



**HAL**  
open science

## Modifications et étalonnage d'un test évaluant la numération de position au cycle 3

Marlène Godbert

► **To cite this version:**

Marlène Godbert. Modifications et étalonnage d'un test évaluant la numération de position au cycle 3. Sciences cognitives. 2013. dumas-00847327

**HAL Id: dumas-00847327**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00847327v1>**

Submitted on 23 Jul 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Marlène Godbert**

Née le 14/11/1987

**Université Bordeaux Segalen**

Département d'orthophonie

**Modifications et étalonnage d'un test  
évaluant la numération de position au  
cycle 3.**

**Mémoire en vue de l'obtention du Certificat de Capacité  
d'Orthophoniste**

Année universitaire 2012 - 2013





UNIVERSITÉ  
BORDEAUX  
SEGALÉN

### Mémoire d'Orthophonie

TITRE : Modifications et étalonnage d'un test évaluant la numérotation de position au cycle 3.

DATE DE PASSATION : 22 juillet 2013

NOM DE L'ETUDIANT : Marlène GODBERT

MEMBRES DU JURY : - Directrice Adjointe : Anne LAMOTHE-CORNELOUP

- Directeur de Mémoire : Brigitte GUERRIER

- Membres du Jury : - Claire BEAUMONT

- Raphaëlle CHAUCHAT

APPRECIATION : Très Honorable – Honorable – Satisfaisant – Passable

COMMENTAIRES : Travail important de recherches bibliographiques sur un sujet assez nouveau qui approfondit le mémoire de 2009 de V. SERVAT. Les modifications apportées au test sont le fruit d'une réflexion bien menée. La démarche d'étalonnage est bien comprise et bien menée. L'analyse est intéressante. La rédaction est souvent confuse et laborieuse alors que la présentation orale montre une bonne maîtrise du sujet.

Signature de la Directrice Adjointe

A. Lamothe-Corneloup

Signatures des membres du jury

# Remerciements

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à Mme Brigitte Guerrier, ma directrice de mémoire, qui m'a soutenue tout au long de ce projet. Sa patience, son écoute et sa disponibilité à mon égard ont été une aide précieuse.

Je remercie Anne Lamothe-Corneloup ainsi que Mmes Claire Beaumont et Raphaëlle Chauchat, pour leur présence à ma soutenance et pour le temps qu'elles ont consacré à la lecture de mon mémoire.

Je remercie les écoles et centres de loisirs qui ont accepté de m'accueillir chaleureusement au sein de leur établissement. Je remercie également les enfants rencontrés pour leur enthousiasme à mon égard, et leur participation.

Merci à mon compagnon, ma famille, et aux copines qui ont toujours été là pour me soutenir et m'encourager.

Enfin merci à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réussite de ce projet.

# Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>1 Habiletés numériques : acquisition et développement</b>	<b>13</b>
1.1 La genèse du nombre : les travaux de la psychologie du développement . . . . .	13
1.1.1 Les stades développementaux . . . . .	13
1.1.2 Le nombre . . . . .	14
1.1.3 Conclusion . . . . .	18
1.2 L'apprentissage des systèmes de numération . . . . .	19
1.2.1 Système numérique et système de numération . . . . .	19
1.2.2 Distinction chiffre nombres . . . . .	19
1.2.3 L'apprentissage de la chaîne numérique verbale . . . . .	20
1.2.4 L'apprentissage de la numération en base 10. . . . .	20
1.3 Quantifier . . . . .	21
1.3.1 L'estimation . . . . .	21
1.3.2 Le subitizing . . . . .	21
1.3.3 Le dénombrement . . . . .	22
1.3.4 Conclusion . . . . .	25
1.4 Organisation de notre système numérique et numération positionnelle . . . . .	26
1.4.1 Caractéristiques du système de numération arabe . . . . .	26
1.4.2 Liens entre systèmes numériques oral et arabe : . . . . .	27
1.4.3 Un modèle du transcodage : ADAPT, un modèle développemental, asémantique et procédural du transcodage des numéraux oraux aux formes arabes. . . . .	30
1.4.4 Conclusion . . . . .	34
1.5 La représentation du nombre . . . . .	35
1.5.1 Une représentation orientée sur une ligne numérique. . . . .	35
1.5.2 Une représentation en base 10 des quantités. . . . .	36
1.5.3 Le développement des représentations du nombre. . . . .	36
1.5.4 Conclusion . . . . .	38
1.6 Le calcul . . . . .	38

1.6.1	Les stratégies utilisées . . . . .	39
1.6.2	Du comptage au calcul . . . . .	39
1.6.3	Le rôle de la numération de position dans les procédures de calcul. . . . .	40
1.6.4	Conclusion . . . . .	41
1.7	Modélisations du système numérique . . . . .	41
1.8	Le rôle de la mémoire de travail . . . . .	44
1.9	Bases neurales de la numération . . . . .	45
<b>2</b>	<b>Les troubles du calcul chez l'enfant</b>	<b>48</b>
2.1	Définitions . . . . .	48
2.2	Définition du DSM IV . . . . .	49
2.2.1	Critères diagnostiques . . . . .	49
2.2.2	Diagnostics différentiels . . . . .	50
2.3	Caractéristiques de la dyscalculie : . . . . .	50
2.4	Prévalence . . . . .	51
2.5	Classifications des dyscalculies . . . . .	52
2.6	Associations et comorbidités . . . . .	54
2.7	Facteurs causaux . . . . .	55
2.8	Évaluer les troubles du calcul . . . . .	56
2.8.1	Performance et compétence : . . . . .	56
2.8.2	Sens du score : . . . . .	57
2.8.3	L'évaluation de la compréhension de la notation positionnelle arabe. . . . .	57
2.9	Conclusion . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Programmes scolaires</b>	<b>58</b>
3.1	L'évolution des contenus d'enseignement . . . . .	58
3.1.1	Programmes de mathématiques . . . . .	58
3.1.2	Les nombres et la numération . . . . .	58
3.1.3	Numération décimale . . . . .	58
3.1.4	Nombres décimaux . . . . .	59
3.2	L'enseignement aujourd'hui . . . . .	59
3.2.1	A la maternelle . . . . .	59
3.2.2	Au CP et au CE1 . . . . .	60

3.2.3	Au cycle 3 . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>61</b>
	<b>Problématique et hypothèse</b>	<b>62</b>
<b>I</b>	<b>Expérimentation</b>	<b>63</b>
<b>1</b>	<b>La création d'un test</b>	<b>63</b>
1.1	Définitions . . . . .	63
1.1.1	L'étalonnage . . . . .	63
1.1.2	L'échantillonnage . . . . .	63
1.1.3	La transformation des scores . . . . .	64
1.1.4	La sensibilité . . . . .	64
<b>2</b>	<b>Le test créé par V. Servat</b>	<b>64</b>
2.1	Épreuve de découpage de nombres . . . . .	64
2.1.1	Consigne . . . . .	65
2.1.2	Les items . . . . .	65
2.1.3	Cotation . . . . .	65
2.2	Épreuve de lecture de nombres . . . . .	66
2.2.1	Présentation des planches . . . . .	66
2.2.2	Consigne . . . . .	67
2.2.3	Les items . . . . .	67
2.2.4	Cotation . . . . .	67
2.3	Épreuve de transcription de nombres . . . . .	67
2.3.1	Consigne . . . . .	68
2.3.2	Items . . . . .	69
2.3.3	Cotation . . . . .	70
2.4	Épreuve chiffre de, nombre de . . . . .	70
2.4.1	Consigne . . . . .	70
2.4.2	Items . . . . .	70
2.4.3	Cotation . . . . .	71

2.5	Épreuve de décomposition de nombres . . . . .	71
2.5.1	Consigne . . . . .	71
2.5.2	Les items . . . . .	71
2.5.3	Cotation . . . . .	71
2.6	La grille de cotation . . . . .	72
2.6.1	Critères quantitatifs . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Les Modifications effectuées.</b>	<b>72</b>
3.1	Matériel et méthodes . . . . .	73
3.1.1	Ordre des épreuves . . . . .	73
3.1.2	Épreuve 1 : découpage de nombres . . . . .	73
3.1.3	Épreuve 2 : décomposition de nombres . . . . .	74
3.1.4	Épreuve 3 : lecture de nombres à l'aide des personnages . . . . .	75
3.1.5	Épreuve 4 : transcription de nombres à l'aide des personnages . . . . .	76
3.1.6	L'épreuve 5 : chiffres des/ nombre de . . . . .	77
3.2	Résultats . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Normes</b>	<b>81</b>
4.1	Matériel et méthodes . . . . .	81
4.1.1	Lieux . . . . .	81
4.1.2	Population . . . . .	81
4.2	Résultats . . . . .	82
4.3	Scores totaux obtenus par classe . . . . .	83
4.3.1	Classe de CE2 . . . . .	83
4.3.2	Classe de CM1 . . . . .	84
4.3.3	Classe de CM2 . . . . .	84
4.4	Conclusion . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Analyse qualitative</b>	<b>85</b>
5.1	Épreuve 1 (découpage de nombres) . . . . .	86
5.2	Épreuve 2 (décomposition de nombres) . . . . .	86
5.3	Épreuves de transcodage . . . . .	87
5.3.1	Épreuve 3 : lecture de nombres . . . . .	87

5.3.2	Épreuve 4 : transcription . . . . .	88
5.3.3	Deux grands types d'erreurs . . . . .	89
5.3.4	Comparaison des deux modalités . . . . .	91
<b>II</b>	<b>Discussion</b>	<b>93</b>
<b>1</b>	<b>Synthèse du travail effectué</b>	<b>93</b>
1.1	Problématique et hypothèse . . . . .	93
1.2	Objectifs de travail . . . . .	93
<b>2</b>	<b>Réflexions méthodologiques</b>	<b>94</b>
2.1	L'échantillonnage . . . . .	94
2.2	L'étalonnage . . . . .	95
2.3	Les modifications . . . . .	96
2.4	La transformation des scores . . . . .	97
<b>3</b>	<b>Discussion des résultats et confrontation aux données de la littérature</b>	<b>97</b>
3.1	Les résultats obtenus . . . . .	97
3.1.1	Le support utilisé . . . . .	98
3.1.2	Comparaison de différentes épreuves . . . . .	98
3.2	Perspectives évaluatives . . . . .	99
3.3	Les données de la littérature . . . . .	100
3.3.1	L'apport des modèles théoriques . . . . .	100
3.3.2	Les données de la littérature . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Limites et perspectives</b>	<b>102</b>
4.1	Épreuve chiffres et nombres . . . . .	102
4.2	Épreuve écrite . . . . .	103
4.3	Tester le regroupement en bases . . . . .	103
4.4	Les décimaux . . . . .	103
4.5	Population . . . . .	104
<b>5</b>	<b>Apports de ce travail</b>	<b>104</b>
5.1	Au niveau de la recherche . . . . .	104

5.2	Réflexions personnelles . . . . .	105
5.2.1	La construction de test . . . . .	105
5.2.2	L'importance de la recherche en orthophonie . . . . .	106
5.2.3	Domaine logico-mathématique . . . . .	106
<b>III</b>	<b>Conclusion</b>	<b>108</b>
	<b>Références</b>	<b>109</b>
<b>IV</b>	<b>Annexes</b>	<b>114</b>

# Introduction

“S’il est une histoire passionnante, c’est bien celle de la numération” Ménissier [29]. Loin de nous l’idée de le contredire !

L’invention des chiffres et du système numérique tel que nous le connaissons est l’aboutissement d’une longue histoire. La construction du nombre n’a pas suivi un déroulement linéaire : elle a évolué au gré des époques et des cultures avant d’aboutir à un système quasiment universel aujourd’hui.

Cette construction s’est déroulée en fonction des besoins. Certaines ethnies se contentèrent de quelques nombres : un, deux, beaucoup. Le développement du commerce, des cultures, a pu mener d’autres civilisations à éprouver la nécessité de dénombrer des collections, que ce soient des objets, des troupeaux, etc.

La quantité des éléments à dénombrer augmentant, il a fallu se doter d’un système de numération toujours plus performant, plus efficace et plus rapide : un système permettant de “montrer beaucoup avec peu”.

Ainsi le berger qui voulait s’assurer de la quantité de moutons dans son troupeau pouvait, dans un premier temps, enfermer dans un contenant, autant de cailloux qu’il possédait d’ovins, ou effectuer sur un bâton une entaille par bête. Toutefois, si la taille du troupeau devenait trop importante, celui-ci se trouvait dans l’obligation d’adopter une nouvelle stratégie.

Le recours aux pierres de tailles différentes, auxquelles on pouvait attribuer des valeurs différentes, permettait de réduire les inconvénients liés à l’utilisation d’un caillou par mouton. Peut-être est-ce là un fondement du principe de “base”, principe sur lequel repose notre système de numération actuel.

De même il pouvait regrouper les entailles effectuées. En effet, si son troupeau était important, le nombre d'entailles venait dépasser ses capacités de reconnaissance visuelle, et s'il se trompait, il lui fallait tout recommencer.

La modification de la cinquième entaille lui permit de reconnaître d'un seul coup d'œil, une série de cinq traits. Arrivé à la dixième, il entreprit également d'inscrire un signe différent. La naissance de cette nouvelle unité, étayée par le comptage digital (deux mains de cinq doigts) , donna naissance au système décimal.

Si chaque symbole n'avait pas la même valeur, il y avait toutefois autant de symboles que de moutons. Cela aboutissait à des notations telles que, pour 12 moutons : I I I I V I I I I X I I . On voit combien ce système était coûteux en temps et en place.

Ainsi se mit en place le principe cardinal : un seul symbole est utilisé pour représenter une collection.

Dans ces anciens systèmes de numération (romains, grecs, hébraïques, etc.), les symboles ont une valeur fixe qui ne varie pas en fonction de leur place dans l'écriture. Chez les romains par exemple, V vaut toujours 5, quelle que soit sa place. Toutefois, dans le système que nous utilisons aujourd'hui, ce n'est pas le cas. Par exemple, le chiffre 5 prend une valeur différente selon la place qu'il occupe, il est multiplié par une puissance de dix chaque fois qu'il est déplacé d'un rang vers la gauche. Autrement dit, 5 est multiplié par dix lorsque l'on passe de l'unité à la dizaine, par cent quand on passe de l'unité à la centaine, etc.

Ce système dit "positionnel" permet d'utiliser un nombre restreint de symboles et ainsi de faciliter les opérations arithmétiques sur les nombres. Il est aujourd'hui fondé sur une base décimale (une base 10).

La seconde invention fut de n'utiliser que neuf symboles. Cela permit d'éviter le recours à des nombres à rallonges, répétant les symboles utilisés. Mais, l'utilisation du principe positionnel et des regroupements (dizaines, centaines, etc.) nécessite de pouvoir préciser l'absence d'unité d'un certain ordre.

Ainsi le zéro apparut au début de XI<sup>ème</sup> siècle, en Inde, désigné par le terme *shûnya*, "vide" en sanscrit. Un siècle plus tard, il ne sera plus seulement le symbole du vide, de l'absence, mais un nombre à part entière. En effet, il possède des propriétés numériques spécifiques, par exemple lorsqu'on l'ajoute à la fin d'un nombre, il multiplie ce dernier par sa base : pour multiplier 24 par 10, il suffit d'ajouter un 0 à 24.

Ce système positionnel à base 10, aujourd'hui utilisé universellement, permet d'effectuer facilement toutes sortes de calculs, même sur les très grands nombres, avec un coût cognitif minime. Aussi, la compréhension de cette structure positionnelle est l'un des fondements des apprentissages ultérieurs en arithmétique.

L'appréhension de ce système est le fruit d'un long apprentissage par les enfants en école primaire. Selon Moeller et al. [30], manier les nombres à plusieurs chiffres est une des compétences les plus importantes apprises à l'école, au vu de leur importance dans la vie de tous les jours.

En effet, aujourd'hui, ce système numérique est très fréquemment utilisé, et savoir lire les nombres, les comprendre ou les utiliser sont autant de compétences indispensables au quotidien.

Malgré l'importance de la maîtrise du système positionnel au quotidien et dans les apprentissages arithmétiques il n'existe pas de test en orthophonie permettant d'évaluer cette compétence bien particulière. V. Servat [39], en 2009, avait élaboré un test permettant d'évaluer cet apprentissage chez les enfants du cycle 3. Toutefois, après un pré-étalonnage, toutes les épreuves ne s'étaient pas révélées sensibles.

Des modifications apportées à ce test ainsi qu'un étalonnage sur une population plus large permettraient d'améliorer la sensibilité des épreuves et ainsi, de voir si un enfant se situe dans la norme par rapport aux enfants de sa classe, et de mettre en évidence d'éventuelles difficultés dans ce domaine.

Dans un premier temps, nous présenterons l'acquisition et le développement des habiletés numériques chez l'enfant, les troubles du calcul, ainsi que le contenu et l'évolution des programmes scolaires.

Nous exposerons ensuite le test élaboré par V. Servat en 2009, les remaniements effectués et les résultats des analyses quantitative et qualitative après l'étalonnage.

Enfin, nous nous appuierons sur l'analyse des résultats obtenus pour discuter des intérêts et des limites de notre travail.

# 1 Habilités numériques : acquisition et développement

## 1.1 La genèse du nombre : les travaux de la psychologie du développement

La conception Piagétienne a été très influente, tant au niveau théorique que pédagogique ; et l'acquisition et le développement des habilités numériques ne peuvent être évoqués sans y faire référence. Malgré les critiques apportées à celle-ci au cours des années qui suivirent, sa théorie demeure une importante source de réflexion pour nombre de professionnels et de chercheurs.

La théorie proposée par Piaget a détaillé le développement de l'intelligence de l'enfant et de l'adolescent, a contribué à mettre en avant l'importance des fondements logiques de la pensée mathématique ; mais a également orienté les instructions pédagogiques de l'enseignement des mathématiques.

Pour Piaget, le développement des compétences numériques de l'enfant est essentiellement lié au développement de ses capacités logiques. Aussi, la construction du nombre ne dépend pas du langage, mais de l'action intériorisée, du développement de la pensée dite "opératoire" (Barrouillet [1]).

### 1.1.1 Les stades développementaux

Pour Piaget, c'est en agissant sur son environnement que l'enfant construit ses premiers raisonnements. Il propose une théorie dite "constructiviste" : les structures propres à l'intelligence se construisent progressivement, stade après stade, dans le cadre de l'interaction entre l'individu et son environnement. Dans cette interaction, l'action de l'enfant sur les objets qui l'entourent est primordiale, l'enfant ne se situe pas dans un apprentissage passif. Son intelligence va se développer, dans une dynamique de type "assimilation/accommodation". L'assimilation est le processus par lequel un objet est appréhendé et l'accommodation est le processus par lequel la structure de l'organisme se modifie pour s'ajuster à l'objet. Cette dynamique serait le moteur du développement de l'intelligence.

La théorie Piagétienne du développement distingue quatre structures cognitives primaires qui correspondent à autant de stades de développement.

Ces derniers se divisent globalement en quatre périodes :

- Jusque l'âge de deux ans, l'enfant est au stade "**sensori-moteur**", le bébé interprète le monde qui l'entoure sur la base de ses sens et de ses actions. Le contact qu'entretient l'enfant avec le monde qui l'entoure dépend entièrement des mouvements qu'il fait et des sensations qu'il éprouve. Ainsi, chaque objet est touché, lancé, mis dans la bouche pour en comprendre progressivement les

caractéristiques. C'est au milieu de ce stade, que l'enfant saisit la notion de permanence de l'objet, *i.e.* le fait que les objets continuent d'exister quand ils ne sont plus présents dans son champ de vision.

- Le deuxième stade est celui de la période “**pré-opératoire**” qui débute vers 2 ans et se termine vers 6 - 7 ans. L'enfant devient capable de se détacher de l'immédiat, et peut reproduire ses actions en différé. L'intelligence devient alors symbolique : l'enfant peut utiliser un modèle d'action appris au stade précédent mais à distance du réel de l'événement. On retrouve alors l'utilisation de l'imitation différée, le jeu symbolique, le dessin ou encore le langage ; l'enfant peut représenter des événements vécus.
- Entre 6 - 7 ans et 11-12 ans, c'est le stade des “**opérations concrètes**”. L'intelligence de l'enfant va devenir flexible, c'est la réversibilité opératoire : l'enfant peut annuler en pensée une action qu'il vient de percevoir ou d'effectuer. Il se la représente et peut agir sur cette représentation, mais toujours au sujet de phénomènes observables.
- Enfin, à partir de 11-12 ans se développe le stade des “**opérations formelles**”. Le jeune adolescent acquiert la capacité de raisonner sur des propositions logiques, des idées ou encore des hypothèses, c'est le “raisonnement hypothético-déductif”. L'enfant entre dans l'abstraction.

### 1.1.2 Le nombre

La conception Piagétienne du nombre interroge les fondements du nombre : quand et comment l'être humain construit le nombre, et comment s'assurer de sa véritable compréhension ?

La construction du nombre ne serait possible que vers 6-7 ans, lorsque l'enfant atteint le stade des opérations concrètes ; et celle-ci serait issue d'une synthèse de deux opérations logiques : l'inclusion des classes et la sériation.

Le nombre est envisagé comme “solidaire d'une structure opératoire d'ensemble, à défaut de laquelle il n'y a pas encore conservation des totalités numériques indépendamment de leur disposition figurale” (Piaget and Szeminska [36]). Les expérimentations revêtent une expérience primordiale dans la conception de Piaget.

#### Nombre, inclusion et sériation

La série des nombres entiers s'élabore par la synthèse, en un seul système, de deux structures plus simples, qui sont l'inclusion des classes et la sériation (ou relations d'ordre). Les nombres cardinaux (le

cardinal est le nombre d'objets que contient une classe) et ordinaux ne se construisent pas à part, mais tous deux se constituent de manière indissociable.

## La conservation

La tâche utilisée dans le but de mettre en évidence l'accès au nombre "opérateur" (dépendant des opérations d'inclusion et de sériation) est la conservation des quantités discontinues. Elle permet également de tester la "réversibilité opératoire", c'est-à-dire la capacité de l'enfant à annuler, par sa pensée seule, l'effet d'une action.

Dans cette tâche, l'examineur, notamment, présente des collections de perles dans des récipients similaires ( $A_1$  et  $A_2$ ). Après avoir fait reconnaître à l'enfant l'égalité des collections, il transvase le contenu d'un récipient dans un autre, de forme différente ( $L$ ). L'enfant doit alors comparer les quantités contenues dans  $A_1$  et  $L$ .

A l'issue de cette expérience, et en fonction des justifications de l'enfant, Piaget distingue 3 stades.

- **Stade 1 : absence de conservation.** L'enfant ne reconnaît pas l'égalité des deux collections après le transvasement. Pour justifier ce point de vue, il s'appuie sur les apparences perceptives "ça va plus haut".
- **stade 2 : début de constitution des ensembles permanents.** La conservation entre en conflit avec les apparences perceptives constituées par les relations de longueur, largeur, etc. L'enfant tend à utiliser la conservation, mais les apparences le mettent en difficulté, et plus la transformation est considérable et plus l'enfant s'appuie sur ce qu'il perçoit.
- **stade 3 : conservation et coordination quantifiante.** L'enfant n'a plus à réfléchir pour s'assurer de la conservation des quantités, il en est certain *a priori*. De plus, l'enfant peut coordonner les facteurs perceptifs lors d'une multiplication logique : si le récipient est plus haut, il est également plus mince.

## La correspondance terme à terme

Dans cette épreuve, sans doute une des plus connues, l'enfant est tout d'abord invité à construire une collection d'objets (e.g. des verres) en correspondance avec une collection déjà constituée d'objets complémentaires (e.g. des bouteilles) : "tu prends la même chose de verres que de bouteilles, un verre par bouteille". Une fois la correspondance établie, on serre les six verres en un petit tas et l'on interroge l'enfant "C'est la même chose de verres et de bouteilles?"

- Dans un premier temps développemental, l'enfant ne construit pas sa collection en correspondance exacte, et, de fait, l'équivalence n'est pas durable : il ne reconnaît pas l'égalité des deux collections après leurs transformations. Les enfants procèdent par simple correspondance globale, fondée sur la perception de la longueur des rangées.
- Dans un deuxième temps, la correspondance est possible mais sans équivalence durable entre les collections correspondantes. Si les enfants sont capables de construire une collection en correspondance terme à terme, il suffit d'abolir cette dernière, et ainsi de supprimer la correspondance intuitive et visuelle pour que l'équivalence quantitative semble disparaître aux yeux de l'enfant. La quantité semble dépendre moins du nombre (même non verbal) ou de la correspondance terme à terme que de l'aspect global de la collection.
- Enfin, dans un dernier temps, on observe la correspondance terme à terme et l'équivalence durable des collections correspondantes. L'enfant établit une distinction entre le nombre et l'espace occupé. Les transformations réalisées peuvent être compensées : elles sont désormais logiquement réversibles ; toute transformation spatiale dans la disposition des éléments peut être corrigée par une opération inverse.

Les opérations réversibles ainsi constituées sont capables de dominer les facteurs perceptifs, et de remplacer la correspondance intuitive par une correspondance opératoire et quantifiante : “le primat de l'opération par rapport à l'intuition perceptive résulte de la réversibilité progressive de la pensée” (Piaget and Szeminska [36]).

### **L'usage du comptage**

Le comptage, c'est-à-dire l'usage de la comptine numérique, en référence à une collection, n'est, dès lors, pas nécessairement quantifiante. Certains enfants peuvent compter deux fois le même nombre de perles dans deux collections différentes, sans pour autant convenir à une égalité. Ils sont capables d'appliquer à un nombre réduit d'objets les premiers noms de nombres mais cela prouve-t-il que cette énumération verbale exprime une quantification, meilleure, du point de vue de l'enfant, que les facteurs perceptifs mis en jeu ?

### **Conservation et numération positionnelle**

Aussi, pour que l'enfant perçoive que, lors du transvasement du contenu d'un récipient dans un autre de forme différente, la quantité ne subit aucune modification, il doit mettre en jeu un raisonnement de

type multiplicatif. Celui-ci lui permet de coordonner simultanément deux points de vue apparemment contradictoires : en effet si l'on ne tient compte que du niveau vertical, on pourrait conclure qu'il y a plus d'éléments dans le récipient haut.

Dans le cas de la numération décimale (sur laquelle nous reviendrons plus en détail dans la partie 1.4 notamment), l'enfant va devoir coordonner différents points de vue (Dessailly [15]).

Prenons l'exemple d'une notion du type :

$$10 \text{ unités} = 1 \text{ dizaine}$$

Deux points de vue peuvent entrer en conflit :

D'une part le type d'unité retenu : l'unité ou la dizaine ; et, d'autre part, l'écriture arabe notée à gauche : 10 ou 1.

Si l'enfant se focalise sur l'écriture chiffrée, il note que "10" désigne un nombre plus grand que "1". Si celui-ci considère le type d'unité retenu, il est enclin à penser que "dizaine" désigne un nombre plus grand que le terme "unité".

De fait, il se trouve face à deux expressions apparemment contradictoires :

$$10 > 1$$

$$\text{unité} < \text{dizaine}$$

Afin de déduire l'équivalence de ces deux expressions, c'est-à-dire que celles-ci désignent le même nombre, l'enfant doit alors coordonner deux points de vue apparemment contradictoires.

L'enfant qui réussit l'épreuve de conservation des quantités semble alors susceptible de comprendre le double point de vue sous lequel on peut analyser la notion "une dizaine = dix unités".

Aussi, lorsque ce palier est franchi, l'enfant doit être en mesure d'appréhender des écritures de plus en plus variées, comme "100" par exemple ; et les différentes expressions qui en rendent compte : une centaine, dix dizaines, cent (sous-entendu unités).

**La sériation** Une des tâches de sériation utilisée consiste à présenter à l'enfant un matériel constitué de barrettes en bois de différentes longueurs et de proposer à l'enfant de les sérier (Piaget and Szeminska [36]).

Pour sérier un certain nombre d'éléments d'après leur grandeur, il faut que la taille de chaque terme soit à la fois plus élevée que celle des précédents et plus basse que les suivantes. Construire une série, c'est coordonner des relations  $A > B > C \dots$  de telle façon que si  $E > F$ , cela signifie à la fois que  $E < A, B, C \dots$  et que  $F > G, H, I \dots$  etc.

L'enfant qui n'a pas acquis l'opération de sériation ne procède pas au moyen de telles relations : il met les "petits" éléments d'un côté et les "grands" de l'autre. Il procède alors par qualités "grand" ou "petit" et non pas par relations "plus grands" et "plus petits"; ni surtout par coordinations de ces relations : "à la fois plus grand que C et plus petit que A". La difficulté réside dans le passage "de la qualité à la relation".

**L'inclusion** Pour étudier l'inclusion des classes, Piaget et ses collaborateurs ont élaboré une série d'épreuves, dont la plus connue est sans doute celle des fleurs. Aussi considérons B une collection d'objets individuels constituant une classe logique (des fleurs par exemple); A et A', des parties de cette collection (des coquelicots et des bleuets). Aussi  $A + A' = B$  d'où  $A = B - A'$  et  $A < B$ . L'enfant doit choisir quelle classe contient le plus d'éléments : "Y a-t-il plus de A ou de B?" "Y a-t-il plus de coquelicots ou plus de fleurs?"

L'enfant qui n'a pas acquis l'inclusion demeure incapable de saisir que les classes B contiendront toujours plus d'éléments que les classes A. Il ne conçoit pas encore la classe B comme résultant de l'addition  $B = A + A'$ . Il ne peut penser simultanément le tout B et les parties A et A'.

### 1.1.3 Conclusion

Le nombre se construit donc par synthèse des structures de sériation et d'inclusion. La structure d'inclusion lui permet de saisir l'aspect cardinal du nombre : 1 inclus dans 2, 2 inclus dans 3, etc. La sériation lui permet d'appréhender l'idée d'ordre inhérente au nombre, ce qui est vrai pour les barrettes rangées en ordre croissant l'est également pour les nombres : 1 puis 1 (2), puis 1 (3), etc. C'est l'aspect ordinal du nombre. L'enfant qui a construit la notion de nombre peut coordonner ces deux types de relation.

La mise en œuvre d'opérations logiques, est nécessaire à la compréhension et à la manipulation de

la notation positionnelle et du système décimal, sur lesquels notre numération repose. Toutefois, si des fondements logiques sont nécessaires à l'application et à la compréhension du système positionnel de base 10, ce dernier est un système mathématique qui ne se construit pas naturellement, il requiert un apprentissage scolaire systématique.

Si Piaget a cherché à montrer les fondements logiques de l'accès au nombre et au raisonnement mathématiques, les recherches ultérieures, présentées dans les parties suivantes ont plutôt pour but de décrire le développement des habiletés numériques, sous l'angle des neurosciences et des sciences cognitives.

## **1.2 L'apprentissage des systèmes de numération**

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la façon dont l'enfant construit et apprend le système de désignation des quantités, que ce soit à l'écrit ou à l'oral.

### **1.2.1 Système numérique et système de numération**

Le terme de numéral renvoie à un symbole (ou ensemble de symboles) représentant un nombre. Un numéral arabe est une représentation du nombre constituée d'un ou plusieurs chiffres. Un numéral verbal est la représentation d'un nombre par le biais d'un ou plusieurs mots. Cette définition renvoie à la distinction signifiant/signifié utilisée en linguistique.

Ainsi, un système de numération renvoie à un ensemble de symboles permettant de désigner un nombre. Le système numérique constitue la représentation des nombres.

Toutefois ces définitions ne sont pas utilisées par tous les auteurs et peuvent donc amener à quelques ambiguïtés (Van Hout [42]).

### **1.2.2 Distinction chiffre nombres**

Ainsi cette fonction de désignation du système de numération peut s'opérer à l'aide des numéraux verbaux (oraux ou écrits) ou des numéraux arabes. Il est nécessaire pour l'enfant de distinguer le nombre, pur objet mental, véritable abstraction, de ses modes de désignation; et de les concevoir dans leur complémentarité (Dessailly [15]).

Si l'enfant ne peut concevoir cette distinction entre

- le nombre, le système numérique, entités abstraites;
- et le chiffre : symbole permettant de désigner un nombre

il ne pourra maîtriser les règles du système de numération arabe, et coordonner les points de vue sous lesquels il est possible de rencontrer le nombre.

Cependant la compréhension du point de vue selon lequel le mot “chiffre” désigne uniquement un symbole, de la même façon qu’une lettre peut venir constituer un mot, requiert une certaine flexibilité mentale; d’autant plus que la vie quotidienne fournit de nombreuses confusions des mots “chiffre” et “nombre”.

### **1.2.3 L’apprentissage de la chaîne numérique verbale**

La comptine des mots-nombres s’acquiert entre deux et six ans. Certains auteurs affirment que cette chaîne serait une base cruciale sur laquelle pourrait se développer le concept plus abstrait de nombre (Lochy and Censabella [27]). Malgré des différences interindividuelles importantes, on note certaines étapes chez les enfants en apprentissage.

- Les noms de nombres sont récités dans un ordre correct mais d’une façon insécable. L’enfant ne peut commencer à un terme différent de la chaîne, même si celui-ci est connu, il ne peut énoncer les nombres à rebours. De plus, il n’attribue pas un sens spécifique aux noms qu’il énonce (vers trois ans).
- Le niveau de la chaîne sécable : le début de la récitation de la comptine est possible à partir de n’importe quel terme connu. L’enfant peut également compter à rebours et le dénombrement de collections est possible. En principe, ce niveau est atteint par tous les enfants à l’âge de six ans.

Sur cette base, l’enfant va pouvoir appréhender les règles de combinaison régissant le système de numération orale. Ces règles vont lui permettre de générer de plus en plus de nombres.

### **1.2.4 L’apprentissage de la numération en base 10.**

Ainsi on voit combien il est important que l’enfant puisse se saisir des règles syntaxiques, régissant le système de production oral. Elles vont lui permettre d’énoncer n’importe quel nombre, mais aussi d’appréhender plus finement les règles de transcodage et la syntaxe du système arabe. L’organisation des systèmes de numération en référence au nombre dix nécessite d’être exercée. La complémentarité à dix, l’analyse de la construction des nombres du début de la chaîne déjà connue par l’enfant, va lui permettre une conception plus fine du système de numération et des calculs qu’il permet (par exemple “douze” c’est “dix” plus “deux”; de même que “dix-sept” c’est “dix” plus “sept”) (Dessailly [15]).

## 1.3 Quantifier

Les processus de quantification sont fondamentaux. Ils consistent à déterminer la numérosité d'un ensemble d'objets. Selon certains auteurs ils permettraient à l'individu de développer le concept de nombre. En effet ils permettent d'assigner des valeurs numériques à des collections, d'explorer les tailles et les relations entre différentes collections. On distingue trois processus de quantification : le dénombrement, le subitizing et l'estimation (Camos [10]).

### 1.3.1 L'estimation

L'estimation permet d'évaluer le cardinal d'une collection sans recourir au dénombrement, et quelle que soit la taille de la collection. Cette estimation est approximative. La numérosité serait évaluée sur une base perceptive. En effet, l'estimation reposerait sur le produit de l'aire visuelle par la densité des items (Camos [10]).

### 1.3.2 Le subitizing

Ce processus est défini comme un processus perceptif rapide et sûr d'appréhension immédiate de numérosités. Il a été mis en évidence pour des collections inférieures à 4 items. Il correspond à des temps de réponses très brefs, et qui n'augmentent que très peu en fonction du nombre d'items. Le subitizing serait donc lié à une perception globale et immédiate des très petites quantités. Le dénombrement ne serait nécessaire qu'au-delà des ces quantités.

Certains auteurs ont postulé que le subitizing ne serait pas un processus numérique à proprement parler, mais plutôt une capacité en lien avec les systèmes visuels. En effet, le subitizing apparaît seulement dans des situations où les items sont distingués sans effort, occupant des positions nettes. De plus, les collections inférieures à quatre éléments forment souvent des configurations particulières, aisément reconnaissables (e.g. deux points forment un segment ; trois : un triangle ; quatre : un quadrilatère). Le processus permettant de "subitizer" de petites quantités serait alors le fruit d'une reconnaissance de configuration visuelle, l'enfant serait alors plus en situation de "nommer" que de quantifier.

D'autres suggèrent qu'il s'agit d'un processus de dénombrement très rapide, utilisant des étiquettes non verbales. Cette forme primitive de dénombrement, commune aux animaux, serait peu précise, expliquant la non constance du temps de réponse pour les collections inférieures à quatre items ; et la variabilité des réponses avec l'augmentation de la numérosité (Camos [10]).

### 1.3.3 Le dénombrement

Celui-ci est souvent considéré comme le fondement des apprentissages arithmétiques ultérieurs. En effet, il permet de mettre à l'épreuve un raisonnement et d'en vérifier empiriquement sa validité (e.g. dans une tâche de conservation ou de calcul).

#### Les cinq principes définis par Gelman et Gallistel.

Ces auteurs ont défini cinq principes qui régissent le dénombrement correct (Camos [10]). L'enfant doit les avoir acquis, même implicitement, afin d'accéder au dénombrement. Les principes seraient issus du développement propre de l'enfant (position innéiste) et guideraient l'acquisition du comptage et de la routine numérique. Il s'agirait alors pour l'enfant de réaliser une correspondance entre une représentation mentale de la numérosité et son étiquette de la comptine. Les principes sont les suivants :

- *La connaissance de la comptine numérique* : cette liste doit être stable et ordonnée, elle constitue une séquence fixe. Elle n'est pas forcément verbale : il peut par exemple s'agir d'une suite conventionnelle de différentes parties du corps.
- *Le principe de correspondance terme à terme* : chaque élément est associé à une et une seule étiquette.
- *Le principe de cardinalité* : le dernier numéral énoncé correspond à la quantité recherchée.
- *Le principe d'abstraction* : l'hétérogénéité des éléments à dénombrer n'a pas d'impact sur le processus de dénombrement : chaque élément est associé à un numéral, au même titre que les autres. Ainsi, sont considérées comme "uns" des entités qui n'apparaissent pas nécessairement comme identiques d'un point de vue perceptif.
- *Le principe de non pertinence de l'ordre* : quel que soit l'élément par lequel l'individu commence, le cardinal de la collection demeure inchangé. L'ordre d'énonciation n'a pas d'incidence sur le cardinal recherché.

Ces principes demeurent sujets à débat et d'aucuns supposent qu'ils ne guideraient pas le dénombrement, comme le supposent Gelman et Gallistel. En effet, certains auteurs supposent que le lien entre dénombrement et cardinalité trouverait son origine dans le subitizing et l'exercice même du comptage. La routine de dénombrement serait initialement répétée par imitation, mais non porteuse de sens. L'enfant très jeune, capable de subitizer les petites collections, ferait alors le lien avec le cardinal entendu lors de l'énonciation de la comptine. C'est la répétition de ces liens et leur régularité qui permettraient aux enfants d'acquérir le principe de cardinalité. Ainsi, c'est en pratiquant des processus de comptage

dans différentes situations que l'enfant va saisir les principes sous-jacents au dénombrement.

### **L'accès au dénombrement : le rôle du comptage-numérotage et de la collection-témoin**

La communication d'une quantité peut prendre différentes formes (Brissiaud [7]). En effet si un individu veut faire part d'une quantité à un autre, il dispose de deux moyens généraux :

- Représenter la quantité qu'il souhaite communiquer par le biais d'un ensemble d'éléments, mis en correspondance terme à terme ; il s'agit du recours à une collection témoin. Par exemple pour signifier qu'il a entendu trois coups d'horloge, il montre à son interlocuteur trois objets. La quantité représentée par une collection-témoin est similaire à ce qui a été perçu, il s'agit d'une représentation analogique.
- Représenter cette quantité par le dernier élément mis en correspondance terme à terme : la représentation est alors numérique. Cette dernière n'est pas nécessairement verbale, elle peut résider en une partie du corps. La représentation numérique, que nous utilisons quasiment systématiquement à l'âge adulte, nécessite un ordre. Celui-ci est conventionnel, culturellement construit et transmis.

Ces deux moyens s'appuient sur la correspondance terme à terme. C'est la façon dont est représentée finalement la quantité qui varie : soit l'ensemble de la collection constituée joue le rôle de signifiant, soit c'est le dernier élément mis en correspondance terme à terme.

Ces deux représentations rendant possible la communication d'une quantité permettent alors de distinguer deux processus d'apprentissage du dénombrement : le comptage-numérotage et l'usage de collections-témoins.

**Du comptage-numérotage au dénombrement.** Brissiaud [6] distingue le dénombrement du comptage. Selon lui le comptage consiste en la mise en correspondance terme à terme des objets d'une collection avec la suite des mots-nombres, récités dans l'ordre conventionnel. La notion de cardinalité de l'ensemble compté n'est pas inhérente au processus de comptage, c'est en cela qu'il se distingue du dénombrement.

Dans ce premier cas l'enfant commence par s'approprier la comptine numérique ; il s'exerce à réciter la suite des mots-nombres, et à les mettre en correspondance terme à terme avec des objets de diverses collections. Si l'enfant peut acquérir très tôt ces compétences, elles ne témoignent pas d'un véritable accès au sens du nombre.

Par exemple un enfant dont la procédure de comptage est acquise, peut être mis en difficulté dans une tâche de dénombrement de petites quantités : quand on lui demande *combien* il y a d'objets, l'enfant

compte mais n'isole pas le dernier terme énoncé comme cardinal de la collection.

- Combien il y a d'objets ?
- “Un”, “deux”, “trois”, “quatre” ;
- oui, alors combien il y en a ?
- “Un”, “deux”, “trois”, “quatre”.

L'enfant exerce la compétence acquise mais ne semble pas en saisir le sens : la procédure de comptage dans son ensemble est la réponse au dénombrement demandé par l'interlocuteur.

Dans ce cas le comptage constitue tout au plus une attribution de “dossards”, de numéros à chaque élément ainsi isolé. Mais aucun mot-nombre ne représente une quantité à lui seul, et ne contient les quantités des précédents.

Cette conséquence du comptage peut être mise en lien avec son apprentissage (Brissiaud [7]). En effet, lorsqu'un adulte apprend à un enfant un nouveau mot (e.g. chien, bateau, etc.), il désigne celui-ci du doigt, le mot ainsi énoncé, renvoie la plupart du temps à l'objet pointé. Cependant, dans le cas du comptage, le mot prononcé renvoie à quelque chose sans lien direct avec l'élément désigné. Par exemple quand l'adulte compte quatre éléments, l'enfant doit saisir que le mot “quatre” prononcé pour un seul élément, réfère aussi à tous les éléments. Il est alors malaisé pour l'enfant de comprendre que chaque mot prononcé renvoie également aux précédents. Alors qu'il serait intéressant que l'enfant interprète les éléments à dénombrer comme équivalents, c'est-à-dire que chacun constitue une unité au même titre que les autres, l'adulte prononce un mot différent pour chaque élément.

En outre, les rencontres quotidiennes de l'enfant avec le nombre ne facilitent pas cette construction du sens des “mots-nombres”. Les nombres (oraux ou arabes) utilisés au quotidien sont souvent des numéros : chaîne 3 de la télévision, étage 8 affiché dans l'ascenseur, clavier de téléphone, etc. et ces derniers sont ordonnés de la même façon que la comptine numérique.

Le dénombrement est maîtrisé lorsque l'enfant reconnaît au dernier mot-nombre prononcé une valeur cardinale. Il ne s'agit plus d'un simple numéro.

**De la collection témoin au dénombrement.** Dans ce second cas, l'enfant commence par représenter les quantités à l'aide de collections-témoins. Celles-ci sont, pour la plupart du temps, constituées de collections de doigts. L'apprentissage du comptage n'apparaît que dans un deuxième temps.

Les doigts ne sont pas des éléments comme les autres au sein d'une collection témoin. En effet s'ils donnent lieu à une perception visuelle de la quantité, tout comme une collection d'objets, ils sont aussi le lieu de sensations kinesthésiques. De plus les configurations particulières créées et mises en mémoire

permettent de nommer rapidement les quantités ainsi représentées : une main constitue un groupement intermédiaire de cinq doigts qui donne l'occasion de reconnaître, par exemple, six doigts levés comme "cinq" + "un".

Dans cette situation les différents éléments de la collection ne se voient pas attribués de "dossards", ils sont répertoriés au même titre que les autres. Par exemple, pour dénombrer une quantité de quatre livres, l'adulte va lever un doigt en correspondance à un livre, en énonçant "un" à chaque fois : "un" "un" "un" et "un" : "quatre". Ainsi, lorsque l'enfant entend un mot différent de "un", il peut comprendre que ce mot renvoie à ce que représente la collection de doigts dans sa totalité. Énoncer le même mot pour chaque objet de la collection permet à l'enfant de concevoir que le nombre est une totalité d'unités considérées comme équivalentes.

Dans ce cas l'enfant ne mémorise pas en premier lieu la liste des mots-nombres, il n'en a pas besoin pour communiquer les quantités qu'il représente à l'aide des collections de doigts. Mais s'il lui manque la dénomination de la quantité ainsi exprimée, il conçoit l'idée du nombre représenté ; il a accès à la construction du nombre.

Ainsi, l'utilisation des doigts serait un processus important dans l'accès au dénombrement, et plus largement, à la compréhension du nombre. C'est une thèse que soutiennent Fayol et al. [18]. En effet, lors d'une étude longitudinale, portant sur 300 enfants de cinq à huit ans, ils ont montré que le niveau de performance perceptivo-tactile évalué à l'âge de 5 ans, permettait de prédire les résultats en arithmétique non seulement à 5 ans mais aussi à 6, voire à 8 ans, mieux que ne le fait le niveau de développement général. Ainsi, la reconnaissance des doigts et les habiletés digitales seraient un support primordial dans l'acquisition du nombre et dans les compétences arithmétiques acquises ultérieurement.

#### **1.3.4 Conclusion**

Les processus de quantification sont déterminants pour l'édification des constructions arithmétiques ultérieures. Classiquement, trois procédures sont distinguées : l'estimation est rapide mais approximative ; le subitizing est extrêmement rapide, exact mais réservé à de très petites collections ; enfin le dénombrement, très étudié, permet une quantification exacte mais requiert davantage de temps. Les routines verbales constituent le véritable moteur des processus de quantification pour certains auteurs, pour d'autres, il est un frein à une construction réelle du nombre. L'utilisation de doigts, si elle est correctement utilisée, constitue un support certain de la construction du nombre, et permet, par les configurations particulières qu'elle entraîne, l'appréhension du système décimal.

## 1.4 Organisation de notre système numérique et numération positionnelle

### 1.4.1 Caractéristiques du système de numération arabe

Bien que, généralement, la manipulation du système de numération arabe soit automatisée chez l'adulte, il s'agit d'une activité cognitive complexe ; nécessitant un apprentissage rigoureux (Lochy and Censabella [27]). Les tâches de transcodage nécessitent la maîtrise des règles relatives à chaque code. En effet, il est impossible de se contenter de mettre en correspondance un mot-nombre entendu à un numéral arabe en situation de dictée de nombre (e.g. 234 serait écrit alors 2100304), ou d'énoncer indépendamment chaque chiffre de la séquence numérale arabe en situation de lecture de nombre.

#### **Le système de numération verbal :**

Ce système est régi par différentes règles, qui permettent de composer des nombres relativement grands, sans toutefois trop surcharger la chaîne parlée. Il est constitué de primitives lexicales, ce sont des mots qui réfèrent directement à une quantité et peuvent être combinés. On retrouve les unités (chiffres de zéro à neuf), les dizaines, centaines, etc., les "irréguliers" (de onze à seize). La combinaison est rendue possible par deux types de relations : additive ("cent huit" équivaut à : cent plus huit) et multiplicative ("deux cents" équivaut à : deux fois cent).

#### **Le système de numération arabe :**

Contrairement à la chaîne verbale qui est acquise en grande partie avant la scolarisation, la maîtrise du système positionnel arabe requiert trois à cinq ans d'un apprentissage systématique.

Les unités lexicales constituant ce système sont au nombre de dix seulement, ce sont les chiffres de 0 à 9. Leur valeur est déterminée uniquement par la position qu'ils occupent dans la séquence. Leur combinaison suit ainsi des règles strictement positionnelles. Le système utilisé est un système en base dix : chaque position relève d'une puissance de dix particulière. Cette dernière augmente de la droite vers la gauche, elle est inverse au sens de lecture usuel. Lorsqu'aucune puissance de dix n'est associée à une valeur, elle est marquée d'un 0, afin d'éviter une modification des valeurs associées aux chiffres suivants. De cette façon le numéral 4587 signifie :  $[7 \times 10^0] + [8 \times 10^1] + [5 \times 10^2] + [4 \times 10^3]$ .

On facilite la lecture d'une séquence numérale arabe en marquant des espaces tous les trois chiffres à partir de la droite. Cet espace met en évidence la notation positionnelle, et permet au lecteur maîtrisant cette dernière un transcodage plus aisé.

## La question du zéro :

Le zéro est un marqueur positionnel qui est source de nombreuses difficultés dans la production de nombres (Lochy and Censabella [27]). Cependant les zéros ont différents statuts, on en distingue deux :

- le zéro lexical : il fait partie d’une unité directement récupérée en mémoire, il s’agit la plupart du temps des zéros contenus dans les dizaines (e.g. 20100 ou 320) puisque celles-ci sont récupérées en mémoire à long terme quand l’apprentissage se met en place. Dans le modèle ADAPT (se référer à la partie 1.4.3), ce type de zéro est traité par les procédures récupérant la forme directement en mémoire, sans la décomposer.
- le zéro syntaxique : il dérive de l’application des règles syntaxiques (e.g. 2026). Dans le modèle ADAPT, ce type de zéro est inséré dans les cases restées vides après avoir traité tous les inputs de la chaîne (“deux mille vingt-six” : “deux mille” → 2 \_ \_ \_ ; “vingt-six” → 2 \_ 26 ; “fin de la chaîne” → les espaces sont comblés par des zéros : 2026).

Le zéro syntaxique donne lieu à davantage d’erreurs chez les individus en cours d’apprentissage. Ce dernier génère d’autant plus d’erreurs qu’il est situé dans un nombre contenant plus de chiffres, et qu’il est situé en position de centaine (26047 ou 6047), plutôt que de dizaine (26407 ou 6407).

Ce dernier effet pourrait être en lien avec le fait que les enfants sont plus souvent confrontés aux nombres à trois chiffres, ces nombres pourraient donc bénéficier, au moins partiellement, d’une récupération directe en mémoire à long terme.

L’effet longueur serait le témoin du coût de programmation des nombres contenant beaucoup de chiffres. En effet, en début de transcodage, les opérations de transcodages ultérieures sont planifiées. Ainsi, plus le nombre est long, plus les positions initiales vont souffrir du coût de programmation de la séquence restante.

### 1.4.2 Liens entre systèmes numériques oral et arabe :

#### Le transcodage :

Le transcodage des nombres correspond au passage d’une forme représentée dans un code (e.g. “vingt-quatre”) à sa forme correspondante représentée dans un autre code (e.g. 24). De nombreuses études se sont intéressées au transcodage, tant chez l’adulte que chez l’enfant. Certains résultats, concernant plus spécifiquement les liens entre le transcodage et la numération positionnelle seront abordés dans les paragraphes suivants.

## Difficultés liées au transcodage chez l'enfant

Nombre d'études ont montré que les enfants éprouvent des difficultés à acquérir les règles sous-tendant ces systèmes de numération orale et arabe. Cela se manifeste souvent dans des difficultés à maîtriser la correspondance entre système oral et arabe, c'est-à-dire entre le système des mots nombres verbaux et le principe positionnel des chiffres arabes. Ces difficultés semblent régies par le fait que le système oral n'est pas structuré par des contraintes positionnelles, contrairement au système arabe. Passer de l'un à l'autre de ces deux systèmes aux structures différentes entraînerait de nombreuses erreurs (Moeller et al. [30]).

Les erreurs les plus fréquentes se situeraient sur le versant de la production de numéraux arabes, les tâches de compréhension du système de numération orale étant mieux réussies. La source de difficulté dans le transcodage résiderait bien dans la maîtrise du système positionnel arabe (Lochy and Censabella [27]).

De plus, les études menées ont montré la prédominance des erreurs de type syntaxique dans les tâches de transcription de nombre. Les éléments pris isolément sont corrects mais c'est leur assemblage qui fait défaut. En effet, les erreurs de type lexicale (e.g. 240 pour "trois cent quarante") sont comparativement moins nombreuses. Au niveau des erreurs de type syntaxiques (combinaison des primitives lexicales), ce seraient les erreurs portant sur les règles additives qui sont les plus fréquentes. L'insertion de zéros supplémentaires entre les chiffres arabes serait une manifestation fréquente des erreurs de ce type (e.g. 3040 pour "trois cent quarante"). Ainsi la numération de position serait un principe plus complexe à acquérir et plus particulièrement la manipulation (et la compréhension) des zéros.

Les tâches de lecture de nombres, bien qu'elles soient mieux réussies que celles de transcription, entraînent également des erreurs (Noël [34]). Celles-ci relèvent majoritairement :

- d'une fragmentation du nombre à lire (e.g. 831 est lu "quatre-vingt trente-un") ;
- de l'omission de certaines parties du nombre à lire (e.g. 727 lu "soixante-dix-sept") ;
- de l'utilisation d'un mauvais multiplicateur (e.g. 404 lu "quatre mille quatre").

Le facteur principal rendant compte des erreurs de lecture est la longueur du nombre alors que la présence de zéros intercalaires ne constitue pas une importante difficulté.

Ces données sont également mises en évidence dans l'étude de systèmes numériques verbaux différents des systèmes occidentaux couramment utilisés. Par exemple, la structure numérique orale de la langue allemande est différente, alors que le système écrit est également le système arabe. En effet les

dizaines et les unités sont énoncées dans l'ordre inverse : ainsi “quarante-trois” est dit “trois et quarante”. Cette propriété a été identifiée comme posant un problème majeur de transcodage pour les enfants allemands (Moeller et al. [30]).

Enfin, la non-transparence des systèmes numériques oraux entraîne une intégration plus difficile des dizaines et des unités au sein du système positionnel arabe. Les erreurs commises seraient le résultat de stratégies développées par l'enfant à partir des connaissances qu'il a acquises dans les tâches de transcodage de nombres plus simples. Cette généralisation serait appliquée de manière inadéquate aux formes nouvelles (Noël [34]).

### **Acquisition du transcodage : différentes étapes mises en évidence.**

Seron décrit différentes étapes mises en évidence lors d'une étude longitudinale sur l'acquisition du transcodage (Lochy and Censabella [27]). Dans un premier temps les erreurs commises par les enfants sont des erreurs de lexicalisation totale : ils n'utilisent pas les règles combinatoires et transcrivent chaque élément entendu de manière isolée (“cent-quinze” transcrit 10015”). Puis les enfants se saisissent des structures syntaxiques, mais de façon partielle (e.g. 1015). Ce sont les structures multiplicatives qui sont maîtrisées dans un premier temps, et à l'âge de huit ans les structures additives et multiplicatives sont en place.

Au sein de l'acquisition du transcodage des structures additives, ce sont les structures “centaines-unités” (e.g. “cent huit” ou 108) qui sont acquises en premier lieu. Cependant elles peuvent donner lieu à des généralisations inadaptées (e.g. “cent quinze” transcrit 1015, en prenant appui sur la connaissance de la structure “centaine-unités”).

Enfin, on peut considérer qu'à l'âge de huit ans, les élèves peuvent lire et écrire quasiment tous les nombres de un à quatre chiffres. Si quelques erreurs apparaissent encore sur les plus grands nombres, les processus de transcodage sont en place (Noël [34]).

### **Rôle de systèmes cognitifs.**

Le transcodage de nombre se fonde également sur l'efficacité d'autres systèmes de traitement, leur dysfonctionnement peut alors avoir un impact direct sur les performances observées. En effet le transcodage implique une mémoire de travail intègre, et plus particulièrement une de ses composantes : la boucle phonologique. La séquence verbale entendue doit être maintenue et traitée efficacement, sans cela elle ne pourra être transcrite correctement. De plus les capacités d'inhibition ainsi que de résistance à l'interférence seraient primordiales également.

### 1.4.3 Un modèle du transcodage : ADAPT, un modèle développemental, asémantique et procédural du transcodage des numéraux oraux aux formes arabes.

#### Présentation du modèle :

Ce modèle s'intéresse aux processus individuels mis en jeu dans la transcription de nombres (de l'oral à l'écrit). Il suppose que ces processus de transcription engagent des stratégies algorithmiques d'une part et des récupérations directes en mémoire d'autre part (Barrouillet et al. [4]).

Ce modèle est dit asémantique, c'est à dire que, contrairement à d'autres modèles, la transcription du nombre et l'utilisation de la notation positionnelle ne requièrent pas nécessairement l'accès au sens du nombre, à sa représentation.

Ce modèle traite l'information de façon séquentielle, chaque élément analysé donne lieu à un traitement.

Le modèle postule l'existence d'un processus d'encodage de la séquence verbale en une forme phonologique ainsi qu'un processus d'analyse grammaticale qui segmente la séquence en unités. La mémoire de travail (MW) permet la récupération de certaines formes directement en mémoire à long terme (MLT ou LTM sur les figures suivantes). En effet, les connaissances stockées en MLT activées ainsi par la mémoire de travail associent certaines unités linguistiques isolées par l'analyse grammaticale avec leurs représentations arabes. Ce sont ces représentations stockées en MLT qui viennent guider l'analyse grammaticale.

La séquence "arabe" se construit au fil des différents traitements en mémoire de travail. Les représentations en mémoire de travail ainsi construites consistent en une séquence ordonnée de chiffres et parfois des espaces vides (comparables à une ossature) devant être remplis par les procédures ultérieures.

Le modèle se divise en deux parties : une première traitant les nombres à un et deux chiffres, et une seconde traitant les nombres à partir de 3 chiffres.

#### **Le modèle ADAPT<sup>BASIC</sup>**

Il permet la transcription des nombres jusqu'à "quatre-vingt-dix-neuf". L'analyse grammaticale isole les unités, les dizaines, les irréguliers de "onze" à "seize". Chacune de ces primitives lexicales étant associée à sa classe lexicale (e.g. "quarante" est assigné à la quatrième des dizaines). Cette association existe en MLT et est notée "PV" sur la figure 1 (pour positional value). Ces valeurs positionnelles sont placées dans la séquence des chiffres en cours de construction en mémoire de travail (séquence nommée "chain" sur la figure). Si l'analyse isole un nombre à deux chiffres, la valeur positionnelle sera placée ainsi qu'un

espace ( \_ sur la figure) permettant au chiffre suivant de se situer correctement dans la séquence en cours de construction.

Table 1  
*ADAPT<sup>BASIC</sup>: Procedural Transcoding for Numbers up to 99*

Procedure	Condition	Action
Pa	Input = unit Frame = no	Find PV in LTM Set PV in chain Stop
Pa'	Input = unit Frame = yes	Find PV in LTM Set PV in empty slot of the frame Stop
Pb	Input = dec Frame = no	Find PV in LTM Set PV in chain Set frame _ in chain Read next input
Pc	Input = dix [ten] Frame = yes	Add 1 to the number in chain Read next input
Pd	Input = teen Frame = no	Find PV in LTM Set 1 in chain Set frame _ in chain Step PV in empty slot Stop
Pd'	Input = teen Frame = yes	Find PV in LTM Add 1 to the number in chain Set PV in empty slot of the frame Stop
Pe	Input = end Frame = no	Stop
Pe'	Input = end Frame = yes	Fill empty slot with 0 Stop

FIGURE 1 – ADAPT<sup>BASIC</sup> : Procédure de transcodage des nombres jusqu'à 99. *Figure tirée de Barrouillet et al. [4].*

Les procédures sont regroupées en fonction des primitives lexicales les déclenchant (conditions) : a=unités, b=dizaines, c=dix, d=irréguliers, e=règles mettant fin à la séquence. PV=valeur positionnelle de la primitive lexicale dans sa classe. MLT=mémoire à long terme. Frame= présence ou non d'emplacements vides à combler dans la chaîne en cours de construction. "Set PV in the chain"= placer la valeur positionnelle de la primitive lexicale au sein de la chaîne". "Set frame \_ in chain"= Placer en suivant dans la chaîne un emplacement vide.

Par exemple, pour le nombre "quarante-deux", si celui n'est pas référencé en MLT, la procédure va le transcoder de la façon suivante : dans un premier temps l'analyse va isoler deux primitives lexicales "quarante" et "deux". L'association de quarante avec sa position au sein de sa classe lexicale va permettre de placer un -4- dans la chaîne en cours de construction, puis un espace \_; ce qui donne alors 4\_. Le "deux" va venir combler l'espace créé. Si aucune unité n'était venue combler l'espace vide (pour le nombre "quarante" par exemple) alors les espaces vides auraient été remplacés par des zéros. Le fonctionnement des différentes procédures, par la fréquence de leur association au résultat, va permettre la mémorisation en MLT de nombreux transcodages. La récupération en MLT des formes ainsi produites va rapidement rendre le modèle ADAPT<sup>BASIC</sup> obsolète. En effet les nombres à deux chiffres sont mémorisés en MLT et leur recours va être remplacé par une règle plus simple (P1), similaire au

transcodage des unités. Il s’agit alors du second modèle proposé par les auteurs.

### **Le modèle ADAPT<sup>ADV</sup>**

Il permet le transcodage des nombres jusqu’à 999 999. Il fonctionne comme le précédent, à l’exception de quelques éléments. Le modèle va procéder à des analyses particulières des séparateurs “cent” et “mille”. Ces derniers induisent la création d’espaces (deux espaces pour “cent” et trois pour “mille”). La figure 2 donne le détail des différentes procédures possibles, les conditions nécessaires à leur application ainsi que le détail de l’action qu’elles occasionnent. La procédure 1 (P1) place la valeur d’une forme numérique isolée dans un stock de mémoire de travail. Cette valeur peut correspondre aux unités, mais aussi aux nombres précédemment mémorisés en MLT (nombres à deux chiffres par exemple). Les actions engagées sont différentes en fonction des nombreuses conditions possibles : espace vide présent ou non dans la chaîne, stock de mémoire de travail (WMS) contenant déjà des éléments ou non, type d’input (centaine, millier, appartenant déjà au lexique).

Procédure	Condition	Action
P1	Input = lexic	Find val in LTM Set val in WMS Read next input <sup>a</sup>
P2a	Input = cent [hundred] WMS = no Frame = no	Set 1 in chain <sup>b</sup> Set frame __ in chain <sup>c</sup> Read next input <sup>a</sup>
P2b	Input = cent WMS = yes Frame = no	Set WMS in chain <sup>b</sup> Clear WMS <sup>d</sup> Set frame __ in chain <sup>c</sup> Read next input <sup>a</sup>
P2c	Input = cent WMS = no Frame = yes	Set 1 left to frame __ Read next input <sup>a</sup>
P2d	Input = cent WMS = yes Frame = yes	Set WMS left to frame __ Clear WMS <sup>d</sup> Read next input <sup>a</sup>
P3a	Input = mille [thousand] WMS = no Frame = no	Set 1 in chain <sup>b</sup> Set frame ___ in chain <sup>c</sup> Read next input <sup>a</sup>
P3b	Input = mille WMS = yes Frame = no	Set WMS in chain <sup>b</sup> Clear WMS <sup>d</sup> Set frame ___ in chain <sup>c</sup> Read next input <sup>a</sup>
P3c	Input = mille WMS = no Frame = yes	Fill empty slots with 0s Set frame ___ in chain <sup>c</sup> Read next input <sup>a</sup>
P3d	Input = mille WMS = yes Frame = yes	Set WMS right in frame Clear WMS <sup>d</sup> Fill empty slots with 0s Set frame ___ in chain <sup>c</sup> Read next input <sup>a</sup>
P4a	Input = end WMS = yes Frame = no	Set WMS in chain <sup>b</sup> Stop
P4b	Input = end WMS = no Frame = yes	Fill empty slots with 0s Stop
P4c	Input = end WMS = yes Frame = yes	Set WMS right in frame Clear WMS <sup>d</sup> Read next input <sup>a</sup>

FIGURE 2 – ADAPT<sup>ADV</sup> : Procédure de transcodage des nombres jusqu'à 999999. *Figure tirée de Barrouillet et al. [4].*

La condition “input” teste la nature de la primitive sélectionnée par l'analyse grammaticale. Sauf mention contraire, l'action “set” place les chiffres à droite de ceux déjà placés dans chaîne en MW. La condition “lexic” correspond aux unités déjà emmagasinées dans le lexique. “Val” associe une forme numérique à l'unité stockée dans le lexique ; WMS= stock de mémoire de travail. “Chain” correspond à chaîne en cours de construction en mémoire de travail. “Set frame” correspond à la mise en place d'espaces à combler ( \_ ).

Par exemple, un nombre tel que “deux cent cinquante mille trois cent sept” va être transcrit suivant les étapes suivantes : le transcodage peut démarrer par la forme “deux cent cinquante” si celle-ci a déjà été encodée en MLT. Ainsi une première procédure (P1) place la forme 250 dans le stock de mémoire de travail. L'analyse du séparateur “mille” conduit à une mise en place de la forme 250 suivi de trois espaces en mémoire de travail : 250 \_ \_ \_ . Si la forme “trois cent sept” n'est pas stockée en MLT l'analyse va isoler “trois”, le séparateur “cent” et enfin “sept”. Etant donné que des espaces sont déjà en place, l'analyse du séparateur “cent” ne va pas en provoquer de nouveaux, au contraire elle va placer le

trois en suivant (250 3\_\_). Le “sept” étant le dernier analysé, il va être placé par une procédure de fin, tout à droite de la chaîne (250 3\_7). Enfin l’espace demeuré vide sera comblé par un zéro (250 307).

### **Processus développementaux et modèle ADAPT :**

Bien que le modèle décrive uniquement le fonctionnement du sujet “expert”, il s’intéresse également au fonctionnement du sujet en apprentissage. Il suppose que le développement des compétences liées au transcodage est dû à l’évolution des procédures ainsi qu’à l’enrichissement du lexique en formes numériques.

**Le développement des procédures.** Il dériverait des connaissances déclaratives et de leur mise en commun. En effet les analogies effectuées entre diverses procédures permettraient la création de nouvelles. Par exemple, si l’enfant a acquis les procédures nécessaires dans le transcodage de -25- et de -6-, il va pouvoir les compiler pour transcoder le nombre -26-. Ces analogies sont permises, en grande partie, par l’enseignement systématique. La scolarisation vient fournir les exemples les plus adaptés et un apprentissage progressif.

**L’enrichissement du lexique.** Il va être permis par le fonctionnement même du modèle et des différentes procédures. Les petits nombres vont vite former des “unités”, reconnues comme telles par l’analyse grammaticale. Ces dernières vont donner lieu à une récupération directe en MLT. Cet enrichissement va permettre d’alléger la charge cognitive liée au transcodage. Délaissant des procédures devenues alors obsolètes, l’individu va ainsi en acquérir de nouvelles.

#### **1.4.4 Conclusion**

L’organisation des systèmes de numération tient une part importante dans la compréhension et la manipulation des nombres. La numération positionnelle permet l’écriture de tous les nombres par l’utilisation d’un principe unique et applicable à l’infini. Cette organisation nécessite un apprentissage systématique, elle doit être acquise à l’entrée de l’enfant au cycle 3. Le transcodage permet d’éprouver la maîtrise de la numération positionnelle en base 10. L’analyse des erreurs commises met en évidence les étapes encore difficiles pour l’enfant. De plus, différents niveaux de traitement peuvent influencer les performances, notamment chez les enfants chez lesquels se mettent en place différents systèmes cognitifs. Enfin, le modèle ADAPT présente une modélisation intéressante du transcodage du système oral vers le système écrit. Il permet une analyse fine des erreurs de transcodage, en divisant ce processus en

différentes étapes.

## 1.5 La représentation du nombre

Cette partie s'intéresse à la représentation de la magnitude du nombre, c'est-à-dire de la quantité à laquelle il réfère. Comment les nombres, si fréquemment rencontrés, sont-ils représentés ? Quelle est la nature de cette représentation et comment se développe-t-elle chez l'enfant ? Les auteurs suggèrent différents modèles de la représentation du nombre. Certains s'attachent à démontrer l'existence d'une ligne numérique mentale, et d'autres postulent une représentation fondée sur la notation positionnelle arabe ainsi que le système en base dix (Noël [33]).

### 1.5.1 Une représentation orientée sur une ligne numérique.

#### **Effet distance, effet taille et effet SNARC.**

Ces différents effets sont mis en avant lors de l'étude des temps de réponse dans de tâches de comparaisons de nombres.

**L'effet distance.** Il consiste en l'augmentation du temps de réponse en fonction de la distance entre les nombres. Plus les nombres constituant les paires à comparer sont proches (e.g. 7-8 vs 2-8), plus les temps de réponse augmentent.

**L'effet taille.** De plus, les temps de réponse augmentent également lorsque la taille des nombres à comparer augmente ; cet effet est nommé effet taille.

Ces effets se manifestent dès la fin de scolarisation en maternelle, sur du matériel symbolique et non symbolique.

Ces résultats seraient en faveur d'une représentation de la quantité liée au nombre sous la forme d'une ligne numérique mentale, d'un continuum analogique ; et non pas de façon discrète et indépendante. Cette ligne numérique présenterait une compression croissante avec la taille des nombres : les représentations des petits nombres occuperaient une place plus importante (e.g. 7 et 8 seraient plus distants que 27 et 28 bien qu'il soient séparés par une distance numérique identique). Ces propriétés de la ligne numérique seraient à l'origine des effets observés.

**L'effet SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Codes).** Il a été observé dans les tâches de comparaison, notamment, que les individus présenteraient des temps de réponse plus rapides

en fonction de la main avec laquelle ils répondent : les participants devant répondre “plus grand” avec la main droite, sont plus rapides que ceux devant répondre “plus petit” avec cette même main. De même, dans des tâches de jugement de parité, les individus sont plus à l’aise pour répondre avec la main droite quand les nombres sont grands, et avec la main gauche pour les petits nombres.

Cet effet signerait une orientation de la ligne numérique de la gauche vers la droite. Cette orientation ne serait pas une caractéristique inhérente à la conception des nombres mais transmise culturellement tout comme le sens de lecture.

### **1.5.2 Une représentation en base 10 des quantités.**

D’aucuns postulent l’existence d’une représentation en base dix. En effet, sans réfuter l’existence d’une ligne numérique, Nuerk et al. [35] suggèrent que celle-ci n’aurait pas la forme d’une représentation linéaire mais serait décomposée en différentes représentations, pour les dizaines et les unités.

Afin de confirmer cette hypothèse, les auteurs ont utilisé une tâche de comparaison de nombres, et mis en exergue un effet nommé effet compatibilité. Les paires de nombres à comparer sont définies selon deux critères : elles peuvent être compatibles (la comparaison des dizaines ou des unités mène au même résultat ; e.g. 42 vs 57 :  $4 < 5$  et  $2 < 7$ ) ou non (e.g. 47 vs 52 :  $4 < 5$  mais  $7 > 2$ ). Si les dizaines et les unités ne jouent aucun rôle dans la représentation de la quantité du nombre, les paires compatibles et incompatibles ne devraient provoquer aucune différence significative dans la tâche de comparaison proposée.

Les résultats obtenus montrent un effet compatibilité lors des tâches de comparaison. Celui-ci signerait l’importance de l’organisation en dizaines et en unités de la représentation des quantités. La ligne numérique ne peut seule expliquer l’effet compatibilité. En outre la représentation de la quantité par une ligne numérique, un mode de représentation en dizaines et en unités pourrait être adopté. La représentation suivrait alors une base dix, avec les dizaines et les unités représentées séparément sur des lignes numériques distinctes.

### **1.5.3 Le développement des représentations du nombre.**

#### **D’une représentation pré-verbale à une représentation en base dix.**

L’enfant, au cours de son évolution passerait par différentes étapes de la représentation des numérosités (Noël [33]).

Des études ont mis en évidence des possibilités chez les nourrissons de discriminer certaines numé-

rosités, inférieures à quatre. Il s'agirait d'une première étape pré-verbale de représentation, où les bébés traiteraient les collections présentées sur la base de variables physiques continues. Il ne s'agirait pas de représentation numérique à proprement parler.

Avec l'accès au langage, l'enfant commence à utiliser des termes quantitatifs tels que beaucoup, encore, petit, grand, plus que, etc. Si ces derniers ne lui permettent pas de communiquer des numérosités, l'enfant entreprend des processus de comparaisons, fondés sur des dimensions perceptives. L'enfant compare des collections et déduit les effets suscités par différentes modifications (ajout, retrait).

Dans un troisième temps, l'enfant apprend et utilise la comptine numérique. Le comptage n'a pas encore valeur de dénombrement et l'enfant n'isole pas les différents éléments de la chaîne. Peu à peu les valeurs liées aux mots-nombres récités se mettent en place, chaque élément de la comptine représentant une quantité.

Ensuite, les nombres ne sont plus considérés uniquement comme les propriétés d'une collection, ils acquièrent un statut à part entière. L'enfant peut raisonner sur le nombre lui-même, lors de petites opérations par exemple.

Puis l'enfant découvre les nombres à deux chiffres : après la relation de type "+1", l'enfant découvre la relation de type "+10". Ces deux relations se coordonnent peu à peu.

L'enfant met en place des équivalences : s'il peut scinder les nombres à deux chiffres en dizaines et unités, il peut aussi utiliser d'autres formes de partage. Par exemple, pour "trente-trois" il peut isoler "trente" et "trois", mais aussi "vingt" et "treize".

Dans un dernier temps, l'enfant a accès à une représentation décimale. Il n'applique pas les algorithmes de calcul de façon plaquée, mais utilise sa compréhension du nombre dans la résolution des opérations. Pour additionner et soustraire par exemple, il peut utiliser des processus de décomposition.

Cette représentation, avec la poursuite des apprentissages, va continuer à s'enrichir et pourra intégrer les nombres décimaux, les fractions, etc.

### **Le développement de la représentation décimale chez l'enfant.**

Cinq conceptions de la numération décimale dans les nombres à deux chiffres ont été mises en évidence chez l'enfant en cours d'acquisition (Noël [33]) :

- Dans une première conception, l'enfant généralise sa connaissance des nombres à un chiffre aux nombres à plusieurs chiffres qu'il rencontre. Il n'y a pas de décomposition et chaque mot-nombre est associé globalement à sa valeur. Le mot-nombre est considéré comme un tout.
- Dans une deuxième conception, l'enfant commence à reconnaître au mot-nombre plusieurs parties :

une partie décimale et une partie unitaire. Mais chaque partie est considérée comme un amas d'unités, elle n'est pas le lieu d'un véritable regroupement et les éléments sont seulement juxtaposés. Cette conception donne lieu à des erreurs de type : 50 3 pour 53 à l'écrit.

- Dans la *conception des séquences de dizaines-unités*, l'enfant conçoit les dizaines comme des regroupements de dix.
- Au niveau de la *conception dizaines-unités séparées*, l'enfant isole la dizaine comme un élément à part entière, et non pas seulement un regroupement. Cette dernière devient dès lors une unité d'ordre supérieur, une unité de dix. L'enfant a accès à deux types d'unités : les unités de dix et unités de un.
- Enfin, dans la dernière conception, l'enfant peut passer d'une conception à l'autre aisément, il s'agit alors d'une *conception intégrée des séquences de dizaines-unités séparées*.

#### 1.5.4 Conclusion

La représentation du nombre ne serait pas innée et l'enfant passerait par diverses étapes. De représentations fondées sur des variables physiques continues, qu'il traiterait de manière non verbale ; il accéderait au concept de cardinalité par l'utilisation du système symbolique numérique. A la différence de la position présentée dans le premier chapitre, cette conception considère que l'apprentissage des symboles permettrait le développement du nombre. Enfin, cette représentation des nombres entiers s'intégrerait à une représentation décimale.

Des études réalisées auprès d'enfants en difficulté dans le domaine mathématique ont mis en évidence des performances déficitaires lorsque la représentation de la magnitude est impliquée mais aussi lorsque les tâches proposées nécessitent une représentation en base dix.

## 1.6 Le calcul

Le calcul est un processus complexe dont les formes les plus étudiées sont l'addition et la soustraction.

Contrairement aux résultats mis en évidence par Piaget, les enfants réussissent de manière précoce des tâches où il leur est demandé de déterminer le résultats d'ajouts et de retraits. En effet, dès cinq ans, les enfants parviennent, à l'aide de leurs compétences en dénombrement notamment, à résoudre des problèmes arithmétiques simples. Si ces épreuves sont majoritairement réussies, les stratégies utilisées sont, toutefois, très variées (Brissiaud [6]).

### 1.6.1 Les stratégies utilisées

Les enfants utilisent des moyens divers afin de mettre en relation les quantités. Nous prendrons ici pour exemple les problèmes d'ajout (une quantité initiale de quatre objets est transformée par l'ajout de trois objets). Il est alors retrouvé :

- L'enfant **recompte le tout** : il représente chacune des collections par une collection-témoin. Dans ce cas l'enfant crée une collection de quatre objets et une seconde collection de trois objets, puis il dénombre l'ensemble des éléments. Il aboutit alors au mot-nombre "sept"
- L'enfant ne constitue plus qu'une collection témoin de trois. Il récite la suite des mots-nombres jusqu'à quatre, puis poursuit jusqu'à sept tout en contrôlant la collection-témoin de trois.
- L'enfant utilise une stratégie dite de **surcomptage** : il ne récite pas la comptine numérique en premier lieu, il démarre directement à quatre puis poursuit jusqu'à sept de la même façon qu'à l'étape précédente. Il peut également utiliser cette stratégie sans constituer auparavant la collection-témoin de quatre, mais en la réalisant au fur et à mesure du comptage de cinq à sept. L'enfant effectue alors un double comptage.
- La stratégie dite "**min**" (minimum) est considérée comme la stratégie de comptage la plus élaborée. Elle correspond à une procédure de surcomptage, non plus à partir du premier nombre, mais à partir du plus grand. Cette dernière nécessite une compréhension implicite du principe de cardinalité : l'ordre dans lequel l'addition s'effectue n'a pas d'incidence sur le résultat.
- L'utilisation de stratégies de **décomposition** : l'enfant décompose les nombres à additionner afin de s'appuyer sur des résultats anticipés. Il peut avoir recours aux doubles (e.g. 3 et 3 font 6, plus 1 sept) ; ou à la décomposition en dix ( $7 + 6$  correspond à  $7 + 3 + 3$ ).
- Enfin le recours aux résultats directement en mémoire.

Si la récupération en mémoire des résultats semble la forme la plus achevée de calcul (notamment sur les additions de petites quantités), les adultes n'auraient pas forcément recours à ce type de stratégies. En effet des études montrent qu'ils sont nombreux à utiliser également des stratégies de décomposition.

### 1.6.2 Du comptage au calcul

- On peut distinguer dans les procédures utilisées par les enfants deux grands types de stratégie :
- D'une part une stratégie de comptage. Celle-ci nécessite l'emploi de collections-témoins (doigts, jetons, objets, etc.) qui permettent à l'enfant de mimer les transformations. Par exemple, pour additionner  $5 + 2$ , l'enfant constitue une collection de cinq jetons et de deux jetons qu'il rassemble

avant de compter l'ensemble (stratégie dite de "recompter le tout").

- D'autre part une stratégie de calcul : il est capable de raisonner sur des quantités, seulement à partir de leur représentations numériques. Dans ce cas, il ne passe pas par la réalisation physique d'une collection dont les éléments seraient ensuite dénombrés.

L'usage du comptage sur des collections supérieures à seize prépare l'enfant à l'usage des procédures de calcul.

En effet, avant l'apprentissage explicite des décompositions en dizaines et unités, de nombreux enfants sont capables d'utiliser, implicitement, la suite des premiers mots-nombres pour de petits calculs sur les vingtaines (e.g. "22 et 2, ça fait 24"). L'enfant capable de telles productions, n'use probablement pas de procédures de calcul, il s'appuie plutôt sur des régularités langagières. Il est donc amené à réfléchir implicitement aux constructions syntaxiques des numéraux verbaux et à leur correspondance positionnelle arabe.

### **1.6.3 Le rôle de la numération de position dans les procédures de calcul.**

#### **Prédire les performances des enfants en calcul**

Moeller et al. [30] ont mené une étude longitudinale auprès de 94 enfants qu'ils ont rencontrés deux fois : à la fin du CP et à la fin du CE1. Dans le premier temps ils ont évalué leur compréhension de la numération positionnelle. Dans le second temps ils ont évalué les compétences des enfants en leur proposant des tâches d'addition. A l'issue de cette démarche, ils ont pu constater que les scores obtenus à la fin du CP prédisaient ceux obtenus à la fin du CE1. Ainsi ils concluent que la compréhension précoce du système positionnel est un prédicteur fiable des performances arithmétiques ultérieures. La compréhension de la numération positionnelle est donc une base importante, nécessaire à la compréhension et à la réalisation efficace des stratégies de calcul.

#### **L'intérêt de la représentation décimale et de ses liens avec la notation positionnelle**

Afin de réaliser des additions d'éléments supérieurs à dix, les enfants doivent acquérir une maîtrise de la notation décimale, sans laquelle ils sont obligés de recourir au comptage (e.g.  $58 + 14 = 58, 59, 60, \dots 72$ ).

La représentation décimale et la maîtrise de la numération positionnelle permettent à l'enfant de comprendre et développer de nouvelles stratégies telles que :

- décomposer le second terme en dizaines et unités (e.g.  $58 + 10 + 4$ )
- séparer les unités et dizaines de chaque terme (e.g.  $50 + 10 + 8 + 4$ )

L'école transmet généralement des stratégies à l'enfant, si ce dernier ne maîtrise pas la logique qui les sous-tend, il risque de les appliquer en plaquant les procédures utilisées : les risques d'erreurs sont alors élevés et l'adaptation de ces stratégies à d'autres situations restreinte.

En revanche, les enfants maîtrisant cette structure décimale ainsi que le système positionnel des nombres arabes, développent d'autres stratégies qui leur sont propres, l'utilisation de celles-ci sont plus rapides, libérant alors le système cognitif pour d'autres tâches.

#### **1.6.4 Conclusion**

Les stratégies utilisées sont diverses et évoluent tout au long des apprentissages des enfants. La maîtrise de la structure décimale du nombre ainsi que de la numération positionnelle permettent à l'enfant et à l'adulte d'optimiser leurs performances en calcul, d'élaborer de nouvelles stratégies applicables à de nouveaux contextes et enfin, de décharger la mémoire de travail. En effet, les stratégies de comptage, en plus de conduire à davantage d'erreurs, ont un coût cognitif important, et viennent alors freiner la réalisation de tâches plus complexes.

### **1.7 Modélisations du système numérique**

#### **Le modèle du triple code de Dehaene :**

Le modèle présenté ici est un modèle anatomo-fonctionnel du traitement numérique (Dehaene [11], Dehaene and Cohen [12]). En effet, de nombreux modèles proposés se basaient seulement sur les données de neuropsychologie, relatives à des troubles acquis chez des patients cérébrolésés. Ces modèles, purement fonctionnels, ne prenaient pas appui sur les récentes découvertes en neuro-imagerie. Dehaene choisit donc d'élaborer un modèle reposant sur des bases à la fois fonctionnelles et anatomiques.

Ce modèle postule que les nombres sont manipulés mentalement sous forme arabe, verbale ou analogique selon l'opération effectuée (figure 3).

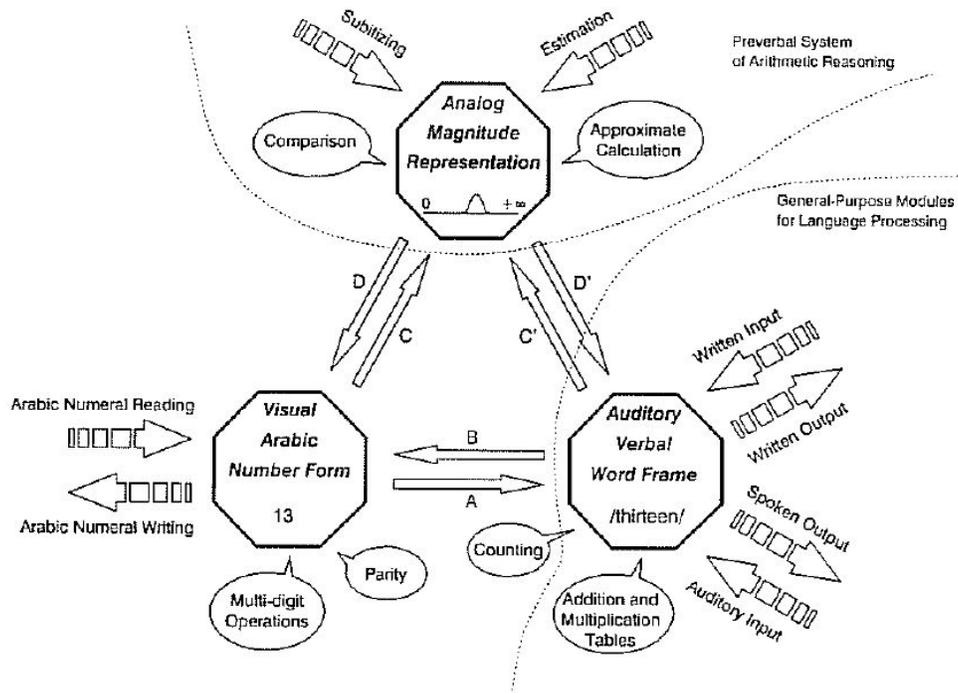


FIGURE 3 – Représentation schématique du modèle de “triple code”.  
*Figure tirée de Dehaene [11].*

**Ce modèle est basé sur deux postulats :**

Le premier précise que les nombres sont représentés mentalement dans trois codes différents :

- Le code auditivo-verbal (ou linguistique) comprendrait une séquence syntaxiquement organisée, analogue à la séquence des mots (par exemple /trwa/). Cette dernière serait créée et manipulée par des modules langagiers cérébraux plus généraux.
- Le code visuel arabe correspondrait à la manipulation des nombres dans leur format numérique arabe, ce format serait spatial : les nombres seraient représentés en suite de chiffres dans un espace de travail visuo-spatial interne (par exemple <3>).

Ces deux premières formes de représentation ne contiennent pas d’information “sémantique” à propos du nombre.

- La représentation analogique de la magnitude des nombres se situerait au niveau du code analogique des quantités numériques. Cette représentation serait le fait d’activations sur une ligne numérique orientée, les quantités seraient obtenues par distribution locale d’activations (représentation comparable à celle mentionnée dans la partie 1.5.1).

Les codes utilisés dépendent du format dans lequel le nombre est présenté. Par exemple, un nombre en notation arabe va être traité en premier lieu par le code visuel arabe après un processus d’identification

visuelle. “En premier lieu” puisque, immédiatement après, les nombres peuvent être transcodés en un autre code en fonction des nécessités de la tâche en cours. La quantité associée au chiffre arabe traité dans l'exemple précédent peut ainsi être directement récupérée.

La communication entre ces trois représentations est permise par des voies de traduction dédiées, représentées par les lettres A, B, C, D, C' et D' sur la figure 3.

La voie A permet le passage du code arabe au code verbal, il construit une séquence de mots correspondant au nombre arabe. En dépit de sa représentation sous forme de simple flèche, il s'agit d'un processus complexe qui implique différentes étapes de composition syntaxique et de récupération lexicale.

Les voies A et B permettent donc de passer d'un code arabe à un code verbal et réciproquement sans toutefois faire intervenir la représentation sémantique du nombre.

Les voies C et C' donnent aux représentations arabes et verbales l'accès à la représentation des quantités. Elles opèrent en approximant l'input numérique (par exemple extraire la plus grande puissance de dix) et en activant la portion correspondante sur la ligne numérique.

Réciproquement D et D' extraient approximativement le nom de nombre approprié pour un code de quantité donné. Ils fonctionnent par catégorisation de la ligne numérique en segments de différentes longueurs, chacun étant assigné à une étiquette arabe ou verbale.

Les traductions de et vers le code analogique fonctionnent de manière approximative et sans recours syntaxique. Par exemple D' ne contient pas une réplique des règles syntaxiques pour composer les numéraux verbaux. Cette voie associe plutôt un nombre rond à une quantité donnée en consultant un lexique limité aux nombres familiers (par exemple 200); pour un étiquetage plus précis des quantités (par exemple 202), le recours au code verbal lui même est nécessaire. Les nombres familiers (petits nombres généralement) ont donc une représentation interne précise, les non-familiers étant arrondis à des quantités plus familières.

Le second postulat fait correspondre nécessairement une procédure numérique à un code spécifique d'entrée et de sortie. Le format dans lequel les nombres sont manipulés doit être considéré séparément pour chaque composante de la tâche. En effet, le modèle postule que chaque opération numérique élémentaire extrait les informations dans un code spécifique et fournit ses sorties dans un code également spécifique. Par exemple la comparaison nécessite le recours aux codes visuel ou verbal (selon la présentation) et au code analogique.

S. Dehaene rapporte plusieurs tâches liées à des codes différents en prenant appui sur de nombreuses études. Par exemple, les nombres présentés dans des tâches de comparaison seraient traités au sein du code analogique. Les tables d'addition et de multiplication seraient stockées en mémoire verbale et utilisées par le code verbal. La multiplication, le jugement de parité impliqueraient la manipulation mentale d'images spatiales et seraient ainsi traités par le code numérique arabe. En effet, ces derniers nécessiteraient la maîtrise d'un système de notation positionnelle (la numération arabe par exemple).

Enfin, seule la représentation analogique de la grandeur serait présente chez les nourrissons et les animaux, les deux autres représentations seraient spécifiques à l'homme.

## 1.8 Le rôle de la mémoire de travail

L'arithmétique est une activité complexe sur le plan cognitif nécessitant de nombreuses capacités, on peut citer notamment l'encodage de l'information, son stockage, la possibilité de manipuler l'information maintenue temporairement en mémoire (Barrouillet and Lépine [5]). La mémoire de travail est un système de mémoire à capacité limitée permettant le stockage provisoire et la manipulation d'une information pendant la réalisation de tâches cognitives diverses. Elle permet d'effectuer des traitements cognitifs sur les éléments qui y sont momentanément stockés, ainsi elle est impliquée dans des processus faisant appel à un raisonnement. Dès lors on conçoit les nombreux liens qui peuvent se tisser entre les compétences en arithmétique et les capacités en mémoire de travail.

De nombreuses études dégagent une mémoire de travail déficitaire chez les enfants souffrant de troubles du calcul par rapport aux enfants d'une même classe d'âge (Barrouillet [3]).

Les procédures de comptage seraient affectées par une mémoire de travail inefficace. En effet, le recours aux doigts fréquent dans le comptage et le calcul chez les enfants ayant des difficultés en arithmétique pourrait être dû à des capacités de mémoire de travail insuffisantes et donc, la nécessité de compenser par une suppléance visuelle (Geary [22]). Mais le recours aux doigts peut être lui aussi affecté : la surcharge occasionnée en mémoire de travail conduit l'enfant à ne plus savoir quels doigts ont déjà été comptés, ou combien d'occurrences il lui reste à produire.

Le recours aux faits arithmétiques permet de limiter le nombre d'étapes dans les procédures de calcul. De fait, si ce recours est restreint, les étapes se font plus nombreuses et l'intervention de la mémoire de travail plus importante. L'appel à la mémoire de travail augmente parallèlement au nombre d'étapes requises. Une surcharge peut conduire à des négligences (e.g. oublis de retenues, oublis d'étapes) et des erreurs (Fayol [17]).

Dans une étude réalisée en 2005 sur 91 enfants du CE2 au CM1, P. Barrouillet et R. Lépine s'intéressent aux liens entre mémoire de travail et recours aux faits arithmétiques (Barrouillet and Lépine [5]). Ils proposent aux enfants des tâches d'empan de nombres ainsi que des résolutions d'additions à un chiffre, ils recueillent le taux d'erreurs commises, les temps de réponse et les stratégies utilisées. Leurs résultats montrent que les enfants aux plus faibles capacités en mémoire de travail ont moins recours aux faits arithmétiques que les autres enfants, et notamment sur les opérations dont les opérandes sont petites. La diminution du recours au rappel en mémoire quand les opérandes augmentent met en évidence la difficulté des enfants dont la mémoire de travail est restreinte à faire face aux opérations plus compliquées et nécessitant des étapes plus complexes. Les enfants dont la mémoire de travail est la plus performante sont plus rapides, même quand ils n'ont pas recours au rappel de faits arithmétiques. Ce résultat est en faveur de l'hypothèse mettant en lien l'encodage en mémoire verbale et la fréquence des associations entre opérations et résultats. La répétition de l'association entre une opération (e.g.  $7+2$ ) et son résultat (e.g. 9) permet l'encodage du fait arithmétique associé.

Ainsi, des capacités insuffisantes en mémoire de travail entraveraient l'encodage des faits arithmétiques en mémoire à long terme (Noël [32]). L'oubli à mesure des opérandes, dans une tâche de calcul qui surchargerait une mémoire de travail fragile, ne permettrait pas leur association au résultat.

## 1.9 Bases neurales de la numération

### Études en imagerie sur population témoin et population avec trouble des acquisitions numériques.

La dyscalculie serait due à un trouble primaire du sens des nombres en lien avec une désorganisation des réseaux neuronaux de la région intrapariétale du cortex (Dehaene et al. [13]). Diverses études mettent en évidence les différences de fonctionnement de cette région par rapport à des populations témoins chez des personnes présentant des dyscalculies développementales ou des acalculies.

Price et al. [37] ont mis en évidence une activation atypique du sillon intrapariétal droit, dans une étude comportant huit enfants diagnostiqués dyscalculiques, devant réaliser une tâche de comparaison de grandeurs non symboliques. De plus, ils observent un moindre "effet distance" (hausse des temps de réponse et du taux d'erreur quand la distance entre les deux nombres à comparer diminue) chez les enfants dyscalculiques par rapport aux sujets contrôles. Ce résultat serait la preuve d'un manque de modulation des réseaux neuronaux du lobe pariétal face aux exigences croissantes d'une tâche numérique.

Dans une étude réalisée en 2003, N. Molko et ses collaborateurs s'intéressent aux substrats neuronaux

des troubles mathématiques en lien avec des atteintes syndromiques (Molko et al. [31]). En effet, il est reconnu que certains syndromes génétiques tels que le syndrome de Turner ou le syndrome de l’X fragile, conduisent à une dyscalculie. Plus particulièrement, les sujets atteints d’un syndrome de Turner présentent des déficits visuo-spatiaux, des troubles du traitement numérique en l’absence de retard mental ou de trouble du langage.

Ainsi, les auteurs proposent à 14 enfants souffrant de syndrome de Turner (TS) ainsi qu’à 14 enfants témoins des tâches numériques : calcul exact et approximations sur des tâches d’addition de chiffres, en situation d’IRM fonctionnelle (imagerie par résonance magnétique).

Les performances aux tâches numériques des sujets TS sont moins hautes que les sujets témoins (en terme de temps de réponse et de taux d’erreurs), cependant la différence ne se révèle pas significative.

Les résultats obtenus en imagerie mettent en évidence des différences fonctionnelles.

Premièrement, l’activation du sillon intrapariétal droit est anormale, contrairement aux sujets contrôles, le niveau d’activation de ce sillon demeure inchangé quelle que soit la taille des nombres proposés : le recrutement du sillon intrapariétal droit en fonction de la taille du nombre est significativement réduit. Ceci serait à mettre en lien avec leurs difficultés quant au traitement des grands nombres.

Deuxièmement, les analyses de l’activation cérébrale lors des tâches de calcul et d’approximation révèlent un pattern d’activation pariétale anormal même pour les calculs sur les très petits nombres (du type  $2+3$ ), malgré des performances identiques au groupe contrôle. Les auteurs suggèrent que ceci serait lié au fait que les sujets témoins résoudre ces opérations en accédant directement au résultat en mémoire, ainsi le sillon intrapariétal serait moins sollicité sur les tâches d’approximation. Les sujets TS n’auraient pas accès à un résultat mémorisé de ces faits numériques et seraient donc contraints d’utiliser une forme de calcul.

Bien que partiellement compensées, les difficultés arithmétiques des sujets TS affectent non seulement le traitement des grands nombres mais aussi les connaissances plus basiques sur les nombres inférieurs à 5.

On peut constater grâce à un processus morphométrique la taille réduite du sillon intrapariétal droit reconstitué en vert sur la figure 4.

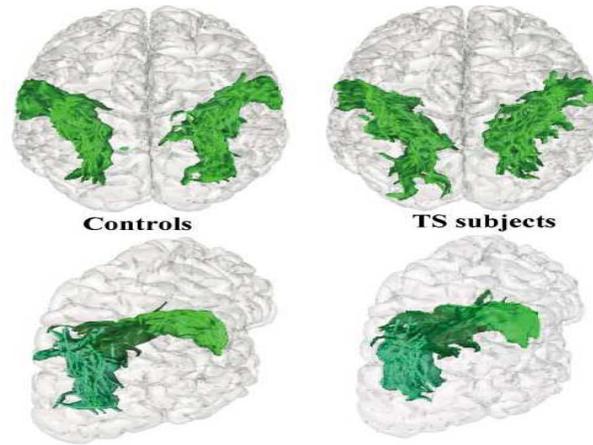


FIGURE 4 – Taille réduite du sillon intrapariétal droit chez les sujets souffrant du syndrome de Turner. *Si chez les sujets contrôles les sillons gauche et droit intrapariétaux apparaissent symétriques, le sillon intrapariétal droit des sujets atteints du syndrome de Turner a une longueur réduite comparativement au sillon gauche et se révèle plus variable, conduisant à un aspect plus confus de la géométrie du sillon.*  
*Figure tirée de Molko et al. [31].*

### Bases neurales du modèle dit du “triple-code”.

Dans une étude parue en 2003, S. Dehaene et ses collaborateurs cherchent à mettre en lien le modèle du triple-code avec les circuits neuronaux correspondants (Dehaene et al. [14]). En effet ils postulent que ces trois processus observés dans des études précédentes possèdent des origines anatomiques au niveau des circuits pariétaux. Les auteurs s’appuient sur des données de la littérature concernant d’une part des mesures en imagerie fonctionnelles en lien avec des tâches numériques et d’autre part des observations réalisées en neuropsychologie clinique.

Le lobe pariétal, en plus du rôle clé joué dans les tâches numériques, serait également engagé dans des fonctions verbales, attentionnelles et spatiales.

Premièrement ils postulent que la représentation non verbale de la quantité (analogue à une ligne numérique) est présente dans le segment horizontal du sillon intrapariétal des deux hémisphères. En effet les auteurs rapportent notamment son activation systématique dans la manipulation de nombres, indépendamment de leur présentation, dans des tâches de comparaison de grandeurs (mais non en comparaison d’objets non symboliques).

Deuxièmement, ils supposent que le gyrus angulaire gauche serait particulièrement impliqué dans les processus verbaux. Cette région ferait partie du système lié au langage et contribuerait au processus numériques dans la mesure où de nombreuses opérations arithmétiques, comme la multiplication, exigent un codage verbal des nombres. Sa contribution semble ainsi essentielle dans le rappel des faits

arithmétiques stockés en mémoire verbale, en revanche il n'est pas directement impliqué dans des tâches nécessitant seulement le recours à la représentation de quantités.

Enfin, une troisième région, le système pariétal supérieur postérieur, traiterait des tâches requérant l'attention visuo-spatiale, et l'orientation du regard notamment. Les auteurs font l'hypothèse que cette région serait engagée dans la sélection de données numériques spécifiques sur la ligne numérique.

La figure ci-dessous met en évidence les trois circuits évoqués dans cette étude (figure 5). Ainsi, les auteurs postulent plus largement que l'acquisition culturelle des mathématiques serait possible grâce à la pré-existence de circuits cérébraux biologiquement déterminés, supports spécifiques des composantes des processus numériques.

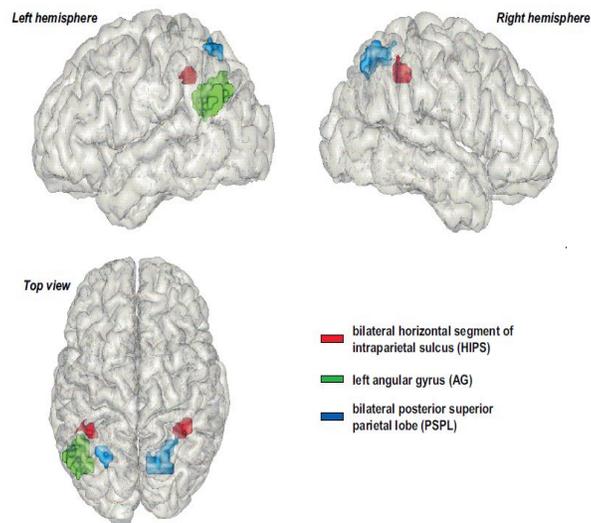


FIGURE 5 – Représentation des trois régions évoquées d'après les données des différentes études.  
*Figure tirée de Dehaene et al. [14].*

## 2 Les troubles du calcul chez l'enfant

### 2.1 Définitions

Nombreux sont les individus qui ont connu ou connaissent des difficultés dans les domaines mathématiques. Tous, cependant, ne souffrent pas d'un trouble spécifique du calcul (Fayol [17]). Les sources de difficulté peuvent être nombreuses, leur intensité variable et leur persistance plus ou moins prolongée dans le temps. Il est important de préciser la notion de dyscalculie, ses manifestations, ses critères d'inclusion et d'exclusion. Cela permet de distinguer au mieux les individus concernés par un trouble

spécifique des apprentissages. C'est là une des conditions permettant de répondre au besoin spécifique du patient dyscalculique, tant sur le plan rééducatif que palliatif.

Le terme de dyscalculie n'est pas un terme universellement reconnu, on trouve de nombreux termes dans la littérature (difficultés arithmétiques, dyscalculie développementale, trouble des apprentissages en mathématiques, handicap en mathématiques, etc.) et il est difficile de savoir si ceux-ci recourent les mêmes symptômes (Barrouillet [2]).

De la même façon, on ne retrouve pas de consensus dans les données de la littérature quant à sa définition. En effet, il n'existe pas de définition précise de la dyscalculie ni de critères diagnostiques universellement utilisés afin de la mettre en évidence (Barrouillet [2]). D'aucuns s'appuient sur les données et les critères relatifs à la dyslexie pour étayer leur approche.

Toutefois la plupart des études s'accordent sur la présence d'un retard quantitatif de deux ans au moins dans les acquisitions des habiletés arithmétiques dans la dyscalculie, en rapport à l'âge et au niveau scolaire (Van Hout [40]). La nature de ce déficit est peu précise, et les études mentionnent différents champs des habiletés numériques : il peut affecter le comptage, le calcul, les habiletés mathématiques, etc. (Noël [32]). Les critères d'exclusion sont plus variables. Si des performances aux tests d'intelligence dans la norme ou une absence de déficit sensoriel forment généralement un consensus, il en va autrement pour la question des troubles neurologiques. Le caractère durable du trouble n'est pas non plus nécessairement retenu comme critère diagnostique (Van Hout [40]).

## 2.2 Définition du DSM IV

Dans la partie sur les difficultés d'apprentissage, le DSM IV (*Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders DSM-IV-TR Fourth Edition (Text Revision)* [16]) comprend une section sur les troubles mathématiques (mathematics disorders). Il définit plus particulièrement trois critères diagnostiques.

### 2.2.1 Critères diagnostiques

- A. Les aptitudes mathématiques, mesurées à l'aide de tests standardisés, sont en deçà des résultats escomptés en regard de l'âge, du score de QI, et d'une éducation appropriée.
- B. Les perturbations évoquées dans le premier critère interfèrent avec la réussite scolaire ainsi qu'avec toutes les tâches de la vie courante nécessitant des compétences mathématiques.
- C. Dans le cas où un déficit sensoriel est également présent, les difficultés en mathématiques sont supérieures à celles qui lui sont couramment associées.

- Le diagnostic exclut également les troubles d’origine neurologique ainsi que les affections médicales générales.

Plusieurs compétences mathématiques peuvent être affectées :

- Les compétences linguistiques, comme la compréhension et l’expression des différents termes, ainsi que le décodage des tâches de type problèmes.
- Les compétences perceptives (comme la reconnaissance et la lecture des symboles mathématiques et des signes arithmétiques) et le regroupement d’éléments.
- Les compétences attentionnelles, comme la copie de nombres ou de figures, l’utilisation des retenues, l’attention aux signes opératoires.
- Les compétences mathématiques telles que les procédures algorithmiques de calcul, le dénombrement, l’apprentissage des faits arithmétiques.

### **2.2.2 Diagnostics différentiels**

Les diagnostics différentiels à écarter afin de mettre en évidence un trouble mathématique sont nombreux, ils sont similaires à ceux décrits pour les autres troubles des apprentissages.

- Dans un premier temps les troubles mathématiques doivent être distingués des facteurs culturels, des variations scolaires usuelles, ainsi que des difficultés liées à un enseignement inadapté, un manque d’entraînement.
- Une déficience auditive ou visuelle peut altérer les possibilités d’apprentissage et doit donc être écartée.
- Dans le cas d’un retard mental, les difficultés d’apprentissage sont fréquemment associées avec le déficit des fonctions intellectuelles. Un trouble mathématique peut être envisagé si les difficultés sont nettement en deçà de ce que le retard pourrait induire.

## **2.3 Caractéristiques de la dyscalculie :**

Nombre d’études permettent de mettre en évidence les manifestations de la dyscalculie. Butterworth rapporte ainsi les principales difficultés rencontrées chez l’enfant atteint de dyscalculie (Butterworth [9]). Il retrouve des difficultés dans l’exécution de procédures de calcul. Cela concerne la réalisation d’additions, de soustractions et de multiplications. De même le choix des stratégies de calcul à utiliser est déficitaire : ces dernières sont immatures par rapport à l’âge de l’enfant (compter sur ses doigts par exemple). Ainsi le diagnostic doit aussi prendre en compte, en plus des performances de l’enfant, les stratégies utilisées par ce dernier et leur pertinence par rapport à sa classe d’âge. Les enfants concernés

seraient également en difficulté pour apprendre et retenir les faits arithmétiques (tables d'addition, de multiplication) et ces derniers donneraient lieu à davantage d'erreurs que les sujets contrôles.

Si la dyscalculie entraîne des performances déficitaires sur des tâches arithmétiques basiques, les sujets dyscalculiques sembleraient souffrir de problèmes plus fondamentaux : leurs performances sont pauvres sur les tâches nécessitant la compréhension des concepts numériques de base : en effet leurs résultats sont en deçà des normes dans les tâches de comparaison de grandeurs et de dénombrement. Même le subitizing est affecté : dans l'impossibilité de recourir à cette procédure, ils dénombrent les items un par un. Il est également relevé des temps de réponse plus importants que chez les groupes témoins.

Par conséquent, une mémoire restreinte des faits arithmétiques, un usage inefficent et immature des stratégies de calcul, seraient en lien avec une compréhension relativement limitée de la notion de cardinalité des ensembles.

## 2.4 Prévalence

La prévalence varie selon les différentes études. En effet, les critères d'inclusion et d'exclusion utilisés varient sur différents points :

- les seuils percentiles d'inclusion (10% à 25% d'une population ayant les scores les plus faibles aux tests numériques spécifiques) ;
- les épreuves utilisées (Fayol [17]) ;
- le recours ou non à un score de QI comme critère d'exclusion ;
- le seuil de score du QI utilisé (inférieur à 80 ou 90 selon les études) (Barrouillet [3]).

Plusieurs travaux situent la prévalence entre 5 et 7% de la population étudiée (Barrouillet [3]). Toutefois, l'étude réalisée par C. Lewis et ses collaborateurs sur plus d'un millier d'enfants britanniques entre 9 et 10 ans, comportant des tâches d'arithmétique, de lecture et d'intelligence non verbale, a mis en évidence seulement 1.3% de la population concernée par un trouble mathématique isolé et 3.6% de la population alliant des scores déficitaires en lecture et en arithmétique (Lewis et al. [26]).

En France Jean-Paul Fisher et C. Charron ont évalué à moins de 1% le pourcentage de la population adulte qui présenterait une dyscalculie (Fisher and Charron [21]).

## 2.5 Classifications des dyscalculies

Plusieurs auteurs ont proposé des classifications des différents types de dyscalculie. En effet, l'hétérogénéité des manifestations observées a conduit les chercheurs à proposer diverses classifications (Barrouillet [3]). Certains s'appuient sur les troubles acquis du calcul chez l'adulte ainsi que sur une démarche clinique (Barrouillet [2]) comme c'est le cas du modèle de Kosk et de Badian, décrits en suivant. D'autres proposent une classification sur la base de données anatomo-fonctionnelles (modèle de Von Aster). Enfin, une classification fondée sur une approche développementale est parfois adoptée.

### Le modèle de Kosk (1974)

Le modèle de Kosk (décrit dans Noël [32]) propose la subdivision de la dyscalculie "vraie" (i.e. non associée à une affection extrinsèque au sujet ou une instruction inadaptée) en différents groupes selon les profils de déficit :

- La dyscalculie verbale serait caractérisée par une anomie. L'individu ne peut nommer des quantités de choses, des numéraux ou des symboles d'opération.
- La dyscalculie practognosique s'associerait à une difficulté dans la comparaison de nombres, elle ferait partie d'un déficit plus global des praxies constructives. La difficulté réside ici dans la manipulation mathématique que ce soit avec des objets réels ou sous forme d'image.
- La dyscalculie lexicale et graphique correspondrait à une alexie et une agraphie des nombres. La production de nombres est malaisée, de même que leur copie.
- La dyscalculie idéognosique se manifesterait comme une difficulté dans la compréhension des relations spatiales et dans la réalisation des calculs mentaux. En effet si l'individu peut lire le nombre ou l'écrire, il ne peut saisir ce qu'il représente.
- La dyscalculie opératoire serait caractérisée par l'incapacité de résoudre des calculs.

Cette classification, bien qu'elle soit toujours très utilisée, est difficile à mettre en œuvre : les dyscalculies verbales et lexicales sont délicates à distinguer par exemple. De plus elle ne s'étaie sur aucun modèle théorique (Noël [32]).

### Le modèle de Badian (1983)

Ce modèle (dont la description est détaillée dans Van Hout [40]) est fondé sur le recueil d'erreurs d'individus dyscalculiques développementaux. Il distingue :

- une dyscalculie spatiale, dont les principales erreurs sont dues à :

- des difficultés dans la disposition des chiffres (performances en calcul mental supérieures à celles obtenues dans les opérations écrites) ;
- des directions erronées dans la réalisation d’opérations ;
- des négligences ou des erreurs de retenues ;
- des éléments dysgraphiques.
- Une dyscalculie suite à une alexie ou une agraphie pour les nombres, plus rare cependant.
- Une anarithmétique : la connaissance des faits arithmétiques est correcte mais l’individu confond les diverses stratégies de calcul.
- Une dyscalculie liée à des troubles attentionnels, l’attention soutenue ainsi que la mise en séquence serait déficitaires. Les formes les plus sévères présenteraient des difficultés de rétention des faits arithmétiques. Les erreurs observées résulteraient alors :
  - d’omissions de chiffres ;
  - de négligence des reports ;
  - d’une difficulté dans le passage d’un type d’opération à un autre dans les calculs en série.
- Une dyscalculie mixte, comprenant des déficits sur les différents plans.

### **Le modèle de Von Aster (2000)**

Von Aster [44] a, pour sa part, proposé un modèle centré sur une approche développementale. Afin d’élaborer ce dernier, il s’est appuyé sur les travaux de Dehaene et de ses collaborateurs et sur le modèle du triple-code (Dehaene [11]). Ce modèle postule que l’information numérique peut être représentée sous trois formats : arabe, verbal et analogique.

De la même façon, l’auteur décrit trois types de sous-types de dyscalculie :

- Le premier est verbal : les individus concernés sont en grande difficulté concernant les routines de comptage, par conséquent ils échouent dans la résolution de calculs mentaux, notamment des soustractions. Des difficultés de rétention des faits arithmétiques sont également notées.
- Le deuxième est arabe : la lecture des nombres arabes ainsi que leur écriture sous dictée est déficiente. Il semble que les erreurs observées dans les tâches de comparaison sont liées à ces déficiences de transcodage, puisque l’accès aux quantités correspondantes sur la ligne numérique ainsi que les capacités d’estimation sont efficaces.
- Le sous-type général : les individus présentent des scores déficitaires dans tous les domaines numériques testés. Ceci serait dû à un développement incorrect des structures sous-tendant “le sens des nombres”, les individus seraient alors privés de représentation du nombre et rencontreraient

de ce fait des difficultés dans tous les domaines qui y ont recours. Cependant, les enfants testés obtiennent également des scores déficitaires dans des tâches de lecture et d'épellation. Ces résultats ne correspondent pas aux résultats attendus en référence au code analogique du modèle du triple code puisque celui-ci est non verbal.

## 2.6 Associations et comorbidités

### Les comorbidités

Les troubles du calcul et les troubles associés ne sont pas à prendre en compte indépendamment les uns des autres. Ils engagent différents processus d'un fonctionnement mental global et doivent de fait être compris dans leurs relations de dépendance et leurs effets réciproques (Von Aster [45]).

**Dyscalculie et troubles du langage écrit.** Les troubles en mathématiques sont fréquemment associés à d'autres troubles spécifiques. Les troubles associés les plus fréquents seraient les dyslexies et les dysorthographies (Fayol [17]). Toutefois les données mises en évidence dans les différentes recherches sont très variables, et dépendent beaucoup de la méthode utilisée. En effet les études situent le pourcentage de co-occurrence des troubles entre 20% et 80% des cas (Barrouillet [2], Rubinsten [38]).

**Dyscalculie et trouble du langage oral.** On peut supposer qu'un trouble affectant le développement du langage oral chez l'enfant peut accroître les risques de difficultés d'apprentissage de l'arithmétique. Manor et al. [28] ont mis à l'épreuve cette dernière hypothèse, en évaluant les compétences arithmétiques, intellectuelles et langagières de 42 enfants en jardin d'enfants atteints de dysphasie. Si l'association de troubles du langage oral et écrit semble évidente, puisque les compétences en langage écrit se fondent, en partie, sur le langage oral, l'association de troubles du langage et de l'arithmétique est moins évidente. En effet les compétences arithmétiques se manifestent précocement dans le développement de l'enfant, elles apparaissent comme fortement intriquées avec le développement du langage. Les auteurs ont évalué différents domaines arithmétiques : comptage, dénombrement, pertinence de l'ordre, additions et soustractions, équivalences. Tous les domaines étaient chutés par rapport aux sujets contrôles, et ces déficiences vont au-delà de ce qui pourrait être prédit par leur score de QI.

**Dyscalculie et trouble de l'attention.** On retrouve également une comorbidité fréquente avec les troubles déficitaires de l'attention avec ou sans hyperactivité (Zentall [46]). Selon Zentall, un quart des sujets atteints d'un trouble spécifique en mathématiques serait concerné par un TDA/H. Récipro-

quement, 31% des enfants diagnostiqués TDA/H souffriraient de trouble spécifique en mathématiques. En effet, les enfants TDA/H commettraient plus d'erreurs d'inattention dans l'alignement des nombres, dans la prise en compte des retenues, ainsi que dans les soustractions. La mise en mémoire des faits mathématiques, nécessitant une attention soutenue à des stimuli répétitifs, serait également mise en difficulté.

## **Troubles du calcul dans les syndromes génétiques**

La description et l'étude détaillées des troubles du calcul dans les syndromes génétiques permettent d'interroger le développement du fonctionnement mathématique et l'implication du génome. On retrouve fréquemment associés à des syndromes génétiques des troubles du calcul. Ces difficultés sont souvent inscrites dans un déficit cognitif plus global, lié à la pathologie ; toutefois les auteurs utilisent souvent le terme de "dyscalculie" pour évoquer ces troubles du calcul. Par exemple dans le cas du syndrome de Turner (absence partielle ou complète de l'un des deux chromosomes X normalement présents chez les filles), la moitié des individus atteints serait concernée par un trouble du calcul affectant notamment les opérations, la résolution de problèmes et la compréhension des concepts liés au nombre (Barrouillet [3]).

Le cas du syndrome de Turner est également associé à des troubles du calcul (Van Hout [41]). Il s'agit d'un syndrome découlant d'une perte de matériel génétique de l'un des chromosomes X entraînant notamment une infertilité, un nanisme, et une dysmorphie. Au niveau des performances en calcul, un retard de plus de deux ans par rapport aux pairs a été mis en évidence. Certains aspects seulement semblent affectés : des temps de latence accrus au niveau des faits arithmétiques, ainsi que des procédures déficitaires dans les opérations. Ces difficultés de calcul s'insèrent dans le contexte d'agnosie spatiale (trouble de la perception des formes) et d'une dyspraxie constructive.

Toutefois les résultats ne sont pas retrouvés dans toutes les études, ni dans tous les âges étudiés. Enfin, ces études mettent en évidence l'importante intrication des différents facteurs en jeu dans les performances aux épreuves arithmétiques et les nombreux mécanismes compensatoires auxquels les individus peuvent recourir en grandissant.

## **2.7 Facteurs causaux**

L'étiologie de la dyscalculie, tout comme sa définition, reste imprécise et mal délimitée. Les facteurs causaux proposés se situent à différents niveaux de compréhension et il est malaisé d'en faire une synthèse exhaustive.

La définition de la dyscalculie introduite par Kosk, fréquemment citée, met en avant une atteinte génétique qui serait l'origine du trouble. Cependant les études sont peu nombreuses et peinent à mettre en évidence ce lien. En effet, les études reportant des prévalences de dyscalculie de 50% environ dans les groupes familiaux comprenant un individu dyscalculique (Barrouillet [3]) se heurtent à l'intrication des facteurs en jeu : le génome n'intervient pas seul dans le développement des enfants au sein de la famille (Fisher [20]).

L. Vannetzel et ses collaborateurs, s'appuyant sur une revue de la littérature existante à ce sujet, rapportent trois thèses quant à l'étiologie de la dyscalculie (Vannetzel et al. [43]). Ces dernières ne s'excluant pas, et il est intéressant de les considérer sous l'angle de la complémentarité.

- La première attribue la cause de la dyscalculie à un dysfonctionnement d'ordre organique, au niveau cérébral. Cette étiologie se fonde sur les recherches permises par le développement des techniques d'imagerie cérébrale et l'implication du sillon intrapariétal droit mis alors en évidence.
- La deuxième souligne l'importance de l'environnement ainsi que des facteurs socioculturels sur la pratique et la maîtrise des procédures de calcul.
- La dernière, basée sur les travaux de Piaget évoque la possibilité d'un retard du développement opératoire.

## 2.8 Évaluer les troubles du calcul

### 2.8.1 Performance et compétence :

J. Grégoire dégage deux plans d'évaluation des troubles d'apprentissage : l'évaluation de la performance et l'évaluation de la compétence du sujet (Grégoire [23]).

L'évaluation de la performance s'attache à évaluer la qualité des tâches réalisées par le sujet et ne s'appuie sur aucun modèle explicatif des mécanismes sous-tendant la performance testée. Les épreuves sont choisies et construites sur la base d'une définition précise du domaine de connaissances que l'on souhaite évaluer.

En revanche, l'évaluation de la compétence est inférée à partir des scores performés aux différentes épreuves, son but est de mesurer les processus mentaux à l'œuvre dans les réponses de l'individu. Elle permet d'inférer les processus mis en jeu et ainsi, de donner un sens aux échecs et réussites du sujet testé.

## 2.8.2 Sens du score :

Le score obtenu est également à considérer sous différents angles. En effet un score “ déficitaire ” correspond généralement à un écart à la norme jugé trop important. Cette considération souligne le caractère arbitraire et relatif des seuils pathologiques utilisés. De plus, un score individuel ne tient pas compte des différences d’enseignement entre les différents établissements, bien que les normes aient été effectuées au sein d’établissements différents. Enfin les performances du sujet peuvent varier en fonction du contexte dans lequel les questions sont posées. Un individu peut réussir une tâche sans difficulté au quotidien et échouer lorsque celle-ci est proposée sous un format différent ; les procédures maîtrisées ne sont alors pas utilisées lors du test. Ces observations mettent en évidence les difficultés à interpréter des résultats obtenus à un test, et la nécessité de s’appuyer sur l’ensemble des informations disponibles afin d’apprécier leur degré de convergence en tant qu’indices de critères de pathologie.

## 2.8.3 L’évaluation de la compréhension de la notation positionnelle arabe.

De par leurs deux systèmes syntaxiques différents, les numéraux arabes et verbaux posent des difficultés particulières, notamment dans leurs mises en relation (Lochy and Censabella [27]). Deux étapes dans l’évaluation de la notation positionnelle doivent alors être considérées : une étape lexicale, où l’on évalue la compréhension de la valeur des chiffres ; et une étape syntaxique, évaluant la capacité à combiner ces valeurs dans un système positionnel.

La notation positionnelle comporte une particularité pouvant susciter des difficultés supplémentaires : le zéro. Puisque son rôle est de marquer une absence dans une position donnée, il est nécessaire de tester sa compréhension à l’aide d’un support permettant à certaines cases de rester vides. En effet lors de l’utilisation classique des jetons, le zéro n’apparaît pas, les jetons reproduisant le code verbal. Un outil de ce type permettrait également le travail de la compréhension du système arabe en rééducation.

## 2.9 Conclusion

L’évaluation tient une part importante dans l’appréhension de la compréhension du nombre. Elle permet d’affiner les définitions liées aux troubles du calcul, d’en préciser les classifications et les caractéristiques. Outre son rôle clé dans les recherches sur le domaine numérique, elle permet, en clinique, de spécifier les difficultés d’un individu, afin de lui apporter une remédiation pertinente ciblée.

## 3 Programmes scolaires

### 3.1 L'évolution des contenus d'enseignement

#### 3.1.1 Programmes de mathématiques

Avant 1970, il n'est pas question d'enseignement mathématique à l'école primaire. Il est seulement distingué le calcul, la géométrie et le système métrique. La mesure et le système métrique y occupent une place prépondérante, ils sont utilisés dans l'étude de la numération décimale, et des nombres décimaux.

De plus l'enseignement a pour but principal une préparation à la vie active, professionnelle. En 1970, le but évolue, il y est manifesté la volonté de s'adapter à l'allongement de la scolarité. On ne cherche plus à transmettre des techniques de résolution de problèmes suggérées par les exigences de la vie professionnelle, mais bien à assurer une réelle compréhension de ces techniques.

En 1977, les textes insistent sur l'importance de fonder la démarche sur des situations, que les techniques apportées viennent en réponse à un problème concret.

#### 3.1.2 Les nombres et la numération

Avant la réforme de 1970, les nombres sont présentés un à un en CP, d'abord jusqu'à 5, puis jusqu'à dix. Ce n'est qu'une fois les nombres vus, que l'élève sera encouragé à comprendre leur sens, leur nécessité. L'application est consécutive à l'apprentissage.

A partir de 1970, les notions dites "pré-numériques" sont mises en avant (classement, rangement, désignation). L'objectif est alors l'élaboration de la notion de nombre, défini comme une propriété attachée à un ensemble, par le biais de la correspondance terme à terme.

A partir de 2002, l'approche des nombres et de la numération devient plus fonctionnelle, on s'intéresse aux compétences déjà élaborées par les enfants, ainsi qu'aux situations qui viennent véritablement donner du sens à l'utilisation du nombre.

#### 3.1.3 Numération décimale

Son étude systématique est récente. Auparavant, elle dérivait de l'étude du système métrique. En 1970, s'amorce une nouvelle approche, qui se poursuit encore aujourd'hui, malgré quelques changements.

En effet le système décimal fait l'objet d'un apprentissage explicite. L'accent est mis sur le rôle de la notation positionnelle, en lien avec les principes de groupement et d'échange. De nouveaux maté-

riels didactiques sont proposés, comme les blocs multibases ; la confrontation à des systèmes en bases différentes de dix viendrait étayer cet apprentissage (mais peu à peu abandonnée).

### 3.1.4 Nombres décimaux

Avant 1945, les nombres entiers et décimaux ne sont que peu distingués, l'apprentissage des nombres décimaux vient comme la suite logique de l'apprentissage des nombres entiers. Ils dérivent également du système métrique, et l'introduction des sous-multiples du mètre sert de base à celle des décimaux.

Après 1945, leur apprentissage se fait en lien avec les fractions. L'accent est mis sur leur utilité concrète, ils sont toujours suivis des unités qu'ils représentent (monnaie, mètres...). Le but est alors que les élèves puissent facilement faire le lien avec les décimaux qu'ils rencontrent au quotidien.

Au sein des programmes datant de 1970, les nombres décimaux sont introduits à partir de changements d'unités : la virgule indiquant la place du groupement que l'on a choisi comme unité. Nombres et grandeurs sont séparés.

En 1980, les nombres décimaux sont distingués des entiers, ils apparaissent en réponse à des situations requérant ce nouvel apprentissage. Les fractions sont également étudiées en lien avec des mesures usuelles. Les élèves doivent savoir passer d'un nombre décimal à son écriture fractionnaire et réciproquement.

## 3.2 L'enseignement aujourd'hui

### 3.2.1 A la maternelle

“L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification (*Bulletin officiel de l'éducation nationale, hors série numéro 3* [8]).” Les enfants doivent acquérir la suite des mots-nombres au moins jusqu'à trente.

L'enseignant met les élèves en situation de découvrir les rôles du nombre (notamment en terme de communication de quantité) à l'aide de situations-problèmes concrètes. Ainsi il leur permet de dépasser leur approche perceptive en commentant et en questionnant ces situations. Il propose ensuite le vocabulaire adapté.

Les signes numériques (+, =, etc.) ne sont pas abordés. Les chiffres écrits sont introduits, de nouveau dans le cadre de situations concrètes.

### 3.2.2 Au CP et au CE1

“L’apprentissage de la lecture, de l’écriture et de la langue française, la connaissance et la compréhension des nombres, de leur écriture chiffrée (numération décimale) et le calcul sur de petites quantités constituent les objectifs prioritaires du CP et du CE1.”

La numération décimale doit être apprise jusqu’à mille. Au niveau des techniques opératoires, l’addition, la soustraction et la multiplication sont utilisées, une part importante est laissée à l’acquisition des faits numériques additifs et multiplicatifs. La division est seulement abordée par des problèmes concrets de partage.

### 3.2.3 Au cycle 3

Les compétences à acquérir sont nombreuses dans le domaine des mathématiques au cycle 3. Ainsi, nous nous intéresserons aux objectifs relatifs à notre étude.

#### Au CE2

L’élève développe ses compétences en transcodage sur les nombres jusqu’au million. Il est capable de les comparer, les trier, les encadrer. Autant de compétences permises par une application rigoureuse de la notation positionnelle. L’élève commence à utiliser des notions telles que : double, moitié ou demi, triple, quart d’un nombre entier.

Il peut réaliser des additions, soustractions, multiplications ainsi que des divisions simples.

Les fractions décimales ainsi que les nombres décimaux ne sont pas abordés.

#### Au CM1

Concernant la numération, l’élève doit maîtriser les mêmes compétences qu’à la classe précédente mais pour les nombres jusqu’au milliard.

Concernant les fractions, l’élève doit maîtriser le vocabulaire adapté, tel que : demi, quart, dixième, centième.

Au niveau des nombres décimaux, il connaît la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu’au centième). Il peut passer d’une écriture à une autre (fractionnaire, à virgule).

Enfin, au niveau du calcul, il peut multiplier mentalement un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000. Il utilise le calcul posé afin de multiplier des entiers ou des décimaux.

## Au CM2

Les compétences liées à la numération sont acquises, et ce jusqu'au milliard. L'élève est capable de manipuler les fractions (ajout, comparaison, transcodage).

Concernant les nombres décimaux il connaît la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au dix-millième). L'élève peut produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001...

Il peut diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000 mentalement.

## 4 Conclusion

Le développement des recherches en psychologie cognitive, l'apport de la théorie piagétienne permettent une connaissance plus approfondie des processus mentaux mis en œuvre dans le traitement des nombres et dans les opérations arithmétiques. De fait, les retombées diagnostiques et remédiatives sont certaines et en constante évolution.

La numération positionnelle permet à l'individu de reconnaître à chaque chiffre une valeur particulière en fonction de sa position au sein du nombre. La notation positionnelle permet l'exécution de calculs suivant des algorithmes simples. C'est une notion fondamentale qui s'apprend, contrairement au nombre qui se construit de façon spontanée.

Cette notion peut être source de nombreuses difficultés chez certains enfants, et il est important de les déceler le plus tôt possible. En effet selon M. P. Noël, des difficultés dans le domaine mathématique peuvent conduire à de l'anxiété et des conduites d'évitement et ainsi accroître les difficultés et le décalage par rapport aux pairs. Ainsi il est nécessaire d'effectuer un diagnostic tôt afin de mettre en place une prise en charge adaptée.

# Problématique et hypothèse

La démarche part du constat qu'il n'existe pas d'épreuve étalonnée permettant aux orthophonistes d'évaluer la numération positionnelle. Valérie Servat en 2009, lors d'un mémoire d'orthophonie, avait élaboré et pré-étalonné un test permettant d'évaluer la numération de position chez l'enfant scolarisé au cycle 3. L'analyse statistique avait mis en évidence un défaut de sensibilité de certaines épreuves pour certaines classes d'âge, les moyennes et les écarts-types n'étant donc pas toujours exploitables.

Des modifications apportées à l'outil créé par Valérie Servat ainsi que son étalonnage chez des enfants scolarisés au cycle 3, permettraient de situer un enfant par rapport à la norme des enfants de sa classe ; et ainsi de mettre en évidence d'éventuelles difficultés dans l'acquisition de la numération de position.

# I Expérimentation

## 1 La création d'un test

### 1.1 Définitions

L'emploi d'un test a pour but d'obtenir des informations quantitatives à propos de caractéristiques ou de traits des personnes évaluées. Il s'agit d'une opération de mesure (Laveault [25]).

#### 1.1.1 L'étalonnage

Laveault [25] définit ainsi l'étalonnage :

“L'étalonnage d'un test est la graduation de l'échelle des résultats de celui-ci, en fixant des échelons qui vont permettre la comparaison des résultats de divers individus. Pour étalonner un test, celui-ci doit avoir été administré à un échantillon représentatif de la population choisie. Les résultats obtenus serviront alors de normes pour cette population et elle seule.”

En effet, tester, dans une évaluation normée, consiste à comparer des sujets, les distinguer entre eux. Sans référence aux résultats d'autres sujets, les notes brutes d'un individu à un test donné sont sans signification précise, ces notes n'ont de valeur que comparativement à une norme.

#### 1.1.2 L'échantillonnage

La procédure d'étalonnage d'un test comprend la passation de ce dernier par un échantillon de la population de référence. La population étant l'ensemble de tous les cas qui intéressent l'expérimentateur, sa taille rend souvent toute collecte exhaustive difficile, voire impossible ; aussi, l'échantillon est limité. Il est une base à partir de laquelle les caractéristiques de la population sont inférées.

De plus, il est nécessaire que la population de référence soit appropriée à l'usage qui sera fait du test (en terme d'âge, de caractéristiques particulières, etc.) et homogène ; afin que tous les individus susceptibles d'être évalués à l'aide du test fassent partie de l'échantillon.

### 1.1.3 La transformation des scores

Les résultats recueillis ne sont pas utilisés sous leur forme "brute". Afin de garantir une interprétation plus aisée des résultats, les scores sont transformés et présentés sur une échelle familière aux professionnels utilisant des tests.

Plusieurs modalités de présentation sont possibles, notamment la création d'échelles en scores standard, reposant sur une distribution normale (ou gaussienne) des résultats obtenus, ou la création d'échelles en rangs percentiles qui permettent d'exprimer la valeur d'un résultat en terme de rang au sein de la population de référence.

### 1.1.4 La sensibilité

Un test est dit sensible lorsqu'il permet de distinguer plus ou moins finement les individus relativement à ce qu'il est censé mesurer. La sensibilité reflète donc le pouvoir discriminant du test. Une épreuve sensible est donc une épreuve qui conduit à différencier, à discriminer les individus les uns des autres. Plus elle est sensible, plus elle permet de les distinguer entre eux.

## 2 Le test créé par V. Servat

Le test comporte des épreuves ayant pour but d'évaluer la numération de position (Servat [39]). Elles se complètent du fait des différentes modalités de réponse proposées. En effet, les réponses attendues à l'oral, à l'écrit, ou encore à l'aide de manipulation permettent de cerner les capacités de l'enfant à passer d'un code à l'autre. Il peut réussir une épreuve, parce qu'il la pratique en classe, et échouer à une autre, parce que cet apprentissage "plaqué" ne lui permet pas de s'adapter à un nouveau format.

### 2.1 Épreuve de découpage de nombres

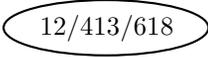
L'épreuve 1 est une épreuve de découpage de nombres. L'enfant doit découper les nombres de trois en trois en débutant de la droite. Contrairement à la lecture de textes, la lecture de nombres arabes s'effectue de la droite vers la gauche. Pour réussir cette épreuve, l'enfant doit s'appuyer sur sa connaissance de la structure positionnelle du nombre écrit, et faire le lien avec les notions d'unités, de dizaines et de

centaines. Il ne lui est pas nécessaire de savoir dire le nombre à l'oral, mais d'adapter une compétence à ce nombre nouveau.

### 2.1.1 Consigne

La consigne est rédigée en gras, en haut de l'épreuve. Elle précise :

***“Découpe les nombres suivants de façon à ce qu'on puisse les lire :”***

Exemple : 

Cette consigne est commune aux trois classes tout comme les items proposés.

### 2.1.2 Les items

Il s'agit de cinq nombres. L'enfant n'a pas besoin de savoir les lire à voix haute.

- item 1 : 194783
- item 2 : 703532
- item 3 : 1000000
- item 4 : 4444444
- item 5 : 9090909090

Les trois derniers nombres sont particulièrement difficiles à lire :

- les items 3 et 4 comportent des chiffres similaires qui empêchent l'enfant de se fixer des repères pour découper le nombre « de tête »,
- l'item 5 présente une alternance de chiffres, incitant l'enfant à découper tous les deux chiffres, et non tous les trois chiffres comme nous l'attendons.

### 2.1.3 Cotation

L'épreuve est sur 5 points, l'enfant obtient un point par item réussi, divisé en deux fois 0.5 points. Il obtient un demi-point s'il découpe correctement le nombre tous les trois chiffres et un demi-point s'il part de la droite

## 2.2 Épreuve de lecture de nombres

Cette épreuve se déroule avec différentes planches représentant des maisons et des animaux . L'examineur réalise des nombres à l'aide des animaux, l'enfant doit les décoder à l'oral. Elle vise à apprécier la façon dont l'enfant construit le nombre en base 10, à partir d'un format dont il n'a pas nécessairement l'habitude. Les nombres proposés à l'épreuve 2 comme à l'épreuve 3 vont jusqu'au milliard, grandeur que l'enfant n'a souvent pas l'habitude de manier ; l'intérêt de cette épreuve est donc également de considérer comment l'enfant adapte ses connaissances aux nouveaux nombres. S'agit-il d'une simple application d'un enseignement, ou a-t-il pu se saisir des contraintes de l'écriture arabe des nombres ?

### 2.2.1 Présentation des planches

Chaque planche représente une classe de nombres :

- la première contient trois maisons : une pour les unités, une pour les dizaines, une pour les centaines ;
- la deuxième contient les maisons des unités de mille, des dizaines de mille, et des centaines de mille ;
- la troisième contient les maisons des unités de million, des dizaines de millions, et des centaines de millions ;
- la dernière planche ne contient qu'une maison, celle des unités de milliard.

Deux dernières planches sont utilisées seulement avec les enfants en classe de CM2 et de CM1 :

- la première contient trois maisons qui représentent les dixièmes, les centièmes, les millièmes.
- la dernière ne contient qu'une maison : la maison des dix-millièmes.

Chaque maison est "habitée" par un animal, elle possède neuf cases lui permettant de contenir neuf animaux. Par exemple, la maison des unités est la maison des poissons, la maison des dizaines est la maison des hippocampes, etc. La taille des animaux choisis ne correspond pas à la valeur de la position qu'ils occupent. Par exemple la maison des unités de milliard est la maison des escargots et la maison des centaines est la maison des requins.

La situation spatiale des personnages au sein de leur maison n'a aucune importance. Par exemple, trois poissons dans la maison des unités (représentant le nombre 3) peuvent être disposés de façon aléatoire dans les cases.

### 2.2.2 Consigne

Dans un premier temps, l'examineur présente le matériel à l'enfant. Après avoir disposé les planches correctement, il explique :

« Tu vois, nous avons la maison des unités où 1 poisson est égal à 1 unité ; là, nous avons la maison des dizaines où 1 hippocampe est égal à 1 dizaine ; ici, nous avons la maison des centaines où 1 requin est égal à 1 centaine. On poursuit de cette façon jusqu'à la maison des unités de milliard où 1 escargot est égal à 1 unité de milliard ».

Pour vérifier que l'enfant a bien compris à quoi correspondent les petits personnages, nous le laissons compléter lui-même nos phrases : « nous avons la maison des dizaines où 1 hippocampe est égal à ... (1 dizaine) ». En général, l'enfant comprend immédiatement, mais certaines fois il est nécessaire de lui donner la réponse.

Puis nous expliquons le but de l'épreuve à l'enfant : “je vais mettre des animaux dans les maisons, et tu vas me dire quel nombre ça fait”.

Pour les CM1 et les CM2, nous présenterons, par la suite, les planches comportant les dixièmes, les centièmes, les millièmes et les dix-millièmes.

### 2.2.3 Les items

Tous les items ne sont pas communs aux trois classes concernées, ils sont détaillés dans le tableau 1. Leur difficulté est croissante.

### 2.2.4 Cotation

L'enfant obtient un point par item correctement lu.

## 2.3 Épreuve de transcription de nombres

Pour cette épreuve, l'examineur utilise de nouveau les planches et les petits personnages déjà vus dans l'épreuve n°2.

L'enfant doit à son tour représenter les nombres, qui lui sont donnés à l'oral, dans les maisons à l'aide des petits personnages.

Dans cette épreuve, l'enfant doit être capable de décomposer un nombre en unités, dizaines, centaines. Il lui est nécessaire de comprendre ce que représente chaque chiffre dans le nombre entendu.

Nombres CE2	Nombres CM1	Nombres CM2
3	3	3
42	42	42
361	361	361
250	250	250
3 258	3 258	3 258
73 047	73 047	73 047
1 170 430	1 170 430	1 170 430
1 000 000 000	1 000 000 000	1 000 000 000
	382,6	382,6
	6 251,43	6 251,43
		843,601
		951,813 2

Tableau 1 – Épreuve 2 initiale, items proposés en fonction des classes.

La manipulation des personnages lui permet de progresser par tâtonnements, il déplace ceux-ci et peut observer directement les effets de ses transformations. Il peut en effet modifier leur nombre et leur emplacement dans les maisons pour tester, expérimenter en s'appuyant sur ce que lui a montré l'examineur dans l'épreuve n° 2.

En mathématiques et afin d'acquérir la notion du nombre, il est important que l'enfant puisse manipuler concrètement les objets. En effet, cela lui permet de donner du sens à son apprentissage et d'ébaucher les représentations mentales qui sont élaborées à partir d'une situation concrète.

Enfin la manipulation permet à l'examineur de se rendre compte des stratégies utilisées par l'enfant pour construire le nombre (début à partir de la gauche, de la droite, compréhension des séparateurs cent et mille, rôle des neufs cases, etc.).

### 2.3.1 Consigne

L'examineur indique que l'enfant va devoir représenter les nombres que nous lui énonçons.

Il est précisé dès le début que les nombres peuvent être répétés, autant de fois que l'enfant en a besoin. En effet, le test n'a pas pour but d'évaluer les capacités de mémorisation de l'enfant, mais la façon dont celui-ci construit le nombre. Répéter les nombres, permet de limiter le recours à la mémoire

Nombres CE2	Nombres CM1	Nombres CM2
6	6	6
20	20	20
762	762	762
801	801	801
8 203	8 203	8 203
617 112	617 112	617 112
9 624 231	9 624 231	9 624 231
1 600 000 000	1 600 000 000	1 600 000 000
	44,5	44,5
	426,04	426,04
		1,128
		13,134 6

Tableau 2 – Épreuve 3 initiale, items en fonction des classes.

de travail dans cette tâche. Toutefois, il est intéressant, cliniquement, de noter le nombre de répétitions demandées par l'enfant.

Il est nécessaire d'énoncer le nombre sans le décomposer afin de ne pas donner à l'enfant d'indices sur sa structuration.

Entre chaque item, nous enlevons tous les personnages.

### 2.3.2 Items

Les items sont différents de ceux proposés à l'épreuve 2. Toutefois leur proportion est comparable, en termes de progression et de nombre de chiffres qui les constituent. Ils sont détaillés dans le tableau 2.

Ceux-ci sont présentés par ordre croissant jusqu'aux milliards. Des zéros sont également introduits afin d'évaluer si ils donnent lieu à des erreurs syntaxiques.

Pour les CE2, cette troisième épreuve consiste en huit nombres entiers naturels.

Pour les CM1 s'ajoutent deux nombres décimaux.

Pour les CM2, s'ajoutent de nouveau deux nombres décimaux.

### 2.3.3 Cotation

L'enfant obtient un point par item correctement transcrit.

## 2.4 Épreuve chiffre de, nombre de

Il s'agit ici d'une épreuve de vocabulaire. Elle vise à savoir si l'enfant distingue les notions de chiffre et de nombre ; et ainsi, vérifier que l'enfant a réellement compris comment fonctionnent la numération de position et le système décimal.

Nous évaluons ici si l'enfant peut décomposer un nombre et faire la distinction entre les termes « chiffre des » et « nombre de ».

### 2.4.1 Consigne

L'examineur place devant l'enfant le document contenant les nombres sur lesquels nous lui poserons des questions.

L'examineur montre le premier nombre à l'enfant ; il lui demande ensuite : “quel est le chiffre des (unités, dizaines, etc. ?)” puis “quel est le nombre de (unités, dizaines, etc.) de manière exhaustive pour chaque nombre proposé. L'enfant doit avoir saisi comment est construit le nombre ; et pouvoir repérer les chiffres comme des symboles permettant d'écrire le nombre, chiffres de valeurs différentes selon leur place au sein du nombre.

### 2.4.2 Items

Quatre nombres sont présentés aux CE2, cinq aux CM1 et six aux CM2. La taille des nombres varie. Elle augmente jusqu'aux dizaines de mille. Des zéros sont introduits dans certains nombres afin d'évaluer leur compréhension.

A partir du CM1, des nombres décimaux sont introduits.

#### Items par classe

- 73 (CE2, CM1, CM2)
- 204 (CE2, CM1, CM2)
- 7 031 (CE2, CM1, CM2)
- 648 (CE2, CM1, CM2)
- 81,63 (CM1, CM2)

- 641,702 (CM2)

### 2.4.3 Cotation

La quatrième épreuve est notée sur 4 pour les CE2, sur 5 pour les CM1, sur 6 pour les CM2. Un demi-point est accordé par réponse correcte.

## 2.5 Épreuve de décomposition de nombres

Cette dernière épreuve se réalise par écrit. Elle permet de vérifier si l'enfant parvient à décomposer les nombres en centaines, dizaines, etc. ; décompositions nécessaires à leur compréhension mais aussi à leur manipulation, lors de tâches de calcul par exemple.

### 2.5.1 Consigne

L'épreuve se présente sous la forme d'un feuillet à compléter, la consigne y est écrite. Elle précise à l'enfant qu'il doit décomposer les nombres comme dans l'exemple qui suit :

$$\begin{aligned} 324 &= 300 + 20 + 4 \\ &= (3 \times 100) + (2 \times 10) + (4 \times 1) \end{aligned}$$

Lorsqu'un nombre contient un zéro il doit le décomposer comme les autres chiffres.

### 2.5.2 Les items

Les cinq items de l'épreuve sont communs aux trois classes :

- item 1 : 18
- item 2 : 342
- item 3 : 103
- item 4 : 4 021
- item 5 : 14 358

### 2.5.3 Cotation

La dernière épreuve est cotée sur 5 points pour toutes les classes. L'enfant obtient un point par item juste.

## **2.6 La grille de cotation**

Une grille de cotation a été élaborée dans le but de consigner précisément les réponses de l'enfant, le score obtenu ainsi que les appréciations cliniques de l'examineur.

### **2.6.1 Critères quantitatifs**

Les scores sont notés item par item pour chacune des cinq épreuves.

Apparaissent également sur la grille le score par épreuve ainsi que le score total.

Les scores totaux maximum sont différents en fonction de la classe de l'enfant : 30 points pour les CE2, 35 pour les CM1, et 40 pour les CM2.

## **3 Les Modifications effectuées.**

Lors du pré-étalonnage du test (Servat [39]), les scores obtenus à certaines épreuves se sont révélés non significatifs. Leur répartition n'était pas suffisante pour permettre la construction d'une norme de référence pertinente. Il est alors impossible de situer les résultats de l'enfant à cette épreuve par rapport à ceux de sa classe.

Aussi nous avons effectué différentes modifications sur toutes les épreuves. Ces modifications ont été apportées avant l'expérimentation mais aussi suite aux pré-tests et au pré-étalonnage.

### **Objectifs des pré-tests**

Nous avons réalisé un pré-test sur quelques enfants que nous connaissions, dans le but de tester les conditions de passation, d'évaluer la mise en application des modifications apportées. Les enfants ont pu apporter leur avis, au niveau des consignes, de la difficulté des items, de l'ordre de passation des épreuves et du matériel.

Le pré-test a ainsi permis de mettre en évidence certains éléments sources de difficultés pour l'enfant, mais aussi des éléments facilitant la passation.

### **Objectifs du pré-étalonnage**

Le pré-étalonnage a pour but de vérifier la distribution des résultats obtenus par les sujets lors de la passation du test. Il permet ainsi de constater la pertinence des modifications apportées au test.

Le pré-étalonnage a été réalisé sur vingt enfants de chaque classe.

## 3.1 Matériel et méthodes

### 3.1.1 Ordre des épreuves

A la suite des pré-tests nous avons décidé de modifier l'ordre des épreuves. En effet, la dernière épreuve, moins ludique, a lassé quelques enfants fatigués par la passation des quatre premières épreuves, qui l'ont alors réalisée sans application et au plus vite.

Aussi, nous a-t-il semblé pertinent de mettre cette épreuve en deuxième position, après le découpage de nombres. L'enfant est davantage concentré. Nous lui expliquons qu'il commence par les épreuves où nous n'intervenons pas, puis que nous travaillerons ensemble ensuite.

### 3.1.2 Épreuve 1 : découpage de nombres

L'épreuve 1 n'était pas sensible, et ce, pour aucune des classes testées. Cette épreuve est échouée par la plupart des enfants de CE2 alors qu'elle est majoritairement réussie par les sujets de CM1 et CM2. Cette épreuve n'est pas sensible : les résultats ne sont pas suffisamment répartis et ne permettent pas de discriminer les individus entre-eux.

Aussi nous proposons divers remaniements, au niveau de la consigne et des items.

#### La consigne

Nous proposons les modifications suivantes :

- enlever le cercle qui entoure le nombre exemple,
- indiquer l'exemple de départ,
- inscrire une flèche pour modéliser la transformation entre l'exemple de départ et le nombre découpé
- colorer les barres qui matérialisent la séparation
- modification de la consigne écrite qui devient : **“Découpe les nombres suivants de façon à ce qu'on puisse les lire comme l'exemple :”** .

Ces modifications ont pour objectifs de rendre la consigne plus accessible à l'enfant et d'explicitier ce que nous attendons de lui.

De plus, une grande part des enfants participant au pré-test a échoué à cette épreuve, alors qu'à l'épreuve 5 (segmentation de nombres en centaines, dizaines, etc. à l'écrit), ceux-ci ont découpé correctement les nombres afin de faciliter leurs calculs. Ainsi, supposons-nous que les enfants n'ont pas compris la consigne de l'épreuve 1, puisqu'ils se montrent capables spontanément, et à bon escient, de mettre en application cette compétence lors d'une autre épreuve.

Aussi, dans le but d'évaluer cette compétence, avons-nous choisi d'explicitier la consigne à l'oral afin de s'assurer que l'enfant ait bien compris. Le nombre est lu à voix haute, et nous lui demandons s'il a compris. Ensuite, nous lui précisons qu'il est également possible de séparer les chiffres d'un nombre à l'aide d'espaces, de petits tirets ou de points, mais que là, nous utilisons des barres. Souvent, ils précisent alors comment ils font en classe.

Les enfants peuvent alors relier cette consigne avec le savoir-faire demandé, si ce dernier est acquis.

## Les items

Dans le but d'améliorer la répartition des scores à cette épreuve, la liste des items a été modifiée :

- Au CE2 : le dernier item n'a pas été conservé et nous avons ajouté un nombre à quatre chiffres au début de la liste. En effet, débiter par un nombre plus petit, d'une forme qui leur est plus commune, nous parut préférable au vu des précédents résultats. Cette épreuve inclut donc des nombres jusqu'au milliard dès le CE2, alors qu'ils ne sont, théoriquement, pas au programme. Cependant, il est intéressant de constater que les enfants sont, pour la plupart, capables d'adapter leurs compétences à des nombres nouveaux.
- Au CM1 : nous avons choisi d'ajouter un nombre plus long, moins répétitif et avec un 0 intercalaire : **6 0 3 2 5 0 6 4 2 1 5** . Il s'agit d'un grand nombre dont la structure ne tend pas à orienter leur découpe. De plus, cette dernière donne lieu à deux chiffres restant sur la partie gauche, au lieu d'un seul ou trois dans les autres cas.
- Au CM2 : nous avons choisi d'ajouter un nombre décimal : **2 0 5 6 8 , 8 5 4 7** . Ce dernier donne lieu à une cotation différente : 0.5 points sont attribués pour le découpage correct de la partie entière, et 0.5 points pour celui de la partie décimale. Etant-donné que les autres épreuves du test comprennent des nombres décimaux, partie intégrante de la numération positionnelle, il nous a paru important que cette épreuve en comporte également. Ce nombre permet d'évaluer comment les enfants peuvent adapter leur savoir sur la notation positionnelle des nombres entiers à un nouvel acquis : les nombres décimaux.

### 3.1.3 Épreuve 2 : décomposition de nombres

Au pré-étalonnage réalisé en 2009, la répartition des scores s'est avérée sensible pour les classes de CE2 et de CM1 ; en revanche, les scores des enfants de CM2 sont insuffisamment répartis : ils "saturent" l'épreuve.

Aussi, un item a été modifié : 4021 a été substitué par **48 021**. Un nombre décimal a également été

rajouté : **12,154**. Ces modifications ont été réalisées dans le but d’obtenir une meilleure répartition de scores, en complexifiant la tâche présentée.

Nous avons également choisi de modifier quelque peu la consigne de cette épreuve. En effet, entre parenthèses, il était signalé : “N’oublie pas de décomposer les zéros à l’intérieur des nombres”. Cette phrase, à la fin de la consigne, n’était souvent pas comprise et interrogeait les enfants “ça veut dire quoi ?”, “je ne comprends pas quoi faire”. De plus, aucun enfant des pré-tests n’a appliqué cette consigne, bien qu’ils ont pu obtenir, par ailleurs, de très bons résultats, mettant en avant leur compétence dans ce domaine.

Ainsi, cette consigne a été supprimée.

### 3.1.4 Épreuve 3 : lecture de nombres à l’aide des personnages

L’épreuve était sensible au pré-étalonnage, et ce, pour toutes les classes. Toutefois, nous avons choisi d’apporter quelques modifications au niveau de la présentation, de la consigne, et des items.

#### Présentation

Dans l’épreuve créée par V. Servat en 2009, les items étaient présentés en ordre croissant, ce qui a influencé nombre d’enfants selon elle. Aussi, avons-nous proposé une présentation semi-aléatoire : l’ordre croissant n’est pas strictement respecté mais l’évolution demeure globalement des nombres les plus simples aux nombres plus complexes (davantage de chiffres).

#### Consigne

De plus, nous avons apporté de petites modifications à de la consigne initiale :

- supprimer le « égal à 1 ... » pour « égal à ... » afin que l’enfant prenne une part plus active dans la compréhension du fonctionnement des planches et des maisons.
- espacer le 4<sup>ème</sup> tiret (passage aux milliards) afin de mieux représenter le déroulement de l’énonciation de la consigne.

#### Les items “milliard” :

Dans cette épreuve, un item a été modifié. L’item 1 000 000 000 (commun aux classes de CE2, CM1 et CM2) a été remplacé par, respectivement : 1 000 030 000, 2 020 050 100 et 2 040 030 200.

Lors des pré-tests, les enfants parvenaient à cet item sans difficulté et certains ont pu nous dire “mais tu l’as dit déjà celui là au début !”.

En effet, lors de la consigne, nous indiquons bien qu'un escargot est égal à une unité de milliard. L'enfant n'a pas de compétences liées à la notation positionnelle à mettre en application.

De même, à l'épreuve 4, l'item 1 600 000 000 a été remplacé par 1 600 030 000 au CE2, 2 040 30 200 au CM1 et au CM2.

### **Les décimaux au CM1 :**

Les enfants rencontrés au CM1 lors des pré-tests (fin décembre) ont rapporté ne pas avoir étudié les nombres décimaux. Aussi, nous avons rencontré plusieurs instituteurs des classes de CM1, ces derniers ne débutant l'étude des décimaux qu'en mars, nous avons choisi de retirer ces items. En effet, un étalonnage réalisé sur les mois d'avril ou de mai ne serait pas suffisamment représentatif des compétences des enfants en CM1. De plus, ce domaine, alors en cours d'acquisition, donnerait lieu à une grande variabilité des scores, sans pour autant être représentatif des compétences des enfants en numération positionnelle.

### **3.1.5 Épreuve 4 : transcription de nombres à l'aide des personnages**

L'épreuve n°4 n'est sensible que pour les classes de CE2 et de CM2. Elle n'est pas sensible pour les enfants de CM1 qui obtiennent des résultats situés entre 8 et 10/10 : ils "saturent" cette épreuve. Il est donc nécessaire de lui apporter des modifications afin d'obtenir une meilleure répartition des scores.

Aussi nous proposons plusieurs modifications, au niveau de la présentation et au niveau des items pour les classes de CM1 et de CM2 également.

#### **Présentation**

Nous avons choisi une présentation de type semi-aléatoire de la même façon qu'à l'épreuve 3, pour toutes les classes.

#### **Items**

##### **Pour les CM1**

Au vu du plafonnement des scores des enfants de CM1 lors de cette épreuve, nous avons souhaité, en réalisant les modifications notées ci-dessous, accroître la difficulté de l'épreuve.

- Le premier nombre (6) a été retiré.
- Un grand nombre a été ajouté avec un zéro intercalaire : **56 032 412**.

## Pour les CM2

Nous avons poursuivi les modifications appliquées à la classe précédente. Bien que sensible, la moyenne relevée au pré-étalonnage est élevée, ainsi il nous parut intéressant de complexifier cette épreuve pour les CM2 également.

- Les deux premiers nombres (6 et 20) sont supprimés.
- Un grand nombre a été ajouté avec un zéro intercalaire : **56 032 412**.
- Un seul nombre décimal a été conservé, les autres ont été substitués par :
  - deux fractions : **7/10** et **23/100**
  - deux nombres décimaux : **20,128** et **13,104**

### 3.1.6 L'épreuve 5 : chiffres des/ nombre de

Toutes les épreuves ont présenté un indice de sensibilité correct lors du pré-étalonnage, l'épreuve 5 exceptée. En effet, la majorité des enfants obtiennent un score de 2/4 : ils répondent correctement aux questions sur les chiffres (des unités, des dizaines, etc.) mais échouent sur les questions du type “nombre de” (nombre d'unités, de dizaines, etc.). Si la plupart des enfants repère qu'une réponse différente est attendue, pratiquement aucun d'eux ne parvient à fournir la réponse correcte. Ainsi, seule une élève sur les soixante enfants du pré-étalonnage parviendra à réussir tous les items “nombre de”. Certains, répondant au hasard, parviendront à donner une ou deux bonnes réponses sur ces items.

L'indice de sensibilité mesuré est alors inférieur à 0.2, et l'analyse des résultats ne rapporte aucune corrélation entre le score à cette épreuve et le score total. La réussite à cette épreuve ne permet donc pas de prédire le score total de l'enfant au test. Un enfant peut alors obtenir un score total très correct, mettant en évidence sa compréhension de la numération positionnelle, sans toutefois réussir cette épreuve, obtenant un score comparable à un enfant qui ne s'est pas saisi de la notation positionnelle. Les résultats ne sont pas suffisamment répartis à cette épreuve et ne permettent pas de discriminer correctement les enfants. La majorité des enfants ne saisissant pas la demande de l'examineur, et ne parvenant donc pas à y répondre, nous avons choisi de retirer cette épreuve du test. Celle-ci se situant en dernière position du test, son retrait ne modifie en rien les passations ultérieures et les scores obtenus par la population constituant le pré-étalonnage peuvent être conservés.

CE2	CM1	CM2
2 0 4 6	1 9 4 7 8 3	1 9 4 7 8 3
1 9 4 7 8 3	7 0 3 5 3 2	7 0 3 5 3 2
7 0 3 5 3 2	1 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0	4 4 4 4 4 4 4	4 4 4 4 4 4 4
4 4 4 4 4 4 4	9 0 9 0 9 0 9 0 9 0	9 0 9 0 9 0 9 0 9 0
	6 0 3 2 5 0 6 4 2 1 5	6 0 3 2 5 0 6 4 2 1
		2 0 5 6 8 , 8 5 4 7

Tableau 3 – Épreuve 1 finale, items en fonction des classes

## 3.2 Résultats

Dans cette partie, nous présenterons les épreuves du test, dans leur version finalisée. Cette présentation est synthétique, aussi, les épreuves, telles qu'elles ont été présentées aux enfants lors de la passation, sont situées en annexe.

### Épreuve 1

**Consigne :** Découpe les nombres suivants de façon à ce qu'on puisse les lire comme l'exemple :

**Exemple :** 1 2 4 1 3 6 1 8 → 12 / 413 / 618

Les items sont présentés dans le tableau 3.

### Épreuve 2

Décompose le nombre comme dans l'exemple :

**Exemple :**  $324 = 300 + 20 + 4$

$$324 = 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1 \text{ OU } (3 \times 100) + (2 \times 10) + (4 \times 1)$$

Les items sont présentés dans le tableau 4.

CE2	CM1	CM2
18	18	18
342	342	342
103	103	103
4 021	4 021	48 021
14 358	14 358	14 358
		12,154

Tableau 4 – Épreuve 2 finale, items en fonction des classes

### Épreuve 3

**Consigne :**

**Présenter les maisons et les petits personnages :** “On a la maison des unités où un poisson est égal à 1 unité. Ici, on a la maison des dizaines où un hippocampe est égal à ... (une dizaine). Là, on a la maison des centaines où un requin est égal à ... (une centaine).

Ça va jusqu’à la maison des unités de milliards où 1 escargot est égal à 1 milliard.

“je vais mettre des animaux dans les maisons, et tu vas me dire quel nombre ça fait”

**Les items** sont présentés dans le tableau 5.

### Épreuve 4

**Consigne :** “Maintenant, tu vas représenter les nombres que je te dirai avec les petits personnages. Je peux te les répéter autant de fois que tu en as besoin.”

**Les items** sont présentés dans le tableau 6.

<b>CE2</b>	<b>CM1</b>	<b>CM2</b>
3	3	3
42	42	42
3 258	3 258	3 258
250	250	250
1 170 430	1 170 430	1 170 430
73 047	73 047	73 047
361	361	361
1 000 030 000	2 020 050 100	2 040 030 200
		6 251,43
		382,6
		843,601
		951,813 2

Tableau 5 – Épreuve 3 finale, items en fonction des classes

<b>CE2</b>	<b>CM1</b>	<b>CM2</b>
6	20	762
8 203	762	8 203
762	8 203	801
20	801	617 112
801	617 112	56 032 412
9 624 231	56 032 412	9 624 231
617 112	9 624 231	2 040 030 200
1 600 030 000	2 040 030 200	7/10
		426,04
		20,128
		13,104
		23/100

Tableau 6 – Épreuve 4 finale, items en fonction des classes

## Conclusion

La durée de passation est variable selon les enfants et leur classe, toutefois, elle se situe généralement entre 25 et 35 minutes. Lors de notre rencontre avec l'enfant, nous expliquons notre démarche, même si celle-ci a déjà été explicitée en classe. Après nous être renseignée sur son âge, son prénom, et sa classe, nous lui présentons le déroulement de la passation.

## 4 Normes

### 4.1 Matériel et méthodes

#### 4.1.1 Lieux

Plusieurs établissements ont accepté que nous rencontrions les enfants dans leurs infrastructures : des écoles et des centres de loisirs. Trois écoles ont participé à cette étude, deux situées en zone urbaine (Bordeaux centre) et une en zone rurale (Lot-et-Garonne). Deux centres de loisirs ont également participé, tous deux situés en zone péri-urbaine (Communes de Villenave d'Ornon et Bouliac).

#### 4.1.2 Population

##### Choix des classes

Les classes d'âge étudiées sont similaires à celles évaluées par l'étude de 2009. En effet ce choix reposait sur deux paramètres qu'il nous a paru important de conserver :

Ces classes d'âge ont été choisies en fonction des programmes scolaires abordés en classe, mais aussi en lien avec le développement cognitif de l'enfant.

- Si la numération est abordée en CP et CE1 jusqu'à 1 000, la numération de position n'est étudiée systématiquement qu'à partir du CE2. Au CE2, les élèves abordent donc le nombre jusqu'au million, les milliards sont étudiées dès le CM1.
- De plus, selon Piaget, la mise en place des structures logiques élémentaires telles que la conservation, la sériation, l'inclusion a lieu au cours du stade des opérations concrètes simples, c'est-à-dire de 7-8 ans à 9-10 ans.

## Critères d'inclusion et d'exclusion

Dans un souci de représentativité, seul un critère d'exclusion a été retenu : la non compréhension du français courant. C'est l'appréciation des enseignants ou des éducateurs, qui nous a permis d'exclure les individus répondant à ce critère. De la même façon, le seul critère d'inclusion retenu est ainsi : enfant scolarisé en CE2, CM1, ou CM2. Pour les enfants qui ont redoublé, le score est pris en compte dans la classe à laquelle ils appartiennent désormais.

## Population de l'étalonnage

Dans le but d'établir des normes pour ce test, nous avons rencontré 40 enfants de CE2, 42 de CM1 et 40 de CM2; 27% des enfants rencontrés étaient scolarisés dans une école type "ZEP".

## 4.2 Résultats

Afin d'effectuer l'analyse quantitative des résultats, nous avons utilisé le logiciel *R*. Nous avons calculé le delta de Ferguson dans le but d'apprécier la distribution des scores et ainsi, la sensibilité des épreuves (Ferguson [19]). Plus celui-ci se rapproche de 1, plus l'épreuve testée est sensible. Nous avons choisi d'utiliser le seuil communément employé dans la littérature existante, fixé à 0.9 (Hankins [24]). Si l'indice obtenu est supérieur ou égal à celui-ci, l'épreuve est considérée comme suffisamment sensible.

Le delta de Ferguson s'obtient par la formule suivante :

$$\Delta = \frac{(k + 1) \times (N^2 - \sum_{i=1}^k n_i^2)}{k \times N^2}$$

où :  $k$  est le nombre d'items du test,  $N$  le nombre de sujets de l'échantillon et  $n_i$  le nombre de sujets ayant obtenu le score  $i$  au test.

Les variables quantitatives (scores) sont décrites sous la forme de percentiles (5<sup>ème</sup>, 10<sup>ème</sup>, Quartile 1, médiane, 75<sup>ème</sup>, 90<sup>ème</sup>, 95<sup>ème</sup>). La distribution des enfants étant asymétrique, il n'a pas été pertinent d'utiliser des moyennes et des écarts-types. En effet, seules 5 épreuves sur les 12 proposées ont donné lieu à une répartition Gaussienne des résultats, ainsi que 2 des 3 totaux obtenus (test de Jarque Bera , seuil de 5%).

Les quartiles, déciles et centiles, sont des valeurs de position qui permettent de situer rapidement une personne par rapport à son groupe de référence. Le  $k^{\text{ième}}$  centile d'une série est le point sur l'axe des valeurs au-dessous duquel se situent  $k\%$  des observations. Les centiles  $C_0$  et  $C_{100}$  sont des limites entre

lesquelles sont comprises toutes les observations. Par exemple, si un individu se situe au décile 10, nous savons que pour chaque tranche de cent personnes évaluées, 10 obtiennent un score égal ou inférieur (Laveault [25]).

### 4.3 Scores totaux obtenus par classe

Sont présentés dans cette partie le total des scores obtenus pour chaque classe, le détail des scores par épreuve ainsi que l'indice de sensibilité mis en évidence.

Pour chaque classe, un tableau présentant la répartition des résultats est présenté.

Plus concrètement, si on prend l'exemple du tableau suivant (tableau 7), un enfant obtenant à l'épreuve 2 un score de 2 se situe au percentile 10. Cela signifie que 10 % des enfants ayant passé le test ont une note inférieure à la sienne.

#### 4.3.1 Classe de CE2

La répartition est présentée dans le tableau 7 ci-dessous :

	Min	5 <sup>ème</sup>	10 <sup>ème</sup>	25 <sup>ème</sup>	Médiane	75 <sup>ème</sup>	90 <sup>ème</sup>	95 <sup>ème</sup>	Max
Épreuve 1	0	0	0	0	0	2	5	5	6
Épreuve 2	1	1	2	2,5	3,5	4	5	5	5
Épreuve 3	1	3	3	4	5	5	6	7	8
Épreuve 4	0	4	4	5	5	6	7	8	8
Total	5,5	12	13	14	16	18	23	25	26

Tableau 7 – Répartition des scores des enfants scolarisés en classe de CE2.

Les indices de sensibilité sont présentés dans le tableau 8 suivant :

Épreuve 1	Épreuve 2	Épreuve 3	Épreuve 4	Score Total
0,81	0,92	0,91	0,94	0,92

Tableau 8 – Indice de sensibilité selon les épreuves pour la classe de CE2.

La sensibilité des scores est correcte pour chacune des épreuves. Les épreuves 3 et 4 présentent la sensibilité la plus importante.

Toutefois, on note que les scores à l'épreuve 1 ne sont pas discriminants : une note de 0 situe l'enfant dans la médiane des enfants de sa classe. Cette répartition est liée au fait que certains enfants n'avaient pas vu le découpage de nombres en classe.

### 4.3.2 Classe de CM1

La répartition des scores obtenus par les enfants de CM1 aux épreuves du test est présentée dans le tableau 9 suivant :

	Min	5 <sup>ème</sup>	10 <sup>ème</sup>	25 <sup>ème</sup>	Médiane	75 <sup>ème</sup>	90 <sup>ème</sup>	95 <sup>ème</sup>	Max
Épreuve 1	0	1	1,5	3	6	6	6	6	6
Épreuve 2	2,5	3	3	4	4,5	5	5	5	5
Épreuve 3	0	1	3	4	6	7	8	8	8
Épreuve 4	0	2	3	4	6	7	8	8	8
Total	3,5	8,5	13	18	21	24	25	27	27

Tableau 9 – Répartition des scores des enfants scolarisés en classe de CM1.

Les indices de sensibilité des différentes sont présentées dans le tableau 10.

Épreuve 1	Épreuve 2	Épreuve 3	Épreuve 4	Score Total
0,81	0,91	0,97	0,97	0,94

Tableau 10 – Indices de sensibilité selon les épreuves pour la classe de CM1.

L'épreuve 1 se révèle plus discriminante chez les élèves en CM1, toutefois elle est rapidement plafonnée. Ceci correspond notamment au fait que, lorsque l'enfant connaît la règle de découpage des nombres, celui-ci l'applique correctement sur tous les nombres, quelles que soient leur longueur et leur composition. Aussi cette épreuve, chez les enfants de CM1, discrimine davantage les scores faibles.

De nouveau les épreuves les plus sensibles sont les épreuves 3 et 4. Toutes les épreuves présentent un niveau de sensibilité satisfaisant.

### 4.3.3 Classe de CM2

La répartition des scores obtenus par les enfants de CM2 aux épreuves du test est présentée dans le tableau 11 suivant :

	Min	5 <sup>ème</sup>	10 <sup>ème</sup>	25 <sup>ème</sup>	Médiane	75 <sup>ème</sup>	90 <sup>ème</sup>	95 <sup>ème</sup>	Max
Épreuve 1	0	0	1	4,5	6,5	6,5	7	7	7
Épreuve 2	0	1,5	2	3	5	5	5,5	6	6
Épreuve 3	0	2	3	5	7	9	11	11	12
Épreuve 4	0	3	3	6	8	10	11	12	12
Total	3,5	8,5	13	18	21	24	25	27	27

Tableau 11 – Répartition des scores des enfants scolarisés en classe de CM2.

Les indices de sensibilité des différentes épreuves sont présentés dans le tableau 12.

Épreuve 1	Épreuve 2	Épreuve 3	Épreuve 4	Score Total
0,78	0,90	0,94	0,94	0,94

Tableau 12 – Indices de sensibilité selon les épreuves pour la classe de CM2.

La répartition des scores obtenus par les enfants de CM2 est satisfaisante bien qu'inférieure aux autres classes. De nouveau, l'épreuve 1 est la moins sensible, les enfants ayant acquis cette connaissance l'appliquent correctement à tous les items, quelles que soient leur longueur et leur niveau de difficulté.

## 4.4 Conclusion

L'épreuve 1 n'est pas suffisamment discriminante : au CE2 les enfants sont en grande difficulté lors de cette épreuve, et plus de la moitié d'entre eux obtient un score de 0. La tendance s'inverse pour les classes suivantes, et l'épreuve est plafonnée. Aussi, un score faible à cette épreuve en CM1 ou CM2 est déficitaire.

## 5 Analyse qualitative

Si l'analyse quantitative, la construction de normes de référence sont indispensables à l'élaboration et l'utilisation d'un test, le regard clinique et l'analyse qualitative n'en sont pas moins importants. Ils vont permettre notamment de distinguer les difficultés particulières d'un enfant à une épreuve, de mettre en lien ses différents résultats, et enfin de considérer la source de ses échecs ou de ses réussites.

## 5.1 Épreuve 1 (découpage de nombres)

Les enfants, lors de cette première épreuve, ont tendance à se précipiter sans écouter la consigne dans son intégralité. Cependant nombreux sont les enfants, qui, malgré l'assurance de leur compréhension de la consigne, se trompent. Beaucoup d'enfants ne s'appuient pas sur l'exemple fourni et découpent le nombre selon leur gré.

Les enfants, chez lesquels le décodage est acquis n'éprouvent aucune difficulté à découper les nombres, quelle que soit leur longueur. Seul le nombre décimal (CM2) est alors source d'erreurs.

Certains enfants, chez lesquels cette compétence n'est pas acquise, découpent le nombre, en seulement deux segments, de façon symétrique :

- cela suscite des erreurs du type “20/46” alors que nous attendons “2/046”
- mais aussi des réussites, dans les cas de nombre à 6 chiffres (par exemple 703/532)

L'analyse qualitative permet alors de repérer les erreurs dues à un savoir erroné.

## 5.2 Épreuve 2 (décomposition de nombres)

L'enfant parfois ne parvient pas à reconnaître aux chiffres constituant le nombre une valeur particulière ; il effectue ainsi des calculs, qui, bien que corrects, ne répondent pas à la consigne.

- Par exemple dans le cas du premier nombre (18), il écrit  $9 + 9$  ou bien  $2 \times 5 + 8$ .
- Alors que nous attendons :  $18 = 10 + 8 = 1 \times 10 + 1 \times 8$
- Pour les nombres supérieurs à deux chiffres, par exemple 342, on retrouve des erreurs du type :  $3 \times 100 + 1 \times 40 + 2 \times 1$ .
- Alors que nous attendons  $342 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 2 \times 1$

De nouveau, l'enfant n'isole pas les différents types d'unités. Il ne raisonne pas encore tout à fait en termes de combinaisons de nombres de dizaines, centaines, etc.

Plus les nombres contiennent de chiffres, plus les erreurs sont nombreuses : les enfants confondent centaines et milliers et oublient des chiffres.

L'accès aux dizaines de milliers (plus haute valeur testée) est plus difficile : fréquemment les enfants n'isolent pas une unité particulière :

- 14 358 est alors décomposé :  $14\ 000 + 300 + 50 + 8$  puis  $14 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 8 \times 1$ .
- Alors que nous attendons :  $10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 50 + 8$  puis  $1 \times 10000 + 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 8 \times 1$

Les compétences liées à la numération positionnelle ne sont pas tout à fait en place, puisqu'elles ne peuvent être transférées aux nombres plus importants.

En CM2, la décomposition du nombre décimal donne lieu à de nombreuses erreurs. Les enfants ne tiennent pas compte de la présence de la virgule et procèdent comme les nombres précédents. La compréhension du système en base 10 n'est pas adaptée au système décimal, l'enfant ne s'est pas saisi du nombre décimal comme fraction d'un entier, régi par un système décimal.

Cela donne lieu à des erreurs du type :

$$- 12,154 = 10\ 000 + 2\ 000 + 100 + 50 + 4$$

$$- \text{Alors que nous attendons : } 12,154 = 10 + 2 + 0,1 + 0,05 + 0,004$$

## Conclusion

Ces deux dernières épreuves (épreuves 1 et 2) sont plus scolaires et fréquemment rencontrées en classe. Il est intéressant de fait de comparer les résultats obtenus à ceux des épreuves 3 et 4, qualitativement et quantitativement. En effet certains enfants réussissent relativement bien ces deux premières épreuves et échouent aux suivantes. Ainsi, ils sont capables de réussir une épreuve qu'ils ont déjà exercée mais sans compréhension véritable des compétences sous-jacentes.

## 5.3 Épreuves de transcodage

### 5.3.1 Épreuve 3 : lecture de nombres

L'analyse des erreurs commises par les enfants présente un grand intérêt et permet de mieux cibler la source de leurs difficultés.

Quelques enfants ne saisissent pas le fonctionnement de cette épreuve : ils ne comprennent pas le rôle des différentes maisons. Par exemple, pour l'item "42", ils répondent "6". Ils se contentent alors d'additionner les étiquettes. Ils ne font pas le lien avec la représentation décimale du système numérique malgré nos explications. En transcription, ils sont alors bloqués dès le premier item supérieur à deux chiffres "mais c'est pas possible!" et ne parviennent pas à utiliser les maisons. Il serait intéressant dans ce cas de proposer une écriture de nombres sous le format utilisé en classe (code arabe) afin de comparer leurs performances.

Certains enfants ne réussissent que les nombres à un et deux chiffres : ils peuvent retrouver ces items en mémoire à long terme puisqu'ils sont fréquemment utilisés en classe mais ils n'ont pas intégré le

système de notation positionnelle.

Les nombres contenant des parties irrégulières (70 de 1 170 430 par exemple) posent également problèmes. En effet, pour cet item par exemple, rares sont les enfants (surtout les plus jeunes) qui ne tâtonnent pas pour aboutir à la séquence orale “soixante-dix”. Certains, diront même “soixante mille et dix mille”.

Il serait intéressant d’observer ces enfants dans une tâche de transcodage en nombres arabes, ou de manipulation de la comptine numérique : est-ce la formulation du nombre qui vient les mettre en difficultés, comprennent-ils la structure du nombre ( $7 \times 10$  et non  $60 + 10$ ) ? Qu’en est-il dans les autres épreuves, notamment l’épreuve de décomposition de nombres ?

### 5.3.2 Épreuve 4 : transcription

Il est intéressant de prêter attention à l’attitude de l’enfant par rapport au retrait des personnages à chaque fin d’item ; entre chaque item, nous enlevons tous les personnages afin d’éviter des erreurs d’inattention, sans lien avec la maîtrise de la numération positionnelle. Certains enfants, préfèrent que nous les laissions. En effet cela leur permet d’ajuster le nombre de personnages sur les planches sans reprendre tous les personnages. Cela témoigne d’une bonne maîtrise de la notation positionnelle et de facilités d’adaptation.

De la même façon, la mise en place des animaux diffère beaucoup selon les enfants. Certains les rangent avec une grande application : ils les positionnent tous à l’endroit et sans déborder des cases, alors que d’autres les posent sans tenir compte du quadrillage proposé, voire même en petits tas.

Au cours des passations nous avons pu remarquer qu’une trop grande application relève chez certains enfants de la mise en place de stratégies de compensation face à une épreuve qu’ils maîtrisent mal. Cette application leur permet alors de fuir quelque temps leur difficulté et les rassure.

Parallèlement, les enfants les plus “désorganisés” dans le positionnement des animaux se sont révélés souvent les plus performants : le positionnement des vignettes de manière aléatoire est pour eux un gain de temps, et ils maîtrisent suffisamment le système positionnel pour comprendre que l’ordre et l’orientation des éléments dans les maisons n’ont pas d’incidence sur le résultat.

Il est également intéressant de noter si l’enfant demande fréquemment à l’examineur de répéter. Certains enfants, chez lesquels la numération positionnelle n’est pas automatisée et dont les capacités en mémoire de travail sont fragiles, pallient ces insuffisances en demandant de nombreuses répétitions de l’item.

### 5.3.3 Deux grands types d'erreurs

L'analyse qualitative des résultats permet de distinguer deux grands types d'erreurs : les erreurs syntaxiques et lexicales. Si les études menées sur le code numérique arabe mettent en évidence une majorité d'erreurs syntaxiques, cette épreuve, du fait de la manipulation d'étiquettes amène un nombre conséquent d'erreurs lexicales.

#### Les erreurs lexicales

Elles consistent en une modification des chiffres du nombre, le nombre de chiffres du nombre étant conservé. Par exemple l'enfant lit 240 alors que le nombre était 250.

**En lecture.** On les observe lorsque l'enfant se précipite, ou dénombre les personnages au fur et à mesure, mais cette séquence, surchargeant sa mémoire de travail, n'est pas retranscrite correctement.

Cette épreuve sollicite, l'attention, notamment l'attention visuelle. Les enfants qui ne parviennent pas à maintenir leur focus attentionnel sur cette tâche sont en difficulté et commettent de nombreuses erreurs dont beaucoup d'erreurs lexicales.

On l'observe également lorsque l'enfant s'appuie sur une estimation visuelle du nombre de personnages. La quantité à déterminer est alors supérieure aux possibilités offertes par le subitizing et le résultat est approximatif.

Des difficultés liées à l'organisation spatiale de l'enfant, des difficultés visuo-attentionnelles ou praxiques peuvent aussi venir pénaliser la réussite à cette épreuve. Les difficultés à identifier le nombre d'animaux dans chacune des maisons sont trop complexes et privent alors l'enfant de la disponibilité nécessaire pour élaborer le nombre à l'oral.

Nous avons également remarqué des erreurs lexicales chez une jeune fille, qui, pensant que les maisons contenaient dix cases, et utilisant une méthode de dénombrement basée sur les cases restées vides (3 cases vides soit 7 animaux par exemple), se trompait systématiquement. On voit combien l'analyse qualitative est indispensable, car malgré son résultat très chuté, cette fillette manifestait de très bonnes compétences syntaxiques. En effet lors de l'épreuve suivante, elle se rendit compte de sa précipitation et obtint le meilleur score des enfants de CM2.

On voit combien il est intéressant pour l'examineur d'observer l'évolution des comportements de l'enfant au cours de la réalisation des épreuves, si celui-ci peut prendre du recul par rapport à ses productions, s'il peut les rectifier ou les commenter.

**En transcription.** On observe ce type d'erreurs lorsque l'enfant, en trop grande difficulté pour transcrire la séquence syntaxique, néglige alors le nombre de personnages dans chaque maison. La mise en place de la notation positionnelle n'est pas suffisamment automatisée pour permettre l'application aisée des différentes règles (lexicales et syntaxiques).

### Les erreurs syntaxiques

Elles consistent en une modification du nombre de chiffres constituant le nombre ou du positionnement des chiffres dans les cases idoines. Par exemple, ce sont des erreurs du type 170 000 430 pour 1 170 430 ou 205 pour 250.

**En lecture,** Les items comprenant des nombres irréguliers sont l'objet de nombreuses erreurs. Par exemple la lecture du nombre 73 047 interroge beaucoup les enfants qui, privés du support arabe habituel, ont du mal à combiner 70 000 et 3 000.

De la même façon, pour l'item 1 170 430, la nécessité de combiner syntaxiquement les lectures des différentes parties du nombre suscite beaucoup de réactions et provoque de nombreuses erreurs. En effet les enfants ont tendance à lire les nombres sans utiliser les règles multiplicatives, ce qui donne lieu à des erreurs du type : "un million cent mille sept mille quatre cent trente" ou encore "un million mille sept mille quatre cent trente". Certains enfants peuvent détecter l'incohérence d'une telle proposition : "mais bon ça n'existe pas ça comme nombre ?" Quelques enfants, comprenant le système positionnel proposé, n'arrivent toutefois pas à l'adapter à la syntaxe orale "un million, plus cent mille plus soixante-dix mille, plus quatre cent trente."

Ces difficultés rencontrées par l'enfant peuvent être mises en lien avec les résultats de l'épreuve précédente (décomposition de nombres). Si cette dernière propose à l'enfant de *décomposer* des nombres écrits, l'épreuve de lecture lui demande de *recomposer* des nombres décomposés à l'aide de personnages. Les résultats de l'enfant sont-ils cohérents à ces deux épreuves ? La décomposition par les nombres arabes est-elle plus difficile pour l'enfant, ou le recours à l'oral et à la composition de nombre est-il plus aisé ?

Ces difficultés mettent en avant la difficulté pour les enfants d'utiliser les séparateurs "mille" et "cent" (cf. partie 1.4.3, Modèle ADAPT, Barrouillet et al. [4]). En effet, ils peinent à déterminer la position de ces derniers termes. Le fait que "mille" n'intervienne qu'à la fin de la séquence "cent soixante-dix" demeure très problématique pour les enfants, notamment les plus jeunes.

**En transcription** On retrouve de nombreuses erreurs sur les séparateurs “mille” et “cent” en transcription également. Ces séparateurs ne génèrent pas le nombre d’espaces requis comme le modèle le préconise.

Par exemple l’item 617 112 provoque fréquemment des erreurs. Les enfants n’analysent pas le “mille” comme un séparateur, la présence juxtaposée des deux séparateurs vient perturber leur analyse. Ils placent la première partie (617) au niveau de la première planche (les unités, dizaines, centaines) puisqu’ils entendent le séparateur cent.

Puis,

- certains réadaptent ensuite leur première production quand la deuxième partie du nombre est analysée. Toutefois, ils commettent souvent des erreurs syntaxiques, puisqu’ils n’ont pas compris la structure du nombre.
- certains placent les chiffres restant sur la même planche donnant alors lieu à un nombre du type : 729 (617+112), ou même 1 729 : “comme on entend mille, j’en ai mis un”.
- Quelques enfants ont même pu nous dire “ce n’est pas possible, on entend deux fois cent”. Ces enfants comprennent souvent la composition du nombre en unités, dizaines et centaines ; toutefois ils n’ont pas saisi que cette structure est reproductible à l’infini, donnant lieu, à chaque fois, à un nouveau séparateur : unités, dizaines et centaines de *mille*, unités, dizaines et centaines de *millions*, etc.

On note combien la réalisation d’un lien entre syntaxe orale et positionnelle est difficile pour ces enfants.

Les items suivants, pourtant plus complexes sont souvent mieux réussis , par exemple pour 56 032 412, le séparateur “million” vient guider les enfants dans leur notation.

Les items “milliards” ( 1 400 030 000 par exemple) sont également souvent mieux réussis : ils ne requièrent pas autant de compétences combinatoires malgré leur longueur.

#### **5.3.4 Comparaison des deux modalités**

Les épreuves de transcription permettent d’évaluer la numération de position sur deux versants : expressifs et réceptifs. Il est alors intéressant de comparer les résultats d’un enfant à ces épreuves.

En effet la plupart des enfants réussissent mieux l’épreuve de transcription que de lecture de nombres. La manipulation des petits personnages permet de les rendre acteurs de la construction du nombre : ils évitent de fait de nombreuses erreurs liées à une trop grande précipitation en lecture (oubli d’un chiffre, d’un ou plusieurs personnages, etc.).

De plus, la mémoire de travail est moins sollicitée dans l'épreuve de transcription, puisque nous pouvons répéter les nombres autant de fois qu'il leur est nécessaire ; alors qu'en lecture, la construction de longues séquences surcharge souvent la mémoire de travail. Ils omettent alors des éléments ou en substituent. Toutefois, des difficultés de mémoire auditivo-verbale peuvent venir également pénaliser leur score en transcription ; en effet, quelques enfants, dans l'impossibilité même de répéter les nombres proposés, ont échoué cette épreuve.

# II Discussion

## 1 Synthèse du travail effectué

### 1.1 Problématique et hypothèse

Notre travail avait pour but de modifier et d'étalonner l'épreuve créée en 2009 par Valérie Servat dans le but d'évaluer la numération positionnelle chez les enfants du CE2 au CM2. L'objectif étant alors de pouvoir situer un enfant par rapport à la norme des enfants de sa classe.

Aussi, nous avons modifié les épreuves de ce test et les avons étalonnées sur une population constituée de 122 enfants du CE2 au CM2, après avoir effectué un pré-test et un pré-étalonnage.

Nous avons choisi de présenter les résultats obtenus sous forme de percentiles, déciles, et quartiles, afin de s'adapter au mieux à la distribution des résultats bruts.

Nous avons effectué une analyse qualitative mettant en évidence les différents types d'erreurs commises par les enfants et leurs causes probables.

Ceci permet de situer un enfant par rapport aux résultats obtenus par les enfants d'une même classe, et ainsi, de mettre ses difficultés en évidence.

Toutefois, toutes les épreuves ne sont pas suffisamment sensibles pour permettre cette comparaison, le pouvoir discriminant du test n'est pas optimal.

**Aussi notre hypothèse de travail n'est pas complètement validée.**

### 1.2 Objectifs de travail

Les objectifs de ce travail se distribuaient en deux parties :

- remanier les épreuves dans le but d’améliorer leur sensibilité. Une épreuve sensible permet d’obtenir une distribution des résultats discriminant les individus, et ainsi de les situer par rapport à une norme de référence.
- étalonner ces épreuves sur une population suffisante et adaptée aux objectifs du test afin d’obtenir des normes exploitables.

Ces objectifs ont été partiellement remplis :

Toutes les épreuves ne sont pas sensibles : l’épreuve 1 n’est sensible sur aucune des classes testées. Les autres épreuves sont sensibles pour toutes les classes.

Les modifications apportées au test se sont révélées pertinentes puisqu’elles ont permis d’améliorer la sensibilité de certaines épreuves, néanmoins elles demeurent insuffisantes, puisque toutes les épreuves ne sont pas sensibles pour toutes les classes.

L’étalonnage a permis la construction de normes de référence sous forme de percentiles et déciles, toutefois celles-ci sont à considérer avec prudence, au vu du défaut de sensibilité de certaines épreuves et de la population qui les constitue (cf partie 2.1).

## 2 Réflexions méthodologiques

Dans cette partie, nous allons aborder les caractéristiques de notre travail, au niveau de la méthodologie utilisée. Les contraintes méthodologiques sont rigoureuses lors de la construction d’un test, elles permettent aux professionnels qui l’utilisent de s’assurer de ses propriétés.

Nous avons vu dans la partie 1 les particularités méthodologiques de la construction d’un test. Nous les reprendrons dans cette partie et dégagerons les limites de ce travail.

### 2.1 L’échantillonnage

La sélection de la population s’est avérée difficile, les professionnels intervenant avec les enfants se montrant souvent réticents vis à vis de notre demande. Aussi cette démarche, ainsi que les formalités administratives en découlant, se sont révélées coûteuses en temps.

L’échantillon étant nécessairement restreint, de par l’importance de la population de référence et des contraintes matérielles de ce travail, sa représentativité n’est pas optimale. La taille de la population de référence est considérable : il s’agit de tous les enfants français scolarisés au cycle 3. Les conditions

matérielles telles que : durée de l'étude, difficultés de recrutement, emploi du temps peu flexible, etc. ont également limité la taille de l'échantillon.

Outre sa limite en nombre, les conditions de son recrutement peuvent constituer un biais supplémentaire. En effet, seulement certaines écoles se sont montrées volontaires et tous les parents n'ont pas donné leur accord : nombre de parents ont refusé la passation du test par leur enfant. Cette sélection, indépendante de notre volonté, a pu influencer la nature de l'échantillon testé.

Les conditions de passation, en école ou accueil de loisirs, sont différentes des conditions de bilan orthophonique, l'état d'esprit des enfants également. Dans le cadre de notre travail, tous les enfants, ou presque, viennent nous rencontrer, et cette rencontre ne se fait pas dans le but de mettre en évidence leurs difficultés (et compétences) comme c'est le cas lors du bilan orthophonique. L'état d'esprit diffère alors, les enfants se sentent plus en confiance. De plus, le cadre scolaire leur est tout à fait familier, ils n'éprouvent donc pas les mêmes réserves que lors du bilan orthophonique, en cabinet ou en institution.

Enfin, les critères retenus dans le choix de l'échantillonnage sont subjectifs : École ZEP, sexe, milieu de vie. Ils ne permettent pas forcément de construire un échantillon représentatif en tous points de la population concernée (enfants du CE2 au CM2). De plus, leur répartition au sein de l'échantillon n'est pas proportionnelle à celle de la population de référence. Pour cela, il nous aurait fallu savoir les pourcentages d'enfants scolarisés en ZEP, en milieu urbain et leur genre au sein de la population française (population pour laquelle ce test est destiné).

Toutefois, ces biais de recrutement sont inhérents à la construction de nombreux tests ; et, même si l'échantillonnage est construit au plus près de la population de référence, les caractéristiques de celle-ci ne sont seulement qu'inférées.

## **2.2 L'étalonnage**

La réalisation de l'étalonnage s'est effectuée sur différents lieux d'accueil des enfants entre décembre et mars 2013.

Cette répartition entre des structures scolaires et de loisirs nous a permis de construire un échantillonnage probablement plus représentatif. En effet, les enfants n'avaient pas la même motivation selon les structures : à l'école, les enfants se montraient enthousiastes à l'idée d'une interaction duelle et hors du temps de classe ; en revanche, en accueil de loisirs, la passation suscitait moins d'envie et de curiosité. Ainsi, tout comme différents enfants peuvent présenter des degrés de motivation divers lors d'un bilan orthophonique, l'échantillon comporte des enfants dans des situations multiples.

Quel que soit le lieu d'accueil dans lequel nous sommes intervenus, il a été nécessaire :

- d'expliquer notre intervention dans l'établissement, aux enseignants et aux éducateurs, mais aussi aux enfants. En effet, même si ces derniers n'osaient pas nous interroger, ils n'en demeuraient pas moins très curieux à notre égard. Certains ont même pu se montrer angoissés lors de notre venue. Cette démarche a donc été l'occasion de faire connaître notre profession, de détailler notre rôle dans la prise en charge logico-mathématique, d'indiquer l'intérêt d'un bilan orthophonique.
- d'expliquer l'objectif de notre travail de recherche, sans oublier de préciser qu'il ne constituait en rien une évaluation scolaire, qu'il était anonyme et, de fait, ne donnait lieu à aucun score dont les enseignants ou les parents seraient informés. Il a été difficile pour beaucoup d'enfants d'admettre qu'ils n'obtiendraient aucune note, et nombreux sont ceux qui ont insisté pour que nous leur donnions leur score.
- de rassurer certains enfants lors des passations et d'éviter les situations d'échec. Pour certains enfants, qui ne saisissaient pas le fonctionnement des épreuves ou qui ne parvenaient pas à donner de réponse, nous avons choisi d'interrompre les passations. Nous avons alors préféré entreprendre une nouvelle activité, afin qu'ils restent un temps suffisant avec nous et ne rentrent pas trop tôt dans le groupe, ce qui aurait assurément provoqué des réactions des autres enfants. Ces enfants étaient souvent en grande difficulté scolaire selon les enseignants, et rencontraient de nombreuses difficultés.

## 2.3 Les modifications

Apporter des modifications à un test précédemment élaboré s'est révélé complexe. En effet, il nous a fallu comprendre parfaitement le test : le but de chaque épreuve, le choix des items, le choix des formulations de consignes, etc. Il a également été nécessaire de connaître les fondements théoriques à l'origine de ce travail. Rencontrer son auteur a donc permis de mieux préciser l'utilisation du test, ses objectifs et ses fondements.

Aussi, après avoir pris connaissance des caractéristiques du test et de ses limites, nous avons proposé des modifications, en lien avec les résultats obtenus lors du pré-étalonnage réalisé en 2009. Nous nous sommes basée sur la sensibilité des résultats obtenus, et avons ainsi cherché à améliorer le pouvoir discriminant des items. Ce test étant destiné à compléter des épreuves logiques et mathématiques existantes, il nous a paru important de ne pas accroître son temps de passation, à savoir de 30 minutes environ initialement.

Les modifications apportées ont permis d'améliorer la sensibilité des épreuves.

Toutefois, **l'épreuve 1** (découpage de nombres) n'est pas suffisamment sensible et ce, quelle que soit la classe évaluée. Les modifications de la consigne, la complexification (ou simplification) des items n'ont pas suffi à obtenir des résultats correctement répartis. La nature des items ne permet pas de discriminer les enfants lors de cette épreuve : si le mécanisme de découpage est acquis, ils peuvent l'appliquer convenablement, quels que soient les items proposés. Ainsi, la modification des items, l'accroissement de leur nombre, ne permet pas, infailliblement, d'augmenter le pouvoir discriminant d'une épreuve.

## 2.4 La transformation des scores

L'une des dernières étapes de notre travail a été la transformation des scores bruts en scores "de référence". Bien que la plupart des épreuves soient sensibles, la distribution des scores s'avère asymétrique. Certaines courbes obtenues ne correspondent pas à une courbe dite "*gaussienne*" : les résultats ne se distribuent pas *normalement*.

L'asymétrie de la distribution des résultats est, pour la plupart des épreuves (7/12), négative. C'est-à-dire que les valeurs de la médiane et de la moyenne ne coïncident pas : la moyenne est inférieure à la médiane. Dans ce cas, la sensibilité est plus importante dans les scores faibles.

Nous avons donc choisi de présenter les résultats sous formes de percentiles. L'échantillon ne comportant que 40 enfants par classe, nous avons décidé d'établir sept divisions seulement. Cette présentation permet à l'examineur de comparer très rapidement les résultats obtenus à chaque épreuve par un enfant à ceux de sa classe. Et ainsi de lui fournir immédiatement un aperçu de sa situation au sein de la distribution des résultats.

## 3 Discussion des résultats et confrontation aux données de la littérature

Le travail effectué a permis le recueil d'un grand nombre de données, tant au niveau qualitatif que quantitatif.

### 3.1 Les résultats obtenus

Les analyses qualitatives et quantitatives ont mis en évidence divers éléments.

### 3.1.1 Le support utilisé

Le matériel s'est avéré être un support relativement ludique plaisant aux enfants. La manipulation des personnages a été beaucoup appréciée et commentée par les enfants : animaux préférés, dessins, etc. Cela a contribué à l'instauration d'un échange avec eux et donne à la passation un caractère plus plaisant.

Les deux épreuves écrites (découpage et décomposition de nombres) n'ont pas déplu aux enfants malgré leur présentation plus rigoureuse : la plupart, reconnaissant des exercices proposés en classe étaient fiers de nous faire part de leurs compétences. Les enfants plus en difficulté étaient rassurés quant à leur performance : nous leur disions qu'ils faisaient de leur mieux et que c'était le plus important.

### 3.1.2 Comparaison de différentes épreuves

La comparaison entre les résultats obtenus aux différentes épreuves est également intéressante, elle est globalement homogène mais certains enfants obtiennent des résultats différents entre les différentes épreuves.

#### Épreuves écrites et épreuve de transcodage

Les deux épreuves écrites peuvent être mieux réussies que les épreuves de transcodage : ces épreuves écrites, plus scolaires, peuvent refléter également les capacités de l'enfant à mémoriser des types d'exercice et à plaquer des mécanismes appris. Certains enfants ont pu verbaliser ces mécanismes, à l'épreuve de découpage de nombres par exemple : "là, je découpe de trois en trois et je commence à droite, c'est facile, on l'a vu il n'y a pas longtemps".

Néanmoins cette différence peut être liée également à l'intérêt de l'enfant : certains manifestent verbalement leur impatience de passer aux épreuves suivantes et, peut-être, négligent l'épreuve en cours.

#### Épreuves de transcodage

Les deux épreuves de transcodage permettent de comparer deux versants : production et lecture. L'épreuve de lecture apparaît en premier et donne ainsi l'occasion à l'enfant d'appréhender le matériel et son utilisation. La plus grande part des enfants manifeste des compétences homogènes sur ces deux versants. Une différence entre ces deux épreuves doit être relevée, et s'il est possible, interprétée.

Il serait intéressant de comparer les performances à ces épreuves à des épreuves de transcodage sur du matériel familier : *i.e.* des chiffres arabes. L'échec à l'épreuve de transcodage à l'aide des personnages,

malgré la réussite d'une épreuve de transcodage plus classique permettrait de mettre en évidence les capacités de l'enfant à appliquer les règles vues en classe ou mémoriser des structures de nombres qu'il rencontre fréquemment sans toutefois accéder à la compréhension de construction du nombre.

## Épreuve 1

L'analyse statistique a montré que cette épreuve n'était pas suffisamment sensible, quelle que soit la classe étudiée. L'analyse qualitative a révélé que la réussite des épreuves n'était pas toujours le signe d'une bonne compréhension de la construction du nombre mais, parfois, seulement de l'application d'un mécanisme de découpage sans signification.

La modification de la consigne (explicitation orale de ce qui est attendu de l'enfant à l'aide d'un exemple), du nombre et de la difficulté des items n'a pas suffi à améliorer la répartition des résultats.

Il serait donc intéressant de modifier cette épreuve. Plusieurs remaniements sont possibles :

- modifier sa présentation, dans le but d'amener l'enfant à découper spontanément le nombre selon les besoins de la tâche,
- réduire le nombre d'items et lui demander d'explicitier le sens de sa démarche,
- substituer cette épreuve par une nouvelle, nécessitant l'application des mêmes compétences. Par exemple une tâche de transcodage de grands nombres arabes sans espaces, comme de la lecture ou de l'écriture sous une forme telle que nous l'avons proposée avec les personnages, en observant les stratégies mises en place par l'enfant.

## Le temps de passation

De par le retrait d'une épreuve, le temps de passation a réduit par rapport au pré-étalonnage réalisé en 2009. Il est désormais de 25 minutes selon les enfants, parfois moins.

Ce temps demeure considérable, au vu du temps de réalisation d'un bilan orthophonique. Étant donné que ce test est destiné à compléter des évaluations classiques, il pourrait être intéressant de diminuer son temps de passation.

## 3.2 Perspectives évaluatives

L'analyse quantitative et qualitative peut donner des indications sur des investigations supplémentaires à réaliser.

Un enfant commettant beaucoup d'erreurs lexicales et se perdant dans le dénombrement des animaux

placés dans les maisons peut rencontrer des difficultés d'ordre visuel, visuo-spatial ou praxique ; il est dans ce cas judicieux de vérifier ses capacités dans ces domaines. De la même façon, un enfant présentant des difficultés à manier les personnages et à les placer dans les cases peut nécessiter ce type d'investigations.

Un enfant demandant sans cesse de répéter, opérant une analyse de la séquence orale nombre par nombre dans l'épreuve de transcription de nombres peut rencontrer un déficit de mémoire de travail ; notamment au niveau de la boucle phonologique.

Un enfant peinant à élaborer ou à répéter un nombre peut également rencontrer des problèmes de langage oral. En effet, le langage nécessite aussi une programmation syntaxique élaborée, bien que les règles en soient différentes.

Des considérations plus générales sur l'attitude de l'enfant peuvent nous amener à proposer l'intervention d'autres professionnels tels qu'un psychologue ou un pédopsychiatre : enfant angoissé, très inhibé, instable.

Enfin des difficultés massives sur toutes les épreuves peuvent être le signe de difficultés plus globales, qu'il est alors nécessaire d'évaluer, dans le but de préciser les difficultés et d'orienter les différentes prises en charges.

### **3.3 Les données de la littérature**

#### **3.3.1 L'apport des modèles théoriques**

Les modèles théoriques proposent une base de travail pour l'analyse des données recueillies. Par exemple, le modèle ADAPT, développé dans la partie 1.4.3, fournit un cadre théorique à l'analyse des erreurs et tâtonnements relevés dans les épreuves 3 et 4 (épreuve de transcodage). Le détail de la séquence nécessaire à l'écriture d'un nombre arabe, peut être adapté à notre épreuve, et ainsi nous permet de cibler finement le processus qui n'est pas en place. L'analyse des séparateurs "mille" et "cent", lorsqu'ils sont accolés, se révèle complexe pour les enfants ; et c'est alors la mise en place du nombre adéquat d'espaces qui est pénalisée. Le recours aux formes directement accessibles en mémoire à long terme est possible chez beaucoup d'enfants et fortement utilisé pour les nombres inférieurs ou égaux à trois chiffres.

### 3.3.2 Les données de la littérature

Certaines données recueillies peuvent être comparées avec quelques résultats de la littérature. Bien que l'on ne note aucune étude utilisant un support similaire, les données obtenues lors des épreuves 3 et 4 peuvent faire l'objet d'une confrontation aux données issues de différentes recherches, puisqu'elles examinent le transcodage chez l'enfant.

Les recherches reportées dans la première partie concernant le transcodage mettaient en avant différents points :

- **La prédominance des erreurs syntaxiques sur les erreurs lexicales.** Nous retrouvons ce résultat aux épreuves 3 et 4. Les erreurs commises par les enfants sont très majoritairement des erreurs syntaxiques. C'est la combinaison des différents noms de nombres qui les met en grande difficulté, et ce d'autant plus que les nombres sont longs et contiennent des unités irrégulières.

Toutefois, la nature du support utilisé est différente des études précédemment réalisées, qui utilisaient le transcodage d'une forme orale à une forme arabe, et inversement. Dans la première tâche (de "lecture") la reconnaissance ou le dénombrement des personnages dans les cases nécessitent davantage d'efforts de la part de l'enfant et davantage d'implication de la mémoire de travail que dans une tâche de lecture de nombres arabes.

Il est à noter que les processus de subitizing ou d'estimation, vus dans la partie I.1.3, sont relativement peu utilisés. Les enfants (notamment les plus jeunes) préfèrent dénombrer les personnages présents dans chaque maison au lieu de déterminer leur quantité en s'appuyant sur les figures visuelles formées par la place des animaux dans les cases.

Sans doute la reconnaissance du cardinal d'une collection sur une base perceptive figurale (par exemple un carré formé par les personnages vaut 4 ou 9, un rectangle vaut 2, 3 ou 6) n'est-elle pas encore en place à cet âge.

- **Des erreurs plus fréquentes en transcription qu'en production.** De nouveau, la particularité des supports utilisés nous amène à nuancer ces résultats. En effet, l'ordre de présentation a sans doute une influence : la tâche de lecture précédant celle de transcription. De plus, en transcription, la répartition manuelle des animaux dans des cases déjà définies guide l'enfant et influence sans doute ses résultats.
- Lors de la tâche de "lecture" de nombres, les mêmes **types d'erreurs** que ceux décrits auparavant dans la littérature sont retrouvés. En effet la majorité des erreurs sont du type :

- fragmentation du nombre à lire. Par exemple “1 170 430” lu “un million, cent mille, soixante-dix mille, etc.”
- omissions. Par exemple “617 112” lu “six cent mille cent douze”. Les enfants ont tendance à omettre (ou négliger) les éléments les mettant le plus en difficulté.
- utilisation d’un mauvais multiplicateur. Ce type d’erreur est plus rare dans notre étude et concerne majoritairement les plus grands nombres : par exemple “9 624 231” peut être lu “neuf milliards, six cent vingt-quatre mille deux cent trente et un.
- **La présence de zéro est également une cause d’erreurs.** Certains enfants sont en difficulté pour élaborer une séquence orale tout en tenant compte des cases demeurées vides. Cela peut conduire à des erreurs du type “1 170 430” lu “un million cent dix-sept mille quatre cent trente”. En transcription ces erreurs sont moins fréquentes, toutefois elles peuvent conduire à des productions du type “56 032 412” transcrit par “5 632 412”.
- **Enfin, la non transparence des séquences numériques orales utilisées pénalise les enfants.** Les séquences irrégulières (73 000 par exemple) sont sujettes à de nombreuses erreurs, en transcription comme en lecture. Les enfants dénombrant sept perroquets, ont des difficultés à les associer à une séquence du type “soixante-dix mille”. L’association d’une telle séquence avec la séquence “trois mille” représentée par les trois oiseaux est encore plus délicate. De nombreux enfants parvenus à “soixante-dix mille” peinent à effectuer cette nouvelle combinaison, considérée même parfois comme impossible.

## 4 Limites et perspectives

Ce travail a permis la modification et l’étalonnage de quatre épreuves ayant pour but d’évaluer la numération positionnelle. Les parties précédentes ont pu mettre en avant certaines limites à notre travail, au niveau méthodologique, pratique, ou encore au niveau des résultats.

Dans cette partie nous dégagerons les limites liées au contenu des épreuves et les perspectives que nous pourrions apporter à notre test, en vue d’améliorer ses possibilités d’évaluation.

### 4.1 Épreuve chiffres et nombres

Cette épreuve a été massivement échouée lors du pré-étalonnage, ce qui nous a conduit à la retirer du test. En effet les modifications apportées afin d’en améliorer la réussite ont échoué, et les enfants

n'ont pas su répondre correctement à cette tâche.

Toutefois, des modifications telles qu'une présentation des réponses attendues à chaque fin d'item auraient peut-être permis aux enfants de mieux saisir ce qu'il était attendu.

## 4.2 Épreuve écrite

Le test ne comporte pas d'épreuve d'écriture ou de lecture de nombres, comme on peut le voir dans la littérature étudiant la numération positionnelle ou le transcodage.

Il serait intéressant d'introduire une épreuve de ce type, dont les items correspondraient à ceux proposés aux épreuves 2 et 3. Cela permettrait à l'examineur de voir l'influence d'un matériel nouveau sur les performances de l'enfant : s'est-il véritablement saisi du système positionnel ou bien applique-t-il seulement des automatismes sans sens véritable ?

## 4.3 Tester le regroupement en bases

Afin de tester la compréhension de l'organisation du système numérique en bases, il aurait pu être également intéressant de lui faire manipuler des unités non significantes (baguettes de bois par exemple). Une tâche où l'enfant, confronté au nombre important d'éléments, aurait pu avoir recours au regroupement afin de faciliter ses démarches.

En effet, une tâche dans laquelle l'enfant serait privé de référence scolaire et conventionnelle pourrait être intéressante. Cela permettrait d'étudier la façon dont l'enfant se saisit spontanément de cet outil qu'est la numération positionnelle et comment il s'appuie sur ses propriétés pour faciliter ses dénombrements, ses calculs, etc.

## 4.4 Les décimaux

Les passations du test ont montré combien la compréhension des décimaux était source de difficulté chez les enfants. Les items décimaux ont été retirés des épreuves pour les CM1 dès les pré-tests, car, même lorsqu'ils les avaient vus en classe, cette notion était bien trop récente et confuse pour ces derniers.

Même pour les enfants de CM2, les nombres décimaux constituent un point complexe, et beaucoup n'ont pas accès à leur sens, malgré de bonnes compétences par ailleurs.

Aussi il pourrait être intéressant d'évaluer la compréhension de cette notion sans utiliser de référence trop formelle comme les dixièmes, centièmes, etc. mais plutôt sous une forme concrète, manipulable (création de nombres décimaux à l'aide de matériel modelable par exemple). Cela donnerait l'opportunité

d'évaluer si l'enfant se saisit des compétences liées au système positionnel acquises pour résoudre les problèmes proposés ; s'il perçoit la nécessité d'une représentation décimale et s'il peut mettre en place des stratégies afin d'élaborer un nombre décimal à partir d'éléments non significatifs. Enfin l'examineur pourrait l'interroger afin de savoir comment l'enfant est capable de mettre en lien ce type de tâche avec l'apprentissage formel des nombres décimaux.

On pourrait, de la même façon, avoir recours à des tâches de mesure, requérant l'utilisation d'un système métrique réel ou fictif puisque ce dernier se base sur un système positionnel.

## **4.5 Population**

Il pourrait être également pertinent d'étendre la population à laquelle s'adresse ce test. Proposer ce test à des jeunes de sixième et de cinquième serait l'occasion d'évaluer comment ces derniers manipulent le système positionnel, une fois que l'apprentissage formel et systématique de celui-ci est abouti.

Au niveau qualitatif, cela nous indiquerait si les résultats augmentent significativement par rapport à la classe de CM2, et si les items proposant des nombres décimaux sont plus réussis. En effet, cet apprentissage est encore récent pour eux : ils commencent l'étude des nombres décimaux au cours de la classe de CM1, et peu d'enfants testés réussissent les items concernés.

Cela permettrait également d'observer si de nouvelles stratégies sont mises en place, ou si certaines procédures (telles que dénombrement des animaux dans les maisons, construction de la séquence orale du nombre, etc.) s'automatisent. Nous pourrions également constater si la durée de l'épreuve diminue et si les demandes de répétitions se font moins nombreuses.

# **5 Apports de ce travail**

## **5.1 Au niveau de la recherche**

Ce travail constitue la poursuite d'un test évaluant la numération de position chez les enfants du CE2 au CM2. La numération de position, acquis indispensable à l'exercice des mathématiques à l'école comme au quotidien, s'apprend à l'école. Toutefois, des difficultés dans le domaine logico-mathématique peuvent conduire à des difficultés de compréhension de ce principe. Afin de ne pas pénaliser les apprentissages ultérieurs, reposant sur l'application de ce principe, il est nécessaire de diagnostiquer au plus tôt les difficultés de l'enfant avant de les prendre en charge.

Ce travail apporte donc une modeste contribution à l'évaluation des compétences mathématiques en orthophonie chez l'enfant. Il fournit à l'examineur une indication précise et rapide sur la compréhension de l'enfant du principe positionnel, sur plusieurs modalités.

Outre cette information, il donne l'opportunité de voir comment l'enfant adapte ses acquis face à un matériel nouveau, comment il appréhende les difficultés qu'il rencontre et quelles stratégies il met en place.

Enfin, il renseigne également sur de nombreux paramètres pouvant venir parasiter les performances recueillies : capacités en mémoire de travail, capacités attentionnelles, raisonnement, apport de la manipulation, attention visuelle, etc. Bien que ces indications ne donnent pas lieu à des scores quantitatifs, leur appréciation qualitative donne l'opportunité à l'examineur de recueillir de nombreuses informations sur le fonctionnement de l'enfant, informations qu'il pourra approfondir dans un deuxième temps.

## **5.2 Réflexions personnelles**

Ce travail, aboutissement de quatre années d'études, nous a donné l'opportunité d'une véritable réflexion sur l'évaluation orthophonique, le domaine logico-mathématique, l'intérêt de la recherche en orthophonie. Il nous a également permis de rencontrer un nombre considérable d'enfants, ainsi que des professionnels différents, d'échanger à propos de nos pratiques et des différents rôles que nous avons auprès des enfants.

### **5.2.1 La construction de test**

Les tests constituent un outil indispensable à la pratique orthophonique. En un temps limité, ils fournissent au professionnel des informations considérables sur l'individu, ses compétences dans le domaine évalué ainsi que ses difficultés. La mise en lien des résultats, aussi bien quantitatifs que qualitatifs, constitue le support de la compréhension des dysfonctionnements du sujet dans ce domaine et permet d'orienter au plus juste la prise en charge.

De fait, leur construction suit des règles rigoureuses. L'enjeu de l'évaluation étant considérable, l'efficacité du test est indispensable. Ce travail nous a donné l'opportunité de mieux saisir le fonctionnement de cet outil de mesure : ses propriétés, sa construction, l'interprétation des scores, ainsi que d'acquérir des connaissances statistiques, outil non négligeable dans l'utilisation des tests au quotidien.

Aussi, connaître la construction du test que nous utilisons est primordiale : sa population de référence, la taille et la nature de l'échantillon testé, la distribution des résultats obtenus, le pouvoir discriminant

des items, etc., afin de s'assurer de ses objectifs en terme d'évaluation, de ses qualités, mais aussi de ses limites. Ainsi, des scores obtenus à un test étalonné sur un échantillon insuffisant, ou dont les résultats bruts sont mal répartis, sont à considérer avec une grande prudence.

L'enjeu diagnostique est notable, il nous faut connaître les limites de l'utilisation du test.

### **5.2.2 L'importance de la recherche en orthophonie**

Si la recherche en orthophonie est parfois moins valorisée que dans le cas d'autres sciences, elle n'en est pas moins fondamentale et indispensable. Ce travail de recherche a mis en évidence nombre de ses enjeux.

La recherche et la formation théorique sont les fondements indispensables à toute pratique clinique. Ce travail nous a conduit à lire, comprendre et synthétiser un pan important de la littérature sur le sujet du nombre, sa construction et son développement. Cette étude s'est révélée extrêmement enrichissante, tant sur le plan du contenu, que sur le plan de la démarche. La revue de littérature a été l'occasion de découvrir le monde de la recherche, d'entrevoir le nombre et la diversité des travaux entrepris dans ce domaine ; mais aussi d'apprendre à rechercher des informations et des articles, les sélectionner et les trier avant de les synthétiser.

Cela nous a permis de mettre en place une démarche, que nous pourrions poursuivre et adapter à des domaines très différents, et ce, tout au long de notre pratique, en vue d'étayer notre exercice clinique.

### **5.2.3 Domaine logico-mathématique**

Ce travail nous a donné l'opportunité d'approfondir nos connaissances dans le domaine logico-mathématiques. Bien que celui-ci soit abordé en formation initiale, cette étude a contribué fortement au développement de nos connaissances.

L'intitulé même du domaine dans lequel nous avons réalisé cette étude nous a interrogé.

#### **Distinction logique mathématique et compétences arithmétiques.**

Le travail réalisé met en avant la nécessité de mieux distinguer les approches logico-mathématique et arithmétique. En effet, si ces dénominations sont presque systématiquement rapprochées, ce sont deux domaines distincts. Basés sur deux conceptions théoriques différentes, ils permettent une approche globale du développement et des difficultés de l'enfant.

L'approche logico-mathématique a été développée par Piaget notamment. Elle s'intéresse aux fondements logiques de la construction du nombre, de la pensée et de l'intelligence ; fondements sur lesquels vont pouvoir s'appuyer les acquisitions ultérieures, en mathématiques notamment.

Les recherches et modèles développés sur les compétences arithmétiques de l'enfant s'attachent à mettre en évidence et à décrire les propriétés des acquisitions mathématiques de ce dernier. Ces modèles s'appuient également sur les apports de l'imagerie cérébrale ainsi que sur l'étude de patients cérébro-lésés.

Les démarches étant différentes, les conclusions et incidences cliniques le sont tout autant. En effet, ils permettent d'évaluer deux types de difficultés : d'une part un déficit logico-mathématique et d'autre part un trouble de calcul.

### **Situation de notre travail**

Notre test se situe davantage dans l'aspect arithmétique des mathématiques, puisqu'il s'attache à mettre en évidence des difficultés dans le domaine de la numération de position, compétence acquise par un apprentissage scolaire long et systématique.

Toutefois, les approches logico-mathématique et arithmétique nous semblent complémentaires, elles permettent d'explorer les capacités de l'enfant dans leur globalité. Et si la numération de position est une compétence mathématique à acquérir, sa compréhension et son application nécessitent des aptitudes logico-mathématiques.

En effet, ces dernières se construisent au cours de différents stades et sont les supports sur lesquels viennent s'ancrer les acquisitions scolaires. Aussi la passation de ce test n'intervient qu'en deuxième intention, lorsque le bilan des compétences logiques de l'enfant met en évidence la solidité de ses acquis logiques.

# III Conclusion

La numération positionnelle et la compréhension du système décimal sont un des fondements des mathématiques.

Ce travail a permis la modification et l'étalonnage d'un test évaluant la maîtrise du système positionnel sur une population de référence. L'analyse de la sensibilité a mis en évidence les épreuves dont le pouvoir discriminant n'était pas suffisant. Les modifications effectuées ont toutefois permis d'améliorer la plupart des épreuves élaborées en 2009.

**Notre hypothèse de travail n'est donc pas totalement vérifiée.**

Toutefois, des tables représentant la répartition des résultats en fonction des épreuves et des classes ont pu être proposées. Elles permettent de comparer les résultats d'un enfant du CE2 au CM2 à ceux obtenus par les enfants scolarisés au même niveau scolaire.

Les analyses quantitative et qualitative permettent de recueillir un grand nombre d'informations sur l'enfant : ses acquis en lien avec la numération positionnelle, ses possibilités de les adapter à différents supports, les stratégies adoptées, ses capacités en calcul, sa compréhension du système décimal.

Si les modifications apportées à ce test, se sont, pour la plupart, révélées pertinentes en améliorant la sensibilité des épreuves, toutes n'ont pas été suffisantes et de nouvelles modifications seraient également intéressantes.

## Références

- [1] Barrouillet, P. [2005], La genèse du nombre chez l'enfant, *in* P. Barrouillet and V. Camos, eds, 'La cognition mathématique chez l'enfant', Solal, Marseille, chapter 2, pp. 37–44.
- [2] Barrouillet, P. [2006], Les troubles de l'arithmétique et la dyscalculie, *in* C. V. Barrouillet, P., ed., 'La cognition mathématique chez l'enfant', Solal, chapter 9, pp. 181–210.
- [3] Barrouillet, P. [2007], Dyscalculie et troubles de l'apprentissage de l'arithmétique, *in* 'Dyslexie, dysorthographe et dyscalculie. Bilan des données scientifiques', INSERM.
- [4] Barrouillet, P., Camos, V., Perruchet, P. and Seron, X. [2004], 'Adapt : A developmental, asemanatic, and procedural model for transcoding from verbal to arabics numerals.', *Psychological review* **111**(2), 368–394.
- [5] Barrouillet, P. and Lépine, R. [2005], 'Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems', *Journal of Experimental Child Psychology* **91**, 183–204.
- [6] Brissiaud, R. [1993], *Comment les enfants apprennent à calculer*, Retz.
- [7] Brissiaud, R. [2007], *Premiers pas vers les maths. Les chemins de la réussite à l'école maternelle.*, Retz.
- [8] *Bulletin officiel de l'éducation nationale, hors série numéro 3* [2008], Education nationale.
- [9] Butterworth, B. [2005], developmental dyscalculia, *in* J. Campbell, ed., 'Handbook of mathematical cognition', Psychology press, New York, pp. 455–468.
- [10] Camos, V. [2006], Les premiers apprentissages, *in* P. Barrouillet and C. V., eds, 'La cognition mathématique chez l'enfant', Solal, Marseille, chapter 4, pp. 71–86.
- [11] Dehaene, S. [1992], 'Varieties of numerical abilities', *Cognition* **44**, 1–42.
- [12] Dehaene, S. and Cohen, L. [2000], Un modèle anatomique et fonctionnel de l'arithmétique mentale, *in* Solal, ed., 'Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres.', M. Pesenti, X. Seron, chapter Un modèle anatomique et fonctionnel de l'arithmétique mentale, pp. 191–226.
- [13] Dehaene, S., Molko, N. and Wilson, A.-J. [2004], 'Dyscalculie le sens perdu des nombres', *La recherche* **379**, 42–46.

- [14] Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. and Cohen, L. [2003], ‘Three parietal circuits for number processing’, *Cognitive Neuropsychology* **20**, 487–506.
- [15] Dessailly, P. [2012], L’apprentissage du nombre et ses vicissitudes. quelques réflexions et suggestions, in EME, ed., ‘Avoir ou pas la bosse des maths? Acquisition normale et pathologique des compétences numériques’, Actes du colloque organisé par la section de logopédie de la Haute Ecole Robert Schuman et la Fédération des Ecoles de Logopédie, pp. 9–33.
- [16] *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders DSM-IV-TR Fourth Edition (Text Revision)* [2000], 4th edn, Washington, DC, American Psychiatric Association.
- [17] Fayol, M. [2012], *L’acquisition du nombre*, Que sais-je ?
- [18] Fayol, M., Marinthe, C. and Barrouillet, P. [2004], ‘Compter sur les doigts, une étape nécessaire’, *La Recherche* **379**, 47–49. Numéro 379.
- [19] Ferguson, G. [1949], ‘On the theory of test discrimination’, *Psychometrika* **14**(1), 61–68.
- [20] Fisher, J.-P. [2009], ‘Six questions ou propositions pour cerner la notion de dyscalculie développementale : La dyscalculie développementale’, *ANAE. Approche Neuropsychologique Des Apprentissages Chez L’enfant* **102**, 117–133.
- [21] Fisher, J.-P. and Charron, C. [2009], ‘Une étude de la dyscalculie à l’âge adulte’, *Economie et statistique* **424-425**, 87–101.
- [22] Geary, D. [2004], ‘Mathematics and learning disabilities’, *Journal of learning disabilities* **37**, 4–15.
- [23] Grégoire, J. [2005], Evaluer les troubles du calcul, in A. Van hout, C. Meljac and J.-P. Fisher, eds, ‘Troubles du calcul et dyscalculies chez l’enfant’, Masson, chapter 18, pp. 309–329.
- [24] Hankins, M. [2008], ‘How discriminating are discriminative instruments?’, *Health and Quality of Life Outcomes* **6**, 36.
- [25] Laveault, D & Gregoire, J. [2002], *Introduction aux théories des tests*, De Boeck.
- [26] Lewis, C., Hitch, G. J. and Walker, P. [1994], ‘the prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10- year-old boys and girls’, *Journal of child psychology and psychiatry* **35**, 283–292.

- [27] Lochy, A. and Censabella, S. [2005], Le système symbolique arabe : acquisition, évaluation, et pistes rééducatives, *in* M.-P. Noël, ed., ‘La dyscalculie, trouble du développement numérique de l’enfant’, Solal, chapter 3, pp. 77–104.
- [28] Manor, O., Shalev, R. S., Joseph, A. and Gross-Tsur, V. [2001], ‘Arithmetic skills in kindergarten children with developmental language disorders’, *European Journal of Paediatric Neurology* **5**(2), 71–77.
- [29] Ménissier, A. [1999], ‘Petites histoires sur l’histoire d’une grande invention : la numération’, *Rééducation orthophonique* **199**, 7–20.
- [30] Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kauffman, L. and Nuerk, H.-C. [2011], ‘Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance. a longitudinal study on numerical development’, *Research in Developmental Disabilities* **32**, 1837–1251.
- [31] Molko, N., Cachia, A., Rivière, D., Mangin, J.-F. and Bruandet, M. [2003], ‘Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin’, *Neuron* **40**, 847–858.
- [32] Noël, M.-P. [2000], La dyscalculie développementale : un état de la question, *in* X. S. M. Pesenti, ed., ‘Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres’, Solal, pp. 59–8.
- [33] Noël, M.-P. [2005a], La représentation sémantique du nombre : son développement et ses troubles, *in* M.-P. Noël, ed., ‘La dyscalculie, trouble du développement numérique de l’enfant’, Solal Marseille, pp. 105–137.
- [34] Noël, M.-P. [2005b], Le transcodage chez l’enfant, *in* A. Van hout, C. Meljac and J.-P. Fisher, eds, ‘Troubles du calcul et dyscalculies chez l’enfant’, Masson, chapter 6.
- [35] Nuerk, H.-C., Weger, U. and Willmess, K. [2001], ‘Decade breaks in the mental number line? putting the tens and units back in different bins’, *Cognition* **82**, 25–33.
- [36] Piaget, J. and Szeminska, A. [1941], *La genèse du nombre chez l’enfant*, Delachaux et Niestlé.
- [37] Price, G. R., Holloway, I., Räsänen, P., Vesterinen, M. and Ansari, D. [2007], ‘Impaired parietal magnitude in developmental dyscalculia’, *Current Biology* **17**, R1042–R1043.
- [38] Rubinsten, O. [2009], ‘Co-occurrence of developmental disorders : The case of developmental dyscalculia’, *Cognitive Development* **24**, 362–370.

- [39] Servat, V. [2009], ‘Elaboration et pré-étalonnage d’un test évaluant la numération de position chez des enfants du ce2 au cm2’, Mémoire de fin d’études, Université de Bordeaux 2.
- [40] Van Hout, A. [2005a], Dyscalculies développementales, *in* J.-P. F. A. Van hout, C. Meljac, ed., ‘Troubles du calcul et dyscalculies chez l’enfant’, Masson, chapter 8, pp. 139–170.
- [41] Van Hout, A. [2005b], Troubles du calcul dans le syndrome de turner, *in* A. Van hout, J.-P. Fisher and C. Meljac, eds, ‘Troubles du calcul et dyscalculies chez l’enfant’, Masson, chapter 15, pp. 255–267.
- [42] Van Hout, G. [2005c], L’apprentissage des nombres naturels, *in* A. Van hout, J.-P. Fisher and C. Meljac, eds, ‘Troubles du calcul et dyscalculies chez l’enfant’, Masson, chapter 1, pp. 9–40.
- [43] Vannetzel, L., Eynard, L.-A. and Meljac, C. [2009], ‘Dyscalculie : une rencontre difficile.’, *ANAE. Approche Neuropsychologique Des Apprentissages Chez L’enfant* **102**, 135–144.
- [44] Von Aster, M. [2000], ‘Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation : varieties of developmental dyscalculia’, *European Child & Adolescent Psychiatry* **9**, S41–S57.
- [45] Von Aster, M. [2009], ‘Le problème de la comorbidité dans les troubles du calcul.’, *ANAE. Approche Neuropsychologique Des Apprentissages Chez L’enfant* **102**, 152–157.
- [46] Zentall, S. [2007], Math performance of students with adhd, *in* D. Berch and M. Mazzocco, eds, ‘Why is math so hard for some children ?’, Paul Brooks publishing company, chapter 11, pp. 219–243.

## Table des figures

1	ADAPT <sup>BASIC</sup> : Procédure de transcodage des nombres jusqu'à 99. <i>Figure tirée de Barrouillet et al. [4].</i> . . . . .	31
2	ADAPT <sup>ADV</sup> : Procédure de transcodage des nombres jusqu'à 999999. <i>Figure tirée de Barrouillet et al. [4].</i> . . . . .	33
3	Représentation schématique du modèle de "triple code". . . . .	42
4	Taille réduite du sillon intrapariétal droit chez les sujets souffrant du syndrome de Turner. . . . .	47
5	Représentation des trois régions évoquées d'après les données des différentes études. . . . .	48

## Liste des tableaux

1	Épreuve 2 initiale, items proposés en fonction des classes. . . . .	68
2	Épreuve 3 initiale, items en fonction des classes. . . . .	69
3	Épreuve 1 finale, items en fonction des classes . . . . .	78
4	Épreuve 2 finale, items en fonction des classes . . . . .	79
5	Épreuve 3 finale, items en fonction des classes . . . . .	80
6	Épreuve 4 finale, items en fonction des classes . . . . .	80
7	Répartition des scores des enfants scolarisés en classe de CE2. . . . .	83
8	Indice de sensibilité selon les épreuves pour la classe de CE2. . . . .	83
9	Répartition des scores des enfants scolarisés en classe de CM1. . . . .	84
10	Indices de sensibilité selon les épreuves pour la classe de CM1. . . . .	84
11	Répartition des scores des enfants scolarisés en classe de CM2. . . . .	85
12	Indices de sensibilité selon les épreuves pour la classe de CM2. . . . .	85

## IV Annexes

Annexe A	Épreuve 1, classes de CE2 .....	I
Annexe B	Épreuve 1, classes de CM1 .....	II
Annexe C	Épreuve 1, classes de CM2 .....	III
Annexe D	Épreuve 2, classes de CE2 et CM1 .....	IV
Annexe E	Épreuve 2, classes de CM2 .....	V
Annexe F	Épreuve 3, classes de CE2, CM1, CM2 .....	VI
Annexe G	Épreuve 4, classes de CE2, CM1, CM2 .....	VII
Annexe H	Recueil des données : classes de CE2 .....	VIII
Annexe I	Recueil des données : classes de CM1 .....	IX
Annexe J	Recueil des données : classes de CM2 .....	X
Annexe K	Planche maison des unités .....	XI
Annexe L	Planche maisons des unités de mille .....	XII
Annexe M	Planche maisons des unités de millions .....	XIII
Annexe N	Planche maison des décimaux .....	XIV
Annexe O	Planche maisons des milliards et des dix-millièmes .....	XV
Annexe P	Vignettes .....	XVI

## Annexe A Épreuve 1, classes de CE2

Découpe les nombres suivants de façon à ce qu'on puisse les lire comme l'exemple :

Exemple : 1 2 4 1 3 6 1 8 → 12 / 413 / 618

2 0 4 6

1 9 4 7 8 3

7 0 3 5 3 2

1 0 0 0 0 0

4 4 4 4 4 4

## Annexe B Épreuve 1, classes de CM1

Découpe les nombres suivants de façon à ce qu'on puisse les lire comme l'exemple :

Exemple : 1 2 4 1 3 6 1 8  $\rightarrow$  12 / 413 / 618

1 9 4 7 8 3

7 0 3 5 3 2

1 0 0 0 0 0 0

4 4 4 4 4 4 4

9 0 9 0 9 0 9 0 9 0

6 0 3 2 5 0 6 4 2 1 5

## Annexe C Épreuve 1, classes de CM2

Découpe les nombres suivants de façon à ce qu'on puisse les lire comme l'exemple :

Exemple : 1 2 4 1 3 6 1 8  $\rightarrow$  12 / 413 / 618

1 9 4 7 8 3

7 0 3 5 3 2

1 0 0 0 0 0 0

4 4 4 4 4 4 4

9 0 9 0 9 0 9 0 9 0

6 0 3 2 5 0 6 4 2 1

2 0 5 6 8 , 8 5 4 7

## Annexe D Épreuve 2, classes de CE2 et CM1

Décompose le nombre comme dans l'exemple :

Exemple :  $324 = 300 + 20 + 4$

$$= 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1 \text{ OU } (3 \times 100) + (2 \times 10) + (4 \times 1)$$

18 = .....

= .....

342 = .....

= .....

103 = .....

= .....

4 021 = .....

.....

= .....

14 358 = .....

.....

= .....

.....

# Annexe E Épreuve 2, classes de CM2

Décompose le nombre comme dans l'exemple :

Exemple :  $324 = 300 + 20 + 4$

$$= 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1 \text{ OU } (3 \times 100) + (2 \times 10) + (4 \times 1)$$

18 = .....

= .....

342 = .....

= .....

103 = .....

= .....

48 021 = .....

.....

= .....

.....

14 358 = .....

.....

= .....

.....

12,154 = .....

.....

= .....

.....

## Annexe F Épreuve 3, classes de CE2, CM1, CM2

Présenter les maisons et les petits personnages :

“- On a la maison des unités où un poisson est égal à 1 unité.

- Ici, on a la maison des dizaines où un hippocampe est égal à ... (une dizaine).

- Là, on a la maison des centaines où un requin est égal à ... (une centaine).

- Ça va jusqu'à la maison des unités de milliards où 1 escargot est égal à 1 milliard.”

“je vais mettre des animaux dans les maisons, et tu vas me dire quel nombre ça fait.”

CE2	CM1	CM2
3	3	3
42	42	42
3 258	3 258	3 258
250	250	250
1 170 430	1 170 430	1 170 430
73 047	73 047	73 047
361	361	361
1 000 030 000	2 020 050 100	2 040 030 200
		6 251,43
		382,6
		843,601
		951,813 2

## Annexe G Épreuve 4, classes de CE2, CM1, CM2

“Maintenant, tu vas représenter les nombres que je te dirai avec les petits personnages. Je peux te les répéter autant de fois que tu en as besoin.”

CE2	CM1	CM2
6	20	762
8 203	762	8 203
762	8 203	801
20	801	617 112
801	617 112	56 032 412
9 624 231	56 032 412	9 624 231
617 112	9 624 231	2 040 030 200
1 600 030 000	2 040 030 200	7/10
		426,04
		20,128
		13,104
		23/100

# Annexe H Recueil des données : classes de CE2

**CE2**

Nom :

Prénom :

Age :

Réponses	2046	194783	703532	1000000	4444444
Part de la droite / 0,5					
Découpe tous les 3 chiffres / 0,5					
Note / 1					

Nombres	Observations	Notes / 1
18		
342		
103		
4021		
14 358		

Nombres	Réponses de l'enfant / Observations	Notes / 1
3		
42		
3 258		
250		
1 171 430		
73 047		
361		
1 000 030 000		

Nombres	Réponses de l'enfant / Observations	Notes / 1
6		
8 203		
762		
20		
801		
9 624 231		
617 112		
1 600 030 000		

# Annexe I Recueil des données : classes de CM1

CM1

Nom :

Prénom :

Age :

Réponses	2046	194783	703532	1000000	4444444	9090909090	60325064215
Part de la droite / 0,5							
Découpe tous les 3 chiffres / 0,5							
Note / 1							

Nombres	Observations	Notes / 1
18		
342		
103		
4021		
14 358		

Nombres	Réponses de l'enfant / Observations	Notes / 1
3		
42		
3 258		
250		
1 171 430		
73 047		
361		
2 020 050 100		

Nombres	Réponses de l'enfant / Observations	Notes / 1
20		
762		
8 203		
801		
617 112		
56 032 412		
9 624 231		
2 040 030 200		

# Annexe J Recueil des données : classes de CM2

CM2

Nom :

Prénom :

Age :

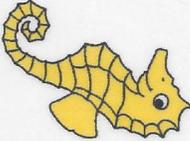
Réponses	2046	194783	703532	1000000	4444444	9090909090	60325064215	20568,8547
Part de la droite / 0,5								
Découpe tous les 3 chiffres / 0,5								
Note / 1								

Nombres	Observations	Notes / 1
18		
342		
103		
48 021		
14 358		
12,154		

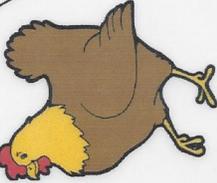
Nombres	Réponses de l'enfant / Observations	Notes / 1
3		
42		
3 258		
250		
1 171 430		
73 047		
361		
2 040 030 200		
6 251,43		
382,6		
843,601		
951,813 2		

Nombres	Réponses de l'enfant / Observations	Notes / 1
762		
8 203		
801		
617 112		
56 032 412		
9 624 231		
2 040 030 200		
7/10		
426,04		
20,128		
13,104		
23/100		

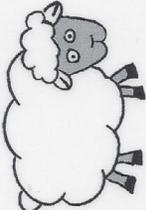
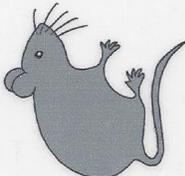
# Annexe K Planche maison des unités

Maison des centaines			Maison des dizaines			Maison des unités		
								
100	100	100	10	10	10	1	1	1
100	100	100	10	10	10	1	1	1
100	100	100	10	10	10	1	1	1

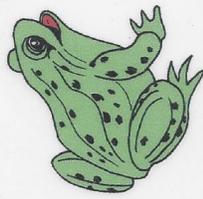
# Annexe L Planche maisons des unités de mille

 <p>Maison des unités de mille</p>	1 000	1 000	1 000
 <p>Maison des dizaines de mille</p>	10 000	10 000	10 000
 <p>Maison des centaines de mille</p>	100 000	100 000	100 000

# Annexe M Planche maisons des unités de millions

 <p>Maison des centaines de millions</p>	100 000 000	100 000 000	100 000 000
 <p>Maison des dizaines de millions</p>	10 000 000	10 000 000	10 000 000
 <p>Maison des unités de millions</p>	1 000 000	1 000 000	1 000 000

# Annexe N Planche maison des décimaux



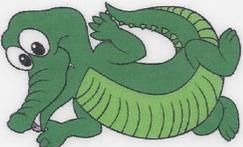
Maison des millièmes

0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001



Maison des centièmes

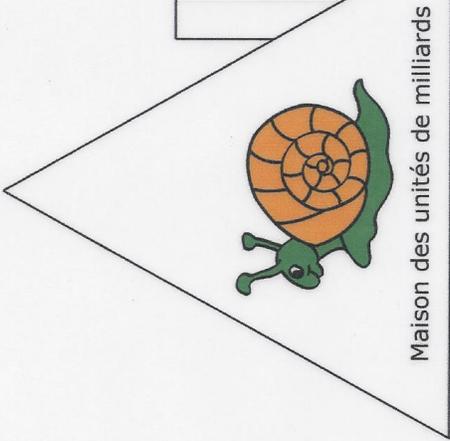
0.01	0.01	0.01
0.01	0.01	0.01
0.01	0.01	0.01



Maison des dixièmes

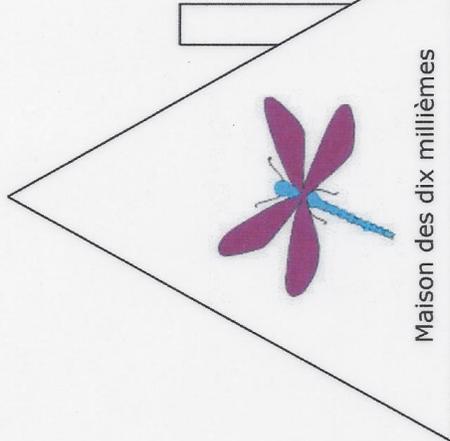
0.1	0.1	0.1
0.1	0.1	0.1
0.1	0.1	0.1

# Annexe O Planche maisons des milliards et des dix-millièmes



Maison des unités de milliards

1 000 000 000	1 000 000 000	1 000 000 000
1 000 000 000	1 000 000 000	1 000 000 000
1 000 000 000	1 000 000 000	1 000 000 000



Maison des dix millièmes

0.0001	0.0001	0.0001
0.0001	0.0001	0.0001
0.0001	0.0001	0.0001

Annexe P Vignettes

