



HAL
open science

Résolution de problèmes arithmétiques simples. Quel rôle joue la commutativité ?

Audrey Sansiquet, Laëtitia Zaitzeff

► **To cite this version:**

Audrey Sansiquet, Laëtitia Zaitzeff. Résolution de problèmes arithmétiques simples. Quel rôle joue la commutativité?. Sciences cognitives. 2013. dumas-00868641

HAL Id: dumas-00868641

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00868641>

Submitted on 30 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADEMIE DE PARIS
UNIVERSITE PARIS VI PIERRE ET MARIE CURIE
MÉMOIRE POUR LE CERTIFICAT DE CAPACITÉ D'ORTHOPHONISTE

**RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES SIMPLES. QUEL
RÔLE JOUE LA COMMUTATIVITÉ ?**

DIRECTEUR DE MÉMOIRE : Michel FAYOL

Année universitaire 2012-2013

Audrey SANSIQUET

Née le : 25/05/1989

Laëtitia ZAITZEFF

Née le : 16/12/1984

ACADEMIE DE PARIS

UNIVERSITE PARIS VI PIERRE ET MARIE CURIE

MÉMOIRE POUR LE CERTIFICAT DE CAPACITÉ D'ORTHOPHONISTE

**RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES SIMPLES. QUEL
RÔLE JOUE LA COMMUTATIVITÉ ?**

DIRECTEUR DE MÉMOIRE : Michel FAYOL

Année universitaire 2012-2013

Audrey SANSIQUET

Née le : 25/05/1989

Laëtitia ZAITZEFF

Née le : 16/12/1984

Dédicaces et Remerciements

Nous souhaitons remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire :

Tout d'abord un immense et sincère merci à Monsieur Fayol pour l'aide et le temps qu'il nous a consacrés et les conseils délivrés tout au long de la réalisation de ce projet.

Un formidable et double merci à Madame Mirassou, dans un premier temps pour nous avoir orientées vers Monsieur Fayol puis pour avoir accepté de tenir le rôle de rapporteur.

Aux enfants qui ont accepté avec bonne volonté (enfin, la plupart des fois) de répondre à toutes ces questions, aux parents qui ont autorisé leurs culottes courtes à participer, aux professeurs qui nous ont ouvert sans hésitation la porte de leur classe, aux directrices qui nous ont accueillies au sein de leur école, merci d'avoir rendu cela possible ! Vous rencontrer fut un plaisir.

Sans oublier nos amis, qui ont également répondu à toutes ces questions brillamment : un phénoménal merci.

À Cécile, un merci tout particulier pour tous tes contacts et ton forfait !

Un tendre merci à maman, maman et Sammy pour leurs précieuses relectures de ce mémoire.

Un chaleureux merci à nos maîtres de stage et particulièrement à Carole Varin, pour le soutien et les conseils donnés durant toute cette année.

Merci à nos familles pour les encouragements et tout le reste.

Un merci spécial au déroulé, au point virgule et à Perceval ! Aux crumbles aux pommes et aux crêpes ! Sans oublier le japonais d'en bas, pour son délicieux saumon.

Enfin un détonant merci à notre binôme d'enfer qui a été d'une efficacité exemplaire, du moins la plupart du temps !! Complémentarité, solidarité et caramel au beurre salé.

Table des matières

INTRODUCTION (co-écrit)	1
PARTIE THEORIQUE	3
I. La résolution des additions simples (Laëtitia Zaitzeff)	3
1. Définitions	3
2. Les stratégies de résolution des additions	3
3. L'évolution des stratégies.....	5
II. La résolution de problèmes additifs	6
1. Les situations problèmes (co-écrit)	6
2. Les problèmes verbaux (co-écrit).....	7
2.1. Définition	7
2.2. Qu'est ce qui définit le réalisme d'un problème ?	8
3. Le rôle du langage (co-écrit)	9
3.1. La composition d'un problème	9
3.2. La sémantique des problèmes	10
3.3. La formulation des énoncés	11
3.4. L'impact de la compréhension des énoncés.....	13
4. Les autres aspects causant des différences de performance (co-écrit).....	14
4.1. Les opérations arithmétiques.....	14
4.2. La mémoire de travail	15
4.3. Les conditions de résolution	16
4.4. Le Word Problem Schema	16
5. La résolution des problèmes arithmétiques (Audrey Sansiquet).....	17
5.1. En amont de la résolution.....	17
5.1.1. Les connaissances disciplinaires.....	17
5.1.2. Les stratégies d'autorégulations métacognitives	18
5.2. Les procédures de résolution.....	19
5.3. Les modèles de résolution.....	20
5.4. Les schémas de résolution.....	21
5.5. Modèle mental ou schéma ?	22
III. Programmes scolaires (Audrey Sansiquet)	23
1. Programmes de l'école maternelle	23

2. Programmes du CP et du CE1	24
IV. Les troubles du calcul chez l'enfant (Laëtitia Zaitzeff).....	25
1. Une définition ? Des critères diagnostiques ?	25
2. Prévalence et facteurs génétiques.....	26
3. Troubles associés.....	26
4. Nature des troubles du calcul	27
5. Classification cognitive de Van Aster	28
PROBLÉMATIQUE (co-écrit).....	29
HYPOTHÈSES (co-écrit).....	30
PARTIE PRATIQUE (co-écrit).....	31
I. Méthodologie	31
1. Participants	31
2. Conditions de passations	32
3. Matériel	32
II. Analyses statistiques des résultats	34
1. Analyse globale	35
1.1. Effet du niveau scolaire	35
1.2. Effet du type de problèmes	35
1.3. Effet de l'ordre de présentation des opérandes	35
1.4. Effet de la distance entre les opérandes	36
1.5. Interactions.....	36
2. Analyses par niveau	38
2.1. GSM.....	38
2.2. CP.....	39
2.3. CE1.....	40
3. Cas des adultes	41
III. Analyse qualitative et études de cas	42
1. Analyse qualitative	42
1.1. Les erreurs de calcul.....	42
1.2. Les différentes méthodes relevées	45
1.2.1. Devinettes et variante	45
1.2.2. Les doigts.....	46
1.2.3. Stratégies mentales : résolution déclarative, calcul mental et décomposition..	47

1.3. Analyses par niveau des méthodes utilisées.....	47
2. Étude de profils d'enfants	49
2.1. Les enfants n'utilisant jamais la commutativité.....	49
2.2. Les enfants utilisant systématiquement la commutativité.....	50
2.2.1. L'emploi systématique de la commutativité au CP	50
2.2.2. L'emploi systématique de la commutativité au CE1	51
2.3. Les enfants utilisant parfois la commutativité	51
2.3.1. L'emploi partiel de la commutativité au CP.....	51
2.3.2. L'emploi partiel de la commutativité au CE1.....	52
3. Étude de cas particuliers de l'échantillon.....	53
3.1. Cas de GSM : l'enfant LP 13 : D.	53
3.2. Cas des meilleurs des GSM : PC-12 (T.) et PC 13 (L.)	54
3.3. Cas du CP : LP 10 : G.	55
3.4. Cas du CP : PC 9 : Z.	55
3.5. Cas du CE1 : PC 7 : A.	56
3.6. Cas du moins bon des CE1 qui utilise systématiquement la commutativité	57
4. Étude de cas particuliers : les enfants dyscalculiques	57
4.1. Cas n°1 : V.	57
4.2. Cas n°2 : A.	59
4.3. Cas n°3 : K.	60
4.4. Cas n°4 : M.	61
DISCUSSION (co-écrit).....	64
I. Validation des hypothèses	64
II. Limites de l'étude	66
III. Pistes éducatives et rééducatives	67
CONCLUSION (co-écrit).....	69
BIBLIOGRAPHIE	71
ANNEXES	79

Liste des graphiques et tableau :

Répartition de la population selon les classes et le sexe	31
Effet de la distance entre opérandes en fonction du niveau scolaire	37
Effet de l'ordre de présentation sur la distance entre opérandes	38
Interaction entre l'ordre de présentation et la distance entre opérandes au C.P.	40
Interaction entre l'ordre de présentation et la distance entre opérandes au C.E.1	41
Répartition des erreurs de calcul selon les classes	43
G.S.M. : les enfants utilisant plusieurs stratégies	48
G.S.M. : les enfants utilisant une seule stratégie	48
C.P. : les enfants utilisant plusieurs stratégies	48
C.P. : les enfants utilisant une seule stratégie	48
C.E.1 : les enfants utilisant plusieurs stratégies	49

Liste des abréviations :

GSM : grande section de maternelle

CP : cours préparatoire

CE1 : cours élémentaire n°1

DysC : enfants dyscalculiques

P/G : ordre de présentation des opérandes : petit en premier, grand en second

G/P : ordre de présentation des opérandes : grand en premier, petit en second

F : F de Snédécour (test statistique)

CMe : carré moyen d'erreurs

p : probabilité

INTRODUCTION

Résoudre un problème revient à répondre à une question mathématique, posée au sein de la description verbale d'une situation qui peut par ailleurs être vécue. Les énoncés de problèmes permettent donc aux questions mathématiques d'être contextualisées. Tous les problèmes ne sont pas identiques ; il existe des problèmes simples et des problèmes complexes. Pour résoudre un problème simple, un seul calcul suffit ; alors que pour résoudre un problème complexe on doit en faire plusieurs. Il existe aussi différentes catégories de problèmes ; ceux de transformation, à état et de comparaison.

La résolution de problème occupe un espace important à l'école. Tout d'abord, les professeurs vérifient la bonne compréhension et la stabilité des apprentissages mathématiques en les proposant dans des problèmes. La résolution de problème constitue également un moyen de construire le sens des opérations. Par ailleurs, les problèmes permettent de développer la pensée logique, les capacités d'abstraction ou encore le goût pour la recherche. Ainsi, les performances en résolution de problème sont fondamentales, car nombreuses sont les situations de la vie quotidienne qui requièrent leur mise en œuvre : mettre les couverts à table, aller acheter le pain, ou encore calculer le nombre de pots de peinture nécessaire pour repeindre un mur. C'est la raison pour laquelle l'enseignement de cette compétence commence dès la maternelle et se poursuit tout au long de la scolarité. Malgré ces précautions, il a été observé que de nombreux enfants sont en grande difficulté dans ce domaine.

La résolution de problèmes est une activité mêlant le calcul et le langage. De ce fait, de nombreuses études ont été effectuées à propos du rôle du langage dans la résolution de problèmes. Néanmoins il existe peu d'études concernant le calcul en lui-même et plus précisément l'impact des opérands sur le choix des procédures de résolution utilisées.

Au vu de ces éléments, il nous a semblé important de porter notre attention sur l'influence du statut des nombres et de l'ordre de présentation des opérands, ainsi qu'au rôle que peut jouer la distance entre les deux opérands sur la mise en œuvre des procédures de calcul les plus évoluées.

Après avoir exposé les résultats des travaux déjà effectués dans le domaine de la résolution de problèmes, nous allons présenter notre étude effectuée sur 90 enfants de GSM, CP et CE1 en début d'année scolaire. Notre travail se focalise sur une procédure en particulier qui est la commutativité. L'objectif est d'observer l'évolution de sa mise en œuvre en fonction du niveau scolaire et du calcul mobilisé. Nous souhaitons vérifier si l'influence de différents aspects propres aux opérands est importante quant à l'utilisation de la commutativité et si cette influence est différente en fonction du niveau scolaire. Nous présenterons aussi l'étude de certains profils et le cas d'enfants dyscalculiques.

I : La résolution des additions simples

1. Définitions

L'addition est la première des quatre opérations fondamentales de l'arithmétique enseignée à l'école. Elle trouve son origine dans les notions de juxtaposition et de réunion. Cette opération qui est censée être la plus facile, consiste à réaliser une intention : vouloir compter ensemble deux (ou plusieurs) collections pour savoir combien le tout fait (Brin, Courrier et coll. 2004) [9].

Mais l'addition n'a de sens que si les objets des collections sont de même nature. Par exemple : 2 pommes et 3 bananes, ne font ni 5 pommes ni 5 bananes. Il faut alors trouver une catégorie plus générale qui englobe les précédentes : on peut admettre que 2 pommes et 3 bananes font 5 fruits. L'addition est donc sous-tendue par la construction des classifications.

L'addition compte ensemble -au moins- deux nombres A et B, nommés opérands, pour en trouver un troisième, nommé somme ou total. Elle est notée par le symbole +.

Cette opération est commutative, c'est à dire que $A+B=S$ et $B+A=S$: la somme est indépendante de l'ordre. L'addition est également associative, quels que soient les nombres : $[A+B+C] = [(A+B)+C] = [A+(B+C)]$. Zéro est l'élément neutre de l'addition (i.e. $A+0=A$).

On qualifie de simples, les additions constituées par des opérands symbolisables par des nombres à un chiffre. En opposition, on qualifie de complexes, les additions constituées par des opérands symbolisables par des nombres à plusieurs chiffres.

2. Les stratégies de résolution des additions

L'ensemble des travaux relatifs à la résolution des additions simples par les enfants, montrent que cette aptitude suit un développement. Les enfants passent en effet par une série d'étapes qui va de l'utilisation d'objets à la récupération directe en mémoire. Entre ces deux extrêmes,

s'intercalent des procédures variées et successives. Leur application dépend, entre autres choses, du niveau de difficulté et de la pratique des opérations.

Différents auteurs ont ainsi établi que, pour résoudre des transformations simples telles que $2+3$, les enfants disposent de 5 classes générales de stratégies (Carpenter et Moser, 1983 ; Siegler, 1987) [13] [54] :

- *l'utilisation d'objets* : l'enfant s'aide de collections-témoins représentant les quantités à additionner. Il réunit physiquement les quantités, puis, il effectue un comptage de la totalité des éléments (e.g. réunir 3 billes et 2 billes puis dénombrer l'ensemble des billes ainsi obtenu).
- *le comptage sur les doigts* : l'enfant lève un doigt pour chaque unité à additionner, puis il compte l'ensemble ainsi obtenu. Par exemple, pour résoudre $3+4$: l'enfant peut lever 3 doigts sur sa main gauche, et 4 doigts sur sa main droite, puis compter le nombre de doigts levés. Les procédures mobilisant l'utilisation des doigts sont nombreuses et variées, mais elles sont aussi généralement limitées : la somme de l'addition ne devant pas excéder 10.
- *le comptage verbal* : réalisé sans support externe, l'enfant compte à haute voix.
- *la récupération directe en mémoire à long terme du résultat* : l'enfant sait que $2+3=5$, il s'est constitué ce fait arithmétique. Cette stratégie est la plus aboutie et la plus sûre quant à la justesse du résultat. Elle est automatique, donc rapide et économique sur le plan cognitif.
- *les décompositions* : Lorsque l'enfant n'a pas stocké le résultat en mémoire à long terme, il peut utiliser une stratégie intermédiaire entre la récupération et le comptage. C'est-à-dire qu'il peut récupérer un fait arithmétique plus simple, et compter à partir de ce fait arithmétique. Par exemple, l'enfant ne sait pas que $5+6=11$, mais il sait que $5+5=10$, il va donc décomposer l'addition initiale en $5+5+1$, comme il a stocké en mémoire que $5+5=10$, il ne lui reste plus qu'à ajouter 1 pour obtenir le résultat final. Ces stratégies de décomposition sont encore et toujours utilisées chez les adultes, lorsqu'ils doivent résoudre des problèmes complexes.

Pour résoudre une addition simple, les très jeunes enfants peuvent aussi répondre un chiffre au hasard, c'est ce que l'on appelle la résolution par *devinette*. Mais ce n'est pas une stratégie en

tant que telle, car les enfants n'ont pas recourt à une procédure de comptage ou à la mémorisation.

3. Évolution des stratégies

Comme toute compétence qui se développe, les stratégies de résolution des additions évoluent pour amoindrir le coût cognitif qu'elles nécessitent. Les enfants les plus jeunes s'appuient sur des aides externes, telles que des objets ou leurs doigts, pour représenter les deux termes de l'addition à résoudre.

Baroody et Ginsburg (1986) [5] ont ainsi identifié 5 types de stratégies externes, dont la plus primitive est celle du « tout compter » ou « counting all » : l'enfant utilise ses doigts ou d'autres objets manipulables pour représenter les cardinaux des deux collections à additionner, puis il compte l'ensemble ainsi obtenu, en commençant par 1. Par exemple, pour résoudre $3+4$: l'enfant peut lever 3 doigts sur sa main gauche, et 4 doigts sur sa main droite, puis compter le nombre de doigts levés, en partant du premier.

Les stratégies digitales évoluent progressivement, la plus évoluée d'entre elles étant celle du « counting from the larger term » : l'enfant compte à partir du cardinal du plus grand des deux opérands, puis incrémente par pas de 1, le nombre d'unités contenues dans le second opérande. Il résout donc $3+4$ par « 4, $(+1=)5$, $(+1=)6$, $(+1=)7$ ». Cette stratégie correspond au modèle du « minimum à additionner » de Groen et Parkman (1972) [29]. Elle permet à l'enfant de minimiser le nombre de pas à effectuer pour trouver le résultat de l'addition. C'est la stratégie, avec aides externes, la plus évoluée car elle nécessite la mise en œuvre de la commutativité, et ce avant tout enseignement scolaire, ou même que l'enfant ait conscience d'utiliser cette stratégie. Néanmoins, les auteurs ne précisent pas dans quelles conditions émerge la commutativité, ni les facteurs dont elle dépend. Notre étude tentera de trouver une piste de réponse à cette question.

Puis, les stratégies s'intériorisent progressivement, l'enfant commence à compter mentalement, mais il utilise encore partiellement ses doigts. Il peut mémoriser l'un des deux opérands, et symboliser l'autre opérande sur ses doigts (Baroody, 1987) [6]. Le passage du comptage sur les doigts au comptage verbal est progressif et dépend principalement des compétences de l'enfant à contrôler mentalement le déroulé du calcul. Pour cela, il faut qu'il retienne ce qui a déjà été compté mais aussi ce qui reste à compter.

Cette phase transitoire permettrait à l'enfant de comprendre qu'une quantité peut être représentée purement mentalement, sans avoir besoin de la matérialiser par des supports externes (Brias et Larkin, 1984) [8].

La pratique répétée du comptage permet de créer et mémoriser des associations entre les opérands et le résultat (i.e. la constitution des faits additifs). Quand cette association est suffisamment forte, le résultat est activé par la présentation des opérands et récupéré en mémoire à long terme (Ashcraft, 1992) [4].

La constitution des faits additifs permet à l'enfant d'utiliser des stratégies mentales. Il peut recourir à cette récupération pour résoudre d'autres opérations, plus complexes, en utilisant une stratégie de décomposition (Lemaire, Barette, et coll. 1994) [37].

L'accès à la stratégie de récupération n'élimine pas l'utilisation des stratégies plus anciennes, car les adultes recourent parfois au comptage (Lefevre, Sadeski et coll. 1996) [36].

Initialement, les enfants utilisent une stratégie de comptage algorithmique lente, coûteuse et sujette à erreurs. Progressivement, ils acquièrent la récupération directe en mémoire à long terme des résultats, ce qui est plus rapide et sûr quant à la justesse du résultat (Barrouillet et Fayol, 1998) [7].

Comme résoudre des opérations n'est pas une fin en soi, les enfants vont être confrontés à de nouvelles difficultés : l'utilisation des opérations pour la résolution de problèmes, notamment verbaux.

II : La résolution de problèmes additifs

1. Les situations problèmes

Les situations problèmes correspondent à des situations de la vie quotidienne auxquelles nous sommes tous confrontés depuis l'enfance, par exemple l'achat, la mesure, la comparaison ou encore l'échange (Fayol et Thevenot, 2008) [26]. Elles nous amènent à arithmétiser le monde, c'est-à-dire à « élaborer des représentations symboliques quantifiées du réel, puis à opérer sur ces quantifications, de sorte que les résultats des opérations arithmétiques effectuées sur les représentations symboliques fournissent une approximation acceptable des résultats qui

seraient effectivement obtenus par application dans le réel d'actions correspondant aux transformations symboliques » (Fayol, Thevenot et coll. 2005) [25].

Le contexte crée ces situations mais fournit aussi des méthodes conventionnelles pour les mener à bien. Les situations problèmes ne sont pas abordées de la même façon en fonction des cultures ou des niveaux sociaux ; elles peuvent être arithmétisées ou non en fonction des milieux. L'influence des différences environnementales est donc importante dans la manière dont les enfants expérimentent la résolution de problèmes et de l'arithmétisation du monde, avant ou parallèlement, à l'apprentissage scolaire. Les situations problèmes aboutissent généralement à des résolutions correctes, ce qui permet à l'enfant, ou à l'adulte, de développer des représentations et des procédures de traitement basées sur des réussites.

A l'école, l'utilisation de situations problèmes pour étudier l'arithmétisation est rare. Le plus souvent, pour ce travail on se sert de situations évoquées verbalement : ce sont les énoncés de problèmes. Le passage de situations de problèmes réellement vécues à des situations évoquées verbalement et qu'il faut mentalement construire rend les problèmes abstraits et plus souvent sujets aux erreurs de résolution. En effet, les jeunes enfants ont plus de facilité à résoudre des problèmes simples d'addition et de soustraction quand ils sont présentés sous forme non-verbale (Levine, Jordan et coll. 1992) [38].

2. Les problèmes verbaux

2.1. Définition

Au cours de sa scolarité, l'enfant sera souvent confronté à la résolution de problèmes verbaux. Ceux-ci ont été définis différemment en fonction des auteurs, mais nous pouvons dire que les problèmes verbaux sont des descriptions verbales de situations supposées compréhensibles pour le lecteur, dans lesquelles les questions mathématiques peuvent être contextualisées. Nous pouvons aussi ajouter, que les problèmes verbaux fournissent un lien possible entre les abstractions faites en mathématiques pures et ses applications aux phénomènes du monde réel (Verschaffel, Greer et coll. 2000) [64].

Les situations utilisées peuvent être de natures différentes telles que les contes de fées, les pratiques professionnelles, ou la vie quotidienne.

Dans de nombreux pays il y a une volonté de relier les mathématiques scolaires à la vraie vie. L'une des raisons est de faciliter l'apprentissage des compétences mathématiques nécessaires en dehors de la classe. Montrer que les mathématiques sont une aptitude importante pour résoudre des situations dans la vie de tous les jours, est une autre raison qui motive et rend pertinent aux yeux des élèves leur apprentissage.

Cependant des recherches ont montré que beaucoup de problèmes sont pseudo-réalistes et donc obligent les élèves à réagir différemment que dans une situation non-scolaire. De plus Verschaffel, Greer, et coll. (2000) soutiennent que même si les problèmes de ce genre imposent à l'élève d'utiliser ses connaissances et sa logique de la vraie vie au cours des différentes étapes de résolution, les problèmes arithmétiques sont quand même perçus comme étant des tâches non liées au monde réel. En effet, l'idée générale qui ressort d'un certain nombre d'études des années 80 et 90 est que les étudiants ont tendance à ne pas utiliser de façon appropriée leurs connaissances du monde réel, et qu'ils réduisent leurs exigences quant à la logique de la solution du problème comparé à la même situation dans la vraie vie.

2.2. Qu'est ce qui définit le réalisme d'un problème ?

Selon Verschaffel, il existe trois concepts qui sont nécessaires à la simulation de la réalité dans un problème : il s'agit de l'exhaustivité, la fidélité et la représentativité.

L'exhaustivité fait référence à l'ensemble des différents aspects de la situation qui est simulée. On ne choisit que les aspects les plus importants à la simulation ; l'exhaustivité est donc souvent restreinte, la description des situations étant réduite au minimum.

La fidélité renvoie au degré auquel chaque aspect se rapproche d'une représentation juste de la situation réelle.

Et la représentativité correspond à la combinaison de l'exhaustivité et de la fidélité et peut-être utilisée comme terme technique pour désigner la ressemblance entre une tâche scolaire et une tâche du monde réel.

En fait, une concordance parfaite entre une simulation et la situation de vraie vie qui lui correspond est impossible. Les informations fournies aux élèves sont à la fois incomplètes et implicites. En procédant méthodiquement et rigoureusement, nous pouvons trouver les inconnues, c'est-à-dire résoudre le problème (Brissiaud, 2002) [10].

L'arithmétisation des situations n'est pas l'objectif principal de la majorité des énoncés de problèmes proposés aux élèves. En effet, les systèmes scolaires ont développé des exercices spécifiques dont l'objectif est l'apprentissage systématique de la résolution de problèmes particuliers. La forme et le contenu de ces exercices sont stéréotypés.

Avant de résoudre un problème, les enfants doivent tout d'abord en comprendre l'énoncé. Pour cela, il faut construire une représentation mentale ; cette représentation est souvent appelée modèle mental (Johnson-Laird, 1983) [32] ou modèle de situation (Van Dijk et Kintsch, 1983) [62].

3. Le rôle du langage

Les études menées ces dernières années ont permis d'admettre que le niveau des opérations ne suffit pas à déterminer la difficulté d'un problème. D'autres critères entrent en jeu comme les caractéristiques sémantiques ou encore la formulation des énoncés. En effet, les difficultés dans la résolution de problèmes viennent du traitement des opérations mais surtout de l'interprétation des énoncés et de la mise en relation du résultat de cette interprétation avec les procédures de résolution.

3.1. La composition d'un problème

Les énoncés de problèmes sont composés de plusieurs aspects qu'on peut nommer ainsi : l'événement, la question, les données et la présentation :

L'événement correspond à ce qui est décrit dans la tâche scolaire. Il est important qu'il ait de bonnes chances de se produire en vie quotidienne pour qu'il ait un réel correspondant ; néanmoins, on constate que ce n'est pas toujours le cas.

La question permet la concordance entre la mission confiée dans le travail scolaire et une action faite en dehors de l'école. Il est intéressant qu'elle soit susceptible d'être posée dans la vraie vie ; ce n'est toutefois pas toujours le cas.

Les données se réfèrent aux informations énoncées dans la tâche scolaire et incluent des valeurs, des modèles et des conditions.

La présentation renvoie à la façon dont la tâche est transmise aux élèves. Elle comprend deux sous-aspects qui sont le mode et le langage utilisé. Le mode correspond à la manière dont l'énoncé est communiqué ; c'est-à-dire si on le transmet à l'oral ou à l'écrit ou encore si l'information est sous forme de mots, de diagrammes ou de tableaux. Des analyses linguistiques ont montré que dans les problèmes verbaux, la sémantique, le style et les références diffèrent de ce qu'on peut trouver dans des textes qui décrivent la vraie vie. Ces tâches scolaires exigent donc des compétences particulières dans l'interprétation. Dans les énoncés, il est également important que le langage utilisé ne soit pas trop différent de celui employé en dehors de l'école, pour ne pas empêcher l'élève d'utiliser les mêmes méthodes que celles qu'il aurait utilisées dans la vie réelle (Verschaffel, Greer et coll. 2009) [65].

3.2. La sémantique des problèmes

La sémantique des problèmes correspond aux différentes catégories (ou schémas) de situations susceptibles d'être présentées dans les énoncés. Les caractéristiques sémantiques concernant les accroissements, diminutions ou combinaisons d'ensembles d'éléments conduisent à distinguer trois grandes catégories de problèmes (Riley, Greeno et coll. 1983) [50] :

- *Les problèmes de transformation* (ou de changement) font intervenir des transformations positives ou négatives. Ces transformations, d'ordre temporel, sont appliquées à un état initial et aboutissent à un état final (e.g. Julien avait 9 billes, il en gagne/perd 3. Combien de billes a-t-il maintenant ?).
- *Les problèmes à état* (ou de combinaison) mettent en scène des situations statiques. Au départ on a plusieurs états sur lesquels on n'opèrera pas de transformation mais avec lesquels on pourra faire des combinaisons (e.g. Julien a 3 bonbons dans sa main droite et 5 bonbons dans sa main gauche. Combien a-t-il de bonbons en tout ?).
- *Les problèmes de comparaison* font intervenir des quantités statiques qui sont mises en relation via des formules du type « plus que, moins que » (e.g. Julien a 18 billes. Tom a 8 billes. Combien de billes Tom doit-il gagner pour en avoir autant que Julien ?).

Une hiérarchie des difficultés en fonction du type de problème a été décrite. Les problèmes de changement sont globalement les plus faciles que la transformation soit positive ou négative.

Les problèmes de comparaison sont les plus difficiles. En revanche les études ne mentionnent pas le degré de difficulté des problèmes à états vis à vis des problèmes de transformation, aussi, nous nous efforcerons de chercher si ces deux catégories de problèmes soulèvent des difficultés différentes ou égales pour les enfants.

Un autre aspect intervient dans le degré de difficulté des problèmes et constitue l'une des principales sources de complications ; il s'agit de la nature de l'inconnu. En effet, il est plus facile de trouver l'état final après une transformation (Tom avait 5 billes. Il en perd 3. Combien de billes a-t-il maintenant ?), que de rechercher la transformation elle-même (Tom avait 5 billes. Il en a maintenant 2. Que s'est-il passé ?). Le plus compliqué est de chercher l'état initial (Tom a perdu 3 billes à la récréation. Il en a maintenant 2. Combien de billes avait-il avant de jouer ?).

Ces différences s'expliquent par le fait qu'on n'utilise pas les mêmes procédures de résolution en fonction du type de problème auquel on est confronté.

Néanmoins, aucune recherche n'a été effectuée concernant l'influence du statut des nombres sur le choix des procédures de calcul. Dans les problèmes à état, les deux nombres ont le même statut (ce sont tous les deux des états statiques), alors que dans les problèmes à transformation, les deux nombres ont deux statuts différents (l'un est un état et l'autre une transformation). Dans quelle mesure cette différence, entre ces deux catégories de problèmes, influence-t-elle l'utilisation des procédures les plus évoluées, et notamment la commutativité, pour résoudre des problèmes ?

3.3. La formulation des énoncés

Des recherches ont montré que l'impact des aspects sémantiques était moindre par rapport à celui de la présentation de l'énoncé.

Les énoncés de problèmes représentent souvent les situations de façon stéréotypée et non complète. Ceci est contraint par le fait qu'on évoque uniquement les éléments indispensables à la compréhension du problème et à sa résolution. Néanmoins, les conditions dans lesquelles sont présentés ces énoncés sont souvent très ritualisées, ce qui limite les erreurs d'interprétation pour les experts ; ce qui n'est pas le cas des jeunes enfants.

Ces deux types de contraintes peuvent expliquer les observations suivantes recueillies auprès de jeunes enfants.

Tout d'abord, il a été prouvé que les énoncés qui se rapportaient aux situations les plus familières et les plus significatives pour le lecteur étaient les mieux compris. Ces deux critères facilitent l'élaboration d'un modèle mental.

En 1985, De Corte et Verschaffel [15] notent des cas d'incompréhension des informations implicites et donc présupposées. La modification de la formulation par l'explicitation des présupposés induit une amélioration des performances chez les plus jeunes.

En ce qui concerne le lexique, nous savons que l'utilisation de termes relationnels, tels que « plus que » ou « moins que », complique la résolution pour tous et en particulier pour les jeunes enfants (Hudson, 1983 ; Davis-Dorsey, Ross et coll. 1991) [31] [14]. Mayer et Hegarty (1996) [40] ont démontré que lorsque les termes relationnels ne concordent pas exactement aux opérations arithmétiques, les étudiants lisent les énoncés plus lentement et commettent plus d'erreurs de résolution. L'impact du lexique est très net chez les enfants mais ne disparaît pas chez les adultes. Pour le mettre en évidence il faut soit utiliser une contrainte de temps soit mettre l'adulte en situation de double tâche.

La forme globale des énoncés joue également un rôle. Rosenthal et Resnik (1974) [51] ont proposé à des enfants de 8/9 ans des problèmes de transformation (gains et pertes) dont l'ordre d'introduction variait. Les résultats étaient meilleurs quand l'ordre d'évocation correspondait à l'ordre chronologique de survenue des événements.

Finalement, il existe différents moyens pour aider les enfants dans la résolution de problème : par exemple, expliciter les situations, respecter l'ordre chronologique des événements ou encore, adapter le lexique utilisé. Tout ceci facilite la construction d'une représentation.

D'autres observations ont été faites. En 1987, Fayol, Abdi et coll. [23] ont remarqué, que si dans les problèmes de transformation, on plaçait la question au début des énoncés, et non à la fin comme on le fait dans la présentation canonique, les performances s'amélioraient pour tous et notamment pour les plus faibles et pour les problèmes les plus difficiles. Ces différences de performance sont associées à des changements de procédures. En effet, lorsque les données numériques sont difficiles à traiter et que la question est en fin d'énoncé, les problèmes de recherche de l'état initial sont considérés comme des problèmes de recherche de l'état final. Ces résultats montrent que la principale difficulté des enfants est de traiter et d'intégrer des informations provenant des énoncés, et pas la création d'une représentation.

Dès que la formulation allège le stockage des données numériques et leur affectation aux variables de la situation, même les plus faibles parviennent à résoudre la majorité des problèmes.

Finalement, les recherches relatives à l'impact de la formulation des énoncés montrent que la plupart des difficultés sont liés à la notion de mémoire de travail ou à celle de capacités plus globales de traitement des informations. Cette conception a l'avantage d'expliquer les questions développementales et les différences inter et intra-individuelles.

3.4. L'impact de la compréhension des énoncés

Les études réalisées révèlent des différences très importantes de réussite, même si les individus appartiennent au même niveau scolaire ou à un groupe de niveau homogène. Nous pouvons alors nous demander quelles sont les différences interindividuelles qui influencent la réussite ou l'échec des résolutions. Premièrement, la performance en lecture, au sens de compréhension de textes, constitue le meilleur prédicteur de la réussite en résolution de problèmes arithmétiques. Le deuxième prédicteur est la compétence en calcul. Finalement, la capacité en mémoire de travail joue un rôle significatif mais de degré moindre (Kail et Hall, 1999 ; Muth, 1984 ; Swanson, Cooney et coll. 1993) [33] [42] [57].

En effet, devant un énoncé l'individu doit d'abord construire une représentation. Dans cette représentation on voit le déroulé des événements ainsi que les informations manquantes qu'il faut calculer. Un simple relevé des informations numériques peut permettre de résoudre des problèmes, mais de façon limitée (Mayer et Hegarty, 1996) [40]. En effet, les difficultés associées à la compréhension des informations commencent tôt. L'utilisation du langage peut rendre plus difficile la résolution de problèmes parce qu'il induit une évocation de quantités à partir de dénominations verbales. De plus, il y a également des difficultés liées au lexique et à la rhétorique. Pour celles-ci, comme déjà vu, expliciter les situations, respecter l'ordre chronologique des événements et adapter le lexique aide à la résolution.

De plus, à l'école, les énoncés sont le plus souvent présentés sous forme écrite. Dans cette modalité se cumulent les difficultés langagières et celles provenant de la lecture elle-même. De ce fait, il serait donc important d'étudier des méthodes pédagogiques susceptibles

d'améliorer les performances des élèves en résolution de problèmes, autres que celles centrées sur le développement des compétences en calcul.

4. Les autres aspects causant des différences de performance

Nous avons vu que l'utilisation et la compréhension du langage ont des conséquences importantes sur la capacité à résoudre des problèmes. Toutefois, ce ne sont pas les seuls aspects à intervenir sur les performances des individus dans la résolution de problèmes verbaux.

4.1. Les opérations arithmétiques

Le calcul et la résolution de problèmes sont deux domaines mathématiques distincts. La principale différence entre eux est l'ajout de l'information linguistique. Pour le calcul, il suffit de trouver la solution ; alors que pour résoudre un problème, il faut utiliser le texte pour repérer l'information manquante et en déduire le calcul à faire pour la trouver. Il y a peu de recherche sur les capacités qui sous-tendent le développement de la résolution de problème ; mais en 2006, Swanson [58] explique que les capacités cognitives sous-jacentes aux difficultés dans chacun de ces deux domaines peuvent être distinctes et donc que les difficultés pour le calcul ou pour la résolution de problèmes peuvent également être distinctes.

Il existe peu d'études sur le rôle des nombres et des opérations dans la résolution de problèmes. Cependant, plusieurs d'entre elles montrent un impact important de cette notion (Muth, 1984 ; Swanson, Cooney et coll.1993) [42] [57]. Kail et Hall (1999) [33] observent que l'amélioration des compétences aux opérations, entre 8 et 12 ans, induit une amélioration des performances en résolution de problèmes. Les performances des enfants ayant un trouble en arithmétique stagnent car ils persistent à utiliser les procédures les plus primitives de calcul (e.g. utilisation d'objets, des doigts). Au contraire, les procédures utilisées par les enfants ne présentant pas de trouble en arithmétique, évoluent vers le comptage mental et la mémorisation de faits numériques. Brissiaud (2002, 2003) [10] [11] a démontré que la résolution de certains problèmes était dépendante de nos connaissances relatives aux opérations, leur sens et leur conduite.

Nous pouvons noter qu'il n'existe donc pas d'études sur l'influence des opérandes. Est-ce que l'ordre de présentation des chiffres (i.e. le plus grand avant le plus petit vs le plus grand après le plus petit) joue un rôle sur les procédures de calcul mises en œuvre? Est-ce que l'écart entre les opérandes (e.g. $1+2 \rightarrow$ écart de 1 vs $1+20 \rightarrow$ écart de 19) a une importance quant aux procédures utilisées ?

4.2. La mémoire de travail

La capacité de mémoire de travail est le troisième prédicteur de la réussite des résolutions de problèmes. Toutefois même si les recherches font ce constat, aucune ne précise comment la mémoire de travail intervient.

En 2000, Klein et Bisanz [35] ont fait plusieurs constatations. D'une part, la sensibilité aux transformations de la quantité de collections est précoce, c'est-à-dire avant même l'acquisition du langage. D'autre part, les performances en résolution de problèmes simples énoncés verbalement, restent longtemps très faibles. Finalement, même en n'utilisant pas ou peu de verbalisation, les performances des enfants restent modestes (Levine, Jordan et coll. 1992) [38]. Klein et Bisanz émettent donc l'hypothèse que les limites de capacité constituent une autre raison qui rend difficile la résolution des problèmes simples, même non verbaux. Ils définissent donc le RSS (Representationel Set Size) qui correspond à la quantité maximale à manipuler mentalement pour résoudre un problème donné. Par exemple, le RSS est de 6 pour $4+2$, mais de 4 pour $4-2$. Klein et Bisanz postulent que l'impact des concepts associés à la résolution des additions et soustractions à 2 ou 3 termes est moindre comparé à celui de la quantité d'entités mentalement manipulables.

Ces résultats s'ajoutent à un constat, déjà évoqué, sur le traitement des énoncés eux-mêmes. En effet, quand la question est placée en début d'énoncé, les performances de tous, et en particulier des faibles en mathématiques et/ou en lecture, augmentent significativement (Devidal, 1996 ; Devidal, Fayol et coll. 1997) [19] [20]. Les auteurs expliquent ceci par le fait que le placement initial de la question allège le stockage des données numériques et leur affectation aux variables de la situation, diminuant ainsi la charge en mémoire de travail. De ce fait, même les plus faibles peuvent résoudre les problèmes considérés comme étant les plus difficiles (i.e. ceux de comparaisons).

4.3. Les conditions de résolution

Les conditions dans lesquelles les problèmes doivent être effectués jouent un rôle important dans les performances des enfants et peuvent même être cause de différences inter et intra-individuelles.

L'autorisation de se référer à des outils externes (e.g. calculatrice) modifie les performances. En effet, les capacités mathématiques demandées pour résoudre un même problème avec ou sans outil, ou avec deux outils différents, ne sont pas les mêmes. Une orientation, de la démarche à suivre pour effectuer la tâche scolaire, sous forme de conseils explicites ou implicites change également ce que l'élève va accomplir. La possibilité de collaboration ou d'assistance induit des étapes de réalisation différentes car chacun amène ses aptitudes et ses compétences pour résoudre la tâche. Pour diminuer le risque de manque de concordance entre la situation de la vraie vie et la situation simulée dans l'énoncé, on peut autoriser les élèves à poser des questions pour s'assurer de leur compréhension de la tâche. Cette autorisation peut donc influencer sur le sens vécu de la tâche et sur les stratégies appliquées. La contrainte de temps est réputée pour être une grande cause d'entrave à la réussite des résolutions. Les conséquences après la réussite ou l'échec ont également de l'importance. La pression mise sur les élèves affecte le processus de résolution et est donc un aspect à considérer dans les simulations. La notion de solution doit être interprétée au sens large, c'est-à-dire qu'elle correspond à la fois aux méthodes de solution et à la réponse finale. Dans les problèmes, il peut y avoir des exigences différentes quant au jugement sur la validité des réponses, la méthode utilisée ou la rédaction (Verschaffel, Greer et coll. 2009) [65].

Il serait intéressant d'étudier les conditions les plus fréquentes à l'école, pour vérifier qu'elles ne constituent pas une difficulté supplémentaire à la résolution de problèmes. Et dans le cas des élèves en difficulté, que l'enseignant évalue bien ce qu'il cherche à évaluer (e.g. si on veut évaluer la démarche logique, on peut soulager l'élève du calcul en lui-même en mettant à sa disposition une calculatrice ou des tables).

4.4. Le Word Problem Schema

Le Word Problem Schema (WPS) est un schéma qui conduit la lecture de l'énoncé. Il se situe au-dessus des schémas sémantiques et relationnels (qui seront décrits par la suite) et induit une interprétation du contexte, c'est-à-dire des connaissances de la structure, du rôle et des

objectifs habituels de la résolution de problèmes à l'école. Selon De Corte et Verschaffel (1985) [15], certaines erreurs de résolution seraient liées à l'absence du WPS. Ils ont montré que le WPS était généralement acquis vers 8 ans. C'est la nature stéréotypée des problèmes scolaires qui impose la maîtrise de ces connaissances pragmatiques.

5. La résolution des problèmes arithmétiques

La résolution de problèmes mathématiques est une activité où on constate un nombre important d'élèves sous-performants. Il existe deux grandes difficultés qui sont, d'une part qu'il y a un écart entre la situation initiale et la situation à trouver et d'autre part, que la manière dont l'individu doit procéder pour atteindre le but n'est pas forcément évidente au départ de la tâche. C'est par un travail cognitif de combinaison de diverses procédures déjà connues, que l'individu parcourt progressivement le chemin vers la solution du problème.

5.1. En amont de la résolution

5.1.1. *Les connaissances disciplinaires*

La résolution de problèmes nécessite d'abord différentes connaissances disciplinaires. En premier lieu, il s'agit de la maîtrise des procédures de calcul portant sur les quatre opérations, si on en est au stade de problèmes mêlant ces quatre opérations. Pour la résolution de problèmes additifs simples, seule la maîtrise de l'addition suffit. En second lieu, il est nécessaire d'avoir les connaissances concernant les nombres, les opérations (e.g. additionner signifie mettre ensemble deux ensembles d'éléments) et les conditions d'application de ces opérations permettant de choisir et d'activer ces procédures.

Des recherches menées par Fuchs, Fuchs et coll. (2008) [28] démontrent que les difficultés, d'un individu donnée, en calcul ne correspondent pas nécessairement à celles qu'il a en résolution de problèmes, et inversement. Toutefois dans les faits, une difficulté présente dans un domaine mathématique, se retrouvera dans tous les autres domaines. D'autre part, leurs résultats suggèrent que les performances dans ces deux domaines peuvent être différentes. Ils considèrent donc qu'avoir des difficultés en calcul et en résolution de problèmes constitue une association comorbide de difficultés dans deux domaines mathématiques.

Il ne suffit donc pas de disposer de toutes ces connaissances disciplinaires pour réussir les tâches, il faut savoir les activer et les utiliser dans des situations nouvelles et complexes.

5.1.2. *Les stratégies d'autorégulations métacognitives*

Selon Focant et Grégoire (2005) [27], la mise en œuvre des connaissances disciplinaires au cours d'une tâche est facilitée par une supervision et une gestion cognitive de l'inventaire des connaissances disciplinaires. Ces mécanismes cognitifs ont été particulièrement étudiés dans le cadre des stratégies métacognitives, également appelées stratégies d'autorégulation cognitive.

La métacognition fait référence aux phénomènes cognitifs qui incluent premièrement les connaissances que l'individu a de ses propres processus cognitifs; et deuxièmement, le contrôle actif, la régulation et l'orchestration de ces processus en vue de la réalisation d'un objectif déterminé.

La régulation métacognitive fait référence à la capacité de l'individu à planifier et contrôler délibérément ses propres processus cognitifs en vue de la réalisation d'un objectif fixé. Elle constitue le composant procédural (ou exécutif) de la métacognition. Cette capacité se réalise à travers diverses stratégies métacognitives qui sont difficilement verbalisables et qui dépendent de la tâche ou de la situation. Elle constitue donc le moyen d'optimiser son stock de connaissances en cours de tâche. Focant et Grégoire identifient quatre stratégies principales d'autorégulation cognitive :

- Par la *détermination du but*, l'individu décide de l'état final des procédures qu'il va mener. Ce sont des buts tacites ou explicites qui initient et maintiennent le travail cognitif. C'est la référence qui permet, en cours de tâche, d'orienter les actions entreprises.
- La *planification* se réfère à l'élaboration d'un plan d'action. L'individu prépare des procédures qui serviront à atteindre les buts fixés. Ces procédures sont récupérées en mémoire à long terme en fonction de leur efficacité lors de la réalisation d'objectifs antérieurs similaires.
- Durant la mise en œuvre du plan d'actions, la *contrôle* permet à l'individu de surveiller le déroulement de l'action et ses résultats. Le contrôle se décompose en

quatre dimensions. Le monitoring correspond à une sorte de veille constante et inconsciente (ou semi-consciente) qui indique l'existence d'un problème non clairement identifié au cours de l'activité. Le contrôle de la poursuite du but est intentionnel et généralement conscient et correspond à un processus de jugement de l'adéquation des intentions pour arriver au but fixé. La révision des étapes menées est un contrôle périodique basé sur les connaissances disciplinaires du nombre, des opérations et des procédures. Cette révision ne s'intéresse pas à la justesse du résultat, mais à la justesse de la procédure menée. La vérification des résultats est un contrôle périodique basé sur les connaissances des calculs arithmétiques. Il s'agit de vérifier la justesse des calculs effectués.

- *La régulation* est une action menée pour résoudre un problème dans la réalisation de la tâche. Elle utilise les informations obtenues par les stratégies de contrôle dans l'objectif d'adapter ses actions et l'attribution de ses ressources. Cet ajustement se fait en fonction du type de contrôle appliqué.

5.2. Les procédures de résolution

Très tôt les enfants sont capables d'utiliser diverses procédures pour résoudre des problèmes additifs. La plupart des procédures sont corrélées avec certains types de problèmes. Par exemple, avec l'énoncé « Pierre avait 8 billes. Il en a donné 5 », les enfants utilisent préférentiellement la séparation "physique" de la première quantité en deux sous-ensembles. Mais avec « Pierre a 8 billes. Jules a 5 billes. Combien Pierre a-t-il de billes de plus que Jules ? », c'est la correspondance terme à terme qui est le plus souvent utilisée (De Corte et Verschaffel, 1987) [16]. Cette corrélation est très forte chez les plus jeunes, puis elle diminue durant la scolarité. On remarque qu'en CE2, les deux tiers des réponses sont trouvées par récupération directe en mémoire des faits numériques (Ashcraft et Fierman, 1982) [3].

De plus, les plus jeunes enfants peuvent ne pas recourir à des calculs pour résoudre les problèmes. Néanmoins, les problèmes difficiles à représenter par des actions ne peuvent pas être résolus. Quand les enfants ont accès au comptage mental, un certain nombre de difficultés disparaissent. Toutefois, à ce niveau, la facilité de simulation par des actions joue encore un rôle dans la résolution. Quand la flexibilité des calculs augmente, apparaît la commutativité qui permet de résoudre des problèmes qui restent compliqués à solutionner par construction des transformations réelles ou imaginées (Brissiaud, 2002) [10]. En parallèle,

l'agrandissement du répertoire des faits numériques disponible en mémoire, augmente le stock des procédures disponibles pour résoudre un même problème (Siegler et Shrager, 1984) [53].

Finalement, les procédures dépendent également de la présentation des énoncés, comme évoqué plus haut.

Nous pouvons relever que l'influence des catégories de problèmes ou de la présentation des énoncés sur l'utilisation de la procédure de commutativité, n'a pas encore fait l'objet d'une étude.

5.3. Les modèles de résolution

Comprendre et résoudre un problème arithmétique se réalise en passant par plusieurs niveaux de représentation textuels et situationnels (Kintsch et Greeno, 1985 ; Nathan, Kintsch et coll. 1992 ; Reusser, 1989 et 1990) [34] [43] [48] [49].

Kintsch et Greeno (1985) postulent que les phrases de l'énoncé sont transformées en une suite de propositions (la base de texte) qui sera combinée à une autre structure (le modèle de problème) qui ne contient que les informations nécessaires à la résolution. Ce modèle se construit en incluant les données indispensables à la résolution et qui ne sont pas fournies par la base texte et en excluant les données de la base texte qui ne servent pas à la résolution. Les problèmes sont donc résolus grâce à la construction de plusieurs petits schémas (chacun représentant un état du problème) puis à la coordination de ceux-ci selon des schémas d'ordre supérieur. Les petits schémas contiennent les informations correspondant aux objets, aux quantités et aux particularités et rôles de l'énoncé du problème. Des indices particuliers du texte (e.g. des expressions langagières) permettraient de sélectionner les schémas d'ordre supérieur.

Reusser (1989), Staub et Reusser (1995) [56] ainsi que Nathan, Kintsch et coll. (1992) évoquent une autre représentation construite à partir de la base de texte. Il s'agit du modèle épisodique de situation (ou modèle mental) qui est un modèle non-mathématique. Ce niveau de représentation indique les acteurs, les actions et les relations entre les événements dans des situations de la vie quotidienne. Ainsi, le modèle de problème est construit par la mobilisation

de connaissances spécifiques mais également avec les informations issues du modèle de situation. Hegarty, Mayer et coll. (1995) [30] utilisent le terme de modèle mental pour désigner le modèle épisodique de situation. Le modèle mental correspond à une représentation de la situation énoncée dans l'énoncé. Il évoque le déroulement des événements et les caractéristiques et conduites des objets.

Tous les auteurs évoquent que les difficultés de résolution de problèmes verbaux viennent de la construction d'une représentation mentale appropriée à partir de l'énoncé qui est souvent concis et incomplet. Cependant, il n'y a pas de consensus quant au niveau principalement affecté par ces notions.

5.4. Les schémas de résolution

Les schémas de problème sont des ensembles de connaissances abstraites qui peuvent être définies comme les traces laissées en mémoire par les situations rencontrées précédemment et organisées en objets structurés ayant un certain nombre de propriétés caractéristiques (Kintsch et Greeno, 1985) [41]. Ils correspondent à des guides d'encodage des données et de l'amorçage des procédures de traitement, permettant d'expliquer l'efficacité d'un ensemble de procédures dirigées vers un but (Fayol, Abdi et coll. 1987) [23].

Le schéma serait indépendant de la situation particulière décrite dans l'énoncé du problème. Il s'agit d'un cadre constitué de variables qui seront déclenchées par la présence d'éléments particuliers dans l'énoncé. La construction de la représentation mentale de la situation problème s'effectuerait par paliers (Van Dijk et Kintsch, 1983) [62] : le lecteur ne se concentre que sur une partie du texte à chaque étape, ce qui oblige à garder en mémoire des représentations provisoires qui seront associées pour créer un modèle unique. Ces représentations seraient stockées dans un système de traitement à capacité limitée. Au cours de sa lecture, le lecteur doit donc répartir son attention pour ne pas dépasser ses capacités de traitement. A ce moment les schémas sélectionnés permettraient d'orienter son attention. Les parties moins importantes à la résolution auraient un traitement moindre, ce qui permet de préserver les ressources attentionnelles et induit une meilleure compréhension.

Devidal [19] a montré que la sélection de la prise d'information en fonction de la tâche était précoce et systématique (dès le CE1) chez les bons calculateurs alors qu'elle apparaissait très progressivement (du CE1 au CM2) chez les faibles calculateurs, ceci, indépendamment du

niveau de lecture. L'activation du schéma permettrait de se centrer sur les données numériques et donc d'effectuer les calculs pendant la lecture de l'énoncé ; ceci libère de l'espace en mémoire de travail. Les ressources libérées permettraient d'accomplir des calculs, ce qui explique l'amélioration des performances.

Plus tard, Devidal et coll. (1997) [20] ont pratiqué d'autres expériences et ont conclu que pour les problèmes fréquemment rencontrés, les individus gardent des schémas disponibles qu'ils peuvent activer dès la lecture de la question. La question peut être une « information organisatrice » (Dixon 1987 ; Fayol, 1992) [21] [24]. Les schémas guident la compréhension de l'énoncé et l'amorçage des procédures de calcul. A l'inverse, pour les problèmes rarement rencontrés, les élèves doivent construire une représentation de type modèle mental.

Rawson et Kintsch (2002) [47] ont montré que des informations de fond (e.g. un titre) permettent de sélectionner des informations centrales nécessaires à la résolution. Selon eux, en l'absence d'informations permettant d'organiser les données, la construction de la représentation peut être retardée ; ce qui induit un moins bon encodage de l'information. Placer la question en début d'énoncé permet donc un encodage plus efficace.

5.5. Modèle mental ou schéma ?

Pour Thevenot et coll. (2007) [61], certains aspects des résultats de Devidal sont plus de l'ordre des modèles mentaux que de celui des schémas. En effet, un schéma se construit par des rencontres répétées avec une situation-problème ; or l'effet facilitateur du positionnement de la question est plus important chez les mauvais calculateurs qui vraisemblablement, n'ont pas dû souvent résoudre correctement les problèmes rencontrés pour en extraire un schéma utilisable. Cet effet devrait donc être plus fort chez les bons calculateurs. De même, l'effet facilitateur est plus important pour les problèmes les plus difficiles ; alors qu'un schéma de résolution a une plus haute probabilité d'être mobilisé lors de la résolution d'un problème fréquent et associé à un faible taux d'erreur que lors de celle d'un problème peu fréquent et associé à un fort taux d'erreurs. Conformément à la théorie des schémas, l'effet facilitateur du placement de la question en tête d'énoncé devrait donc être plus important pour les problèmes faciles que pour les problèmes difficiles.

La théorie des modèles mentaux permet en revanche d'expliquer ces observations. En effet, les enfants de faible niveau de compréhension ont plus de difficultés, que les enfants qui comprennent bien, à construire un modèle mental de la situation-problème (Oakhill, Cain et

coll. 1998) [44]. Dans ce cadre, il est plus cohérent que les enfants les plus faibles bénéficient plus d'une aide à la construction du modèle et que cette aide soit plus efficace pour des problèmes difficiles.

En résumé, l'existence de modèles mentaux expliquent un certains nombre de phénomènes mais n'exclut pas la création de schémas. Ceux-ci seraient construits après des rencontres fréquentes avec un type de problème (Fayol, 1985) [22]. Leur existence explique donc que lorsqu'on est souvent confronté à un type de problème, on le reconnaît et on utilise des techniques de résolution rapides et efficaces (c'est l'effet d'expertise). De nouvelles études seraient donc nécessaires, afin de connaître plus précisément les conditions dans lesquelles on utilise un modèle mental et celles où on construit un schéma.

III : Programmes scolaires

Les programmes scolaires de 2008 [67] [68] évoquent les mathématiques comme étant un moyen de développer le goût de la recherche, la pensée logique, l'imagination et les capacités d'abstraction. Ainsi, la maîtrise des principaux éléments de mathématiques fournit des outils pour agir dans la vie quotidienne et prépare la poursuite des études.

1. Programmes de l'école maternelle

Dans les programmes scolaires de 2008, les apprentissages logiques et mathématiques s'inscrivent dans la partie « découvrir le monde ».

Les connaissances logiques correspondent, partiellement, à la partie « découvrir les formes et les grandeurs ». En effet, les programmes stipulent qu'en manipulant des objets variés, les enfants vont d'abord repérer des propriétés simples (petit versus grand ; lourd versus léger). Puis progressivement ils vont parvenir à distinguer plusieurs critères, comparer et classer selon la forme, la taille, la masse ou encore la contenance des objets.

Le travail sur les nombres et la quantification correspond à la partie « approcher les quantités et les nombres ». L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification. Les enfants y découvrent les fonctions du nombre et notamment celles de

représentation de la quantité et de moyen de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets. Petit à petit, l'enfant va dépasser son approche perceptive globale des collections. L'objectif est que les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer.

Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et où ils constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de la classe, problèmes de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage. À la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais le symbolisme (signes des opérations, signe égal etc.) et les techniques seront installés par la suite. Les enfants doivent cependant pouvoir résoudre des problèmes portant sur les quantités.

La suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes (e.g. avec le calendrier) ou des jeux (e.g. des déplacements sur une piste portant des indications chiffrées). Les enfants doivent se montrer capables d'associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée.

2. Programmes du CP et du CE1

La connaissance des nombres et le calcul constituent les objectifs prioritaires du CP et du CE1 dans le domaine des mathématiques. Actuellement, dans ces niveaux, il est consacré 180 heures annuelles à l'enseignement des mathématiques, soit 5 heures hebdomadaires. Il est important que les automatismes en calcul s'acquièrent le plus tôt possible et en particulier la première maîtrise des opérations qui est nécessaire pour la résolution de problèmes. Les programmes scolaires de 2008 recommandent la pratique régulière du calcul mental pour acquérir ces automatismes.

Les mathématiques sont divisées en quatre domaines. Dans la partie « nombres et calculs », les objectifs sont que les enfants apprennent la numération décimale inférieure à 1000, qu'ils mémorisent et utilisent les tables d'addition et de multiplication (de 2, 3, 4 et 5), qu'ils acquièrent les techniques opératoires de l'addition, de la soustraction et de la multiplication et qu'ils apprennent à résoudre des problèmes faisant intervenir ces opérations. La résolution de

problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations. Les problèmes de groupements et de partage permettent une première approche de la division pour les nombres inférieurs à 100.

Les « grandeurs et mesures » correspondent à un deuxième domaine dans lequel les élèves apprennent et comparent les unités usuelles de longueur, de masse, de contenance et de temps ainsi que la monnaie. Ils commencent également à résoudre des problèmes portant sur des longueurs, des masses, des durées ou des prix.

La « géométrie » et l'« organisation et gestion des données » constituent les deux autres domaines.

IV : Les troubles du calcul chez l'enfant

Comme notre étude comportera l'analyse de plusieurs cas uniques d'enfants ayant des troubles du calcul, nous allons brièvement définir ce trouble.

1. Une définition ? Des critères diagnostiques ?

Il n'existe pas de définition, ni de critères diagnostiques, unanimement reconnus pour la dyscalculie. Cependant toutes les définitions s'accordent sur deux critères. Le premier est un critère d'inclusion : la faiblesse des acquisitions numériques et arithmétiques. Le second est un critère d'exclusion : un niveau intellectuel minimal (en termes de QI) est requis pour évoquer la dyscalculie.

Temple, donne en 1992 [59] une définition large de la dyscalculie développementale, pour lui, il s'agit d' « un trouble des compétences numériques et des habiletés arithmétiques chez des enfants d'intelligence normale, qui ne présentent pas de déficits neurologiques acquis ».

Les critères retenus par le DSM-IV (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders) (2004) [2] considèrent que les performances arithmétiques (évaluées par des tests standardisés) d'un enfant présentant des troubles du calcul :

- sont significativement inférieures au niveau attendu, compte tenu de l'âge de l'enfant, de son intelligence normale, et de l'enseignement approprié qu'il a reçu ;

- interfèrent de manière significative avec les activités de la vie courante et la réussite scolaire ;
- ne sont pas consécutives à un déficit sensoriel (visuel, auditif ou autre).

Van Hout (2001) [63] caractérise la dyscalculie comme étant un trouble développemental (i.e., qu'on ne peut imputer à aucune cause repérable), mais aussi un trouble primaire (en opposition aux troubles secondaires, qui peuvent apparaître suite à un accident cérébral) car son origine est inconnue. Pour l'auteur, on ne peut évoquer la dyscalculie que si l'on se trouve face à un trouble d'apprentissage durable (i.e., le trouble persiste dans le temps malgré une prise en charge adaptée) et spécifique (i.e., le trouble ne touche qu'une seule composante cognitive). Ici, ce sont les compétences en calcul qui sont atteintes. Le critère de durée retenu est celui d'un retard de 2 ans au moins par rapport au niveau scolaire de l'enfant.

2. Prévalence et facteurs génétiques

Comme il n'y a pas de critères diagnostiques reconnus, il est difficile de déterminer quel pourcentage de la population est dyscalculique. Les études de prévalence estiment ce pourcentage entre 3,6% (Lewis et coll. 1994) [39] et 7,7% (Desoete et coll. 2004) [18].

En revanche, les études s'accordent pour observer un sexe ratio identique : la dyscalculie semble affecter aussi fréquemment les garçons que les filles.

Les études (sur les jumeaux) montrent que la dyscalculie, tout comme la dyslexie, peut être partiellement due à des facteurs génétiques (Alarcon, Defries et coll. 1997) [1]. Ainsi, la prévalence au sein d'une famille comportant un membre dyscalculique serait presque dix fois plus importante que celle décrite dans la population générale (Shalev, Manor et coll. 2001) [52].

3. Troubles associés

Les troubles du calcul sont souvent associés à d'autres difficultés, notamment la dyslexie dysorthographe car environ la moitié des enfants dyscalculiques présenteraient des difficultés d'apprentissage de la lecture. Plusieurs chercheurs ont montré que les enfants dyscalculiques et dyslexiques ont des troubles du calcul majorés par rapport aux enfants uniquement

dyscalculiques. Encore aujourd'hui, on ignore pourquoi la comorbidité entre les troubles du calcul et ceux de la lecture est aussi fréquente.

Les TDAH (troubles et déficits de l'attention et hyperactivité) sont eux aussi fréquemment associés aux troubles du calcul, près d'un quart des enfants dyscalculiques présenteraient des troubles de l'attention et hyperactivité. Cependant comme l'attention est une compétence générale, il est difficile de savoir si ce sont les troubles de l'attention qui induisent les difficultés en calcul ou bien si c'est l'inverse.

Les troubles du calcul ont souvent été corrélés à de faibles capacités mnésiques. Ces faiblesses rendraient les procédures de comptage lentes, ce qui favoriserait les erreurs et défavoriserait la constitution du stock des faits arithmétiques (Thévenot, Barrouillet et coll. 2001) [60]. Elles auraient aussi un impact négatif sur les procédures de transcodage, la résolution de problèmes, et plus généralement sur l'ensemble des apprentissages.

Des difficultés visuo-spatiales sont souvent associées aux troubles du calcul. Elles sont mises en évidence lors de la résolution d'opérations écrites par exemple, mais elles impactent aussi le transcodage et la compréhension de l'écriture positionnelle. Pour Mazeau (2005) [41], cet impact serait essentiellement périphérique, c'est-à-dire que l'atteinte porterait sur le traitement des codes uniquement, donc le sens du nombre (i.e., la représentation de la ligne numérique mentale) serait préservé. Pour d'autres en revanche, ces déficits visuo-spatiaux altéreraient jusqu'au sens du nombre, ce qui retentirait sur l'ensemble des activités numériques.

4. Nature des troubles du calcul

Les dyscalculiques présentent un retard de développement des procédures de comptage pour la résolution d'opérations simples. Ces enfants utilisent plus souvent, plus longtemps et moins précisément que les enfants non dyscalculiques les stratégies primitives de comptage (Ostad, 1999 et 2000) [45] [46]. L'utilisation de la récupération des résultats en est donc retardée.

Ces différences de stratégies pourraient s'expliquer par une mauvaise compréhension des principes (chez les dyscalculiques) régissant les activités de dénombrement. Pourtant, ces principes constituent la base de toutes les acquisitions numériques ultérieures.

Ces retards entraînent des difficultés pour la résolution de problèmes et d'opérations complexes (Bryant et coll. 2000) [12].

5. Classification cognitive de Van Aster

Les classifications cognitives, introduites par la psychologie cognitive, sont fondées sur les divers processus qui sous-tendent les activités numériques.

Pour élaborer sa classification en 2000, Von Aster [66] s'appuie sur le triple code de Dehaene (1992) [17]. « Triple code » car l'information numérique peut être manipulée en trois représentations : une représentation analogique, un code verbal et un code visuel (l'écriture indo-arabe). À la différence des autres modèles, le triple code suppose l'existence de connexions directes entre les trois représentations du code. Ces connexions seraient possibles car les trois codes seraient implantés dans trois systèmes cérébraux distincts mais interconnectés. À partir du triple code, Von Aster décrit trois sous-types de dyscalculie :

- une dyscalculie verbale : relevée à partir des difficultés des enfants à mettre en place les routines de comptage pour effectuer les opérations simples, ainsi que les difficultés à constituer un stock de faits numériques ;
- une dyscalculie de sous-type arabe, cette dyscalculie affecterait la lecture et l'écriture des chiffres arabes ;
- une dyscalculie de type général regrouperait les enfants ayant des difficultés dans plusieurs activités numériques.

PROBLÉMATIQUE

Nous avons vu que la commutativité était au cœur de la stratégie la plus évoluée de résolution des additions simples. Nous avons également constaté que l'intérêt principal de la maîtrise des additions est de permettre de résoudre des problèmes. Or, même si de nombreuses études ont été menées sur différents aspects de la résolution de problèmes, très peu concernent la commutativité dans la résolution des problèmes additifs. De ce fait, il reste un certain nombre de questions non résolues quant à l'émergence de cette compétence.

La commutativité est enseignée à l'école, généralement au CP. En effet, on enseigne aux enfants qu'il est plus facile et fiable de résoudre une addition en commençant par le plus grand des deux opérands. Mais la commutativité semble exister avant cet enseignement formel : les chercheurs ont observé que des enfants y recouraient spontanément. Vers quel âge la commutativité se développe-t-elle ? Quelles conditions permettent son émergence ? Après l'apprentissage académique, les enfants utilisent-ils plus fréquemment cette propriété dans la résolution de problèmes ?

Au cours de nos recherches théoriques nous avons également pu constater qu'il existe différentes catégories de problèmes. Dans notre étude nous nous sommes particulièrement intéressées à deux d'entre elles : les problèmes à transformation et les problèmes à état. Dans les problèmes à état, les deux nombres présentés dans l'énoncé ont le même statut ; ce sont tous les deux des états statiques. Alors que dans les problèmes de transformation, les deux nombres n'ont pas le même statut : l'un correspond à l'état initial et l'autre à une transformation. Nous pouvons nous demander, dans quelle mesure cette différence de statut des nombres influence l'utilisation de la commutativité pour résoudre les problèmes ?

C'est dans cette optique que nous avons mené une étude sur des enfants scolarisés en GSM, CP et CE1. Nous leur avons proposé de résoudre les vingt-quatre mêmes problèmes énoncés verbalement afin d'observer l'évolution des stratégies mises en œuvre, d'un point de vue quantitatif et qualitatif.

HYPOTHÈSES

L'objectif de notre recherche concerne la résolution de problèmes arithmétiques additifs simples, c'est-à-dire ne nécessitant qu'une seule opération pour être résolu, et notamment le rôle que pourrait y jouer la commutativité de l'addition.

Plus précisément, en nous appuyant sur les recherches antérieures, nous émettons les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1

Les problèmes statiques (où les opérands ont le même statut : deux états) sont plus facilement résolus que les problèmes de transformations (où les opérands ont des statuts différents : un état et une transformation).

Ce serait notamment le cas chez les enfants les plus jeunes, car la commutativité serait plus facile à concevoir et appliquer lorsque les opérands ont le même statut.

Hypothèse 2

Les problèmes nécessitant des opérations dans lesquelles les opérands sont présentés dans l'ordre Grand puis Petit (G/P) (e.g. 6+2) sont plus facilement résolus que ceux dont l'ordre d'introduction est inverse (P/G) (e.g. 2+6), surtout chez les plus jeunes enfants, cette tendance tendant à s'atténuer avec le niveau scolaire car les enfants appliquent de plus en plus la commutativité.

Hypothèse 3

Les opérations à effectuer pour la résolution des problèmes, sont plus facilement résolues lorsque l'écart entre les opérands est faible (e.g. N et N+1 : 2+3) plutôt que lorsqu'il est grand (e.g. N et N+4 : 2+6), mais cette tendance diminue avec le niveau scolaire des enfants en raison de la mise en oeuvre de plus en plus fréquente de la commutativité.

PARTIE PRATIQUE

I : Méthodologie

1. Participants

Nous avons rencontré 90 enfants tout-venants, sans suivi orthophonique (autre qu'une prise en charge pour des troubles d'articulation isolés), sans redoublement ni avance de classe :

- 30 enfants de grande section de maternelle (GSM)
- 30 enfants de cours préparatoire (CP)
- 30 enfants de cours élémentaire de première année (CE1)

mais aussi 10 adultes et 4 cas particuliers.

Les enfants sont scolarisés dans des écoles maternelles et élémentaires situées au Perreux sur Marne (94) ou à Pontault-Combault (77) : où des professeurs des écoles se sont portés volontaires pour nous accueillir au sein de leur classe.

Au préalable, nous avons sollicité les inspecteurs de l'éducation nationale des deux circonscriptions concernées afin d'obtenir leur autorisation pour mener l'étude dans les écoles. De la même façon nous avons sollicité l'accord des directrices des établissements scolaires. Nous avons enfin sollicité et obtenu l'autorisation des parents pour la passation de leur enfant.

Au total, les participants sont répartis suivant le tableau si dessous.

Effectifs	Filles	Garçons	Moyenne d'âge	<i>Plus jeune</i>	<i>Plus âgé</i>
GSM	53.3%	46.7%	5 ans 3 mois	4 ans 10	5 ans 9
CP	36.7%	63.3%	6 ans 3 mois	5 ans 9	6 ans 9
CE1	56.7%	43.3%	7 ans 2 mois	6 ans 9	7 ans 9

2. Conditions de passations

Les passations des problèmes auprès des enfants se sont déroulées du 20 septembre au 26 octobre 2012 dans leurs écoles respectives.

Pour des raisons de sécurité, il est interdit dans l'enceinte des écoles, à un adulte de se trouver seul en présence d'un seul enfant. Pour respecter cette règle, nous étions toujours deux adultes avec deux enfants dans la même pièce. Chacune a ainsi pu proposer le protocole à un seul enfant, rendant par conséquent la passation individuelle. Selon les écoles, nous avons eu à disposition la bibliothèque, la salle informatique, la salle de musique, la salle du centre aéré. Tous ces lieux étaient suffisamment calmes et spacieux pour nous permettre à chacune de nous isoler dans un coin opposé de la pièce. Nous avons ainsi pu placer les enfants dos à dos, et face à nous pour limiter les distractions.

3. Matériel

Pour mener à bien cette recherche sur l'émergence de la commutativité, nous avons élaboré 24 courts problèmes verbaux mobilisant des additions simples, suivant 2 catégories de problèmes : les problèmes à états et les problèmes à transformations. La nature du problème constitue notre première variable. Nous avons donc élaboré 12 problèmes à états et 12 autres à transformations.

Chaque catégorie de problème reprend les mêmes additions. Nous avons utilisé les chiffres 2, 3 et 4 comme base de l'addition, ces chiffres définissent directement les premiers termes. Les seconds termes ont été définis par rapport aux premiers, auxquels les quantités 1 et 4 ont été ajoutées, ce qui nous permet de rester dans le cadre des additions simples (dont les opérandes sont des chiffres).

$$\text{Ex : } 2+ (2+1) \rightarrow 2+3 \text{ et } 2+ (2+4) \rightarrow 2+6$$

Nous avons ainsi obtenu 6 additions :

$$2+3 \quad 2+6 \quad 3+4 \quad 3+7 \quad 4+5 \quad 4+8$$

La distance entre le second terme et le premier constitue une deuxième variable. Quand la différence entre les deux termes de l'addition est de 1, on décide de qualifier de « faible » la distance. Par opposition, quand cette différence est de 4, on qualifiera de « forte » la distance entre les deux opérandes.

Pour tester la commutativité, les additions sont présentées dans les problèmes suivant les 2 sens possibles. C'est-à-dire que la moitié des problèmes introduit le plus petit chiffre en premier (P/G), et l'autre moitié introduit d'abord le plus grand chiffre (G/P) par exemple : $2+3$ et $3+2$. L'ordre de présentation de l'addition constitue notre troisième variable.

Les additions (P/G) sont celles qui laissent aux enfants la possibilité de mettre en œuvre la commutativité, les additions (G/P) servent de témoins pour les comparaisons de performances.

Ainsi sont conçus les 24 problèmes : suivant la nature du problème (états ou transformation), l'ordre de présentation des opérandes (P/G ou G/P), la distance entre les deux opérandes (faible ou forte) et les trois opérandes de base (2, 3 ou 4). (cf. annexe n°1)

La consigne donnée aux enfants était :

«Je vais te poser des questions et tu vas essayer de me répondre. Tu devras me dire l'opération que tu fais et le résultat ».

Comme nous avons vu que les capacités mnésiques des enfants jouent un rôle important dans les performances arithmétiques, nous avons souhaité limiter les biais relatifs à la mémoire. Pour y parvenir nous avons composé les énoncés des problèmes avec le même nombre de mots, selon la matrice suivante :

5 mots ___ le 1^{er} terme ___ 5 mots ___ le 2nd terme

Chaque énoncé est suivi d'une question, contenant 8 ou 9 mots.

Les questions ne contiennent pas strictement le même nombre de mots mais elles sont construites sur un même mode : « Combien _____ en tout ? ».

Pour les problèmes à transformation, conserver strictement le même nombre de mots pour les questions aurait entraîné trop de similarités d'un problème à l'autre. Aussi nous avons jugé que cette redondance créerait un nouveau biais. C'est pourquoi pour ces problèmes, 4 questions sont constituées de 8 mots, et les 8 autres de 9 mots. Toutes les questions des problèmes à états contiennent en revanche 8 mots, car ajouter un autre mot aurait pu troubler la représentation que les enfants se font à partir des énoncés. Nous avons placé la question à la

fin de l'énoncé pour respecter la forme canonique des problèmes.

Comme nous l'avons vu, le langage joue un rôle primordial dans la résolution de problèmes, aussi nous avons tenu compte d'éventuels biais de langage lors de la rédaction des énoncés. Pour y pallier, nous avons utilisé un vocabulaire et une formulation simples et similaires pour les 2 catégories.

Pour administrer le test, nous avons élaboré 2 fiches de passation (cf. annexe n°2) qui reprennent les problèmes dans un ordre aléatoire afin de s'assurer que l'ordre de présentation ne joue pas de rôle dans la réussite des enfants. L'ordre a été déterminé à l'aide du site www.randomizer.org.

Les réponses de l'enfant, ainsi qu'un commentaire qualitatif quant à la stratégie mobilisée, sont notées sur la feuille de passation. Les 2 fiches de passation ont été administrées dans les mêmes proportions (44 passations suivant l'ordre n°1 et 46 passations suivant l'ordre n°2).

Pour faciliter l'analyse statistique, nous avons reporté sur un fichier Excel les résultats de chaque enfant, en comptant 1 point pour la réussite à un problème, et 0 point en cas d'échec ou de non-réponse. (cf. annexe n°3)

II : Analyses statistiques des résultats

Toutes les analyses quantitatives ont été faites à l'aide du logiciel Statistica.

Nous avons 3 variables : le type de problème, l'ordre de présentation et la distance entre les opérands. Pour chaque condition possible, nous avons 3 additions définies par l'opérande de base, c'est-à-dire 2, 3 ou 4. Lorsqu'un problème a été correctement résolu, il a été crédité de 1 point et comme il y a 3 problèmes par condition, les scores sont sur 3.

Ces scores ont été soumis à une ANOVA à 3 (niveaux scolaires : GSM, CP et CE1) x 2 (types de problème : transformation versus statique) x 2 (ordre de présentation : G/P versus P/G) x 2 (distance entre opérands : faible versus forte), avec mesures répétées sur les trois dernières variables.

Dans un deuxième temps, des analyses (ANOVA) ont été conduites niveau par niveau pour mieux faire apparaître les tendances.

1. Analyse globale

1.1. Effet du niveau scolaire

L'effet du niveau scolaire est significatif, $F(2, 87) = 59.97$, $CMe = 3.14$, $p < 0.00001$: les enfants de GSM (0,92) ont des scores plus faibles que ceux de CP (1,81), lesquels font également moins bien que ceux de CE1 (2,69). Cet effet était attendu, au fil de leurs apprentissages les enfants perfectionnent leurs compétences arithmétiques et progressent en résolution de problèmes.

1.2. Effet du type de problèmes

L'effet du type de problèmes est marginalement significatif, $F(1, 87) = 3.32$, $CMe = 0.24$, $p = 0.07$: les problèmes à transformation (1,84) sont mieux résolus que les problèmes statiques (1,72).

Notre première hypothèse est donc réfutée, c'est la tendance inverse qui est observée. Même si elle est marginalement significative, cette tendance existe. Les enfants résolvent donc plus facilement les problèmes à transformation que les problèmes statiques. Ainsi, contrairement à nos suppositions, le statut identique du nombre n'est ni un élément facilitant la résolution des problèmes, ni un élément favorisant l'émergence de la commutativité de l'addition.

De ce fait, nous pouvons nous interroger sur les éléments sous-tendant ce résultat, est-ce dû à un effet de fréquence ? Les enfants sont-ils plus souvent et plus précocement confrontés aux problèmes de type transformation ? Ce type se rapproche-t-il plus de la représentation canonique que les enfants élaborent inconsciemment des problèmes ? Cette familiarité pourrait expliquer que ce type de problème soit mieux réussi ? Les enfants les plus jeunes ont un référentiel égocentré, qui ne leur permet pas toujours de prendre en considération l'autre. Cet égocentrisme gêne-t-il la résolution des problèmes à états, qui nécessite la prise en compte de deux états statiques ?

1.3. Effet de l'ordre de présentation des opérandes

Pour tous les niveaux scolaires confondus, l'effet de l'ordre de présentation des opérandes est également significatif : l'ordre G/P (1,91) conduit à de meilleures réussites que l'ordre P/G (1,7), $F(1, 87) = 20.06$, $CMe = 0.40$, $p < 0.0001$.

Notre deuxième hypothèse est donc validée. Nous verrons plus précisément dans un second temps, grâce à l'analyse par niveau scolaire, que cet effet diminue avec l'augmentation du niveau scolaire. En effet, l'effet de l'ordre de présentation a sensiblement le même impact chez les enfants de GSM et chez les enfants de CP, alors qu'il n'est plus significatif pour ceux de CE1.

1.4. Effet de la distance entre les opérandes

Enfin, l'effet de la distance entre opérandes est également significatif, $F(1, 87) = 51,65$, $CMe = 1,33$, $p < 0.0001$: les problèmes dont les opérandes sont proches (2,11) sont mieux résolus que ceux dont les opérandes sont éloignées (1,5).

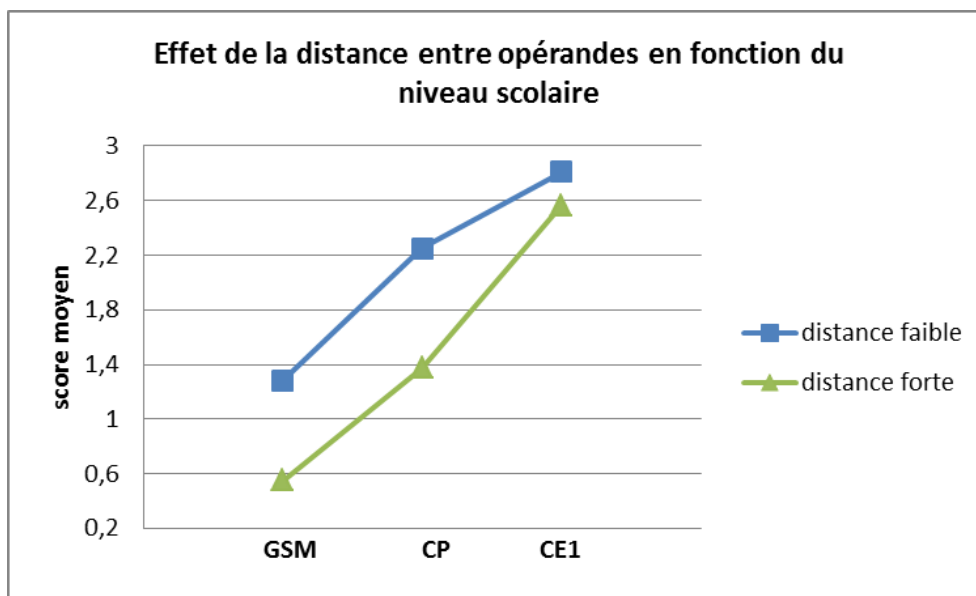
La très grande majorité des enfants parviennent à extraire les bons opérandes, rares ont été les erreurs à ce niveau. En revanche, beaucoup d'enfants font des erreurs de calcul (i.e. à une unité près du résultat attendu), nous les détaillerons par la suite. Globalement, pour les enfants de CP et de CE1, les erreurs de calcul sont plus fréquentes quand la distance entre opérandes est forte ; alors que les enfants de maternelle font plus d'erreurs de calcul pour les additions dont la distance est faible.

La troisième hypothèse est ainsi confirmée, l'augmentation de la distance entre les deux opérandes est source d'erreurs pour les enfants, principalement pour les plus jeunes d'entre eux. Comme nous le décrirons par la suite lors de l'analyse par niveau, cet effet est plus fort chez les enfants de GSM que chez les enfants de CP, et son impact est le moins fort chez les enfants de CE1.

1.5. Interactions

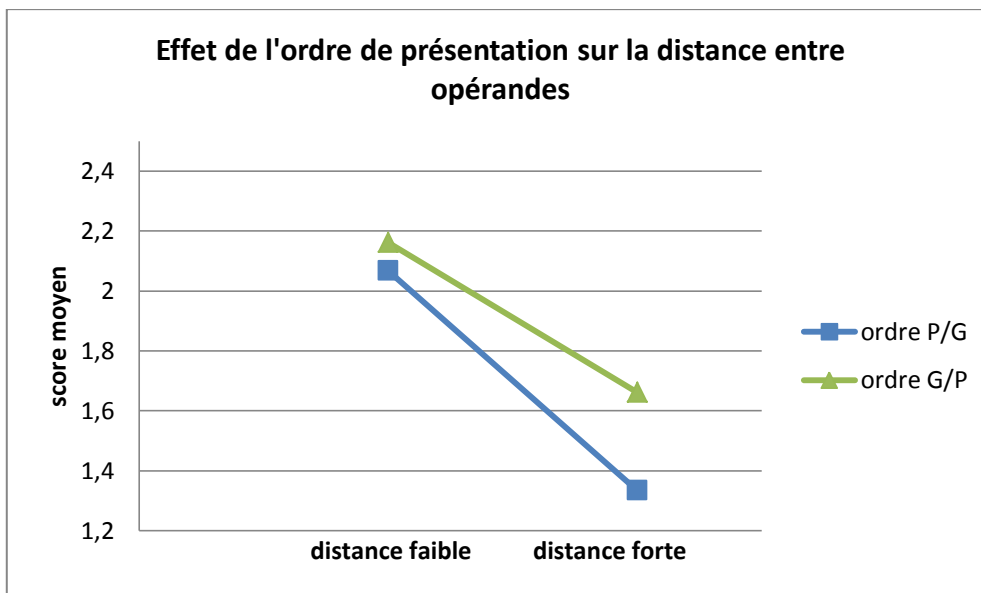
Seules deux interactions sont significatives :

- La distance entre opérandes interagit avec le niveau scolaire, $F(2, 87) = 5$, $CMe = 1,33$, $p < 0.01$. Comme l'illustre la figure ci-dessous, l'effet de la distance diminue en CE1 par rapport à ce qu'il était en GSM et au CP. C'est-à-dire que les enfants de GSM et CP sont plus sensibles à la distance entre les opérandes des additions que ne le sont les enfants de CE1. La diminution de l'impact de la distance entre opérandes peut s'expliquer par le fait que la majorité des CE1 résolvent les problèmes en recourant à des méthodes déclaratives (i.e. qu'ils retrouvent le résultat directement en mémoire à long terme), ce qui n'est pas le cas pour les plus jeunes enfants, qui eux utilisent des méthodes le plus souvent procédurales.



En abscisse sont représentés les niveaux scolaires (valeur qualitative), et en ordonnée la valeur moyenne du score obtenu. La courbe bleue représente la distance faible et la courbe verte représente la distance forte entre les opérandes de l'addition à résoudre.

- L'ordre de présentation des opérandes et la distance interagissent également, $F(1, 87) = 5,69$, $CMe = 0.43$, $p < 0.02$. La figure ci-dessous met en évidence que la distance a peu d'effets lorsque les données sont dans l'ordre G/P (2,06 contre 2,16, Tukey non significatif) alors que son effet est plus marqué sous l'ordre P/G (1,3 contre 1,66 Tukey $p < 0.001$). C'est-à-dire que lorsque la distance entre les opérandes est forte, la réussite est d'autant plus grande que les opérandes sont présentés dans l'ordre G/P, ce qui est également vrai lorsque la distance est faible, mais avec un impact moins important.



En abscisse, sont représentés les deux niveaux de distance entre les opérandes (i.e. faible et fort, ce sont des valeurs qualitatives). En ordonnées est représentée la moyenne des scores obtenus. La courbe verte représente l'ordre de présentation G/P et la courbe bleue représente l'ordre P/G.

- L'interaction niveau x ordre x distance est marginalement significative, $F(2, 87) = 2,39$, $CMe = 0,43$, $p = 0,097$. Cette interaction sera revue lors des analyses conduites par niveau.

2. Analyses par niveau

Une ANOVA a été réalisée pour chacun des niveaux scolaires.

2.1. GSM

En GSM, les trois variables ont un impact significatif :

- *Le type de problèmes*, marginalement, $F(1, 29) = 3,30$, $CMe = 0,25$, $p = 0,079$, contrairement à nos attentes : les problèmes de transformation (0,98) sont tendanciellement plus faciles à résoudre pour ces enfants que les problèmes statiques (0,86).

- *L'ordre de présentation des opérandes*, $F(1, 29) = 6,27$, $CMe = 0,68$, $p < 0,02$, l'ordre G/P (1,05) donnant de meilleurs résultats que P/G (0,78). L'impact de l'ordre de présentation des opérandes sur les performances des enfants de GSM suggère que ceux-ci ne recourent pas (ou peu du moins) à la commutativité de l'addition. Nous verrons plus tard, lors de l'analyse qualitative, qu'aucun enfant de GSM rencontré lors des passations n'utilisait la commutativité pour parvenir au résultat. L'ordre P/G est source d'erreurs pour ces enfants car pour trouver la réponse, ils recourent, le plus souvent, à des méthodes de comptage digital. C'est pourquoi les problèmes introduisant en premier le plus petit opérande sont moins bien réussis que les autres à ce niveau scolaire.
- *La distance entre les opérandes*, $F(1, 29) = 18,8$, $CMe = 1,71$, $p < 0,0001$, les opérandes proches (1,28) aboutissent à de meilleurs scores que les opérandes éloignées (0,55). Comme les enfants de GSM utilisent des méthodes de résolution procédurales, plus les opérandes sont grands, plus le risque d'erreurs est élevé. Ce score suggère également que les enfants de GSM n'utilisent pas la commutativité de l'addition.

Aucune interaction n'est significative.

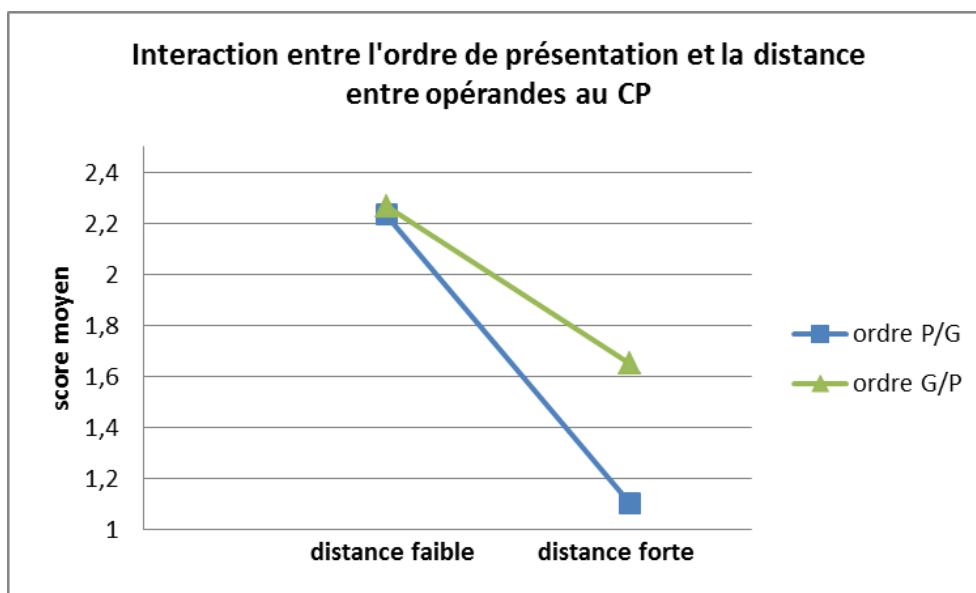
2.2. CP

En CP, seuls les effets d'ordre, $F(1, 29) = 14,07$, $CMe = 0,36$, $p < 0,001$, et de distance, $F(1,29) = 26,28$, $CMe = 1,75$, $p < 0,0001$, sont significatifs. Les enfants de CP ne sont plus sensibles au type de problème proposé, ils réussissent donc aussi bien les problèmes à transformation que les problèmes statiques.

- *L'ordre G/P* (1,96) conduit en revanche, à de meilleurs résultats que l'ordre P/G (1,67). Ces résultats suggèrent que les enfants de CP, pour la plupart et au moment où nous les avons rencontrés, n'utilisent pas la commutativité de l'addition. En effet, les problèmes témoins (i.e. G/P) sont mieux réussis que ceux permettant de mobiliser la commutativité (P/G). Comme nous le verrons par la suite lors de l'analyse qualitative, les enfants de CP recourent pour la plupart au comptage digital et à la récupération directe en mémoire des résultats.
- *La distance faible* (2,25) également, conduit à des meilleures performances par rapport à la distance forte (1,38). Cet effet de la distance suggère lui aussi que les enfants de CP ne mettent pas en œuvre la commutativité. Nous verrons lors de l'analyse qualitative, qu'ils

sont plus nombreux que ceux de GSM à mobiliser des stratégies de résolutions déclaratives, mais beaucoup d'entre eux continuent d'utiliser des stratégies algorithmiques de comptage, qui sont sources d'erreurs, bien qu'elles soient plus perfectionnées que celles des enfants de GSM.

- *L'interaction ordre x distance* est également significative, $F(1, 29) = 5,92$, $Cme\ 0.68$, $p < 0.05$. Comme l'illustre la figure ci-dessous, la distance faible n'a pas d'impact différent selon l'ordre ; en revanche, l'augmentation de la distance se traduit par des performances inférieures en général, mais plus encore dans l'ordre P/G.



Les deux niveaux de distance (données qualitatives : distance faible et distance forte) sont représentés sur les abscisses. En ordonnées, se trouvent les valeurs du score moyen. La courbe bleue représente l'ordre de présentation P/G et la courbe verte l'ordre G/P.

2.3. CE1

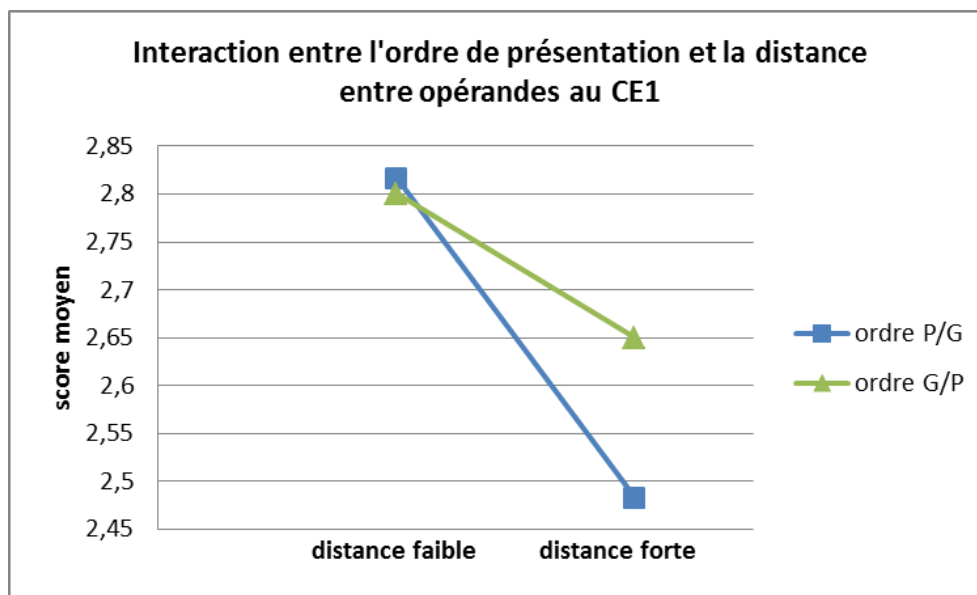
En CE1, seul l'effet de distance reste significatif, $F(1, 29) = 6,83$, $CMe = 0.51$, $p < 0.02$, ainsi que l'interaction ordre x distance, marginalement, $F(1, 29) = 3$, $CMe = 0.17$, $p = 0.09$.

- *L'effet de distance* : les opérations dont les opérandes sont proches (2,73) sont mieux résolues que celles dont les opérandes sont éloignées (2,65) ; mais cela ne vaut que sous la condition P/G. Toutefois, les différences de réussite sont minimales et ont considérablement

diminué. D'après ces résultats, la commutativité de l'addition semble acquise majoritairement par les enfants de CE1. En effet, ces enfants (du moins la plupart d'entre eux) ne sont plus sensibles à l'effet d'ordre : les problèmes témoins sont aussi bien réussis que les problèmes mettant en jeu la commutativité des additions.

L'effet de distance demeure à la fin du premier cycle, mais son impact est très faible par rapport au début. Cet écart important entre les opérandes reste une source potentielle d'erreurs pour les enfants. Comme nous le verrons plus tard, bon nombre des enfants de CE1 résolvent ces problèmes en retrouvant les résultats directement en mémoire, mais pas tous. Certains recourent encore parfois, de manière plus ou moins occasionnelle, au comptage digital.

- *L'interaction ordre x distance* est marginalement significative. Tout comme pour les enfants de CP, l'effet de la distance n'est observé que pour l'ordre P/G.



Sur ce graphique, sont notées en abscisse les deux niveaux de distance (faible et fort), en ordonnée, on retrouve les valeurs du score moyen. La courbe bleue représente l'ordre de présentation P/G et la courbe rouge l'ordre G/P.

3. Cas des adultes

Nous avons également soumis 10 adultes à notre étude : 8 femmes et 2 hommes, moyenne d'âge : 30 ans.

- Les femmes : B., 26 ans ; T., 23 ans ; M., 25 ans ; Au., 27 ans ; S., 29 ans ; An., 23 ans ; C., 35 ans ; J., 59 ans ;
- Les hommes : Y., 25 ans ; O., 32 ans.

Tous ont obtenu la totalité des points. En conséquence, nous n'avons pas fait d'analyse statistique, puisqu'il n'y aurait eu aucun effet à observer, c'est-à-dire qu'aucun d'entre eux n'est sensible à l'ordre de présentation, pas plus qu'à la distance entre les opérandes ni même au type de problèmes à résoudre.

D'un point de vue qualitatif, tous les adultes ont résolu les problèmes en récupérant directement le résultat de l'addition en mémoire à long terme, du moins c'est ce que nous supposons avoir observé au vue de la rapidité de leurs réponses et c'est également ce qu'ils nous ont déclaré lorsque nous leur avons demandé la façon dont ils avaient procédé.

Deux d'entre eux ont émis une très légère hésitation sur la première présentation du problème mettant en jeu l'addition $4+8$, et ont exprimé « $8+4$ » à haute voix. Pour ces adultes, « $8+4$ » semble activer plus rapidement en mémoire le résultat que « $4+8$ ». Malgré l'hésitation, ils ne pensent pas avoir eu recours au calcul mental pour résoudre cette opération, ni à la décomposition lorsqu'ils essaient d'identifier la stratégie qu'ils ont mise en œuvre.

Les adultes sont donc experts en résolution d'additions simples. Plusieurs nous ont fait remarquer que très vite (au bout de 5 ou 6 questions) et du fait du caractère redondant des énoncés, ils n'écoutaient plus que les chiffres pour faire l'addition. Ils ne prêtaient donc plus aucune attention au reste de l'énoncé, une fois l'information recherchée extraite.

III : Analyse qualitative et études de cas

1. Analyse qualitative

1.1. Les erreurs de calcul

Les difficultés des enfants à résoudre les problèmes ne sont pas dues à des difficultés d'identification des opérandes. En effet, les enfants pouvaient solliciter autant que nécessaire la répétition de l'énoncé, ce qui leur a permis de vérifier qu'ils avaient extrait les bonnes

informations lorsqu'ils en doutaient. En revanche, nombreuses ont été les erreurs à une unité près de la réponse attendue. Elles sont mentionnées dans le tableau ci-dessous par « erreurs de calcul », le « score moyen* » est le score moyen de réussite à la tâche calculé sans sanctionner ce type d'erreurs.

Niveau scolaire	Erreurs de calcul	Enfants concernés	Score moyen	Score moyen*
GSM	88	26	7,3	10,3
CP	126	28	14,5	18,7
CE1	49	22	21,5	23,1

Les erreurs à une unité près sont fréquentes chez les enfants de CP (126 erreurs), la moyenne est d'environ 4,2 erreurs de calcul par enfant, avec un écart type important (2,3). Si on ne les sanctionne pas, leurs performances en résolution de problèmes s'améliorent de 17.5%. Les enfants de GSM font aussi de nombreuses erreurs à 1 près, mais dans une moindre mesure (88), soit 3 erreurs par enfants en moyenne, l'écart type est encore plus important que pour les enfants de CP (2,6). La non prise en compte de ces erreurs améliore leurs performances de 12.5%. Enfin, les erreurs de calcul sont moins présentes chez les enfants de CE1 (49) soit 1,6 erreurs en moyenne par enfant, avec un écart type quasiment tout aussi important (1,5), ils verraient leur réussite majorée de 6,7% si ces erreurs n'étaient pas sanctionnées (cf. annexe 5).

Selon le niveau scolaire des enfants, les erreurs à un près ne concernent pas les mêmes additions. En effet, les GSM produisent majoritairement des erreurs de calcul pour les additions présentées dans l'ordre P/G, surtout avec une distance faible entre les opérandes.

Les principales erreurs de calcul mettent en jeu les additions suivantes :

- $2+3$: 14 erreurs à 1 près
- $2+6$: 13 erreurs à 1 près
- $4+5$: 11 erreurs à 1 près
- $3+4$: 9 erreurs à 1 près

En revanche, on retrouve plutôt ces erreurs de calcul sur les problèmes à états (50) que sur les problèmes de transformation (38). Il est possible que l'explication à ce constat réside dans la différence d'influence des variables des problèmes. L'impact du type de problème sur les

performances en résolution est inférieur à l'impact de l'ordre de présentation et à celui de la distance entre opérandes.

Les enfants de CP, sont eux principalement sensibles à l'effet de distance entre les opérandes, les additions suivantes sont les plus sujettes aux erreurs à une unité près :

- $2+6$: 19 erreurs à 1 près
- $6+2$: 15 erreurs à 1 près
- $8+4$: 14 erreurs à 1 près
- $4+3$: 14 erreurs à 1 près

Quant aux enfants de CE1, ils sont comme ceux de CP, surtout sensibles à l'effet de distance mais sur les additions avec les opérandes les plus grands :

- $4+8$: 9 erreurs à 1 près
- $4+3$: 6 erreurs à 1 près
- $8+4$: 4 erreurs à 1 près
- $2+6$: 4 erreurs à 1 près

Globalement, c'est le niveau de l'enfant en résolution de problèmes additifs qui influe sur les additions concernées par les erreurs de calcul. Ainsi les plus performants, font des erreurs de ce type sur les problèmes les plus difficiles (e.g. $4+8$ pour les CE1), souvent ils ont réussis les autres. Les enfants les moins performants font des erreurs plus importantes que celles à 1 près sur les problèmes difficiles, leurs erreurs de calcul concernent des additions les plus accessibles (e.g. $2+3$ pour les GSM). Les enfants de CP, dont les performances se situent entre celles des GSM et celles des CE1 font des erreurs sur les additions de difficultés intermédiaires (e.g. $2+6$).

L'enfant de GSM dont le score s'améliore le plus si l'on ne sanctionne pas les erreurs à 1 près, gagne 10 points. Il résout les problèmes uniquement par comptage algorithmique.

L'enfant de CP qui profite le plus de cette cotation, améliore ses performances de 9 points. Il met en œuvre plusieurs stratégies pour résoudre les problèmes, principalement le comptage digital, mais aussi parfois la récupération du résultat en mémoire ou même le hasard.

Deux enfants en CE1 majorent leurs scores de réussite de 5 points si l'on ne tient pas compte des erreurs de calcul, tous deux mettent en œuvre le comptage digital ainsi que la récupération mais aussi la commutativité de l'addition.

En CE1, les enfants qui commettent peu d'erreurs à 1 près, augmentent leurs scores d'un seul point, mais presque tous saturent alors le protocole en obtenant la performance maximum. Ces enfants tendent majoritairement à mobiliser deux stratégies : le comptage digital et la récupération en mémoire.

Seuls deux enfants de CP ne gagnent que 1 point avec la non sanction des erreurs de calcul. L'un d'eux procède à la résolution des énoncés uniquement par comptage digital, l'autre met en œuvre des stratégies digitales ainsi que la récupération directe en mémoire.

En GSM, sept enfants profitent peu de l'indulgence pour les erreurs de calcul : leurs scores ne seraient majorés que d'un unique point avec cette cotation. Leur point commun est l'utilisation de procédures de comptage digital pour résoudre les problèmes, mais certains y associent des stratégies de récupération, ou la résolution par devinette, ou encore les deux.

Les enfants sujets aux erreurs de calcul sont majoritairement ceux qui utilisent le comptage digital, que ce soit leur unique stratégie, ou qu'elle soit associée à la récupération en mémoire à long terme des résultats.

1.2. Les différentes méthodes relevées

Les enfants ont utilisé diverses méthodes de résolution, telles que l'utilisation des doigts, la devinette, ou encore la récupération directe en mémoire des résultats. Certains enfants ont mis en œuvre plusieurs méthodes quand d'autres n'en ont utilisé qu'une seule.

1.2.1. *Devinettes et variante*

La réponse par devinette consiste à répondre au hasard un chiffre ou un nombre. Les enfants qui procèdent ainsi n'ont donc pas encore acquis la signification de la résolution de problèmes, mais ils ont en revanche compris que des questions de ce type amenaient un nombre en réponse.

Pour résoudre les problèmes, d'autres enfants proposaient comme réponse l'un des deux opérands mobilisés dans l'énoncé. La plupart d'entre eux répondaient systématiquement le second opérande.

Lorsque nous demandions à ces enfants une justification de leur réponse obtenue par devinette, la plupart répondaient avoir compté dans leur tête.

1.2.2. Les doigts

Les enfants à avoir mobilisé une stratégie de comptage algorithmique digital sont nombreux, ces stratégies sont elles-mêmes très variées.

En grande section de maternelle, les enfants vont pour la plupart d'entre eux, représenter un opérande sur une main en comptant à partir de 1, et le second sur l'autre main (de la même façon) avant de recompter tout l'ensemble ainsi obtenu. Une variante consiste à représenter le premier opérande sur une main, puis le second à sa suite (donc sur la même main si le premier opérande est plus petit que 5) avant de recompter l'ensemble comme précédemment. Cette façon de procéder est source d'erreurs : premièrement lorsque l'enfant représente le premier opérande il peut se tromper, ensuite lorsqu'il représente le second, et enfin lorsqu'il dénombre le tout.

Nous avons également observé de nombreuses erreurs lorsque l'un des opérands proposé était supérieur à cinq. L'impossibilité à représenter l'opérande sur une seule main est source d'erreurs pour les enfants.

De plus, nous avons constaté de multiples erreurs à 5 près. Par exemple, pour la résolution $6+2$, certains enfants ont répondu 3. Ils ont pu déplier 5 doigts sur la main gauche et 1 doigt sur la main droite, puis en voulant représenter le second opérande (donc 2) ils ont replié 3 doigts de la main gauche. Par conséquent, lorsqu'ils dénombreaient le nombre de leurs doigts dépliés ils obtenaient 3. Cette erreur illustre la difficulté qu'ont les enfants à maintenir en mémoire la main (i.e. à créer une représentation interne) qui a été entièrement utilisée puis qui a été réutilisée dans la suite du calcul, ce qui la fait « disparaître » des représentations externes.

D'autres enfants, plus expérimentés, représentaient le premier opérande sur une main mais sans le compter, à sa suite (donc sur la même main si le premier est plus petit que 5), ils

comptaient plus ou moins rapidement le second opérande, et reconnaissaient l'ensemble ainsi représenté sur leurs doigts sans les dénombrer.

Certains enfants recouraient à une méthode de résolution transitoire, il gardait en tête un opérande, représentaient sur leurs doigts le second (sans les compter, en reconnaissance directe), puis ils comptaient à partir du premier opérande en incrémentant de un par doigt levé.

Pour les problèmes mettant en jeu les opérandes 8 et 4, certains enfants ont su exprimer qu'il leur manquait des doigts pour trouver la réponse.

1.2.3. Stratégies mentales : résolution déclarative, calcul mental et décomposition

La stratégie la plus évoluée consiste à retrouver le résultat directement en mémoire à long terme. Au début de leurs apprentissages, les enfants peuvent récupérer un « faux » résultat, la stratégie est en place mais elle n'est pas stabilisée. Pendant les passations, certains enfants ont calculé un résultat pour la première présentation d'une addition, puis à une présentation ultérieure de l'addition, ils ont rappelé ce résultat précédemment calculé.

Nous avons pu constater que quelques enfants procédaient parfois par calcul mental, ils mettaient alors plus de temps pour répondre (en opposition à la récupération, très rapide, presque immédiate) et ils semblaient produire un grand effort mental (détecté par des mouvements de tête ou des yeux par exemple).

Seules les additions ayant pour opérandes 8 et 4, et celles avec 4 et 5 ont mobilisé la décomposition. Certains enfants nous ont expliqué avoir calculé $8+2+2 \rightarrow 10+2 = 12$, ou encore $5+5-1 \rightarrow 10-1=9$.

1.3. Analyses par niveau des méthodes utilisées

Légendes des graphiques :

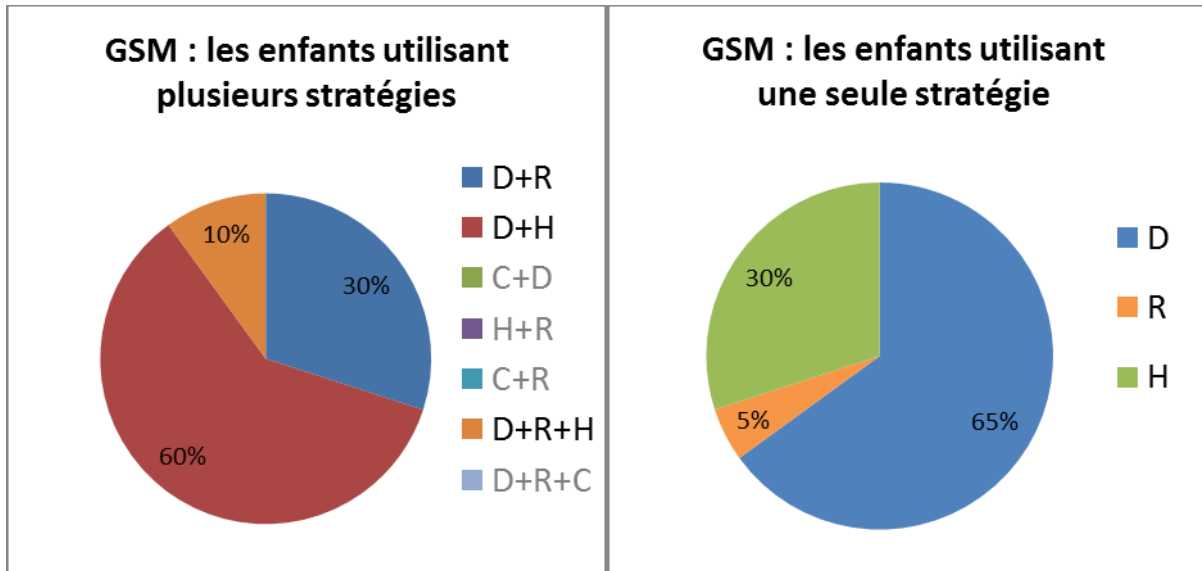
D = stratégies externes (doigts)

H = réponses par devinette (hasard)

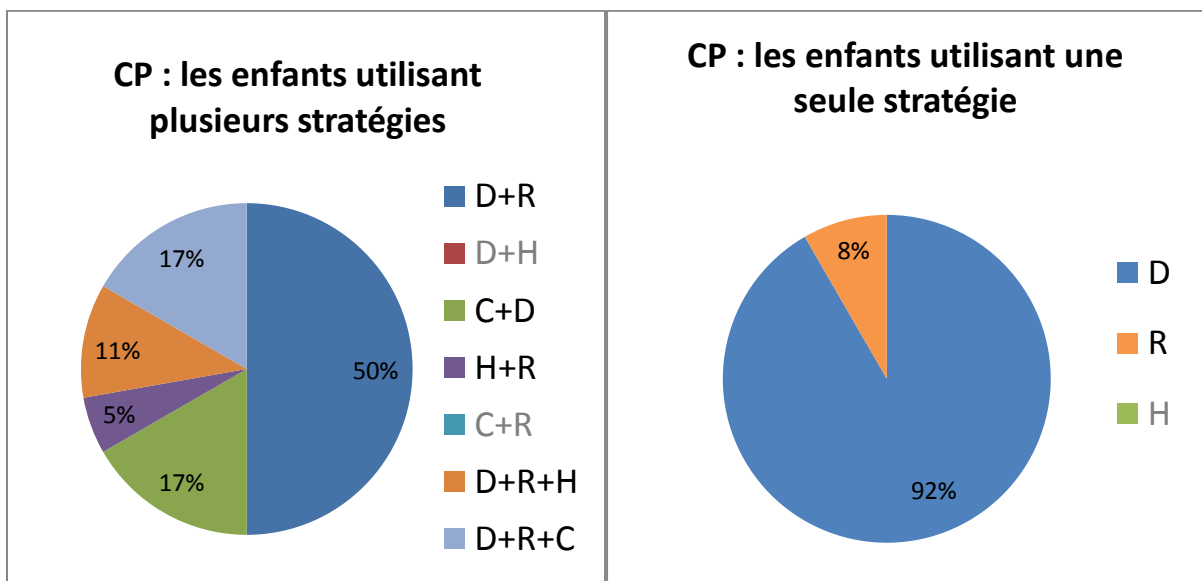
R = stratégies mentales (récupération directe en mémoire ou calcul mental)

C = mise en œuvre de la commutativité

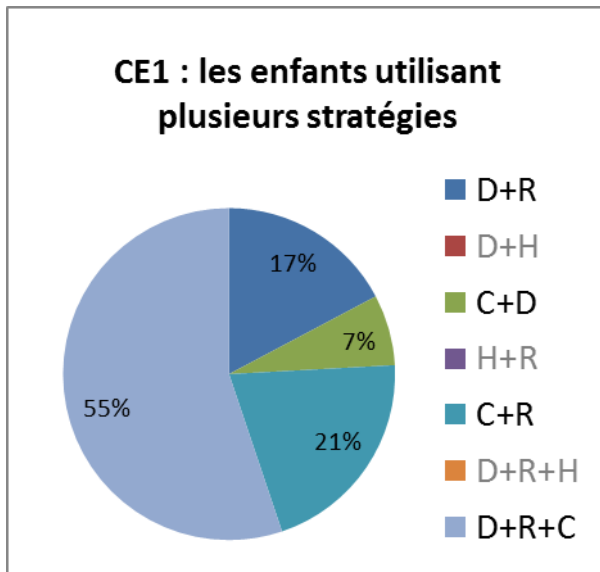
En GSM, les enfants sont 20 à mettre en œuvre une seule stratégie de résolution des problèmes (soit 66.7% des effectifs de GSM) et 10 à mobiliser plusieurs stratégies (33.3% des GSM).



En CP, 18 enfants utilisent plusieurs stratégies pour résoudre les problèmes (soit 60% des CP) et 12 enfants procèdent selon une unique méthode (40% des effectifs de CP).



En CE1, la grande majorité des enfants mobilisent plusieurs stratégies pour résoudre les problèmes (29 enfants, soit 96.7% des CE1). Un seul enfant (3.3% des CE1) ne recourt qu'à une seule méthode : le comptage digital.



Les méthodes évoluent au fil des apprentissages. La réponse par devinette initialement très présente en GSM, l'est peu au CP et elle disparaît tout à fait au CE1.

Au CP, les doigts constituent l'outil essentiel de résolution des additions, les enfants les sollicitent davantage qu'en GSM. Au CE1, le comptage digital est encore très présent, cependant cette procédure n'est plus aussi systématique qu'au CP, les enfants y recourent principalement pour vérifier le résultat récupéré en mémoire.

Les premières résolutions mobilisant la commutativité de l'addition émergent au CP, ces compétences s'appuient sur l'utilisation des doigts et la récupération en mémoire (à minima pour cette dernière stratégie). Le recours conscient à la commutativité de l'addition se généralise au CE1 (24 enfants l'utilisent, soit 80% des CE1).

2. Étude de profils d'enfants

En regroupant les informations que nous avons observées, nous avons tenté de dresser quelques profils d'enfants.

2.1. Les enfants n'utilisant jamais la commutativité

Les plus jeunes enfants n'ont pas encore acquis la commutativité de l'addition. La plupart d'entre eux recourent à des méthodes de comptage digital pour résoudre les problèmes, plus ou moins efficacement, selon leurs acquisitions personnelles. Une partie des plus jeunes, notamment en GSM, n'a pas encore totalement élaboré le sens de la résolution des problèmes, ces enfants proposent des réponses au hasard, mais des réponses numériques quand même. Ces enfants n'ont pas de stratégies pour résoudre les problèmes additifs proposés, mais ils savent que la réponse attendue concerne une quantité numérique. Du fait de leur méthode de résolution, ces enfants sont ceux qui obtiennent les scores de réussite les plus bas.

Un autre profil se dégage : les enfants qui ont élaboré le sens du nombre et de la résolution de problèmes et qui procèdent systématiquement par comptage digital.

Les plus jeunes de ces enfants développent et perfectionnent cette technique, en conséquence, ils font encore beaucoup d'erreurs et recommencent leurs calculs plusieurs fois. Malgré ces imprécisions, leurs scores sont supérieurs à ceux des enfants qui recourent à la devinette.

D'autres, plus âgés, sont devenus très efficaces avec le comptage digital, ils sont rapides et précis, et résolvent les problèmes additifs uniquement par cette stratégie. La maîtrise de cette stratégie algorithmique leur permet d'obtenir les meilleurs scores de réussites sans pour autant mobiliser la commutativité de l'addition.

Globalement, pour les enfants qui procèdent uniquement par comptage digital, les performances en résolution dépendent essentiellement de leur niveau personnel de maîtrise de cette procédure.

2.2. Les enfants utilisant systématiquement la commutativité

2.2.1. *L'emploi systématique de la commutativité au CP*

En CP, seuls deux enfants recourent de façon systématique à la commutativité de l'addition, et tous les deux de manière très différente, aussi nous décrivons ici des cas particuliers davantage que des profils.

L'un d'eux trouve la majorité des résultats en mémoire, il utilise également ponctuellement ses doigts, notamment pour les additions mettant en jeu les plus grands opérands. Cet enfant recourt davantage à la stratégie digitale en fin de passation car une fatigue apparaît. La récupération directe en mémoire des résultats est encore très coûteuse en attention pour lui. Il

allège donc la charge de travail en s'appuyant de nouveau sur ses doigts pour la résolution. Son score total est de 18/24, cinq de ses erreurs sont à 1 près, et trois d'entre elles concernent l'addition avec les opérandes 4 et 8.

L'autre enfant de CP procède uniquement par comptage digital, mais en utilisant quasi-systématiquement la commutativité. La seule addition pour laquelle il n'a pas mobilisé cette stratégie est celle mettant en jeu les opérandes 3 et 4, aussi bien dans le problème à états que dans celui à transformation. Malgré la mise en œuvre de la commutativité, cet enfant obtient un score de 10/24, ses procédures de résolution digitales ne sont pas toujours efficaces.

2.2.2. L'emploi systématique de la commutativité au CE1

Quinze enfants de CE1 (soit 50% des CE1) mobilisent systématiquement la commutativité pour résoudre les additions auxquelles nous les avons soumis. Bon nombre d'entre eux en sont parfaitement conscient, ils ont en effet su nous expliquer comment mettre en œuvre la commutativité et quel en est l'intérêt principal.

Parmi ces enfants, six ont procédé exclusivement par récupération directe en mémoire du résultat, et neuf autres ont en plus de la récupération eu recours de façon plus ou moins marquée au comptage digital.

Sur ces neuf enfants qui ont également mobilisé le comptage digital, cinq se sont servi de cette stratégie principalement au début de la passation, dans le but de vérifier le résultat récupéré en mémoire, puis ils ont pris confiance en eux et ont abandonné le recours aux doigts.

Seul un enfant a continué de vérifier le résultat de sa récupération avec ses doigts jusqu'à la fin de la passation.

Enfin deux autres enfants ont également utilisé la stratégie digitale du début à la fin, mais ceux-là mettaient en œuvre une stratégie transitoire, c'est-à-dire qu'ils maintenaient le plus grand des opérandes de l'addition en mémoire, puis ils représentaient le plus petit opérande sur leurs doigts et dénombraient à haute voix les doigts en débutant leur énumération à partir de l'opérande mémorisé.

2.3. Les enfants utilisant parfois la commutativité

2.3.1. L'emploi partiel de la commutativité au CP

Quatre enfants au CP utilisent de temps en temps la commutativité de l'addition. À eux quatre ils ont mobilisé cette compétence 19 fois :

- 6 fois pour 2+6
- 4 fois pour 4+8
- 4 fois pour 3+7
- 3 fois pour 4+5
- 2 fois pour 3+4

Il apparaît donc que les enfants qui recourent ponctuellement à la commutativité, le fassent principalement pour les problèmes présentant l'écart le plus fort entre les opérandes (14 problèmes avec un écart de 4, contre 5 problèmes avec un écart de 1). Nous avons aussi observé si le type de problèmes favorisait l'utilisation de temps à autre de la commutativité, mais les enfants l'utilisent autant pour les problèmes à transformation (10 fois) que pour les problèmes à états (9 fois). Ainsi, le type de problème ne semble jouer aucun rôle dans la mise en œuvre de la commutativité au CP.

2.3.2. *L'emploi partiel de la commutativité au CE1*

Sur les trente enfants de CE1 que nous avons rencontrés et au moment où nous les avons rencontrés, neuf utilisent de temps en temps la commutativité de l'addition pour la résolution des problèmes. Comme les enfants de CE1 recourent davantage que les enfants de CP à la récupération des résultats directement en mémoire à long terme, il est plus difficile d'observer les problèmes pour lesquels ils mobilisent la commutativité de l'addition.

Cependant, d'après ce que nous avons pu observer, les enfants de CE1 qui utilisent ponctuellement la commutativité suivent la même tendance que les enfants de CP, mais elle est moins nettement marquée. C'est-à-dire que les enfants de CE1 mobilisent également plus souvent la commutativité pour les additions avec la distance entre opérandes la plus forte, mais ils la mobilisent aussi régulièrement pour les additions dont la distance est faible : nous avons relevé trois fois la mise en œuvre de la commutativité pour 2+3. Une seule addition paraît mobiliser l'emploi de la commutativité davantage que les autres : 3+7. Le recours à la commutativité est moins différencié en fonction de la distance entre opérandes qu'il ne l'est au CP.

En revanche, on observe la même neutralité en fonction du statut du nombre dans les problèmes : les énoncés mobilisant la commutativité, concernent à parts égales les problèmes statiques et les problèmes à transformations.

Par ailleurs, bon nombre de ces enfants sont très rapides et précis pour le comptage digital, et du fait du caractère répétitif des énoncés des problèmes, certains représentaient sur leurs doigts le premier opérande immédiatement après l'avoir entendu. Ils complétaient de la même manière avec le second opérande et donnaient ainsi le résultat avant que nous ayons achevé d'énoncer la question finale. Cette stratégie ne leur permettait donc pas de mettre en place la commutativité de l'addition.

En regroupant les informations nous sommes donc parvenues à identifier certains profils d'enfants, seulement, tous ne correspondent pas à l'un de ces profils.

3. Étude de cas particuliers de l'échantillon

3.1. Cas de GSM : l'enfant LP 13 : D.

Il s'agit d'une petite fille de 5 ans et 8 mois, elle n'est pas suivie en orthophonie, elle est scolarisée en classe de GSM au Perreux sur Marne. D. s'est volontiers prêtée à la passation, elle a suivi l'ordre de passation n°1.

Comme d'autres enfants de son âge, D. ne semble pas avoir acquis la signification de la résolution de problèmes. En effet, au premier énoncé que l'on lui propose, elle répète le dernier opérande. Au deuxième énoncé (concernant le problème $2+3$ de type à états), elle trouve la réponse attendue, mais elle n'a cependant pas utilisé ses doigts, peut-être a-t-elle récupéré ce résultat directement en mémoire ? D. ne parvient pas à nous expliquer sa stratégie. Les réponses suivantes semblent toutes soit données au hasard (e.g. $5+4 : 22$) soit correspondre à la répétition d'un opérande. À la huitième question, qui concerne à nouveau l'addition $2+3$ mais cette fois dans un problème de transformation, D. répond 24. Sa première résolution de $2+3$ semble donc réussie par hasard. Par la suite, aux deux autres problèmes proposés avec les opérandes 2 et 3, mais cette fois présentés dans l'ordre G/P, D. trouve les

réponses. Finalement, elle a stocké ce résultat en mémoire à long terme, puisqu'elle ne met en place aucune procédure de calcul externe.

De plus, à partir de la dix-huitième question, D. parvient à trouver plusieurs réponses correctes (5 sur 7) : $3+7$ et $6+2$ dans les problèmes de transformation et $4+3$ dans un problème à états, en plus des deux problèmes avec $3+2$. Au final, elle obtient un score total de $6/24$, sans jamais avoir eu recours au comptage digital, il semble donc peu probable qu'elle ait pu donner 6 réponses grâce à un complet hasard.

Lorsque nous demandions à D. comment elle parvenait au résultat, elle a souvent justifié curieusement ses réponses, par exemple au problème « cette semaine Théo a lu 4 livres, Marie en a lu 3. Combien de livres ont-ils lus en tout ? » elle justifie sa réponse par « parce que je suis venue à la bibliothèque » alors qu'elle obtient le bon résultat. De même pour le problème « Lundi soir Paul a fait 6 gâteaux, il en fait encore 2. Combien de gâteaux a-t-il faits en tout ? », elle explique « parce que j'en ai acheté » elle était pourtant parvenu au résultat correct.

Il semble que cette enfant n'ait pas tout à fait compris le sens des problèmes additifs. Cependant, comme elle nous l'a montrée, elle a des compétences, mais ces capacités ne sont pas encore stables.

3.2. Cas des meilleurs des GSM : PC-12 (T.) et PC 13 (L.)

Parmi les GSM, si l'on se base sur les scores, le « meilleur » enfant de maternelle est un garçon, T., 5 ans et 9 mois, scolarisé à Pontault-Combault, qui obtient la totalité des bonnes réponses ($24/24$) avec la feuille de passation n° 1. T. utilise le comptage digital, qu'il manie efficacement et précisément. Pour les additions avec 4 et 8, il mobilise 10 doigts puis il se concentre et ajoute les deux unités manquantes de tête, et parvient ainsi au bon résultat. Il explique qu'il a « mis deux doigts dans sa tête ». T. reconnaît parfois le nombre de doigts qu'il a utilisé pour représenter les opérands, ce qui lui permet de ne pas les dénombrer. En revanche, il ne recourt à aucun moment à la récupération directe en mémoire des résultats.

Une autre façon de définir le « meilleur » des enfants de GSM, serait de s'intéresser à celui qui dispose des stratégies les plus évoluées de calcul. De ce point de vue, L., un petit garçon de 5 ans et 0 mois, scolarisé à Pontault-Combault, semble exceptionnellement doué. En effet, il emploie exclusivement une méthode mentale : soit il récupère le résultat directement en

mémoire lorsqu'il l'a encodé, ou qu'il vient de le calculer peu de temps avant, soit il calcule mentalement. Lorsqu'il calcule mentalement, on le voit car il est plus lent à donner sa réponse et il peut effectuer de légers mouvements de tête ou des yeux. Au final, L. obtient un score de 21/24 avec l'ordre de passation n° 2. Ses trois erreurs sont des erreurs de calcul à une unité près, pour les additions 3+7 (problèmes à états), 8+4 (problème à états) et 4+5 (problème de transformation)

3.3. Cas du CP : LP 10 : G.

Cette petite fille de 6 ans et 0 mois, scolarisée en classe de CP au Perreux sur Marne, utilise plusieurs méthodes pour résoudre les problèmes que nous lui avons présentés. Sa méthode principale est le comptage digital, qu'elle manie avec difficultés tout de même car on relève 8 erreurs à un près suite à sa mise en œuvre. À deux reprises, G. trouve un résultat à 5 unités près, garder en mémoire la main complète pour la réutiliser ne lui est pas encore accessible. Elle tente de récupérer le résultat de 3+4 dans un problème à états mais elle échoue à une unité près. G. recourt à des réponses aux hasards quatre fois, pour les problèmes présentant 4+8, 3+4, 5+4 et 3+2. Au final, G. obtient le score de 5/24, avec la feuille de passation n°1. Là où le cas de G. est intéressant, c'est qu'elle ne suit pas la tendance face aux types de problèmes. Pour les GSM, les problèmes à transformations sont légèrement mieux réussis que les problèmes à états. Au CP cette tendance disparaît vers une neutralité du rôle du type de problèmes dans la réussite. G., ne réussit que 5 problèmes, mais ce sont tous des problèmes à états : 6+2, 2+6, 7+3, 4+3 et 4+5. Nous remarquons que trois de ces problèmes présentent une difficulté supplémentaire : la distance forte entre les opérands. En revanche, G. suit la tendance que l'on retrouve chez les CP quant à l'effet de l'ordre de présentation, elle réussit également mieux les problèmes présentés dans l'ordre G/P que ceux P/G.

3.4. Cas du CP : PC 9 : Z.

Scolarisé en classe de CP à Pontault-Combault, Z. est un garçon de 6 ans et 1 mois, qui malgré son jeune âge utilise de temps en temps la commutativité de l'addition pour résoudre les problèmes que nous lui avons proposés. Z. a effectué la passation avec l'ordre n°1. Z. met en œuvre la commutativité à sept reprises, pour les additions suivantes : 4+8, 2+6, 3+7 pour chaque addition des problèmes à états et à transformation, ainsi que pour le problème à

transformation avec $3+4$. On constate donc que cet enfant ne favorise pas un type de problème pour recourir à la commutativité, en revanche, il est sensible à la distance entre opérande, comme beaucoup de ses camarades de classe.

Bien que Z. dispose de cette stratégie la plus évoluée pour la résolution d'additions, il cherche la solution par un comptage algorithmique digital qu'il maîtrise plus ou moins habilement. Ses difficultés majeures concernent la mise en correspondance terme à terme du mot de la chaîne verbal avec un doigt et un seul, Z. énonce souvent plus vite qu'il ne mobilise ses doigts. En effet, sur les sept problèmes où la commutativité a été employée, un seul comptage parvient au résultat attendu, et seuls deux résultats sont à une unité près ceux attendus.

Au total, Z. obtient un score de 10/24, soit en dessous de la moyenne des CP qui est de 14.5/24, alors qu'il met en place la stratégie la plus évoluée.

3.5. Cas du CE1 : PC 7 : A.

A. est une petite fille de 7 ans 1 mois, scolarisée en classe de CE1 dans la ville de Pontault-Combault. Elle a suivi l'ordre de passation n°1.

Elle dispose de plusieurs stratégies : le comptage digital qu'elle utilise le plus souvent car elle « préfère vérifier », et la récupération directe des résultats en mémoire. De plus, A. a bien compris comment mettre en œuvre la commutativité de l'addition et l'intérêt qui en découle, mais pourtant elle ne met pas en place cette stratégie systématiquement. Comme elle résout 21 problèmes avec les doigts, nous avons pu identifier pour quelles additions elle mobilisait la commutativité :

- $3+4$: le problème à états et celui à transformation.
- $2+3$: le problème à états et celui à transformation.
- $4+5$: le problème à états.

Elle n'a donc utilisé la commutativité que pour les additions avec la distance entre les opérandes la plus faible. De ce fait, elle s'inscrit à contre-sens des autres enfants qui recourent de temps en temps à la commutativité, car la majorité le fait pour les additions où la distance entre les opérandes est la plus forte.

Curieusement, un des résultats qu'elle récupère en mémoire est $4+8=12$, elle récupère également directement $4+5$ et $5+4$. La récupération de ces résultats peut laisser envisager qu'A. a les compétences qui lui permettraient de résoudre tous les problèmes additifs ou

presque uniquement par cette stratégie, mais son caractère perfectionniste l'en empêche actuellement.

Au total, A. obtient un score de 23/24, elle fait une erreur sur la sélection d'un opérande : pour un problème mobilisant $7+3$, elle additionne « $7+2$ ».

3.6. Cas du moins bon des CE1 qui utilise systématiquement la commutativité : E.

L'enfant LP 11, E., âgé de 7 ans et 8 mois et scolarisé au Perreux sur Marne, met systématiquement en œuvre la commutativité de l'addition, même pour les problèmes mobilisant $2+3$. Il utilise peu la récupération directe des résultats en mémoire, quand il le fait c'est pour les problèmes avec les plus petits opérandes. E. utilise surtout ses doigts pour trouver la réponse, sa stratégie commence à s'intérioriser, il garde le plus grand des opérandes en tête et se sert de ses doigts pour y ajouter le second.

Son score total est de 19/24 (feuille de passation n° 2). Il récupère un faux résultat en mémoire ($4+3 : 6$), il fait une erreur de calcul digital : $4+8 : 14$, et surtout il modifie trois fois l'opérande qu'il maintenait en mémoire, son calcul est juste mais il ne correspond pas à celui qui était demandé.

4. Étude de cas particuliers : les enfants dyscalculiques

Après avoir étudié l'émergence de la commutativité dans la résolution de problèmes des enfants tout-venants, nous nous proposons d'étudier comment cette compétence est mobilisée par les enfants ayant un trouble spécifique du calcul.

4.1. Cas n°1 : V.

V. est un garçon de 12 ans et 6 mois au moment de la passation. Il est scolarisé dans une unité de rééducation neurologique infantile. Il présente un trouble spécifique du calcul, notamment sur le code verbal et en lien avec de faibles capacités de mémoire de travail verbale. V. présente également un trouble sévère et spécifique du langage écrit de type mixte. Il est pris en charge en orthophonie depuis la GSM pour le langage oral, puis pour le langage écrit. L'an dernier, il a également suivi une rééducation pour ses troubles du calcul et raisonnement logico-mathématiques.

V. a résolu les problèmes dans l'ordre de passation de la feuille n°2.

À 12 ans, et avec les rééducations dont il a bénéficié, V. a appris à mettre en place la commutativité de l'addition. Cependant, le jour de la passation, il mobilise cette stratégie de manière plus volontaire qu'automatique, par exemple il a pu commencer le calcul de $3+7$ en commençant par 3, puis s'arrêter et dire « attends, c'est plus facile si je fais $7+3$, c'est économique ».

V. a également bénéficié d'un entraînement au calcul mental durant ses prises en charge. Pour résoudre les problèmes, il tente en premier de retrouver le résultat en mémoire, s'il ne le connaît pas ou qu'il n'est pas certain de sa justesse, il va le recalculer mentalement. Vers la fin de la passation, une certaine fatigue apparaît et il est obligé d'utiliser ses doigts pour s'assurer de son calcul lors des opérations avec les opérandes les plus grands ($4+8$ deux fois et $4+5$). Cependant, il y recourt visuellement et les bouge à peine, il semble que ce soit pour lui un moyen de soulager sa mémoire de travail.

À plusieurs reprises, V. s'est assuré d'avoir extrait les bons opérandes de l'énoncé en demandant « 4 et 3 ? ».

Au total, il obtient un score de 22/24. Sa première erreur apparaît à la dix-huitième question posée, elle concerne l'addition $5+4$, V. récupère « 8 » directement en mémoire et ne vérifie pas ce résultat. Comme la dix-neuvième question concerne la même addition : $4+5$, il se rappelle le résultat énoncé juste auparavant et se trompe ainsi une seconde fois. Au premier énoncé présentant $5+4$, V. avait pourtant trouvé le bon résultat, mais en le calculant mentalement. Ces deux erreurs sont donc des erreurs de calcul, le raisonnement et l'identification des opérandes sont préservés.

À la quinzième question, V. a ri : « ça répète beaucoup les mêmes nombres ton truc, donc tu dois te rappeler les résultats pour aller un peu plus vite ». Il est possible qu'à ce moment il se soit légèrement déconcentré, peut-être aussi parce qu'il commençait à ressentir une surcharge cognitive.

Malgré de bonnes compétences et stratégies, V. n'obtient pas le maximum de points. Ses erreurs n'impliquent pas de difficultés de raisonnement, elles témoignent de difficultés mnésiques. À 12 ans, V. devrait récupérer le résultat de toutes ces additions simples directement en mémoire à long terme, hors ce n'est pas le cas. Bien qu'il résolve mentalement la plupart des énoncés, il ne procède pas toujours par récupération, il a encore recours au

calcul mental. De plus, la récupération demeure approximative, malgré les prises en charge dont il a bénéficié.

Afin d'améliorer ses performances en calcul mental, nous pourrions proposer à V. des activités sur les additions de double (e.g. 3+3, 4+4) pour les automatiser. Nous pourrions également lui proposer de travailler les compléments à 5 et 10 (e.g. 1+4 et 2+3). Maîtriser ces compétences devrait permettre à V. de progresser en décomposition et donc en calcul mental d'additions simples. Siegler et Jenkins (1989) [53].

4.2. Cas n°2 : A.

Âgé de 10 ans 0 mois, A. est de sexe masculin et scolarisé dans une unité de rééducation neurologique infantile. Tout comme V., il présente un trouble spécifique du calcul en lien avec de faibles capacités mnésiques (mémoire de travail déficitaire et mémoire à long terme faible). Ses difficultés concernent principalement le traitement du code verbal. En revanche ses capacités de raisonnement sont préservées, en partie grâce à de bonnes compétences en représentation mentale. A. est également dyslexique dysorthographique, sa dyslexie est sévère et de type mixte avec un aspect visuo-spatial important. Il présente aussi des difficultés attentionnelles fluctuantes.

Il a été suivi en orthophonie depuis avril 2009 (troisième trimestre de CP) pour son trouble spécifique du langage écrit. Depuis environ 6 mois, A. bénéficie également d'une prise en charge de ses troubles du calcul notamment pour la lecture et la transcription de nombres, mais aussi pour le calcul mental.

A. a suivi l'ordre de passation de la feuille n°1.

Durant la passation, A. s'est montré attentif et pourtant il a beaucoup sollicité la répétition des énoncés, jusqu'à trois fois pour un même énoncé. Parfois c'était pour s'assurer d'avoir extrait les bons opérands, mais d'autres fois c'était pour extraire les opérands. Il a ainsi pu répéter lui-même plusieurs fois des parties d'énoncés « la petite Sarah avait 3 voitures... et elle en gagne 2... la petite Sarah avait 3 voitures... et encore 2 » jusqu'à parvenir à identifier les opérands et l'opération adéquate. Cette nécessité de répéter l'information illustre ses difficultés mnésiques.

Malgré ses difficultés à extraire l'information prégnante et à la maintenir, A. n'utilise que des stratégies mentales pour résoudre les problèmes, le plus souvent la récupération directe du résultat, mais parfois aussi le calcul mental. Il n'a pas du tout utilisé de stratégies digitales.

Il obtient au total un score de 21/24. Ses trois erreurs concernent trois problèmes de type à états présents dans la première moitié de la passation. Ses trois erreurs sont à 1 près, ce sont donc des erreurs de calcul : pour $8+4$, A. répond 11 après plusieurs répétitions, pour le problème mobilisant l'addition $3+7$ il répond 11 également après avoir demandé une répétition, et pour $4+5$ il retrouve 8 en mémoire, rapidement.

Lorsqu'on lui demande comment il a fait pour trouver le résultat à un problème pour lequel il avait mobilisé la récupération directe, il répond « j'ai cherché dans mon cerveau, j'ai fait plus ». À aucun moment A. n'a exprimé ou sous-entendu qu'il utilisait la commutativité de l'addition, il cherche « 2 et 6 » en mémoire.

L'amélioration des performances d'A. commencerait par un travail sur la sélection des informations pertinentes. Apprendre à identifier et retenir uniquement les opérandes nécessaires à la résolution du problème, lui permettrait de soulager la charge de mémoire de travail. Tout comme pour V., il semble intéressant de travailler avec A. les additions doubles ainsi que les compléments à 5 et 10 afin d'optimiser ses compétences en décomposition d'additions. Il faudrait également s'assurer qu'il a compris l'intérêt de la commutativité de l'addition, mais aussi qu'il l'utilise lorsqu'il ne peut pas récupérer le résultat directement en mémoire et qu'il est donc obligé de le calculer mentalement.

4.3. Cas n° 3 : K.

K. est un garçon âgé de 11 ans et 9 mois scolarisé lui aussi dans une unité de rééducation neurologique infantile. Il présente un trouble sévère et spécifique du langage oral et du langage écrit, associé à un trouble logico-mathématiques en lien avec des difficultés de compréhension.

Il bénéficie d'une prise en charge orthophonique pour le langage oral, puis langages oral et écrit depuis la GSM. Depuis environ 1 an et demi, il bénéficie également d'une prise en charge pour ses troubles du calcul, la rééducation porte essentiellement sur le calcul mental, la résolution de problèmes et la mise en place de la division.

La feuille de passation n°1 a été administrée à K.

Malgré ses 11 ans, K. utilise encore régulièrement ses doigts pour trouver le résultat ou pour le vérifier s'il n'est pas certain de la justesse de son calcul mental ou de sa récupération. K. n'exprime pas non plus qu'il recourt à commutativité de l'addition pour s'aider dans la résolution des problèmes. De plus, il a une technique atypique de comptage digital, qui ne nous a pas permis d'identifier les opérandes qu'il représentait sur ses doigts, à partir de là nous n'avons pas pu observer s'il mettait en œuvre la commutativité. Lorsque nous lui demandions après certains énoncés, la procédure qu'il avait utilisée, il ne pouvait pas rappeler l'addition, mais seulement dire « j'ai compté » ou « j'ai fait plus ». À la fin de la passation nous lui avons demandé s'il avait résolu la dernière question $6+2$ en comptant « $2+6$ ou $6+2$ », il a répondu « ça j'ai appris, faut faire le grand en premier », mais il n'a pas dit si c'est ce qu'il avait mis en place ou non.

Durant la passation, on note une précipitation pour répondre aux problèmes auxquels il récupère le résultat immédiatement en mémoire. K. obtient un score total de 21/24. Ses trois erreurs ne sont pas dues à la précipitation. Deux d'entre elles concernent les problèmes mentionnant les bonbons, pour K. « la fille de Camille mange 7 bonbons, son cousin en mange 3. Combien de bonbons ont-ils mangé en tout ? » ne peut concerner qu'une soustraction, par conséquent il répond 4 (= $7-3$). Cette erreur est à mettre en lien avec ses difficultés de compréhension, « manger les bonbons » c'est forcément les faire disparaître, donc il faut utiliser une soustraction. Sa troisième erreur est due à une mauvaise récupération d'un résultat, alors qu'il avait correctement identifié les opérandes et l'opération à effectuer, K. répond immédiatement « 6 » pour $3+2$, c'est donc une erreur de calcul.

La poursuite de la rééducation des troubles logico-mathématiques est nécessaire pour K. Le calcul mental doit être entraîné pour qu'il ne ressente plus le besoin de s'appuyer sur ses doigts. Comme pour V. et A., ce travail peut porter sur les additions de doubles et les compléments à 5 et 10. En revanche, contrairement à V. et A., K. nécessite un travail plus spécifique sur la compréhension des énoncés de problèmes. Pour cela, on peut par exemple lui proposer différents problèmes où il doit identifier l'opération requise pour les résoudre. Dans ce cas, on veillera à le soulager du calcul en lui proposant une calculette ou des tables de calcul.

4.4. Cas n°4 : M.

M. a 7 ans et 8 mois, il présente une dyslexie dysorthographe sévère ainsi que d'importantes difficultés dans le domaine logico-mathématique. M. présente aussi un trouble d'acquisition de la coordination (TAC) et des difficultés attentionnelles. Il est actuellement scolarisé dans un service de rééducation neurologique infantile où il bénéficie de nombreuses prises en charge.

M. s'est volontiers prêté à la passation des problèmes verbaux, il a suivi l'ordre n°2. On remarque que c'est très difficile pour lui de rester concentré, il s'agite beaucoup dès la seizième question, au point de se lever et de se mettre à danser et chanter.

M. a régulièrement sollicité plusieurs répétitions de chaque énoncé. À la première lecture de l'énoncé M. ne pouvait pas extraire les opérands, ou très rarement. À la fin de cette première lecture il disait souvent « ok, tu peux répéter », comme s'il se servait de cette lecture pour élaborer le cadre du problème et donc alléger sa mémoire de travail. La deuxième lecture lui servait à extraire le premier opérande donné dans le problème, et bien souvent, M. demandait une troisième lecture pour extraire –ou vérifier l'extraction précédente- du second opérande (e.g. « combien elle a cueilli la fille ? »). La passation a donc été longue, du fait de toutes ces répétitions et de l'agitation motrice qui a gagné M. vers la fin.

M. n'a jamais mis en place la commutativité de l'addition pour résoudre les problèmes. Il utilise principalement une stratégie de comptage digital. Sa stratégie consiste à représenter le premier opérande entendu sur sa main gauche, mais sans le compter (du moins la plupart du temps). Il représente ensuite le second opérande sur son autre main, et effectue un « échange » de doigts de la main droite vers la gauche, afin de compléter la main gauche. Il détermine ensuite le résultat en reconnaissant directement le nombre de doigts qu'il a mobilisé, c'est-à-dire sans les dénombrer. Par exemple, pour $3+4$, M. mobilise 3 doigts sur sa main gauche, puis 4 doigts sur sa main droite, sans les compter, il reconnaît le patron perceptif. Ensuite il retire 2 doigts de sa main droite et lève les 2 doigts restant sur sa main gauche. Il reconnaît ainsi 7.

Nous avons aussi remarqué que, quand M. utilise ses doigts, il commence par le pouce de la main gauche, paume vers lui, s'il dépasse 5, il continue le comptage par le pouce de la main droite, orientée paume vers lui. Pour reconnaître le total (inférieur à 10), il pivote la main droite pour mettre les doigts levés côte à côte.

Vers la fin de la passation, M. ne regardait plus ses doigts, il les bougeait encore un peu et énonçait le résultat. Nous lui avons demandé comment il trouvait alors la réponse, et il a

répondu « elle est dans ma tête ». Parfois, il a été vraiment rapide à déterminer le résultat et très approximatif dans la mobilisation de ses doigts, alors il est probable qu'il ait récupéré une petite partie des réponses directement en mémoire, à court terme ou long terme. Comme cette stratégie déclarative n'est intervenue que sur les sept dernières questions, il est difficile de savoir quel type de mémoire a été sollicité.

Au total, M. obtient un score de 20/24, avec une erreur de calcul. Trois de ses erreurs concernent les problèmes à transformation : $3+7$, $2+6$ et $4+8$: toutes pour des problèmes P/G et avec un écart entre opérandes fort. Sa dernière erreur concerne le problème à états $2+6$, également présenté dans l'ordre P/G et avec un écart fort. Comme M. n'a pas acquis la commutativité de l'addition, il est très sensible à l'ordre de présentation, et à la distance entre les opérandes. En revanche, il ne semble pas sensible au type de problèmes abordés.

Pour améliorer ses performances, M. doit mettre en œuvre la commutativité de l'addition, ainsi il ne sera plus sensible à l'ordre de présentation des opérandes. Pour mettre en œuvre cette stratégie, il faudrait tout d'abord qu'il en conçoive le principe mais aussi qu'il prenne conscience de l'intérêt qu'il y a à le faire. Il faudrait donc expliciter à M. la commutativité de l'addition, en la lui faisant observer par des manipulations, l'aider à déduire le concept de commutativité « 3 jetons plus 4 jetons, c'est pareil que 4 jetons plus 3 jetons ». Une fois qu'il aura élaboré le concept, il faudrait lui faire ressentir l'intérêt de le mettre en œuvre, au travers d'additions telles que $1+6$ ou $2+20$ où la forte distance entre les opérandes est une source potentielle d'erreurs et où la valeur du premier opérande est faible, ce qui rend le calcul rapide si l'on emploie la commutativité.

Par ailleurs, M. semble disposer de certaines compétences pour le calcul mental, il serait bon de l'encourager à y recourir plus souvent. Comme il reconnaît les patrons perceptifs de doigts, nous pourrions lui proposer de s'entraîner à les représenter mentalement. En fermant les yeux et en imaginant les doigts disposés selon la configuration canonique, il pourrait essayer d'opérer sur ces représentations pour résoudre mentalement les additions proposées.

Enfin, pour améliorer ses compétences en résolution de problèmes, M. doit identifier et sélectionner plus rapidement les informations pertinentes

DISCUSSION

I : Validation des hypothèses

Nous avons cherché à valider les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1

Les problèmes statiques (où les opérandes ont le même statut : deux états) sont plus facilement résolus que les problèmes de transformations (où les opérandes ont des statuts différents : un état et une transformation).

Ce serait notamment le cas chez les enfants les plus jeunes, car la commutativité serait plus facile à concevoir et appliquer lorsque les opérandes ont le même statut.

Notre première hypothèse est réfutée.

Nous avons constaté que les problèmes de transformation étaient globalement mieux résolus que les problèmes statiques. Nous avons donc démontré l'inverse de ce que nous avons postulé. La différence de statuts des opérandes ne constitue ni un facteur handicapant la résolution de problèmes, ni un élément retardant la mise en place de la commutativité comme stratégie de résolution. La commutativité est une capacité qui émerge indépendamment du statut des nombres, car elle émerge au CP, et à ce niveau scolaire, les enfants ne résolvent pas plus facilement un type de problèmes que l'autre, du moins entre les problèmes statiques et ceux à transformations que nous avons comparés.

Comme nous l'avons vu dans la littérature, les problèmes de transformation sont les plus simples à traiter. De plus, nous avons présumé que les plus jeunes enfants seraient les plus sensibles à cette variable ; ce qui est effectivement le cas, car l'effet du type de problème n'a été observé que chez les GSM, bien que cet effet suive la tendance inverse à nos hypothèses. Dès le CP, le statut des opérandes n'influence plus la réussite ou l'échec en résolution de problèmes additifs. Les enfants de CP et de CE1 résolvent aussi bien les problèmes de transformation que les problèmes statiques. Par ailleurs, les enfants utilisent autant la commutativité dans les problèmes de transformation que dans ceux à état.

Hypothèse 2

Les problèmes nécessitant des opérations dans lesquelles les opérandes sont présentés dans l'ordre Grand puis Petit (G/P) (e.g. 6+2) sont plus facilement résolus que ceux dont l'ordre d'introduction est inverse (P/G) (e.g. 2+6), surtout chez les plus jeunes enfants, cette tendance tendant à s'atténuer avec le niveau scolaire car les enfants appliquent de plus en plus la commutativité.

Cette deuxième hypothèse est validée.

Nous avons constaté un effet de l'ordre de présentation des opérandes sur la résolution de problèmes. L'ordre G/P favorise la réussite, par rapport à l'ordre P/G. De plus, l'impact de l'ordre de présentation diminue en cours de scolarité. En effet, en GSM, les enfants n'utilisent pas la commutativité, ils sont donc très sensibles à l'effet de l'ordre de présentation des opérandes. Il en va de même pour les enfants de CP : globalement, l'ordre G/P conduit à de meilleurs résultats que l'ordre P/G. Peu d'enfants du CP mobilisaient la commutativité, ce qui explique leur sensibilité à l'ordre de présentation des opérandes. Par contre en CE1 cette sensibilité disparaît car les enfants utilisent la commutativité pour résoudre les problèmes, ils annulent ainsi la différence de présentation : les problèmes présentés dans l'ordre P/G sont modifiés pour être traités dans l'ordre G/P.

Nous avons aussi remarqué que l'effet d'ordre interagit avec l'effet de distance. Les problèmes les mieux résolus sont ceux qui ont des opérandes avec une distance faible et un ordre de présentation G/P. Les problèmes les moins bien résolus sont ceux qui ont des opérandes avec une distance forte et un ordre de présentation P/G. Mais, l'effet facilitant de la distance est plus important avec l'ordre P/G. D'ailleurs en CP et en CE1, cette interaction ne s'observe que dans la condition P/G. Cette interaction n'était pas significative en GSM.

Hypothèse 3

Les opérations à effectuer pour la résolution des problèmes, sont plus facilement résolues lorsque l'écart entre les opérandes est faible (e.g. N et N+1 : 2+3) plutôt que lorsqu'il est grand (e.g. N et N+4 : 2+6), mais cette tendance diminue avec le niveau scolaire des enfants en raison de la mise en œuvre de plus en plus fréquente de la commutativité.

Cette hypothèse est validée.

Nous avons constaté que les problèmes qui avaient des opérandes avec une faible distance étaient plus réussis que ceux avec des opérandes éloignés. La distance entre les opérandes a donc un impact sur la résolution de problèmes. Cet impact diminue avec la scolarité. Les enfants de GSM sont très sensibles à cet effet, du fait de l'utilisation de méthode de résolution procédurales et de la non mise en œuvre de la commutativité. Au CP, on arrive au même constat, et ce même si les stratégies de résolution se sont perfectionnées. En CE1, seul l'effet de distance reste significatif. Les problèmes qui ont des opérandes avec une faible distance sont mieux réussis mais dans des proportions moindres qu'en GSM et qu'en CP. La diminution de l'impact de l'effet de distance est principalement due au fait qu'une grande partie des CE1 utilisaient des procédures déclaratives.

De plus, comme vu précédemment, l'effet de distance interagit avec l'effet d'ordre de présentation des opérandes. La distance a peu d'effet lorsque les opérandes sont dans l'ordre G/P, alors que son effet est plus important avec l'ordre P/G.

II : Limites de l'étude

Cette étude a permis de montrer l'impact de différents aspects des opérandes sur la résolution des problèmes additifs. Elle a également permis l'observation de l'évolution des stratégies de résolution mises en œuvre entre la GSM et le CE1. Cependant, nous pouvons relever certaines limites.

Tout d'abord, des limites liées à notre population. En effet, notre étude ne porte que sur 30 enfants pour chaque niveau scolaire. Pour confirmer nos observations, il faudrait faire passer ce protocole à un plus grand nombre d'individus.

Les enfants venaient de deux villes de région parisienne (Le Perreux sur Marne et Pontault-Combault). Bien que nous ayons choisi deux villes avec deux niveaux sociaux différents, la diversité des modes de vie, des cultures ou encore des enseignements possibles reste peu représentée dans cette étude. Et la littérature a montré que ces variables ont de l'influence sur la manière d'appréhender les problèmes.

Il aurait également fallu proposer ces 24 problèmes à plus d'enfants présentant des troubles logico-mathématiques et si possible sans troubles associés. Nous aurions alors pu faire ressortir des profils et relier les erreurs directement aux troubles en mathématiques.

Ensuite, il existe des limites liées à la conception du protocole. Certains enfants (surtout en GSM) ont eu un peu de mal à comprendre la consigne. Les enfants de maternelle sont les moins familiarisés avec la résolution de problèmes verbaux, et certains ont réellement compris ce qu'on leur demandait après deux ou trois questions. Nous avons constaté que pour beaucoup, la somme $2+3$ était l'élément déclencheur. Or cette somme n'arrive pas au même moment en fonction des feuilles de passation : en deuxième position pour la feuille de passation n°1 et en troisième position pour la n°2.

Il aurait été intéressant de prendre en compte le temps de passation. Cette mesure aurait pu permettre de dégager d'autres profils. On aurait pu relever qu'à scores égaux et à stratégies équivalentes, certains enfants prennent beaucoup plus de temps que d'autres ; ce qui correspond à un indice quant à la maîtrise des stratégies mises en œuvre.

Les enfants ont pu solliciter la répétition de l'énoncé autant de fois qu'ils en ont ressenti le besoin, ainsi nous avons pu répéter jusqu'à 4 fois le même énoncé. Si nous avions décidé de limiter la possibilité de répétition, certains scores auraient été tout à fait différents, notamment les scores des enfants présentant un trouble du calcul et du raisonnement logico-mathématique. En effet, ces enfants sont ceux qui ont le plus sollicité la répétition des énoncés, le plus souvent pour palier une faiblesse mnésique, ou pour parvenir à extraire les opérands et l'opération à mettre en œuvre.

Finalement, même si nous avons fait attention au vocabulaire utilisé et à ne pas charger la mémoire de travail, il aurait été intéressant de faire passer un test de langage et de mémoire aux enfants avant de leur proposer les problèmes. Ainsi nous aurions eu la certitude que leurs erreurs n'étaient pas liées à d'éventuelles difficultés de langage et/ou de mémoire.

III : Pistes éducatives et rééducatives

Nous savions déjà que le langage était un facteur important de la réussite de résolution de problèmes. Il y a également d'autres aspects importants comme la mémoire de travail par exemple. Néanmoins, cette étude a permis de mettre en avant de nouvelles variables, liées aux opérands, qui ont un impact sur la résolution de problèmes. Ces variables peuvent servir en éducation et en rééducation des problèmes additifs afin de moduler le niveau de difficulté des

problèmes. Par exemple, si l'objectif est la définition des problèmes et de leur utilité en vie quotidienne, ou l'apprentissage d'une nouvelle démarche de résolution, pour ne pas multiplier les difficultés, il peut être intéressant d'utiliser les problèmes qui se sont révélés les plus simples. Les problèmes les plus simples, du point de vue des opérands, sont ceux avec des chiffres séparés par une distance faible et présentés dans l'ordre G/P. De plus, pour aborder la résolution de problèmes avec les enfants les plus jeunes, l'utilisation de problèmes de type transformation est plus pertinente que l'utilisation des problèmes statiques ou de comparaison, car le premier type favorise la réussite.

En ce qui concerne la commutativité, nous avons vu que même si les enfants peuvent avoir très tôt l'intuition de commencer à additionner par le plus grand des opérands, la commutativité n'est réellement mise en œuvre qu'après un enseignement formel.

Nous avons également vu que les problèmes avec des opérands à distance forte, semblait favoriser l'emploi de la commutativité et ce quel que soit le type de problème. De ce fait, au moment de l'apprentissage de la commutativité, utiliser des additions dont les opérands ont une forte distance aiderait à faire ressentir aux enfants l'intérêt de la mise en œuvre de cette procédure et son automatisation.

Finalement dès le CE1 les enfants ont une très bonne maîtrise de la résolution de problèmes additifs. Ils possèdent de nombreuses stratégies de résolution, qu'ils maîtrisent bien, et font peu d'erreurs. Par ailleurs, il faudrait mettre ce constat en lien avec les résultats des enfants dyscalculiques. Tous étaient plus grands et aucun n'a fait un sans faute. L'écart des performances entre les enfants tout-venants et les dyscalculiques se creusent donc très rapidement. Ceci justifie une prise en charge le plus précocement possible des troubles du calcul et logico-mathématiques.

CONCLUSION

A travers cette étude, nous avons voulu mettre en évidence l'influence des opérandes sur les performances en résolution de problèmes et sur le choix des stratégies mises en œuvre. Notre objectif était plus particulièrement d'étudier l'impact du statut du nombre sur la résolution de problèmes et sur l'émergence de la commutativité. C'est pourquoi nous avons élaboré ce protocole de problèmes et que nous l'avons administré à quatre-vingt-dix enfants tout-venants et quatre enfants diagnostiqués dyscalculiques.

Nous avons donc constaté que le statut des nombres n'avait pas d'influence quant à la mise en œuvre de la commutativité dans la résolution de problèmes. Les enfants de GSM réussissent mieux les problèmes de transformation que les problèmes à états mais ils ne mettent pas en œuvre la commutativité de l'addition. Toutefois, nous avons démontré l'impact d'autres d'aspects. Le type de problèmes (transformation versus à états) influe marginalement les performances en GSM, mais son impact n'est plus significatif dès le CP. L'ordre de présentation des opérandes et la distance entre eux ont une influence sur la réussite en résolution. Les problèmes P/G sont plus difficiles que les G/P, mais cet effet diminue avec l'augmentation du niveau scolaire car les enfants utilisent de plus en plus la commutativité. Les problèmes avec des opérandes qui ont une faible distance sont plus faciles à résoudre que ceux dont la distance entre opérandes est forte. Cet effet diminue aussi avec l'augmentation du niveau scolaire, du fait de l'amélioration des stratégies de résolution.

Par ailleurs, nous avons observé l'évolution des procédures de résolution et constaté qu'à tous les âges elles sont multiples. Progressivement, on remarque une augmentation de l'utilisation de la commutativité et de la récupération en mémoire parallèlement à la diminution du recours aux stratégies de comptage digital. En GSM, aucun enfant ne met en œuvre la commutativité, au CP ils sont quelques-uns à mobiliser cette procédure ; mais c'est en CE1 qu'on remarque que la quasi-totalité des enfants l'utilisent. C'est parce que les enfants de CE1 utilisent la commutativité de l'addition que leur sensibilité à l'ordre de présentation des opérandes disparaît.

Une recherche pour expliquer le résultat que nous avons obtenu quant à la réussite majorée en GSM pour les problèmes de transformation pourrait également s'avérer intéressante. Quel(s) critère(s) des problèmes de transformation facilitent la résolution à cet âge ? L'identification de tels critères pourrait servir de leviers lorsque les enseignants abordent la résolution de problèmes. Il serait intéressant d'effectuer une recherche similaire sur plus d'enfants pour confirmer nos observations concernant l'influence des effets d'ordre et de distance. De même une recherche ultérieure pourrait s'intéresser à l'enseignement des problèmes à l'école. Il s'agit d'un exercice où de nombreux enfants sont en difficultés. Il faudrait étudier les variables les plus fréquentes dans les problèmes scolaires pour identifier celles qui favorisent ou entravent les performances en résolution.

Cette étude nous a également permis de rencontrer plusieurs enseignants et d'échanger avec eux sur la résolution de problèmes mais aussi sur les adaptations à mettre en place avec les enfants dyscalculiques. Nous avons ainsi constaté que ces enseignants étaient très demandeurs d'information et de conseils. Un mémoire pourrait également dresser l'état de connaissance qu'ont les enseignants sur les troubles du calcul et du raisonnement logico-mathématiques de l'enfant, mais aussi élaborer à leur attention un livret d'informations et de conseils pratiques d'adaptations à mettre en œuvre.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Alarcon, M., Defries, J.C., Light, J.G., Pennington, B.F. (1997). A Twin study of mathematics disability. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 617-623.
- [2] American psychiatric association. (2004). DSM-IV-TR : *manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux*, 4ème édition, Texte révisé. Paris : Masson, 1065p.
- [3] Ashcraft, M.H., Fierman, B.A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33, 216-234.
- [4] Ashcraft, M.H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44, 75-106.
- [5] Baroody, A.J., Ginsburg, H.P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- [6] Baroody, A.J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 141-157.
- [7] Barrouillet, P., Fayol, M. (1998). From algorithmic computing to direct retrieval : Evidence from number and alphabet arithmetic in children and adults. *Memory & Cognition*, 26, 355-368.
- [8] Briars, D., Larkin, J.H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*, 1, 245-296.
- [9] Brin, F., Courier, C., Lederlé, E., Masy, V. (2004). *Dictionnaire d'Orthophonie*. Ortho Edition, 5, 78.

- [10] Brissiaud, R. (2002). Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques. In J. Bideaud et H. Lehalle (Eds.), *Traité des sciences cognitives : le développement des activités numériques chez l'enfant*. Paris : Hermès.
- [11] Brissiaud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris : Retz.
- [12] Bryant, D.P., Bryant, B.R., Hammill, D.D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 168-177.
- [13] Carpenter, T.P., Moser, J.M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. Lesch and M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press.
- [14] Davis-Dorsey, J., Ross, S.M., Morrison, G.R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 83, 61-68.
- [15] De Corte, E., Verschaffel, L., De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77, 460-470.
- [16] De Corte, E., Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first grader's strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- [17] Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 4, 1-42.
- [18] Desoete, A., Roeyers, H., De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 50-61.

- [19] Devidal, M. (1996). *La lecture de problèmes arithmétiques : Une activité guidée par des schémas ?* Thèse de Doctorat non publiée, Dijon.
- [20] Devidal, M., Fayol, M., Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. *L'Année Psychologique*, 97, 9-31.
- [21] Dixon, P. (1987). The processing of organizational and component step information in written directions. *Journal of Memory and Language*, 26, 24-35.
- [22] Fayol, M. (1985). *Le récit et sa construction : Une approche de psychologie cognitive*. Neuchâtel, Paris, Delachaux et Niestlé.
- [23] Fayol, M., Abdi, H., Gombert, J.E. (1987). Arithmetic problem formulation and working memory load. *Cognition and Instruction*, 4, 183-202.
- [24] Fayol, M. (1992). Comprendre ce qu'on lit : De l'automatisme au contrôle. In M. Fayol, J.E. Gombert, P. Lecocq, L. Sprenger-Charolles et D. Zagar (Eds.), *Psychologie cognitive de la lecture*, Paris, PUF.
- [25] Fayol, M., Thevenot, C., Devidal, M. (2005). Résolution de problème. In M-P. Noël (Ed.), *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant*. Marseille : Solal
- [26] Fayol, M., Thevenot, C. (2008). *La résolution de problèmes arithmétiques*. Université de Lisbonne Novembre 2008.
- [27] Focant, J., Gregoire, J. (2005). Les stratégies d'autorégulation cognitive : une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. In M. Crahay, E. De Corte, J. Grégoire et L. Verschaffel (Eds.), *Apprendre et enseigner les mathématiques à l'enseignement primaire et secondaire*. Bruxelles : De Boeck.
- [28] Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., Lambert, W. E. (2008). Problem solving and calculation skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition? *Journal of Educational Psychology*, 100, 30-47.

- [29] Groen, G.J., Parkman, J.M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79, 329-343.
- [30] Hegarty, M., Mayer, R.E., Monk, C.A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32.
- [31] Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint set. *Child Development*, 54, 84-90.
- [32] Johnson-Laird, P.N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge, MA: Harvard University Press/ Cambridge, UK: Harvard University Press.
- [33] Kail, R., Hall, L.K. (1999). Sources of developmental change in children's word problem performance. *Journal of Educational Psychology*, 91, 660-668.
- [34] Kintsch, W., Greeno, J.G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, 109-129.
- [35] Klein, J.S., Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: The concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54, 105-116.
- [36] Lefevre, J.-A., Sadesky, G., Bisanz, J. (1996). Selection of Procedures in Mental Addition: Reassessing the Problem Size Effect in Adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 22 (1), 216-230.
- [37] Lemaire, P., Barrett, S. E., Fayol, M., Abdi, H. (1994). Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 57, 224-258.

- [38] Levine, S., Jordan, N.C., Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 53, 72-103.
- [39] Lewis, C., Hitch, G.J., Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 35, 283-292.
- [40] Mayer, R.E., Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R.S. Sternberg et T. Ben Zee (Eds.), *The nature of mathematical thinking*. Mahwah : Lawrence Erlbaum Associates.
- [41] Mazeau, M. (2005). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages : du symptôme à la rééducation*. Paris : Masson. 320 p.
- [42] Muth, K.D. (1984). Solving arithmetic word problems : Role of reading and computational skills. *Journal of Educational Psychology*, 76, 205-210.
- [43] Nathan, M.J., Kintsch, W., Young, E. (1992). A theory of algebra word problem comprehension and its implication for the design of learning environments. *Cognition and Instruction*, 4, 329-390.
- [44] Oakhill, J., Cain, K., Yuill, N. (1998). Individual differences in children's comprehension skill: Toward an integrated model. In C. Hulme et R.M. Joshi (Eds), *Reading and Spelling: Development and disorders*. Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- [45] Ostad, S.A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14, 21-36.
- [46] Ostad, S.A. (2000). Cognitive subtraction in a developmental perspective: Accuracy, speed-of-processing and strategy-use differences in normal and mathematically disabled children. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 22, 18-31.

- [47] Rawson, K.A., Kintsch, W. (2002). How does background information improve memory for test content? *Memory and Cognition*, 30 (5), 768-778.
- [48] Reusser, K. (1989). *Textual and situational factors in solving mathematical word problems*. Bern: University of Bern.
- [49] Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. *European Journal in an International Context*, 2, 477-498.
- [50] Riley, M.S., Greeno, J.G., Heller, J.I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- [51] Rosenthal, D.J.A., Resnick, L.B. (1974). Children's solution processes in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 66, 817-825.
- [52] Shalev, R.S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi, N., Friedlander, Y., Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, 34, 59-65.
- [53] Siegler, R.S., Shrager, J. (1984). Strategic choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills*. Hillsdale: Erlbaum.
- [54] Siegler, R.S. (1987). The perils of averaging data over strategies : An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116, 250-264.
- [55] Siegler, R.S., Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- [56] Staub, F.C., Reusser, K. (1995). The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In C.A. Weaver, S. Mannes et C.R. Fletcher

- (Eds.), *Discourse comprehension. Essays in honor of Walter Kintsch*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- [57] Swanson, H.L., Cooney, J.B., Brock, S. (1993). The influence of working memory and classification ability on children's word problem solution. *Journal of Experimental Child Psychology*, 55, 374-395.
- [58] Swanson, H. L. (2006). Cross-sectional and incremental changes in working memory and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 98, 265–281.
- [59] Temple, C.M., Sherwood, S. (1992). Developmental dyscalculia. In Rapin, S.J. Segalowitz., F., Boller et Grafman (Eds.) *Handbook of neuropsychology, 7 : Child Psychology* (pp. 211-222). Amsterdam : Elsevier.
- [60] Thevenot, C., Barrouillet, P., Fayol, M. (2001). Algorithmic solution of arithmetic problems and operand-answer associations in long term memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54, 599-611.
- [61] Thevenot, C., Devidal, M., Barrouillet, P., Fayol, M. (2007). Why does placing the question before an arithmetic word problem improve performance. A situation model account. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60, 43-56.
- [62] Van Dijk, T., Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.
- [63] Van Hout, A. (2001). Dyscalculies développementales, in A. Van Hout, et C. Meljac (Eds.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*, Paris : Masson.
- [64] Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets et Zeitlinger.
- [65] Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W., Mukhopadhyay, S. (2009). *Words and Worlds*. Sense Publishers.

- [66] Von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculations: Varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9, 41-57.
- [67] *Les nouveaux programmes de l'école primaire* (2008). Ministère de l'Education Nationale.
- [68] *Votre enfant à l'école, CP-CM2 : Guide pratique des parents* (2010-2011). Ministère de l'Education Nationale.

ANNEXES

Annexe 1 : Les problèmes du protocole

Annexe 2 : Feuilles de passation n°1 et 2

Annexe 3 : Tableaux de résultats en résolution de problèmes

Annexe 4 : Tableaux d'analyses statistiques

Annexe 5 : Tableaux des méthodes de résolution et erreurs de calcul

Annexe 1 : Les problèmes du protocole

Les problèmes à transformation :

Petit / Grand :

1. Un petit garçon a coupé 2 arbres, il en coupe encore 3.
Combien d'arbres a-t-il coupés en tout?
2. Hier le jeune Arthur avait 2 feutres, il en prend encore 6.
Combien de feutres a-t-il en tout?
3. Mardi le vétérinaire a soigné 3 chats, il en soigne encore 4.
Combien de chats a-t-il soignés en tout?
4. Dans le jardin Sophie cueille 3 fleurs, elle en cueille encore 7.
Combien de fleurs a-t-elle cueillies en tout?
5. A l'école Emma taille 4 crayons, elle en taille encore 5 ?
Combien de crayons a-t-elle taillés en tout?
6. Dans son bassin Marie avait 4 poissons, elle en achète encore 8.
Combien de poissons a-t-elle en tout?

Grand / Petit :

7. Hier la petite Sarah avait 3 voitures, aujourd'hui elle en gagne 2.
Combien de voitures a-t-elle en tout?
8. Lundi soir Paul a fait 6 gâteaux, il en fait encore 2.
Combien de gâteaux a-t-il faits en tout?
9. Ma grande sœur a arrosé 4 plantes, elle en arrose encore 3.
Combien de plantes a-t-elle arrosées en tout?
10. Cette semaine Martin a lu 7 livres, il en lit encore 3.
Combien de livres a-t-il lus en tout?
11. La fille de Lucie mange 5 bonbons, elle en mange encore 4.
Combien de bonbons a-t-elle mangés en tout?
12. Hier mon ami Antoine avait 8 billes, aujourd'hui il en gagne 4.
Combien de billes a-t-il en tout?

Les problèmes à états :

Petit / Grand :

13. Lundi le vétérinaire a soigné 2 chats, papa en a soigné 3.

Combien de chats ont-ils soignés en tout ?

14. Dans le bassin mamie a 2 poissons rouges, papy en a 6.

Combien de poissons rouges ont-ils en tout ?

15. A l'école, Alexandre taille 3 crayons, sa sœur en taille 4.

Combien de crayons ont-ils taillés en tout ?

16. Dans sa trousse, Martin a 3 feutres verts, Sarah en a 7.

Combien de feutres verts ont-ils en tout ?

17. Dans le jardin Tom cueille 4 fleurs, son frère en cueille 5.

Combien de fleurs ont-ils cueillies en tout ?

18. Ce matin Lucie a coupé 4 arbres, Paul en a coupé 8.

Combien d'arbres ont-ils coupés en tout ?

Grand / Petit :

19. Mardi soir, Arthur a fait 3 gâteaux, Juliette en a fait 2.

Combien de gâteaux ont-ils faits en tout ?

20. Dans son sac Sophie a 6 jolies billes, Louis en a 2.

Combien de jolies billes ont-ils en tout ?

21. Cette semaine Théo a lu 4 livres, Marie en a lu 3.

Combien de livres ont-ils lus en tout ?

22. La fille de Camille mange 7 bonbons, son cousin en mange 3.

Combien de bonbons ont-ils mangés en tout ?

23. Un petit garçon a arrosé 5 plantes, Emma en a arrosé 4.

Combien de plantes ont-ils arrosées en tout ?

24. Dans sa boîte Anna a 8 petites voitures, Pierre en a 4.

Combien de petites voitures ont-ils en tout ?

Annexe 2 : Feuille de passation n°1

Date du jour :

Nom :

Sexe :

Prénom :

Date de naissance :

Suivi en orthophonie : oui – non

Age (en mois) :

redoublement/avance : oui - non

N°	Problèmes	Réponses attendues	Réponses de l'enfant	+ / -	Observations
15	A l'école, Alexandre taille 3 crayons, sa sœur en taille 4. Combien de crayons ont-ils taillés en tout?	7			
13	Lundi le vétérinaire a soigné 2 chats, papa en a soigné 3. Combien de chats ont-ils soignés en tout ?	5			
6	Dans son bassin Marie avait 4 poissons, elle en achète encore 8. Combien de poissons a-t-elle en tout?	12			
24	Dans sa boîte Anna a 8 petites voitures, Pierre en a 4. Combien de petites voitures ont-ils en tout ?	12			
3	Mardi le vétérinaire a soigné 3 chats, il en soigne encore 4. Combien de chats a-t-il soignés en tout?	7			
2	Hier le jeune Arthur avait 2 feutres, il en prend encore 6. Combien de feutres a-t-il en tout?	8			
23	Un petit garçon a arrosé 5 plantes, Emma en a arrosé 4. Combien de plantes ont-ils arrosées en tout ?	9			
1	Un petit garçon a coupé 2 arbres, il en coupe encore 3. Combien d'arbres a-t-il coupés en tout?	5			
16	Dans sa trousse, Martin a 3 feutres verts, Sarah en a 7. Combien de feutres verts ont-ils en tout ?	10			
17	Dans le jardin Tom cueille 4 fleurs, son frère en cueille 5. Combien de fleurs ont-ils cueillies en tout ?	9			
9	Ma grande sœur a arrosé 4 plantes, elle en arrose encore 3. Combien de plantes a-t-elle arrosées en	7			

	tout?				
20	Dans son sac Sophie a 6 jolies billes, Louis en a 2. Combien de jolies billes ont-ils en tout ?	8			
22	La fille de Camille mange 7 bonbons, son cousin en mange 3. Combien de bonbons ont-ils mangés en tout ?	10			
14	Dans le bassin mamie a 2 poissons rouges, papy en a 6. Combien de poissons rouges ont-ils en tout ?	8			
10	Cette semaine Martin a lu 7 livres, il en lit encore 3. Combien de livres a-t-il lus en tout?	10			
18	Ce matin Lucie a coupé 4 arbres, Paul en a coupé 8. Combien d'arbres ont-ils coupés en tout ?	12			
5	A l'école Emma taille 4 crayons, elle en taille encore 5. Combien de crayons a-t-elle taillés en tout?	9			
4	Dans le jardin Sophie cueille 3 fleurs, elle en cueille encore 7. Combien de fleurs a-t-elle cueillies en tout?	10			
19	Mardi soir, Arthur a fait 3 gâteaux, Juliette en a fait 2. Combien de gâteaux ont-ils faits en tout ?	5			
21	Cette semaine Théo a lu 4 livres, Marie en a lu 3. Combien de livres ont-ils lus en tout ?	7			
12	Hier mon ami Antoine avait 8 billes, aujourd'hui il en gagne 4. Combien de billes a-t-il en tout?	12			
7	Hier la petite Sarah avait 3 voitures, aujourd'hui elle en gagne 2. Combien de voitures a-t-elle en tout?	5			
11	La fille de Lucie mange 5 bonbons, elle en mange encore 4. Combien de bonbons a-t-elle mangés en tout?	9			
8	Lundi soir Paul a fait 6 gâteaux, il en fait encore 2. Combien de gâteaux a-t-il faits en tout?	8			
				Total	

Feuille de passation n°2 :

Date du jour :

Nom :

Sexe :

Prénom :

Date de naissance :

Suivi en orthophonie : oui – non

Age (en mois) :

redoublement/avance : oui - non

N°	Problèmes	Réponses attendues	Réponses de l'enfant	+ / -	Observations
21	Cette semaine Théo a lu 4 livres, Marie en a lu 3. Combien de livres ont-ils lus en tout ?	7			
8	Lundi soir Paul a fait 6 gâteaux, il en fait encore 2. Combien de gâteaux a-t-il faits en tout?	8			
1	Un petit garçon a coupé 2 arbres, il en coupe encore 3. Combien d'arbres a-t-il coupés en tout?	5			
22	La fille de Camille mange 7 bonbons, son cousin en mange 3. Combien de bonbons ont-ils mangés en tout ?	10			
13	Lundi le vétérinaire a soigné 2 chats, papa en a soigné 3. Combien de chats ont-ils soignés en tout ?	5			
4	Dans le jardin Sophie cueille 3 fleurs, elle en cueille encore 7. Combien de fleurs a-t-elle cueillies en tout?	10			
12	Hier mon ami Antoine avait 8 billes, aujourd'hui il en gagne 4. Combien de billes a-t-il en tout?	12			
20	Dans son sac Sophie a 6 jolies billes, Louis en a 2. Combien de jolies billes ont-ils en tout ?	8			
16	Dans sa trousse, Martin a 3 feutres verts, Sarah en a 7. Combien de feutres verts ont-ils en tout ?	10			
3	Mardi le vétérinaire a soigné 3 chats, il en soigne encore 4. Combien de chats a-t-il soignés en tout?	7			
24	Dans sa boîte Anna a 8 petites voitures, Pierre en a 4. Combien de petites voitures ont-ils en tout ?	12			
10	Cette semaine Martin a lu 7 livres, il en lit encore 3.	10			

	Combien de livres a-t-il lus en tout?				
11	La fille de Lucie mange 5 bonbons, elle en mange encore 4. Combien de bonbons a-t-elle mangés en tout?	9			
2	Hier le jeune Arthur avait 2 feutres, il en prend encore 6. Combien de feutres a-t-il en tout?	8			
14	Dans le bassin mamie a 2 poissons rouges, papy en a 6. Combien de poissons rouges ont-ils en tout ?	8			
7	Hier la petite Sarah avait 3 voitures, aujourd'hui elle en gagne 2. Combien de voitures a-t-elle en tout?	5			
19	Mardi soir, Arthur a fait 3 gâteaux, Juliette en a fait 2. Combien de gâteaux ont-ils faits en tout ?	5			
23	Un petit garçon a arrosé 5 plantes, Emma en a arrosé 4. Combien de plantes ont-ils arrosées en tout ?	9			
5	A l'école Emma taille 4 crayons, elle en taille encore 5. Combien de crayons a-t-elle taillés en tout?	9			
9	Ma grande sœur a arrosé 4 plantes, elle en arrose encore 3. Combien de plantes a-t-elle arrosées en tout?	7			
18	Ce matin Lucie a coupé 4 arbres, Paul en a coupé 8. Combien d'arbres ont-ils coupés en tout ?	12			
15	A l'école, Alexandre taille 3 crayons, sa sœur en taille 4. Combien de crayons ont-ils taillés en tout?	7			
17	Dans le jardin Tom cueille 4 fleurs, son frère en cueille 5. Combien de fleurs ont-ils cueillies en tout ?	9			
6	Dans son bassin Marie avait 4 poissons, elle en achète encore 8. Combien de poissons a-t-elle en tout?	12			
				Total	

Annexe 3 : Tableaux de résultats en résolution de problèmes

Légende :
feuille de passation n°1
feuille de passation n°2
LP → Le Perreux s/Marne
PC → Pontault-Combault
G-P = 1
G-P = 4

		type de problème																								total	
		transformation												états													
		P/G						G/P						P/G						G/P							
		2+3	2+6	3+4	3+7	4+5	4+8	3+2	6+2	4+3	7+3	5+4	8+4	2+3	2+6	3+4	3+7	4+5	4+8	3+2	6+2	4+3	7+3	5+4	8+4	total	
sexe	âge (mois)	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24		
GS-LP1	F	67	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	9
GS-LP2	F	66	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
GS-LP3	F	58	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	5
GS-LP4	M	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
GS-LP5	M	60	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
GS-LP6	F	68	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	6
GS-LP7	M	64	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
GS-LP8	M	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2
GS-LP9	M	59	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	7
GS-LP10	M	61	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
GS-LP11	F	67	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	11
GS-LP12	F	62	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
GS-LP13	F	68	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	6
GS-LP14	F	64	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	17
GS-LP15	F	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GS-LP16	F	59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GS-LP17	F	67	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	4
GS-PC1	F	65	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	10
GS-PC2	M	61	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	8
GS-PC3	M	66	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	12
GS-PC4	M	58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GS-PC5	F	66	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	11
GS-PC6	M	61	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	8
GS-PC7	F	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GS-PC8	M	65	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	11
GS-PC9	F	59	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
GS-PC10	F	64	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	12
GS-PC11	M	68	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	18
GS-PC12	M	69	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
GS-PC13	M	60	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	21

		type de problème																								total	
		transformation												états													
		P/G						G/P						P/G						G/P							
sexe	âge (mois)	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24		
CP-LP1	M	69	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	13
CP-LP2	F	70	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	13
CP-LP3	M	78	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	20	
CP-LP4	F	71	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	13
CP-LP5	F	78	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	19
CP-LP6	M	74	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	17
CP-LP7	F	79	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4
CP-LP8	M	77	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	22
CP-LP9	F	71	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	10
CP-LP10	F	72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	5
CP-LP11	M	81	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	15
CP-LP12	F	76	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	10
CP-LP13	M	78	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	18
CP-LP14	M	78	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	16
CP-PC1	M	69	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	21
CP-PC2	F	74	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	18
CP-PC3	M	79	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	9
CP-PC4	M	79	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	23
CP-PC5	M	71	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	6
CP-PC6	M	72	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	17
CP-PC7	F	74	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	12
CP-PC8	M	78	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22
CP-PC9	M	73	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	10
CP-PC10	F	80	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	13
CP-PC11	M	74	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	13
CP-PC12	M	70	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	20
CP-PC13	M	73	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	12
CP-PC14	M	73	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	16
CP-PC15	F	73	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	10
CP-PC16	M	80	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	18

CP

Annexe 4 : tableaux d'analyses statistiques

Analyse globale						
1 = Niveau scolaire : GSM ou CP ou CE1						
2 = Type de problèmes : transformation ou statique						
3 = Ordre de présentation des opérandes : P/G ou G/P						
4 = Distance entre les opérandes : faible ou forte						
<i>Effet</i>	<i>df Effet</i>	<i>MS Effet</i>	<i>df Erreur</i>	<i>MS Erreur</i>	<i>F de Snédécór</i>	<i>probabilité</i>
1	2	188.1597	87	3.137452	59.97214	0.000000
2	1	.8000	87	.240709	3.32352	.071730
3	1	8.0222	87	.399904	20.06036	.000023
4	1	68.4500	87	1.325191	51.65291	0.000000
12	2	.1292	87	.240709	.53661	.586650
13	2	.8431	87	.399904	2.10814	.127626
23	1	0.0000	87	.264080	.00000	1.000000
14	2	6.6292	87	1.325191	5.00242	.008782
24	1	.1389	87	.356418	.38968	.534101
34	1	2.4500	87	.430939	5.68526	.019281
123	2	.0125	87	.264080	.04733	.953793
124	2	.1764	87	.356418	.49489	.611341
134	2	1.0292	87	.430939	2.38820	.097789
234	1	.0056	87	.292816	.01897	.890763
1234	2	.0097	87	.292816	.03320	.967355

Effet de la distance entre opérandes en fonction du niveau scolaire			Effet de l'ordre de présentation sur la distance entre les opérandes		
	<i>distance faible</i>	<i>distance forte</i>		<i>ordre G/P</i>	<i>ordre P/G</i>
<i>GSM</i>	1,283333	0,55			
<i>CP</i>	2,25	1,375	<i>distance faible</i>	2,066667	2,161111
<i>CE 1</i>	2,808333	2,566667	<i>distance forte</i>	1,333333	1,661111

Analyse par niveau : GSM						
1 = Type de problèmes : transformation ou statique						
2 = Ordre de présentation des opérandes : P/G ou G/P						
3 = Distance entre les opérandes : faible ou forte						
<i>Effet</i>	<i>df Effet</i>	<i>MS Effet</i>	<i>df Erreur</i>	<i>MS Erreur</i>	<i>F de Snédécór</i>	<i>probabilité</i>
1	1	.81667	29	.247701	3.29698	.0797604
2	1	4.26667	29	.680460	6.27027	.0181546
3	1	32.26667	29	1.714942	18.81501	.0001589
12	1	.01667	29	.275287	.06054	.8073733
13	1	.41667	29	.364943	1.14173	.2941007
23	1	0.00000	29	.448276	0.00000	.9999999
123	1	.01667	29	.206322	.08078	.7782628

Analyse par niveau : CP						
1 = Type de problèmes : transformation ou statique						
2 = Ordre de présentation des opérandes : P/G ou G/P						
3 = Distance entre les opérandes : faible ou forte						
<i>Effet</i>	<i>df Effet</i>	<i>MS Effet</i>	<i>df Erreur</i>	<i>MS Erreur</i>	<i>F de Snédécor</i>	<i>probabilité</i>
1	1	.03750	29	.278879	.13447	.7165070
2	1	5.10417	29	.362787	14.06931	.0007833
3	1	45.93750	29	1.747845	26.28237	.0000178
12	1	.00417	29	.348994	.01194	.9137441
13	1	.03750	29	.451293	.08309	.7751971
23	1	4.00417	29	.676580	5.91824	.0213857
123	1	.00417	29	.452443	.00921	.9242085

Interaction entre l'ordre de présentation et la distance entre opérandes au CP		
	<i>ordre G/P</i>	<i>ordre P/G</i>
<i>distance faible</i>	2,266667	2,233333
<i>distance forte</i>	1,65	1,1

Analyse par niveau : CE1						
1 = Type de problèmes : transformation ou statique						
2 = Ordre de présentation des opérandes : P/G ou G/P						
3 = Distance entre les opérandes : faible ou forte						
<i>Effet</i>	<i>df Effet</i>	<i>MS Effet</i>	<i>df Erreur</i>	<i>MS Erreur</i>	<i>F de Snédécor</i>	<i>probabilité</i>
1	1	.204167	29	.1955460	1.044085	.3153221
2	1	.337500	29	.1564655	2.157025	.1526839
3	1	3.504167	29	.5127873	6.833567	.0140402
12	1	.004167	29	.1679598	.024808	.8759391
13	1	.037500	29	.2530172	.148211	.7030598
23	1	.504167	29	.1679598	3.001711	.0938010
123	1	.004167	29	.2196839	.018967	.8914139

Interaction entre l'ordre de présentation et la distance entre opérandes au CE1		
	<i>ordre G/P</i>	<i>ordre P/G</i>
<i>distance faible</i>	2,8	2,816667
<i>distance forte</i>	2,65	2,483333

Annexe 5 : Tableaux des méthodes de résolution et erreurs de calcul

D = stratégies externes (doigts)

H = réponses par devinette (hasard)

R = stratégies mentales (récupération directe en mémoire ou calcul mental)

C = mise en œuvre de la commutativité

Err C = nombre d'erreurs à 1 près (erreurs de calcul)

o = oui, l'enfant utilise cette stratégie

n = non, l'enfant n'utilise pas cette stratégie

	sexe	âge (mois)	D	H	R	C	total	Err C	
GS	GS-LP1	F	67	o	n	n	n	9	1
	GS-LP2	F	66	n	o	o	n	4	1
	GS-LP3	F	58	o	n	n	n	5	4
	GS-LP4	M	63	o	o	n	n	2	5
	GS-LP5	M	60	o	n	n	n	3	10
	GS-LP6	F	68	o	n	n	n	6	6
	GS-LP7	M	64	o	o	n	n	1	3
	GS-LP8	M	63	n	o	n	n	2	8
	GS-LP9	M	59	o	n	n	n	7	2
	GS-LP10	M	61	o	n	n	n	5	7
	GS-LP11	F	67	o	o	n	n	11	5
	GS-LP12	F	62	n	o	n	n	1	4
	GS-LP13	F	68	o	o	o	n	6	1
	GS-LP14	F	64	o	n	o	n	17	1
	GS-LP15	F	65	n	o	n	n	0	2
	GS-LP16	F	59	n	o	n	n	0	0
	GS-LP17	F	67	n	o	n	n	4	2
	GS-PC1	F	65	o	o	n	n	10	1
	GS-PC2	M	61	o	n	n	n	8	4
	GS-PC3	M	66	o	o	n	n	12	2
	GS-PC4	M	58	n	o	n	n	0	0
	GS-PC5	F	66	o	n	n	n	11	3
	GS-PC6	M	61	o	n	n	n	8	1
	GS-PC7	F	64	o	o	n	n	0	0
	GS-PC8	M	65	o	n	n	n	11	2
	GS-PC9	F	59	o	n	n	n	2	7
GS-PC10	F	64	o	n	n	n	12	3	
GS-PC11	M	68	o	n	o	n	18	1	
GS-PC12	M	69	o	n	n	n	24	0	
GS-PC13	M	60	n	n	o	n	21	2	

	sexe	âge (mois)	D	H	R	C	total	Err C	
CP	CP-LP1	M	69	o	n	n	n	13	0
	CP-LP2	F	70	o	n	o	n	13	8
	CP-LP3	M	78	o	n	o	o	20	3
	CP-LP4	F	71	o	n	o	n	13	3
	CP-LP5	F	78	o	n	n	n	19	5
	CP-LP6	M	74	o	n	n	n	17	6
	CP-LP7	F	79	n	o	o	n	4	6
	CP-LP8	M	77	o	n	o	n	22	2
	CP-LP9	F	71	o	n	n	n	10	6
	CP-LP10	F	72	o	o	o	n	5	9
	CP-LP11	M	81	o	n	n	n	15	5
	CP-LP12	F	76	o	n	n	o	10	5
	CP-LP13	M	78	o	n	o	n	18	4
	CP-LP14	M	78	n	n	o	n	16	8
	CP-PC1	M	69	o	n	o	n	21	3
	CP-PC2	F	74	o	n	n	n	18	4
	CP-PC3	M	79	o	n	n	n	9	5
	CP-PC4	M	79	o	n	n	o	23	0
	CP-PC5	M	71	o	n	o	n	6	7
	CP-PC6	M	72	o	n	n	n	17	1
	CP-PC7	F	74	o	n	n	n	12	3
	CP-PC8	M	78	n	n	o	n	22	2
	CP-PC9	M	73	o	n	n	o	10	6
	CP-PC10	F	80	o	n	o	n	13	5
	CP-PC11	M	74	o	n	n	n	13	3
	CP-PC12	M	70	o	n	o	o	20	1
	CP-PC13	M	73	o	n	o	n	12	4
	CP-PC14	M	73	o	o	o	n	16	2
	CP-PC15	F	73	o	n	n	n	10	5
	CP-PC16	M	80	o	n	o	o	18	5

	sexe	âge (mois)	D	H	R	C	total	Err C	
CE1	CE1-LP1	M	81	o	n	o	n	13	4
	CE1-LP2	F	92	o	n	o	o	18	5
	CE1-LP3	M	85	n	n	o	o	21	2
	CE1-LP4	F	88	o	n	o	n	24	0
	CE1-LP5	F	84	o	n	o	n	21	3
	CE1-LP6	F	88	o	n	o	o	19	5
	CE1-LP7	M	81	o	n	o	o	23	1
	CE1-LP8	F	81	o	n	n	n	23	1
	CE1-LP9	M	87	n	n	o	o	23	1
	CE1-LP10	M	89	n	n	o	o	23	1
	CE1-LP11	M	92	o	n	o	o	19	4
	CE1-LP12	F	90	n	n	o	o	24	0
	CE1-LP13	F	93	n	n	o	o	20	2
	CE1-LP14	M	92	o	n	o	o	19	3
	CE1-PC1	F	83	o	n	o	o	21	3
	CE1-PC2	F	90	o	n	o	o	23	1
	CE1-PC3	F	88	o	n	o	o	24	0
	CE1-PC4	M	92	o	n	o	n	22	1
	CE1-PC5	M	87	o	n	o	n	24	0
	CE1-PC6	F	83	o	n	n	o	17	2
	CE1-PC7	F	85	o	n	o	o	23	1
	CE1-PC8	M	82	n	n	o	o	24	0
	CE1-PC9	M	89	o	n	o	o	23	1
	CE1-PC10	M	83	o	n	o	o	17	4
	CE1-PC11	F	84	o	n	o	o	24	0
	CE1-PC12	F	88	o	n	o	o	24	0
	CE1-PC13	F	82	o	n	o	o	23	1
	CE1-PC14	F	85	o	n	o	o	22	0
	CE1-PC15	M	83	o	n	n	o	21	2
	CE1-PC16	F	86	o	n	o	o	23	1

	sexe	âge (mois)	D	H	R	C	total	Err C	
DysC	DC-V	M	150	o	n	o	o	22	2
	DC-A	M	120	n	n	o	n	21	3
	DC-K	M	141	o	n	o	n	21	1
	DC-M	M	92	o	o	o	n	20	1

Engagement de non plagiat

Nous soussignées Audrey SANSIQUET et Laëtitia ZAITZEFF déclarons être pleinement conscientes que le plagiat de documents ou d'une partie d'un document publiés sur toutes formes de support, y compris l'Internet, constitue une violation des droits d'auteur ainsi qu'une fraude caractérisée. En conséquence, nous nous engageons à citer toutes les sources que nous avons utilisées pour écrire ce mémoire.

Résumé :

La résolution de problème est un domaine mathématique qui occupe une part importante de la scolarité mais aussi de la vie quotidienne. Ce mémoire étudie la mise en œuvre de la commutativité pour résoudre des problèmes. Pour ce faire, 24 problèmes additifs ont été administrés à 90 enfants de GSM, CP et CE1 en début d'année scolaire. Notre étude a permis de révéler des effets du niveau scolaire, du type de problèmes, de l'ordre d'introduction des opérandes et de la distance entre les opérandes sur les performances en résolution.

Mots-clés : mathématiques ; résolution de problèmes ; commutativité ; opérandes ; niveau scolaire.

Abstract :

Problem solving is a mathematical field which is a major issue at school and in everyday life. This study explores the use of the commutative property to solve problems. Twenty-four addition tasks were administered early in the schoolyear to 30 preschool children, 30 children in their first and 30 children in their second year of primary school. The findings suggest that grade level, type of task, operand-order and distance between operands have an impact on problem solving performance.

Keywords : mathematics; problem solving; commutativity; operands; grade level.

Titre : Résolution de problèmes additifs simples. Quel rôle joue la commutativité ?

Nombre de pages : 70 pages + 15 pages d'annexes

Nombre de références bibliographiques : 68