 2009, p. 20). À chaque étape du jeu on ajoute ou on retire un nombre de dizaines ou d'unités en comptant des perles. Les élèves ont pour tâche d'écrire sur leur ardoise le nombre de perles après chaque opération. On matérialise chaque étape à l'aide de cartes (cartes unité, cartes dizaine). Cette activité sert à travailler les effets sur l'écriture d'un nombre d'un ajout ou d'un retrait de dizaines entières. Connaître la valeur de chaque chiffre en fonction de sa position dans le nombre est essentiel.

L'apprentissage s'est poursuivi par des exercices de calcul écrits puis par des séries de calculs dictés à l'oral sous la forme d'ajout, de retrait ou de recherche de compléments. Les séances de recherche de procédures se font sur l'ardoise selon le procédé La Martinière et les séances d'entraînement à l'écrit sur fiche de travail. Un affichage de classe répertoriant les différentes procédures trouvées et hiérarchisées est constitué au fur et à mesure et reste présent lors de toutes les séances. Un exemple est présenté en annexe I.A. Exemples de compétences travaillées lors des séances d'aide personnalisée :

- compter de 10 en 10, en avançant ou en reculant, à partir de n'importe quel nombre.
 - Connaître la valeur positionnelle des chiffres d'un nombre inférieur à 100.
 - Observer que le chiffre des unités ne change pas lorsqu'on ajoute ou retire des dizaines entières.
- Les situations proposées sont ludiques et les supports variés : jeux de cartes, jeux de piste, jeux en ligne et notamment Calcul@tice.

➤ Trois temps pour l'évaluation

Afin de permettre la comparaison des résultats, les calculs proposés sont strictement les mêmes dans chaque série. Les 10 calculs dictés sont :

20+40	24+30	40+32	5+40	70-50	45-10	63-30	40 pour aller à 80	32 pour aller à 52	10 pour aller à 41
-------	-------	-------	------	-------	-------	-------	--------------------	--------------------	--------------------

- **L'évaluation diagnostique** : une première série de tests a été réalisée fin novembre dans le cadre de la classe entière après une première semaine d'apprentissage. À l'issue de ce test j'ai identifié 8 élèves en difficulté sur cette compétence. Parmi eux, 7 ont ensuite bénéficié de trois séances d'aide personnalisée, en deux groupes, et le huitième n'est jamais venu aux séances.
- **L'évaluation finale** : la deuxième série de tests s'est déroulée mi-décembre dans le cadre de la classe à l'issue des quatre séances d'aide personnalisée soit deux semaines après la première.
- **L'évaluation différée** : la troisième série de tests a été réalisée dans le cadre de la classe en janvier.

b) Compétence 2 : Trouver le complément d'un nombre à la dizaine supérieure

➤ Modalités des apprentissages en classe

La connaissance automatisée des compléments à 10 est un prérequis. Divers jeux sont proposés afin de renforcer leur mémorisation. Les calculs sont dictés sous la forme « *combien de 7 pour aller à 10 ?* », puis « *combien de 27 pour aller à 30 ?* », « *combien de 47 pour aller à 50 ?* ». Les calculs sont validés par déplacements sur la ligne numérique. On observe que le déplacement nécessaire pour aller de 27 à 30 est le même que celui pour aller de 7 à 10. Pendant les séances d'aide personnalisée, la mémorisation des compléments à 10 est renforcée et les élèves disposent d'une ligne numérique individuelle pour valider leurs réponses. Ils jouent aussi sur le tableau des nombres et avec les boîtes de *Picbille*.

Sur la question de la mémorisation des compléments à 10, Brissiaud (1999) montre que cette mémorisation n'est pas aussi « facile » que celle des doubles. La mémorisation des doubles est facilitée parce qu'il y a répétition du même nombre. Pour les compléments à 10, c'est différent car il n'y a plus cette répétition. Il propose alors d'enseigner systématiquement les stratégies de calcul qui, en utilisant les relations du type $5+n$ et $10+n$, servent de point d'appui pour la mémorisation future des tables. La mémorisation des compléments à 10 passe par la mentalisation des décompositions de 10 avec le repère 5. L'utilisation de la boîte de *Picbille* prend alors tout son sens. L'élève visualise d'une part la décomposition du nombre mais aussi les cases vides qui sont le complément. Par exemple, si l'élève visualise 7 dans la boîte de *Picbille*, comme 5 et 2, il visualise aussi spontanément les 3 cases vides pour compléter à 10 et il n'a pas besoin de recourir à la file numérique. Il mémorise donc plusieurs relations en même temps : 7 c'est 5 et encore 2 (repère du 5) et 10 c'est 7 et encore 3 (repère du 10).

➤ Cinq temps pour l'évaluation

Afin de permettre la comparaison des résultats, les calculs proposés sont strictement les mêmes dans chaque série. Les 10 calculs dictés sont :

7 pour aller à 10	6 pour aller à 10	27 pour aller à 30	46 pour aller à 50	47 pour aller à 50	36 pour aller à 40	10 - 2	30 - 5	60 - 7	88 pour aller à 90
-------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------	--------	--------	--------------------

J'avais initialement prévu le même dispositif d'évaluation que celui de la compétence 1. Mais l'observation des premiers résultats et un recentrage de la problématique ont fait émerger la question suivante : **les élèves réussiraient-ils mieux l'évaluation dans le cadre du petit groupe de l'aide personnalisée ?** Cette question induit que l'on pourrait ici mesurer une variable affective comme influant sur les résultats des élèves. **J'ai donc fait l'hypothèse que les élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée auraient des résultats différents selon qu'ils seraient évalués en situation de classe entière ou en petit groupe.**

Les cinq temps pour l'évaluation et le recueil des données pour la compétence 2 sont :

- **L'évaluation diagnostique en classe** : elle a eu lieu fin janvier. À l'issue de ce test j'ai identifié 4 élèves en difficulté sur cette compétence. Parmi eux, 3 ont ensuite bénéficié de trois séances d'aide personnalisée, le quatrième élève n'a bénéficié que d'une seule séance car il a été absent aux deux premières.
- **L'évaluation diagnostique en groupe d'aide personnalisée au début de la première séance.**
- **L'évaluation finale en classe**: mi-février soit environ deux semaines après le début de l'apprentissage.
- **L'évaluation différée en classe** : mi-mars.
- **L'évaluation différée en groupe d'aide personnalisée** : mi-mars.

c) Compétence 5 : Calculer le complément d'un nombre inférieur à 10 à une dizaine supérieure quelconque

➤ Modalités des apprentissages en classe

La connaissance automatisée des compléments à 10 est là encore un prérequis. Une bonne compréhension de la numération de position est un plus. Les calculs sont dictés sous la forme « combien de 8 pour aller à 10 ? », puis « combien de 8 pour aller à 30 ? », « combien de 8 pour

aller à 40 ?». Les calculs sont validés par déplacements sur une ligne tracée au tableau et présentant les bonds successifs. On observe également que la réponse se trouve dans la dizaine qui précède le deuxième nombre et qu'il faut utiliser le complément à 10. Une élève utilise la soustraction. Les procédures sont reproduites sur une affiche et classées selon leur efficacité. Elles sont présentées en annexe I.A.1.

Pendant les séances d'aide personnalisée, de courts problèmes dictés sont utilisés, pour renforcer la compréhension. Il est nécessaire de varier le type de consigne afin de construire la notion de complément sous ses divers points de vue : compléter une collection, égaliser 2 collections ou se déplacer sur la droite numérique. Denis Butlen montre que changer de point de vue favorise « *la construction du nombre et contribue [...] à accroître la disponibilité des faits numériques* ». (2010, p. 17)

Exemples de consignes de petits problèmes dictés afin de mémoriser le complément de 3 :

- Complète le bouquet pour qu'il y ait 10 fleurs ?
- Combien manque t-il de fleurs pour faire 10 ?
- Combien de fleurs faut-il acheter encore pour en avoir 10 ?

En interrogation sous forme de calcul je propose : $3 \text{ pour aller à } 10, 3+ ?=10, 10-3= ?$ Etc. L'aide concernera 6 élèves pour cette compétence.

➤ Cinq temps pour l'évaluation

Le même dispositif que celui pour la compétence 2 est répété. Afin de permettre la comparaison des résultats, les calculs proposés sont strictement les mêmes dans chaque série. Les 10 calculs dictés sont :

4 pour aller à 10	4 pour aller à 30	4 pour aller à 50	5 pour aller à 10	5 pour aller à 20	5 pour aller à 40	6 pour aller à 10	6 pour aller à 30	6 pour aller à 50	88 pour aller à 90
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------

- **L'évaluation diagnostique en classe** : mi-mars. À l'issue de ce test j'ai identifié 6 élèves en difficulté sur cette compétence. Ils ont ensuite bénéficié de trois séances d'aide personnalisée.
- **L'évaluation diagnostique en groupe d'aide personnalisée** au début de la première séance.
- **L'évaluation finale en classe** : fin mars soit environ deux semaines après le début de l'apprentissage.
- **L'évaluation différée en classe** : mi-avril (après les vacances de printemps).
- **L'évaluation différée en groupe d'aide personnalisée** : mi-avril (après les vacances de printemps). Celle-ci n'a pu avoir lieu car, faute de disponibilité des élèves, je n'ai pas pu reconduire le petit groupe d'aide personnalisée dans un délai qui me paraissait acceptable.

2.4 Seconde expérimentation en classe : le calcul automatisé

À l'issue des 2 premiers dispositifs d'expérimentation en classe, je me suis interrogée sur la nature des obstacles que ne surmontaient pas 3 des élèves bénéficiant de l'aide personnalisée. Certains semblaient même être encore plus en difficulté. Ils me donnent l'impression d'avoir baissé les bras car ils sont dans l'incapacité de produire une réponse. Ils ne disposent pas d'assez de repères pour amorcer un calcul. Ces élèves arrivent difficilement à s'exprimer sur ce point. Au cours de mes observations et en écoutant leurs remarques lors des séances en petits groupes, de nouvelles questions ont émergé.

Ces élèves présentent des difficultés de procédures et de mémorisation en cours de calcul, ont-ils néanmoins mémorisé le répertoire additif ? Peuvent-ils reconstituer rapidement un résultat par une procédure automatisée ? Sont-ils autant en difficulté en calcul réfléchi qu'en calcul automatisé ? **J'ai fait l'hypothèse que les élèves de la classe pouvaient présenter des réussites différentes selon qu'ils étaient en situation de calcul réfléchi ou en situation de calcul automatisé. J'ai donc décidé de tester leur niveau de mémorisation des résultats du répertoire additif.**

Afin d'affiner les résultats j'ai prévu deux séries de tests de difficulté croissante. La première série porte sur les calculs ayant pour résultats des nombres inférieurs à 10 et la deuxième des nombres plus grands que dix. En mettant en place cette nouvelle série de tests, j'ai pris conscience que lors des expérimentations précédentes je n'avais pas fait varier les paramètres du dispositif de recueil des données. Cela répond à un souci de reproduire au mieux les mêmes conditions d'expérimentation afin de pouvoir comparer les résultats. Or, la phase d'évaluation des acquis des élèves contient en elle-même des caractéristiques susceptibles d'influer sur leurs résultats.

Lors de mes lectures, j'ai par ailleurs noté que plusieurs points de vue s'affrontent en ce qui concerne la place de l'écrit dans les situations de calcul mental. Quand Delord choisit d'alléger le coût en mémoire de l'activité de calcul mental en écrivant les calculs au tableau, d'autres affirment que l'activité de calcul mental ne se conçoit qu'en dehors de tout écrit. **Je décide alors de mesurer, conjointement à leur niveau de mémorisation des résultats du répertoire additif, l'effet du type d'évaluation utilisé (orale ou écrite) sur la réussite des élèves.**

a) Compétence 3 : connaître ou reconstruire rapidement les résultats du répertoire additif ($S < 10$)

L'évaluation s'est déroulée en classe entière. Les élèves disposent de 5 à 7 secondes pour répondre sur leur fiche d'évaluation. Afin de pouvoir comparer les résultats des différentes phases de l'évaluation les calculs sont dictés dans le même ordre et sont strictement les mêmes lors de chacune d'elles. Les 10 calculs dictés sont :

4 + 3	5+3	7+2	3+6	9-5	8-3	7-2	7 pour aller à 14	9 pour aller à 19	5 pour aller à 12
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----------------------	----------------------	----------------------

➤ Deux temps pour l'évaluation

- Une première série sous forme de **calculs dictés** (les élèves ne disposent d'aucune écriture du calcul proposé)
- Une seconde série sous forme **de calculs écrits** (les élèves disposent du calcul écrit sur leur fiche de travail). Je n'interviens pas dans la lecture des calculs.

b) Compétence 4 : connaître ou reconstruire rapidement les résultats du répertoire additif ($S > 10$)

L'évaluation s'est déroulée en classe entière dans les mêmes conditions que pour la compétence 3. Je m'autorise à appeler cette série « $S > 10$ » car le calcul des différences et des compléments porte sur des nombres plus grands que 10 et opère un passage de la dizaine, ce qui n'est pas le cas dans la première série. Les 10 calculs dictés sont :

6+7	5+8	7+4	9+8	12-4	18-9	15-6	8 pour aller à 16	9 pour aller à 14	6 pour aller à 11
-----	-----	-----	-----	------	------	------	----------------------	----------------------	----------------------

Après avoir observé les résultats étonnants pour la compétence 3, je décide de rajouter une troisième phase pour l'évaluation de cette compétence.

➤ Trois temps pour l'évaluation :

- Une première série sous forme de calculs **dictés**
- Une seconde série sous forme de calculs **écrits**
- Une troisième série sous forme de calculs **dictée avec le support écrit disponible** (les élèves disposent du calcul écrit sur leur fiche de travail en même temps que je dicte).

Un tableau récapitulatif des tests de l'expérimentation est disponible en annexe II.D.5.

3. Des recueils de données en classe : enregistrements des séances d'aide personnalisée

Pendant les séances d'aide personnalisée concernant le calcul réfléchi, j'ai par ailleurs réalisé des enregistrements afin de retranscrire l'état et l'évolution des procédures des élèves. Ces enregistrements n'ont fait l'objet d'aucun *verbatim* ni analyse précise. J'y ferai référence ponctuellement pour confirmer une évolution des procédures des élèves.

4. Une courte enquête auprès des élèves

Lorsque j'ai commencé ce recueil de données il y a quelques mois, je me suis immédiatement intéressée aux pratiques et ressentis des enseignants vis-à-vis de l'enseignement du calcul mental.

Et les élèves ? Que pensent-ils de cet apprentissage ? L'apprécient-ils ou le trouvent-ils pénible ? Ont-ils conscience de la portée de cette connaissance dans leur réussite en général ? Ayant plusieurs fois échoué lors d'un entretien frontal à faire parler mes élèves sur le calcul mental, j'ai décidé de procéder de manière plus formelle en leur proposant à eux aussi un questionnaire en ligne. Ce dispositif a suscité beaucoup de curiosité et d'intérêt et chacun a pu s'exprimer sans blocage. Certains élèves, parmi les moins bavards à l'ordinaire, ont été les plus explicites. Les réponses à ce questionnaire montrent combien il est nécessaire dès les petites classes d'explicitier les implications de tout apprentissage en classe. Il s'est avéré que cela n'avait pas été suffisamment le cas pour le calcul mental dans ma classe. Je me suis efforcée d'y remédier depuis.

Ce questionnaire comporte 6 questions dont une ouverte. La passation a été réalisée en relation duelle. Pour éviter que des erreurs de manipulation ou des erreurs de lecture ne faussent les réponses obtenues, j'ai lu les questions à chaque élève et noté les réponses avec eux. Le questionnaire et les tableaux des résultats bruts se trouvent en Annexes II.D.6 et II.D.7.

Partie III

Le corpus de données : un essai d'analyse

A- Présentation et analyse des résultats de l'enquête réalisée auprès des enseignants

Les personnes interrogées ont majoritairement moins de 10 ans d'ancienneté dans leur métier d'enseignant (65%). C'est donc un échantillon assez jeune. Les résultats sont exposés sous forme de pourcentages.

1. Quels dispositifs pour les séances en calcul mental ?

Le temps et la fréquence dans l'emploi du temps est, semble-t-il, un indicateur des pratiques enseignantes pour le calcul mental. En effet, quatre séances de calcul mental hebdomadaire, pour une durée moyenne de 10 à 15 minutes, est le dispositif largement choisi par les enseignants qui ont répondu. Quatre enseignants précisent faire aussi des séances d'apprentissage plus longues (30 à 45 minutes), mais ponctuelles, en plus des séances d'entraînement rapides mais quotidiennes. Ces premiers résultats sont en total accord avec la circulaire du 2 mars 2007 sur l'enseignement du calcul qui précise que « *L'entraînement au calcul mental doit être quotidien dès le CP et se prolonger tout au long de l'école élémentaire* ».

Les auteurs du document d'accompagnement des programmes en calcul mental préconiseraient « *des séquences brèves* » de 5 à 10 minutes pour l'automatisation de procédures et la mémorisation d'une part et des séances plus longues « *de un quart d'heure à une demi-heure* » pour les séances de calcul réfléchi (MEN, 2002a).

Le rapport de l'IGEN sur *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*, paru en juin 2006, faisait état d'une « *attention insuffisante au calcul mental et au calcul instrumenté* » (2006, p. 44). Les observateurs de l'Inspection Générale constataient que le temps consacré au calcul mental était « *massivement* » inférieur à 1 heure hebdomadaire et que l'activité n'était pas quotidienne, contrairement à ce précisaient les programmes de 2002.

En juillet 2010, L'IGEN, dans sa note de synthèse sur la mise en œuvre de la réforme de l'enseignement primaire, observe toujours ce même manque d'attention porté à l'enseignement du calcul mental :

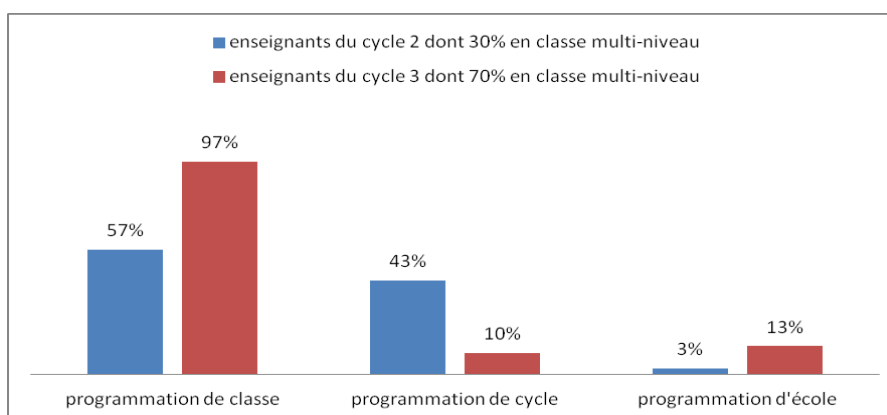
L'essentiel des observations concerne le champ du "calcul mental", dont la pratique régulière et systématique ne se retrouve que dans une moitié des classes environ, dont la progressivité est presque toujours très difficile à saisir et qui se trouve placée sous le signe de la rapidité, de l'automatisme, sans nécessairement comporter de temps pour des analyses, pour des explications, des formalisations et des moments de systématisation. (2010, p. 18)

On peut donc faire l'hypothèse que depuis, les enseignants ont redonné au calcul mental une place importante et plus conforme aux textes officiels par le temps qu'ils consacrent dans leur classe à cet apprentissage.

2. Quelles programmations en calcul mental ?

La programmation des apprentissages en calcul mental est majoritairement une programmation de classe (57% en cycle 2 et 97% en cycle 3). Cette différence entre les deux cycles me surprend d'autant plus que 70% des enseignants en cycle 3 qui ont répondu ont une classe multi-niveaux. La programmation par cycle semble s'imposer dans leur cas. Ce résultat est-il induit par la forme de la question ?

Graphique 2 : Les types de programmations en calcul mental

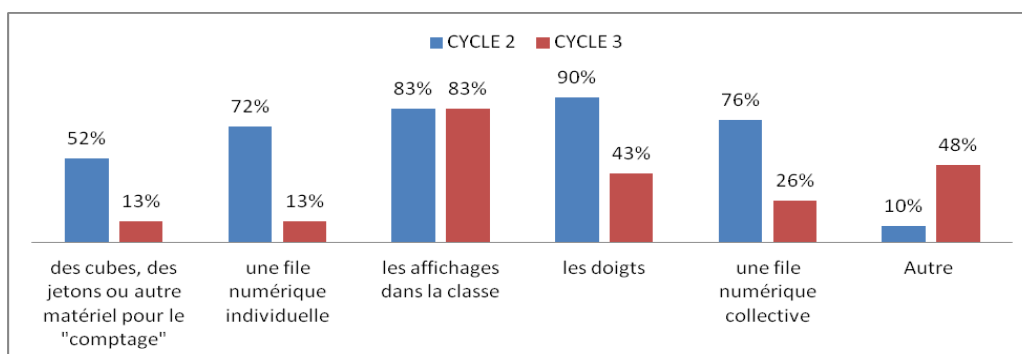


Les programmations d'école sont peu fréquentes dans tous les cas.

3. Quels outils d'aide au calcul mental dans les classes ?

Les affichages de classe sont les supports d'aide au calcul mental privilégiés dans au moins 80% des classes, quel que soit le cycle. Il peut s'agir d'affiches présentant différentes procédures de calcul réfléchi, mais aussi de répertoires comme celui des doubles ou des compléments à 10. Les outils d'aide sont globalement plus présents dans les classes de cycle 2, et notamment : l'utilisation des doigts (dans 90% des classes de cycle 2), le matériel d'aide au « comptage », la file numérique collective ou individuelle.

Graphique 3 : Les types de programmations en calcul mental



Parmi les autres réponses est citée principalement « *l'ardoise pour dessiner* ». Un seul enseignant prévoit les tables comme support d'aide.

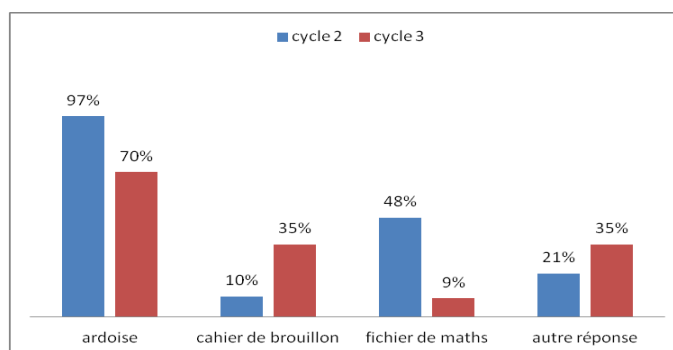
Cette prédominance au cycle 2 des outils d'aide au calcul correspond bien au souci de laisser à l'élève de ce cycle le temps nécessaire à la construction du nombre et de ses propriétés. Ces manipulations diverses et fréquentes, par l'élève ou par l'adulte, contribuent à la construction d'une représentation mentale des nombres. L'exemple de la boîte de « *Picbille* » déjà présenté en est une illustration. L'activité mathématique proprement dite ne réside évidemment pas dans la manipulation elle-même mais dans l'anticipation. Une situation où l'élève va simplement lire ou constater une réponse sur du matériel n'a pas la même valeur mathématique que lorsqu'il utilise ce matériel pour vérifier la réponse qu'il a anticipée par un raisonnement.

Ces représentations sont intériorisées par les élèves de cycle 3 même si des aides à la « visualisation mentale » des nombres et de leurs propriétés sont encore nécessaires parfois, pour les élèves en difficulté momentanée ou plus forte. Peu à peu l'élève de cycle 3 s'approprié une représentation de plus en plus abstraite des nombres. Brissiaud (1992) insiste sur une décomposition des nombres qui utilise les repères 5 et 10.

4. Quels supports écrits lors des activités de calcul mental ?

Cette enquête met en lumière par ailleurs que l'objet principalement utilisé en classe lors des séances de calcul mental est encore et toujours l'ardoise.

Graphique 4 : Les supports utilisés pendant les séances de calcul mental.



L'enquête ne le précise pas mais on peut émettre l'hypothèse que c'est le procédé La Martinière qui est largement utilisé. Ce dispositif pédagogique, s'il est appliqué strictement, se déroule en quatre temps :

1. Le maître formule une question orale (par exemple : « calculez $17 + 5$ »).
2. Les élèves réfléchissent (temps restreint).
3. Au premier signal du maître les élèves écrivent leur réponse sur l'ardoise.
4. Au second signal du maître les élèves lèvent leur ardoise afin de présenter leur réponse à la classe pour la valider.

Ce procédé, s'il ne permet pas de conserver une trace écrite, présente néanmoins de nombreux avantages. Il permet à l'enseignant d'avoir une vue immédiate des réponses de tous les élèves. Celui-ci peut donc décoder en temps réel l'activité d'un élève qui s'est trompé de réponse. Un moment de verbalisation collective va permettre aux élèves de valider immédiatement leur réponse et leur raisonnement, de l'explicitier le cas échéant ou de le comparer à d'autres possibles.

Rapide et ludique, ce dispositif est facile à mettre en œuvre. Les ardoises blanches de nos classes sont synonymes de plaisir pour les élèves.

Un autre avantage réside à mon sens dans le fait qu'il ne fige pas l'erreur, à l'inverse des supports écrits permanents tel le fichier de l'élève. Sur l'ardoise, on efface aussi vite que l'on a écrit. On est dans l'entraînement, l'essai, la recherche, rien n'est définitif. Certes, on ne peut pas y revenir le lendemain, constater les progrès, comparer, mais est-ce nécessaire ? Un enseignant a répondu au cours de l'enquête préférer le support écrit car « *au moins les parents voient que cela a été travaillé* ».

Les fichiers de l'élève fréquemment utilisés au cycle 2 (annexe I.C.4) prévoient également un espace quotidien sur la page pour les réponses en calcul mental. Le déroulement de l'activité se fait de la même manière qu'en procédé La Martinière. Cet outil présente l'avantage de garder une trace écrite de l'activité, mais aussi les inconvénients de n'être pas directement accessible en classe

pour une validation immédiate et de mettre l'élève en situation d'évaluation quotidienne. Mes élèves sont souvent frustrés quand ils ne peuvent pas effacer leur écrit comme ils le feraient avec une ardoise.

Les supports écrits pour l'activité en calcul mental sont privilégiés au cycle 3. Le facteur classe à multi-niveau peut expliquer ce choix. L'activité écrite se fait en autonomie dans ces classes-là. Mais dans 55% des classes, tous niveaux confondus, c'est un support éphémère qui est utilisé. Cette préférence, très nette au cycle 2, pour l'ardoise ou les supports plastifiés effaçables correspond à mon sens à un souci de rapidité, d'efficacité et d'économie. En calcul mental, les enseignants privilégient des modalités de séances qui visent la rapidité, tant pour la mise en place que pour le déroulement et la validation. La pratique du calcul mental est certes quotidienne mais aussi limitée dans le temps (15 minutes environ).

5. Consigne écrite ou consigne orale ?

Cette question est souvent présente à mon esprit lorsque je fais mes séances de calcul mental. Le calcul mental n'est-il que mentalisation ? Dans quelle mesure peut-on s'appuyer sur l'écrit afin de pallier par exemple les difficultés de mémorisation de certains élèves ? Passer par l'écrit dénature-t-il l'activité ? À quel moment faut-il le proposer ? Pour quels élèves ? Autant de questions auxquelles ce mémoire arrivera, je l'espère, à apporter des éléments de réponse.

En ce qui concerne les enseignants que j'ai interrogés sur l'accès à l'écriture du calcul à effectuer, 67% ont répondu qu'ils dictaient les calculs à l'oral (soit 74% au cycle 3 et 62 % au cycle 2). Mais en observant de plus près les réponses on peut constater qu'ils ne sont plus que 30% à dicter exclusivement, tandis que 26% dictent et présentent simultanément le calcul écrit. 4% encore dictent les calculs et fournissent un écrit en cas de besoin de l'élève. Enfin, 12% des enseignants interrogés écrivent systématiquement les calculs.

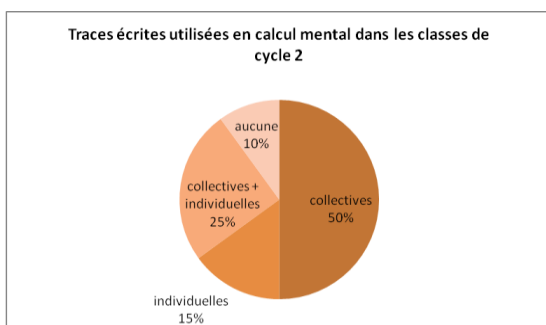
Quels facteurs pour expliquer ces réponses très diverses ? La personnalité de l'enseignant joue à mon sens un rôle infime. Les deux variables qui sont la constitution de la classe (niveau unique ou multi-niveau) et la gestion de l'hétérogénéité des classes sont déterminantes pour cette question. Un groupe effectue des calculs présentés à l'écrit pendant que le maître est présent auprès d'un autre groupe (situation évoquée plus souvent par les enseignants de cycle 3 de l'échantillon), ou bien le maître fournit un support écrit à certains élèves seulement en fonction des besoins (plus fréquent pour les enseignants de cycle 2).

Le calcul mental réfléchi est en effet une activité coûteuse en mémoire de travail, comme je l'ai précisé dans la première partie de ce mémoire. L'enquête ne permet pas de savoir si le recours à

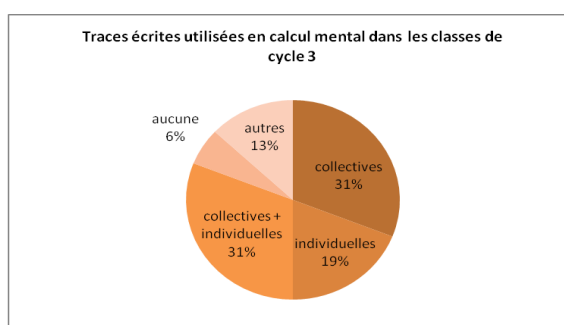
une consigne écrite est plus fréquent pour le calcul réfléchi. On peut faire l'hypothèse que c'est le cas plus souvent que pour le calcul rapide et automatisé.

6. Quelle trace écrite en calcul mental ?

Graphique 5 : les traces écrites au cycle 2



Graphique 6 : les traces écrites au cycle 3



Les traces écrites les plus fréquentes dans les classes sont les affiches (52% au cycle 2 et 31% au cycle 3). Je constate que les enseignants de cycle 3 sont moins enclins à utiliser l'affichage collectif et privilégient les supports individuels (cahiers, classeurs) mais j'observe que la fréquence d'utilisation des supports individuels est équivalente dans les deux cycles (35% environ). La double utilisation des traces écrites individuelles et collectives est un peu plus fréquente au cycle 3 (31% contre 25% au C2).

Globalement, la présence de la trace écrite individuelle en calcul mental semble bien moins fréquente que dans les autres disciplines. Individuelle ou collective, elle est même absente dans certaines classes puisque 4 classes de l'échantillon n'en ont pas.

7. Quelle différenciation pour le calcul mental ?

Les réponses à la question sur la différenciation en calcul mental portent à la réflexion. Pour clarifier mon propos, je précise ici le fondement d'une pédagogie différenciée : **la pédagogie différenciée doit tendre à adapter l'enseignement à la diversité des élèves**. Elle est une réponse à la question de l'hétérogénéité dans les classes. En calcul mental, il s'agira donc d'agir sur les variables propres à cette activité afin de permettre à un maximum d'élèves de réussir.

Cette question ouverte a fait émerger les variables suivantes, que je présenterai par ordre de fréquence. La présentation sous forme de tableau (annexe III.A) m'a semblé la plus pertinente pour comparer les pratiques des enseignants dans les 2 cycles. Une partie des 5 non-réponses en cycle 3 est peut-être explicable par une moins bonne lisibilité du questionnaire écrit par rapport au questionnaire en ligne.

Je constate que la fréquence de l'utilisation du matériel de comptage au cycle 2 comme outil de différenciation montre que l'on considère souvent qu'au cycle 3 l'élève n'a plus besoin de manipuler ou de vérifier sur des objets ses hypothèses de calcul. L'accompagnement en groupe de besoin est plus fréquent au cycle 2. Il aurait été intéressant de rechercher s'il existe une corrélation entre l'effectif des classes considérées et l'organisation de l'aide en groupe de besoin. Le questionnaire ne prévoyait malheureusement pas la question sur les effectifs.

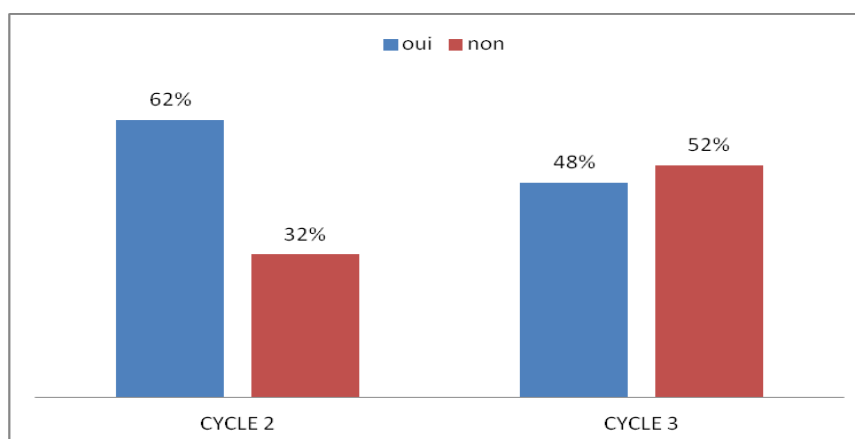
Quelques remarques sur ces résultats :

- La différenciation de l'enseignement du calcul mental n'est pas une notion très clairement définie par 23% des enseignants qui ont répondu à la question. Il aurait sans doute été judicieux d'explicitier mieux la question posée dans l'enquête.
- Quelques réponses (6 sur 45) manifestent une mauvaise compréhension de la question.

Cela veut-il dire pour autant qu'ils ne pratiquent pas de différenciation dans leur classe ? Peut-on faire l'hypothèse, prudente, que la plupart de ces enseignants mettent spontanément en place des aides aux élèves en difficulté sans rattacher forcément ces actes à de la pédagogie différenciée ? Les éléments de réponses dont je dispose ne permettent pas de trancher.

8. Calcul mental et aide personnalisée

Graphique 7 : Travaillez-vous des compétences de calcul mental lors des séances d'aide personnalisée ?



Les enseignants de cycle 3 proposent moins souvent des activités de calcul mental en aide personnalisée que ceux du cycle 2. On peut faire l'hypothèse que le calcul mental est une activité plus fondamentale au cycle 2, dans la mesure où l'on travaille simultanément lors des jeux de calcul mental la construction du nombre et de ses propriétés, la numération décimale et le calcul.

9. Quelles représentations du calcul mental chez les enseignants ?

Items	Réponse la plus fréquente dans le cycle		Total
	CYCLE 2	CYCLE 3	
<i>Pour vous, le calcul mental c'est un rituel pour démarrer une séance de mathématiques.</i>	38% 3/moyennement d'accord	39% 1/entièrement d'accord	38.5% Plutôt d'accord
<i>Pour vous, le calcul mental c'est la mémorisation des tables d'addition.</i>	28% 3/moyennement d'accord	39% 3/moyennement d'accord	33.5% 3/moyennement d'accord
<i>Pour vous, le calcul mental c'est inutile car la calculette le remplace totalement.</i>	83% 5/pas du tout d'accord	69.5% 5/pas du tout d'accord	76.5% 5/pas du tout d'accord
<i>Pour vous, le calcul mental c'est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne.</i>	69% 1/entièrement d'accord	75% 1/entièrement d'accord	72% 1/entièrement d'accord
<i>Pour vous, le calcul mental c'est nécessaire pour une bonne compréhension de certaines notions mathématiques.</i>	59% 1/entièrement d'accord	48.5% 1/entièrement d'accord	54% 1/entièrement d'accord
<i>Pour vous, une bonne maîtrise du calcul mental favorise l'acquisition des techniques écrites (calcul posé).</i>	59% 1/entièrement d'accord	65% 1/entièrement d'accord	62% 1/entièrement d'accord

L'enseignement du calcul mental à l'école élémentaire est plutôt perçu par les enseignants des 2 cycles comme un rituel précédant une séance de mathématiques. Pour les trois-quarts des enseignants, son utilité n'est pas remise en cause par la présence massive de la calculette dans les classes. Et cette proportion est encore plus forte pour ceux du cycle 2 (moins concernés sans doute même si la calculette y est utilisée ponctuellement).

Selon une grande majorité de ces enseignants (72%) et plus pour ceux de cycle 3, cet apprentissage est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne (fonction sociale), il aide à comprendre d'autres notions mathématiques (fonction pédagogique), il favorise l'apprentissage du calcul posé et ne se réduit pas à l'apprentissage systématique des tables.

10. Synthèse des résultats de l'enquête

Pour conclure cette partie du recueil des données sur les pratiques d'enseignement du calcul mental, je définirai **la séance type** qui transparaît à travers l'analyse que je viens d'en faire. Le dispositif le plus fréquent est le suivant :

- Quatre séances hebdomadaires avec consignes orales mais étayage fréquent par l'écrit
- Outils les plus utilisés : ardoise, objets de comptage ou file numérique (au cycle 2), affichages de classe.

Les enseignants semblent convaincus de l'importance du calcul mental comme situation d'apprentissage à part entière, même si certains le considèrent comme une sorte « d'échauffement » pour débiter une séance de mathématiques. Le calcul mental est renforcé en aide personnalisée plutôt pour le cycle 2. Je n'ai pas de données concernant l'évaluation en calcul mental. Il aurait été judicieux de ma part de prévoir cette question lors de l'enquête.

Les enseignants des deux cycles semblent plutôt en phase avec les orientations données par les programmes de 2008 et la circulaire de 2007 pour le calcul mental.

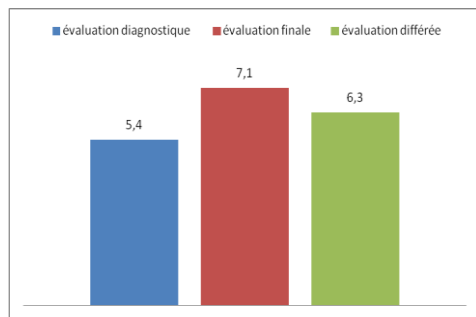
B- Présentation et analyse des données recueillies en classe

Je présenterai dans un premier temps les résultats observés pour chaque compétence étudiée en calcul réfléchi puis en calcul automatisé. J'en proposerai chronologiquement une analyse accompagnée de nouvelles pistes de réflexion. Les tableaux des résultats bruts sont en annexe III.B. Cette analyse permettra de comparer d'une part les performances du groupe classe et celle du groupe d'aide personnalisée ainsi que les « profils individuels » des élèves en difficulté

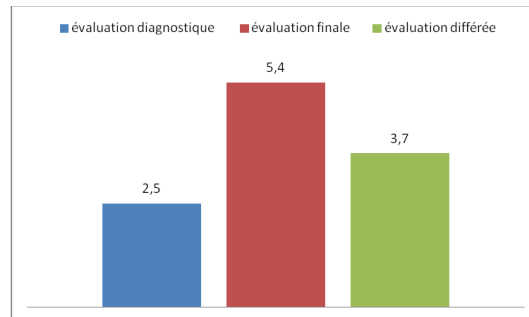
1. Présentation et analyse des résultats en calcul réfléchi

➤ **Compétence 1 :** *Calculer avec des dizaines entières.*

Graphique 8 : Résultats de la classe (*moyenne des scores sur 10*)

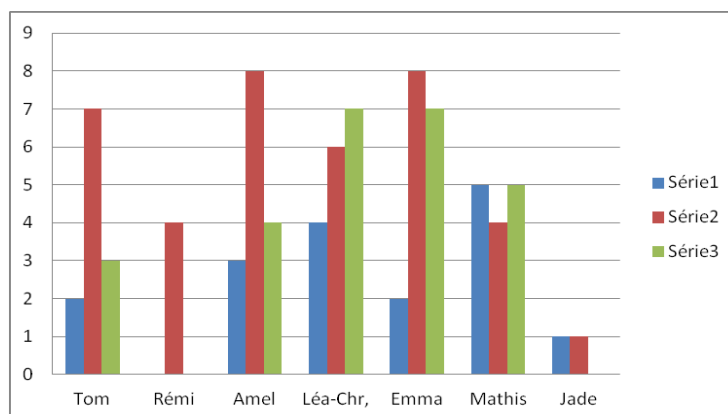


Graphique 9 : Résultats des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée (*moyenne des scores sur 10*)



La classe a globalement bien progressé puisqu'on remarque une moyenne supérieure de 2 points environ lors de l'évaluation finale. Cette progression se retrouve chez le groupe en aide personnalisée (+3 points). Le meilleur score de ce groupe se situera au niveau de celui de la classe lors de l'évaluation diagnostique. Lors de l'évaluation différée on note qu'il y a une tendance à une perte partielle des performances. Cette perte est environ deux fois plus importante chez les élèves de l'aide personnalisée (-1,7) qu'au niveau de la classe (-0,8). Les performances restent toutefois supérieures à celles de départ, sauf pour Rémi et Jade.

Graphique 10 : Résultats individuels des élèves ayant bénéficié d'une aide personnalisée. (Scores sur 10)



Du point de vue des procédures et de leur évolution, 3 élèves sont passés d'une stratégie de type « *je pose en colonne dans ma tête* » à une stratégie prenant en compte la décomposition dizaines/unités « *50+27 : je fais 5+2=7 dizaines et 7 unités =77* ».

Ces 3 élèves avaient par ailleurs évoqué le manque de temps pour faire leur calcul. La procédure « *je pose en colonne dans ma tête* » s'est avérée trop coûteuse en temps comme en mémoire. Deux élèves ont évoqué leur difficulté à mémoriser le calcul dicté à l'oral. La mise en œuvre d'une procédure de calcul leur fait oublier le calcul à effectuer. Ces élèves ont décidé d'écrire les calculs rapidement lors de la dictée. L'une d'elles (Amel) a très bien progressé, l'autre (Jade) non.

Deux élèves, Rémi et Jade, ont des scores très faibles et sont souvent dans la non-réponse, ne mobilisant aucune stratégie. J'ai constaté, par la suite, que les élèves avaient tendance à réutiliser l'algorithme écrit lorsqu'ils sont en présence de nombres non maîtrisés (taille des nombres).

Premiers constats :

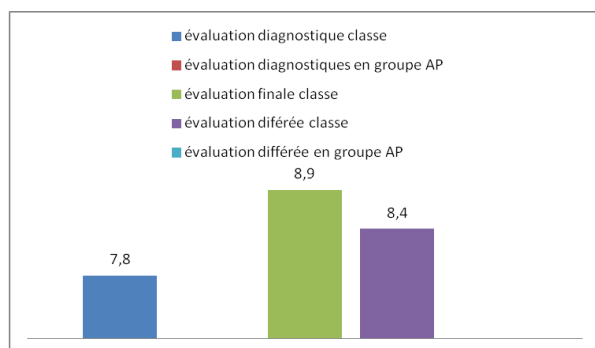
La qualité de la mémoire de travail (mémorisation à court terme) et le type de stratégie de calcul disponible sont des facteurs à prendre à compte dans l'activité de calcul.

Les progrès des élèves en aide personnalisée sont moins stables dans le temps que ceux de la classe.

➤ **Compétence 2** : Trouver le complément d'un nombre à la dizaine supérieure.

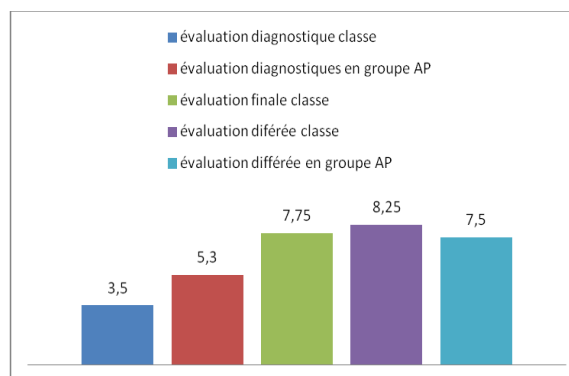
Graphique 11 : Résultats de la classe

(moyenne des scores sur 10)



Graphique 12 : Résultats des élèves ayant bénéficié de l'aide

personnalisée (moyenne des scores sur 10)



Pour cette deuxième compétence, une évaluation pendant la séance d'aide personnalisée a été réalisée par les élèves concernés, sauf Rémi qui était absent. Un élève sur trois a des résultats plus faibles lors de ce deuxième test, Nathanaël. Mathis augmente son score de 3 points et Jade d'un point seulement. **Cette situation d'évaluation diagnostique en petit groupe n'est donc significativement favorable qu'à un seul élève.**

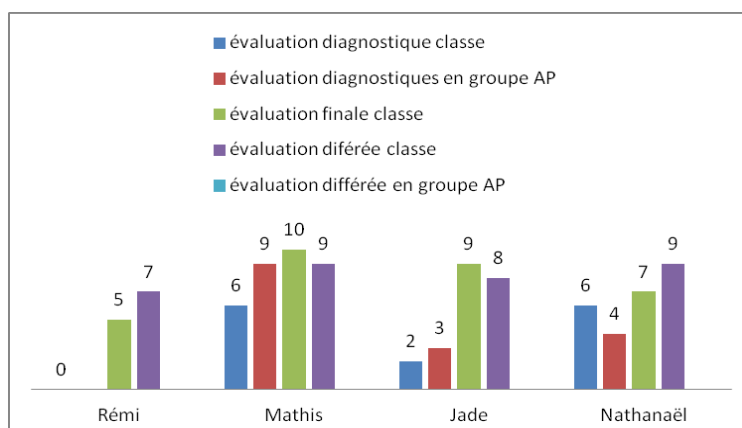
Lors de l'évaluation finale réalisée en classe, les progrès de la classe sont de 1.1 point et de 4.25 points dans le groupe ayant bénéficié de l'aide personnalisée. **Les progrès sont importants pour ces 4 élèves et la réussite est bonne** (scores supérieurs à 5 sur 10).

Lors de l'évaluation différée, il n'y a pas de perte de performance pour les élèves en aide personnalisée puisqu'ils améliorent leur score moyen de 0.5 point, tandis que le groupe classe a une diminution de 0.5 point de ses performances différées. Quand cette même évaluation différée est proposée en contexte d'aide personnalisée (petit groupe), les performances reviennent presque au niveau de l'évaluation finale (perte de 0.5% seulement contre 1.7% pour la première compétence). Deux élèves (Rémi et Nathanaël) sont en progrès d'une évaluation à l'autre quel que soit le contexte.

Deuxième constat :

L'hypothèse selon laquelle le contexte petit groupe d'aide favorise la réussite se vérifie pour ces élèves mais de deux façons différentes dans ce cas : soit en début d'apprentissage (Mathis et Jade) soit en fin d'apprentissage (Rémi et Nathanaël). Le dispositif de l'aide personnalisée a favorisé la réussite des élèves qui reste plus stable dans le temps.

Graphique 13 : Résultats individuels des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée
(moyenne des scores sur 10)



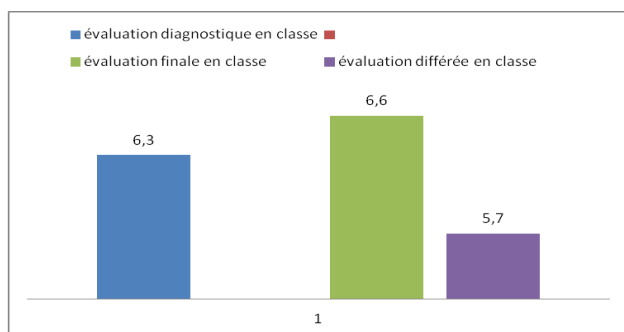
La pratique des activités de calcul mental est régulière depuis le début de l'année. Les élèves manifestent moins de difficultés quant à la mémorisation des calculs en cours. Ils sollicitent moins de répétitions et ne me disent plus que « *que ça va trop vite* ». **Il semblerait à ce stade que l'entraînement régulier a favorisé des progrès dans la mémoire de travail.**

Les difficultés résident toujours dans le choix d'une procédure efficace. **Je constate que les élèves en aide personnalisée maîtrisent insuffisamment la connaissance des nombres jusqu'à 100.** Ils ont par exemple des difficultés à se déplacer de 10 en 10 sur la file des nombres en partant de n'importe quel nombre. Ils maîtrisent « mécaniquement » la suite « 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70... » mais ne savent pas la reproduire si l'on commence par 12 : « 12, 22, 32, 42... » Ils hésitent encore entre soixante et soixante-dix. La procédure qu'ils utilisent quasi-exclusivement est celle qui consiste à se déplacer de 1 en 1 sur la file numérique affichée dans la classe. La distance est pourtant source de nombreuses erreurs comme ils le constatent par eux-mêmes.

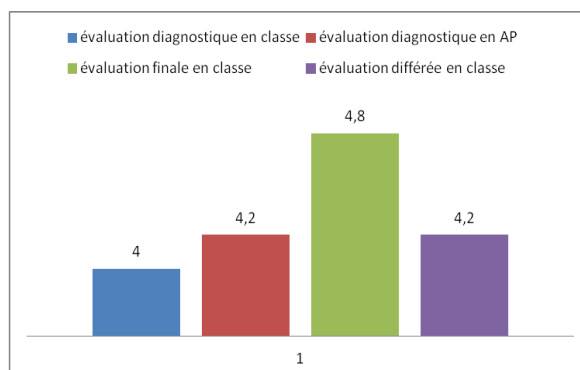
Le passage à une procédure « réfléchie » s'est avéré impossible pour ces élèves. Ils ont par ailleurs développé une certaine aisance à compter à distance sur la file des nombres. Je me pose la question du rôle de cet affichage dans ma classe. **Quels en sont les avantages et les limites ? Sa présence freine-t-elle le passage aux procédures « réfléchies » ? Est-ce une incitation au comptage au sens de Brissiaud (1999) et un obstacle à la mentalisation des nombres ? Qu'en est-il dans les autres classes de cycle 2 ? Et au cycle 3 ?**

➤ **Compétence 5** : Calculer le complément d'un nombre inférieur à 10 à une dizaine supérieure quelconque.

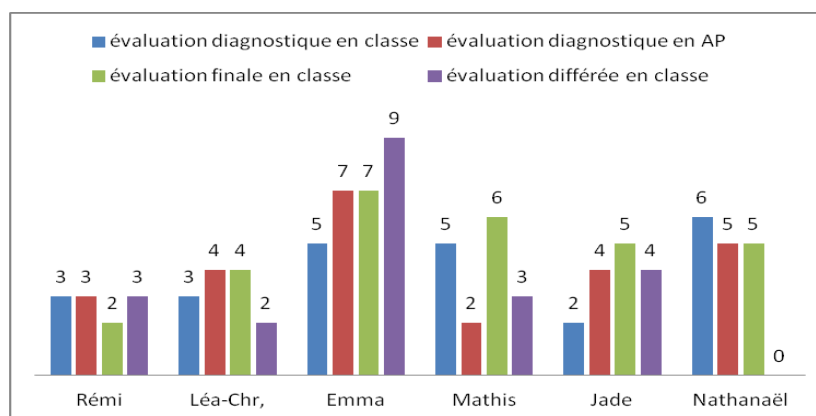
Graphique 14 : Résultats de la classe
(moyenne des scores sur 10)



Graphique 15 : Résultats individuels des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée (moyenne des scores sur 10)



Graphique 16 : Résultats individuels des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée (moyenne des scores sur 10)



Le groupe classe fait une petite progression de + 0.3 point entre l'évaluation de départ et celle de la fin. Le groupe en aide personnalisée (AP) progresse en moyenne de 0.8 point. Pour la première fois, le groupe en soutien progresse plus que l'ensemble de la classe. Mais ce chiffre cache une grande disparité de résultats au sein de ce groupe. La perte de performances en évaluation différé est de 0.9 point pour le groupe classe et de 0.6 pour le groupe AP. Le constat fait pour la compétence 2 que le taux de perte de résultats est moins important que pour la compétence 1 se répète pour cette troisième compétence. Il semble que les élèves progressent au fur et à mesure de l'année et que le taux « d'oubli » tende à se stabiliser.

Le groupe en aide personnalisée a de nouveau un taux de réussite meilleur en dispositif d'aide personnalisée qu'en classe entière lors des évaluations diagnostiques. Mais si on regarde les résultats individuels, ce constat n'est valable que pour 3 élèves sur 6. Rémi a le même résultat quel que soit le dispositif ; quant à Mathis et Nathanaël, ils réussissent moins en groupe d'aide.

Pour 3 élèves sur les 5 du groupe en AP, les résultats finaux sont les mêmes que ceux relevés en évaluation diagnostique en contexte petit groupe de soutien. Autrement dit, ces élèves n'ont pas vraiment progressé (sauf Jade +1 point) mais ont obtenu leur score maximum en contexte petit groupe de soutien.

L'évaluation en contexte petit groupe, avant l'aide, donne des résultats identiques voire supérieurs à l'évaluation finale, après aide, en contexte classe.

Cette compétence est moins bien maîtrisée que la précédente car les scores moyens de réussite sont plus faibles.

Troisième constat :

L'hypothèse selon laquelle le contexte petit groupe d'aide favorise la réussite de élèves se confirme et s'enrichit du constat suivant : le contexte petit groupe a les mêmes effets que les séances d'aide, c'est-à-dire qu'en changeant simplement le contexte de l'évaluation, on obtient ici pour 3 élèves les mêmes effets sur les progrès que l'on aurait pu obtenir avec 3 ou 4 séances d'aide.

De ce constat découlent deux implications :

- **D'une part le contexte du petit groupe de travail a une incidence plutôt positive sur les résultats individuels dans le sens où les performances sont meilleures dans ce contexte avant même l'apprentissage.**
- **D'autre part l'aide apportée ou non ne suffit pas à elle seule à améliorer la réussite puisqu'elle semble être conditionnée au contexte de son évaluation.**

2. Comparaison des résultats individuels des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée

Les résultats individuels sont en annexe III.C. J'ai regroupé ces données dans un premier tableau afin de mesurer le rôle joué par le dispositif du petit groupe d'aide sur les résultats des élèves lors des évaluations diagnostiques.

L'ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE		
Compétences	Élèves qui ont obtenu leur meilleur score en groupe AP	Élèves qui ont obtenu leur meilleur score en classe
2	Mathis- Jade (2/3)	Nathanaël (1/3)
5	Jade – Emma – Léa-Christine (4/6)	Mathis – Nathanaël (2/6)

Le contexte du petit groupe d'aide favorise la réussite des élèves lors de l'évaluation diagnostique ; les deux tiers des élèves réussissent mieux dans ce contexte. Un profil particulier est à remarquer : Nathanaël est systématiquement moins performant dans ce contexte-là. Le contexte n'est pas sécurisant pour lui.

L'ÉVALUATION FINALE			
Compétences	Élèves qui ont progressé depuis l'évaluation diagnostique	Élèves qui ont un score identique à celui de l'évaluation diagnostique	Élèves qui ont un score inférieur à celui de l'évaluation diagnostique
1	Emma, Léa-Christine, Rémi 3/5	Jade 1/5	Mathis 1/5
2	Mathis, Jade, Nathanaël, Rémi 4/4		
5	Mathis, Jade, Emma, Léa-Christine 4/6		Nathanaël, Rémi 2/6

Globalement, les élèves progressent dans les apprentissages. L'effet est très certainement imputable à l'aide personnalisée pour deux élèves, Emma et Léa-Christine, qui sont très sensibles à l'aspect sécurisant du petit groupe où elles sont plus performantes qu'en classe. Ces deux élèves sont en difficulté ponctuelle. Les autres sont en plus grande difficulté globalement en mathématiques.

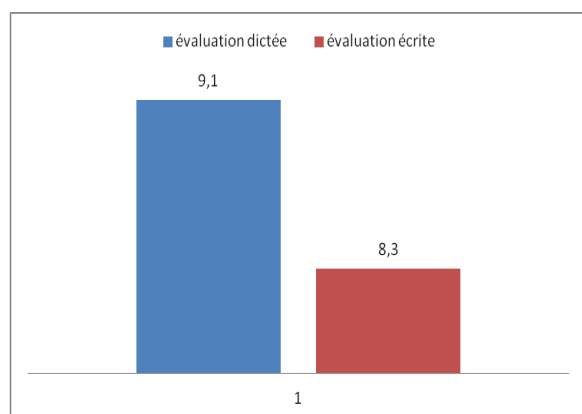
On constate que 3 élèves obtiennent pour une compétence des scores inférieurs en fin d'apprentissage. On peut penser que l'aide personnalisée n'a pas réussi à les faire progresser mais de là à les mettre en échec ? Il existe d'autres facteurs de variabilité qui sont propres à chaque individu (démotivation, consigne non comprise, fatigue, anxiété...) et qui sont autant de facteurs susceptibles d'agir sur la réussite des élèves à un moment donné. D'ailleurs, on constate pour Rémi comme pour Mathis, qu'ils sont en progrès sur d'autres compétences.

La compétence 2 a été la mieux réussie. **Outre les facteurs de variabilité individuelle et le contexte de l'évaluation, la nature des nombres en jeu génère également de la variabilité.**

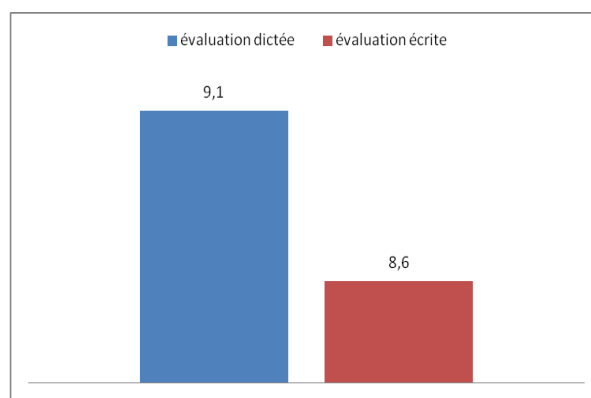
3. Présentation et analyse des résultats en calcul automatisé

➤ **Compétence 3 :** *Connaître ou reconstruire rapidement les résultats du répertoire additif. S<10*

Graphique 17 : Résultats des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée (*moyenne des scores sur 10*)



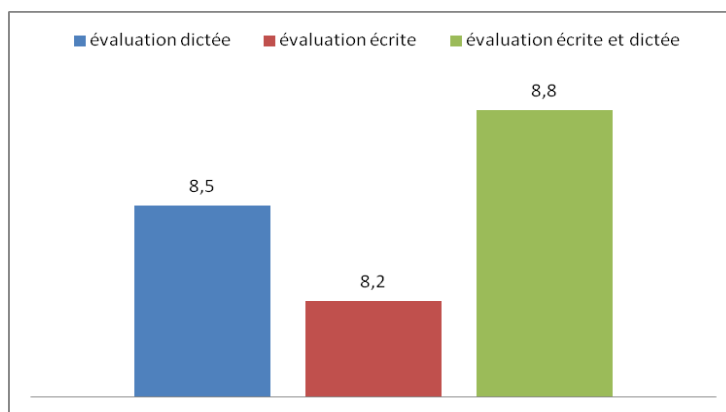
Graphique 18 : Résultats des élèves n'ayant jamais bénéficié de l'aide personnalisée (*moyenne des scores sur 10*)



Les scores des élèves présentent une légère différence selon que l'évaluation se fait de manière orale si les calculs sont dictés aux élèves, ou écrite si les calculs sont présentés sous forme écrite aux élèves. Les performances diminuent lorsque les élèves calculent sur un support écrit (-0,8 point). Les erreurs relevées sont principalement des erreurs de lecture du signe de l'opération à effectuer. Ils ne lisent pas le signe « moins » et calculent majoritairement des additions. Cette différence s'observe dans des proportions équivalentes chez les élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée. L'activité de lecture est une tâche supplémentaire.

➤ **Compétence 4 :** Connaître ou reconstruire rapidement les résultats du répertoire additif. S>10

Graphique 19 : Résultats de la classe (moyenne des scores sur 10)



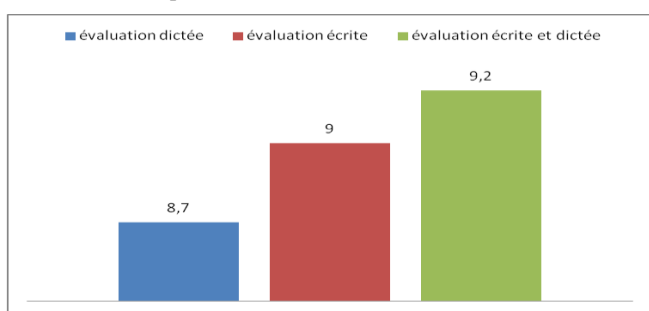
Pour cette seconde expérimentation en calcul automatisé, je propose une troisième passation où les calculs dictés seront étayés par l'écrit. Là encore, les résultats sont en légère baisse (-0.3 point) si je propose les calculs à l'écrit seulement par rapport à la situation de dictée seule.

Quatrième constat :

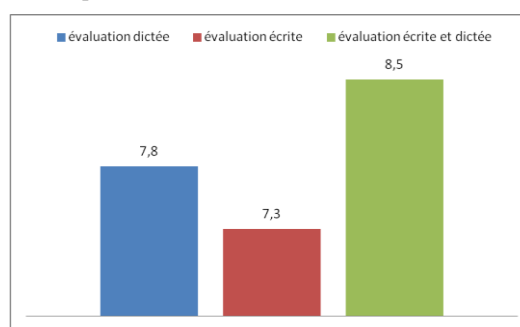
La condition la plus favorable à la réussite des élèves semble être l'évaluation où je dicte les calculs qui sont déjà écrits sur la fiche de travail dont disposent les élèves pour répondre.

Mais cet étayage de l'écrit a-t-il la même incidence selon que l'élève est en difficulté ou non ? Je propose ci-dessous de comparer les 2 échantillons.

Graphique 20 : Résultats des élèves n'ayant jamais bénéficié de l'aide personnalisée (moyenne des scores sur 10)



Graphique 21 : Résultats des élèves ayant bénéficié de l'aide personnalisée (moyenne des scores sur 10)



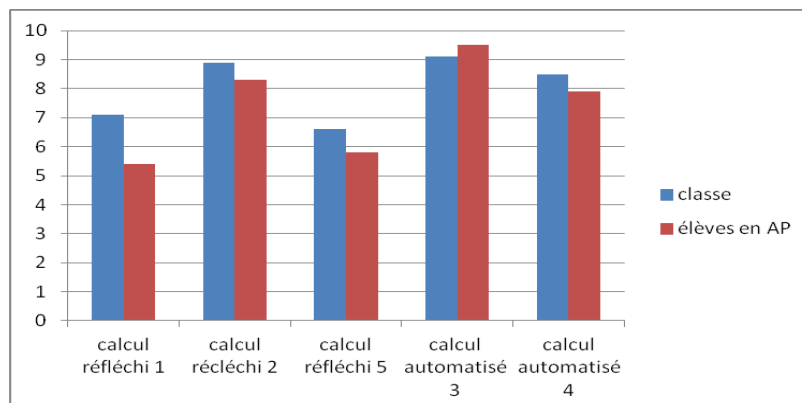
Pour les élèves qui ne sont généralement pas en difficulté en calcul mental, l'étayage de l'écrit est positif. Présenter les calculs à l'écrit renforce les performances des élèves. Pour le groupe des élèves ayant été en difficulté en calcul mental, le support écrit seul est plutôt source d'erreurs (erreurs de lecture de signe principalement) et doit être renforcé par la lecture de l'adulte pour que les scores soient en progression.

Pour les compétences 3 et 4, j'avais fait l'hypothèse que les élèves réussissaient mieux quand le calcul était écrit. Or, je fais le constat que présenter les calculs à l'écrit est source d'erreurs surtout chez les élèves en difficulté, plusieurs de ces élèves n'ont pas « vu » les changements de signe. Nathanaël et Théo se sont étonnés : « *Il n'y avait pas de soustraction maîtresse !* »

Le calcul automatisé est assez peu coûteux en mémoire de travail, le calcul réfléchi l'est beaucoup plus. Les erreurs induites par l'écrit montrent que la lecture est une tâche supplémentaire qui alourdit la tâche première qui est celle du calcul. Les capacités attentionnelles de l'élève s'en trouvent affectées. **Les entraînements de la classe entière en calcul automatisé gagneront à rester sous une forme de dictée orale. Ce dispositif désavantagera moins les élèves en difficulté.**

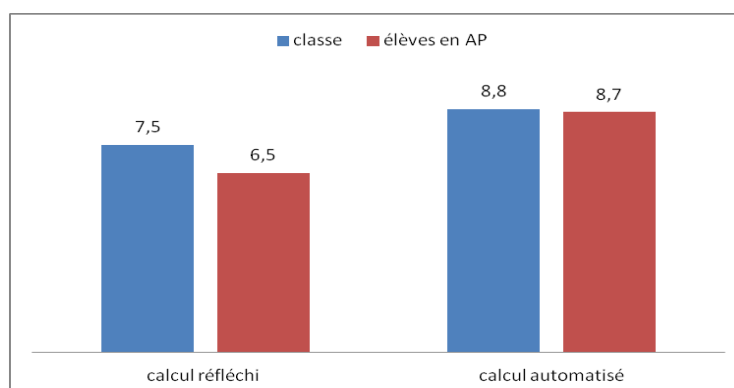
4. Comparaison des réussites en calcul automatisé et en calcul réfléchi

Graphique 22 : Comparaison des résultats des élèves en calcul réfléchi et en calcul automatisé pour chaque compétence évaluée. (Moyenne des scores sur 10)



Pour les compétences en calcul réfléchi, j'ai choisi de comparer les scores obtenus lors des évaluations finales. Les élèves de la classe réussissent un peu mieux en calcul automatisé qu'en calcul réfléchi. Les élèves en difficulté ont des scores équivalents aux autres élèves en calcul automatisé. Ils sont même parfois légèrement plus performants comme pour la compétence 4 alors qu'ils ont toujours des résultats plus faibles en calcul réfléchi.

Graphique 23 : Comparaison des résultats des élèves en calcul réfléchi et en calcul automatisé (*Moyenne des scores sur 10*)



Ce résultat montre que les élèves en difficulté maîtrisent le répertoire additif et soustractif du CE1 au moins aussi bien que les autres élèves. Ils n'ont pas vraiment mémorisé ces résultats mais ils sont capables de les reconstruire très rapidement ; en revanche, il leur est très difficile de mobiliser ces connaissances en situation de calcul réfléchi.

Une bonne maîtrise du répertoire additif ou soustractif n'est donc pas une condition suffisante pour la réussite en calcul réfléchi. Ce répertoire qui semble relativement acquis n'est peut être pas automatisé au sens où Butlen (2010) l'entend, c'est-à-dire directement accessible quel que soit le contexte.

C- Synthèse des résultats : un essai d'interprétation et de réponse à la question de recherche

Des résultats obtenus lors des diverses expérimentations menées dans ma classe de CE1, découlent plusieurs constats que je vais rappeler ici rapidement et que je vais essayer d'interpréter afin d'en tirer à la fois des pistes pour une réflexion plus approfondie et des principes pour enrichir des pratiques d'enseignement du calcul mental au CE1. J'ai donc observé certains paramètres en jeu lors des activités de calcul mental. Outre les capacités de mémorisation (mémoire de travail ou mémorisation à long terme) et d'attention, le dispositif de classe et le niveau de maîtrise des nombres par les élèves sont autant de facteurs qui influent sur les performances en calcul mental.

Il est temps maintenant d'essayer de définir la nature de l'impact du dispositif de l'aide personnalisée sur les progrès des élèves en difficulté en calcul mental.

1. Nature de la difficulté en calcul mental

1.1 Construire les nombres

Maîtriser le calcul automatisé n'est donc pas une condition suffisante pour réussir en calcul réfléchi. **L'aide personnalisée peut avoir un impact sur les performances en calcul réfléchi si elle vise de préférence les progrès sur la connaissance des nombres et de leurs propriétés arithmétiques.** Se contenter d'un entraînement à la mémorisation et à la restitution des tables n'est pas suffisant.

L'aide aura un impact si elle permet aux élèves en difficulté de progresser dans leur capacité à percevoir les relations entre les nombres et leurs multiples propriétés. La maîtrise des suites numériques, les doubles, les « presque doubles », les compléments à 10 sont autant de compétences à développer lors des séances d'aide. Cet apprentissage s'appuiera sur des représentations d'abord visuelles qui seront petit à petit mentalisées. La verbalisation des représentations (par exemple : *je vois 5 et encore 3 donc c'est 8*) y prend une grande place.

Les procédures personnelles peuvent donner lieu à la création d'outils collectifs de référence qui seront affichées dans la classe. Une trace écrite individuelle est possible pour une procédure validée par la classe. J'insiste sur l'importance de hiérarchiser les procédures des élèves. Elles n'ont pas toutes la même valeur arithmétique. Surcompter, procédure fréquente au cycle 2, ne mobilise pas les mêmes connaissances que faire appel aux doubles ($6+7$ c'est $6+6+1$) ou au complément à 10 (*23 pour aller à 30 c'est comme 3 pour aller à 10*). Cette idée est soutenue par Rémi Brissiaud à l'inverse des auteurs du groupe Ermel qui laissent entendre qu'en calcul réfléchi l'élève est amené à compter comme il lui plaît finalement.

Je me suis étonnée des différences de résultats observés en calcul automatisé et en calcul réfléchi pour les élèves en aide personnalisée. Souvent en échec en calcul réfléchi, ils réussissent bien en calcul automatisé. Je pense que cette différence peut s'expliquer en partie par la nature des nombres en jeu. Les élèves réussissent mieux les calculs sur les nombres inférieurs à 10.

Nous avons vu dans la première partie de ce mémoire que les capacités de calcul d'un élève sont directement liées au registre de nombres dont il dispose. Ce constat expliquerait aussi que l'élève a facilement recours à l'algorithme écrit lorsqu'il doit calculer sur de grands nombres qu'il ne connaît pas bien. Cette procédure, bien que coûteuse en mémoire, lui permet néanmoins de calculer sur des grands nombres qu'il ne maîtrise pas puisqu'il n'agit que sur des chiffres. Cela a pour conséquence également que la connaissance des nombres et la capacité à donner une valeur approchée sont liées.

1.2 Mémoriser

Le calcul réfléchi est coûteux en mémoire de travail tant pour les étapes du calcul que pour la mémorisation du calcul lui-même. Un entraînement régulier au calcul réfléchi tend à réduire ce coût. **L'aide personnalisée qui permet un moment d'entraînement supplémentaire tend à réduire cet obstacle.** En effet, au fur et à mesure des mois, les élèves ont moins besoin de faire répéter les calculs.

Il faut distinguer la mémorisation à long terme des résultats des tables (mémoire à long terme) et la mémoire de travail nécessaire pour effectuer mentalement et rapidement les étapes d'un calcul réfléchi. Les élèves en difficulté en calcul réfléchi ont une bonne mémorisation des résultats des tables ou sont capable d'une reconstitution rapide de ces résultats. C'est le choix d'une

procédure inadaptée qui va induire un coût trop élevé en mémoire et empêcher l'élève d'arriver au terme de son calcul. Pour ces élèves, la difficulté consiste à choisir une autre procédure : or j'ai pu constater que ce choix est quasiment impossible pour beaucoup d'entre eux puisqu'ils persistent à utiliser toujours la même procédure inefficace. Choisir une procédure de résolution de type « *je pose en colonne dans ma tête* » est la procédure à proscrire en calcul mental ; elle nécessite trop de tâches intermédiaires à mémoriser, sans oublier les retenues. **La connaissance des nombres en jeu dans le calcul à effectuer est primordiale.** Plus les nombres sont grands, moins cette connaissance est aisée au CE1.

En ce sens, les séances d'aide où l'élève a expérimenté d'autres procédures ne suffisent pas car une autre compétence est donc en jeu : la maîtrise de la numération. **Les séances d'aide au cycle 2 doivent approfondir la connaissance des nombres et aider l'élève à enrichir ses représentations des nombres sous des formes multiples faisant intervenir les opérations** (ex : 12 c'est $6+6$, $10+2$, $20-8$, $3 \times 4 \dots$). Il ne sert à rien de leur faire répéter des procédures dont ils ne comprennent pas le sens, ils ne peuvent pas se les approprier. Seules Léa-Christine et Emma ont pu évoluer dans le sens d'abandonner une procédure inefficace pour une autre plus adaptée, car elles possèdent le prérequis à cet apprentissage puisque ces deux élèves ne sont pas en difficulté sur les compétences en numération, ce qui n'est pas le cas des autres élèves.

2. Calcul mental et dispositifs de classe

2.1 Rôle de l'écrit

J'ai fait l'expérience que l'écrit pouvait être source d'erreur en calcul mental. Pourquoi vouloir introduire de l'écrit dans une activité qui se veut purement mentale ? Il s'agissait de diminuer le coût en mémoire du calcul. Deux conséquences à ce constat :

- L'entraînement au calcul automatisé sous forme de calculs dictés favorise plus la réussite des élèves en difficulté que sous forme écrite.
- Le support écrit met en jeu d'autres capacités attentionnelles qui viennent finalement alourdir la tâche de l'élève.

L'enseignant privilégiera les calculs présentés sous forme dictés, mais en laissant les élèves qui le souhaitent, surtout en début d'année, les écrire pour se les approprier. Entendre « soixante » n'apporte pas la même information que voir un « six » à la place des dizaines.

On remarquera que ce temps où l'élève note le calcul diminue d'autant le temps de réflexion disponible. Deux élèves ont utilisé ce procédé lors de la première phase d'expérimentation et très rapidement dans l'année scolaire n'en ont plus eu besoin puisqu'elles ont cessé d'elles-mêmes d'y recourir. Ce n'est pas à l'enseignant de proposer systématiquement l'étayage de l'écrit mais il est préférable de laisser l'élève choisir, du moins en début d'année. **Les supports écrits disponibles lors des séances de calcul mental, telle la file des nombres par exemple, seront proposés de manière réfléchie et non systématique.** Ces supports d'aide peuvent devenir des obstacles aux progrès.

2.2 Rôle du petit groupe

Les résultats du groupe des élèves en aide personnalisé ont progressé de manière très intéressante. Ces élèves réussissent généralement mieux en contexte groupe d'aide. À la fin du protocole, les résultats montrent que **le contexte petit groupe d'aide a les mêmes effets sur les progrès de ces élèves que les séances d'aide elles-mêmes.** Autre évolution intéressante : **les élèves du groupe d'aide ont des résultats plus stables dans le temps,** leurs progrès sont solides puisqu'ils résistent mieux dans le temps.

L'effectif réduit de 6 élèves maximum de ce groupe d'aide est un facteur de progrès car il permet certes une prise en charge individualisée de l'aide mais il contribue aussi à créer un climat psychologique et affectif propice aux progrès des élèves. Dès l'évaluation diagnostique, les élèves réussissent mieux dans ce contexte alors même que l'aide proprement dite n'a pas encore commencé.

Lorsque j'interroge les élèves individuellement sur leur procédure, ils éprouvent beaucoup de difficultés à expliciter leurs conceptions sur la procédure à utiliser par exemple. La relation au petit groupe aide l'élève à communiquer sur ses procédures. La discussion avec les pairs et la confrontation des conceptions trouvent dans le dispositif de l'aide personnalisée un terrain très favorable.

Les interactions sociales décrites dans la première partie de ce mémoire trouvent ici une bonne illustration. La confrontation des procédures entre les élèves permet des prises de conscience qui suscitent une évolution des élèves dans le choix des procédures et dans le nombre de stratégies qu'ils ont à leur disposition. Les situations-problèmes de recherche doivent être proposées dans ce cadre-là. Le rôle joué par ce contexte est essentiel puisqu'il tend à favoriser l'implication des élèves (moins de non-réponses), la confiance en soi et la réussite.

2.3 Rôle de la relation élève-enseignant

On peut faire l'hypothèse que les différences observées ont peut-être également une origine psychologique ou affective. L'activité d'entraînement au calcul automatisé est brève dans le temps mais intense du point de vue de l'effort et de l'implication demandés à l'élève. C'est une sorte de course où les élèves sont entièrement engagés. L'impact affectif est évident me semble-t-il. L'aspect ludique de l'activité, la relation immédiate avec l'adulte qui mène le jeu sont autant de facteurs qui peuvent expliquer que lorsque l'élève est confronté à la même interrogation à l'écrit, l'intérêt de la tâche peut s'en trouver de fait diminué.

Les séances d'aide tiendront compte de ce constat en proposant le plus possible des situations ludiques. L'enseignant participera au jeu, non pas en temps qu'observateur ou personne ressource mais en tant que meneur du jeu. La relation sociale entre élève et l'adulte est plus favorable aux progrès que l'étayage écrit.

L'impact affectif positif induit par le dispositif d'aide mis en place dans ma classe cette année est devenu évident le jour où plusieurs élèves ont commencé à demander à venir eux aussi en aide personnalisée. Ces élèves ne présentent pas de difficultés particulières en calcul mental, mais le vécu du groupe d'aide qui a transparu en classe a suscité des envies et des besoins chez les autres élèves. **Les séances d'aide créent une relation privilégiée avec l'enseignant.** On exprime ses difficultés, on joue, on échoue souvent, on échange sur des ressentis, c'est un vécu unique qui renforce la motivation et l'implication des élèves. Cet effet n'est possible que si l'enseignant valorise le groupe et les séances d'aide auprès de la classe et des parents. Je propose désormais des séances d'aide aux élèves de la classe qui ne sont pas en difficulté, au fur et à mesure de l'année et sur des projets différents et adaptés.

2.4 Rôle de l'autonomie et impact sur la classe

« *Tiens, Maîtresse, on devrait faire une affiche pour s'en rappeler* », a suggéré en classe Léa Christine d'habitude si réservée. C'était au mois d'avril, au sujet de la table de multiplication par 11 que nous venions de construire à la demande des élèves qui avaient observé des régularités très drôles, d'après eux, et très faciles à retenir. **Cette intervention me montre que de façon générale, l'ensemble des élèves a gagné en autonomie.** Ils savent utiliser l'aide disponible seuls ou la solliciter quand ils en ont besoin. D'après mes observations, cette avancée est directement imputable à l'impact de l'aide personnalisée. La construction des outils de référence comme les affiches n'est pas inutile. Les élèves y ont attribué un sens et se sont approprié leur utilisation. De

plus, les élèves montrent qu'ils sont capables de percevoir eux-mêmes des régularités dans les nombres et des propriétés. **L'aide personnalisée renforce l'habitude de considérer les nombres en s'interrogeant sur les secrets arithmétiques qu'ils détiennent.**

Les éléments de réponse à la question de recherche sont de plusieurs ordres. La nature de l'impact de l'aide personnalisée en calcul mental est diverse. D'une part l'aide personnalisée en calcul mental a favorisé les progrès des élèves en difficulté légère, ceux qui ont juste besoin d'un « *coup de pouce* » ou d'une remise en confiance. Le contexte affectif de la relation d'aide est un facteur important de mise en confiance et de progrès. Produire et expérimenter des procédures de calcul à l'intérieur du petit groupe est suffisant pour eux. Mais d'autre part, lister et expérimenter des procédures en calcul réfléchi n'est pas suffisant pour les élèves qui n'ont pas une bonne connaissance des nombres. Ceux-là ne progressent pas autant que les autres. L'aide doit porter sur la numération et la structuration des nombres et de leurs propriétés arithmétiques.

D- Limites et perspectives

Les limites de cette recherche sont tout d'abord celles du petit échantillon de la classe. En effet, un échantillon plus important constitué par d'autres classes de CE1 permettrait de rendre significatives les observations menées dans ma classe. Sur un tel échantillon ce n'est pas possible.

Mais cette recherche peut constituer une étape « qualitative » qui pourrait se prolonger par une recherche plus « quantitative » sur un échantillon plus large. Il serait possible alors de réaliser un traitement statistique autre et notamment de rechercher des corrélations. Par exemple, on pourrait rechercher des facteurs de corrélations avec la réussite en calcul réfléchi.

Les résultats sont-ils transférables à un autre niveau de classe ? Il serait également intéressant de mesurer la nature de l'impact d'une aide personnalisée en calcul mental par d'autres compétences mettant en jeu des nombres plus grands par exemple. Une étude dans des classes de cycle 3 apporterait un nouvel éclairage.

Les résultats sont-ils transférables à un autre champ disciplinaire ? Le calcul mental possède un fort caractère ludique et affectif, ce qui n'est pas le cas de tous les champs disciplinaires. Cette caractéristique qui assure une adhésion forte des élèves aux activités proposées, rend-elle les

observations réalisées non transférables à un autre domaine disciplinaire ?

Les interactions sociales, et notamment la relation au maître, sont apparues comme un facteur important pour l'aide : il serait intéressant d'en mesurer la portée dans une étude où l'aide personnalisée serait assurée par un enseignant autre que celui de la classe.

À l'heure des remaniements ministériels qui font suite à l'élection présidentielle, l'avenir de l'école primaire va peut-être prendre des directions nouvelles. Le projet de réforme des rythmes scolaires pour la rentrée 2013 va-t-il précipiter la fin du dispositif de l'aide personnalisée ? Va-t-il lui donner une place nouvelle ou renforcée ? Les équipes enseignantes sont dans une grande attente.

Même si les résultats de cette recherche vont dans le sens d'un bilan plutôt positif de l'impact de l'aide personnalisée sur les progrès des élèves en calcul mental, on ne peut pas minimiser le coût supplémentaire de ce dispositif dans la journée déjà bien chargée des écoliers et de leurs maîtres.

Malgré l'enthousiasme généralement manifesté par les enfants pour les séances d'aide personnalisée, on ne peut que constater que ce dispositif alourdit considérablement la journée de certains élèves qui cumulent parfois les prises en charge. On peut faire l'hypothèse que ce dispositif se révélerait d'une autre efficacité dans le cadre de la semaine restructurée accompagnée d'une journée de classe allégée. Une prolongation de cette étude pourrait être celle de l'impact du dispositif de l'aide personnalisée en général sur les rythmes scolaires des élèves.

Dans quelle mesure le bénéfice d'une aide pédagogique n'est-il pas nuancé par le surcroît de fatigue qu'elle engendre ?

CONCLUSION

L'étude réalisée dans ma classe de CE1 n'a pas permis de valider l'hypothèse selon laquelle les compétences acquises en aide personnalisée sont directement disponibles lors des activités en groupe classe. Seuls les élèves en difficulté légère et ponctuelle y parviennent. Les élèves en difficulté plus profonde et plus durable ne font pas ce transfert.

Pour autant, l'apport de l'aide personnalisée n'est pas nul pour ces élèves. J'ai observé en effet, que pour les élèves qui présentaient beaucoup de non-réponses lors des évaluations en calcul mental (Rémi et Jade notamment), ce taux de non-réponses a diminué fortement au fur et à mesure des séances d'aide. J'ai pu faire le même constat en contexte classe. Ces élèves semblent donc avoir développé une confiance en eux qui leur permet désormais de répondre et d'accepter le risque de l'échec. En ce sens je peux affirmer que l'aide personnalisée a eu un impact sur les progrès de ces élèves. En effet, il me semble qu'ils y ont gagné de la confiance en soi mais qu'ils se sont également approprié un contexte d'apprentissage différent et source de progrès éventuels.

Ces deux constats sur les élèves ayant des types de difficultés différentes m'amènent à identifier la nature de l'impact principal de l'aide personnalisée sur les progrès des élèves de CE1 en calcul mental. Cet impact est essentiellement d'ordre affectif et psychologique.

Ainsi, la seconde hypothèse selon laquelle le petit groupe favorise les apprentissages en calcul mental est validée dans la mesure où le dispositif a suffisamment sécurisé les élèves pour qu'ils progressent ou qu'ils aient moins peur de l'échec. Le dispositif de l'aide personnalisée semble donc agir comme un levier efficace contre un « blocage », qu'il soit d'ordre psycho-affectif ou lié à la compréhension d'une notion.

À cette heure, je ne sais pas si le dispositif de l'aide personnalisée va évoluer et comment, la réforme des rythmes scolaires de la rentrée 2013 orientera sa réalisation, mais je retiendrai deux faits importants pour la poursuite de cette réflexion autour de ma pratique de classe ainsi que pour d'éventuels futurs travaux de recherche : d'une part les observations réalisées sur le groupe d'aide en effectif réduit posent la question de la gestion de l'hétérogénéité dans la classe où l'effectif tend

à augmenter d'une part. D'autre part le groupe à effectif réduit apparaît être un dispositif favorable à une aide qui se veut individualisée.

Il me semble alors que la réflexion la plus urgente à mener aujourd'hui dans les classes est celle de la gestion de l'hétérogénéité par une différenciation pédagogique menée au sein même de la classe et pas seulement dans un dispositif annexe. Comment conduire la classe en affectant à chaque petit groupe constitué des objectifs au plus près de ses besoins et de ses possibilités ? Comment conduire en même temps le groupe classe à un niveau d'exigence attendu par les programmes de l'école ?

BIBLIOGRAPHIE

- Boule, F. (1997/98) *Le calcul mental à l'école*. France, IREM de Bourgogne.
- Bovier-Lapierre, G. (1887). Calcul mental. Dans : *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*. Tome 1 de la 1ère partie. France, Paris : Librairie Hachette et Cie.
- Brissiaud, R. (1992). *Comment les enfants apprennent à calculer : au delà de Piaget et de la théorie des ensembles*. France, Paris : Retz.
- Brissiaud, R., Clerc, P. et Ouzoulias, A. (1999). *J'apprends les maths : CP, livre du maître*. France, Paris : Retz.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, in Brun, J. (dir.) *Didactique des mathématiques*, Lausanne, Delachaux et Niestlé.
- Buisson, F. (1887). Calcul intuitif. Dans : *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*. Tome 1 de la 1ère partie. France, Paris : Librairie Hachette et Cie.
- Bolsius, C. (2011) *Fort en calcul*. France, Metz : CNDP de Lorraine.
- Butlen, B. et Masselot, P. (2010). Dialectique entre sens et techniques, l'exemple du calcul mental. Dans : Ministère de l'éducation nationale, Durpaire, J.-L., et Mégard, M. *Le nombre au cycle 2*. France, Poitiers : CRDP de Poitier : SCEREN-CRDP.
- Butlen, D. (2012. 25 janvier). Communication orale entendue dans le cadre d'une visio-conférence. *Calcul mental: Dialectique entre sens et technique*, France, IUFM de Montpellier.
- Charnay, R. (2004, septembre). *L'enseignement du calcul aux cycles 2 et 3*. Académie de Rennes, Communication publiée sous forme de plan d'intervention de la conférence du 8 septembre 2004. En ligne : www.ien-brest6.ac-rennes.fr/Dossiers/Calcul%20Charnay.doc.consulté le 18 mai 2012.

- Delord, M. (2003, octobre). *Précisons nos divergences (Réponse à Roland Charnay et à la commission Joutard)*. Communication publiée sous forme d'un texte de préparation de réunion. En ligne : http://michel.delord.free.fr/ferry_calc3.pdf consulté le 18 mai 2012.

- Dictionnaire de français « Littré », d'après l'ouvrage d'Emile littré (1863-1877). En ligne <http://littrre.reverso.net/dictionnaire-francais/definition/calcul>. Consulté le 18 mai 2012.

- Équipe de didactique des mathématiques / Colomb, J. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : cours préparatoire [cycle 2]* Ermel. France, Paris : Hatier.

- Fayol, M. (2010). Les mathématiques : regards sur 50 ans de leur enseignement à l'école primaire. Dans : France. Ministère de l'éducation nationale, Durpaire, J.-L., et Mégard, M. *Le nombre au cycle 2*. France, Poitiers : CRDP de Poitier : SCEREN-CRDP.

- Gamo, S., et Djament, D. (2009). *Le calcul mental à l'école élémentaire, les bases du calcul nécessaires à l'apprentissage des mathématiques*. France, Paris : Hachette éducation

- Johsua, S. et Dupin, J.-J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. France, Paris : Presses universitaires de France

- Meirieu, P. (1983). *Apprendre en groupe, contribution à la recherche sur les pratiques de groupe en situation scolaire*, Thèse de Doctorat, Lyon.

- Suchaut, B. (2007). *Éléments d'évaluation de l'école primaire française*, Rapport pour le Haut Conseil de l'Education, Institut de Recherche sur l'Education. Irédu-CNRS

- Taton, R. (1953). Le calcul mental. Dans : *Histoire du calcul*. Que sais-je ? n° 605. France, Paris : Presses universitaires de France.

Textes officiels :

- Ministère de l'Éducation Nationale. (1882, 27 juillet). L'organisation pédagogique et le plan d'études des écoles. *Arrêté du 27 juillet 1882*. En ligne : http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Programmes_primaires1882.pdf. consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (1923, 20 juin). *Instructions officielles*. En ligne : http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Programmes_1923.pdf. consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (1960, 19 octobre). Enseignement du français et du calcul dans les classes primaires : Enseignements élémentaires et complémentaires. *B. O. n° 29*. France : Paris.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (1970, 2 janvier). *J. O. du 6 janvier 1970*. France, Paris.
- France. Ministère de l'Éducation nationale. (1977, 18 mars). *Horaires objectifs et programmes du cycle préparatoire*. En ligne : http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Programmes_1977.pdf. consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation nationale. (1985, 15 mai). *Horaires, programmes et instructions pour l'école élémentaire 1985*. France, Paris. En ligne : http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Programmes_1985.pdf. consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (1995, 22 février). Programmes pour chaque cycle de l'école primaire. *J. O. du 2 mars 1995*. France : Paris. En ligne : http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Programmes_1995.pdf. consulté le 18 mai 2012.
- Ministère de l'Éducation nationale / Ministère de la jeunesse et des sports. (2002a). *Les nouveaux programmes de l'école primaire, Mathématiques : document d'accompagnement des programmes, le calcul mental*. France, CNDP. SCEREN.

- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2002b, 14 février). Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *B.-O. Hors-série n°1*. France, Paris.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2005). Loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école. *J. O. du 24 avril 2005*. En ligne : <http://www.education.gouv.fr/bo/2005/18/MENX0400282L.htm> . consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2007, 2 mars). Mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences : l'enseignement du calcul. *B. O. n°10*. France : Paris. DGESCO.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2008a, 10 avril). Encart sur la préparation de la rentrée 2008. *B. O. n° 15*. En ligne : <http://www.education.gouv.fr/bo/2008/15/MENE0800308C.htm>. consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2008b, 19 juin). Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *B.-O. n°3. Hors-série*. France, Paris.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2008, 28 août). Programmes du collège, Programmes de l'enseignement de mathématiques. *B. O. spécial n° 6*. France, Paris.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. (2009, 23 juillet) Programme d'enseignement de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique. *BO n°30*. France, Paris. En ligne : <http://www.education.gouv.fr/cid28928/mene0913405a.html> . consulté le 18 mai 2012.
- France. Ministère de l'Éducation Nationale. IGEN. (2009. juillet). *Troisième note de synthèse sur la mise en place de la réforme de l'enseignement primaire*. France, Paris. En ligne : http://media.education.gouv.fr/file/2009/16/8/reforme-enseignement-primaire_118168.pdf. consulté le 18 mai 2012.

Manuels scolaires :

- Blanc, J.-P., Bramand, P., Capel-Dubois, A. (2009) Pour comprendre les mathématiques, CE1 cycle 2 : fichier de l'élève. France, Paris : Hachette.
- Besset, N., Guérin, L., Gros, P. (2012). *Outils pour les maths, CE1 : manuel*. France, Paris : Editions Magnard.
- Brissiaud, R., Ouzoulias, A., Suire, F. (2009). *J'apprends les maths, CE1 cycle 2 : fichier de l'élève*. France, Paris : Retz.
- Charnay, R., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2009). *Cap maths : nouveaux programmes : CE1, cycle 2 : fichier d'entraînement*. France, Paris : Hatier.
- Lucas, J. et J.-C., Meunier, L., Olivier, A., Meunier, R. (2012). *A portée de maths, CE1*. France, Paris : Hachette Education.
- Vilaro, C., Fritz, D. (2012). *Litchi mathématiques, CE1 cycle 2 : fichier de l'élève*. France, Paris : Istra.

SITOGRAPHIE

Pour s'entraîner au calcul mental en ligne :

- Calcul@tices. <http://calculatice.ac-lille.fr>
- Micet. <http://micetf.fr/calculmental/>
- Matouxmatheux. <http://matouxmatheux.ac-rennes.fr>

ANNEXES