



HAL
open science

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

Florence Delaballe Lugagne Delpon, Élodie Taverne Schlienger

► **To cite this version:**

Florence Delaballe Lugagne Delpon, Élodie Taverne Schlienger. Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans. Sciences cognitives. 2013. dumas-00873457

HAL Id: dumas-00873457

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00873457>

Submitted on 2 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADEMIE DE PARIS
UNIVERSITE PARIS VI PIERRE et MARIE CURIE

MEMOIRE POUR LE CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

LES DETERMINANTS DE LA PERFORMANCE
ARITHMETIQUE DE 7 A 10 ANS

Directeur de mémoire : Michel FAYOL

Professeur à l'université Blaise Pascal de Clermont -Ferrand

ANNEE UNIVERSITAIRE 2012-2013

Florence DELABALLE
LUGAGNE DELPON

Née le 13 août 1972

Elodie TAVERNE SCHLIENGER

Née le 24 octobre 1971

Un immense merci,

A Monsieur le Professeur Fayol pour son enseignement, son encadrement, ses précieux conseils et sa disponibilité dans la conduite de ce mémoire ;

A Madame Danton, Directrice de l'école primaire des Blondeaux de l'Hay Les Roses, et aux enseignants pour la confiance qu'ils nous ont accordée: Mesdames Bonnet, Nairi et Monsieur Bahon.

A Mesdames Rebillout et Wibart, Directrices de l'établissement Perrault-Brossolette à Meudon, et aux enseignantes qui nous ont permis de conduire cette étude auprès de leurs élèves : Mesdames Aubin, Delwarde, Giffard, Mercadier, Prim, Vieste ;

Aux enfants rencontrés, pour leur bonne humeur, leurs questions malicieuses et leur coopération tout au long de cette étude;

A Anne-Laure Doucet - Cortadellas pour avoir accepté d'être notre rapporteur,

A Pascaline, pour sa précieuse relecture ;

A nos parents pour leur soutien et leurs encouragements,

A nos enfants et nos maris pour leur patience et leur compréhension durant ces longues années d'études.

Elodie et Florence

SOMMAIRE

I INTRODUCTION	1
<i>(Florence Delaballe)</i>	
II ELEMENTS THEORIQUES :	2
LES COMPOSANTES DE LA PERFORMANCE ARITHMETIQUE	
II.1 Les capacités cognitives individuelles	2
<i>(Elodie Taverne)</i>	
II.1.1 Les composantes exécutives	2
II.1.2 Les composantes mnésiques	4
II.1.2.1. Mémoire de travail, MCT verbale et MCT visuo-spatiale	4
II.1.2.2 Mémoire à long terme (MLT)	7
II.1.3 Les compétences de représentation spatiale	8
II.1.4 La perception des quantités	9
II.2. Les composantes liées aux apprentissages académiques	13
<i>(Florence Delaballe)</i>	
II.2.1. La maîtrise du code verbal	13
II.2.2. La maîtrise du code indo-arabe	15
II.2.3 La maîtrise des relations entre les 3 codes	15
II.2.4. Les connaissances arithmétiques	17
II.3. La résolution de problèmes	21
<i>(Florence Delaballe)</i>	
II.3.1. Les différentes structures de problèmes	22
II.3.2 La situation de résolution de problème à l'école	24
II.4. Les programmes scolaires en mathématiques : performances attendues en CE2/CM1	25
<i>(Elodie Taverne)</i>	

III PROBLEMATIQUE	26
<i>(Florence Delaballe, Elodie Taverne)</i>	
III.1. Objectifs	26
III.2. Paramètres	26
III.2.1 La performance en résolution de problèmes	26
III.2.2 Le calcul	27
III.2.3 La lecture et l'écriture de nombres	27
III.2.4 La comparaison de nombres écrits	27
III.2.5 La ligne numérique	27
III.2.6 La mémoire de travail	28
III.3. Méthodologie	28
IV HYPOTHESES	29
<i>(Florence Delaballe, Elodie Taverne)</i>	
V METHODOLOGIE ET DESCRIPTION DES EPREUVES	30
<i>(Florence Delaballe, Elodie Taverne)</i>	
V.1. Population étudiée	30
V.2. Description des épreuves de CE2 (Novembre 2011)	31
V.2.1 Block taping Test (endroit et envers) : EVSEND et EVSENV	31
V.2.2 Dictée de nombres : DICNB	33
V.2.3 répétition de chiffres à rebours : empan auditif envers – EA	33
V.2.4. lecture de nombres : LECNB	34
V.2.5. Calcul mental oral : CM	35
V.2.6 Ligne Numérique	36
V.2.7. Comparaison de nombres écrits : COMP	37
V.2.8. Calcul écrit : OPE	38
V.2.9 Résolution de problèmes : PBO et PBE	38
V.3. Description des épreuves de CM1 (Novembre 2012)	42
V.3.1 Block taping Test (endroit et envers) : EVSEND et EVSENV	42
V.3.2 Dictée de nombres : DICNB	42
V.3.3 répétition de chiffres à rebours (empan auditif envers) : EA	42

V.3.4. lecture de nombres : LECNB	42
V.3.5. Calcul mental oral : CM	43
V.3.6 Ligne Numérique	43
V.3.7. Comparaison de nombres écrits : COMP	43
V.3.8. Calcul écrit : OPE	43
V.3.9 Résolution de problèmes : PBO et PBE	44
VI ANALYSE DES DONNEES BRUTES CE2 ET CM1	44
<i>(Florence Delaballe, Elodie Taverne)</i>	
VI.1. Transcodage	44
VI.2. Calcul	46
VI.2.1 Calcul mental oral	46
VI.2.2 Calcul écrit	53
VI.3. Empan	54
VI.3.1 Empan auditif envers (répétition de chiffres à rebours)	54
VI.3.2 Empan visuo-spatial	55
VI.4. Comparaison de nombres écrits	57
VI.5. Ligne numérique	59
VI.6. Problèmes	65
VI.6.1 Problèmes présentés à l'oral	65
VI.6.2 Problèmes présentés à l'écrit	69
VII ANALYSE DE CORRELATION	74
<i>(Elodie Taverne)</i>	
VII.1 Corrélation entre les variables de CE2	74
VII.2. Corrélation entre les variables de CM1	76
VII.3. Corrélation entre les variables de CE2 et de CM1	78
VIII ANALYSE DE REGRESSION	80
<i>(Florence Delaballe)</i>	
VIII.1 Prédiction de la performance arithmétique en CE2	80
VIII.2 Prédiction de la performance arithmétique en CM1	81

VIII.3 influence des résultats de CE2 sur la prédiction des performances arithmétiques en CM1	83
IX ANALYSE DE LA VARIANCE PAR PROFIL DE LIGNE NUMERIQUE	84
<i>(Florence Delaballe, Elodie Taverne)</i>	
IX.1. Homogénéité des groupes selon l'âge	85
IX.2. PAE	85
IX.3. Transcodage	86
IX.4. Comparaison de nombres	86
IX.5. Empans	86
IX.6. Calcul mental	86
IX.7. Problèmes	87
X DISCUSSION	90
<i>(Florence Delaballe, Elodie Taverne)</i>	
X.1. Synthèse et validation des hypothèses	90
X.1.1. Principaux résultats	90
X.1.2 Validation des hypothèses	91
X.2. Perspectives longitudinales	92
X.3 Etude de cas	95
X.4 Limites de l'étude	98
XI CONCLUSION	99
<i>(Elodie Taverne)</i>	
BIBLIOGRAPHIE	101

ANNEXES	A
Annexe 0 : Normes empans (Isaac et Vargha-Khadem, 1989)	B
Annexe 1 : Tableau récapitulatif des épreuves avec items CE2 et CM1	C
Annexe 2 : Tableau de données CE2	E
Annexe 3 : Tableau de données CM1	H
Annexe 4 : Analyse descriptive transcodage	K
Annexe 5 : Analyse descriptive Calcul Mental	L
Annexe 6 : Analyse descriptive Calcul Ecrit	P
Annexe 7 : Analyse descriptive Empans	Q
Annexe 8 : Analyse descriptive Comparaison de Nombres Ecrits	S
Annexe 9 : Analyse descriptive Résolutions de problèmes	T
Annexe 10 : Analyse ANOVA selon profil de ligne numérique	U
Annexe 11 : Historique des épreuves de la GSM au CM1	X

GLOSSAIRE

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : <i>Moyennes et Ecart-Type des nombres d'items rappelés</i> (Isaac et Vargha-Khadem, 1989)	B
Tableau 5.1 : <i>Données démographiques des participants</i>	30
Tableau 6.1.a : <i>Scores lecture et dictée de nombres CE2</i>	44
Tableau 6.1.b : <i>Scores lecture de nombres CE2 par item</i>	K
Tableau 6.1.c : <i>Scores dictée de nombres CE2 par item</i>	K
Tableau 6.1.d : <i>Scores lecture et dictée de nombres CM1</i>	45
Tableau 6.1.e : <i>Scores lecture de nombres CM1 par item</i>	K
Tableau 6.1.f : <i>Scores dictée de nombres CM1 par item</i>	K
Tableau 6.2.1.a : <i>Scores totaux Calcul Mental CE2 par type d'opérations</i>	47
Tableau 6.2.1.b : <i>Scores additions CE2 par item</i>	L
Tableau 6.2.1.c : <i>Temps d'exécution additions CE2 par item, en s.</i>	L

Tableau 6.2.1.d : <i>Scores soustractions CE2 par item</i>	L
Tableau 6.2.1.e : <i>Temps d'exécution soustractions CE2 par item, en s</i>	M
Tableau 6.2.1.f : <i>Scores multiplications CE2 par item</i>	M
Tableau 6.2.1.g : <i>Temps d'exécution multiplications CE2 par item, en s.</i>	M
Tableau 6.2.1.h : <i>Scores totaux Calcul Mental CM1 par type d'opérations</i>	49
Tableau 6.2.1.i : <i>Scores additions CM1 par item</i>	N
Tableau 6.2.1.j : <i>Temps d'exécution additions CM1 par item, en s</i>	N
Tableau 6.2.1.k : <i>Scores soustractions CM1 par item</i>	N
Tableau 6.2.1.l : <i>Temps d'exécution soustractions CM1 par item, en s.</i>	O
Tableau 6.2.1.m : <i>Scores multiplications CM1 par item</i>	O
Tableau 6.2.1.n : <i>Temps d'exécution multiplications CM1 par item, en s.</i>	O
Tableau 6.2.2.a : <i>Scores calcul écrit CE2 par item</i>	P
Tableau 6.2.2.b : <i>Scores calcul écrit CM1 par item</i>	P
Tableau 6.3.1.a : <i>Scores empan auditif envers CE2 et norme Isaacs (1989)</i>	Q
Tableau 6.3.1.b : <i>Scores empan auditif envers CM1 et norme Isaacs (1989)</i>	Q
Tableau 6.3.2.a : <i>Scores empan visuo-spatial endroit CE2 et norme Isaacs (1989)</i>	Q
Tableau 6.3.2.b : <i>Scores empan visuo-spatial endroit CM1 et norme Isaacs (1989)</i>	R
Tableau 6.3.2.c : <i>Scores empan visuo-spatial envers CE2 et norme Isaacs (1989)</i>	R
Tableau 6.3.2.d : <i>Scores empan visuo-spatial envers CM1 et norme Isaacs (1989)</i>	R
Tableau 6.4.a : <i>Scores comparaison de nombres écrits CE2</i>	58
Tableau 6.4.b : <i>Taux d'erreur par item – Comparaison de nombres écrits CE2</i>	S
Tableau 6.4.c : <i>Scores comparaison de nombres écrits CM1</i>	58
Tableau 6.4.d : <i>Taux d'erreur par item - comparaison de nombres écrits CM1</i>	S
Tableau 6.5.a : <i>Données ligne numérique CE2</i>	62
Tableau 6.5.b : <i>Profils ligne numérique CE2</i>	63
Tableau 6.5.c : <i>Données ligne numérique CM1</i>	64
Tableau 6.5.d : <i>Profils ligne numérique CM1</i>	64
Tableau 6.5.e : <i>Tableau de contingence des profils de ligne numérique CE2/CM1</i>	65
Tableau 6.6.1.a : <i>Scores totaux problèmes oraux CE2</i>	T
Tableau 6.6.1.b : <i>Scores problèmes oraux CE2 par item</i>	66
Tableau 6.6.1.c : <i>Scores totaux problèmes oraux CM1</i>	T
Tableau 6.6.1.d : <i>Scores problèmes oraux CM1 par item</i>	67
Tableau 6.6.2.a : <i>Scores totaux problèmes écrits CE2</i>	T

Tableau 6.6.2.b : <i>Scores comparés Problèmes n°1 CE2</i>	69
Tableau 6.6.2.c : <i>Scores comparés Problèmes n°2 CE2</i>	70
Tableau 6.6.2.d : <i>Scores comparés Problèmes n°3 CE2</i>	70
Tableau 6.6.2.e : <i>Scores comparés Problèmes n°4 CE2</i>	71
Tableau 6.6.2.f : <i>Scores totaux problèmes écrits CM1</i>	T
Tableau 6.6.2.g : <i>Scores comparés Problèmes n°1 CM1</i>	72
Tableau 6.6.2.h : <i>Scores comparés Problèmes n°2 CM1</i>	72
Tableau 6.6.2.i : <i>Scores comparés Problèmes n°3 CM1</i>	73
Tableau 6.6.2.j : <i>Scores comparés Problèmes n°4 CM1</i>	73
Tableau 6.6.2.k : <i>Récapitulatif des scores Problèmes CE2 et CM1</i>	74
Tableau 7.1.a : <i>Moyennes et écarts type des épreuves de CE2</i>	75
Tableau 7.1.b : <i>Coefficients de corrélation entre les épreuves de CE2</i>	75
Tableau 7.2.a : <i>Moyennes et écarts type des épreuves de CM1</i>	77
Tableau 7.2.b : <i>Coefficients de corrélation entre les épreuves de CM1</i>	77
Tableau 7.3 : <i>Coefficients de corrélation entre les épreuves de CE2 et de CM1</i>	79
Tableau 8.1.a : <i>Analyse de régression standard de la performance en CE2.</i>	80
Tableau 8.1.b : <i>Analyse de régression ascendante de la performance en CE2</i>	81
Tableau 8.2.a : <i>Analyse de régression standard de la performance en CM1.</i>	82
Tableau 8.2.b : <i>Analyse de régression ascendante de la performance en CM1</i>	82
Tableau 8.3.a : <i>Analyse de régression standard de la performance en CM1</i> <i>(données CE2+CM1)</i>	83
Tableau 8.3.b : <i>Analyse de régression ascendante de la performance en CM1</i> <i>(données CE2+CM1)</i>	83
Tableau 9.1 : <i>Analyse multifactorielle âge effect</i>	U
Tableau 9.2 : <i>Analyse multifactorielle variance PAE</i>	U
Tableau 9.3.a : <i>Analyse multifactorielle variance Transcodage</i>	U
Tableau 9.3.b : <i>Significativité des performances Transcodage / groupe</i>	U
Tableau 9.4 : <i>Analyse multifactorielle variance Comparaison de nombres</i>	U
Tableau 9.5.a : <i>Analyse multifactorielle variance EA</i>	U
Tableau 9.5.b : <i>Analyse multifactorielle variance EVS END</i>	V
Tableau 9.5.c : <i>Analyse multifactorielle variance EVS ENV</i>	V
Tableau 9.6.a : <i>Analyse multifactorielle variance Calcul Mental</i>	V
Tableau 9.6.b : <i>Significativité des performances Calcul mental / Groupe</i>	V

Tableau 9.7.a : <i>Analyse multifactorielle variance PBO</i>	V
Tableau 9.7.b : <i>Significativité des performances PBO / groupe</i>	V
Tableau 9.7.c : <i>Analyse multifactorielle variance PBETOT</i>	W
Tableau 9.7.d : <i>Significativité des performances PBETOT / groupe</i>	W
Tableau 9.7.e : <i>Analyse multifactorielle variance PBT</i>	W
Tableau 9.7.f : <i>Significativité des performances PBT/ groupe</i>	W
Tableau 10.3.a : <i>Profil LN enfant n°26</i>	95
Tableau 10.3.b : <i>Scores CE2/CM1 enfant n°26</i>	96
Tableau 10.3.c : <i>Profil LN enfant n°41</i>	97
Tableau 10.3.d : <i>Scores CE2/CM1 enfant n°41</i>	97

LISTE DES GRAPHIQUES

Graphique 6.5.a : <i>Ex. de représentations des nombres sur un modèle linéaire (CE2)</i>	60
Graphique 6.5.b : <i>Ex. de représentations des nombres sur un modèle logarithmique</i>	61
Graphique 6.5.c : <i>Ex. de représentations des nombres ne s'approchant d'aucun modèle</i>	61
Graphique 6.5.d : <i>Ligne numérique moyenne cohorte CE2</i>	62
Graphique 6.5.e : <i>Ligne numérique moyenne cohorte CM1</i>	64
Graphique 9.2 : <i>PAE selon les groupes et l'âge</i>	85
Graphique 9.6 : <i>Score moyen CM selon les groupes et l'âge</i>	87
Graphique 9.7.a : <i>Score moyen PBO selon les groupes et l'âge</i>	88
Graphique 9.7.b : <i>Score moyen PBE selon les groupes et l'âge</i>	88
Graphique : 9.7.c : <i>Score moyen PBT selon les groupes et l'âge</i>	89
Graphique 10.3.a : <i>LN enfant n°26 en CE2</i>	96
Graphique 10.3.b : <i>LN enfant n°26 en CM1</i>	96

I INTRODUCTION

En décembre 2013, seront publiés les résultats de l'étude PISA 2012, centrée, cette année, sur les mathématiques. Déjà en 2006, l'étude avait mis en évidence le grand nombre d'élèves français en difficulté dans cette matière.

Lecture et mathématiques sont souvent considérés de manière équivalente, comme les deux axes d'apprentissage fondamentaux de l'école primaire. Les progrès de la neuro-imagerie ont montré toute la complexité cognitive propre aux traitements numériques et arithmétiques. Mais la recherche s'y intéressant depuis peu, les données scientifiques sont encore insuffisantes.

Les tâches arithmétiques sont variées, allant de la quantification rapide de petites collections à la résolution de problèmes verbaux à plusieurs étapes. Elles exigent l'utilisation de plusieurs codes (oral, écrit, arabe), la compétence de dénombrement, la compréhension de la notation en base 10, la manipulation des grands nombres, des fractions ou des nombres décimaux, l'utilisation d'algorithmes complexes, autant d'activités susceptibles de mettre l'enfant en difficulté. Les activités numériques font appel à un tel nombre de fonctions cognitives qu'il est compliqué d'identifier les fonctions déficitaires à l'origine de la dyscalculie, contrairement aux origines mieux connues de la dyslexie.

La connaissance des facteurs prédictifs de la performance arithmétique s'étoffe au travers d'études longitudinales. En effet, au-delà d'une meilleure connaissance théorique des processus cognitifs et neuronaux mis en jeu dans les apprentissages mathématiques, les recherches visent à déterminer les grandes lignes du développement des enfants dans ce domaine, afin de faire ressortir des signaux d'alarme. Connaître les habiletés précoces nécessaires à la performance arithmétique et leur caractère prédictif permettrait de mettre en place, si besoin, des mesures de prévention ou de remédiation ciblées.

Notre mémoire poursuit cet objectif, en s'inscrivant dans l'étude longitudinale initiée, il y a maintenant 4 ans, par Braudeau-Vuong et Saimond-Menez [15] et poursuivie par David-Cazeilles et Desmichelle-Keraudy [28] en 2011 dans le cadre de leur mémoire pour le Certificat de Capacité d'Orthophonie. Nous en reprenons la suite en conservant le même groupe d'enfants scolarisés désormais en cycle 3. Nous avons ainsi recueilli des données portant sur les capacités générales (mémoire verbale à court terme ; mémoire visuo-spatiale...) et sur les compétences arithmétiques (calcul mental ; opération écrites ; résolution de

problèmes oraux ou écrits...). Notre principal objectif est de déceler les variables prédictives de la performance arithmétique actuelle et future, qui permettront de proposer les actions de remédiation adéquates.

II ELEMENTS THEORIQUES

LES COMPOSANTES DE LA PERFORMANCE ARITHMETIQUE

Trois processus cognitifs liés au développement des nombres chez les enfants ont été identifiés: les aptitudes verbales, l'attention spatiale et la conscience de la numérosité.

Les aptitudes verbales incluent l'apprentissage du nom des nombres et leur position dans le système des nombres cardinaux. L'attention spatiale comprend notamment la capacité à représenter, à manipuler et à transformer les dimensions spatiales. Quant à la conscience de la numérosité, elle inclut la connaissance et la manipulation de valeurs numériques, telles que le comptage, la subitisation et l'établissement de comparaisons entre les nombres.

Les facteurs qui expliquent la performance numérique sont de 2 types : certains sont liés aux aptitudes personnelles de chaque enfant, d'autres découlent d'un apprentissage formel académique.

II.1. LES CAPACITES COGNITIVES INDIVIDUELLES

En nous appuyant sur la littérature, nous énoncerons les facteurs cognitifs généraux qui seraient en lien avec des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Sont souvent mentionnées les faiblesses d'inhibition, de récupération de l'information en mémoire à long terme, de mémoire de travail, de conscience phonologique, de gnosies digitales et surtout une défaillance du traitement de la magnitude numérique à partir de symboles, qui empêcherait un raffinement progressif de la sémantique du nombre.

II.1.1. Les composantes exécutives

- **Les fonctions attentionnelles**

L'attention est une fonction cognitive complexe, essentielle dans la plupart des activités cérébrales. Elle permet la concentration nécessaire pour mémoriser une information, comprendre un texte, rechercher une donnée... L'attention sélective, indispensable lors de

l'analyse des données dans la résolution de problèmes, permet de porter notre attention sur un item pertinent tout en inhibant l'effet perturbateur provoqué par la présentation d'autres items (mécanisme de filtrage de Miyake et coll., 2000) [61]. Il existe donc une forte intrication entre les processus attentionnels et les fonctions exécutives (Zesiger, 2009) [92].

De même, Baddeley et Hitch (1974) [4] soulignent les liens qui existent entre fonctions exécutives, mémoire et attention.

- Les fonctions exécutives

Les fonctions exécutives sont un ensemble de processus cognitifs de haut niveau permettant de façon intentionnelle de faciliter l'adaptation aux situations nouvelles et/ou complexes, ceci par la définition de l'objectif à atteindre, du choix de la stratégie pour y parvenir, du contrôle de sa mise en œuvre et de ses résultats.

Ces fonctions élaborées se construisent de la naissance à l'adolescence en lien avec la maturation cérébrale.

Norman et Shallice (1986) [67] les décrivent comme fonctions de contrôle, régulatrices de l'action et du comportement. La majorité des auteurs s'accordent sur l'énonciation de trois fonctions distinctes : la planification, l'inhibition, la flexibilité auxquelles s'ajoute la mise à jour en mémoire de travail (Miyake et coll., 2000) [61]. Ces fonctions jouent un rôle important dans les acquisitions de l'enfant notamment au niveau du nombre et de la logique, comme l'inhibition de données non pertinentes dans la résolution de problèmes ou la mise à jour de données en calcul mental. Leurs dysfonctionnements peuvent donc nuire aux compétences mathématiques.

Selon Badian (1983) [5], les échecs en mathématiques seraient à associer à des défauts d'attention ou d'impulsivité en lien à des aspects exécutifs déficitaires.

Dans le même sens, Mazeau (2005) [56], insiste sur l'importance des compétences exécutives dans les activités arithmétiques, en plus des aspects linguistiques, visuo-spatiaux, logiques et mnésiques. Ces capacités exécutives sont en effet activées lors de l'acquisition des compétences numériques et « logiques » inhérentes à la construction piagétienne du nombre. Par exemple, la procédure de classification ou encore le raisonnement hypothético-déductif dans la résolution de problème nécessitent des compétences de flexibilité, d'inhibition, de mémoire de travail et de planification. De même, l'application d'algorithmes de calcul implique la capacité à superviser l'exécution d'une séquence d'opérations en planifiant et en contrôlant: traiter les chiffres dans le bon ordre, ne pas oublier les retenues, ne pas mélanger les résultats intermédiaires... Une étude de Bull et Scerif (2001) [16] montre que les mauvais

calculateurs présentent un dysfonctionnement de « l'exécuteur central ». De même, Clark, Pritchard et coll. (2010) [24] confirment qu'une inhibition et une flexibilité déficitaires engendrent des difficultés en résolution de problèmes et ce, malgré un entraînement intensif aux types de problèmes concernés.

Par ailleurs, certains auteurs expliquent les difficultés de résolution de petits calculs qu'ont certains enfants à partir d'une stratégie de calcul ou de récupération en mémoire du résultat, par un déficit des capacités d'inhibition. Ce déficit les empêcherait de gérer les interférences dans le réseau des faits arithmétiques. D'autres faits arithmétiques seraient donc activés et ne correspondraient pas au problème présenté. Certaines difficultés dans la résolution de problèmes pourraient être dues aussi, selon Passolunghi, Cornoldi et coll. (1999) [68], à une difficulté à inhiber une information non pertinente, qui surchargerait inutilement la mémoire de travail. D'Amico et Passolunghi (2009) [27], d'après une étude longitudinale de 2 ans sur des enfants de 9 ans dyscalculiques, observent, une faiblesse de la rapidité d'accès aux informations en mémoire à long terme et des mécanismes d'inhibition volontaire.

Néanmoins, plus récemment, de nombreux auteurs comme Censabella (2008) [22] ou Van der Sluis (2004) [87], suite à des études menées sur des enfants dyscalculiques, concluent à l'absence d'impact des facultés d'inhibition sur l'apprentissage spécifique des mathématiques.

Pour rester en cohérence avec les mémoires précédents et parce que la maturation imparfaite du cortex préfrontal à cet âge est difficile à prendre en compte, ces facteurs ne feront pas partie des paramètres étudiés dans notre étude.

II.1.2 Les composantes mnésiques

II.1.2.1 Mémoire de travail (MDT), MCT verbale et MCT visuo-spatiale

Il est souvent fait mention, dans la littérature, de la mémoire de travail comme facteur explicatif de la dyscalculie (Noel 2000) [63]. Le modèle de Baddeley et Hitch (1974) [4] est le plus couramment admis et celui que nous retenons dans notre étude. Ce modèle présente la MDT comme un système à capacité limitée, destiné au maintien temporaire et à la manipulation d'informations simultanément à la réalisation d'activités cognitives diverses: lecture, compréhension, résolution de problèmes... C'est un modèle tripartite dont le fonctionnement s'articule entre un administrateur central et deux systèmes esclaves: la boucle phonologique (BP) et le calepin visuo-spatial (CVS), chacun respectivement responsable du

maintien temporaire et actif des informations de type phonologique ou visuo-spatial. Quant à l'administrateur central (AC), il manipule les informations, alloue les ressources attentionnelles et coordonne l'ensemble des activités mentales.

- Evaluation et développement de la MDT

Ces trois systèmes ont des capacités limitées facilement observables dans les épreuves comportant des doubles tâches.

Chez l'enfant, la MDT est soumise à une maturation physiologique, notamment celle du cortex frontal. Néanmoins, différents travaux ont montré que la gestion des ressources par l'administrateur central est identique à celle des adultes: l'AC alterne entre des périodes de manipulation et des périodes de mise à jour des informations stockées. Le traitement cognitif et le maintien des informations se partagent donc les mêmes ressources attentionnelles (Portrat, Camos et coll., 2009) [70].

Isaac et Vargha-Khadem (1989) [48] ont mené une étude normative sur des enfants de 7 à 15 ans en évaluant les empan de chiffres endroit et envers, ainsi que les empan visuo-spatial endroit et envers (cf annexe 0, tab n°2.1). L'analyse des résultats fait ressortir que les quatre empan s'accroissent avec l'âge, de façon particulièrement régulière et progressive pour les empan de chiffres, alors que la progression des empan visuo-spatiaux est plus inconstante (l'EVS endroit s'accroît surtout entre 9 et 10 ans et l'EVS envers entre 7 et 8 ans).

- Poids de la MDT dans le développement des compétences arithmétiques

Pour comprendre le poids de la MDT dans le développement des compétences arithmétiques, différentes études se sont intéressées aux enfants ayant des difficultés d'apprentissage dans ce domaine. Geary, Brown et coll. (1991) [39] ont mis en avant le lien entre la MDT et la capacité à se constituer un réseau de faits arithmétiques: l'association entre opération et réponse ne se fixe en MLT que si les deux informations sont activées simultanément en MCT, ce que n'arrivent pas à faire les enfants dyscalculiques, d'où leurs faibles performances dans les tâches de calcul.

- Le rôle de la boucle phonologique

De nombreux travaux montrent l'importance de la MCT verbale (BP), dans le développement des compétences arithmétiques, notamment pour la mémorisation de la chaîne numérique verbale et la rétention des énoncés de calcul ou de problèmes verbaux.

La boucle phonologique joue tout d'abord un rôle clé dans le maintien des termes du problème initial, aussi bien chez les adultes (Noel 2004) [64], que chez les enfants (Adams et Hitch 1997) [1]. Chez les enfants, le poids de la MCT verbale dans la performance arithmétique évolue selon l'âge et selon le degré de constitution des réseaux de faits arithmétiques. En âge pré-scolaire, Noel (2009) [66] a montré une corrélation entre la BP et les performances à des additions simples et à des tâches de comptage. Chez des enfants de 4 ans ayant des stratégies de comptage du tout ou de surcomptage, la taille des opérands manipulables dépend des capacités de la mémoire de travail et de la boucle phonologique (Klein et Bisanz, 2000) [51]. Plus généralement, on observe une faiblesse de la boucle phonologique chez les enfants présentant des difficultés mathématiques par rapport aux enfants contrôle (Geary, Brown et coll. 1991, Hitch et Mc Auley 1991) [39] [46].

Hecht, Torgesen et coll.(2001) [43], à partir d'une étude longitudinale sur 200 enfants de la 2^{ème} à la 5^{ème} année de primaire, ont émis l'hypothèse que les compétences phonologiques seraient prédictives du développement arithmétique, sachant que les tâches arithmétiques et celles de conscience phonologique ont pour point commun le stockage en mémoire d'une information phonologique, dans le but de la manipuler.

Dans le même sens, d'autres études ont montré que les capacités de la boucle phonologique en CE1 corrélaient négativement avec le choix de stratégies de calcul immature (comptage du tout ou sur les doigts), mais positivement avec la récupération de faits en MLT et avec le taux de réussite aux additions proposées (Noel, Seron, et coll. 2004) [65].

- L'influence du registre visuo-spatial

La composante visuo-spatiale de la MDT est sollicitée dans toutes les activités nécessitant un traitement visuel, c'est-à-dire plus particulièrement, dans notre étude, pour la pose d'opérations écrites, la notation positionnelle du code indo-arabe et l'appréciation des valeurs de la ligne numérique.

Les études menées quant au rôle du calepin visuo-spatial sont moins nombreuses que celles traitant de la composante phonologique. Certaines relèvent l'influence de la MCT visuo-spatiale pour le traitement de la représentation spatiale des nombres (Herrera, Mazico et coll., 2008) [44] et pour le développement de la cardinalité chez le jeune enfant (Ansari, Donlan et coll. 2003) [3].

Diverses recherches visant à évaluer le caractère prédictif des performances du CVS ont mis en avant son impact positif sur les performances arithmétiques à partir de la 2^e et 3^e année de primaire (D'Amico, Guarnera 2005, Krajewski et Schneider, 2009) [26] [52], années aux

cours desquelles se consolide la sémantique du nombre (lien quantité-nombre). Les résultats font ressortir une évolution du poids relatif des composantes phonologiques et visuo-spatiales dans l'acquisition des compétences arithmétiques. La conscience phonologique aurait un impact plus important au début, particulièrement pour l'apprentissage de la chaîne numérique verbale ; le visuo-spatial aurait davantage de poids à partir du CE1/CE2, quand il s'agit d'acquérir une parfaite représentation du lien quantité/nombre à des tailles bien supérieures. Meyer et Salimpoor (2010) [59] réaffirment ce changement de poids relatif entre le CE1 et le CE2 : ils montrent que parmi les facteurs prédicteurs du raisonnement mathématique figurent la BP et l'AC en CE1, et le CVS en CE2. A partir de ce niveau, le CVS serait aussi prédicteur des performances en opérations numériques. Ces résultats sont d'ailleurs cohérents avec les travaux de neuro-imagerie fonctionnelle de Rotzer, Loenneker et coll. (2009) [74].

Par ailleurs, la modélisation des performances arithmétiques en CE1, proposée par David et Desmichelle [28], a fait apparaître l'empan visuo-spatial endroit et la MDT.

Il nous a donc semblé important de garder une mesure des performances du CVS. Nous avons conservé l'épreuve du Block Taping Test de Corsi en empan endroit et en empan envers, cette tâche pouvant être mise en lien avec certaines épreuves proposées en modalité écrite. Nous avons aussi conservé l'épreuve de répétition de chiffres à rebours, mesure de la mémoire de travail verbale qui intervient dans la majorité des épreuves.

II.1.2.2. Mémoire à long terme (MLT)

En 2000, Baddeley a étoffé son modèle de la MDT avec le buffer épisodique. Il le présente comme un système de stockage temporaire, en lien avec la MLT. Ce buffer permet le maintien en mémoire, le regroupement, et la manipulation d'informations multimodales provenant de différentes sources : mémoire immédiate verbale (BP), mémoire immédiate visuo-spatiale (CVS) et mémoire à long terme (MLT). Pour les nombres, les traces mnésiques en MLT se consolident progressivement à partir de données verbales linguistiques et de représentations visuelles des quantités (ex : points sur une face de dé).

Chez tout individu, les apprentissages académiques contribuent à l'organisation et l'enrichissement de la MLT.

Butterworth et coll. (2001) [17] ont montré que le processus de récupération des faits arithmétiques en MLT s'appuie sur l'activation des grandeurs numériques et leur comparaison. Lemaire, Barret et coll.(1994) [54] ont mis en évidence qu'à partir de la

troisième année élémentaire, les enfants commencent à automatiser la récupération en MLT de faits arithmétiques simples pour des additions et multiplications.

Sans proposer d'évaluation directe de la MLT, notre étude permet néanmoins d'apprécier la récupération des faits arithmétiques en MLT, au travers des épreuves de calcul mental notamment. Le fait d'analyser les temps de réponse permet d'en mesurer le degré d'automatisation.

II.1.3. Les compétences de représentation spatiale

La capacité de représentation de l'espace faciliterait la manipulation des concepts mathématiques. De ce fait, certains troubles de l'arithmétique seraient imputables à des habiletés visuo-spatiales déficitaires. En effet, Badian (1983) [5] et Geary et Hoard (2005) [41] montrent que ces déficits engendreraient des difficultés dans les activités numériques contenant une composante spatiale telles que la pose des opérations (mauvais alignement des chiffres, sauts de colonne) et leur résolution, ou le transcodage avec des erreurs de notation positionnelle.

Plus récemment, il a été découvert que ce déficit serait à l'origine d'une perturbation de la construction et de l'utilisation de la ligne numérique, représentation spatiale analogique et orientée, ce qui affecterait alors, selon Dehaene (2010), l'accès au sens du nombre. Si ce dernier est erroné, toutes les activités numériques sont impactées (Von Aster 2000) [89]. D'après Jordan, Hanish et coll. (2003) [50], une faiblesse des compétences visuo-spatiales gênerait aussi l'apprentissage des faits numériques qui nécessitent une bonne représentation spatiale des nombres.

Rourke (1993) [75] confirme la coexistence fréquente des difficultés arithmétiques et visuo-spatiales car elles sont issues d'un dysfonctionnement de l'hémisphère droit mais ne soutient pas l'hypothèse d'un lien causal entre elles.

De nombreux auteurs comme Geary, Hamson et coll. (2000) [40] considèrent que cette association de difficultés arithmétiques et visuo-spatiales n'est pas vérifiée. De manière générale, peu de résultats dans la littérature permettent de conforter l'hypothèse selon laquelle des capacités visuo-spatiales déficitaires seraient à l'origine de troubles en arithmétique.

Dans notre analyse, ces compétences visuo-spatiales interviennent dans les tâches de ligne numérique, de calcul écrit et d'empan visuo-spatial.

II.1.4. La perception des quantités

Dans le cadre de notre étude, nous nous situons dans le modèle neuro-cognitif du triple code de Dehaene (1992) [31] qui repose sur la représentation mentale des nombres dans trois codes distincts. Le codage est tout d'abord non-symbolique et approximatif (code analogique). En grandissant, on accède à un codage symbolique : le premier rencontré est le code verbal, puis, par apprentissage explicite, le code indo-arabe.

Nous nous intéressons donc, dans cette partie, à la représentation analogique des nombres. Les codes verbal et indo-arabe seront traités parmi les facteurs ayant trait aux apprentissages.

- Le code analogique ou le code pré-verbal est la représentation non symbolique du nombre. Il correspond à notre capacité à percevoir la quantité, ou numérosité, par des mécanismes très primitifs de détection que possède le cerveau de l'espèce humaine, comme celui d'autres espèces animales (les primates, les mammifères, les oiseaux). Contrairement aux codes verbal et indo-arabe, le code analogique est une représentation innée et universelle. C'est par le code analogique que l'enfant va donner un sens au nombre, accéder à l'estimation de quantités, et faire des calculs approximatifs.

Plusieurs travaux, effectués depuis une vingtaine d'années sur la cognition numérique chez le bébé, ont mis en évidence l'existence d'habiletés proto-numériques qui permettent d'estimer et de comparer des quantités. Ils montrent la sensibilité à la numérosité du bébé de quelques semaines, sa capacité à discriminer 1 vs 2 et 2 vs 3. A l'âge de 6 mois, il disposerait même d'un compteur arithmétique rudimentaire pour reconnaître les petits nombres et les combiner en additions et en soustractions élémentaires. A 18 mois, l'enfant est capable de distinguer la plus grande numérosité entre 2 collections en dirigeant directement son attention vers la collection ayant la plus grande quantité-

Ces compétences numériques précoces s'organiseraient en deux processus distincts :

- la Subitisation (« Subitizing » en anglais) qui désigne la capacité à évaluer les petites quantités jusqu'à 3, de façon exacte et immédiate sans apprentissage.
- l'estimation qui permet de discriminer de la numérosité au-delà de 3 en désignant là où il y en a le plus et là où il y a le moins sans compter (comparaison).

Dans une tâche de comparaison, on observe deux effets quant à la perception des quantités :

- un effet de taille : plus on va vers les grands nombres, moins la distance entre les nombres paraît importante d'où une comparaison plus rapide des petits nombres que pour des grands nombres,
- un effet de distance : Plus l'écart est grand entre 2 nombres, plus on est rapide pour les comparer (identification de la quantité la plus grande).

En résumé, on confond d'autant plus facilement les nombres que ceux-ci sont grands et proches.

Dès la maternelle, malgré sa méconnaissance des faits arithmétiques et grâce à ses compétences analogiques permettant le calcul approximatif, l'enfant va pouvoir estimer si le résultat d'un problème est plausible ou pas. En tant qu'adulte, nous faisons aussi fréquemment appel à notre représentation analogique pour estimer la justesse d'un calcul.

Certains enfants ayant un trouble du calcul auraient un dysfonctionnement primaire du code analogique, ce qui les rend incapables de se représenter les quantités, de faire des liens, des mises en relation, des comparaisons... De ce fait, ils n'arriveraient pas à y associer un code symbolique, qui resterait pour eux quelque chose de plaqué, d'apprié, sans signification (d'où des erreurs comme $8+5=6$).

Cette possibilité « naturelle » de distinguer des quantités rend possible l'apposition des codes symboliques permettant le calcul. De plus, ces codes symboliques vont rendre plus précise la représentation analogique, même pour les grands nombres, et impliquer une modification de la représentation mentale des quantités sous la forme d'un continuum mental.

Le modèle de Dehaene présente le concept d'une ligne numérique qui incarne le sens des quantités. Elle est représentée mentalement comme un espace physique, spatialement orienté de gauche à droite, avec les petits nombres à gauche et les grands à droite (lié au sens de la lecture). Cette ligne numérique est gérée par le lobe pariétal, qui gère aussi l'espace physique perçu, l'espace représenté et l'organisation dans l'espace extracorporel et corporel. En d'autres termes, les régions cérébrales qui contribuent au sens des nombres et à la représentation de l'espace occupent des convolutions voisines.

Mirte et coll. (2008) [60] estime que la représentation des grandeurs numériques à 7 ans est similaire à celle de l'adulte avec un effet SNARC (Spatial Numerical Association of Response Code) : un petit nombre active une image à gauche, un grand nombre une image à

droite sur une ligne orientée dans le sens de lecture. L'accès à la grandeur, à partir d'une représentation indo-arabe, serait automatisé vers 9 ans.

- Représentation spatiale des nombres : linéaire ou logarithmique ?

La ligne numérique mentale s'élabore vers 3-4 ans lorsque l'enfant prend conscience que chaque mot-nombre fait référence à une quantité précise et que ces nombres se suivent sur une échelle sans fin. Cette ligne numérique mentale évolue ensuite avec l'âge. Siegler et Opfer (2003) [85] ont montré qu'entre 7 et 11 ans, les enfants passent d'une représentation numérique logarithmique (plus les nombres augmentent, plus la distance entre deux nombres successifs diminue car les grands nombres sont moins bien différenciés) à une représentation linéaire (la distance entre deux nombres successifs reste constante) comme chez l'adulte. La révolution mentale qui conduit à une représentation linéaire des nombres survient typiquement entre le CP et le CM1. Entre la maternelle et la 2^{ème} année d'apprentissage, l'enfant acquiert une représentation linéaire pour les nombres de 0 à 100. Puis pour les nombres de 0 à 1000, la représentation devient linéaire entre la 2^{ème} et la 4^{ème} année d'apprentissage (Booth et Siegler 2008) [14]. Lors du passage d'une estimation de 0 à 100, à une estimation de 0 à 1000 l'enfant retourne à une représentation logarithmique pour les grandes numérosités qui ne lui sont pas encore familières. L'adulte éduqué, lui, utilisera l'échelle logarithmique ou linéaire selon le contexte de la tâche (Dehaene, 2009) [32].

Selon Von Aster et Shalev (2007) [91], la ligne numérique est fonctionnelle dès lors que l'enfant identifie les positions ordinales des nombres les uns par rapport aux autres. Le développement des représentations numériques varie d'un enfant à l'autre car il est influencé par l'expérience individuelle et l'environnement des apprentissages.

Des déficits dans la représentation de la ligne numérique mentale peuvent engendrer des troubles durables dans le raisonnement arithmétique. Andersson (2010) [2] souligne aussi l'importance de cette représentation visuo-spatiale des quantités (ligne numérique) dans les capacités de calcul approché.

- Dans la littérature, cette représentation des nombres est-elle prédictrice des performances mathématiques ?

Manuela Piazza (2007) [69], soutient l'hypothèse selon laquelle l'acuité de la perception des quantités numériques approximatives, c'est-à-dire l'acuité de notre sens du nombre, qui se développe au cours de l'enfance et s'améliore avec l'âge, prédit les performances en mathématiques. Cette représentation approximative des grandeurs numériques serait la base

des apprentissages numériques ultérieurs (y compris la signification des mots nombres) puis des apprentissages mathématiques. En effet, une corrélation est observée entre les résultats scolaires en mathématiques et l'acuité numérique à l'âge de 14 ans. Mais le lien causal n'est pas établi. Selon Dehaene, ce lien est bidirectionnel et forme une spirale vertueuse : le sens précoce du nombre favorise la compréhension des notions d'arithmétiques, qui à son tour renforce l'acuité numérique...etc. A l'inverse, les enfants ayant une capacité déficitaire du sens du nombre dès le plus jeune âge entrent dans une spirale négative.

Butterworth (2005) [19] énonce l'hypothèse selon laquelle des troubles du calcul seraient la conséquence d'un dysfonctionnement de base affectant la représentation de la magnitude numérique, qui engendrerait une incapacité à donner du sens aux nombres.

Selon, Rousselle et Noël (2007) [77], un enfant dyscalculique n'aurait pas un déficit de la représentation approximative de la grandeur numérique mais plutôt une difficulté d'accès à cette représentation sémantique du nombre à partir de codes symboliques. C'est donc plutôt cette difficulté d'accès qui pénaliserait l'acquisition de l'arithmétique. Du fait de ses difficultés à développer une représentation précise du nombre à partir des symboles, l'enfant ne pourrait pas mettre à profit la connexion des symboles numériques avec la représentation approximative de la magnitude numérique pour affiner sa représentation du nombre. La précision de la représentation serait alors retardée ou moins efficace.

Dans les deux cas, selon le modèle de Von Aster et Shalev [91], c'est un déficit des représentations de la magnitude qui est en cause, soit au niveau des grandeurs spatiales non symboliques, soit au niveau des représentations symboliques de la ligne numérique mentale.

Selon Mundy et Gilmore (2009) [62], la capacité de « mapping » des représentations symboliques des quantités (nombres) avec les représentations non-symboliques (système approximatif) se développerait entre 6 et 8 ans et se ferait dans les deux sens.

Selon Dehaene, la « compartimentation » dans notre cerveau, du savoir mathématique en différents circuits partiellement autonomes, ne faciliterait pas la représentation numérique des codes symboliques. Les circuits s'automatiseraient indépendamment les uns des autres et mettraient du temps à se coordonner, sous l'action du cortex préfrontal. De ce fait, l'enfant apprend la routine du calcul sans faire de lien avec son intuition des quantités. C'est alors le rôle de l'école, d'enseigner les liens entre les mécanismes du calcul et leur sens.

Dans le cadre de leur mémoire, David-Cazeilles et Desmichelle-Keraudy [28] ont analysé l'influence de la représentation numérique sur la résolution de problèmes en CE1.

Conformément à la littérature, les résultats obtenus à la tâche de ligne numérique de 0 à 100 révèlent une approximation majoritairement linéaire pour les enfants de CE1 et ces résultats sont fortement corrélés (0,505) avec la performance en résolution de problèmes. Nous poursuivrons alors l'étude de cette variable pour voir si le rôle déterminant de ce facteur se confirme.

II.2. LES COMPOSANTES LIEES AUX APPRENTISSAGES ACADEMIQUES

Selon le modèle du triple code, la représentation analogique du nombre fait partie des compétences innées de l'être humain. Mais on a besoin, pour évaluer précisément les quantités et les manipuler, d'utiliser une représentation symbolique du nombre, d'où les codes verbaux et indo-arabe, qui nécessitent un apprentissage formel et qui sont le pré-requis de tous les apprentissages arithmétiques (dénombrement, calcul, résolution de problèmes.....)

Nous nous intéresserons, dans cette partie, à l'acquisition du code verbal, du code indo-arabe et à la maîtrise des connaissances arithmétiques ainsi qu'à leur importance dans le développement des performances arithmétiques.

II.2.1. La maîtrise du code verbal

Le passage d'un code analogique approximatif à un code verbal précis constitue une étape difficile pour l'enfant. Très jeune, il est confronté à la représentation verbale des quantités : dès 2-3 ans il différencie les mots-nombre des autres mots (Fayol, Camos et coll. 2000) [36], mais la compréhension du lien entre le comptage verbal et la numérosité est plus tardive. On estime qu'il faut au moins un an à un jeune enfant pour acquérir et comprendre la relation entre la quantité et le mot. Bloom et Wynn (1997) [12] ont travaillé sur l'hypothèse que les enfants s'appuieraient en premier sur les propriétés linguistiques des noms de nombre pour les catégoriser et les utiliser comme tels. Au contraire, selon Sarnecka et Gelman (2004) [78], l'acquisition n'est pas seulement verbale puisque les enfants comprendraient très tôt le lien entre un nom de nombre et une numérosité précise, sans pour autant en avoir acquis la cardinalité.

La difficulté de l'acquisition du code numérique verbal réside dans le fait que le langage encode la numérosité de façon conventionnelle et non transparente : l'enfant doit apprendre

qu'à un mot correspond une quantité, et que ce codage se fait en fonction du rang (cinq est plus que quatre car il vient après quatre dans la chaîne numérique), l'accroissement des quantités n'étant pas perceptible dans les mots eux-mêmes.

La chaîne numérique verbale fait donc partie des apprentissages fondamentaux, à partir desquels l'enfant va pouvoir utiliser le système numérique. Il va devoir maîtriser :

- un lexique particulier, qui associe une seule dénomination à une cardinalité,
- une syntaxe qui organise ce lexique selon des règles précises et permet de dénommer les quantités à l'infini.

Parallèlement à cet apprentissage, il doit être capable d'évoquer mentalement une quantité à partir d'une dénomination, indépendamment de la réalité physique des entités concernées.

Selon la langue dans laquelle elle s'inscrit, la chaîne numérique verbale est plus ou moins difficile à acquérir. En comparant des enfants chinois et des enfants occidentaux, de nombreuses études ont mis en avant le retentissement des particularités linguistiques sur le niveau de comptage : à 5 ans, un enfant chinois compte déjà jusqu'à 100, bien mieux et bien plus loin que ses pairs, aisance qui se maintient tout au long de la scolarité (Fayol, Camos et coll. 2000) [36]. En revanche, le code verbal oral français présente de nombreuses irrégularités, qui rendent difficile la maîtrise de la chaîne numérique :

- la base dix n'est pas explicite dans la première dizaine : les jeunes français doivent apprendre par cœur les noms de nombre jusqu'à 16 (jusqu'à 10 pour les jeunes asiatiques)
- la chaîne numérique contient des dizaines syntaxiques irrégulières : soixante-dix, quatre-vingt,

Ces particularités influencent l'apprentissage, la mémoire de travail, la mise en place des compétences de dénombrement et le calcul mental. La représentation verbale orale du nombre est en effet le mode d'entrée dans le dénombrement et dans les premiers calculs. Par la suite, c'est sous forme de routines verbales que sont stockés les faits arithmétiques.

La maîtrise du code verbal suppose aussi la connaissance d'un lexique arithmétique, qui s'étoffe au fil de la scolarité. Au vocabulaire propre aux opérations (*addition, fois, divisé par...*), s'ajoutent les termes désignant des comparaisons, (*égal à, inférieur à...*), des actions (*rajouter, retrancher, multiplier...*) ou des mises en relation (*fraction, proportionnellement à, plus que...*) ainsi que les symboles mathématiques ($=, >, +, \dots$).

II.2.2. La maîtrise du code indo-arabe

Le code indo-arabe s'acquiert par un apprentissage académique formel à partir du cycle 1. A la différence du code verbal, il est universel et indépendant de la langue maternelle. Il repose sur l'utilisation de dix symboles écrits (chiffres de 0 à 9) et sur la notation positionnelle en base 10 :

- le rang d'écriture donne la valeur du chiffre qui occupe cette position : par exemple le rang 3, en troisième position à partir de la droite, a valeur de centaine
- le zéro marque l'absence de valeur (par exemple dans *104*, il est en rang 2 et indique l'absence de dizaine).

Dans le modèle du triple code, le code indo-arabe permet le jugement de parité, la réalisation mentale des calculs à plusieurs chiffres et l'arithmétique écrite.

Les principales difficultés inhérentes à l'acquisition du code indo-arabe sont d'ordre visuo-spatial : la forme graphique des chiffres qui ont une orientation propre (ex 6 / 9), les transcodings qui nécessitent un traitement à double sens entre code verbal et code indo-arabe (gauche-droite / droite-gauche) et la pose d'opérations écrites qui exige rigueur et précision dans l'alignement des chiffres. Chan et Ho (2010) [23] montrent que les enfants chinois dyscalculiques, ont eux aussi des difficultés à comprendre le principe de valeur de position (notation positionnelle), et ce malgré la régularité et la transparence de leur chaîne numérique verbale.

Néanmoins, les études s'accordent généralement à imputer les difficultés d'acquisition du code indo-arabe aux particularités linguistiques du code verbal oral, plutôt qu'à la numération écrite elle-même (Fayol et Camos, 2006) [38].

II.2.3. La maîtrise des relations entre les trois codes

Au-delà de la maîtrise indépendante des codes verbal et indo-arabe, c'est bien la parfaite acquisition des relations entre les trois codes qui occupe une grande part de l'enseignement arithmétique au cours des cycles 2 et 3. On appelle « transcoding » le processus par lequel l'enfant passe d'un code à l'autre.

Les difficultés de transcoding sont fréquentes et de tous ordres. Tout d'abord, les études confirment que plus la transparence est grande entre les systèmes oral et écrit (ex *shi yi = dix un* en chinois / *onze* en français), plus l'acquisition de la numération écrite est facile et rapide. Les enfants de langue maternelle asiatique (chinois, coréen) ont plus de facilité à manier les

compositions additives (par ex : $11 = 10 + 1$, *onze* se disant *dix un*) que les enfants de langue occidentale (Jarlegan, Fayol et coll. 1996) [49]. En français, la présence des dizaines irrégulières (70, 80, 90) expliquerait encore de nombreuses erreurs en 3^e année de primaire, voire chez des adolescents en difficulté scolaire (Fayol, Camos et coll. 2000) [36].

Les travaux de Jarlegan, Fayol et coll. (1996) [49] ont permis de confirmer l'impact de la structure linguistique sur les transcodages en numération indo-arabe, et ce quelle que soit la taille du nombre, et même une fois passée la phase d'apprentissage de la chaîne numérique.

Par ailleurs, des travaux menés sur les transcodages à partir du code verbal (Fayol, Barrouillet et coll, 1996) [35] ont mis en évidence l'impact de la longueur phonologique des mots (nombre de syllabes) et de la taille du nombre indo-arabe (nombre de chiffres), ce qui suggère que les transcodages dépendent des capacités de traitement de la MDT. Camos (2008) [20] a d'ailleurs montré l'influence de la MDT dans ce type d'épreuves quelles que soient les règles lexicales et syntaxiques utilisées. Elle a conclu à l'importance des exercices scolaires répétés, afin d'automatiser les mécanismes de transcodage et de libérer des ressources cognitives.

La représentation sémantique du nombre n'est donnée ni par le code verbal, ni par le code indo-arabe rendant l'articulation avec le code analogique difficile. Des travaux ont comparé les pourcentages de réussite à différentes épreuves de transcodage : les plus réussis se situent entre le code arabe et le code analogique, et entre le verbal et l'indo arabe (env. 80%) ; les moins réussis sont les transcodages entre l'analogique et le verbal (env. 65%). Ces études ont montré que les transcodages entre code verbal et code arabe ne nécessitent pas le passage par une représentation analogique intermédiaire (Seron et Fayol 1994) [81]. Cela supposerait alors une faible corrélation entre les performances en lecture et dictée de nombres et l'épreuve de la ligne numérique.

Divers travaux se sont intéressés au caractère prédictif des capacités de transcodage sur la performance arithmétique. Selon Mazocco et Thompson (2005) [57], la lecture de nombres et le jugement de grandeur feraient partie des facteurs prédictifs de troubles du calcul en CE2. Selon Rousselle et Noel (2007) [77], l'acquisition de l'arithmétique serait dépendante des capacités d'accès rapide et efficace à la numérosité, à partir du code indo-arabe.

- La comparaison de nombres

Comme le précisent Von Aster et Dellatollas (2005) [90], la comparaison de nombres écrits révèle le niveau de familiarité qu'a un enfant dans le maniement du code indo-arabe, qui se

répercute sur la performance en résolution de problèmes. En 2011, selon le modèle proposé par Desmichelle-Keraudy et David-Cazeilles [28], la comparaison de nombres écrits explique à elle seule 35% de la variance interindividuelle en résolution de problèmes en CE1.

Les avis divergent à propos des procédures mises en jeu dans la comparaison de nombres. Selon le modèle de Dehaene, la comparaison est sous-tendue par la représentation analogique. D'autres modèles comme celui du transcodage asémantique de Deloche et Seron (Seron & Pesenti, 2000) [82] ne font appel à aucune représentation analogique intermédiaire. De même, l'étude de cas du mémoire pour le CCO cité ci-dessus, a montré un enfant pouvant comparer des nombres sans pouvoir les lire et y mettre du sens.

Sachant que notre étude concerne les facteurs prédictifs de la performance arithmétique, nous avons intégré des épreuves de lecture, de dictée et de comparaison de nombres. Le transcodage du code indo-arabe au code analogique sera évalué par l'épreuve de la ligne numérique.

II.2.4. Les connaissances arithmétiques

Les connaissances arithmétiques recouvrent les connaissances conceptuelles (les règles algébriques généralisables), les connaissances procédurales (le savoir-faire, la manière dont le calcul est effectué) et les connaissances déclaratives (la récupération des faits arithmétiques en MLT).

Avant même que les enfants ne commencent à fréquenter l'école, une certaine partie de ces connaissances seraient acquises (Baroody 1987) [7], mais avec d'importantes disparités individuelles. Dès l'entrée en primaire, un enseignement académique de ces connaissances leur est dispensé, à commencer par l'addition (Cowan, 2003) [25], la soustraction, la multiplication (Butterworth, Marchesini et coll., 2003) [8] et les conventions relatives aux opérations arithmétiques, par exemple le principe de commutativité (Baroody, Wilkins et coll., 2003) [8] et la relation inverse entre l'addition et la soustraction (Bisanz, 2003) [11].

Différents travaux ont montré le poids de ces connaissances arithmétiques dans la performance arithmétique. Le modèle de Baroody et Dowker [34], le confirme dans une étude sur les enfants dyscalculiques. Dans l'article d'Andersson (2010) [2], les difficultés en résolution de problèmes seraient liées, pour les problèmes simples, aux faiblesses du système conceptuel, factuel et procédural. A 12-13 ans, les difficultés dans le domaine du calcul écrit seraient imputables à ces faibles connaissances conceptuelles (numération de position,

relation entre les opérations et les symboles), déclaratives et procédurales (stratégies de calcul et leurs applications).

- Connaissances conceptuelles : les règles algébriques

Les connaissances conceptuelles sont la compréhension des principes qui régissent l'arithmétique et des relations entre les différentes connaissances propres à ce domaine.

La commutativité de l'addition est une connaissance précoce que s'approprie l'enfant dès l'âge de 5 ans. De sa propre initiative, après avoir découvert la stratégie de surcomptage dans les tâches de calcul, l'enfant l'affine spontanément pour la rendre plus efficace : il apprend à compter à partir du plus grand des deux nombres ($3+6$ se transforme en $6+3$). Ce type de calcul l'amène intuitivement à comprendre la commutativité de l'addition (Baroody et Gannon, 1984) [6]. Très vite, il va sélectionner la stratégie de calcul la plus adaptée pour un résultat juste et rapide à un problème donné : commutativité, décomposition ($8+4 = 8+2$ qui fait $10 + 2 = 12$).

De même, pour la soustraction, il mettra autant de temps pour calculer $8-2$ et $8-6$ en prenant en compte la taille du nombre à soustraire. Le nombre d'étapes est alors identique (2). Si le nombre à soustraire représente moins de la moitié du nombre de départ ($8-2$), l'enfant optera pour le comptage à rebours, plus rapide. S'il représente plus de la moitié ($8-6$), il comptera le nombre d'étapes pour aller d'un nombre à l'autre (6 pour aller à 8). L'enfant fait donc, seul, le choix de la stratégie optimale en utilisant au préalable son sens des quantités pour un calcul approximatif.

Selon Robert Siegler (1987) [83], l'enfant, en fonction des taux de réussite qu'il obtient aux différents algorithmes de calcul, choisira la stratégie la plus adaptée à chaque problème.

Néanmoins, par la suite, les apprentissages académiques sont essentiels pour faire acquérir à l'enfant d'autres concepts auxquels il n'aurait pas pensé et sur lesquels il pourra s'appuyer pour soulager sa mémoire. Ils permettent aussi d'explicitier clairement les règles de sélection des stratégies les plus efficaces.

Les études disponibles s'accordent à dire que les connaissances conceptuelles et procédurales semblent étroitement liées. Par exemple, pour la résolution des additions et soustractions complexes, l'application des retenues (connaissance procédurale) requiert au préalable la compréhension de la notation positionnelle et de l'organisation en base 10.

Dans le cadre d'une étude longitudinale du CP au CM1, Hiebert et Wearne (1996) [45] ont mesuré les performances des enfants dans des tâches faisant appel aux connaissances

conceptuelles et dans des épreuves de résolution d'opérations plus ou moins complexes en fonction de l'âge. Cette étude a montré que ceux qui avaient une bonne compréhension des concepts sous-jacents aux opérations élémentaires et aux nombres en CP avaient des bonnes aptitudes procédurales en CM1. En d'autres termes, les connaissances conceptuelles sur les nombres, sur la notation positionnelle, sur le sens et la nature des opérations sont prédictrices de la capacité des jeunes enfants à découvrir les procédures algorithmiques pour les additions simples. Elles sont aussi prédictrices de la capacité des élèves de primaire à apprendre et à maîtriser les algorithmes de résolution des opérations complexes.

Dans notre étude, les connaissances conceptuelles sont sollicitées dans les épreuves de calcul (écrit et mental), de résolution de problèmes, de transcodage et de comparaison de nombres.

- Connaissances procédurales : savoir-faire, connaissances acquises, algorithmes.

La connaissance des procédures arithmétiques renvoie aux algorithmes nécessaires pour résoudre des calculs à plusieurs chiffres. Elle intervient dans les épreuves de résolutions de problèmes, d'opérations écrites, de calcul mental en l'absence de faits arithmétiques stockés en mémoire et de l'impossibilité d'une résolution rapide par comptage.

Roussel, Fayol et coll. (2002) [76] montrent l'importance de la composante procédurale, dans la résolution d'additions simples, chez les enfants comme chez les adultes « experts ». Selon Barrouillet et Lépine (2005) [10], la majorité des enfants de 9 et 10 ans scolarisés en CE2 et CM1 ne récupèrent pas le résultat en mémoire dès que la somme est supérieure à 10. Peu de changements semblent s'opérer entre le CM1 et l'âge adulte. Les enfants qui ne récupèrent pas les grands résultats en fin de primaire utiliseront probablement toujours des procédures algorithmiques pour ces additions.

En s'appuyant sur des observations de sujets tout-venants quant aux tâches de calculs complexes, on note une augmentation du temps de réponse et du taux d'erreur par rapport aux calculs simples, ainsi qu'un affaiblissement du niveau de confiance dans les réponses. Ces indices signifient la non récupération des faits arithmétiques lors de ces calculs de nombres à plusieurs chiffres.

Staszewski (1988) [86] montre les effets positifs de l'apprentissage et de l'entraînement intensif d'algorithmes sur les performances en calculs complexes, même si la mémoire, l'attention et les connaissances conceptuelles sont aussi à prendre en compte. Les calculs à plusieurs chiffres impliquent de récupérer en mémoire l'algorithme correct, de manipuler les nombres mentalement (mémoire de travail), de posséder les connaissances conceptuelles sur

l'organisation des nombres en base 10 et son articulation avec la notation positionnelle. En effet, les calculs complexes font aussi appel aux capacités exécutives avec la nécessité d'une planification séquentielle et d'un processus de contrôle (Semenza, Miceli et Girelli, 1997) [80].

L'acquisition des algorithmes complexes représente une part importante des programmes scolaires mais ces procédures sont généralement appliquées de façon mécanique et dépourvue de sens. Selon Dehaene, pour calculer rapidement, le cerveau est contraint d'éviter de comprendre ce qu'il fait. Il se contenterait de mémoriser et d'appliquer les algorithmes de calcul sans prêter d'importance au sens. En effet, le savoir mathématique serait organisé, au sein de notre cerveau, dans des circuits partiellement autonomes. Les mécaniques de calcul apprises à l'école seraient alors déconnectées de l'intuition que l'enfant a des quantités. Cela conduit, par exemple, à des erreurs fréquentes dans l'exécution de soustractions avec des résultats aberrants (comme le résultat d'une soustraction supérieur au nombre de départ).

L'enfant doit pouvoir profiter de ses capacités précoces et naturelles d'approximation et de comptage quand sa mémoire lui fait défaut. Les algorithmes procéduraux guident la récupération des faits arithmétiques dans le calcul écrit et compensent également une récupération déficitaire.

Parmi les épreuves choisies dans le cadre de notre mémoire, les connaissances procédurales interviennent essentiellement dans les problèmes écrits ou oraux (surtout quand la grandeur des opérands le nécessite), dans le calcul mental et dans l'épreuve de résolution des opérations écrites.

- Connaissances déclaratives : La constitution des réseaux de faits arithmétiques

A l'entrée à l'école, l'enfant commence à remplacer ses stratégies de comptage par la récupération directe en mémoire de faits arithmétiques, stratégie la plus efficace car plus sûre et plus rapide ($5+5=10$) (Siegler, 1996) [84].

L'utilisation répétée des procédures de comptage pour résoudre un même problème engendrerait l'association du problème et de son résultat en MLT. Une fois cette association solide, la présentation des opérands suffirait à activer directement le résultat correspondant et à le récupérer en mémoire. A la fin du primaire, le recours à des procédures de comptage pour des additions et des multiplications simples peut être un indice de difficultés d'apprentissage.

En effet, Barrouillet, Fayol et coll.(1997) [9] observent un moindre recours à la récupération des faits arithmétiques chez les enfants en difficulté scolarisés en SEGPA.

Les enfants qui développent des capacités flexibles de résolution de problèmes et une récupération en mémoire efficace de faits et de procédures peuvent consacrer leurs ressources cognitives aux autres aspects des problèmes.

Concernant les stratégies compensatoires, si l'accès aux faits arithmétiques en mémoire échoue, le sujet optera pour d'autres stratégies telles que le comptage, les additions en séries, la soustraction...

La stratégie adoptée par les enfants du cycle 3 est principalement la récupération directe du résultat en mémoire pour les additions et les multiplications simples (Mc Closkey, Camarazza & coll. 1985) [55]. Cette récupération rapide et automatique dès le CE1 pour les petits problèmes (opérandes inférieurs à 5) s'étend et se généralise dès le CM1. D'après Imbo et Vandierendonck (2007) [47], les enfants de 10-12 ans ont recours régulièrement à la récupération des faits en MLT. Cette récupération est de plus en plus efficace avec des processus de comptage plus efficaces et une MDT moins sollicitée. Néanmoins, elle n'est pas sans erreur car soumise à des effets d'interférences.

D'après des études récentes, les adultes font aussi appel aux tables stockées en mémoire pour les additions et multiplications simples, mais disposent aussi d'autres stratégies. Les plus souvent utilisées pour la multiplication sont la dérivation des faits (ex : $6 \times 7 \Rightarrow 6 \times 6 = 36 + 6 = 42$), des additions répétées et le comptage par séries numériques (ex : $5 \times 3 = 5 - 10 - 15$). 30% des adultes interrogés résolvent les additions dont le résultat est supérieur à 10, par des procédures algorithmiques de calcul (Lefevre, Sadesky et coll. 1996b) [53].

Dans le cadre de notre étude, les faits arithmétiques sont sollicités dans les épreuves de calcul mental, calcul écrit et résolution de problèmes.

II. 3. LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Dans les instructions officielles, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans le cursus scolaire, car elle concentre l'ensemble des connaissances en mathématiques. Le niveau de difficulté est croissant au fil de la scolarité, et les performances demeurent globalement assez « moyennes » (Fayol, Thevenot et coll. 2005) [37]. Différents objectifs sont poursuivis

au travers de cette activité, dont principalement l'acquisition d'une capacité à « arithmétiser le réel », à faire un lien entre des situations concrètes du quotidien et l'usage des mathématiques. Sachant que la résolution de problèmes (oral et écrit) reflète la performance arithmétique, nous l'avons choisie comme variable principale de nos analyses.

II.3.1 Les différentes structures de problèmes

- Les problèmes additifs

Différentes classifications des problèmes coexistent dans la littérature. La plupart s'attachent à décrire les problèmes de type additif. Nous avons retenu les deux principales.

La Classification de Riley, Greeno et Heller (1983) [72] distingue trois grandes familles de problèmes, qui permettent la prise en compte du type de situation, de l'opération mise en jeu et de l'élément inconnu. On retrouve :

Les problèmes de changement, impliquant une transformation qui se déroule dans le temps, avec un état initial et un état final. La recherche de l'inconnue concerne soit l'état initial, soit la transformation elle-même, soit l'état final. La transformation peut être additive ou soustractive. (ex : « X avait 17 billes. Il en a perdu 4. Combien en-a-t-il ? »)

Les problèmes de combinaison : il s'agit ici d'états statiques et non de transformation. La recherche d'inconnue concerne le total ou l'un des états. (ex : « X a 6 billes, Y a 4 billes. Combien en ont-ils ensemble? »)

Les problèmes de comparaison : des états statiques sont ici mis en lien ou comparés. L'inconnue recherchée est soit la différence entre les états, soit le total de l'ensemble (ex : « X a 7 billes de plus que Y. Y a 3 billes de moins que Z. Combien X a de billes de plus que Z ? »)

Différentes études ont montré que des problèmes proposant la même opération arithmétique mais dans des catégories distinctes étaient de niveau de difficulté différent (De Corte et Verschaffel, 1991) [30]. Chez des sujets de même âge ou de même niveau scolaire, les taux de réussite diffèrent selon le type de problèmes.

- Les problèmes multiplicatifs

Les premiers problèmes à structure multiplicative constituent une certaine rupture dans les schémas de pensée de l'enfant (Ménissier 2011) [58]. En effet, ils introduisent la notion de quantité discrète ou continue. Dans un problème additif, les quantités sont généralement

dénombrables par comptage alors que dans un problème multiplicatif, on ne peut pas toujours se référer à un objet discret. Schwarz (1988) [79] appelle « quantité intensive » la relation entre les quantités, relation représentée par la préposition *par*. Il décrit ainsi 3 types de quantités intensives : quantité discrète/quantité discrète (ex : 3 billes par paquet), quantité discrète/quantité continue (ex : cl par bouteille), quantité continue/quantité continue (ex : km/h). Les tentatives de catégorisation des problèmes à structure multiplicative ont mis en lumière le lien entre multiplication et division, multiplication et proportionnalité.

La multiplication est enseignée comme une addition réitérée d'une même quantité. Selon Vergnaud, l'enfant apprend vite à distinguer « multiplicande » qui correspond à une mesure d'objets discrets et « multiplicateur » qui correspond à un opérateur sans dimension physique (Vergnaud, 1981) [88]. En cours élémentaire, le multiplicande peut avoir plusieurs chiffres mais pas le multiplicateur. En effet, même si la commutativité est connue, multiplicande et multiplicateur ne jouent pas le même rôle : il est plus facile pour un enfant de résoudre 0.4€ par 28 cahiers que 28€ par 0.4kg (Hart 1988) [42].

Vergnaud classe les problèmes multiplicatifs selon 3 formes de relation entre les données :

- les problèmes « isomorphes de structure », c'est-à-dire de proportionnalité simple et directe, entre deux mesures. Ce sont les plus fréquemment rencontrés (ex : « trois garçons ont chacun 5 billes combien en ont-ils à eux tous ? »)
- les « produits de mesure » qui composent deux mesures dans une troisième (ex : calculs d'aires, de volume)
- les problèmes de « proportion multiple », quand une mesure est proportionnelle à deux mesures ou données indépendantes (ex : « le prix d'un camping est de 2€ par personne et par jour. Une famille de 4 y a séjourné une semaine. Quelle a été sa dépense ? »)

Dans la lignée de cette classification, on parle aussi de problèmes de comparaison multiplicative des grandeurs (ex : « j'ai 16 images, Marie en a 2 fois moins que moi..... ») ou encore de problèmes de proportionnalité simple composée, qui font intervenir deux ou plusieurs relations de proportionnalité simple (ex : « X achète 2 packs de coca. Il y a 4 bouteilles par pack et une bouteille coûte 3€. Quel prix va-t-il payer ? »).

Ménissier (2011) [58] rappelle que tout problème multiplicatif met en scène des relations entre quatre données. Les énoncés n'en mentionnent souvent que trois, l'unité étant rarement explicite. Il classe les problèmes en trois catégories, selon l'inconnue recherchée :

- l'inconnue est la valeur multipliée, c'est à dire le résultat de la multiplication (ex : Paul veut acheter 3 pochettes valant 4€ chacune, combien va-t-il payer ?)

- l'inconnue est la valeur unitaire. On la recherche à partir du lien existant entre les 2 autres grandeurs. On l'obtient par une division. (ex : Paul a 12€, il a acheté 3 pochettes, combien coûte une pochette ?)
- l'inconnue est la quantité d'unités, obtenue aussi grâce à une division. (ex : Paul a 12€, il veut acheter des pochettes valant 4€, combien peut-il en acheter ?)

Toutes ces classifications ne suffisent cependant pas à dresser une liste exhaustive des problèmes possibles, ni à rendre compte de leur difficulté. En effet, la difficulté d'un problème peut s'évaluer en fonction de sa catégorie : les problèmes additifs de type Changement sont souvent mieux réussis que ceux de type Comparaison (Fayol, Thevenot et coll. 2005) [37]. Mais de nombreux autres paramètres entrent en jeu : les aspects langagiers (Carpenter et coll. 1980) [21], la nature de l'inconnue (Rosenthal et Resnick 1974) [73], ou la place de la question dans l'énoncé (Devidal, Fayol et coll. 1997) [33].

II 3.2. La situation de résolution de problèmes à l'école

De Corte et Verschaffel (1985) [29] ont analysé les erreurs et comportements d'élèves dans de nombreuses épreuves de résolution de problèmes à l'école. Ils ont dégagé deux types de réponses erronées : les erreurs dues à un déficit sémantique et les erreurs non standard, qui sont des réponses inadaptées à la situation (par ex : réponse non numérique : « quelques pommes »). Ils ont en fait montré l'influence du contexte (être en classe de mathématique) et du type de texte (catégorie de problèmes).

Sous la dénomination commune de résolution de problèmes, différentes catégories d'activités sont mises en jeu : en primaire, la résolution de problèmes a pour objectif l'apprentissage explicite de procédures de résolution de différentes catégories de problèmes. L'élève est initié à reconnaître ces catégories, pour ensuite y appliquer une « procédure-type » de résolution exacte. Plus tard, l'exercice de résolution de problèmes pourra aussi avoir une fonction instrumentale : il peut être un moyen d'enseigner des notions de physique, de biologie ou autre domaine différent de l'arithmétique elle-même (Fayol, Thevenot & coll. 2005) [37].

La résolution de problèmes sera traitée dans notre étude, en modalités orale et écrite. Elle demeure la variable principale d'évaluation des performances arithmétiques.

II. 4. LES PROGRAMMES SCOLAIRES EN MATHÉMATIQUES : PERFORMANCES ATTENDUES EN CE2/CM1

L'enseignement des mathématiques en primaire concerne essentiellement l'arithmétique, c'est à dire les nombres et le calcul, la géométrie n'arrivant qu'au second plan. Dans les programmes, la place donnée à la résolution de problèmes est centrale car elle fait appel à l'ensemble des connaissances en mathématiques.

Au cycle 3, les grands nombres sont abordés et nécessitent une bonne perception de la structuration des nombres entiers (principe de position). En CE2 et CM1, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils, et apprend à résoudre de nouveaux problèmes. Il renforce ses compétences en calcul mental, acquiert de nouveaux automatismes et mécanismes en mathématiques.

Les millions sont abordés en CE2 et les milliards en CM1. L'élève devra savoir lire et écrire les nombres, les comparer, les ranger, les repérer sur une droite graduée. Il devra comprendre et utiliser les expressions comme double, moitié ou demi, triple, quart d'un nombre entier en CE2; il reconnaîtra les multiples des nombres d'usage courant (5, 10, 15, 20, 25, 50) en CM1. Concernant le calcul, l'enfant de CE2 devra mémoriser et mobiliser les résultats des tables d'addition et de multiplication. Il saura calculer mentalement des sommes, des différences et des produits de nombres entiers. En CM1, il pourra multiplier mentalement un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1000 et estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat d'un calcul mental. Dès le CE2, il devra pouvoir effectuer un calcul posé pour l'addition, la soustraction et la multiplication

En cycle 3, les problèmes sont liés à la vie courante et relèvent des quatre opérations. Ils doivent permettre d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement. A partir du CE2, la résolution de problèmes concrets contribuera à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et, à leur donner sens. Dès le CM1, cet exercice engagera une démarche à une ou plusieurs étapes.

La résolution de problèmes a donc un rôle central dans l'activité mathématique scolaire. Elle est bien présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages.

III PROBLEMATIQUE

III 1. OBJECTIF

Grâce aux recherches menées depuis plusieurs décennies, et notamment grâce aux progrès de la neuro-imagerie, on connaît mieux aujourd'hui la complexité cognitive des tâches arithmétiques. Les principaux paramètres en jeu sont désormais identifiés.

Les objectifs de notre étude sont d'une part, de vérifier l'importance de leur contribution à la performance arithmétique attendue à l'école, et d'autre part, d'évaluer dans quelle mesure ils peuvent prédire cette performance. Mieux connaître les facteurs prédictifs de la performance mathématique permettrait de définir des critères de dépistage précoce des enfants à risque dans ce domaine, et de leur proposer, si nécessaire, des remédiations ciblées.

A partir des données recueillies auprès de notre population, nous cherchons alors à construire un modèle mathématique statistique, qui puisse rendre compte des variations inter-individuelles de la performance arithmétique.

III 2. PARAMETRES

Les paramètres que nous avons choisi d'évaluer s'inscrivent dans le cadre longitudinal de cette étude. Certains sont cependant plus spécifiques à la classe d'âge testée.

III 2.1. La performance en résolution de problèmes

Comme vu précédemment, l'exercice de résolution de problèmes est au cœur des enseignements mathématiques ; il en constitue aussi la tâche la plus difficile selon les évaluations internationales (PISA 2003, 2009). C'est la raison pour laquelle nous l'avons retenu comme variable principale. La performance en résolution de problèmes reflète la compétence arithmétique des élèves. C'est elle que nous cherchons à modéliser.

D'autre part, l'écrit en cycle 3, prend une place importante ; il nous a donc semblé pertinent d'intégrer des problèmes en modalité écrite, déclinés à partir des problèmes oraux. Par ailleurs, nous cherchons surtout à évaluer la capacité des enfants à élaborer une tâche arithmétique à partir d'un énoncé verbal. De ce fait, les problèmes ne présentent pas de difficulté particulière sur le plan du calcul. En revanche, ils diffèrent par le lexique utilisé, la catégorie de problèmes à laquelle ils appartiennent, la longueur de l'énoncé, et la taille des opérands.

III 2.2. Le calcul

Nous avons vu précédemment que le calcul fait appel à des connaissances arithmétiques ainsi qu'à la mémoire de travail. En cycle 3, la récupération des faits arithmétiques stockés en mémoire s'automatise davantage, ce que nous mesurons plus particulièrement au travers du calcul mental. Parallèlement les enfants apprennent à poser des opérations plus complexes à l'écrit. Nous évaluons ces procédures de calcul en intégrant une épreuve d'opérations écrites.

III 2.3. La lecture et l'écriture de nombres (transcodage)

Au cycle 3, la production des nombres en codes indo-arabe et verbal ainsi que la faculté de passer de l'un à l'autre sont sollicités sans cesse, notamment avec l'écrit. Les tâches arithmétiques sont plus complexes avec des nombres plus grands ; elles nécessitent de la part des élèves une bonne maîtrise du transcodage. Nous proposons donc des épreuves de lecture et de dictée de nombres adaptées à leur niveau scolaire (CE2 et CM1).

III 2.4. La comparaison de nombres écrits

Comme évoqué au chapitre 2, les processus en jeu dans la comparaison de nombres font débat, quant au passage par une représentation sémantique ou pas. Quoiqu'il en soit, la comparaison de nombres écrits est révélatrice d'une certaine familiarité dans le maniement du code indo-arabe et est souvent sollicitée dans la résolution de problèmes pour juger de la faisabilité d'une opération ou de la cohérence du résultat. Il est donc essentiel de proposer cette épreuve, avec des items à au moins trois, quatre ou cinq chiffres en fonction du niveau scolaire.

III 2.5. La ligne numérique

L'épreuve de ligne numérique renseigne à la fois sur la qualité de la représentation analogique et sur la précision de la relation avec les codes. Nombreuses sont les études qui ont mis en avant l'influence déterminante de ce code analogique dans la mise en place des apprentissages académiques mathématiques. Cette épreuve est fondamentale dans notre analyse, d'autant plus que cette variable est apparue dans la prédiction de la performance arithmétique en CE1 [28]. Nous nous appuyons sur le protocole de Booth et Siegler (2006) [13] et proposons une échelle allant de 0 à 1000.

III 2.6. La mémoire de travail

Nous avons vu que les capacités mnésiques sont très sollicitées par les apprentissages mathématiques, particulièrement la mémoire de travail verbale pour le calcul ou la rétention d'énoncés. De plus, entre 8 et 10 ans, les poids respectifs des composantes auditive et visuo-spatiale de la mémoire évoluent. Nous avons donc choisi d'intégrer ces variables à notre protocole. Nous proposons des mesures d'empans visuo-spatiaux endroit et envers et une mesure d'empan auditif envers, cette dernière permettant d'évaluer la MDT.

III 3. METHODOLOGIE

Les épreuves choisies doivent permettre d'accéder aux composantes de la performance arithmétique et d'analyser le poids respectif de ces composantes dans le temps. Les mêmes épreuves sont proposées en CE2 et CM1 à un an d'intervalle. Nos épreuves sont tirées essentiellement de la batterie Zarecki-R, ou s'appuient, lorsque cela est possible, sur des protocoles existants (Corsi, Siegler), afin de pouvoir se référer à des données normatives. Certains items sont adaptés d'une année sur l'autre en fonction du niveau de difficulté attendu pour la tranche d'âge. L'ensemble des épreuves est détaillé au chapitre 5.

Notre objectif final est de modéliser la performance en résolution de problèmes CM1 à partir des composantes de CE2 et de CM1. Les données recueillies en CE2 puis en CM1 nous permettent d'effectuer différentes analyses :

- l'analyse quantitative et qualitative des données brutes recueillies en CE2 éclaire notamment sur le degré d'automatisation de certains mécanismes et nous a incitées à proposer de nouveaux items en CM1 lorsque les épreuves étaient saturées.
- l'analyse des données brutes en CM1 confirme certaines tendances et offre une perspective longitudinale sur les résultats.
- les analyses de corrélation entre les données de CE2 d'une part, puis entre les données de CM1 d'autre part, permettent d'évaluer les liens entre les paramètres et avec la variable principale (la résolution de problèmes).
- l'analyse de corrélation entre les données de CE2 et de CM1 nous renseigne sur la stabilité ou non des liens entre ces paramètres.
- les analyses de régression standard puis ascendantes des données de CE2 nous permettent d'obtenir un premier modèle prédictif des résultats de CE2. Les variables n'étant pas indépendantes, l'analyse de régression ascendante permet de définir la contribution propre

de chaque variable de CE2 dans la performance en résolution de problèmes en CE2, en fixant la contribution des autres.

- l'analyse de régression standard puis ascendante avec les données de CM1 nous renseigne de la même manière pour les variables CM1.
- enfin, une analyse de régression totale prend en compte les données CE2 et CM1. Elle nous permet de bâtir un modèle prédictif des résultats de CM1 à partir des données de CE2 et de CM1.

IV HYPOTHESES

Nous cherchons à vérifier les hypothèses suivantes :

- **Hypothèse 1 : Les composantes verbales perdent de leur poids relatif dans la performance arithmétique.**

Dans notre étude, le seul facteur purement verbal étudié est l'empan auditif envers. Néanmoins le code verbal est aussi sollicité dans les épreuves de calcul mental, de résolution de problèmes, de transcodage, et dans une moindre mesure, dans la résolution d'opérations écrites. Grâce aux analyses de régression, nous chercherons à valider que la contribution des composantes verbales à la variance de la performance arithmétique diminue.

- **Hypothèse 2 : La contribution de la qualité de la représentation analogique dans la performance arithmétique tend à se renforcer.**

L'épreuve de la ligne numérique est la variable qui reflète la qualité du code analogique et de la relation avec les codes symboliques. Par des analyses de corrélation, des analyses de régression et des analyses de variance multifactorielles (MANOVA), nous allons chercher à mettre en évidence que la linéarité de la représentation analogique a une contribution positive significative sur la performance relevée dans les autres épreuves arithmétiques.

- **Hypothèse 3 : L'aptitude à connecter, entre elles, les diverses représentations du nombre est prédictrice de la performance arithmétique.**

Dans notre étude, la capacité à mettre en lien les différentes représentations du nombre est observable principalement dans les épreuves de transcodage (lecture et dictée de nombres) et dans celle de la ligne numérique. Dans une moindre mesure, la comparaison de nombres écrits, le calcul mental et les opérations écrites font aussi appel à cette capacité.

De manière générale, la modalité écrite prend davantage de poids dans les programmes mathématiques au fil de la scolarité, ce qui conduit à une sollicitation plus intensive du code indo-arabe et de ses relations avec les codes analogique et verbal. Nous souhaitons vérifier dans quelle mesure cette capacité à relier ces trois représentations du nombre prédit la performance.

V METHODOLOGIE ET DESCRIPTION DES EPREUVES

V 1. POPULATION ETUDIEE

Notre étude s'inscrit dans une démarche longitudinale. Les enfants observés sont ceux de la cohorte suivie depuis la grande section de maternelle dans les écoles de Perrault – Brossolette à Meudon (92) et Les Blondeaux à L'Haÿ les Roses (94). Ces écoles se situent dans des quartiers ni particulièrement favorisés ni particulièrement défavorisés de la région parisienne. Entre le CE1 et le CE2, la taille de la cohorte est passée de 69 à 56 enfants du fait de nombreux déménagements, de trois refus, et de 2 passages anticipés en CM1. Lors de la passation de novembre 2011, notre population comprend donc 56 élèves scolarisés en CE2: 28 à l'Haÿ les Roses et 28 à Meudon. Pour la passation de Novembre 2012, nous avons conservé l'ensemble des enfants vus en CE2, excepté ceux qui ont quitté les établissements. Nous avons alors 48 enfants : 44 scolarisés en CM1 (24 à l'Haÿ les Roses et 20 à Meudon), 3 redoublants (CE2) et 1 passage anticipé en CM2.

Les données démographiques de la population interrogée figurent dans le tableau ci-dessous. La catégorie socio-professionnelle est représentée par la profession de la mère.

Passation	CE2 (Nov 2011)	CM1 (Nov 2012)
Age lors de la passation		
Moyenne	100 mois (8 ans 4 mois)	110 mois (9 ans 2 mois)
Ecart type	4 mois	4 mois
Genre		
Garçon	64.3%	60.4%
Fille	35.7%	39.6%
Catégorie Socio-Professionnelle		
Artisans, commerçants	5.36%	2%
Cadres supérieurs	17.86%	16.6%
Cadres	21.4%	22.9%
Employés et techniciens	25%	29.17%
Employés ou ouvriers non qualifiés	23.2%	20.8%
Inactifs	5.36%	6.2%
Non renseignés	1,79%	2%
Effectif total	56	48

Tab n°5.1: Données démographiques des participants (âge/genre/ CSP)

V 2. DESCRIPTION DES EPREUVES DE CE2 (Novembre 2011)

L'ensemble des passations s'est déroulé sur trois semaines. Les épreuves ont été administrées selon deux modalités différentes : huit épreuves à l'oral et quatre épreuves à l'écrit. La série d'épreuves passée à l'oral en individuel a duré environ 30 minutes par enfant. Une autre série d'exercices a été proposée à l'écrit, en séance collective, pour une durée d'environ 15 minutes.

Afin d'obtenir le maximum d'attention des enfants pendant 30 minutes, nous avons aménagé l'ordre de passation des **épreuves orales** de la manière suivante :

- Block Taping Test – empan visuo-spatial endroit
- Dictée de nombres
- Répétition de chiffres à rebours – empan auditif envers
- Six problèmes arithmétiques présentés oralement (PBO1 à PBO6)
- Lecture de nombres
- Calcul mental oral
- Ligne Numérique
- Block Taping Test – empan visuo-spatial envers

Pour les **épreuves écrites**, l'ordre était le suivant :

- Quatre problèmes nommés PBE1, PBES4, PBES3, PBE2
- Comparaison de nombres écrits
- Calcul écrit
- Quatre autres problèmes PBE3, PBE4, PBES1, PBES2

Les enfants disposaient d'un feuillet de quatre pages. Les consignes ont été données oralement. Le temps passé sur chaque page était le même pour tous, avec un temps imparti contrôlé par l'examineur.

V 2.1. Block Taping Test (endroit et envers) : EVSEND et EVSENV

L'épreuve empan visuo-spatial endroit de CE1 a été reprise à l'identique. En revanche, nous l'avons complétée par l'épreuve d'empan visuo-spatial envers afin d'affiner notre analyse sur le poids des composantes non verbales.

Cette épreuve consiste à mémoriser une séquence de pointage de cubes afin de la restituer à l'identique ou dans l'ordre inverse. La reproduction à l'identique donne un empan spatial endroit, indicateur de la mémoire immédiate visuo-spatiale de l'enfant. La reproduction de la séquence dans l'ordre inverse donne son empan spatial envers, indicateur de sa mémoire de travail visuo-spatiale.

- Matériel

Cette épreuve est celle du Block Tapping Test de Corsi. Neuf cubes en carton, de dimension identique, sont collés sur une planche, selon une configuration précisée dans le protocole élaboré par Corsi. La planche est disposée de telle sorte que seul l'examineur peut différencier les cubes grâce aux faces numérotées de 1 à 9 dirigées vers lui.

- Conditions de passation

L'épreuve de l'empan spatial endroit est la 1^{ère} administrée dans la passation individuelle, l'épreuve de l'empan spatial envers la clôture.

Dans ces deux épreuves, nous pointons successivement des cubes sur la planche au rythme d'un cube par seconde. Lorsque nous avons fini la séquence, l'enfant doit alors la reproduire en pointant les cubes soit dans le même ordre (empan endroit), soit dans l'ordre inverse (empan envers).

Avant de débiter l'épreuve, nous faisons ensemble deux ou trois exemples de séquences de deux cubes pour nous assurer de la bonne compréhension de l'enfant. Les séries présentées sont ensuite de longueur croissante de 2 à 7 cubes. Pour chaque niveau d'empan, nous proposons deux séries soit un total de 12. L'épreuve est interrompue au bout de trois échecs successifs.

- Cotation

Un item est coté 1 en cas de réussite, 0 en cas d'échec. Pour quelques enfants qui l'ont réclamé, nous nous sommes autorisés la possibilité de répéter une fois la séquence. Dans ce cas, nous avons spécifié qu'il y a eu une répétition mais celle-ci n'a pas d'incidence sur les scores.

Les scores totaux pour l'empan visuo-spatial endroit (EVSEND) et pour l'empan visuo-spatial envers (EVSENV) sont donc sur 12 chacun. Par ailleurs, nous avons relevé la valeur maximale d'empan atteinte par l'enfant, correspondant au niveau des deux dernières séries réussies, de longueur identique (EVSENDMAX et EVSENVMAX).

V 2.2. Dictée de nombres : DICNB

La dictée de nombres fait appel aux compétences de transcodage : l'enfant doit convertir le code verbal oral en code indo-arabe écrit. Cela permet donc de vérifier la maîtrise du lexique numérique et les règles syntaxiques du code indo-arabe (syntaxe positionnelle). L'épreuve étant globalement réussie dans les études précédentes, nous avons fait le choix d'axer l'évaluation sur les nombres de 3 et 4 chiffres.

- Matériel

L'épreuve porte sur 9 items. Nous avons repris 5 items de la batterie Zareki-R, ceux à 3 ou 4 chiffres et nous avons remplacé les items à 1 ou 2 chiffres, saturés dans les études précédentes, par quatre nouveaux items à 4 chiffres. Afin de vérifier la bonne compréhension de la centaine et du millier, nous nous sommes assurées que les 0 se trouvaient à tous les rangs possibles.

- Conditions de passation

Cette épreuve intervient assez tôt dans la passation individuelle, comme une petite pause entre deux épreuves de mémoire (empans visuel et auditif). Nous demandons à l'enfant d'écrire les nombres que nous lui dictons, sur une feuille. Un exemple est proposé afin de vérifier qu'il écrit bien en code indo-arabe et non en toutes lettres. En cas d'hésitation, nous acceptons de répéter le nombre sur demande et l'invitons à essayer de l'écrire, même s'il n'a pas encore appris ce nombre en classe.

- Cotation

Nous prenons en compte la MDT. Ainsi un item est coté 2 s'il est réussi sans répétition, 1 s'il est réussi avec répétition et 0 s'il est échoué. Le score total DICNB est donc sur 18.

V 2.3. Répétition de chiffres à rebours : empan auditif envers- EA

L'épreuve de répétition de chiffres à l'endroit, qui évalue la MCT verbale, a été supprimée dans la passation de CE2 car celle-ci n'avait plus de poids dans le modèle CE1 [28]. Nous avons conservé celle de la répétition de chiffres à l'envers. Cette épreuve implique un maintien de la séquence en mémoire puis une manipulation des informations stockées. On obtient alors un empan envers de chiffres, bon indicateur de la MDT verbale.

- Matériel

Cette épreuve est issue de la batterie Zareki-R (épreuve 7). Elle propose 12 séries avec un empan croissant qui va de 2 à 5 chiffres ; il y a trois séries par niveau d'empan.

- Conditions de passation

L'enfant doit répéter, après nous, une série de chiffres mais dans l'ordre inverse de celui énoncé. Nous prenons un rythme d'un chiffre par seconde et nous avons utilisé un ton neutre, régulier, du début à la fin de chaque série. Avant de commencer, deux exemples de séquences de 2 chiffres lui sont présentés. Pendant toute la durée de l'épreuve, nous ne faisons aucun commentaire sur les résultats. Au bout de 3 échecs successifs, la passation est interrompue.

- Cotation

Chaque item est coté 1 en cas de réussite, 0 en cas d'échec. Nous avons accepté, si l'enfant nous le demandait, de répéter une fois la séquence en le spécifiant sur les cahiers de réponse (à noter que cette demande a été très marginale sur l'ensemble des passations).

Le score total pour l'empan auditif envers (EA) est donc compris entre 0 et 12. Par ailleurs, nous avons relevé l'empan maximal atteint, c'est-à-dire le niveau d'empan contenant les deux dernières séries successives réussies (EAMAX).

V 2.4. Lecture de nombres : LECNB

C'est une épreuve de lecture de nombres présentés en code indo-arabe. Elle permet d'évaluer les compétences de transcodage du code indo-arabe en code verbal. L'épreuve de lecture de nombres à 3 et 4 chiffres n'étant pas saturée en CE1, nous l'avons conservée à l'identique.

- Matériel

L'épreuve de lecture de nombres est celle de la batterie Zareki-R : deux items inférieurs à 100, quatre items compris entre 100 et 1000 et deux supérieurs à 1000.

- Conditions de passation

Cette épreuve arrive en 5^e position au cours de la passation individuelle. Nous présentons à l'enfant les nombres un par un et lui demandons de les lire à haute voix. Nous l'invitons à tenter une production même si c'est un nombre qu'il n'a pas encore appris en classe.

- Cotation

Une certaine automatisation des processus de décodage est prise en compte dans la cotation. En effet chaque item est coté 2 s'il est correct en première lecture, 1 si l'enfant se trompe puis se corrige, 0 s'il est échoué. Le score total LECNB est donc compris entre 0 et 16.

V 2.5. Calcul mental oral : CM

Cette épreuve fait appel aux compétences de comptage, aux connaissances arithmétiques d'ordres procédural, conceptuel et déclaratif (stockage en mémoire et rappel des faits arithmétiques).

Par rapport à l'épreuve de CE1 nous avons réduit le nombre d'additions et avons conservé le même nombre de soustractions et de multiplications. Les items proposés sont pour certains identiques et pour d'autres avec des opérands plus élevées.

- Matériel

Cette épreuve est extraite de la batterie Zareki-R. Nous avons retenu 4 additions, 5 soustractions et 4 multiplications.

- Conditions de passation

Le calcul mental intervient après l'épreuve de lecture de nombres au cours de la passation individuelle. Nous expliquons à l'enfant qu'il va devoir résoudre des opérations dans sa tête et nous donner le résultat.

Pour chaque item, nous notons le temps de réponse, afin d'en dégager une analyse qualitative sur les stratégies utilisées par l'enfant.

- Cotation

La mémoire de travail est prise en compte dans la cotation. Le score total CM est compris entre 0 et 26 : chaque item est noté 2 si la réponse est correcte, 1 si elle est correcte après répétition de l'énoncé et 0 si l'item est échoué. Le score total correspond à la somme des scores bruts de chaque type d'opération : le score des additions ADD est compris entre 0 et 8, celui des soustractions SOUS entre 0 et 10 et celui des multiplications MULT entre 0 et 8.

V 2.6. Ligne Numérique

Lors de cette épreuve, nous demandons à l'enfant de positionner approximativement une valeur donnée sur une ligne numérique. Elle fait référence au code analogique du modèle du triple code de Dehaene et Cohen. Elle évalue la perception qu'a l'enfant de la valeur d'un nombre, sa représentation des grandeurs, à travers une estimation de distance sur la ligne numérique.

- Matériel

L'épreuve est la même que celle proposée en CE1 mais nous avons suivi l'évolution du test proposé par Siegler (2008) [14] avec une échelle de nombres compris entre 0 et 1000. Nous avons tracé des lignes numériques de 34 cm sur un support papier de format A3, orientées de gauche à droite, avec les extrémités marquées par 0 et 1000.

Cette épreuve comprend 22 nombres à placer: quatre sont compris entre 0 et 100 puis deux nombres sont proposés par centaine. Ces items sont présentés dans un ordre aléatoire : 3, 52,7, 391, 952, 438, 19, 690, 158, 760, 502, 475, 874, 346, 721, 907, 586, 103, 240, 613, 297, 835.

- Conditions de passation

Une ligne d'exemple est d'abord montrée à l'enfant, ligne vierge sur laquelle on lui demande de désigner le point à l'extrême gauche qui correspond à 0 et celui à l'extrême droite qui correspond à 1000. Cela nous permet de lui présenter la ligne numérique qu'il va retrouver pour chacun des 22 items. Chaque nombre sera positionné sur une ligne vierge.

Les 22 items sont proposés à l'enfant les uns après les autres, en modalité visuelle : code indo-arabe écrit sous la ligne. Il n'y a pas de lecture du nombre à voix haute. On demande à l'enfant de marquer, d'un petit trait sur la ligne, la position estimée de l'item. Seul l'item à traiter et sa ligne numérique vierge sont visibles par l'enfant. Aucun commentaire n'est donné à l'enfant au cours de l'épreuve.

- Cotation

Pour chacun des vingt-deux items, nous avons mesuré, sur la ligne numérique, la distance (d) en cm entre 0 et le trait fait par l'enfant, au demi-millimètre près. Cette mesure nous permet alors de calculer par enfant:

- le nombre estimé correspondant en rapportant cette distance d à la longueur de la ligne (34cm) : $d \cdot 1000 / 34$, pour chaque item.

- l'écart en % entre le nombre réel (item donné) et le nombre estimé correspondant (PAE) pour chaque item.
- la moyenne des écarts (PAE moyen)
- les paramètres de la droite de régression linéaire (pente et valeur à l'origine)
- les coefficients de détermination de l'approximation par régression linéaire (R^2_{lin}) et par régression logarithmique (R^2_{log}).

V 2.7. .Comparaison de nombres écrits : COMP

Cette épreuve permet d'évaluer les processus de comparaison en vérifiant la maîtrise de la notation positionnelle du code indo-arabe. Cette épreuve étant passée de manière collective, avec un temps imparti, elle permet d'observer une éventuelle automatisation des processus de comparaison.

- Matériel

Nous avons repris 5 items de la batterie Zareki-R les plus échoués lors des années précédentes et avons rajouté 4 paires dont 2 paires à 5 chiffres : 8969 vs 53221, 6042 vs 6420, 20813 vs 28013, 35061 vs 36051. Dans les trois quarts des paires proposées, les nombres sont composés des mêmes chiffres mais à des positions différentes.

- Conditions de passation

Elle est la 2^e de la passation collective et vient après une série de quatre problèmes. La consigne est donnée oralement à tous avec un exemple fait ensemble au tableau. Il s'agit de comparer deux nombres présentés sur une même ligne et d'entourer le plus grand. Les neuf couples de nombres sont présentés sur une page A4. L'exercice est effectué en modalité visuelle uniquement, sans lecture à voix haute. Notre présence et notre passage dans les rangs ont permis de répéter la consigne à ceux qui ne l'avaient pas ou mal mémorisée.

- Cotation

Le score total COMP est compris entre 0 et 9. Chaque item est coté 0 si la réponse est incorrecte ou 1 si la réponse est correcte.

V 2.8. Calcul écrit : OPE

Cette épreuve permet de vérifier les compétences de calcul avec le code indo-arabe.

- Matériel

Nous avons utilisé l'épreuve de calcul écrit conventionnel de la batterie Numerical, en reprenant la même présentation : une addition en ligne, deux additions en colonne, une soustraction en ligne et une soustraction en colonne. Nous avons supprimé la multiplication en colonnes (à 2 nombres de 2 chiffres), estimant que pour un début de CE2, certains enfants mis en difficulté risquaient de ne pas aller au bout de l'épreuve écrite.

- Condition de passation

Cette épreuve fait partie des passations collectives faites à l'écrit. Elle vient en 3^e position. Les opérations sont présentées sur une page A4. La consigne, donnée oralement, était de résoudre les opérations écrites. Nous avons accepté pour ceux qui le souhaitaient, la pose en colonne des opérations figurant en ligne.

- Cotation

Le score total OPE est compris entre 0 et 5, chaque item est noté 0 si la réponse est incorrecte et 1 si elle est correcte.

V 2.9. Résolution de problèmes : PBO et PBE

La résolution de problèmes arithmétiques est la variable principale de notre étude. C'est à travers cette variable que l'on évalue les apprentissages scolaires en mathématiques car elle fait appel à un ensemble de compétences. A partir du cycle 3, la performance en résolution de problèmes se mesure davantage à l'écrit. C'est pourquoi nous avons testé les enfants dans les deux modalités : orale et écrite.

A l'oral, cette épreuve met en jeu la mémoire de travail, la compréhension de l'énoncé, la capacité à sélectionner une/des opérations et la connaissance des faits arithmétiques. A l'écrit, cette épreuve sollicite moins la mémoire de travail mais fait appel aux compétences en lecture, à la capacité de sélectionner la bonne opération et à la maîtrise des procédures de calcul écrit. Le fait d'utiliser l'écrit permet de proposer des problèmes avec des opérands plus grands.

Nous avons donc retenu les énoncés des problèmes en tenant compte de leur structure (additive ou multiplicative), de leur longueur, du niveau de langage de l'énoncé et de l'ordre de grandeur des opérandes.

Lors de la passation orale, six problèmes arithmétiques (PBO) ont été proposés. Parmi ces six problèmes, quatre ont été déclinés à l'écrit en 2 versions chacun : d'une part dans une version très proche de l'oral (PBE), d'autre part dans une version où l'énoncé est un peu modifié (par exemple « deux fois + »/ « deux fois moins »...) et avec des opérandes supérieurs (PBES). Chaque enfant a donc été amené à résoudre 14 problèmes.

- Matériel

Nous avons retenu un des problèmes de la batterie Zareki-R, celui qui avait été le plus échoué lors de l'étude précédente [28]. Il fait partie des quatre problèmes présentés oralement et déclinés à l'écrit. Les autres problèmes sont inspirés d'un document édité par l'IUFM de Dijon à l'attention des enseignants et regroupant les problèmes selon leur structure.

Enoncé des problèmes à structure additive

PBO1 (tiré du Zareki-R)	PBE1	PBES1
Pierre a 16 billes. Il en a 3 de plus qu'Anne. Combien Anne a-t-elle de billes?	Tom a 11 billes. Il en a 6 de plus que Léo. Combien Léo a-t-il de billes?	Pierre a 142 images. Il en possède 31 de moins que Sophie. Combien Sophie a-t-elle d'images ?

Selon la classification de Riley [72], c'est un problème de comparaison. La recherche de l'inconnue porte sur l'une des 2 mesures statiques. La principale difficulté de compréhension de ces 3 énoncés réside dans la syntaxe « de plus que » ou de « de moins que », qui n'est pas toujours comprise et qui peut induire en erreur quant au choix de l'opération.

PBO3	PBE3	PBES3
Isidore joue aux billes. Au début, il en gagne 6 puis il en perd 8. Au total, en a-t-il plus gagnées ou plus perdues ? et combien ?	Isidore joue aux billes. Au début il en gagne 3, puis il en perd 7. Au total en a-t-il plus gagnées ou plus perdues? Et combien ?	Tom joue aux cartes. Au début, il en gagne 23, puis il en perd 14. Au total en a-t-il plus gagnées ou plus perdues? Et combien ?

C'est un problème de combinaison : deux transformations se composent pour donner une transformation. L'inconnue est la transformation totale. Ce problème présente plusieurs sources de difficulté :

- tout d'abord, l'énoncé est assez long et sollicite donc une certaine capacité en mémoire de travail
- par ailleurs, nous n'avons pas connaissance ni de l'état initial, ni de l'état final, ce qui correspond à une structure de problème plus laborieuse à se représenter, les enfants doivent se détacher d'une situation concrète qu'ils vivraient au quotidien.
- de plus, même si la situation décrite est chronologiquement plus facile à intégrer puisque qu'on a un gain (+) avant une perte (-), elle les déstabilise car un calcul fait selon l'ordre chronologique des faits leur est impossible : il en gagne moins qu'il n'en perd (sauf PES3).

Enoncé des problèmes à structure multiplicative

PBO2	PBE2	PBES2
J'ai 24 images. Mon frère a 2 fois moins d'images que moi. Combien mon frère a-t-il d'images ?	J'ai 16 images. Marie en a 2 fois moins que moi. Combien Marie a-t-elle d'images?	Tom a 90 billes. Pierre a 2 fois plus de billes que Tom. Combien Pierre a-t-il de billes ?

C'est un problème de comparaison multiplicative des grandeurs. L'inconnue recherchée est une des deux mesures. L'énoncé comporte une difficulté de lexique : l'expression « deux fois plus » ou « deux fois moins » peut induire en erreur vers une addition ou une soustraction.

PBO4	PBE4	PBES4
A une table de cantine, il y a 4 places. Combien faut-il de tables pour accueillir 12 enfants ?	A une table de cantine il y a 5 places. Combien faut-il de tables pour accueillir 15 enfants ?	Dans une salle de cinéma, il y a des rangées de 8 places. Pour un groupe de 32 enfants, combien de rangées faut-il ?

C'est un problème de proportionnalité simple directe. L'inconnue recherchée est la quantité d'unités (A.Ménissier) [58]. L'unité est explicite pour PBO4 et PBE4 (une table) mais elle l'est moins pour PBES4 (« une rangée » n'est pas directement lisible).

PBO5
3 garçons ont chacun 5 billes. Combien ont-ils de billes à eux tous ?

C'est un problème de proportionnalité simple directe avec recherche de la valeur multipliée. L'unité doit être implicitement comprise par le mot « chacun ».

PBO6
8 billes ont été réparties également entre 4 enfants. Combien chacun a-t-il de billes ?

C'est un problème de proportionnalité simple directe. L'inconnue recherchée est la valeur unitaire. L'unité est quasi explicite : chacun = 1 enfant.

- Conditions de passation

Les six problèmes oraux ont été présentés consécutivement lors de la passation individuelle. Nous avons demandé à l'enfant de réfléchir à voix haute afin de pouvoir aussi prendre en compte le raisonnement. Une répétition de l'énoncé était autorisée sur demande.

Les huit problèmes écrits (PBE) ont été mélangés et proposés lors de la passation collective : une page de quatre problèmes au début du temps collectif et une page de quatre problèmes à la fin. Le temps imparti pour chaque page était à peu près le même. Il a été demandé aux enfants d'écrire, pour chaque problème, leurs calculs, et d'entourer la réponse à la question posée.

- Cotation

Les problèmes présentés oralement ont été cotés de trois façons. Nous obtenons donc :

Un score global PBO compris entre 0 et 6 : chaque item PBO_i est noté 0 pour un résultat incorrect et 1 pour un résultat juste. Ce score peut être comparé aux problèmes écrits PBE_i correspondants.

Un score PBOR compris entre 0 et 12, qui tient compte de la répétition ou non de l'énoncé : L'item est noté 0 si le résultat est faux, 1 si le résultat est juste mais que l'énoncé a été répété et 2 si le résultat est juste sans répétition de l'énoncé. Ce score nous permet d'évaluer l'impact de la mémoire de travail.

Un score SRPBO compris entre 0 et 30, qui tient compte du raisonnement de l'enfant.

	Raisonnement			
	faux		juste	
Répétition ?	<i>oui</i>	<i>non</i>	<i>oui</i>	<i>non</i>
Résultat faux	0	0	3	3
Résultat juste	1	2	4	5

Pour les problèmes écrits, il s'est révélé impossible de prendre en compte le raisonnement. En effet, les enfants se sont souvent contentés de n'écrire que le résultat et rarement le détail de l'opération. Nous n'avons donc retenu qu'un score global PBE, compris entre 0 et 8 : chaque item PBE_i est noté 0 si le résultat est incorrect ou absent, 1 si le résultat est juste.

V 3. DESCRIPTION DES EPREUVES DE CM1 (Novembre 2012)

Nous avons repris les mêmes épreuves qu'en CE2. Nous les avons fait passer dans le même ordre. Cependant, nous avons remplacé les items saturés par de nouveaux items qui sont plus en adéquation avec un niveau de début de CM1. La conservation des mêmes épreuves d'une passation à l'autre, à un an d'intervalle, permet de comparer les données entre elles, de voir la stabilité des relations qui existent entre les épreuves et de dégager les variables prédictrices des performances arithmétiques.

L'ensemble des passations s'est déroulé sur deux semaines. Les durées de passation ont été identiques à celles de CE2 : environ 30 mn par enfant pour les huit épreuves orales en individuel et de 15 à 20mn pour les quatre épreuves écrites en séance collective.

V 3.1. Block Taping Test (endroit et envers) : EVSEND et EVSENV

Les épreuves d'empans visuo-spatiaux endroit et envers de CE2 ont été reprises à l'identique.

V 3.2. Dictée de nombres : DICNB

Lors de la précédente passation, la dictée des nombres à 3 chiffres a été très bien réussie. Nous avons donc supprimé les quatre items à 3 chiffres. Nous avons repris les cinq nombres à 4 chiffres de CE2 et nous avons remplacé les quatre items saturés par 4 nouveaux nombres à 5 chiffres en veillant à ce que le 0 se trouve à différents rangs. Nous avons donc un total de neuf items, comme en CE2.

V 3.3. Répétition de chiffres à rebours (empan auditif envers) : EA

Nous avons conservé à l'identique cette épreuve de la batterie Zareki-R.

V 3.4. Lecture de nombres : LECNB

Comme à l'épreuve de dictée, l'épreuve de lecture de nombres en code indo-arabe a été saturée en CE2 pour les nombres inférieurs à 1000. Nous avons donc conservé uniquement les

2 nombres supérieurs à 1000 et nous avons ajouté 6 nouveaux nombres, 3 nombres à 4 chiffres et 3 nombres à 5 chiffres pour conserver 8 items au total.

V 3.5. Calcul mental oral : CM

Les 4 additions et les 5 soustractions données en CE2 ont été reprises intégralement car non saturées. Pour les multiplications, nous avons gardé deux items de CE2 (tables jusqu'à 5) et nous avons intégré trois nouvelles multiplications avec des opérandes plus élevées : table de 6, une multiplication d'un nombre entier par 100 (au programme de CM1) et une multiplication par 11 pour voir l'acquisition de nouveaux automatismes. Au total, nous avons retenu 4 additions, 5 soustractions et 5 multiplications, une de plus qu'en CE2.

Le score total CM est donc compris entre 0 et 28 : chaque item est noté 2 si la réponse est correcte, 1 si elle est correcte après répétition de l'énoncé et 0 si l'item est échoué (comprenant les non réponses). Le score total correspond à la somme des scores bruts de chaque type d'opération : le score des additions ADD est compris entre 0 et 8, celui des soustractions SOUS entre 0 et 10 et celui des multiplications MULT entre 0 et 10.

V 3.6. Ligne Numérique

L'épreuve est la même que celle proposée en CE2 avec l'échelle de nombres compris entre 0 et 1000.

V 3.7. Comparaison de nombres écrits : COMP

Cette épreuve étant globalement bien réussie en CE2, nous avons conservé uniquement les quatre items les plus échoués : (8969 vs 53221, 511 vs 298, 20813 vs 28013, 35061 vs 36051). Les cinq items saturés ont été remplacés par cinq nouveaux items : les paires sont formées de nombres allant jusqu'à 7 chiffres. (70260 vs 7689, 2607 vs 2706, 1239521 vs 1239499, 899001 vs 900000, 9807 vs 13542). Le fait de proposer des nombres élevés permet de vérifier la maîtrise de la syntaxe positionnelle du code indo-arabe.

V 3.8. Calcul écrit : OPE

Nous avons gardé l'épreuve de calcul écrit conventionnel de la batterie Numerical en intégrant, cette fois-ci, la multiplication en colonnes (à 2 nombres de 2 chiffres) qui avait été supprimée lors de la précédente passation car jugée trop difficile pour un début de CE2. En CM1, la technique opératoire pour ces trois types d'opérations est normalement acquise.

Nous utilisons la cotation proposée dans Numerical : le score total OPE est compris entre 0 et 8, car la multiplication en colonne dispose d'un bonus accordé pour chaque ligne correctement réalisée. Chaque item addition ou soustraction est donc noté 0 si la réponse est incorrecte et 1 si elle est correcte, la multiplication est notée sur 3.

V 3.9. Résolution de problèmes : PBO et PBE

Les six problèmes à l'oral et les huit problèmes à l'écrit ont été repris à l'identique.

VI ANALYSE DES DONNEES BRUTES CE2 ET CM1

VI.1 TRANSCODAGE

- Paramètres étudiés

La lecture de nombres porte sur 8 items. Le score total LECNB est sur 16 : chacun des huit items est noté 2 pour une bonne lecture, 0 pour une lecture erronée et 1 si la lecture erronée est autocorrigée spontanément.

La dictée de nombres porte sur 9 items. Le score total DICNB est sur 18 : chacun des neuf items est coté 2 s'il est correctement transcrit, 1 s'il est correctement transcrit après répétition et 0 en cas de transcription erronée.

- Analyse descriptive CE2

	LECNB	DICNB	TRANS (LECNB +DICNB)
Score min	8	4	12
Score max	16	18	34
Moyenne	15	15.5	30,5
Ecart type	1,8	3,1	4.6
Médiane	16/16	16/18	32/34

Tableau 6.1.a: Scores lecture et dictée de nombres CE2

En lecture, 68% des enfants obtiennent le score maximal. 2 enfants sur 56 obtiennent le score minimal (n°54 et n°30) : ils échouent systématiquement sur les items à 4 chiffres.

En dictée, 34% des enfants obtiennent le score maximal de 18 et plus de 50% le score de 16/18. Le score minimal de 4 est obtenu par un seul enfant (n°54) qui ne réussit que les items 2 et 3.

Compte tenu de la forte corrélation entre les 2 variables, dictée et lecture (0,87), nous retenons une seule variable TRANS pour l'analyse ultérieure.

- Scores lecture de nombres CE2 par item (cf annexe 4, tab n° 6.1b)

Les résultats obtenus sont conformes à l'étalonnage du Zareki R, voire un peu supérieurs aussi bien en ce qui concerne la précision des réponses que la faiblesse du nombre d'autocorrections.

L'épreuve est saturée pour les items à 2 et à 3 chiffres, ce qui correspond au niveau scolaire attendu puisque les élèves doivent avoir acquis la numération jusqu'à 1000 en fin de CE1. Plus de 4 enfants sur 5 réussissent aussi les items à quatre chiffres.

- Scores dictée de nombres CE2 par item (cf annexe 4, tab n°6.1.c)

Les résultats obtenus pour les items du Zareki sont conformes aux normes quoiqu'un peu supérieurs. On constate aussi un impact faible de la répétition.

Pour les items inférieurs à 1000, l'épreuve est presque saturée, jamais plus de 4 enfants n'échouent, ce qui correspond aux performances attendues en fin de CE1. Tous les enfants réussissent l'item n°3, dont la syntaxe est transparente.

La précision des réponses décroît pour les items à 4 chiffres, néanmoins près de trois enfants sur quatre réussissent. Le plus échoué est l'item n°7 (3092) qui comprend un 0 en position de centaine et une dizaine syntaxique irrégulière. C'est aussi l'item dont le code verbal contient le plus de syllabes (6 syllabes) ; à cet item, le taux d'échec est de 30%.

- Analyse descriptive CM1

	LECNB	DICNB	TRANS
Score min	3	5	11
Score max	16	18	34
Moyenne	14,4	15,4	28.8
Ecart type	2,6	3,1	5.3
Médiane	15/16	16/18	30/34

Tableau 6.1.d: Scores lecture et dictée de nombres CM1

En lecture, 77% des enfants ont fait au plus une erreur ; 42% obtiennent le score maximal contre 68% en CE2. Seul 1 enfant sur 48 obtient le score minimal (à nouveau le n°30).

En dictée, la moyenne obtenue demeure assez élevée et sensiblement identique à celle de CE2. Plus de 50% des enfants ont une note supérieure à 16/18, plus de 25% obtiennent la note

maximale de 18. Le score minimal de 5 est obtenu par deux enfants (le n°30 et le n°54) déjà très en difficulté les années passées sur ce type d'épreuve.

Compte tenu de la forte corrélation entre les 2 variables, dictée et lecture (0,777), nous retenons une seule variable TRANS pour l'analyse ultérieure.

- Scores lecture de nombres CM1 par item (cf annexe 4, tab n°6.1.e)

Les scores sont homogènes pour les items à 4 ou 5 chiffres : en moyenne, 92% de réussite pour chacun des items. L'assimilation des règles de transcodage semble se généraliser aux plus grands nombres. Les items les plus échoués sont ceux dont la syntaxe est opaque avec un zéro en position intermédiaire : 8071, 1090, 98070. Les résultats obtenus aux 2 items déjà proposés en CE2 sont conformes à la norme de l'étalonnage du Zareki R : les enfants sont environ 10% plus nombreux à les réussir par rapport à l'an dernier.

- Scores dictée de nombres CM1 par item (cf annexe 4, tab n°6.1.f)

Les scores sont plutôt homogènes pour l'ensemble des items à 4 et 5 chiffres: plus de 4 enfants sur 5 réussissent mais avec un impact non négligeable de la répétition pour les nombres à 5 chiffres. Les résultats obtenus aux 2 nombres à 4 chiffres du Zareki s'inscrivent dans la norme de l'étalonnage et même un peu au-dessus pour un des items (déjà le cas en CE2).

VI-2 CALCUL

VI.2.1 Calcul mental oral

- Paramètres étudiés

En CE2, nous avons un total de treize items tous issus de la batterie Zareki. En CM1, nous avons un total de quatorze items.

Nous mesurons le score obtenu à chaque item (2 si réussite immédiate, 1 si réussi après répétition de l'énoncé ou 0 si échoué) et le score cumulé pour chaque type d'opération. Le score total CM=ADD+SOUS+MULT est sur 26 en CE2 et sur 28 en CM1. Par ailleurs, pour chaque item, le temps d'exécution a été relevé.

Les normes indiquées correspondent à l'étalonnage de la batterie Zareki R.

- Analyse descriptive CE2

	CM /26	ADD /8	SOUS/10	MULT/8
Score min	0	0	0	0
Score max	26	8	10	8
Moyenne	18,4	6,2	6,3	6,6
Ecart type	6,4	2,0	2,8	2,2
Note Médiane	20	6	6	8
Centile 25	16	4	4	6
Centile 75	23	8	8,25	8

Tableau 6.2.1.a : Scores totaux Calcul Mental CE2 par type d'opérations

5% des enfants atteignent le score total de 26 et 25% des enfants ont une note supérieure à 23/26. L'écart type de 6.4 montre bien la dispersion des performances entre les enfants. On constate aussi une certaine variabilité des résultats selon le type d'opération.

La multiplication est l'opération la mieux réussie, 50% des enfants réussissent les quatre items. Les scores élevés obtenus montrent la bonne assimilation des tables (tables de 3, 4, et 5) qui font partie des acquisitions du CE1. La disparité entre les enfants est plus grande pour la soustraction. 25% des enfants ont une note inférieure à 4/10, et 25% une note supérieure à 8. Ce sont les résultats obtenus aux additions, acquises depuis le CP, qui sont les plus homogènes entre les enfants, 50% obtiennent plus de 6/8.

Pour les additions, les résultats sont conformes à l'étalonnage de la batterie Zareki R ; de même la répétition n'a que peu de poids dans la précision du résultat (cf annexe 5, tab n°6.2.1.b).

43% des enfants atteignent le score maximal de 8. Globalement, les performances entre les enfants sont assez homogènes, et le taux de participation (une seule non réponse) montre bien que ce mode opératoire est couramment pratiqué par les enfants à l'école. Un seul enfant (n°13) a un score de 0. Les performances sont variables selon les items : le pourcentage d'erreurs augmente avec la grandeur des opérands et la présence d'un changement de dizaine avec retenue. Sans surprise, l'item le plus réussi est celui qui a les deux opérands inférieurs à 10 (cf annexe 5, tab n°6.2.1.b).

L'analyse du temps de réponse met davantage en lumière les disparités au niveau des stratégies de calcul employées, selon les items et selon les enfants.

Pour une même opération, l'écart type est élevé, signe d'une grande dispersion notamment pour les additions à retenue comme l'item n°3 (13+19) (cf annexe 5 tab n°6.2.1.c). On voit ainsi que les enfants ne sont pas à la même étape de procédure de calcul : certains ont encore besoin de compter sur leurs doigts, alors que d'autres utilisent leurs connaissances procédurales ou récupèrent directement les faits arithmétiques (tables d'addition) stockés en mémoire.

Les coefficients de corrélation entre le temps et la précision de la réponse sont globalement faibles : la justesse du résultat n'est que très peu ou pas du tout liée au temps de réponse, excepté pour l'item n°3 où l'allongement du temps de réponse révèle une inefficacité et une instabilité des stratégies employées.

Au final, le temps moyen TADD est donc peu significatif et ne sera pas retenu pour les analyses quantitatives.

Pour la soustraction, les taux de réussite par item s'inscrivent dans la même tendance que ceux de l'étalonnage du Zareki R, quoique supérieurs. L'impact de la répétition est faible sauf pour l'item 3 qui sollicite davantage la mémoire de travail.

On constate une grande variabilité des performances selon l'item. La précision des réponses diminue avec l'accroissement des opérandes et la présence d'une retenue. Ainsi, l'item n°3 (24-17), qui est une soustraction à deux opérandes à 2 chiffres, avec retenue, est celui qui provoque le plus de non réponses et qui a le plus fort taux d'erreur (seul un tiers des enfants le réussit). Seulement 16% des enfants obtiennent le score maximal de 10 (cf annexe 5, tab n° 6.2.1.d).

L'analyse qualitative des temps de réponse confirme que, pour beaucoup d'enfants, le choix de la stratégie de calcul se révèle difficile et diffère selon l'item.

Le temps de réponse et la précision du résultat sont globalement peu corrélés, sauf pour l'item n°1 (17-5), pour lequel la justesse du résultat est inversement liée au temps de réponse et pour lequel le temps médian n'est que de 5 secondes (cf annexe 5, tab n°6.2.1.e). Ceci nous confirmerait que la plupart des enfants utilisent des faits arithmétiques stockés en MLT pour ce calcul simple, sans retenue.

En revanche pour l'item n°3, le temps médian est de 12s, les 25% les plus lents ont besoin de plus de 20s pour répondre, signe d'utilisation de procédures de surcomptage ou de difficulté à décomposer. Pour les autres items, les stratégies de calcul sont encore très variées selon les

enfants. La disparité inter-individuelle des temps de réponse pour chaque item et l'écart par rapport à la norme ne permet pas de garder la variable TSOUS pour l'analyse quantitative.

Pour chaque item de **multiplication**, plus des trois quarts des enfants réussissent et 61% des enfants atteignent le score maximal de 8 (cf annexe 5, tab n° 6.2.1.f). Les bons résultats à cette épreuve, montrent que les enfants, en début de CE2, sont bien familiarisés avec les tables de 3, 4 et 5. Comme dans l'étalonnage Zareki, la répétition n'a que peu de poids sur la précision des réponses.

Les temps de réponse relativement courts confirment la récupération des faits arithmétiques en mémoire, la médiane se situant à 4 secondes environ pour chacune des multiplications (cf annexe 5, tab n°6.2.1.g).

Les performances sont homogènes entre les items mais demeure une disparité interindividuelle significative dans les stratégies employées : certains enfants utilisent encore une stratégie de comptage et sont donc beaucoup plus lents. Ces disparités entre les enfants ne nous permettent pas de garder la variable TMULT pour les analyses statistiques ultérieures.

La variable CM en CE2 est très corrélée aux sous-totaux des différentes opérations (à 0.66 avec ADD, à 0.72 avec SOUS et à 0.68 avec MULT) ; elle sera donc reprise pour l'analyse ultérieure.

- Analyse descriptive CM1

	CM /28	ADD /8	SOUS/10	MULT/10
Score min	4	0	0	2
Score max	28	8	10	10
Moyenne	20.8	6,7	7.4	7.7
Ecart type	6.4	1.9	2.4	2.4
Note Médiane	22	8	8	8
Centile 25	18	6	6	7
Centile 75	26	8	10	10

Tableau 6.2.1.h : Scores totaux Calcul Mental CM1 par type d'opérations

13% des enfants atteignent le score total maximal, même proportion qu'en CE2. 25% des enfants ont une note supérieure à 26/28 mais l'écart type de 6.4 montre que la dispersion des performances entre les enfants demeure.

On relève aussi une certaine variabilité des résultats selon le type d'opération. C'est pour l'addition que les résultats entre les enfants sont les moins dispersés, plus de 50% des enfants réussissent les quatre additions avec une moyenne plus élevée qu'en CE2 (6.7/8). L'écart type est plus important pour les soustractions et les multiplications, signe d'une plus grande variété de stratégies de calcul. Pour ces deux types d'opération, seuls 25% des enfants accèdent au score maximal de 10.

Pour **les additions**, nous constatons tout d'abord que la répétition n'a aucun poids dans la précision du résultat.

Cette épreuve étant strictement identique à celle proposée en CE2, il est intéressant de constater une amélioration globale des scores. 58% des enfants atteignent le score maximal de 8, contre 43% en CE2, mais aucun item n'est saturé. Un seul enfant (n°56) échoue à toutes les additions; en classe de CE2 il avait réussi une seule addition. C'est pour l'item n°4 (14+8) que l'amélioration est la plus forte (85% de réussite vs 68% en CE2) (cf annexe 5, tab n°6.2.1.i).

L'analyse du temps de réponse met davantage en lumière les disparités au niveau des stratégies de calcul, selon les items et selon les enfants.

Tout d'abord les coefficients de corrélation entre le temps et la précision de la réponse sont restés globalement faibles : la justesse du résultat n'est toujours pas liée au temps de réponse (cf annexe 5, tab n°6.2.1.j).

On constate peu d'évolution par rapport aux résultats de CE2 : les écarts type demeurent élevés indiquant que la disparité de stratégie entre les enfants perdure. Cependant les temps médians gagnent 1 ou 2 secondes., signe probable que de plus en plus d'enfants sont capables d'utiliser les faits arithmétiques. Au final, le temps total moyen TADD est peu significatif et ne sera pas retenu pour les analyses quantitatives.

Pour les soustractions, comme dans l'étalonnage du Zareki R., l'impact de la répétition est faible. La variabilité des performances selon l'item perdure : l'item 3 (24-17) reste le plus chuté, les items 1 et 2, les mieux réussis sont désormais presque saturés (cf annexe 5, tab

n°6.2.1.k). Cependant, les scores ont nettement progressé pour tous les items. Près de 30% des enfants réussissent parfaitement cette épreuve, contre 16% en CE2.

L'analyse des temps de réponse montre que la disparité s'accroît entre les enfants : l'écart se creuse en fonction des stratégies choisies.

La récupération de faits arithmétiques, stratégie déjà utilisée en CE2 pour l'item n°1, semble désormais largement utilisée aussi pour les items n°2 (14-6) et n°4 (18-11), comme le montrent les faibles temps de réponse (cf annexe 5, tab n°6.2.1.l). Pour ces trois items, les coefficients de corrélation indiquent que la justesse du résultat est inversement liée au temps de réponse, ce qui confirmerait que la récupération des faits arithmétiques a davantage de chance d'aboutir à un résultat juste contrairement aux autres procédures de calcul, plus propices à des erreurs. Avec un temps médian élevé de 14s, l'item n°3 (24-17) demeure celui pour lequel les disparités sont les plus grandes dans le choix de la stratégie de calcul.

La disparité inter-individuelle des temps de réponse pour chaque item, et l'écart par rapport à la norme ne nous permettent pas de garder la variable TSOUS pour l'analyse quantitative.

Pour les multiplications, comme dans l'étalonnage du Zareki, la répétition n'a que peu de poids sur la précision des réponses.

Les items n°1 (4x5) et n°2 (3x4) sont désormais quasi-saturés. L'item n°3 (6x9), échoué par un tiers des enfants révèle que la table de 6 n'est pas parfaitement mémorisée par tous (cf annexe 5, tableau 6.2.1.m). Les items n°4 (18x100) et n°5 (3x11), non encore travaillés scolairement en début de CM1 ont été choisis afin d'évaluer les capacités des enfants à élaborer par eux-mêmes, et à partir de leurs connaissances, une stratégie de calcul. L'item n°4 (18x100) a le taux d'échec le plus élevé : 38% dont 10% de non réponses. Le principe des multiplications par 10, par 100, par 1000...fait partie du programme scolaire mais la multiplication par 100 n'a visiblement pas été encore explicitement abordée en ce début de CM1. Les 60% d'enfants qui réussissent cet item nous montrent qu'ils sont capables de décliner au rang supérieur ce qu'ils ont appris par 10.

Près de 80% des enfants réussissent l'item n°5 (3x11), ce qui révèle leur parfaite maîtrise du processus multiplicatoire : ils font appel à la fois à une procédure de décomposition de calcul (3xunités et 3xdizaines) et aux faits arithmétiques (table de 3).

Les temps de réponse sont relativement courts, et homogènes entre les items: le temps médian se situe entre 2 et 4 secondes pour chacune des multiplications (cf annexe 5, tab n°6.2.1.n). Les enfants font donc majoritairement appel aux faits arithmétiques stockés en MLT.

On note une certaine disparité entre les enfants pour l'item n°3(6x9) : ce calcul fait partie des tables apprises mais encore fragiles: la récupération en MLT nécessite beaucoup de temps chez certains. Cet item est d'ailleurs celui pour lequel la corrélation précision/temps de réponse est la plus forte.

Par ailleurs il est intéressant de constater que les temps de réponse moyens pour les items n°4 et n°5 ne sont pas beaucoup plus élevés que pour les autres calculs ; pourtant, nous avons vu que ces items demandent plus qu'une simple énonciation d'un fait arithmétique stocké en MLT et sollicitent plus la MDT.

Nous ne conserverons pas la variable TMULT pour les analyses statistiques ultérieures.

Cette épreuve de calcul mental met en avant une progression plus ou moins rapide des performances selon le type d'opération. Les disparités interindividuelles sont accrues pour les additions et les soustractions, au niveau de la justesse des réponses ou du temps d'exécution : les stratégies de calcul sont encore très différentes selon les enfants (surcomptage, recours aux doigts, faits arithmétiques).

Malgré le fait que certaines multiplications soient plus élaborées qu'en CE2, les performances sont plus homogènes pour ce type d'opération, processus qui laisse moins de choix dans la stratégie employée. On voit nettement que la capacité de rappel des faits arithmétiques est un élément clé de précision et de rapidité de réponse.

La variable CM est corrélée aux sous-totaux des différentes opérations (0.60 avec ADD, 0.54 avec SOUS et 0.62 avec MULT) et sera donc reprise pour l'analyse de régression.

En conclusion, l'épreuve de calcul mental analysée en CE2 et en CM1 met en lumière deux grandes tendances. La disparité des résultats entre les élèves est importante et constante dans le temps, pour cette tranche d'âge (8-9 ans). Pour la multiplication, opération qui exige la récupération des faits arithmétiques en MLT, cette disparité interindividuelle est atténuée.

VI.2.2 Calcul écrit

- Paramètres étudiés

En CE2, l'épreuve comprend cinq opérations écrites, en CM1, elle en comprend six (batterie Numerical). En CE2 le score total est sur 5, en CM1 sur 8 (La multiplication rajoutée est sur 3).

- Analyse descriptive CE2

Les performances sont assez homogènes entre les enfants. Pour chacune des opérations, au moins 50% des enfants ont le bon résultat. Plus d'un enfant sur quatre obtient le score maximal de 5/5 ; seul l'enfant n°30 échoue à tous les items. On relève le faible taux de non réponse, malgré le fait que l'épreuve se déroulait en séance collective, en un temps imparti identique pour tous (cf annexe 6, tab n°6.2.2.a).

On constate en revanche une relative disparité des performances selon le type d'opérations et la manière dont elle est posée. Les items les plus réussis sont les deux additions en colonnes, avec des performances homogènes entre les enfants ; ceci laisse penser que l'apprentissage de ce mode opératoire écrit est consolidé avec des opérandes à 2 chiffres.

Un enfant sur deux seulement a réussi l'item n°1 (323-114) ; cet item associe la difficulté d'une soustraction et d'une opération posée en ligne. Sur les 28 enfants qui ont réussi cet item, 9 l'ont réussi en conservant la présentation en ligne, tous les autres l'ayant posé en colonne. Sur l'ensemble de la cohorte, 50% ont eu besoin de reposer cette opération en colonne.

Plus de $\frac{3}{4}$ des enfants réussissent l'item n°2 (114+209), addition en ligne ; parmi eux, 36% ont eu besoin de la poser en colonne. Cet item est réussi par tous les enfants ayant réussi l'item n°1 : certains d'entre eux semblent avoir repéré le lien entre les deux.

La variable calcul écrit (OPE) est corrélée à 0.42 avec le calcul mental (CM), avec un coefficient de corrélation de 0.32 entre OPE et ADD et un coefficient de 0.43 entre OPE et SOUS.

- Analyse descriptive CM1

Pour les opérations déjà proposées en CE2, on remarque la relative homogénéité des performances entre les enfants. La disparité se situe surtout entre les opérations : les additions

et soustractions sont plutôt réussies alors que la multiplication à 2 chiffres n'est pas maîtrisée. En effet, seuls 22.9% des enfants aboutissent au bon résultat final pour cet item. Sur la totalité de l'épreuve, seuls 8% des enfants obtiennent la note maximale de 8/8 (cf annexe 6, tab n°6.2.2.b).

Les scores obtenus aux soustractions ont progressé mais plus d'un tiers des enfants échoue encore. L'item n°1 (323-114) demeure échoué avec cependant une progression puisque le taux de réussite est passé de 50 à 60%. 56% des enfants de la cohorte ont eu besoin de poser cette soustraction en colonne, mais parmi ceux-ci, 19 seulement obtiennent le résultat correct. Les deux additions en colonne (item n°3 et n°4), très réussies en CE2, sont quasiment saturées en CM1. La progression est notable pour l'addition en ligne, qui passe d'un taux de réussite de 77% à 81%. Mais 54% des enfants ayant réussi cet item ont eu besoin de la poser en colonne.

La corrélation de l'épreuve OPE est de 0.46 avec les additions, 0.34 avec les soustractions et 0.57 avec les multiplications. La variable calcul écrit (OPE) est ici corrélée à 0.59 avec la variable calcul mental (CM). Les performances à l'écrit demeurent bien corrélées aux résultats du calcul mental.

En conclusion, l'analyse des résultats des épreuves de calcul mental et de calcul écrit conventionnel met en évidence l'écart de performance selon le type d'opération et selon la modalité. A l'oral, les multiplications simples sont les mieux réussies car la récupération des faits arithmétiques est moins sujette aux erreurs que les autres stratégies de résolution nécessaires pour des opérations complexes. A l'écrit, les procédures complexes rendent notamment la multiplication à deux chiffres beaucoup plus longue à maîtriser.

VI-3 EMPAN

VI.3.1 Empan auditif envers (répétition de chiffres à rebours)

- Paramètres étudiés

Le score EA est le total de bonnes réponses obtenues par l'enfant. Chaque série est coté 1 si elle est réussie. Le score EAMAX est l'empan maximal que l'enfant a atteint lors de l'épreuve c'est-à-dire le niveau d'empan contenant les deux dernières séries successives réussies.

Les paramètres étudiés sont les mêmes en CE2 et CM1.

- Analyse descriptive CE2

En CE2, l'empan auditif envers maximal de ces enfants de 8 ans 4 en moyenne (+/- 4 mois) est compris entre 2 et 5. La moyenne de 3,6 est conforme à la norme établie par Isaacs (1989) [48] pour les enfants de 8 ans. Le groupe est assez homogène puisque environ 73% des enfants interrogés ont un empan entre 3 et 4 (cf annexe 7, tab n°6.3.1.a)

Le score EACE et l'empan maximal sont corrélés à 79%. Nous choisirons alors le score EACE comme variable de notre analyse.

- Analyse descriptive CM1

En CM1, l'empan auditif envers maximal de ces enfants de 9 ans 2 en moyenne (+/-4 mois) reste compris entre 2 et 5. La moyenne de 3,5 et l'écart type de 0,7 sont un peu inférieurs à la norme établie par Isaacs (1989) pour les enfants de 9 ans. 85% des enfants interrogés ont un empan entre 3 et 4 contre 75% en CE2 et seulement 6.3% des enfants ont un empan de 5 alors qu'ils étaient presque 18% en CE2. Le nombre d'enfants ayant un niveau d'empan élevé est donc en baisse (cf annexe 7, tab n°6.3.1.b). Pourtant, les enfants présents dans la cohorte en CE2 puis sortis de la cohorte en CM1 ne concentraient pas les meilleurs résultats pour ces épreuves.

Le score EACM et l'empan maximal sont corrélés à 81%. Nous choisirons alors le score EACM comme variable de notre analyse.

VI.3.2 Empan visuo-spatial

a) EVS ENDROIT

- Paramètres étudiés

Le score EVSEND est le total de bonnes réponses obtenues. Chaque item est coté 1 si la séquence est reproduite à l'identique. Le score EVSENDMAX représente l'empan visuo-spatial endroit maximal atteint par l'enfant ; c'est-à-dire la séquence de pointage la plus longue réussie par l'enfant sachant que les 2 items de ce niveau d'empan devront être réussis.

- Analyse descriptive CE2

L'empan visuo-spatial endroit maximal est compris entre 2 et 6, avec une moyenne de 4,7.

La moyenne d'empan visuo-spatial maximal endroit obtenue s'inscrit dans la norme d'Isaacs (1989) (cf annexe 0) pour les enfants de 8 ans. La distribution est bi-modale avec un mode à 4 et un mode à 5, profils attribués à près de 77% des enfants. (cf annexe 7, tab n°6.3.2.a)

Le score EVSENDCE et l'empan maximal sont corrélés à 70%. Nous choisirons alors le score EVSENDCE comme variable de notre analyse.

- Analyse descriptive CM1

L'empan visuo-spatial endroit maximal est compris entre 2 et 6 avec une moyenne est de 4,5. Ces résultats sont à peu près conformes à la norme d'Isaacs (1989) (cf annexe0). La distribution est bi-modale avec un mode à 4 (44%) et un mode à 5 (29%), ce qui représente 73% des enfants. (cf annexe 7, tab n°6.3.2.b).

Le score EVSENDCM et l'empan maximal sont corrélés à 87%. Nous choisirons alors le score EVSENDCM comme variable de notre analyse.

b) EVS ENVERS

- Paramètres étudiés

Les items et la cotation sont identiques à l'épreuve d'empan visuo-spatial endroit.

Le score EVSENV est le total de bonnes réponses obtenues. Chaque item est coté 1 si la séquence est reproduite à l'envers sans erreur. Le score EVSENVMAX représente l'empan visuo-spatial envers maximal atteint par l'enfant ; c'est-à-dire la séquence de pointage la plus longue reproduite à l'envers par l'enfant sachant que les 2 items de ce niveau d'empan devront être réussis.

- Analyse descriptive CE2

L'empan visuo-spatial envers maximum va de 2 à 6 avec une moyenne de 4,5 et un écart type de 1,1 ; moyenne qui s'inscrit dans la norme relevée par Isaacs : 4,5 (+/-1,2) à 8 ans (cf annexe 0). 48% des enfants ont un empan max envers d'au moins 5 ; en empan endroit, ils sont 64% à atteindre ce score (cf annexe 7, tab n° 6.3.2.c).

Le score EVSENVCE et l'empan maximal sont corrélés à 79%. Nous choisirons alors le score EVSENVCE comme variable de notre analyse.

- Analyse descriptive CM1

L'empan visuo-spatial envers maximum va de 2 à 7 avec une moyenne de 4,3 et un écart type de 1,1. Cette moyenne s'inscrit dans la norme relevée par Isaacs : 4,7 (+/-1,3) à 9 ans mais tendrait à s'approcher davantage de la norme des enfants de 8 ans. Les performances sont restées plutôt stables entre le CE2 et le CM1. 35% des enfants ont un empan max envers supérieur ou égal à 5 ; ils sont 43,8% à atteindre ce score en empan endroit (Cf annexe 7, tab n°6.3.2.d).

Le score EVSENVCM et l'empan maximal sont corrélés à 84%. Nous choisirons alors le score EVSENVCM comme variable de notre analyse.

Globalement, sur le plan de la mémoire court terme (englobant la mémoire immédiate et la mémoire de travail), cette cohorte d'enfants se situe dans les normes. Seuls quelques enfants sont très en dessous du groupe et en décalage.

Par ailleurs, pour chaque enfant, les niveaux d'empans auditif ou visuo-spatial sont assez homogènes. Quelques enfants ont des performances en visuo-spatial nettement supérieures à la modalité auditive.

En modalité visuo-spatiale, les empans endroit et envers sont corrélés à 0,43 en CE2 et quasiment pas en CM1 (0,19). Au niveau de la mémoire de travail, les deux modalités, visuelle et auditive, en CE2, ne sont que faiblement corrélées (0,30), voire pas du tout en CM1.

VI.4 COMPARAISON DE NOMBRES ECRITS

- Paramètres étudiés

Neuf paires de nombres écrits en code indo-arabe sont proposées pour comparaison. Le score total est sur 9.

- Analyse descriptive CE2

	COMPCE
Score min	1
Score max	9
Moyenne sur 9	8,3
Ecart Type	1,4
% d'enfants «réussite totale»	62,5%
% d'enfants « une erreur »	26,8%
% d'enfants « + d'une erreur »	10,7%

Tableau n° 6.4.a: Scores comparaison de nombres écrits CE2

L'épreuve n'est pas saturée puisque 37,5% d'enfants commettent au moins une erreur ! On notera que deux enfants (N°13 et N°17) ne semblent pas avoir intégré la consigne avec des scores respectivement de 4 et de 1.

Le 1er item se dégage par son taux d'échec (cf annexe 8, tab n° 6.4.b): 23,2% des enfants ont échoué (8969 – 53221) : ils ne semblent pas avoir pris en compte la différence du nombre de chiffres entre ces deux nombres et n'ont prêté attention qu'aux chiffres les plus à gauche, erreur retrouvée à l'item n°4 (511-298). Sur les autres items, le taux d'erreur est beaucoup plus faible.

Les trois quarts des paires sont composés de deux nombres contenant les mêmes chiffres mais dans des positions différentes. Le pourcentage d'erreurs sur ces paires de nombres à 3, 4 ou 5 chiffres est plutôt faible (conformément à la norme) ce qui laisse entrevoir un bon traitement de l'ordre et une bonne compréhension de la syntaxe positionnelle pour la majorité des enfants interrogés.

- Analyse descriptive CM1

	COMPCE
Score min	6
Score max	9
Moyenne sur 9	8,7
Ecart Type	0,7
% d'enfants «réussite totale»	79%
% d'enfants « une erreur »	14%
% d'enfants « + d'une erreur »	6%

Tableau n°6.4.c : Scores comparaison de nombres écrits CM1

Malgré la complexité apportée à cette épreuve en CM1, les résultats sont excellents et l'épreuve est presque saturée : seuls 6% des enfants commettent plus d'une erreur.

Les items n°2, n°3, n°6 et n°9 (à 3, 4 et 5 chiffres) (cf annexe 8 tab n° 6.4.d) sont saturés. Sans surprise, c'est l'item n°7 à sept chiffres (1239521-1239499) qui a le taux d'échec le plus élevé. Les performances pour les trois paires constituées de nombres ayant les mêmes chiffres à des positions différentes sont excellentes, ce qui confirme le bon traitement de la syntaxe positionnelle pour des nombres bien plus élevés qu'en CE2.

VI.5 LIGNE NUMERIQUE

- Paramètres étudiés

L'enfant place chaque nombre cible, écrit en code indo-arabe, sur une ligne numérique de 0 à 1000. A cet emplacement correspond une valeur estimée que nous mesurons.

Puis, en nous appuyant sur les études de Siegler (2008) [14], nous calculons les paramètres suivants :

- LE PAE (Percentage Absolute Error) qui représente l'écart, exprimé en pourcentage, entre la mesure fournie par l'enfant (valeur estimée) et le nombre proposé. Ce PAE est calculé pour chacun des 22 nombres cibles. Puis on calcule le PAE moyen pour chaque enfant qui correspond à la moyenne des écarts.

- La pente de la droite de régression linéaire, approximation par un modèle linéaire, avec en abscisse le nombre cible et en ordonnée la valeur estimée. Elle permet de savoir si l'enfant a une bonne proportionnalité des nombres :

Plus l'enfant obtient une pente proche de 1, plus ses représentations correspondent au réel.

Une pente égale à 0 (ligne horizontale) signifie que l'enfant met tous les nombres au même endroit sur la ligne numérique. Il fait alors très peu de différence entre les nombres.

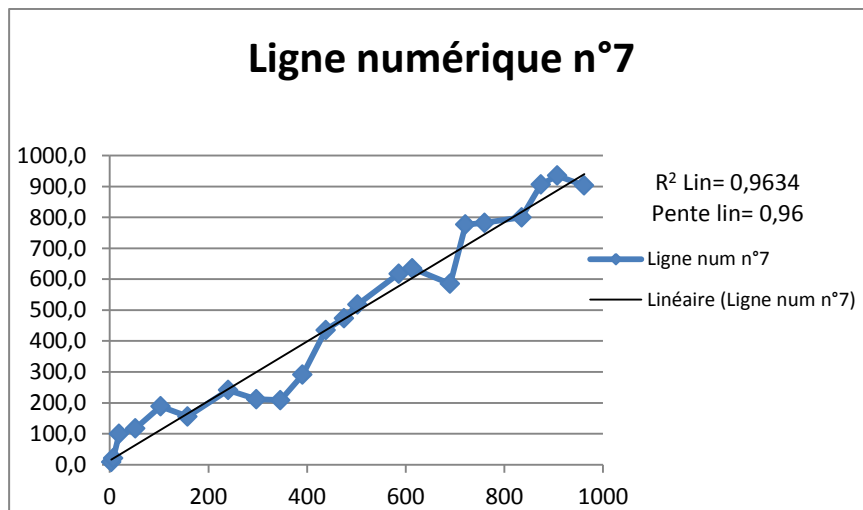
Une pente inférieure à 1 correspond à une représentation « tassée » des nombres : l'enfant voit les différences plus petites qu'elles ne le sont réellement.

Inversement, une pente supérieure à 1 correspond à une vision « dilatée » des rapports entre les nombres : l'enfant voit les différences plus grandes qu'elles ne le sont en réalité.

- les coefficients de détermination R2LIN et R2LOG pour les approximations linéaire et logarithmique. Ils mettent en évidence « la ressemblance » des représentations de l'enfant avec le modèle linéaire ou le modèle logarithmique.

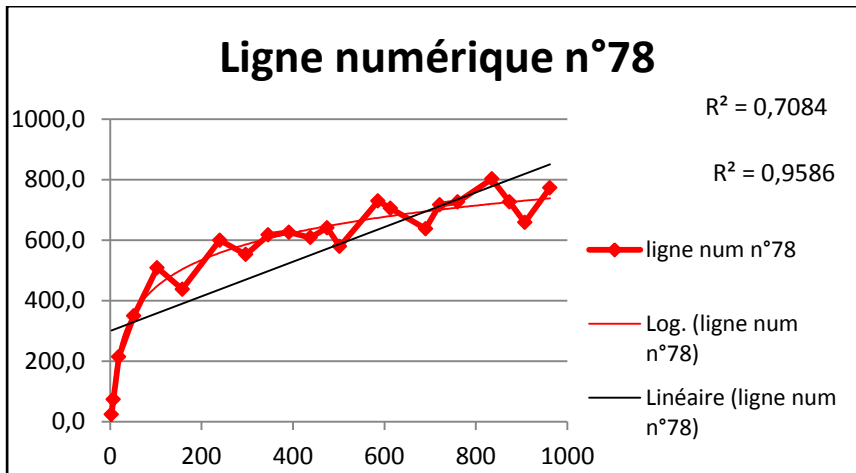
Ces coefficients sont compris entre 0 et 1 : plus le coefficient R2 est proche de 1, plus les représentations de l'enfant (valeurs estimées) s'approchent du modèle concerné (linéaire ou logarithmique). Plus il est proche de 0, moins on peut prédire le comportement de l'enfant avec ce modèle car il fonctionne différemment.

Certains enfants sont plus proches du modèle linéaire dans leurs représentations que du modèle logarithmique, comme l'enfant n°7 : le R2lin (0,9653) et la pente de la droite de régression linéaire (0,96) sont proches de 1, avec un PAE moyen seulement de 4,49%.



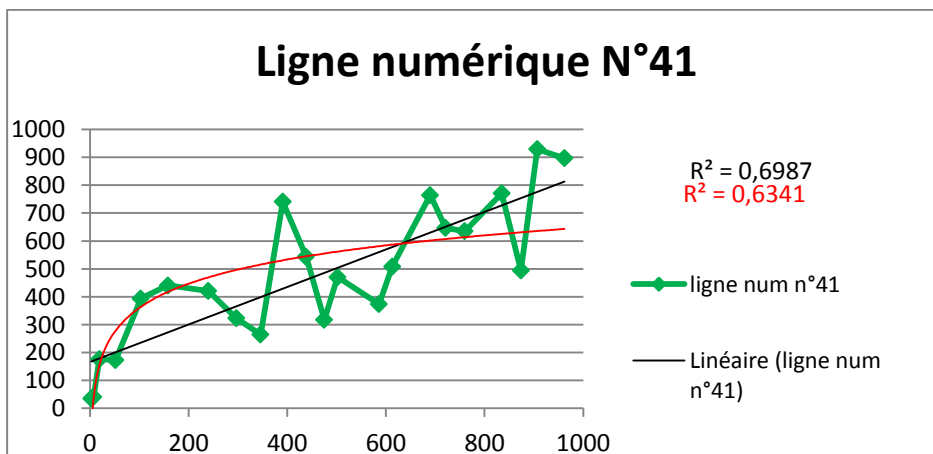
Graphique n°6.5.a: Exemple de représentations des nombres sur un modèle linéaire (CE2)

Pour d'autres c'est l'inverse : l'enfant n° 78 est plus proche du modèle logarithmique que du modèle linéaire avec un R2log proche de 1 (0,9586). Il a une représentation « tassée » des nombres avec une pente lin de 0,57 et un PAE moyen relativement élevé de 17,02%.



Graphique n 6.5.b: Exemple de représentations des nombres sur un modèle logarithmique (données CE2)

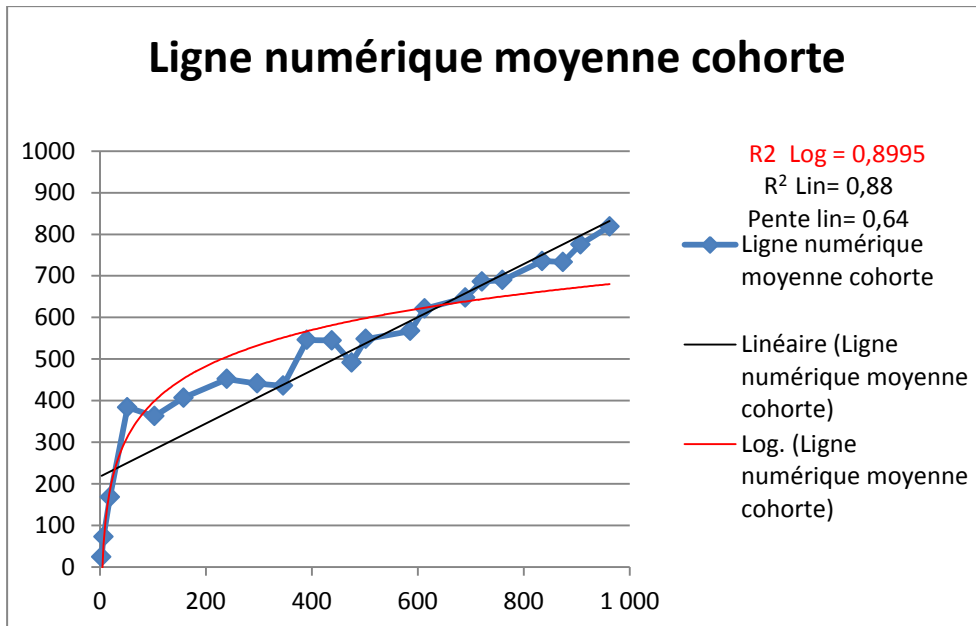
Parfois certains enfants ne se rapprochent ni du modèle linéaire, ni du modèle logarithmique car ils sont trop aléatoires dans leur représentation des grandeurs comme l'enfant n° 41.



Graphique n°6.5.c: Exemple de représentations des nombres ne s'approchant d'aucun modèle (données CE2)

- Analyse descriptive CE2

Les données « moyenne cohorte » représentent les résultats d'un enfant virtuel « moyen » dont chacune des 22 réponses serait la moyenne des réponses des 56 enfants. On obtient les résultats suivants :



Graphique n°6.5.d: Ligne numérique moyenne cohorte CE2

Le comportement moyen des enfants de CE2, dans leurs représentations numériques de 0 à 1000, semble se rapprocher davantage d'un modèle logarithmique ($R^2_{log} = 0,8995$ vs $R^2_{lin} = 0,88$ avec un PAE moyen de 11,53%), sans, pour autant, être trop éloigné d'un modèle linéaire.

Ce résultat est en adéquation avec la tendance observée par Booth & Siegler (2008) [14] selon laquelle la connaissance du nombre évolue d'un modèle logarithmique vers un modèle linéaire avec l'âge et avec la taille de la ligne. Selon leur étude, la représentation des nombres compris entre 0 et 1000 d'abord logarithmique devient progressivement linéaire entre les 2^e et 4^e années d'apprentissage, ce qui correspond aux années de cycle 3 en France (CE2-CM1-CM2).

	PAE	R2log	R2lin	Pente Lin
MOYENNE	15%	0,7787	0,7531	0,6956
ECART TYPE	0,07	0,1474	0,1562	0,1412

Tableau n°6.5.a: Données ligne numérique CE2

Attention : la moyenne des R^2_{log} des 56 enfants (0,78) n'est que très légèrement supérieure à la moyenne des R^2_{lin} (0,75). Avec un tel écart type, la différence n'est pas assez significative pour en déduire un profil dominant (la différence entre les moyennes R^2_{lin} et R^2_{log} est inférieure à l'écart type).

Sans surprise, les comportements sont très hétérogènes, les représentations des nombres sur l'échelle numérique de 0 à 1000 étant en cours de construction en ce début de CE2.

Nous avons cependant tenté de répartir les enfants de CE2 selon la proximité de leurs représentations avec un des modèles (linéaire ou logarithmique) en se basant sur les critères suivants:

- le profil « linéaire » correspond à un R2lin élevé, proche de 0,9, et supérieur au R2Log, la pente de la droite de régression linéaire est proche de 1 et le PAE est faible.
- le profil « logarithmique » correspond à un R2Log élevé, proche de 0,9, supérieur au R2Lin avec un PAE élevé.
- le profil dit « Ni lin Ni log » correspond à tous les autres enfants qui ne se rapprochent d'aucun modèle. Ils placent les chiffres n'importe où car ils n'ont pas de représentation numérique structurée : les valeurs de R2Lin et R2Log sont faibles ou proches l'une de l'autre, avec une pente linéaire, elle aussi, très éloigné de 1.

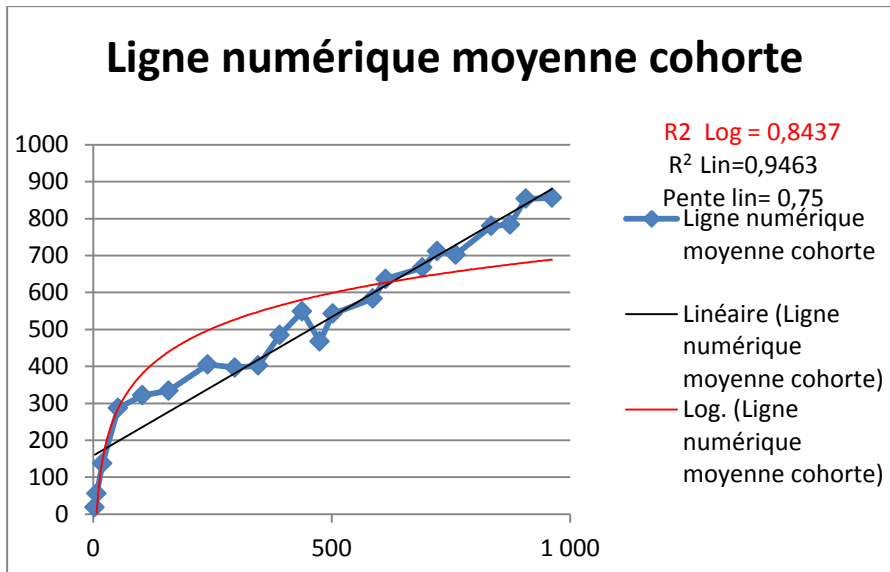
Profils	« Linéaire »	« Logarithmique »	« Ni lin Ni log »
% enfants CE2	33,9%	48,2%	17,9%

Tableau n°6.5.b: Profils ligne numérique CE2

Près de la moitié des enfants interrogés de CE2 ont une représentation des nombres, sur l'échelle numérique de 0 à 1000, proches du modèle logarithmique, 34% ont déjà une approche linéaire, mais 18% d'entre eux ont encore des représentations aléatoires ne permettant pas de prédire leur comportement à l'aide d'un modèle.

- Analyse descriptive CM1

Les résultats obtenus concernant les données de la « moyenne cohorte » de CM1 c'est-à-dire les résultats d'un enfant virtuel « moyen » dont chacune des 22 réponses serait la moyenne des réponses des 48 enfants, sont les suivants :



Graphique n°6.5.e : Ligne numérique moyenne cohorte CM1

Le comportement moyen des enfants de CM1, dans leurs représentations numériques de 0 à 1000 tend à évoluer davantage vers un modèle linéaire ($R^2_{lin} = 0,9463$ vs $R^2_{log} = 0,8437$ avec un PAE moyen de 8,21%), conformément à l'observation de Booth et Siegler [14].

	PAE	R2log	R2lin	Pente Lin
MOYENNE	12%	0,7471	0,8167	0,7510
ECART TYPE	0,06	0,1225	0,1332	0,1651

Tableau n°6.5.c : Données ligne numérique CM1

La moyenne des R^2_{lin} des 48 enfants (0,82) est légèrement supérieure à la moyenne des R^2_{log} (0,75) compte tenu de l'écart type. Sachant que la différence entre les moyennes R^2_{lin} et R^2_{log} est inférieure à l'écart type, il est de nouveau difficile de trancher sur un profil dominant. Les comportements restent en effet encore très hétérogènes, malgré une évolution certaine vers une représentation numérique structurée de type linéaire.

Nous avons repris les mêmes critères qu'en CE2 pour attribuer à chaque enfant de CM1 un profil selon la proximité de ses représentations avec un des modèles (linéaire, logarithmique ou ni linéaire ni logarithmique).

Profils	« Linéaire »	« Logarithmique »	« Ni lin Ni log »
% enfants CM1	56,3%	29,2%	14,6%

Tableau n°6.5.d : Profils ligne numérique CM1

Plus de la moitié des enfants interrogés de CM1 ont une représentation des nombres, proches du modèle linéaire (contre 34% en CE2) : un R2lin élevé, proche de 0,9, et supérieur au R2log, la pente de la droite de régression linéaire est proche de 1 et le PAE est faible.

30% d'entre eux ont encore une approche logarithmique (contre près de 50% en CE2): un R2log élevé, proche de 0,9, supérieur au R2lin avec un PAE élevé. 15% restent sur des représentations aléatoires ne permettant pas de prédire leur comportement à l'aide d'un modèle : les chiffres sont placés n'importe où, les valeurs de R2lin et R2log sont faibles ou proches l'une de l'autre, avec une pente linéaire très éloigné de 1.

Parmi les enfants qui avaient une représentation des nombres de type linéaire en CE2, 87% d'entre eux ont logiquement gardé ce modèle de représentation en CM1; seuls 2 enfants sont curieusement passés sur une représentation aléatoire. Ceux qui avaient une approche logarithmique en CE2 ont conservé cette approche pour 48% d'entre eux, 39% ont évolué vers une approche linéaire et 13% se sont révélés plutôt fragiles dans leurs représentations de type logarithmique avec un retour en CM1 vers des représentations aléatoires.

Par contre 50% des sujets dont le comportement ne se rapprochait d'aucun modèle en CE2 (concerne 10 enfants) sont passés directement à un profil linéaire en CM1, 30% à un profil logarithmique et 20% ont continué à avoir des représentations aléatoires.

Nombre d'enfants (parmi la cohorte de 48)		Profils CM1		
		Lin	Log	Ni Lin ni Log
Profils CE2	Lin	13	0	2
	Log	9	11	3
	Ni Lin ni Log	5	3	2

Tableau n°6.5.e : Tableau de contingence des profils de ligne numérique CE2/CM1

VI.6 PROBLEMES

VI.6.1 Problèmes présentés à l'oral

- Paramètres étudiés

Pour chacun des six problèmes arithmétiques proposés à l'oral, nous avons 3 scores : un score PBOR sur 2 qui prend en compte la répétition de l'énoncé (noté 1 si item réussi après répétition), un score PBO sur 1 qui ne tient pas compte de la répétition et qui pourra être confronté aux scores obtenus pour les problèmes écrits, un score SRPBO qui tient compte du raisonnement et de la répétition selon les modalités précisées en chapitre 5.

L'épreuve est la même en CE2 et CM1.

- Analyse descriptive CE2

Aucun des 56 enfants n'atteint le score maximal, que ce soit pour le score brut évaluant la justesse du résultat ou pour le score SRPBO intégrant le raisonnement. Les performances sont assez inégales selon les items (cf annexe 9, tab n°6.6.1.a).

Problèmes	PBOR1	PBOR2	PBOR3	PBOR4	PBOR5	PBOR6
Nature du pb	$3+X=16$	$Xx2=24$	$6-8=X$	$4xX=12$	$3x5=X$	$4xX=8$
Score 0	53,6%	71,4%	87,5%	35,7%	23,2%	21,4%
Score 2	28,6%	25%	7,1%	55,4%	67,9%	53,6%
Score 1	17,9%	3,6%	5,4%	8,9%	8,9%	25,0%
Prise en compte du raisonnement						
	SRPBO1	SRPBO2	SRPBO3	SRPBO4	SRPBO5	SRPBO6
Moyenne / 5	2,5	1,4	0,9	3,4	4,1	3,7
Ecart type	2,2	2,2	1,7	2,1	1,7	1,9
Score 0	42,9%	69,6	76,8	25,0	12,5	19,6
Score 1	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Score 2	0,0%	1,8%	0,0%	0,0%	0,0%	1,8%
Score 3	10,7%	1,8%	10,7%	10,7%	10,7%	3,6%
Score 4	17,9%	3,6%	5,4%	8,9%	7,1%	23,2%
Score 5	28,6%	23,2%	7,1%	55,4%	69,6%	51,8%
Raisonnement juste (score 3-4 et 5)	57,2%	28,6%	23,2%	75%	87,4%	78,6%

Tableau n°6.6.1.b: Scores problèmes oraux CE2 par item

Tout d'abord, nous constatons le faible poids de la répétition de l'énoncé sauf pour le premier problème et le dernier. Par ailleurs, les problèmes à structure multiplicative sont globalement mieux réussis. Peu d'enfants obtiennent un score de 3/5 pour le raisonnement : quand le résultat est faux, c'est dû, dans la grande majorité des cas, à un raisonnement faux et non pas à une erreur de calcul. De plus, presque aucun n'a un résultat correct avec un raisonnement erroné (score 1 ou 2). Les variables PBOR ou PBO sont donc bien significatives de la justesse du raisonnement ; la part du hasard dans la précision des résultats est faible.

Les performances sont assez homogènes au sein de la cohorte notamment pour les items n°3 (taux d'échec élevé) et n°5 (taux de réussite le plus élevé).

Le problème n°3 est le plus échoué, avec un taux de raisonnement juste de 23% seulement. C'est un problème à structure additive, de composition de transformation, avec absence d'état initial et d'état final dans les données du problème. Le raisonnement a été noté correct quand

les enfants avaient compris la notion d'écart entre perte et gain et qu'ils bloquaient sur la soustraction « 6-8 ». Seuls 5% des enfants trouvent la réponse finale.

Seulement 28% des enfants raisonnent correctement pour le problème n°2. Dans ce problème de comparaison multiplicative de grandeur, la plupart des enfants est gênée par la non-compréhension de l'expression « 2 fois moins ». Cet item illustre bien l'importance de la compréhension verbale de l'énoncé pour la réussite arithmétique.

Plus d'un enfant sur deux (57,2%) raisonne correctement pour le problème n°1, problème additif de comparaison. Il nécessite souvent d'être répété pour être bien compris. Le taux d'échec à ce problème est de 53% : certains élèves ont le bon raisonnement mais commettent des erreurs dans le calcul final (10,3%). Il faut noter que c'est le premier problème de la série, et que certains enfants ont du mal à mobiliser toute leur attention dès le début.

Pour les problèmes n°4, n°5 et n°6 à structure multiplicative, le raisonnement semble « facile » pour la majorité des enfants : plus de 75% des enfants ont un score de 3 / 5 ou plus. Le taux d'échec ne dépasse pas 35%. Les échecs sont dus, non pas à un raisonnement erroné, mais à des erreurs de tables de multiplication.

- Analyse descriptive CM1

Parmi les 48 enfants, 4 seulement réussissent l'ensemble des problèmes, sans pour autant obtenir le score maximal puisqu'ils ont besoin de répétitions d'énoncés (Cf annexe 9, tab n°6.6.1.c). Les performances sont assez inégales selon les items.

Problèmes	PBOR1	PBOR2	PBOR3	PBOR4	PBOR5	PBOR6
Nature du pb	3 + X = 16	Xx2=24	6-8 =X	4xX=12	3x5=X	4xX=8
Score 0	43,8%	50,0%	81,3%	16,7%	10,4%	18,8%
Score 2	37,5%	37,5%	18,8%	83,3%	66,7%	66,7%
Score 1	18,8%	12,5%	0,0%	0,0%	22,9%	14,6%
Prise en compte du raisonnement						
	SRPBO1	SRPBO2	SRPBO3	SRPBO4	SRPBO5	SRPBO6
Moyenne / 5	2,8	2,3	0,9	4,2	4,3	3,9
Ecart type	2,3	2,4	2,0	1,8	1,4	1,9
Score 0	39,6%	50,0%	81,3%	14,6%	8,3%	18,8%
Score 1	0,0%	2,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Score 2	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Score 3	4,2%	0,0%	0,0%	2,1%	2,1%	0,0%
Score 4	18,8%	8,3%	0,0%	0,0%	20,8%	14,6%
Score 5	37,5%	39,6%	18,8%	83,3%	68,8%	66,7%
score 3,4 et 5	60.5%	47.9%	18.8%	85.4%	91.7%	81.3%

Tableau n°6.6.1.d : Scores problèmes oraux CM1 par item

Globalement et sans surprise, les performances se sont améliorées par rapport au CE2. Par ailleurs, comme en CE2, les réponses erronées sont dues essentiellement à un défaut de raisonnement et très peu à des erreurs de calcul (score 1,2 ou 3) ce qui confirme que les variables PBO et PBOR demeurent bien représentatives de la justesse du raisonnement.

On constate un taux de réussite élevé et relativement homogène pour les trois problèmes multiplicatifs de proportionnalité simple directe (PBO4, PBO5, PBO6). Les taux de réussite aux items n°5 et n°6 mettent en lumière le poids de la répétition, que l'on pourrait relier au fait que l'unité recherchée n'est pas explicite, ce qui sollicite davantage la MDT.

La difficulté de langage contenue dans le problème n°2, (« deux fois moins ») demeure difficile pour 50% des enfants qui échouent (contre 71% en CE2).

Le problème n°1, problème additif de comparaison, est désormais réussi par plus de la moitié des enfants (contre 46 % en CE2). 60% ont le bon raisonnement, parmi lesquels seulement 4% auront une réponse inexacte en raison d'erreurs de calcul (plus de 10% en CE2). Pour ce problème, le poids de la répétition est stable : 18,8% des enfants ont besoin qu'on leur redise l'énoncé, ce qui est sans doute lié à la difficulté que représente l'expression « de plus que », qu'il faut mettre en lien avec une soustraction et non une addition.

Le problème n°3, problème à structure additive, de composition de transformation, avec absence d'état initial et d'état final, demeure le plus échoué, avec un taux de réussite de 18.8% (5.4% en CE2). Pour ce problème à l'énoncé pourtant long, il n'est constaté aucune demande de répétition. Les scores PBOR et SRPBO sont strictement les mêmes : tous les enfants capables de se détacher d'un état initial et d'effectuer une opération sur la transformation elle-même trouvent assez facilement le bon résultat. Mais la majorité des enfants a manifesté une attitude d'étonnement voire d'incrédulité face à ce problème : devant « l'absurdité » de la situation (perte>gain) certains ont décrété que ce n'était pas possible, d'autres, plus nombreux, ont répondu « je ne sais pas ».

En conclusion, on peut noter que le taux d'échec ou de non-réponse a baissé pour chacun des problèmes, entre le CE2 et le CM1. Cette épreuve met en lumière la plus grande facilité avec laquelle les enfants abordent le raisonnement multiplicatif qui n'est enseigné qu'à partir du CE1, bien après l'addition.

VI.6.2 Problèmes présentés à l'écrit

- Paramètres étudiés

Quatre problèmes présentés oralement ont été déclinés à l'écrit et proposés aux enfants lors de la passation collective : quatre avec des nombres de même ordre de grandeur qu'à l'oral (PBE) et quatre avec une formulation un peu différente et des opérandes de taille supérieure. Chacun est noté sur 1; le score total des problèmes écrits est donc sur 8. L'épreuve est similaire en CE2 et CM1.

- Analyse descriptive CE2

50% des enfants ont un score total inférieur à 3/8 ; 5 enfants ne réussissent aucun des 8 items. Les performances sont assez homogènes entre les enfants (Cf annexe 9, tab n°6.6.2.a).

Analyse par type d'énoncé :

	PBO1 Pierre a 16 billes. Il en a 3 de plus qu'Anne. Combien Anne a-t-elle de billes?	PBE1 Tom a 11 billes. Il en a 6 de plus que Léo. Combien Léo a-t-il de billes?	PBES1 Pierre a 142 images. Il en possède 31 de moins que Sophie. Combien Sophie a-t-elle d'images?
	$16-3 = X$ ou $3+X = 16$	$11-6=X$ ou $6+X=11$	$142+31=X$ ou $142 =X-31$
Tx échec	53.6%	44.6%	37.5%
Tx réussite	46.4%	55.4%	62.5%
Score moyen	0.5	0.6	0.6
Ecart-Type	0.5	0.5	0.5
corrélation	<i>0.19</i> <i>Avec PBE1</i>	<i>0.19</i> <i>Avec PBES1</i>	<i>0.2</i> <i>Avec PBO1</i>

Tableau n°6.6.2.b : Scores comparés Problèmes n°1 CE2

Les énoncés PBO1 et PBE1 peuvent induire une confusion sur le choix de l'opération : « de plus que » a souvent entraîné le choix d'une addition à la place d'une soustraction. Malgré des opérandes très supérieurs, le taux de réussite est plus élevé pour PBES1 qui fait appel à une addition et qui, parce qu'il arrive en p4, bénéficie sans doute d'un léger effet d'entraînement Il n'y a pas de corrélation entre les énoncés en modalité orale ou écrite.

	PBO2 J'ai 24 images. Mon frère a 2 fois moins d'images que moi. Combien mon frère a-t-il d'images ?	PBE2 J'ai 16 images. Marie en a 2 fois moins que moi. Combien Marie a-t-elle d'images ?	PBES2 Tom a 90 billes. Pierre a 2 fois plus de billes que Tom. Combien Pierre a-t-il de billes ?
	$X \times 2 = 24$	$X \times 2 = 16$	$90 \times 2 = X$
Tx échec	71.4%	80.4%	66.1%
Tx réussite	28.6%	19.6%	33.9%
Score moyen	0.3	0.2	0.3
E-Type	0.5	0.4	0.5
corrélation	0.78 Avec PBE2	0.50 Avec PBES2	0.55 Avec PBO2

Tableau n°6.6.2.c : Scores comparés Problèmes n°2 CE2

La compréhension de l'énoncé « 2 fois moins » a été le point d'achoppement principal pour ce problème. L'énoncé « 2 fois plus » semble mieux compris mais les résultats sont cependant mitigés peut être du fait de la taille des opérands. La corrélation est très forte entre les trois items, ce qui confirmerait que la seule difficulté de ces énoncés est d'ordre verbal avec la compréhension ou non de l'expression « 2 fois plus », « deux fois moins ». Le type de modalité (orale ou écrite) n'a aucun impact.

	PBO3 Isidore joue aux billes. Au début, il en gagne 6 puis il en perd 8. Au total, en a-t-il plus gagnées ou plus perdues ? et combien ?	PBE3 Isidore joue aux billes. Au début il en gagne 3, puis il en perd 7. Au total en a-t-il plus gagnées ou plus perdues ? Et combien ?	PBES3 Tom joue aux cartes. Au début, il en gagne 23, puis il en perd 14. Au total en a-t-il plus gagnées ou plus perdues ? Et combien ?
	$6 - 8 = X$	$7 - 3 = X$	$23 - 14 = X$
Tx échec	87.5%	87.5%	66.1%
Tx réussite	12.5%	12.5%	33.9%
Score moyen	0.1	0.1	0.3
E-Type	0.3	0.3	0.5
corrélation	0.02 Avec PBE3	0.19 Avec PBES3	0.19 Avec PBO3

Tableau n°6.6.2.d : Scores comparés Problèmes n°3 CE2

Les résultats sont très chutés pour ce type de problème et parfaitement identiques à l'oral et à l'écrit (PBO3 et PBE3). Ce n'est donc sans doute pas la charge en mémoire de travail, nécessaire à l'oral, qui a le plus pénalisé les enfants mais bien la compréhension de la situation : il s'agit de pouvoir se détacher d'un état final ou initial concret pour envisager la

transformation, perte ou gain. De plus les enfants sont encore très accrochés à l'aspect chronologique de l'énoncé. L'item PBES3 est, de ce fait, mieux réussi puisque le gain est non seulement supérieur à la perte mais la précède chronologiquement.

	PBO4 A une table de cantine, il y a 4 places. Combien faut-il de tables pour accueillir 12 enfants ?	PBE4 A une table de cantine il y a 5 places. Combien faut-il de tables pour accueillir 15 enfants ?	PBES4 Dans une salle de cinéma, il y a des rangées de 8 places. Pour un groupe de 32 enfants, combien de rangées faut-il ?
	$4xX=12$	$5xX=15$	$8xX=32$
Tx échec	35.7%	33%	53.6%
Tx réussite	64.3%	66.1%	46.4%
Score moyen	0.6	0.7	0.5
E-Type	0.5	0.5	0.5
corrélation	0.41 <i>Avec PBE4</i>	0.36 <i>Avec PBES4</i>	0.32 <i>Avec PBO4</i>

Tableau n°6.6.2.e: Scores comparés Problèmes n°4 CE2

Ce problème est le mieux réussi avec des résultats homogènes entre les enfants. Les scores moins élevés de PBES4 s'expliquent sans doute par la grandeur des opérandes, la longueur de l'énoncé avec une inconnue non explicitement lisible et un contexte moins familier (salle de cinéma vs cantine).

- Analyse descriptive CM1

50% des enfants ont un score total supérieur à 5/8 ce qui révèle un très net progrès par rapport au CE2. On peut supposer que l'aisance gagnée en lecture contribue à cette amélioration. 1 seul enfant ne réussit aucun des problèmes (n°54). Les écarts type peu élevés confirment une certaine homogénéité au sein de la cohorte (Cf annexe 9, tab n°6.6.2.f)

Au vu des meilleurs scores obtenus pour les PBES, on pourrait penser que les opérandes supérieures ne pénalisent pas les élèves. Nous verrons que cet écart de performance s'explique aussi par des différences au niveau de l'énoncé.

Analyse par type d'énoncé:

	PBO1	PBE1	PBES1
	16-3 = X ou 3+X = 16	11-6=X ou 6+X=11	142+31=X ou 142 =X-31
Tx échec	43.8%	27.1%	29.2%
Tx réussite	56.3%	72.9%	70.8%
Score moyen	0.6	0.7	0.7
Ecart-Type	0.5	0.4	0.5
corrélation	0.22 <i>Avec PBE1</i>	0.33 <i>Avec PBES1</i>	0.36 <i>Avec PBO1</i>

Tableau n°6.6.2.g: Scores comparés Problèmes n°1 CM1

Par rapport au CE2, les scores se sont améliorés pour les trois problèmes et les coefficients de corrélation demeurent faibles entre le problème oral et l'équivalent écrit, et entre les deux versions écrites.

Comme en CE2, PBO1, a le plus faible taux de réussite : comme déjà cité précédemment, on peut supposer que cela est lié à la difficulté de certains enfants à mobiliser toute leur attention dès le premier item de l'exercice. D'autre part en modalité orale, la MDT est davantage sollicitée. Dans ces énoncés, la difficulté réside dans l'association de la bonne opération avec l'expression « de plus que » ou « de moins que ». A la différence du CE2, les scores obtenus aux deux problèmes en modalité écrite sont similaires : la taille des opérands et l'usage de « de plus que » ou de « moins que » n'ont pas d'impact sur les résultats en CM1.

	PBO2	PBE2	PBES2
	Xx2=24	Xx2=16	90x2=X
Tx échec	50%	50%	35.4%
Tx réussite	50%	50%	64.6%
Score moyen	0.5	0.5	0.6
E-Type	0.5	0.5	0.5
corrélation	0.75 <i>Avec PBE2</i>	0.48 <i>Avec PBES2</i>	0.39 <i>Avec PBO2</i>

Tableau n°6.6.2.h: Scores comparés Problèmes n°2 CM1

La nette amélioration des résultats par rapport au CE2 apparaît cohérente avec le niveau de langage et de compréhension verbale sans doute acquis par les enfants en un an. La compréhension de l'énoncé « 2 fois moins » demeure le point d'achoppement principal pour ce problème, mais pour 50% de la cohorte seulement. La modalité orale ou écrite n'a aucun impact : PBO2 et PBE2 sont fortement corrélés avec des résultats strictement identiques. L'énoncé « 2 fois plus » semble mieux compris : le taux de réussite a presque doublé pour

PBES2, progression facilitée par l'énoncé qui induit plus directement le choix de l'opération et parce que la taille de l'opérande ne pose plus de difficulté en CM1.

	PBO3	PBE3	PBES3
	6-8=X	7-3=X	23-14=X
Tx échec	81.3%	70.8%	60.4%
Tx réussite	18.6%	29.2%	39.6%
Score moyen	0.2	0.3	0.4
E-Type	0.4	0.5	0.5
corrélation	<i>0.51</i> <i>Avec PBE3</i>	<i>0.32</i> <i>Avec PBES3</i>	<i>0.38</i> <i>Avec PBO3</i>

Tableau n°6.6.2.i: Scores comparés Problèmes n°3 CM1

Malgré une amélioration des scores pour chacun des énoncés, on constate que les enfants ont encore du mal à aborder une situation en se détachant d'un état statique initial ou final (moins d'un tiers réussissent PBO3 ou PBE3). Comme en CE2, c'est l'item PBES3 qui reste le mieux réussi : l'opération est réalisable puisque le gain est supérieur à la perte et la précède chronologiquement.

Ces résultats sont conformes aux études pré-citées en partie II, qui font état de ce type de problème comme l'un des plus difficiles.

	PBO4	PBE4	PBES4
	4xX=12	5xX=15	8xX=32
Tx échec	16.7%	29.2%	43.8%
Tx réussite	83.3%	70.8%	56.3%
Score moyen	0.8	0.7	0.6
E-Type	0.4	0.5	0.5
corrélation	<i>0.45</i> <i>Avec PBE4</i>	<i>0.64</i> <i>Avec PBES4</i>	<i>0.28</i> <i>Avec PBO4</i>

Tableau n°6.6.2.j: Scores comparés Problèmes n°4 CM1

Ce type de problème demeure le mieux réussi avec des performances homogènes entre les enfants. Les taux de réussite ont augmenté d'au moins 10 points pour chacun des énoncés. L'analyse des difficultés est la même qu'en CE2.

Conclusion

L'analyse du score total obtenu aux différents problèmes révèle un progrès de la cohorte malgré des résultats qui restent mitigés.

	CE2			CM1		
	PBO	PBETOT	PBT	PBO	PBETOT	PBT
Score min	0	0	0	0	0	0
Score max	5	7	12	6	8	14
Moyenne	3,1	3,3	6,4	3,8	4,5	8,3
Ecart Type	1,5	1,9	3,2	1,6	2,2	3,5
Médiane	3	3	6,5	4	5	9
% 0	9%	9%	3.6%	4.2%	2%	0%
% tout bon	18%	0%	0%	8.3%	6.3%	4.2%

Tableau n°6.6.2.k: Récapitulatif des scores Problèmes CE2 et CM1

Deux enfants en CM1 obtiennent le score maximal de 14/14, il n'y en avait aucun en CE2. La note moyenne passe de 6,4 à 8,3/14, avec un écart-type stable d'environ 3. Les principales difficultés rencontrées sont conformes aux données évoquées en partie II. On retrouve notamment ce qui a trait à la mémoire de travail à l'oral, la compréhension verbale selon le lexique utilisé et la formulation des énoncés, la catégorie de problèmes, et l'aisance en lecture.

VII – ANALYSE DE CORRELATION

L'objectif de notre travail est d'étudier et de décrire, d'une part, l'évolution des performances arithmétiques au cours de la période allant de novembre 2011 (CE2) à novembre 2012 (CM1) et, d'autre part, de déterminer les meilleurs prédicteurs de cette évolution au cours de la période considérée. Pour cela, nous avons conduit une série d'analyses de corrélations et de régression afin d'essayer de prédire la variable dépendante « résolution de problèmes » à l'oral et à l'écrit, à partir des scores obtenus aux autres variables.

VII.1. CORRELATIONS ENTRE LES VARIABLES DE CE2

Dans la présente sous-partie, nous rapportons les données relatives au CE2 pour un groupe de 56 élèves.

Une première série de traitements a mis en évidence que les deux mesures d'empan visuo-spatial (endroit et envers) étaient fortement corrélées ($r = 0,60$). Cela nous a conduites à les regrouper en une note moyenne EMPMOY de manière à réduire le nombre de variables.

Nous avons également sommé les performances aux deux épreuves de lecture et de dictée de nombres, en raison de leur très forte corrélation ($r = 0,87$) pour aboutir à un score unique TRANS. Toutes les autres variables indépendantes ont été conservées en l'état. La variable retenue pour la ligne numérique est le PAE.

Concernant les variables dépendantes (la performance qu'on cherche à prédire), en résolution de problèmes, nous avons sommé le score global oral (sur 6) et le score global écrit (sur 8) étant donné leur forte corrélation ($r = 0,74$), pour aboutir à une note totale de résolution de problèmes (sur 14) PBT.

Le tableau ci-dessous fournit les moyennes aux différentes variables :

VARIABLES	MOYENNES	DEVIATIONS SD
EMPMOYCE	7,4 / 12	1,53
EACE	6,8 / 12	1,91
TRANSCE	30,5 / 34	4,61
PBTCE	6,38 / 14	3,19
CMCE	18,4 / 26	6,37
PAE MOYCE	15%	0,07
COMPCE	8,3 / 9	1,41
OPECE	3,6 / 5	1,20

Tableau 7.1.a: Moyennes et écarts type des épreuves de CE2

Le tableau ci-dessous rapporte les corrélations entre ces variables; les corrélations statistiquement significatives à au moins $p < 0.05$ sont indiquées en caractères gras. La force de la relation est donnée par le coefficient de corrélation : plus il est proche de 1, plus la corrélation est forte.

	EMPMOYCE	EACE	TRANSCE	PBTCE	CMCE	PAE MOYCE	COMPCE	OPECE
EMPMOYCE	1,000	0,229	0,187	0,293	0,297	-0,300	0,201	0,146
EACE	0,229	1,000	0,078	0,256	0,113	0,082	0,070	0,016
TRANSCE	0,187	0,078	1,000	0,489	0,475	-0,456	0,444	0,630
PBTCE	0,293	0,256	0,489	1,000	0,584	-0,566	0,345	0,487
CMCE	0,297	0,113	0,475	0,584	1,000	-0,442	0,376	0,420
PAEMOYCE	-0,300	0,082	-0,456	-	-0,442	1,000	-0,100	-0,285
COMPCE	0,201	0,070	0,444	0,345	0,376	-0,100	1,000	0,259
OPECE	0,146	0,016	0,630	0,487	0,420	-0,285	0,259	1,000

Tableau 7.1.b: Coefficients de corrélation entre les épreuves de CE2

Les performances en « résolution de problèmes » (PBT) sont en lien avec l'ensemble des autres épreuves arithmétiques, principalement la ligne numérique (-0,566) et le calcul mental (0,584). En revanche, elles sont modestement corrélées aux capacités générales (mémoires verbale et visuo-spatiale).

Par ailleurs, les variables d'empans ne sont que très faiblement corrélées avec les autres variables, mis à part l'empan visuo-spatial avec la linéarité de la représentation numérique (-0,300) comme observé en CE1. Ceci vient confirmer le lien qui existe entre les épreuves faisant appel à des composantes de même nature (ici visuelle).

L'absence de corrélation entre le calcul mental et les empans pourrait s'expliquer par la simplicité des calculs qui ne font pas appel à la mémoire de travail mais à la récupération de faits arithmétiques en mémoire à long terme.

Les variables TRANS et CM sont celles qui entretiennent le plus de corrélations avec les autres. On peut, en particulier, relever le fort coefficient de corrélation entre transcodage et opérations écrites (0.630), deux épreuves faisant appel à une bonne maîtrise du code indo-arabe.

Le calcul mental et la ligne numérique entretiennent eux aussi une relation significative (-0.442) : plus le PAE est faible, meilleur est le score en CM, ce qui peut être interprété par le fait qu'une bonne estimation des grandeurs à la ligne numérique participe au jugement de l'exactitude d'un calcul.

La variable COMP de comparaison de nombres écrits, ne présente pas de corrélation forte avec la variable PAEMOY de l'épreuve de la ligne numérique : les enfants de CE2 semblent donc s'appuyer uniquement sur le code symbolique dans la tâche de comparaison de nombres écrits, surtout pour les grands nombres, sans faire référence à la représentation analogique.

La variable COMP est corrélée avec les variables Transcodage, Calcul mental et PBT, soit moins de variables qu'en CE1.

VII.2. CORRELATIONS ENTRE LES VARIABLES DE CM1

La cohorte suivie est constituée de 48 élèves dont 3 toujours en CE2 (redoublants) et 1 en CM2 (passage anticipé).

En CM1, les empans visuo-spatiaux endroit et envers ne sont pas corrélés. Nous gardons donc deux variables distinctes. Par contre, compte-tenu des fortes corrélations qui perdurent entre les variables de dictée et de lecture de nombres ($r = 0,77$) et entre les variables de résolution

de problèmes oraux et écrits ($r = 0,78$), nous les regroupons sous les variables TRANS et PBT.

Les moyennes et les déviations standard apparaissent dans le tableau ci-dessous :

VARIABLES	MOYENNES	DEVIATIONS SD
EVSEND CM	7,48 / 12	1,56
EVSENV CM	7,04 / 12	1,74
EACM	7,02 / 12	1,90
TRANSCM	29,8 / 34	5,35
PBTCM	8,33 / 14	3,50
CMCM	20,75 / 28	6,44
PAE MOY CM	11,9%	0,06
COMPCM	8,7 / 9	0,72
OPECM	4,77 / 8	1,87

Tableau 7.2.a : Moyennes et écarts type des épreuves de CMI

Le tableau ci-dessous rapporte les corrélations entre ces variables; les corrélations significatives à au moins $p < 0.05$ sont indiquées en caractères gras :

	EVS END CM	EVS ENV CM	EA CM	TRANS CM	PBT CM	CM CM	PAE MOY CM	COMP CM	OPE CM
EVSEND CM	1,000	0,315	0,126	0,187	0,305	0,182	-0,144	0,193	0,068
EVSENV CM	0,315	1,000	0,090	0,214	0,291	0,261	-0,170	-0,006	0,121
EA CM	0,126	0,09	1,000	0,447	0,412	0,406	-0,331	0,239	0,283
TRANS CM	0,187	0,214	0,447	1,000	0,570	0,471	-0,371	0,604	0,457
PBT CM	0,305	0,291	0,412	0,570	1,000	0,471	-0,574	0,279	0,398
CMCM	0,182	0,261	0,406	0,471	0,471	1,000	-0,432	0,313	0,589
PAEMOY CM	-0,144	-0,170	- 0,331	-0,371	-0,574	-0,432	1,000	-0,135	- 0,520
COMPCM	0,193	-0,006	0,239	0,604	0,279	0,313	-0,135	1,000	0,199
OPECM	0,068	0,121	0,283	0,457	0,398	0,589	-0,520	0,199	1,000

Tableau 7.2.b: Coefficients de corrélation entre les épreuves de CMI

Le score en « résolution de problèmes » (PBT) est corrélé significativement avec presque toutes les variables excepté les empan visuo-spatiaux, qui ne sont d'ailleurs corrélés à aucune variable, et la performance en comparaison de nombres. C'est avec la ligne numérique que la résolution de problèmes est la plus corrélée (-0.574), comme en CE2, puis avec le transcodage (0.570) et le calcul mental (0.471). On peut aussi souligner l'apparition, en CM1, de la corrélation entre le score en résolution de problèmes et l'empan auditif. Cette mémoire verbale influe aussi sur les performances en transcodage (0,447) et en calcul mental (0,406).

La corrélation entre PBT et les opérations écrites demeure, mais de manière moins forte qu'en CE2.

La variable transcodage est celle qui est en lien avec le plus de variables notamment la comparaison de nombres écrits (0,604), le calcul mental (0,471) et les opérations écrites (0,457).

Les performances en calcul mental et en calcul écrit restent fortement liées. Les corrélations significatives entre le calcul mental et la mémoire de travail verbale d'une part et le transcodage d'autre part ne vont pas dans le sens de l'hypothèse (vue en CE2) d'une récupération des faits arithmétiques en mémoire de long terme mais plutôt d'une stratégie procédurale ou de comptage. Dans la mesure où additions et soustractions sont les mêmes en CE2 et CM1, on peut s'interroger sur l'impact des nouvelles multiplications avec des nombres plus élevés ou de la fréquence des tâches de calcul mental en classe.

On retrouve aussi, comme en CE2, la relation significative du calcul mental, et même en CM1 du calcul écrit, avec la ligne numérique, épreuves mettant en lien le code symbolique avec le code analogique.

Comme en CE2, l'absence de lien entre les scores obtenus aux épreuves de ligne numérique et de comparaison de nombres écrits va dans le sens d'une absence de recours à la représentation analogique pour comparer deux grands nombres écrits. L'enfant semble s'appuyer uniquement sur le code indo-arabe et sa notation positionnelle.

En revanche, la corrélation assez significative entre le transcodage et la ligne numérique met en avant les liens qui unissent les trois codes (verbal, indo-arabe et analogique).

VII.3. CORRELATIONS ENTRE LES VARIABLES DE CE2 ET DE CM1

Afin d'établir les corrélations entre les variables de CE2 et de CM1, nous avons sélectionné uniquement les 48 élèves de CE2 encore présents en CM1 (dont 3 toujours en CE2 (redoublants) et 1 en CM2 (passage anticipé)).

Le tableau ci-dessous rapporte les corrélations entre ces variables; les corrélations significatives à au moins $p < 0.05$ sont indiquées en caractères gras :

	TRANS CM	COMP CM	PAE CM	CM CM	OPE CM	EA CM	EVS END CM	EVS ENV CM	PBO CM	PBE CM	PBT CM
TRANS CE	0,798	0,602	-0,406	0,410	0,366	0,355	0,158	0,188	0,526	0,642	0,630
COMP CE	0,270	0,250	-0,234	0,180	-0,077	0,281	0,283	0,361	0,471	0,357	0,431
PAE CE	-0,496	-0,212	0,563	-0,594	-0,610	-0,325	-0,162	-0,409	-0,560	-0,567	-0,599
CM CE	0,445	0,371	-0,295	0,706	0,317	0,370	0,190	0,290	0,483	0,398	0,461
OPE CE	0,537	0,497	-0,307	0,414	0,352	0,378	0,000	0,021	0,347	0,325	0,355
EA CE	0,089	0,153	0,068	-0,077	-0,126	0,288	0,164	-0,049	-0,081	0,175	0,072
EVS END CE	0,199	0,040	-0,070	0,007	-0,082	0,152	0,508	0,445	0,157	0,220	0,206
EVS ENV CE	0,250	0,228	-0,174	0,216	0,032	0,273	0,333	0,441	0,268	0,170	0,225
PBO CE	0,462	0,355	-0,245	0,417	0,208	0,531	0,216	0,185	0,616	0,630	0,663
PBE CE	0,391	0,312	-0,518	0,533	0,420	0,560	0,193	0,018	0,570	0,601	0,625
PBT CE	0,459	0,359	-0,428	0,521	0,351	0,593	0,220	0,102	0,640	0,665	0,696

Tableau 7.3: Coefficients de corrélation entre les épreuves de CE2 et de CM1

La performance arithmétique (PBT) en CM1 est fortement corrélée à la performance arithmétique en CE2 (0,696). Elle est aussi liée aux performances de CE2 en transcodage (0,630), en représentation analogique du nombre (0,599), en calcul mental (0,461), et en comparaison de nombres (0,431), quatre épreuves nécessitant la maîtrise du triple code et la capacité à passer de l'un à l'autre. Les corrélations perdurant entre la performance en résolution de problèmes et les autres variables, celles-ci confirment que la résolution de problème est un bon indicateur de la performance arithmétique.

De par leur corrélation avec la majorité des variables CM1, les variables TRANS CE et PAE CE semblent avoir un rôle prédictif dans la performance arithmétique. De plus, les liens transversaux sur les deux années entre ces deux variables témoignent de l'intrication entre les trois codes (analogique, verbal et indo-arabe).

Les capacités de transcodage CE2 influent aussi sur la comparaison de nombres écrits et le calcul mental en CM1. Cette variable était déjà fortement corrélée aux autres en CE2 et en CM1, elle entretient donc des liens stables avec les différents facteurs de la performance arithmétique. La qualité de la représentation analogique en CE2 entretient des liens avec la quasi-totalité des variables CM1 excepté les variables d'empans et la comparaison de nombres. Cette faible corrélation entre le PAE CE2 et la comparaison de nombre CM1 va dans le sens du modèle du transcodage asémantique de Deloche et Seron [82] qui énonce

l'absence de représentation analogique dans la comparaison de nombres écrits. En revanche, on note une forte corrélation avec le calcul mental et les opérations écrites.

Dans cette analyse, la variable Comparaison de nombres écrits apparaît et appuie les propos de Von Aster et Dellatollas (2005) [90] qui la définissent comme une tâche révélatrice du niveau de familiarité avec lequel le code indo-arabe est manié d'où sa répercussion sur la performance en résolution de problèmes. En revanche, elle n'est que peu corrélée avec toutes les autres variables et semble donc avoir moins de poids que dans le modèle présenté en CE1 [28]. La variable Opérations Ecrites CE2 est corrélée à la variable Calcul Mental CM1 ce qui pourrait s'expliquer par l'utilisation des connaissances procédurales en calcul mental lorsque les faits arithmétiques sont méconnus surtout pour les grandes opérands. L'absence homogène de lien entre les variables d'empan et la performance arithmétique tend à se confirmer. Néanmoins, ces propos sont à pondérer : la tâche unique d'empan auditif ne suffit pas, à elle seule, à représenter la mémoire de travail verbale.

VIII ANALYSE DE REGRESSION

VIII.1. PREDICTION DE LA PERFORMANCE ARITHMETIQUE EN CE2

Nous avons d'abord conduit une analyse de régression standard, entrant en une seule fois toutes les variables indépendantes de CE2 en vue de prédire la variable dépendante « résolution de problèmes » en CE2 (sur 14). Le programme détermine le poids de chacune pour voir celles qui influent le plus sur les performances en résolution de problèmes de CE2. Sachant que notre mémoire s'inscrit dans le cadre d'une étude longitudinale, nous avons pris en compte uniquement les résultats des 48 enfants que nous retrouvons en CM1 afin de pouvoir suivre l'évolution des variables et de leurs poids respectifs.

Variable	BETA	St.Err. of BETA	B	St.Err of B	t(38)	p-level
EVSENDCE	-0,103	0,148	-0,219	0,313	-0,701	0,488
EVSENVCE	-0,003	0,146	-0,005	0,248	-0,020	0,984
EACE	0,313	0,114	0,519	0,189	2,752	0,009
TRANS	-0,127	0,179	-0,085	0,121	-0,707	0,484
CM	0,242	0,143	0,121	0,072	1,692	0,099
PAEMOY	-0,474	0,133	-22,208	6,220	-3,570	0,001
COMP	0,201	0,130	0,430	0,279	1,544	0,131
OPE	0,237	0,138	0,636	0,370	1,719	0,094

Tableau 8.1.a: Analyse de régression standard de la performance en CE2.

Ce modèle standard est significatif ($F(9, 38) = 6,13, p < 0.0001$) et explique 59% de la variance des résultats en résolution de problèmes (R^2 ajusté = 0.50). Les variables Calcul Mental, Ligne Numérique, Opérations Ecrites et Empan Auditif (mémoire verbale) ont chacune un poids significatif ($p\text{-level} < 0,05$). En revanche, les variables Empan Visuo-Spatial, Transcodage et Comparaison n'ont aucun poids. Elles ne seront donc pas prises en compte dans l'analyse suivante (dite ascendante).

Afin de disposer d'une plus grande précision, notamment en ce qui concerne les poids, nous avons effectué une analyse de régression ascendante: on fixe, pour chaque variable, l'influence due aux autres variables pour établir une hiérarchie des contributions de chaque variable indépendante dans la détermination du score en résolution de problèmes.

Le tableau ci-dessous résume les résultats de cette nouvelle analyse :

Variable	Béta	R-square	R-change	p-level
CMCE	0,579	0,335	0,335	0,0000205
PAEMOYCE	0,666	0,444	0,109	0,0050244
OPECE	0,748	0,560	0,036	0,0685996
EACE	0,724	0,524	0,080	0,0094881

Tableau n°8.1.b : Analyse de régression ascendante de la performance en CE2

Quatre variables ont une contribution indépendante à la variance: le calcul mental (33%), la distance aux échelles linéaires (PAE pour 11%), l'empan auditif (8%) et enfin les opérations écrites (4%). Nous obtenons donc un modèle à quatre variables qui prédit 56% de la variance des performances arithmétiques des enfants de CE2 en résolution de problèmes.

Ce sont donc les performances arithmétiques qui ont l'impact le plus fort sur la résolution des problèmes en CE2. On remarque néanmoins l'apparition de l'empan verbal comme variable influente, dans cette cohorte de 48 enfants.

Les trois variables (CM, LN et OPE) font appel aux trois codes : verbal (dans l'épreuve de calcul mental), analogique (dans l'épreuve de la ligne numérique) et indo-arabe (dans les épreuves de ligne numérique et les opérations écrites).

VIII.2. PREDICTION DE LA PERFORMANCE ARITHMETIQUE EN CM1

Là encore, nous avons procédé en deux temps : d'abord une analyse de régression standard, entrant en une fois toutes les variables, puis une analyse ascendante.

Les résultats de l'analyse standard sont les suivants:

Variable	BETA	St.Err. of BETA	B	St.Err of B	t(38)	p-level
EVSEND _{CM}	0,154	0,129	0,347	0,290	1,199	0,238
EVSENV _{CM}	0,075	0,124	0,152	0,250	0,608	0,547
EAC _{CM}	0,092	0,131	0,171	0,243	0,703	0,486
TRANSC_{CM}	0,358	0,170	0,235	0,111	2,109	0,042
CM _{CM}	0,114	0,153	0,062	0,083	0,744	0,461
PAEMOY_{CM}	-0,363	0,137	-19,600	7,387	-2,653	0,012
COMPC _{CM}	-0,073	0,156	-0,353	0,760	-0,465	0,644
OPE _{CM}	-0,054	0,153	0,102	0,286	-0,355	0,725

Tableau n°8.2.a: Analyse de régression standard de la performance en CM1.

Ce modèle standard est significatif ($F(9, 38) = 4,82, p < 0.0005$) et explique 53% de la variance des résultats en résolution de problèmes en CM1 (R^2 ajusté = 0.50).

Seules deux variables apportent une contribution significative : le transcodage et la ligne numérique. En revanche, les variables Calcul Mental, Opérations écrites et Empan auditif n'ont plus aucun poids. Elles ne seront donc pas prises en compte dans l'analyse ascendante.

Le tableau ci-dessous résume les résultats de cette nouvelle analyse :

Variabes	Béta	R-square	R-change	p-level
PAEC_{CM}	0,574	0,330	0,330	0,0000213
TRANSC_{CM}	0,691	0,478	0,148	0,0008710
EVSEND_{CM}	0,712	0,507	0,029	0,1132700

Tableau n°8.2.b: Analyse de régression ascendante de la performance en CM1

L'analyse ascendante conforte ce premier résultat. Le PAE contribue significativement en expliquant 33% de la variance, suivi du transcodage (TRANS 15%). Enfin l'empan visuo-spatial se rapproche d'une contribution spécifique (2,9%) mais non significative. Nous avons donc un modèle à deux variables (ligne numérique, et transcodage) qui peut prédire 48% de la variance des performances arithmétiques des enfants de CM1. Ainsi, en cours moyen, seules les dimensions arithmétiques ont un impact : l'une associée aux traitements symboliques (TRANS), l'autre aux relations entre représentations symboliques et représentations analogiques (PAE).

La seule variable pérenne dans le modèle prédictif de la performance en CE2 et en CM1 est la ligne numérique.

VIII.3. INFLUENCE DES RESULTATS DE CE2 SUR LA PREDICTION DES PERFORMANCES ARITHMETIQUES EN CM1

Il s'agit de prédire les performances en résolution de problèmes en CM1 à partir, d'une part, des performances antérieures en résolution de problèmes en CE2 et, d'autre part, de l'ensemble des variables évaluées en CM1. Le raisonnement est le suivant : les performances arithmétiques en CM1 (PBT CM/14) doivent dépendre en premier lieu de celles obtenues en CE2 (PBT CE/14) plus de l'éventuel impact de variables spécifiques ou générales.

Variable	BETA	St.Err. of BETA	B	St.Err of B	t(38)	p-level
TRANSCM	0.344	0,141	0,225	0,093	2,433	0,0198059
COMPCM	-0,133	0,124	-0,649	0,602	-1,078	0,2878974
PAECM	-0,272	0,116	-14,679	6,265	-2,343	0,0244731
CMCM28	-0,021	0,132	-0,011	0,072	-0,158	0,8750612
OPECM8	-0,034	0,128	-0,063	0,239	-0,264	0,7930883
EACM	-0,118	0,120	-0,219	0,222	-0,985	0,3309112
EVSENDCM	0,099	0,101	0,222	0,227	0,977	0,3345430
EVSENVCM	0,106	0,1040758	0,213	0,210	1.017	0,3153515
PBTOTCE14	0,531	0,1312436	0,575	0,142	4.043	0,0002488

Tableau n 8.3.a: Analyse de régression standard de la performance en CM1 (données CE2+CM1)

La première analyse de régression standard aboutit à un modèle général qui explique 67% de la variance (ajusté : 59%), $F(9, 38) = 8.7$, $p < .00001$. Seules trois variables apportent une contribution significative : la résolution de problèmes en CE2, le transcodage CM1, la ligne numérique CM1.

L'analyse ascendante met en évidence l'effet de ces trois variables :

Variable	Béta	R-square	R-change	p-level
PBTOTCE	0,696	0,485	0,485	0,0000001
PAECM	0,760	0,578	0,094	0,0028653
TRANSCM	0,792	0,627	0,049	0,0206060

Tableau n°8.3.b: Analyse de régression ascendante de la performance en CM1 (données CE2+CM1)

Les performances en résolution de problèmes en CM1 dépendent donc, d'une part, des performances antérieures en CE2 dans ce même domaine, qui prédisent 48% de la variance, mais aussi de l'influence de deux autres variables, le PAE, qui contribue à hauteur de 9% de la variance, et le transcodage, qui ajoute une contribution indépendante de 5% de variance. Interviennent donc, outre les acquis antérieurs, une variable correspondant aux relations entre

représentation analogique générale et représentation symbolique (le PAE) et une variable spécifiquement symbolique, le transcodage.

IX ANALYSE DE LA VARIANCE PAR PROFIL DE LIGNE NUMERIQUE

La variable PAE est donc la variable pérenne, sur ces deux années, qui a une contribution de poids sur la performance arithmétique. Nous cherchons alors à mieux comprendre son interaction avec les autres variables.

A partir des résultats obtenus à l'épreuve de la ligne numérique en CE2 et CM1, nous avons défini au chapitre 6 des profils de ligne numérique. Nous proposons ici de répartir les enfants en quatre groupes, selon leur profil et son évolution entre les deux années scolaires.

- Groupe A (Lin) : 13 enfants avec des représentations proches du modèle linéaire dès le CE2
- Groupe B (LogLin) : 11 enfants proches du modèle logarithmique en CE2 puis évoluant vers le modèle linéaire en CM1
- Groupe C (Log) : 9 enfants qui conservent des représentations de type logarithmique au cours des 2 années.
- Groupe D : tous les autres, 15 enfants ayant un profil ni lin-ni log en CE2 et/ou en CM1.

Les données issues de la littérature conduisent à considérer que les performances aux épreuves de ligne numérique constituent un des déterminants majeurs des performances arithmétiques. Si tel est le cas, les individus dont la représentation analogique est conforme à une distribution linéaire (Lin) devraient avoir des scores supérieurs à ceux qui ont une distribution logarithmique (Log). Par ailleurs, ceux qui ont évolué d'un profil logarithmique à un profil linéaire (LogLin) devraient se situer en position intermédiaire, et sans doute plus à proximité des Lin. Afin de tester ces hypothèses, nous avons effectué une série d'analyses de variance (ANOVA).

Nous avons cherché à vérifier que les performances des enfants Lin et LogLin étaient significativement supérieures à celles des Log et des autres (groupe D). Toutes ces analyses sont à deux facteurs : nous avons recherché un effet du groupe (Var 1 : Groupe), un effet du niveau scolaire (Var 2 : Age) et une éventuelle interaction entre les deux facteurs (Var interaction 1.2).

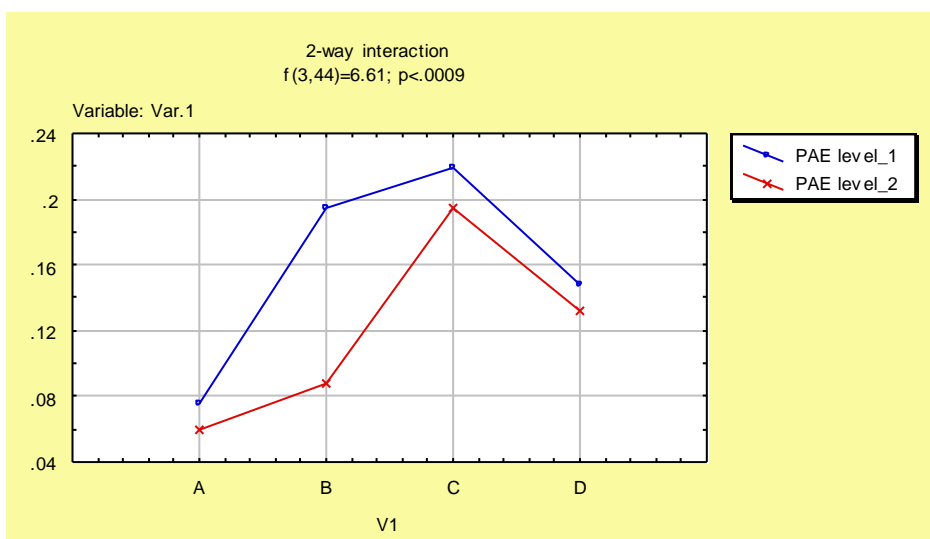
IX 1. HOMOGENEITE DES GROUPES SELON L'AGE

En premier lieu, nous avons vérifié que les groupes entre eux ne différaient pas en âge. L'ANOVA fait apparaître un effet de l'âge puisque les CM (113 mois) sont significativement plus âgés que les CE (101 mois) mais les groupes ne diffèrent pas significativement entre eux et n'interagissent pas avec l'âge ($p > 0,05$) (cf annexe 10, tab n°9.1). En d'autres termes les enfants ont approximativement les mêmes âges dans chaque groupe d'un niveau scolaire donné.

IX 2. PAE

L'ANOVA a fait apparaître un net effet Groupe, un effet du niveau scolaire et de leur interaction sur le PAE, ce qui est normal sachant que le PAE est une des variables qui nous a permis de définir les groupes (cf annexe 10, tab n°9.2). Les tests post Hoc (Tukey HSD) nous ont confirmé des différences significatives entre les groupes.

On observe qu'au sein du groupe A et du groupe C (profil stable au cours des deux années scolaires), le PAE varie peu en fonction de l'âge ; il tend à rester quasi identique d'une année à l'autre (cf courbes proches et parallèles). En revanche, le PAE varie significativement d'une année à l'autre pour le groupe B, ce qui correspond au changement de profil des enfants entre CE2 (level1) et CM1 (level 2).



Graphique 9.2: PAE selon les groupes et l'âge

IX 3. TRANSCODAGE

Concernant l'épreuve de transcodage, seul l'effet du Groupe est significatif ($p < 0.05$) (cf annexe 10, tab n°9.3.a). Les tests post hoc (Tukey HSD) font apparaître que les performances du Groupe Lin (moyenne 31,39) diffèrent significativement de celles du groupe Log (moyenne 26,77 - $p = 0.041$). Aucune autre différence n'atteint le seuil de significativité. (cf annexe 10, tab n°9.3.b).

IX 4. COMPARAISON DE NOMBRES

Pour la Comparaison de nombres, l'ANOVA n'a fait apparaître aucun effet Groupe. Seul l'effet du Niveau scolaire est marginalement significatif ($p = 0.056$) (Cf annexe 10, tab n°9.4). Les CM1 (moyenne de 8.70) font légèrement mieux que les CE2 (moyenne de 8.27). Ce résultat est sans doute lié au niveau de difficulté de l'épreuve, qui était quasiment saturée en CE2 et en CM1.

IX 5. EMPANS

Concernant les empans auditif (envers) et visuo-spatiaux (endroit et envers), l'ANOVA n'a fait apparaître aucun facteur significatif (cf annexe 10, tab 9.5.a, 9.5.b, 9.5.c), pas d'effet groupe, ni d'effet de l'âge. Cela signifierait que ces composantes mnésiques sont indépendantes des profils de ligne numérique.

IX 6. CALCUL MENTAL

Afin d'effectuer une ANOVA sur le calcul mental, nous avons pondéré les données, qui étaient sur 26 en CE2 et sur 28 en CM1. L'ANOVA met en évidence deux effets marginalement significatifs : celui des Groupes ($p = 0.05$) et celui du Niveau scolaire ($p = 0.066$) (Cf annexe 10, tab n°9.6.a). Le test post-hoc de Tukey révèle que, seul, le groupe Lin (groupe A) a une performance significativement supérieure à celle des autres groupes (mais seulement à $p = 0.08$) ; les autres groupes ne diffèrent pas entre eux. Les CM1 (moyenne 0.73) font mieux que les CE2 (moyenne 0.68). L'absence d'interaction suggère que l'effet des Groupes ne diffère pas selon que les participants appartiennent au CE2 ou au CM1 (Cf annexe 10, tab n°9.6.b).

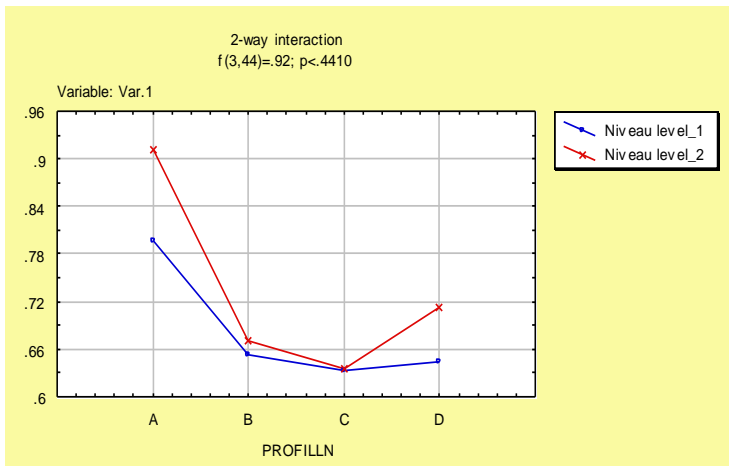


Figure 9.6 : Score moyen CM selon les groupes et l'âge

Considérant la corrélation entre Calcul Mental et Opérations Ecrites (0.39 en CE2 et 0.6 en CM1), nous n'avons pas effectué cette analyse de variance pour les Opérations Ecrites (score sur 5 puis sur 8 avec une cotation différente par opération).

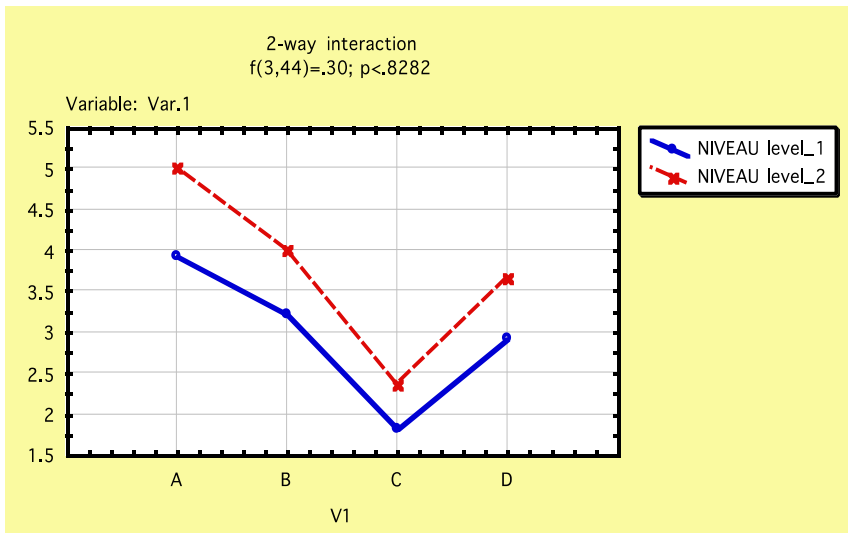
IX 7. PROBLEMES

- PBO

L'ANOVA a montré que les performances en Résolution de problèmes présentés oralement sont influencées à la fois par les Groupes et le Niveau scolaire. Les CM1 (3.75) font significativement mieux que les CE2 (2.97) (cf annexe 10, tab n°9.7.a)

Les tests Tuckey HSD ont fait apparaître une différence significative entre le groupe Log (moyenne 2.09) et les groupes Lin (moyenne 4.46) et Log Lin (moyenne 3.61), dont les performances sont relativement proches. Les différences sont moins claires concernant le Groupe D dont la constitution n'est sans doute pas homogène.

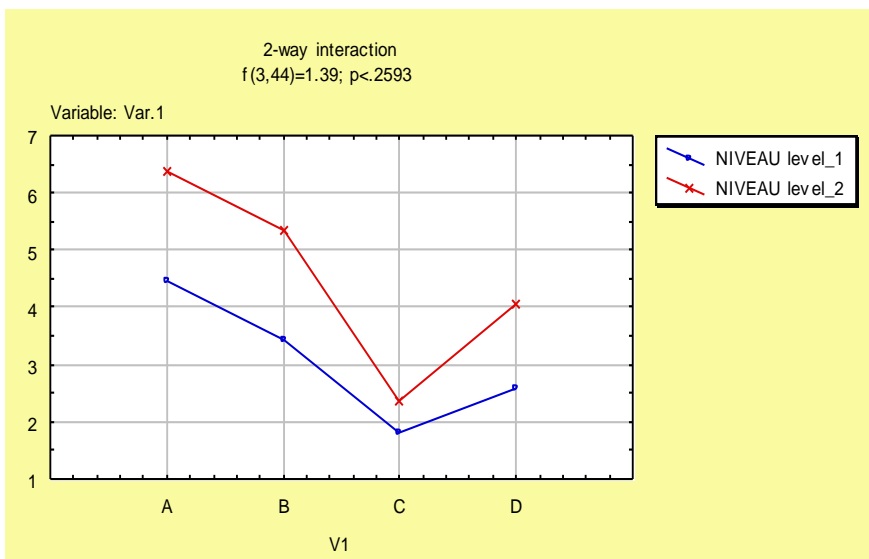
En revanche, l'interaction n'est pas significative, comme l'illustre le parallélisme des courbes de la Figure, ce qui suggère que l'effet du Niveau scolaire n'a pas d'impact sur les performances des Groupes (cf annexe 10, tab n°9.7.b).



Graphique 9.7.a : Score moyen PBO selon les groupes et l'âge

- PBE

Les mêmes tendances se manifestent avec les Problèmes présentés par écrit. L'ANOVA révèle un effet du groupe, du niveau scolaire mais pas de l'interaction (cf annexe 10, tab n°9.7.c). Le groupe Lin et le groupe LogLin font significativement mieux que le groupe Log (cf annexe 10, tab n°9.7.d).

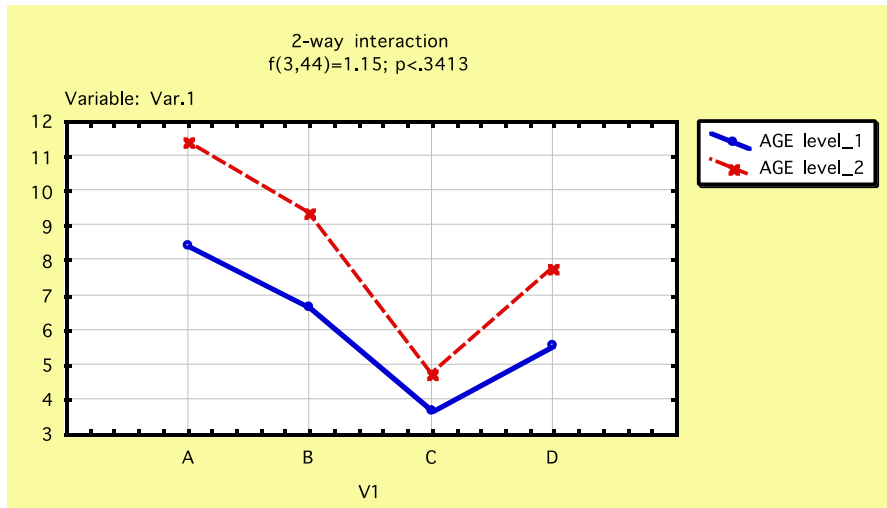


Graphique 9.7.b : Score moyen PBE selon les groupes et l'âge

- PBT

Concernant l'intégralité des problèmes arithmétiques, les effets des Groupes et du Niveau scolaire sont significatifs (cf annexe 10, tab n° 9.7.e). Les CM1 (8,29) font significativement

mieux que les CE2 (6,05). Les Groupes Lin et LogLin ne diffèrent pas l'un de l'autre et font significativement mieux que le Groupe Log. De nouveau, les différences sont moins claires pour les résultats du Groupe D : seul le groupe Lin a des performances significativement supérieures (cf annexe 10, tab n°9.7.f). Là encore, l'interaction n'est pas significative.



Graphique 9.7.c : Score moyen PBT selon les groupes et l'âge

En conclusion, l'effet des groupes se manifeste sur le PAE (par construction) mais aussi sur les variables Transcodage, Problèmes et moins nettement en Calcul Mental. Globalement, pour ces épreuves, les enfants du groupe Linéaire (groupe A) et/ou du groupe Log Lin (groupe B) ont des performances significativement meilleures que les enfants du groupe Log (groupe C), conformément aux travaux menés par Manuela Piazza [69].

Cette analyse de variance a des résultats plus inattendus au niveau des capacités mnésiques. En effet, comme vu précédemment, la mémoire de travail est une composante largement sollicitée en cognition numérique et on aurait pu s'attendre à ce que les enfants du groupe Lin diffèrent des autres par de meilleurs empan.

X DISCUSSION

X 1. SYNTHÈSE ET VALIDATION DES HYPOTHÈSES

X.1.1 Principaux résultats

Notre mémoire, qui s'inscrit dans une étude longitudinale, a pour objectif principal de mieux connaître les facteurs prédictifs de la performance arithmétique à l'école primaire, afin de dépister les enfants à risque puis proposer des interventions pédagogiques préventives ou des actions rééducatives mieux adaptées aux enfants en difficulté dans ce domaine.

Les données recueillies en CE2 et CM1 ont donc d'abord été analysées pour expliquer la variance inter-individuelle en résolution de problèmes, activité la plus complexe et la moins réussie par les enfants, puis elles ont été traitées dans le but de chercher à prédire la performance arithmétique.

L'analyse de régression, à partir des données de CE2, aboutit à un modèle qui explique 56% de la variance des résultats en résolution de problèmes. Quatre variables apportent une contribution indépendante : la capacité en calcul mental pour 33%, l'estimation de la distance aux échelles linéaires (PAE) pour 11%, la MdT verbale (8%) et les Opérations écrites (4%).

Cette même analyse sur les données de CM1 permet d'obtenir un modèle qui explique 50% de la variance. Trois variables y ont une contribution indépendante: le PAE pour 33%, les transcodages (lecture / dictée de nombres) pour 15% et l'empan visuo-spatial pour 2%.

Enfin, l'analyse qui vise à prédire la performance arithmétique de CM1 à partir des données de CE2 et de CM1 conduit à un modèle significatif auquel contribuent indépendamment trois variables: la performance CE2 en résolution de problèmes pour 48%, le PAE CM1 pour 9% et les transcodages CM1 pour 5%.

La variable PAE a donc une contribution de poids sur la performance arithmétique. Nous avons cherché à mieux comprendre son interaction avec les autres variables. A l'issue de l'analyse des données brutes, nous avons réparti les élèves en quatre groupes en fonction de leur profil à l'épreuve de la ligne numérique en CE2 et de l'évolution de leur profil en CM1. Cela nous a permis de mener des analyses de variance multifactorielles (MANOVA) et d'évaluer plus précisément l'effet de la qualité de la représentation analogique sur la performance aux autres épreuves.

Ces analyses ont montré que les performances des enfants ayant un profil dit linéaire sur les deux années scolaires, ou un profil logarithmique en CE2 devenant linéaire en CM1, sont significativement meilleures que celles du groupe ayant un profil stable dit logarithmique. Ce résultat va dans le même sens que les modèles évoqués plus haut. Il fait apparaître d'une part, l'importance de l'épreuve de la ligne numérique comme instrument diagnostique et, d'autre part, l'intérêt que pourrait présenter son apprentissage systématique pour les autres activités arithmétiques. D'ailleurs, les travaux de Ramani, Siegler et coll. (juin 2012) [71] ont montré l'intérêt des jeux de plateaux numériques en petits groupe afin de favoriser le développement de la ligne numérique mentale des enfants, et leur conscience des nombres.

X.1.2 validation des hypothèses

Hypothèse 1 : Les composantes verbales perdent de leur poids relatif dans la performance arithmétique.

En CE2, notre modèle explique 41% de la variance des résultats en résolution de problèmes, par deux épreuves de nature verbale : le calcul mental et l'empan auditif envers. En CM1, la contribution de ces composantes verbales n'est plus significative même si le modèle explique encore 15% de la variance par la variable transcodage.

Le modèle prédictif obtenu pour la performance en CM1 intègre toujours cette variable transcodage, à hauteur de 5%. Les facteurs verbaux apportent donc encore une contribution significative à la variance de la performance arithmétique, mais cette contribution a fortement diminué et n'est plus dominante. L'hypothèse est donc validée.

Hypothèse 2 : La contribution de la qualité de la représentation analogique à la performance arithmétique tend à se renforcer.

Dans notre mémoire, nous avons défini les profils de représentation analogique en nous appuyant sur les paramètres PAE, R2Lin, R2Log, et la pente de la droite de régression linéaire. Pour évaluer la contribution de la qualité de la représentation analogique, nous avons, d'une part, conservé une seule variable, le PAE, pour effectuer les analyses de corrélation et de régression et d'autre part, nous avons constitué des groupes d'enfants selon l'évolution de leur profil à la ligne numérique sur les 2 ans.

Nous constatons d'abord que cette variable PAE explique 11% de la variance de la performance arithmétique en CE2, et 33% en CM1. Par ailleurs, la prédiction des résultats en

résolution de problèmes CM1 repose en partie sur le PAE CM1 à hauteur de 9%, contre 2% en CE1 dans la modélisation obtenue dans le cadre du mémoire David-Desmichelle (2010-2011) [28]. La contribution à la performance arithmétique de la représentation analogique devient donc nettement significative.

Enfin, nos analyses ANOVA effectuées sur les différents groupes (Lin, Log, LinLog) ont clairement mis en évidence un effet positif de la linéarité des représentations analogiques sur la plupart des variables : les enfants de profil linéaire ont de meilleurs résultats que les autres, plus particulièrement en transcodage et résolution de problèmes.

Notre hypothèse est donc validée.

Hypothèse 3 : L'aptitude à connecter entre elles, les diverses représentations du nombre, est prédictive de la performance arithmétique.

Nous avons vu que deux variables principales qui traduisent cette capacité à relier les 3 codes sont le PAE (lien entre code indo-arabe et code analogique), et le transcodage (lien entre code indo-arabe et verbal). De plus, ces deux variables demeurent corrélées que ce soit en CE2 (-0,46), ou en CM1 (-0,37) et même entre CE2 et CM1 (TransCE / PAECM : -0,41 ; PAECE / TransCM : -0,50). En CM1, 48% de la variance de la performance en résolution de problèmes est expliquée par les deux variables cumulées, PAE et Transcodage.

Par ailleurs, le PAE et le transcodage sont les deux seules variables CM1 significatives dans la prédiction de la performance arithmétique (respectivement à hauteur de 9% et 5%), juste après la résolution de problèmes CE2

Non seulement cette aptitude à connecter les représentations du nombre entre elles est une composante de poids dans la performance arithmétique, mais elle constitue aussi un facteur prédictif. On peut donc considérer que l'hypothèse est vérifiée.

X 2. PERSPECTIVES LONGITUDINALES

Nous avons souhaité replacer nos résultats dans une perspective longitudinale, en reprenant les éléments obtenus à partir de 2009 [15] [28].

Le tableau ci-dessous permet une comparaison du poids des variables obtenu chaque année avec les analyses de régression menées sur chaque cohorte (n).

	% total de variance expliquée	Contribution des variables
GSM (jan-fev 2009) n= 91	40% De la résolution d'Opérations Non-Verbales	25% RAN doigts 11% Connaissance suite des noms de nombres 3% R2lin (LN de 0 à 10)
CP (nov- dec 2009) n= 75	43% De la résolution d'opérations Verbales	32% TEDICP (épreuve de comptage) 10% CONVCP (rappel sériel des nb énoncés en ordre conventionnel)
CP (juin 2010) n= 75	47% De la résolution de PB oraux	30% Calcul Mental, 13% Empan Auditif Endroit 4% Lecture de nombres
CE1 (jan 2011) n= 69	57% De la résolution de PB oraux	35% Comparaison nombres écrits, 13,7% Empan Auditif envers 6.5% Calcul Mental 3% Empan Visuo-Spatial endroit
CE2 (nov 2011) n= 56	56% De la résolution de PB oraux et écrits	33% Calcul Mental, 11% PAE (LN de 0 à 1000) 8% Empan Auditif Envers 4% Opérations Ecrites
CM1 (nov 2012) n= 48	50% De la résolution de PB oraux et écrits	33% PAE (LN de 0 à 1000) 15% Transcodage 2% Empan Visuo Spatial

La batterie de tests proposée aux enfants a beaucoup évolué entre la GSM et le CM1. C'est surtout à partir de la fin CP que la variable principale dépendante est comparable, car mesurée par une épreuve de résolution de problèmes. Il est cependant intéressant d'observer la récurrence de certaines variables de poids comme les rappels de chiffres, le calcul mental et la qualité de la représentation analogique.

- Evolution du poids relatifs des composantes verbales

Dans notre étude nous nous sommes interrogées sur la baisse du poids relatif des composantes verbales. Le mémoire Menez-Braudeau (2010) [15] a mis en évidence que seules des variables verbales sont en jeu dans la prédiction de la performance arithmétique en CP (comptage et connaissance des suites de nombres pour GSM et CP).

L'analyse des données obtenues depuis la fin du CP montre que l'évolution du poids relatif des composantes verbales devient instable. En effet, en CP, 47% de la variance étaient expliqués par des composantes verbales (Calcul mental, MCT verbale et Lecture de nombres), en CE1 environ 20% (MdT verbale et Calcul mental), en CE2 41% (Calcul Mental et MdT verbale) puis 15% en CM1 (Transcodage).

L'hypothèse n°1 validée sur les deux années CE2 et CM1 n'est alors peut-être pas le reflet d'une tendance de fond. Ceci rejoindrait les données de la littérature qui mentionnent la complexité du code verbal, comme facteur de difficulté tout au long de la scolarité.

- Contribution des trois représentations du nombre

L'épreuve de ligne numérique de 0 à 10 a été proposée dès la GSM, puis de 0 à 100 en CP. La linéarité de la représentation analogique apporte une contribution faiblement significative à la performance aux opérations non verbales en GSM. Proposée en début de CE1 sur une échelle de 0 à 100, elle n'était alors pas ressortie dans l'analyse de régression, peut-être parce que trop difficile à ce moment pour les élèves. Mais elle apporte de nouveau une contribution significative à partir du CE2.

En parallèle, la tendance à l'augmentation du poids relatif des compétences de transcodage (évalué à partir du CP) se confirme au fil des années. En effet, avec l'accroissement de la place accordée à la modalité écrite et le maniement de nombres de plus en plus grands, le code indo-arabe est davantage sollicité. En CP, la lecture de nombres explique seulement 4,2% de la variance des résultats en résolution de problèmes. En CE1, les épreuves de dictée et de lecture de nombres, ne figurent pas parmi les paramètres influents. En revanche, une contribution significative de 35% est apportée par la comparaison de nombres écrits, qui, quels que soient les mécanismes en jeu, sollicite le maniement du code indo-arabe.

A partir du CE2, le transcodage apparaît comme une des variables la plus corrélée avec les autres variables (cf chap 7). Sa contribution à la variance de la résolution de problèmes n'est significative qu'à partir du CM1. Mais en CE2, l'importance grandissante du code indo-arabe est cependant visible avec l'épreuve Opérations Ecrites comme une des variables explicatives.

- Pérennité des facteurs prédicteurs de la performance ?

Les analyses de régression ascendante menées sur les données CP/CE1 (2010-2011) [28] et CE2/CM1 (2011-2012) peuvent aussi être mises en perspective.

Les performances en CE1 sont prédites à 47% par celles de CP, 10.5% par la comparaison de nombres, 2.1% par le PAE, 2% par la MdT verbale.

Les performances en CM1 sont prédites à 48% par celles de CE2, 9% par le PAE et 5% par le transcodage.

Une des hypothèses que nous avons cherché à vérifier concerne la capacité à faire le lien entre les différentes représentations du nombre. Nous remarquons ici deux éléments :

- d'une part le PAE, variable révélatrice de la connexion entre codes analogique et indo-arabe est significative dans la prédiction des performances dès le CE1. Par la suite, son poids se renforce.
- d'autre part, la modélisation des facteurs prédictifs de la performance fait apparaître une influence récurrente de variables sollicitant le maniement du code indo-arabe : la comparaison de nombres écrits en CE1, le transcodage en CM1.

Par ailleurs, la performance en résolution de problème est un facteur prédictif de poids sur la résolution de problèmes de l'année suivante, avec une contribution stable d'environ 47-48%, ce qui supposerait que la performance arithmétique est précocement déterminée. La relation entre les quantités et le code indo-arabe (au travers de la LN) ainsi que le passage entre le code verbal et le code indo-arabe (transcodage) ont aussi leur importance.

X 3. ETUDE DE CAS

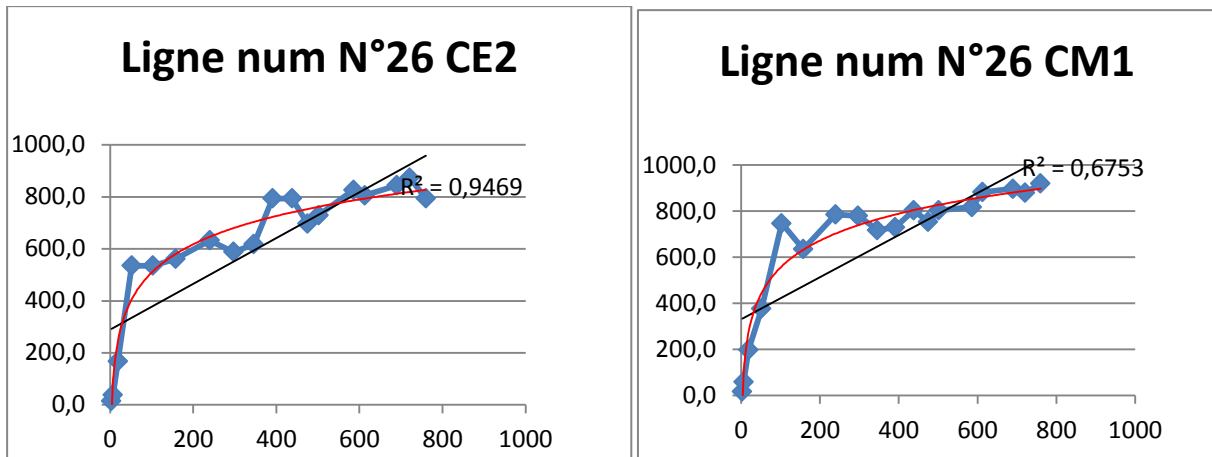
L'influence de la qualité de la représentation analogique sur les performances arithmétiques apparaît dans nos analyses : un enfant ayant des représentations du nombre proche d'un modèle linéaire aurait de meilleures performances qu'un enfant sur un mode de représentation logarithmique ou aléatoire.

Nous avons choisi de discuter ces conclusions en présentant plus en détail les résultats de deux enfants.

- L'enfant n°26 a un profil stable sur les deux ans : ses représentations analogiques sont proches du modèle logarithmique.

N	Approximations linéaires/log CE2					Approximations linéaires/log CM1				
	PAE	R2lin	Pente	R2log	profil	PAE	R2lin	Pente	R2log	profil
26	20,58%	0,7361	0,73	0,9517	Log	25,82%	0,6404	0,70	0,9488	Log

Tableau n° 10.3.a: Profil LN enfant n°26



Graphique 10.3.a: LN enfant n°26 en CE2

Graphique 10.3.b: LN enfant n°26 en CM1

Entre le CE2 et le CM1, cet enfant n'a pas affiné la qualité de sa représentation des nombres. Elle est stable et encore assez éloignée d'une représentation linéaire.

Il est alors intéressant d'observer l'évolution de ses résultats aux différentes épreuves proposées.

N°	PBO /6		PBE/8		PBT/14		TRANS/34		COMP/9		CM		OPE	
	CE	CM	CE	CM	CE	CM	CE	CM	CE	CM	/26	/28	/5	/8
26	3	5	2	4	5	9	31	28	9	9	14	22	4	3

Tableau 10.3.b: Scores CE2/CM1 enfant n°26

Les résultats de CE2 en résolution de problèmes montrent un niveau inférieur à la moyenne (moyenne cohorte CE2 PBO 3.1/6, PBE 3.3/8). En CM1, cet enfant a progressé, notamment en PBO où il se situe désormais nettement au-dessus de la moyenne de la cohorte (3,8/6) et en calcul mental (moyenne cohorte à 20,8/28), alors même qu'il garde un profil stable de type logarithmique à l'épreuve de la ligne numérique.

Ce cas prend donc le contrepied de notre hypothèse et de nos analyses par profil. Il montre que la qualité de la représentation analogique ne détermine pas à elle seule la prédiction des performances arithmétiques. D'autres facteurs comme l'attention, le raisonnement, le gain de maturité pour la compréhension d'énoncés ou la récupération des faits arithmétiques en mémoire font probablement aussi partie des éléments qui contribuent à l'amélioration de sa performance arithmétique.

Cependant, si cet enfant était amené à bénéficier d'actions rééducatives, on pourrait tenter d'affiner sa représentation analogique. Sur le modèle des travaux de Ramani, Siegler et coll. (2012) [71], il pourrait être envisagé de lui faire pratiquer différents jeux avec des échelles de

nombre de plus en plus élevés, et de valider si sa représentation analogique se précise et améliore d'autant ses performances arithmétiques.

- L'enfant n°41 est un cas assez atypique, déjà présenté dans le mémoire de David-Cazeilles et Desmichelle-Keraudy (2011) [28].

Sur le plan de la représentation analogique, cet enfant passe d'un profil ni lin ni log à un profil plutôt linéaire, entre le CE2 et le CM1.

N	Approximations linéaires/log CE2					Approximations linéaires/log CM1				
	PAE	R2lin	Pente	R2log	profil	PAE	R2lin	Pente	R2log	profil
41	13,52%	0,6987	0,67	0,6341	Ni lin ni log	13,57%	0,7872	0,82	0,6138	Lin

Tableau n° 10.3.c: Profil LN enfant n°41

L'évolution de ses performances aux différentes épreuves est contrastée.

N°	PBO /6		PBE/8		PBT/14		TRANS/34		COMP/9		CM /26 /28		OPE /5 /8	
	CE	CM	CE	CM	CE	CM	CE	CM	CE	CM	CE	CM	CE	CM
41	0	1	1	1	1	2	17	26	7	9	13	18	1	4

Tableau 10.3.d: Scores CE2/CM1 enfant n°41

En CE2 comme en CM1, l'enfant n°41 a des performances particulièrement chutées en résolution de problèmes, que ce soit en modalité orale ou écrite. En revanche, ses performances sur les autres variables, qui étaient faibles en CE2 (percentile 20 en calcul mental, percentile 5 en transcodage, percentile 10 en comparaison), se sont améliorées en CM1 (percentile 30 en cm, percentile 15 en transcodage, score max en comparaison).

On constate l'amélioration des performances sur plusieurs variables indépendantes, sans répercussion sur la variable dépendante qu'est la résolution de problèmes. Ce cas illustre les données de la littérature concernant les difficultés propres à l'exercice de résolution de problèmes. La réussite de cet exercice est très dépendante des données linguistiques et de la compétence langagière. Or cet enfant a été suivi en orthophonie pour troubles d'acquisition du langage écrit. On voit bien que maîtriser les codes et leur rapport aux quantités ne suffit pas pour réussir en mathématiques.

Ce cas montre aussi toutes les limites à choisir, comme seule variable représentative de la performance arithmétique, la résolution de problèmes.

Dans le cadre d'éventuelles actions de rééducation logico-math, indépendamment du travail à effectuer sur le langage, on pourrait travailler selon deux axes: la représentation analogique, afin de s'assurer de la stabilité de la linéarité de ses représentations, et la compréhension du système numérique et des codes utilisés (verbal et indo-arabe). En effet, si ses résultats se sont améliorés entre le CE2 et le CM1, il conserve néanmoins un niveau moyen par rapport à la cohorte ; ses scores aux épreuves de transcodage ou de calcul mental, révèlent que les mécanismes ne sont pas automatisés, voire pas compris. Le travail mené sur l'appropriation des codes, parallèlement à la représentation analogique devrait l'aider à construire des liens cohérents entre les trois représentations du nombre.

X.4. LIMITES DE L'ETUDE

Tout d'abord, une partie importante de nos résultats et de notre analyse souligne l'importance de la qualité de la représentation analogique. Or cette représentation analogique n'a été évaluée qu'au travers d'une seule épreuve, celle de la ligne numérique. Cette épreuve n'est pas révélatrice à elle seule de la conscience du nombre. D'autres épreuves sollicitant le code analogique (par exemple estimation visuelle ou estimation qualitative et contextuelle de quantités) nous auraient sans doute permis de construire des profils plus rigoureux et plus fins.

De plus, une seule variable, le PAE, a ensuite été retenue pour appuyer nos analyses statistiques. Le fait d'avoir déterminé des profils à partir de différents coefficients (R^2_{Lin} , R^2_{Log} , pente de la droite de régression linéaire) nous a permis de mieux comprendre l'importance d'une représentation linéaire. Il aurait pu être intéressant de retenir les différents coefficients dans les traitements statistiques afin d'appuyer davantage nos conclusions.

Par ailleurs, notre mémoire s'inscrit dans une étude longitudinale initiée en 2009 avec une première batterie d'épreuves proposées en fin de GSM. La cohorte d'enfants a été testée tous les ans de la GSM au CM1, avec un souci de cohérence des épreuves d'une année sur l'autre (l'épreuve de ligne numérique a par exemple été proposée dès la GSM).

Il apparaîtrait donc aujourd'hui particulièrement intéressant d'analyser toutes les données d'un point de vue longitudinal, ce que nous n'avons pu faire, faute de place. On imagine bien l'intérêt que représentent toutes les données recueillies depuis 4 ans auprès de 48 enfants tout-

venant, données qui nécessiteraient un traitement approfondi et détaillé par enfant ou par groupe.

Il est donc dommage que notre mémoire n'ait pu exploiter davantage les données recueillies les années précédentes, ce qui aurait sans doute permis d'étayer davantage nos résultats. Cela pourrait, néanmoins, faire l'objet d'une analyse ultérieure.

XI CONCLUSION

Ce mémoire clôture une analyse longitudinale initiée en 2009 portant sur les facteurs prédicteurs des performances arithmétiques chez les enfants de la GSM au CM1. L'effectif de cette cohorte a diminué chaque année et n'est désormais plus suffisamment représentatif pour permettre la poursuite de cette étude.

Les données recueillies sur deux ans auprès des élèves scolarisés en CE2 puis en CM1 ont permis de confirmer l'importance de la capacité à connecter les diverses représentations du nombre entre elles et le poids de la qualité de la représentation analogique dans la performance arithmétique.

En CE2, le poids significatif du calcul mental et de la mémoire de travail verbale vient confirmer les travaux antérieurs effectués en CP et CE1. De plus la contribution de la représentation analogique, évaluée à travers l'épreuve de ligne numérique, se renforce par rapport au CE1. En CM1, seules deux variables arithmétiques ont une contribution significative sur la variation de la performance arithmétique: l'une associée aux traitements symboliques (transcodage), l'autre aux relations entre représentations symboliques et représentations analogiques (ligne numérique). On retrouve d'ailleurs ces deux variables dans le modèle de prédiction des performances arithmétiques en CM1.

La pérennité de la variable « ligne numérique » sur les deux années, nous a incitées à approfondir l'analyse de sa contribution : nous avons constaté que les enfants ayant une représentation des nombres proche d'un modèle linéaire ont de meilleures performances arithmétiques que les autres.

La contribution significative des deux variables, transcodage et représentation analogique, ainsi que leur qualité prédictrice, en font des éléments importants à prendre en compte dans le cadre d'actions de dépistage des enfants en difficulté d'une part, ou dans l'élaboration de pratiques rééducatives d'autre part. Dans ce sens, il serait intéressant de reprendre les données

de la cohorte finale depuis la GSM afin de bâtir un modèle prédicteur de la performance tenant compte des quatre premières années de primaire, et de s'attarder sur l'analyse longitudinale qualitative plus approfondie des cas atypiques.

Enfin, comme cela avait déjà été mis en évidence les années précédentes, cette étude a confirmé que les performances en résolution de problèmes déterminent les performances dans ce même domaine l'année suivante. Il pourrait alors être intéressant de vérifier si ce caractère déterminant s'observe entre la première et la quatrième année de primaire et dans quelle mesure.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Adams, J.W., & Hitch, G.J., (1997), Working Memory and children's mental addition. In *Journal of Experimental Child Psychology*, 67, 21-38
- [2] Andersson, U. (2010). Skill development in Different Components of Arithmetic and Basic Cognitive Functions : Findings From a 3-Year Longitudinal Study of Children With Different Types of Learning Difficulties. In *Journal of Educational Psychology*, Vol.102, n°1, 115-134
- [3] Ansari, D., Donlan, C., Thomas, M.S.C., Ewing, S.A., Peen, T., Karmiloff-Smith, A. (2003) What makes counting count? Verbal and visuo-spatial contributions to typical and atypical number development. In *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 50-62
- [4] Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G. A. Bower (Ed), *Recent advances in learning and motivation*, vol 8. New York : Academic Press.
- [5] Badian, N.A., (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In H.R. Myklebust (Ed), *Progress in learning disabilities*, vol 5, New York : Stratton
- [6] Baroody, A.J., Gannon, K.E.(1984). The development of commutativity principle and economical addition strategies. *Cognition and Instruction*, 1(3), 321-339
- [7] Baroody, A. J. (1987). Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers. *New York: Teacher's College*
- [8] Baroody, A.J., Wilkins, J. L. M., & Tiilikainen, S. H. (2003). The development of children's understanding of additive commutativity: From protoquantitative concept to general concept? In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (p. 127-160). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- [9] Barrouillet, P., Fayol M., Lathuliere, E. (1997) Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning difficulties. *International Journal of Behavioral Development*, 21, 253-275.
- [10] Barrouillet P., & Lepine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 183-204
- [11] Bisanz, J. (2003). Arithmetic development: Commentary on chapters 1 through 8 and reflections on directions. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (p. 435-452). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [12] Bloom, P., Wynn, K., (1997). Linguistic cues in the acquisition of number words. In *Journal of child language*, 24, 511-533
- [13] Booth, J.L., Siegler, R.S (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 42(1), 189-201
- [14] Booth, J.L., Siegler, R.S (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79(4), 1016-1031
- [15] Braudeau-Vuong, T., Saimond-Menez, M., (2010) *Les déterminants de la performance arithmétique de 5 ans à 7 ans*. Mémoire pour le CCO de l'Université Pierre et Marie Curie 2010, Paris
- [16] Bull, R., Scerif, G., (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: Inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology* (19), 273-293.
- [17] Butterworth, B., Zorzi, M., Girelli, L., Jonckheere, A.R., (2001) Storage and retrieval of addition facts: the role of number comparison. In *The QJ of Experimental Psychology* 54A (4), 1005-1029

- [18] Butterworth, B., Marchesini, N., Girelli, L. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization? In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (p. 189-202). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [19] Butterworth, B., (2005) Developmental dyscalculia. In *Campbell J.I.D., éd. Handbook of mathematical cognition*. New-York : Psychology Press
- [20] Camos, V., (2008). Low working Memory capacity impedes both efficiency and learning of number transcoding in children. In *Journal of Experimental Child Psychology*, 99, 37-57
- [21] Carpenter, T.P., Kepner, H., Corbitt, M.K., Lindquist, M.M., Reys, R.E., (1980). Solving verbal problems: results and implications for National Assessment. *Arithmetic Teacher*, 28, p 8-12
- [22] Censabella, S., Noel, M.-P., (2008) The inhibition capacities of children with mathematical disabilities. *Child Neuropsychology*, 14(1), 1-20
- [23] Chan, B.M., Ho, C.S., (2010). The cognitive profile of Chinese children with mathematics difficulties. In *Journal of Experimental Child Psychology* 107, 260-279
- [24] Clarks, C., Pritchard, V., Woodward, L. (2010). Preschool executive functioning abilities predict early mathematics achievement. In *Development Psychology*, 46(5), 1176-1191.
- [25] Cowan, R. (2003). Does it all add up? Changes in children's knowledge of addition combinations, strategies and principles. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (p. 35-74). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [26] D'Amico, A., Guarnera, M., (2005); Exploring working memory in children with low arithmetical achievement. *Learning and individual differences*, 15, 189-202

- [27] D'Amico, A., Passolunghi, M.C. (2009). Naming Speed and effortfull and automatic inhibition in Children with arithmetic learning disabilities. *Learning and individual Differences*, 19, 170-180
- [28] David-Cazeilles, V., & Desmichelle-Keraudy, H., (2011), *Les déterminants de la performance arithmétiques de 6 ans à 8 ans*, Mémoire pour le CCO de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris
- [29] De Corte E., Verschaffel L., (1985). Beginning first grader's initial representation of arithmetic word problems. *Journal of mathematical Behavior*, 4, 3-21
- [30] De Corte E., Verschaffel L., (1991). Confronting computer models of children's word problem solving with empirical data. In *Advances in computer-based human assessment*. New York Kluwer Academic
- [31] Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- [32] Dehaene, S. (2009). Origins of mathematical intuitions: the case of arithmetic. *Annals of the NY Academy of Sciences*, 1156, 232-259
- [33] Devidal, M., Fayol, M., Barrouillet, P., (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques, *L'Année Psychologique*, 97, 9-31
- [34] Dowker, A. (2003). Young children's estimates for addition: The zone of partial knowledge and understanding. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (p. 243-265). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [35] Fayol, M., Barrouillet, P., Renaud, A., (1996). Mais pourquoi l'écriture des grands nombres est-elle aussi difficile ? *Revue de Psychologie de l'Education*, 1, 87-107
- [36] Fayol, M., Camos, V., Roussel, J.L., (2000) Acquisition et mise en oeuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans, in *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres*, p33-58, Ed. Solal, Marseilles.

- [37] Fayol, M., Thevenot C., Devidal, M., (2005). Résolution de problème/Résolution de problèmes arithmétiques, *Approche neuropsychologique et développementale des difficultés de calcul chez l'enfant*, Marseille, Ed Solal
- [38] Fayol, M., Camos, V., (2006) Langage et Mathématiques in *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseilles, Ed Solal
- [39] Geary, D.C., Brown, S.C. Samaranayake, V.A. (1991). Cognitive addition: a short-longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental psychology*, 27 (5), 787-797
- [40] Geary, D.C., Hamson, C.O., Hoard, M.K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concepts deficits inn children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236-263.
- [41] Geary, D.C, Hoard, M.K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: *Theoretical and empirical perspectives*. In J.I.D. Campbell (Ed.), *handbook of mathematical cognition* (pp.253-268). New York, NY: Psychology Press.”
- [42] Hart, K.M., (1988). Ratio and proportion. In *Number concepts and operations in the Middle Grades*, National Concil of Teachers of Mathematics, p 198-219, Hiebert J., Behr M., Eds
- [43] Hecht, S.A., Torgesen, J.K., Wagner, R.K., & Rashotte, C.A. (2001). The relation between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: a cross-sectional study from 2nd to 5th grades, in *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192-227.
- [44] Herrera, A., Macizo, P., & Semenza, P., (2008). The role of working memory in the association between number magnitude and space. *Acta Psychology*, 128(2), 225-237
- [45] Hiebert, J., Wearne, D. (1996). Instruction, understanding and skill in multidigit addition and subtraction. *Cognition and Instruction*, 14, 251-283.

- [46] Hitch, G.J., McAuley, E. (1991). Working Memory in children with specific arithmetical learning difficulties. *British Journal of Psychology*, 82, 375-386
- [47] Imbo, I., Vandierendonck, A.(2007). The development of strategy use in elementary school children : working memory and individual differences. In *Journal of Experimental Child psychology*, 96(4), 284-309.
- [48] Isaacs, E. B., Vargha-Khadem, F., (1989). Differential course of Development of spatial and verbal memory span: a normative study. In *British Journal of Developmental Psychology*, 7, 377-380
- [49] Jarlegan, A., Fayol, M., Barrouillet, P., (1996). De soixante douze à 72 et inversement: une étude du transcodage chez les enfants de 7 ans. In *Revue de psychologie de l'Education*, 3, 87-107
- [50] Jordan, N.C., Hanish, L.B.,& Kaplan, D.(2003a). Arithmetic fact mastery in young children : A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103-119
- [51] Klein, J.S., Bisanz J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: the concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54, 105-116
- [52] Krajewski, K., Schneider, W., (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visuo-spatial working memory, and preschool quantity-numbers competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-years longitudinal study. In *Journal of Experimental Child Psychology* 103, 516-531
- [53] Lefevre, J., Sadesky, G.S., & Bisanz, J. (1996b). Selection of procedures in mental addition : Reassessing the problem size effect in adults. In *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition*, 22, 216-230

- [54] Lemaire, P., Barret, S., Fayol, M., & Abdi, H., (1994). Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. In *Journal of Experimental Child Psychology* 57, 224-258
- [55] McCloskey, M., Caramazza, A., Basili, A., (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171-196
- [56] Mazeau, M. (2005). Troubles spécifiques des apprentissages: dyslexies, dysorthographies, dyscalculies. Dans M. Mazeau, *Neuropsychologie et troubles des apprentissages: du symptôme à la rééducation*. (pp. 229-280). Paris: Masson
- [57] Mazzocco, M. M., Thompson, R.E., (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. In *Learning Disabilities Research and Practice* 20 (3) 142-155
- [58] Menissier, A., (2011). Analyser, comprendre et travailler les problèmes arithmétiques, in *Calcul et Dyscalculies, Entretiens de Médecine Physique et de Réadaptation (168p)*, Elsevier Masson
- [59] Meyer, M.L., Salimpoor, V.N., Wu, S.S., Geary, D.C., Menon, V. (2010). Differential contributions of specific working memory components to mathematics achievement in 2nd and 3rd graders. *Learning and Individual Differences*, 20 (2), 101-109
- [60] Mirte, S. Van Galen, P. Reitsma (2008). Developing access to number magnitude : A study of the SNARC effect in 7- to 9-year-olds. In *Journal of Experimental Child Psychology* 101, 99-113
- [61] Miyake, A., Friedman , N., Emerson , M., Witzk, M., Howerter , A., & Wager , T. (2000). The Unity and Diversity of Executive Functions and Their Contributions to Complex “Frontal Lobe” Tasks: A Latent Variable Analysis. In *Cognitive Psychology*, 41, 49-100.
- [62] Mundy, E., Gilmore, C.(2009). Children’s mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. In *Journal of Experimental Child psychology* 103, 490-502

- [63] Noel, M.-P., (2000). La dyscalculie développementale: un état de la question. In *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres*, 59-80, Ed. Solal, Marseilles.
- [64] Noel M.-P., (2004) Contraintes mnésiques dans le calcul chez l'adulte et l'enfant en développement, in Metz Lutz, M.-N., Demont, E., Seegmuller, C., De Agostini M., Bruneau N., *Développement cognitif et troubles des apprentissages*, Ed. Solal, Marseilles .
- [65] Noël, M.-P., Seron, X., Trovarelli, F. (2004). Working memory as a predictor of addition skills and addition strategies in children. In *Cahiers de Psychologie Cognitive*, 22(1), 3-25.
- [66] Noel M.-P., (2009) Counting on working memory when learning to count and to add : a preschool study. *Developmental Psychology*, vol 45, n°6
- [67] Norman, D.A., Shallice, T. (1986). Attention to action: Willed and automatic control of behaviour. In R. J. Davidson, G. E. Schwartz, D. Shapiro (Eds.), *Consciousness and Self-Regulation: Advances in Research and Theory*. Plenum Press, 1986.
- [68] Passolunghi, M.C., Cornoldi C , De Liberto S., (1999) Working memory and intrusions of irrelevant information in a group of specific poor problem solvers. In *Memory and Cognition*, 27, 779-90
- [69] Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., Dehaene, S., (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53, 293-305
- [70] Portrat, S., Camos, V., Barrouillet, P. (2009). Working memory in children : A time-constrained functioning similar to adults. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102, 368-374.
- [71] Ramani, G.B , Siegler, R.S & Hitti, A., (2011). Reducing the gap in numerical knowledge between low-and middle-income preschoolers. *Journal of Applied developmental Psychology*, 32, 146-159.

- [72] Riley M.S., Greeno J.G., Heller J.I., (1983), Development of children's problem solving ability in arithmetic, In Ginsbourg HP, *The development of mathematical thinking*, New York Academic Press
- [73] Rosenthal D.J.A., Resnick L.B., (1974), Children's solution processes in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology* 66, 817-825
- [74] Rotzer, S., Loenneker, T., Kucian, K., Martin, E., Klaver, P., Von Aster, M., (2009). Dysfunctional neural network of spatial working memory contributes to developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, 47 (13), 2859-2865.
- [75] Rourke, B.P., (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: a neuropsychological perspective. *Journal of Learning Disabilities*, 26, 214-226
- [76] Roussel J.L., Fayol, M., Barrouillet, P. (2002). Procedural vs. Direct retrieval strategies in arithmetic : a comparison between additive and multiplicative problem solving. In *European Journal of cognitive psychology*, 14(1), 61-104.
- [77] Rousselle, L., Noel, M.-P., (2007). Basic numerical skills in children with mathematical learning disabilities : a comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. In *Cognition*, 102 (3), 361-395.
- [78] Sarnecka, B.W., Gelman, S.A., (2004). Six does not just mean a lot: Preschoolers see number words as specific. In *Cognition*, 92(3), 329-352
- [79] Schwarz J.L., (1988). Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations. In *Number concepts and operations in the Middle Grades*, National Council of Teachers of Mathematics, p41-52, Hiebert J., Behr M., Eds
- [80] Semenza C., Miceli L., Girelli L., (1997). A deficit for arithmetical procedures : lack of knowledge or lack of monitoring? *Cortex*, 33, 483-498
- [81] Seron, X., Fayol, M., (1994) Number transcoding in children : a functional analysis. In *British Journal of Developmental Psychology*, 12, 281-300

- [82] Seron, X., Pesenti, M., (2000). Neuropsychologie des troubles du calcul : une introduction. In *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres*, p85-125 Ed. Solal, Marseilles
- [83] Siegler, R.S., (1987). The perils of averaging data over strategies : an example from children's addition. *Journal of experimental psychology: General*, 116, 250-264.
- [84] Siegler, R.S., (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press (278p)
- [85] Siegler, R.S., Opfer, J.E., (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. In *Psychological Science*, 14, 237-43 Carnegie Mellon University
- [86] Staszewski, J.J (1988). Skilled memory and expert mental calculation. In *M.T.H. Chi, Glaser, R. & M.J. Farr (Eds), The nature of expertise*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- [87] Van Der Sluis S., De Jong P.F., Van Der Leij A. (2004), Inhibition and Shifting in children with learning deficits in arithmetic and reading. In *Journal of Experimental Child Psychology* 87, 239-66.
- [88] Vergnaud G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne : Peter Lang
- [89] Von Aster, M., (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculations: varieties of developmental dyscalculia. In *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, II/41- II/57.
- [90] Von Aster, M., Dellatollas, G., (2005) Manuel Zarecki-R: batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant. Paris: ECPA.
- [91] Von Aster, M., Shalev R.S., (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology* 49, 868-73

[92] Zesiger, P., (2009). Les troubles de l'attention et des fonctions exécutives. In M. Poncelet, S. Majerus, & M. Van Der Linden, *Traité de neuropsychologie de l'enfant* (pp. 331-353). Marseille: Solal.

Livres de référence

- Barrouillet P., Camos V., (2006). *La Cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Ed Solal 239 p.
- Dehaene, S. (2010) *La Bosse des Maths, 15 ans après*. Paris : Ed. Odile Jacob, 377 p.
- Habib, M., Noel M-P., George-Poracchia F., Brun V., (2011). Calcul et Dyscalculies, Des modèles à la rééducation, *Entretiens de Médecine Physique et de Réadaptation*, Elsevier Masson 168p.

Tests

- Zareki-R : Batterie pour l'évaluation des nombres et du calcul chez l'enfant. ECPA (2005)
- Numerical : Test neurocognitif pour l'apprentissage du nombre et du calcul. Institut de psychologie, Université de Lausanne (2000)

Nous soussignées Florence Delaballe et Elodie Taverne, déclarent être pleinement conscientes que le plagiat de documents ou d'une partie d'un document publiés sur toutes formes de support, y compris l'Internet, constitue une violation des droits d'auteur ainsi qu'une fraude caractérisée. En conséquence, nous nous engageons à citer toutes les sources que nous avons utilisées pour écrire ce mémoire.

LISTE DES ANNEXES

Annexe 0 : Normes empans (Isaac et Vargha-Khadem, 1989)

Annexe 1 : Tableau récapitulatif des épreuves avec items CE2 et CM1

Annexe 2 : Tableau de données CE2

Annexe 3 : Tableau de données CM1

Annexe 4 : Analyse descriptive Transcodage

Annexe 5 : Analyse descriptive Calcul Mental

Annexe 6 : Analyse descriptive Calcul Ecrit

Annexe 7 : Analyse descriptive Empans

Annexe 8 : Analyse descriptive Comparaison de Nombres Ecris

Annexe 9 : Analyse descriptive Résolutions de problèmes

Annexe 10 : Analyse ANOVA selon profil de ligne numérique

Annexe 11 : Historique des épreuves de la GSM au CM1

GLOSSAIRE

ANNEXE 0 : NORMES EMPANS (Isaac et Vargha-Khadem, 1989)

Age (n=32)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Measure									
DF Digit Forward	5.2 (0.8)	5.7 (1.1)	5.8 (1.1)	6.1 (1.4)	6.1 (1.3)	5.8 (1.5)	6.2 (1.3)	6.3 (1.1)	6.7 (1.2)
DB Digit Backward	3.2 (0.6)	3.6 (1.0)	3.8 (1.1)	3.8 (1.3)	4.5 (1.5)	4.3 (1.1)	4.4 (1.4)	4.0 (1.1)	4.8 (1.1)
BF Block Forward	4.1 (0.8)	4.7 (0.9)	4.7 (0.8)	5.3 (0.9)	5.3 (0.7)	5.4 (0.8)	5.4 (1.0)	5.4 (0.9)	5.6 (0.9)
BB Block Backward	3.9 (1.2)	4.5 (1.2)	4.7 (1.3)	4.6 (1.1)	5.1 (0.9)	5.0 (0.8)	5.4 (0.9)	5.2 (1.1)	5.5 (1.0)

Tableau n° 2.1: Moyennes et Ecart-Type des nombres d'items rappelés

Isaac et Vargha-Khadem (1989)

ANNEXE 1 : RECAPITULATIF DES EPREUVES CE2 - CM1

PASSATION INDIVIDUELLE ORALE						
	CE2			CM1		
Block Tapping Test de Corsi						
2 séries par item, idem CE2 CM1						
Empan visuo-spatial endroit (EVSEND) (blocs n°)	item 1.1 4 . 8 2 . 9	item 1.2 1 . 5 . 3 7 . 2 . 4	item 1.3 2 . 6 . 7 . 1 3 . 9 . 4 . 6	item 1.4 7 . 5 . 8 . 2 . 9 3 . 1 . 4 . 6 . 2	item 1.5 3 . 1 . 9 . 7 . 2 . 4 5 . 8 . 6 . 1 . 4 . 2	item 1.6 9 . 1 . 4 . 6 . 7 . 3 . 4 2 . 8 . 6 . 1 . 5 . 3 . 9
Dictée de nombres						
	item 2.1: 1200			item 2.1: 1200		
	item 2.2: 503			item 2.2: 4658		
	item 2.3: 169			item 2.3: 3092		
	item 2.4: 4658			item 2.4: 2608		
	item 2.5: 756			item 2.5: 4009		
	item 2.6: 689			item 2.6: 32541		
	item 2.7: 3092			item 2.7: 46099		
	item 2.8: 2608			item 2.8: 99002		
	item 2.9: 4009			item 2.9: 40003		
Répétition de chiffres à rebours						
3 séries par item, idem CE2 CM1						
Empan auditif envers (EA)	item 3.1 3 . 5 8 . 2 4 . 7	item 3.2 5 . 6 . 8 7 . 4 . 9 9 . 3 . 1	item 3.3 6 . 2 . 3 . 9 3 . 7 . 4 . 2 8 . 3 . 6 . 1	item 4.4 6 . 3 . 5 . 1 . 4 5 . 2 . 9 . 3 . 7 8 . 6 . 2 . 9 . 4		
Problèmes arithmétiques présentés oralement						
	PBO1	Pierre a 16 billes. Il en a trois de plus qu'Anne. Combien Anne a-t-elle de billes?				
	PBO2	J'ai 24 images. Mon frère a 2 fois moins d'images que moi. Combien mon frère a-t-il d'images?				
	PBO3	Isidore joue aux billes. Au début il en gagne 6; puis il en perd 8. Au total, en a-t-il plus gagné ou plus perdu? Et combien?				
	PBO4	A chaque table de cantine il y a 4 places. Combien faut-il de tables pour accueillir 12 enfants?				
	PBO5	3 garçons ont chacun 5 billes. Combien de billes ont-ils à eux tous?				
	PBO6	8 billes ont été réparties également entre 4 enfants. Combien chacun a-t-il de billes?				
Lecture de nombres						
	item 5.1: 15			item 5.1: 1900		
	item 5.2: 57			item 5.2: 6485		
	item 5.3: 1900			item 5.3: 8071		
	item 5.4: 305			item 5.4: 1090		
	item 5.5: 138			item 5.5: 9006		
	item 5.6: 6485			item 5.6: 23415		
	item 5.7: 687			item 5.7: 98070		
	item 5.8: 969			item 5.8: 10900		
Calcul mental oral						
Additions	item 6.1: 5+8					
	item 6.2: 15+12					
	item 6.3: 13+19					
	item 6.4: 14+8					
Soustractions	item 6.5: 17-5					
	item 6.6: 14-6					
	item 6.7: 24-17					
	item 6.8: 18-11					
Multiplications	item 6.9: 15-9					
	item 6.10: 4*5			item 6.10: 4*5		
	item 6.11: 3*4			item 6.11: 3*4		
	item 6.12: 5*3			item 6.12: 6*9		
	item 6.13: 4*4			item 6.13: 18*100		
				item 6.14: 3*11		
Ligne Numérique						
22 items, idem CE2 CM1						
3, 52, 7, 391, 962, 438, 19, 690, 158, 760, 502, 475, 874, 346, 721, 907, 586, 103, 240, 613, 297, 835						
Block Tapping Test de Corsi						
2 séries par item, idem CE2 CM1						
Empan visuo-spatial envers (EVSENV) (blocs n°)	item 8.1 4 . 8 2 . 9	item 8.2 1 . 5 . 3 7 . 2 . 4	item 8.3 2 . 6 . 7 . 1 3 . 9 . 4 . 6	item 8.4 7 . 5 . 8 . 2 . 9 3 . 1 . 4 . 6 . 2	item 8.5 3 . 1 . 9 . 7 . 2 . 4 5 . 8 . 6 . 1 . 4 . 2	item 8.6 9 . 1 . 4 . 6 . 7 . 3 . 4 2 . 8 . 6 . 1 . 5 . 3 . 9

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

PASSATION COLLECTIVE ECRITE		CE2	CM1
Problèmes arithmétiques (page1)	PBE1	Tom a 11 billes. Il en a 6 de plus que Léo. Combien Léo a-t-il de billes?	
	PBES4	Dans une salle de cinéma, il y a des rangées de 8 places. Pour un groupe de 32 enfants, combien de rangées faut-il?	
	PBES3	Tom joue aux cartes. Au début il en gagne 23, puis il en perd 14. Au total en a-t-il plus gagnées ou plus perdues? Et combien?	
	PBE2	J'ai 16 images. Marie en a 2 fois moins que moi. Combien Marie a-t-elle d'images?	
Comparaison de nombres écrits (p 2)	item 2.a:	8969 / 53221	item2.a: 8969 / 53221
	item 2.b:	6042 / 6420	item 2.b: 511 / 298
	item 2.c:	1007 / 1070	item 2.c: 20813 / 28013
	item 2.d:	511 / 298	item 2.d: 35061 / 36051
	item 2.e:	654 / 546	item 2.e: 70260 / 7689
	item 2.f:	20813 / 28013	item 2.f: 2607 / 2706
	item 2.g:	201 / 102	item 2.g: 1239521 / 1239499
	item 2.h:	347 / 947	item 2.h: 899001 / 900000
	item 2.i:	35061 / 36051	item 2.i: 9807 / 13542
Calcul écrit (p3)		item 3.a:	323 - 114 (en ligne)
		item 3.b:	114 + 209 (en ligne)
		item 3.c:	19 + 23 (en colonne)
		item 3.d:	51 + 83 (en colonne)
		item 3.e:	149 - 65 (en colonne)
			item 3.f: 84 * 37 (en colonne)
Problèmes arithmétiques (page4)	PBE3	Isidore joue aux billes. Au début il en gagne 3, puis il en perd 7. Au total en a-t-il plus gagnées ou plus perdues? Et combien?	
	PBE4	A une table de cantine il y a 5 places. Combien faut-il de tables pour accueillir 15 enfants?	
	PBES1	Pierre a 142 images. Il en possède 31 de moins que Sophie. Combien Sophie a-t-elle d'images?	
	PBES2	Tom a 90 billes. Pierre a 2 fois plus de billes que Tom. Combien Pierre a-t-il de billes?	
<i>en italique: les items supprimés en CM1</i>			
en gras: les items rajoutés en CM1			

ANNEXE 2 : TABLEAU DE DONNEES CE2

n° enfant	âge en mois	EVSEND (sur 12)	EVSENV (sur 12)	EA (sur 12)	DICNB (sur 18)	LECNB (sur 16)	COMP (sur 9)	OPE (sur 5)	ADD (sur 8)	SOUS (sur 10)	MULT (sur 8)	CM (sur 26)
1	95	7	8	9	18	16	9	3	8	8	8	24
2	95	8	5	6	16	16	9	5	8	2	6	16
3	104	8	5	7	15	16	9	4	6	6	8	20
5	95	6	6	10	18	16	9	5	8	8	7	23
7	104	6	6	4	18	16	9	4	6	8	4	18
8	105	9	8	9	17	16	9	5	8	10	8	26
9	105	7	8	3	18	16	9	4	6	6	4	16
10	103	7	6	3	14	13	8	3	8	6	8	22
11	105	8	7	10	15	16	9	2	8	8	4	20
12	97	7	9	5	16	13	9	3	6	4	8	18
13	104	6	3	7	8	14	4	3	0	1	8	9
14	99	7	4	6	17	16	9	3	5	8	8	21
17	95	7	8	6	16	13	1	4	2	4	8	14
18	97	5	6	9	15	15	8	4	6	5	6	17
20	101	9	8	5	17	15	9	3	4	6	6	16
21	102	7	6	7	16	16	9	5	8	9	4	21
22	95	7	7	9	17	15	8	5	8	6	8	22
23	105	7	7	5	18	16	9	3	8	9	8	25
26	94	7	7	6	15	16	9	4	4	4	6	14
27	95	5	6	5	15	16	9	4	4	8	6	18
29	105	9	11	8	18	16	9	5	8	9	8	25
30	105	4	4	7	8	8	5	0	2	0	0	2
33	96	9	7	9	16	16	9	2	8	4	4	16
36	101	7	6	8	18	16	9	4	8	7	8	23
41	104	8	8	6	6	11	7	1	4	3	6	13
42	102	5	4	5	16	16	8	4	6	10	8	24
43	103	7	5	8	16	16	9	4	6	8	7	21
44	103	6	6	7	18	16	9	5	8	10	8	26
50	102	8	8	6	14	16	9	4	4	7	8	19
51	107	9	9	9	18	16	9	5	7	8	8	23
54	116	10	6	6	4	8	8	2	4	0	0	4
55	101	7	10	12	13	12	8	2	8	10	8	26
56	101	9	10	7	17	16	8	4	2	6	4	12
57	100	7	6	8	18	12	9	2	8	5	8	21
58	99	8	9	6	18	16	8	5	8	6	8	22
59	97	7	7	3	17	16	9	4	8	2	8	18
60	104	9	8	8	16	14	7	4	7	4	8	19
61	98	7	4	5	13	16	6	1	5	1	2	8
63	101	9	7	6	14	14	9	3	8	6	6	20
65	101	8	5	7	15	16	9	4	8	6	6	20
66	100	2	2	3	9	14	8	3	4	8	8	20
67	97	10	7	6	18	15	8	4	8	9	8	25
71	98	7	4	7	15	16	8	5	4	6	4	14
72	106	7	6	6	18	14	9	5	8	6	8	22
74	107	8	9	7	18	16	8	5	7	7	8	22
78	99	7	9	6	16	14	9	5	6	4	2	12
81	101	10	9	7	15	16	9	3	6	10	8	24
83	104	6	8	8	18	16	9	4	8	9	8	25
84	97	6	6	7	18	16	8	4	6	10	8	24
85	106	9	10	9	13	16	9	3	4	10	8	22
86	101	9	8	8	14	16	9	4	8	8	8	24
87	106	8	8	6	14	16	8	3	8	2	8	18
90	97	8	7	5	18	16	9	5	6	10	8	24
91	100	6	4	10	15	16	9	3	4	2	2	0
92	95	7	5	8	18	16	8	5	6	10	8	6
94	96	7	6	6	18	16	9	2	4	6	8	6

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

n° enfant	Ligne Numérique CE2 (0-1000)				PBE				PBES2				PBETOT
	PAEmoy	R2lin	pente lin	R2log	PBE1	PBE2	PBE3	PBE4	PBES1	PBES2	PBES3	PBES4	
1	9,32%	0,862	0,83	0,752	1	0	0	1	1	0	1	1	5
2	18,16%	0,691	0,66	0,927	0	0	0	1	0	0	0	1	2
3	8,28%	0,851	0,75	0,629	1	0	0	1	1	1	0	1	5
5	18,13%	0,784	0,72	0,955	1	1	0	1	1	1	0	1	6
7	4,49%	0,963	0,96	0,650	1	1	1	0	0	1	1	1	6
8	12,29%	0,842	0,88	0,784	1	0	0	1	1	0	1	1	5
9	20,01%	0,758	0,73	0,932	1	0	0	0	1	0	0	0	2
10	25,43%	0,652	0,60	0,940	1	0	0	1	0	0	0	1	3
11	15,18%	0,702	0,62	0,721	1	0	0	0	0	0	0	0	1
12	14,78%	0,826	0,75	0,891	1	0	0	1	0	0	0	0	2
13	22,78%	0,420	0,48	0,814	0	0	1	0	0	0	0	0	1
14	5,95%	0,948	0,91	0,732	1	0	1	1	1	0	1	0	5
17	5,04%	0,965	0,86	0,684	1	0	0	1	1	0	0	1	4
18	15,86%	0,684	0,45	0,621	1	0	0	1	1	0	1	1	5
20	8,38%	0,885	0,80	0,652	1	0	0	1	0	0	0	0	2
21	16,89%	0,809	0,73	0,959	1	1	0	1	1	1	0	0	5
22	8,88%	0,892	0,71	0,666	0	1	0	1	1	1	0	1	5
23	10,03%	0,665	0,74	0,526	0	0	0	0	1	0	1	0	2
26	20,58%	0,736	0,73	0,952	0	0	0	1	1	0	0	0	2
27	19,08%	0,799	0,73	0,928	0	0	0	1	1	0	1	1	4
29	7,59%	0,650	0,78	0,532	1	1	0	1	1	1	1	1	7
30	26,32%	0,176	0,35	0,176	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	9,18%	0,926	0,73	0,733	1	0	0	1	1	0	0	1	4
36	17,89%	0,636	0,54	0,894	1	0	0	0	1	0	0	0	2
41	13,52%	0,699	0,67	0,634	0	0	1	0	0	0	0	0	1
42	15,16%	0,703	0,50	0,788	1	0	0	0	0	0	0	0	1
43	10,51%	0,808	0,68	0,748	1	1	0	1	1	0	0	1	5
44	15,05%	0,703	0,61	0,802	0	0	0	0	1	1	1	1	4
50	12,50%	0,767	0,71	0,769	0	0	0	1	1	0	1	0	3
51	6,69%	0,872	0,79	0,644	1	1	0	0	1	1	0	1	5
54	25,42%	0,675	0,72	0,907	0	0	0	0	1	1	0	0	2
55	32,58%	0,518	0,73	0,887	0	0	0	1	1	0	0	1	3
56	12,42%	0,821	0,66	0,768	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	17,25%	0,608	0,50	0,897	1	0	0	1	0	0	0	1	3
58	8,33%	0,845	0,77	0,743	1	1	0	1	1	0	1	1	6
59	18,38%	0,685	0,58	0,929	1	0	0	1	0	1	0	0	3
60	17,58%	0,743	0,69	0,893	0	0	0	0	1	0	0	0	1
61	16,52%	0,710	0,71	0,816	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	13,34%	0,766	0,58	0,782	0	0	0	1	1	1	0	0	3
65	7,17%	0,918	0,85	0,675	1	0	0	0	1	1	0	1	4
66	19,07%	0,534	0,56	0,806	0	0	1	1	0	0	0	0	2
67	15,35%	0,610	0,62	0,552	1	0	0	1	1	0	1	1	5
71	26,48%	0,344	0,44	0,768	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	5,37%	0,959	0,95	0,629	0	1	1	1	1	1	1	1	7
74	16,76%	0,697	0,56	0,849	0	0	0	1	0	1	1	1	4
78	17,02%	0,708	0,57	0,959	0	0	0	1	1	0	1	0	3
81	13,97%	0,820	0,75	0,902	1	1	1	1	1	1	1	0	7
83	10,98%	0,773	0,68	0,725	1	0	0	1	1	1	0	1	5
84	7,47%	0,911	0,97	0,562	1	0	0	1	1	0	1	0	4
85	8,93%	0,838	0,74	0,634	1	0	0	1	1	1	0	0	4
86	19,68%	0,736	0,68	0,867	0	0	0	1	0	0	0	0	1
87	18,13%	0,742	0,72	0,941	0	0	0	1	0	0	1	1	3
90	13,91%	0,762	0,60	0,814	1	1	0	1	0	1	1	0	5
91	33,56%	0,530	0,61	0,942	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	16,23%	0,755	0,66	0,885	1	0	0	0	1	1	0	0	3
94	16,26%	0,608	0,52	0,438	0	0	0	1	1	0	0	1	3

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

n° enfant	PBO (sur 6)							SRPBO (sur 30)						
	PBO1	PBO2	PBO3	PBO4	PBO5	PBO6	Total	SRPBO1	SRPBO2	SRPBO3	SRPBO4	SRPBO5	SRPBO6	Total
1	1	0	0	1	1	1	4	5	0	3	4	5	5	22
2	1	0	0	1	1	1	4	4	0	0	5	5	4	18
3	0	1	0	1	1	1	4	3	4	0	5	5	4	21
5	1	1	0	0	1	1	4	5	5	0	3	5	4	22
7	1	1	0	1	1	0	4	5	5	0	5	5	0	20
8	0	0	1	1	1	1	4	0	0	5	5	5	4	19
9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	3	5	8
10	1	0	0	0	1	1	3	5	0	3	0	5	3	16
11	1	1	1	0	1	1	5	5	5	4	0	5	4	23
12	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	5	4	5	14
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	0	0	0	1	1	3	5	0	0	3	5	5	18
17	0	0	0	1	1	1	3	3	0	0	5	5	5	18
18	1	0	1	1	1	1	5	4	0	5	5	5	4	23
20	1	0	0	1	1	1	4	4	0	3	5	5	5	22
21	1	1	0	1	1	1	5	4	5	0	5	5	4	23
22	0	1	0	1	1	1	4	0	5	0	5	5	5	20
23	1	0	0	0	1	0	2	5	0	0	3	5	0	13
26	1	0	0	1	1	0	3	4	0	0	5	5	0	14
27	1	0	0	0	0	1	2	4	0	3	0	3	4	14
29	0	1	1	1	1	1	5	0	5	5	5	5	5	25
30	0	0	0	0	0	1	1	3	0	0	0	0	5	8
33	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
36	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	5	5
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	1	0	1	0	1	3	3	5	0	5	3	5	21
43	0	1	1	1	1	1	5	3	2	5	4	5	2	21
44	0	0	0	1	1	1	3	3	0	0	5	5	5	18
50	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	5	5	5	15
51	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	1	0	0	1	1	1	4	4	0	0	4	5	4	17
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
58	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
59	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	4	5	9
60	1	0	0	1	1	1	4	4	0	0	5	5	5	19
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	6
63	0	1	0	0	1	1	3	0	4	0	0	5	5	14
65	1	0	1	1	1	1	5	5	0	4	5	5	4	23
66	0	0	0	1	0	0	1	0	0	3	5	3	0	11
67	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	4	4	5	13
71	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	5	0	5
72	0	1	1	1	1	1	5	0	5	4	5	5	5	24
74	1	0	0	0	1	1	3	5	0	3	3	4	5	20
78	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	4	19
81	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
83	1	0	0	1	1	1	4	4	3	0	5	5	5	22
84	0	0	0	1	1	0	2	0	0	0	5	5	0	10
85	0	1	0	1	1	1	4	0	5	0	5	5	5	20
86	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	5	3	4	12
87	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	5	5	10
90	0	1	0	1	1	1	4	0	5	0	5	5	4	19
91	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	3	5	5	13
92	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
94	1	0	0	1	0	0	2	4	0	0	4	0	3	11

ANNEXE 3 : TABLEAU DES DONNEES CMI

n° enfant	âge en mois	EVSEND (sur 12)	EVSENV (sur 12)	EA (sur 12)	DICNB (sur 18)	LECNB (sur 16)	COMP (sur 9)	OPE (sur 8)	ADD (sur 8)	SOUS (sur 10)	MULT (sur 10)	CM (sur 28)
1	107	9	10	7	17	15	9	7	8	10	10	28
2	106	7	5	5	17	14	9	3	6	6	8	20
3	115	9	7	7	18	16	9	4	8	9	9	26
5	107	9	8	9	17	15	9	6	8	10	10	28
7	116	7	8	7	15	16	9	8	8	10	10	28
8	116	6	6	9	18	15	9	5	8	10	10	28
9	117	8	7	6	18	16	9	6	8	10	10	28
10	114	9	7	9	18	14	9	4	4	10	8	22
11	118	9	8	6	16	16	9	3	6	8	8	22
12	108	6	8	9	14	14	9	5	8	8	8	24
13	116	7	3	7	15	15	8	7	8	4	8	20
14	111	10	6	9	16	16	9	8	6	10	10	26
17	107	6	5	5	17	15	9	7	8	9	8	25
18	109	6	5	9	18	14	9	7	6	6	10	22
20	113	9	11	6	17	15	8	6	8	8	10	26
21	114	7	7	10	18	16	9	4	8	8	10	26
22	107	6	7	11	18	16	9	8	8	10	10	28
23	115	7	10	9	18	16	8	7	8	10	8	26
26	106	9	7	6	14	14	9	3	8	6	8	22
27	107	5	6	6	17	16	9	3	2	8	8	18
30	117	5	5	6	5	3	6	2	6	6	2	14
33	119	10	9	7	18	16	9	5	8	6	10	24
36	113	6	6	6	16	16	9	6	8	8	10	26
41	116	7	7	6	10	16	9	4	8	4	6	18
42	113	5	8	5	17	16	8	6	8	4	10	22
43	114	6	7	10	18	16	9	5	8	10	8	26
50	114	7	8	8	14	16	9	6	8	8	8	24
51	118	10	6	9	17	16	9	5	8	6	8	22
54	126	8	8	5	5	6	6	2	2	2	2	6
55	113	7	6	5	11	13	9	2	4	6	2	12
56	113	8	10	7	18	16	9	3	0	10	6	16
57	112	6	5	8	16	11	8	3	8	7	2	17
60	116	8	10	7	18	15	9	5	8	6	2	16
61	110	6	6	3	12	14	8	3	6	0	4	10
63	113	7	9	5	18	15	7	5	4	6	8	18
65	112	8	9	7	14	15	9	4	6	6	8	20
66	112	6	6	3	11	9	9	3	8	4	8	20
71	110	8	6	3	11	13	9	5	6	8	6	20
72	116	6	6	7	16	13	9	8	8	7	10	25
74	118	6	7	9	16	15	9	4	8	8	6	22
81	113	10	7	9	15	16	9	2	6	10	8	24
83	118	9	6	9	17	16	8	5	8	10	8	26
85	118	10	10	7	16	14	9	6	8	8	10	26
86	113	8	8	7	11	13	9	2	6	6	6	18
87	118	11	5	6	16	13	9	7	4	5	6	15
91	112	7	4	7	15	15	9	1	4	6	7	4
92	108	7	7	9	17	16	9	5	6	10	8	6
94	108	6	6	5	16	14	9	4	6	8	10	6

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

n° enfant	Ligne Numérique CM1 (0-1000)				PBE				PBES2				PBETOT
	PAEmoy	R2lin	pente lin	R2log	PBE1	PBE2	PBE3	PBE4	PBES1	PBES2	PBES3	PBES4	
1	5,20%	0,959	0,91	0,723	1	1	0	1	1	1	1	1	7
2	12,49%	0,846	0,59	0,825	1	0	0	1	0	0	1	0	3
3	11,91%	0,781	0,68	0,751	1	1	0	1	1	1	1	1	7
5	3,35%	0,982	0,93	0,737	1	1	0	1	1	1	0	1	6
7	2,46%	0,989	0,95	0,707	1	1	0	0	1	1	1	0	5
8	4,39%	0,987	0,89	0,704	1	1	1	1	1	1	1	1	8
9	5,55%	0,955	0,90	0,686	1	1	1	1	1	1	0	1	7
10	18,10%	0,638	0,56	0,911	1	0	0	0	0	1	0	0	2
11	21,33%	0,661	0,79	0,891	1	1	0	1	1	1	0	1	6
12	15,04%	0,721	0,55	0,697	0	0	1	1	0	0	0	0	2
13	18,33%	0,667	0,61	0,951	0	0	1	0	0	1	1	0	3
14	4,48%	0,969	0,90	0,714	1	1	0	1	1	1	1	1	7
17	7,19%	0,923	0,84	0,661	1	1	0	1	1	1	0	0	5
18	8,45%	0,886	0,83	0,559	0	0	1	0	0	1	1	0	3
20	5,21%	0,956	0,90	0,710	1	1	1	1	1	1	1	1	8
21	9,45%	0,841	0,81	0,776	1	0	1	0	1	1	1	0	5
22	4,73%	0,977	0,88	0,693	0	1	0	1	1	1	0	1	5
23	2,77%	0,987	0,98	0,707	1	1	0	1	1	1	1	1	7
26	25,82%	0,640	0,70	0,949	1	1	0	1	1	0	0	0	4
27	10,23%	0,869	0,72	0,822	1	1	0	0	1	0	0	1	4
30	19,38%	0,531	0,46	0,686	0	0	1	0	0	0	0	0	1
33	7,36%	0,934	0,84	0,673	1	1	0	1	1	1	0	0	5
36	13,20%	0,765	0,64	0,843	1	0	0	1	0	0	0	1	3
41	13,57%	0,787	0,82	0,614	0	0	0	0	1	0	0	0	1
42	13,83%	0,805	0,62	0,888	0	1	0	1	0	1	0	1	4
43	27,12%	0,629	0,27	0,579	1	1	0	1	1	1	0	1	6
50	4,97%	0,950	1,01	0,607	0	0	0	1	1	0	1	1	4
51	9,08%	0,859	0,80	0,587	1	1	0	1	1	1	0	1	6
54	18,03%	0,571	0,51	0,815	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	22,71%	0,632	0,68	0,950	1	0	0	1	1	0	0	0	3
56	12,25%	0,759	0,67	0,677	1	0	0	0	0	0	0	0	1
57	11,57%	0,816	0,62	0,781	0	0	0	1	1	1	0	1	4
60	23,08%	0,775	0,77	0,954	1	0	0	1	1	0	0	1	4
61	20,71%	0,614	0,53	0,814	0	0	1	1	0	0	0	0	2
63	9,08%	0,872	0,80	0,665	0	1	0	1	1	1	0	1	5
65	9,82%	0,914	1,00	0,514	1	1	0	1	1	1	1	1	7
66	15,42%	0,749	0,59	0,925	1	0	0	0	0	0	0	0	1
71	19,78%	0,592	0,45	0,818	1	0	0	0	0	0	0	0	1
72	3,37%	0,982	0,97	0,670	1	1	1	1	1	1	1	1	8
74	19,39%	0,691	0,64	0,963	1	0	0	1	1	0	0	0	3
81	8,12%	0,872	0,80	0,670	1	0	1	1	1	1	1	1	7
83	5,32%	0,950	0,94	0,633	1	0	1	1	1	1	1	1	7
85	12,04%	0,873	0,81	0,830	1	1	1	0	1	1	0	0	5
86	8,49%	0,924	0,74	0,799	0	0	1	0	1	1	1	0	4
87	10,85%	0,791	0,74	0,784	1	0	0	1	1	1	0	1	5
91	12,69%	0,806	0,89	0,682	1	1	0	1	0	1	0	1	5
92	10,13%	0,868	0,68	0,814	1	0	0	1	1	1	1	1	6
94	13,24%	0,657	0,84	0,455	1	1	0	1	1	0	1	1	6

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

n° enfant	PBO (sur 6)							SRPBO (sur 30)						
	PBO1	PBO2	PBO3	PBO4	PBO5	PBO6	Total	SRPBO1	SRPBO2	SRPBO3	SRPBO4	SRPBO5	SRPBO6	Total
1	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	4	24
2	1	0	0	1	1	1	4	4	0	0	5	4	5	18
3	1	1	0	1	1	1	5	4	5	0	5	5	5	24
5	0	1	0	1	1	1	4	0	5	0	5	5	5	20
7	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
8	0	0	1	1	1	1	4	0	0	5	5	5	5	20
9	0	1	1	1	1	1	5	0	5	5	5	5	5	25
10	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	5	5	5	15
11	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
12	1	0	1	1	1	1	5	5	0	5	5	4	5	24
13	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	4	0	4
14	1	1	1	1	1	1	6	5	4	5	5	5	4	28
17	0	1	0	1	1	1	4	3	5	0	5	5	5	23
18	0	0	1	1	1	0	3	0	0	5	5	4	0	14
20	1	1	1	1	1	1	6	5	4	5	5	5	4	28
21	1	0	0	1	1	1	4	4	0	0	5	5	5	19
22	0	1	0	1	1	1	4	0	5	0	5	5	5	20
23	1	1	1	1	1	1	6	4	5	5	5	5	5	29
26	1	1	0	1	1	1	5	5	4	0	5	5	4	23
27	1	1	0	0	1	1	4	5	5	0	3	5	5	23
30	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	5	5
33	0	1	0	1	1	1	4	0	5	0	5	5	5	20
36	1	0	0	1	0	0	2	5	0	0	5	3	0	13
41	0	0	0	1	0	0	1	3	0	0	5	0	0	8
42	1	1	0	1	1	1	5	4	5	0	5	5	5	24
43	0	1	0	1	1	1	4	0	4	0	5	4	4	17
50	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
51	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
54	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	4	4	8
55	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	5	5	5	15
56	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	5	0	5
57	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	5	5	10
60	1	0	0	1	1	0	3	4	0	0	5	4	0	13
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
65	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
66	0	1	0	1	1	0	3	0	1	0	5	4	0	10
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	1	1	1	1	1	1	6	4	5	5	5	5	5	29
74	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
81	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25
83	1	0	1	1	1	1	5	5	0	5	5	5	5	25
85	1	1	0	1	1	1	5	4	5	0	5	5	5	24
86	1	1	0	1	1	1	5	4	5	0	5	4	5	23
87	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	5	5	5	15
91	0	0	0	1	1	1	3	0	0	0	5	4	4	13
92	1	0	0	1	1	1	4	5	0	0	5	5	5	20
94	1	1	0	1	1	1	5	5	5	0	5	5	5	25

ANNEXE 4 : ANALYSE DESCRIPTIVE TRANSCODAGE

	Item1 (15)	Item2 (57)	Item3 (1900)	Item4 (305)	Item5 (138)	Item6 (6485)	Item7 (687)	Item8 (969)
Score moyen	2,0	2,0	1,7	1,9	1,9	1,7	2,0	1,9
Ecart type	0,0	0,0	0,7	0,4	0,4	0,7	0,2	0,4
Score 0	0%	0%	14%	2%	4%	13%	0%	4%
Score 2	100%	100%	86%	91%	93%	82%	96%	91%
Score 1	0%	0%	0%	7%	4%	5%	4%	5%
Normes(Zarecki)	100%	100%	85%	96%	96%	78%	85%	91%

Tableau 6.1.b : Scores lecture de nombres CE2 par item

	Item1 (1200)	Item2 (503)	Item3 (169)	Item4 (4658)	Item5 (756)	Item6 (689)	Item7 (3092)	Item8 (2608)	Item9 (4009)
Score moyen	1,7	1,9	1,9	1,3	1,9	1,9	1,3	1,8	1,7
Ecart type	0,6	0,5	0,2	0,8	0,5	0,5	0,9	0,6	0,6
Score 0	11%	7%	0%	20%	5%	5%	30%	11%	11%
Score 2	84%	93%	95%	54%	93%	93%	64%	89%	84%
Score 1	5%	0%	5%	27%	2%	2%	5%	0%	5%
Normes(Zarecki)	78%	89%	91%	61%	89%	87%			

Tableau 6.1.c: Scores dictée de nombres CE2 par item

En gras, les items identiques au CE2

	Item1 (1900)	Item2 (6485)	Item3 (8071)	Item4 (1090)	Item5 (9006)	Item6 (2341 5)	Item7 (9807 0)	Item8 (1090 0)
Score moyen	1,9	1,9	1,7	1,7	1,8	1,8	1,7	1,9
Ecart type	0,3	0,4	0,7	0,7	0,5	0,6	0,6	0,5
Score 0	2%	4%	10%	15%	4%	6%	10%	6%
Score 2	94%	92%	81%	85%	88%	83%	83%	92%
Score 1	4%	4%	8%	0%	8%	10%	6%	2%
Normes(Zarecki)	93%	90%						

Tableau 6.1.e : Scores lecture de nombres CM1 par item

En gras, les items identiques au CE2

	Item1 (1200)	Item2 (4658)	Item3 (3092)	Item4 (2608)	Item5 (4009)	Item6 (32541)	Item7 (46099)	Item8 (99002)	Item9 (40003)
Score moyen	1,9	1,8	1,8	1,9	2,0	1,5	1,3	1,5	1,7
Ecart type	0,3	0,6	0,6	0,4	0,1	0,7	0,7	0,7	0,7
Score 0	2%	6%	8%	4%	0%	10%	17%	15%	10%
Score 2	96%	83%	92%	94%	98%	56%	48%	67%	81%
Score 1	2%	10%	0%	2%	2%	33%	35%	19%	8%
Normes(Zarecki)	91%	84%							

Tableau 6.1.f : Scores dictée de nombres CM1 par item

ANNEXE 5 : ANALYSE DESCRIPTIVE CALCUL MENTAL

DONNEES CE2

	ADD1 (5+8)	ADD2 (15+12)	ADD3 (13+19)	ADD4 (14+8)	ADD (sur 8)
Score moyen	1,7	1,6	1,4	1,4	6,2
Ecart type	0,7	0,8	0,9	0,9	2,0
Score échec (0/2 ou 0/8)	12,5%	17,9%	28,6%	28,6%	1,8%
Score réussite (2/2 ou 8/8)	85,7%	80,4%	69,6%	67,9%	43%
Score 1 (avec répétition)	1,8%	1,8%	1,8%	3,6%	
Non Réponse	0%	2%	0%	0%	1.8%
<i>Normes score2</i>	89%	80%	61%	74%	

Tableau 6.2.1.b: Scores additions CE2 par item

	TADD1 (5+8)	TADD2 (15+12)	TADD3 (13+19)	TADD4 (14+8)
Temps max	16	20	43	23
Temps min	2	2	2	3
Temps moyen	5,9	6,9	9,9	8,3
Ecart type	3,0	3,9	7,1	3,9
Médiane	5	6	8	8
<i>Normes (en s.)</i>	7,8	8,7	13,5	7,9
Corrélation précision/tps de réponse	0,08	-0,18	-0,35	-0,12

Tableau 6.2.1.c: Temps d'exécution additions CE2 par item, en s.

	SOUS1 (17-5)	SOUS2 (14-6)	SOUS3 (24-17)	SOUS4 (18-11)	SOUS5 (15-9)	Total SOUS (sur 10)
Score moyen	1,7	1,4	0,8	1,4	1,1	6,3
Ecart type	0,6	0,9	0,9	0,9	1,0	2,8
Score échec	10,7%	30,4%	55,4%	30,4%	44,6%	4%
Score réussite (2/2 ou 10/10)	83,9%	66,1%	33,9%	69,6%	51,8%	16,1%
Score 1 (avec répétition)	5,4%	3,6%	10,7%	0,0%	3,6%	
Non Réponse	0	4%	11%	4%	9%	
<i>Normes score 2</i>	65%	54%	20%	59%	50%	

Tableau 6.2.1.d: Scores soustractions CE2 par item

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

	TSOUS1 (17-5)	TSOUS2 (14-6)	TSOUS3 (24-17)	TSOUS4 (18-11)	TSOUS5 (15-9)
Temps max	45	40	34	40	25
Temps min	1	2	3	2	3
Temps Moyen	8,3	8,0	14,2	9,6	10,1
Ecart type	9,1	6,6	8,4	6,9	6,1
Médiane	5	7	12	8	8
Normes (en s.)	13,4	11	24,1	15	15,2
Corrélation précision/tps de réponse	-0,37	-0,24	0,06	-0,19	-0,22

Tableau 6.2.1.e: Temps d'exécution soustractions CE2 par item, en s

	MULT1 (4x5)	MULT2 (3x4)	MULT3 (5x3)	MULT4 (4x4)	MULT (sur 8)
Score moyen	1,6	1,6	1,8	1,6	6,6
Ecart type	0,8	0,8	0,7	0,8	2,2
Score échec (0/2 ou 0/8)	18%	20%	13%	18%	4%
Score réussite (2/2 ou 8/8)	78,6%	77%	88%	82%	61%
Score 1 (avec répétition)	3,6%	4%	0%	0%	
Non Réponse	7%	2%	0%	2%	
Normes score2	67%	52%	70%	59%	

Tableau 6.2.1.f: Scores multiplications CE2 par item

	TMULT1 (4x5)	TMULT2 (3x4)	TMULT3 (5x3)	TMULT4 (4x4)
Temps max	19	28	17	20
Temps min	2	1	2	2
Temps moyen	5,6	6,0	4,7	6,1
Ecart type	4,0	5,1	3,7	4,5
Médiane	4	4	3	5
Normes (en s.)	6	8,8	6	11,2
Corrélation précision/tps de réponse	-0,43	-0,47	-0,38	-0,12

Tableau 6.2.1.g: Temps d'exécution multiplications CE2 par item, en s.

DONNEES CM1

	ADD1 (5+8)	ADD2 (15+12)	ADD3 (13+19)	ADD4 (14+8)	ADD (sur 8)
Score moyen	1,7	1,7	1,6	1,7	6,7
Ecart type	0,8	0,7	0,8	0,7	1,9
Score échec (0/2 ou 0/8)	16,7%	14,6%	20,8%	14,6%	1,8%
Score réussite (2/2 ou 8/8)	83,3%	85,4%	79,2%	85,4%	58%
Score 1 (avec répétition)	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	
Non Réponse	0%	2%	0%	0%	
<i>Normes score2</i>	83%	78%	72%	78%	

Tableau 6.2.1.i: Scores additions CM1 par item

	TADD1 (5+8)	TADD2 (15+12)	TADD3 (13+19)	TADD4 (14+8)
Temps max	21	20	22	27
Temps min	1	1	2	2
Temps moyen	5,4	5,7	8,5	7,8
Ecart type	4,0	4,1	5,0	5,2
Médiane	5	4	7	7
<i>Normes (en s.)</i>	4.6	7.2	9.8	7.6
Corrélation précision/tps de réponse	-0.03	-0.07	-0.28	-0.29

Tableau 6.2.1.j : Temps d'exécution additions CM1 par item, en s.

	SOUS1 (17-5)	SOUS2 (14-6)	SOUS3 (24-17)	SOUS4 (18-11)	SOUS5 (15-9)	Total SOUS (sur 10)
Score moyen	1,8	1,7	1,0	1,6	1,3	7,4
Ecart type	0,6	0,7	1,0	0,8	1,0	2,4
Score échec (0/2 ou 0/10)	8,3%	14,6%	50,0%	16,7%	33,3%	2%
Score réussite (2/2 ou 10/10)	91,7%	81,3%	47,9%	75,0%	66,7%	29,2%
Score 1 (avec répétition)	0,0%	4,2%	2,1%	8,3%	0,0%	
Non Réponse	0%	2%	10%	6%	0%	
<i>Normes score 2</i>	69%	64%	28%	52%	50%	

Tableau 6.2.1.k : Scores soustractions CM1 par item

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

	TSOUS1 (17-5)	TSOUS2 (14-6)	TSOUS3 (24-17)	TSOUS4 (18-11)	TSOUS5 (15-9)
Temps max	22	26	60	37	46
Temps min	1	1	2	2	2
Temps moyen	5,68	6,36	14,24	7,25	7,96
Ecart type	6,4	6,7	13,3	7,6	7,5
Médiane	3	5	14	6	7
<i>Normes (en s.)</i>	8.7	13.1	22.6	10.2	11.8
Corrélation précision/tps de réponse	-0,39	-0,41	-0,21	-0,46	-0,24

Tableau 6.2.1.l : Temps d'exécution soustractions CM1 par item, en s.

En gras, les items identiques au CE2

	MULT1 (4x5)	MULT2 (3x4)	MULT3 (6x9)	MULT4 (18x100)	MULT5 (3x11)	MULT (sur 10)
Score moyen	1,9	1,7	1,3	1,2	1,6	7,7
Ecart type	0,4	0,7	1,0	1,0	0,8	2,4
Score échec (0/2 ou 0/10)	4%	13%	30%	38%	21%	0%
Score réussite (2/2 ou 10/10)	95,8%	83%	65%	60%	79,2%	33,3%
Score 1 (avec répétition)	0,0%	2%	0%	2%	0%	
Non Réponse	0%	2%	6%	10%	8%	
<i>Normes score2</i>	86	86				

Tableau 6.2.1.m : Scores multiplications CM1 par item

	TMULT1 (4x5)	TMULT2 (3x4)	TMULT3 (6x9)	TMULT4 (18x100)	TMULT5 (3x11)
Temps max	13	24	29	20	23
Temps min	1	1	1	1	1
Temps moyen	2,8	3,5	7,1	5,6	4,6
Ecart type	2,4	4,4	6,7	4,5	3,9
Médiane	2	2	4	4	4
<i>Normes (en s.)</i>	3,3	5			
Corrélation précision/tps de réponse	-0.37	-0.21	-0.45	-0.32	-0.45

Tableau 6.2.1.n: Temps d'exécution multiplications CM1 par item, en s.

ANNEXE 6 : ANALYSE DESCRIPTIVE CALCUL ECRIT

	OPE1 (323-114 en ligne)	OPE2 (114+209 en ligne)	OPE3 (19+23 en colonne)	OPE4 (51+83 en colonne)	OPE5 (149-65 en colonne)	OPE / 5
Score moyen	0,5	0,8	0,9	0,9	0,6	3,6
Ecart type	0,5	0,4	0,3	0,3	0,5	1,2
Médiane	1	1	1	1	1	4
%échec (0/1 ou 0/5)	48,2%	21,4%	8,9%	12,5%	37,5%	1,8%
%bon (1/1 ou 5/5)	50,0%	76,8%	89,3%	87,5%	60,7%	26,8%
% Non réponse	1,8%	1,8%	1,8%	0,0%	1,8%	

Tableau 6.2.2.a : Scores calcul écrit CE2 par item

	OPE1 (323-114 en ligne)	OPE2 (114+209 en ligne)	OPE3 (19+23 en colonne)	OPE4 (51+83 en colonne)	OPE5 (149-65 en colonne)	OPE6 (84x37 sur 3)	OPE / 8
Score moyen	0,6	0,8	1,0	0,9	0,7	0,8	4,8
Ecart type	0,5	0,4	0,2	0,3	0,5	1,2	1,9
%échec (0/1, 0/3 ou 0/5)	39,6%	18,8%	4,2%	10,4%	33,3%	62,5%	0,0%
%bon (1/1 , 3/3 ou 8/8)	60,4%	81,3%	95,8%	89,6%	66,7%	22,9%	8,3%
Médiane	1	1	1	1	1	0	5

Tableau 6.2.2.b: Scores calcul écrit CM1 par item

ANNEXE 7 : ANALYSE DESCRIPTIVE EMPANS

	EACE	EAMAXCE
Score min	3	2
Score max	12	5
Moyenne	6,8	3,6
Ecart Type	1,9	0,9
Norme Isaacs (1989) à 8 ans		3,6 (+/-1,0)
Distribution		
Empan = 2		8,9%
Empan = 3		37,5%
Empan = 4		35,7%
Empan = 5		17,9%

Tableau n° 6.3.1.a : Scores empan auditif envers CE2 et norme Isaacs (1989)

	EACM	EAMAXCM
Score min	3	2
Score max	11	5
Moyenne	7,0	3,5
Ecart Type	1,9	0,7
Norme Isaacs (1989) à 9 ans		3,8 (+/-1,1)
Distribution		
Empan = 2		8,3%
Empan = 3		37,5%
Empan = 4		47,9%
Empan = 5		6,3%

Tableau n°6.3.1.b : Scores empan auditif envers CM1 et norme Isaacs (1989)

	EVSENDCE	EVSENDMAXCE
Score min	2	2
Score max	10	6
Moyenne	7,3	4,7
Ecart Type	1,5	0,9
Norme Isaacs (1989) à 8 ans		4,7 (+/-0,9)
Distribution		
Empan = 2		1,8%
Empan = 3		5,4%
Empan = 4		28,6%
Empan = 5		48,2%
Empan = 6		16,1%

Tableau n°6.3.2.a: Scores empan visuo-spatial endroit CE2 et norme Isaacs (1989)

	EVSENDCM	EVSENDMAXCM
Score min	5	3
Score max	11	6
Moyenne	7,5	4,5
Ecart Type	1,6	0,9
Norme Isaacs (1989) à 9 ans		4,7 (+/-0,8)
Distribution		
Empan = 3		12,5%
Empan = 4		43,8%
Empan = 5		29,2%
Empan = 6		14,6%

Tableau n°6.3.2.b: Scores empan visuo-spatial endroit CMI et norme Isaacs (1989)

	EVSENVCE	EVSENVMAXCE
Score min	2	2
Score max	11	6
Moyenne	6,8	4,5
Ecart Type	1,9	1,1
Norme Isaacs (1989) à 8 ans		4,5 (+/-1,2)
Distribution		
Empan = 2		1,8%
Empan = 3		14,3%
Empan = 4		35,7%
Empan = 5		25,0%
Empan = 6		23,2%

Tableau n°6.3.2.c: Scores empan visuo-spatial envers CE2 et norme Isaacs (1989)

	EVSENVCM	EVSENVMAXCM
Score min	3	2
Score max	11	7
Moyenne	7,0	4,3
Ecart Type	1,7	1,1
Norme Isaacs (1989) à 9 ans		4,7 (+/-1,3)
Distribution		
Empan = 2		4,2%
Empan = 3		14,6%
Empan = 4		45,8%
Empan = 5		20,8%
Empan = 6		12,5%
Empan = 7		2,1%

Tableau n°6.3.2.d : Scores empan visuo-spatial envers CMI et norme Isaacs (1989)

ANNEXE 8
ANALYSE DESCRIPTIVE COMPARAISON DE NOMBRES ECRITS

	Item 1 8969-53221	Item 2 6042-6420	Item 3 1007-1070	Item 4 511-298	Item 5 654-546	Item 6 20813-28013	Item 7 201-102	Item 8 347-947	Item 9 35061-36051
% erreurs	23,2	3,6	3,6	7,1	5,4	7,1	5,4	3,6	5,4
% non réponse	0	0	0	0	0	0	1,8	1,8	1,8
Normes (8 ans-8ans 11)			9%	7%	4%		0%	0%	

Tableau n°6.4.b : Taux d'erreur par item – Comparaison de nombres écrits CE2 et normes Zareki-R

	Item 1 8969 53221	Item 2 511 298	Item 3 20813 28013	Item 4 35061 36051	Item 5 70260 7689	Item 6 2607 2706	Item 7 1239521 1239499	Item 8 899001 900000	Item 9 9807 13542
% réussite	95,8%	100,0%	100,0%	95,8%	93,8%	100,0%	85,4%	97,9%	100,0%

Tableau n°6.4.d : Taux d'erreur par item - comparaison de nombres écrits CM1

ANNEXE 9
ANALYSE DESCRIPTIVE RESOLUTION DE PROBLEMES

	Score PBOR /12	Score SRPBO /30
Score min	0	0
Score max	10	25
Moyenne	5,4	15,9
Ecart type	2,9	7
Médiane	6	18
% tout bon sans répétition	0%	0%
% score 0	8,9%	7,14%

Tableau n°6.6.1.a : Scores totaux problèmes oraux CE2

	Score PBOR /12	Score SRPBO /30
Score max	11	29
Score min	0	0
Moyenne	6,9	18,5
Ecart type	3,0	7,7
Médiane	8	20
% tout bon sans répétition	0%	0%
% score 0	4,2%	4,2%

Tableau n°6.6.1.c: Scores totaux problèmes oraux CM1

	Score PBE /4	Score PBES /4	Score PBETOT/8
Score min	0	0	0
Score max	4	4	7
Moyenne	1,5	1,8	3,3
Ecart type	1	1,2	1,9
Médiane	1,5	2	3
% tout bon	1,79%	23,21%	0%
% score 0	16,1%	5,36%	8,93%

Tableau n°6.6.2.a : Scores totaux problèmes écrits CE2

	Score PBE /4	Score PBES /4	Score PBETOT
Score max	4	4	8
Score min	0	0	0
Moyenne	2,2	2,3	4,5
Ecart type	1,0	1,4	2,2
Médiane	2	3	5
% tout bon	8.3%	22.9%	6,3%
% score 0	3.6%	14,58%	2%

Tableau n°6.6.2.f: Scores totaux problèmes écrits CM1

ANNEXE 10
ANALYSE ANOVA SELON PROFIL DE LIGNE NUMERIQUE

Âge Effect	df Effect	MS Effect	df Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	27.234	44	36.67702	.743	.5324652
Var 2 Age	1	3322.390	44	1.65837	2003.402	.0000000
Interaction 1.2	3	.507	44	1.65837	.306	.8210787

Tableau n°9.1 : Analyse multifactorielle âge effect

PAE Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	.0777380	44	.0021832	35.60732	.0000000
Var 2 Age	1	.0372024	44	.0014450	25.74556	.0000075
Interaction 1.2	3	.0095578	44	.0014450	6.61441	.0008715

Tableau n°9.2 : Analyse multifactorielle variance PAE

TRANS Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	127.3903	44	40.85123	3.118394	.0354879
Var 2 Age	1	2.8792	44	5.51191	.522354	.4736636
Int. 1.2	3	2.6587	44	5.51191	.482349	.6962453

Tableau n°9.3.a: Analyse multifactorielle variance Transcodage

	Moyenne A	Moyenne B	Moyenne C	Moyenne D
TRANS	32.07692	31.38889	26.77273	29.53333
A Lin		.9882755	.0412025	.4849973
B LogLin	.9882755		.1487182	.8198265
C Log	.0412025	.1487182		.4864272
D Autre	.4849973	.8198265	.4864272	

Tableau n°9.3.b: Significativité des performances Transcodage / groupe

COMP Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1	3	2.487035	44	1.612390	1.542453	.2168877
Var 2	1	4.372340	44	1.132168	3.861919	.0557264
Int. 1.2	3	1.030288	44	1.132168	.910014	.4439172

Tableau n°9.4: Analyse multifactorielle variance Comparaison de nombres

EA Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	9.525608	44	4.440489	2.145171	.1081075
Var 2 Age	1	.169711	44	2.659349	.063817	.8017385
Interaction 1.2	3	2.273996	44	2.659349	.855095	.4714676

Tableau n°9.5.a: Analyse multifactorielle variance EA

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

EVS END Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	3.159156	44	3.614148	.8741078	.4617679
Var 2 Age	1	1.180964	44	1.243441	.9497546	.3351094
Interaction 1.2	3	.082304	44	1.243441	.0661903	.9775321

Tableau n°9.5.b: Analyse multifactorielle variance EVS END

EVS ENV Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	7.666608	44	4.605118	1.664802	.1883544
Var 2 Age	1	4.601164	44	1.962220	2.344877	.1328544
Interaction 1.2	3	.540216	44	1.962220	.275309	.8428866

Tableau n°9.5.c: Analyse multifactorielle variance EVS ENV

CM Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1 Groupe	3	.2451765	44	.0873177	2.807868	.0504927
Var 2 Age	1	.0606976	44	.0170257	3.565062	.0656124
Int. 1.2	3	.0155943	44	.0170257	.915927	.4410354

Tableau n°9.6.a: Analyse multifactorielle variance Calcul Mental

	Moyenne A	Moyenne B	Moyenne C	Moyenne D
CM	.8539729	.6622405	.6346154	.6777472
A Lin		.2240548	.0804084	.1535677
B LogLin	.2240548		.9922585	.9986517
C Log	.0804084	.9922585		.9622973
D Autre	.1535677	.9986517	.9622973	

Tableau n°9.6.b: Significativité des performances Calcul Mental / groupe

PBO Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1	3	22.70028	44	2.746761	8.26438	.0001800
Var 2	1	14.20496	44	1.001582	14.18252	.0004888
Int. 1.2	3	.29624	44	1.001582	.29577	.8282372

Tableau n°9.7.a: Analyse multifactorielle variance PBO

	Moyenne A	Moyenne B	Moyenne C	Moyenne D
PBO / 6	4.46	3.61	2.09	3.3
A Lin		.4233857	.0002841	.0696087
B LogLin	.4233857		.0412660	.9424983
C Log	.0002841	.0412660		.0882073
D Autre	.0696087	.9424983	.0882073	

Tableau n°9.7.b: Significativité des performances PBO / groupe

PBETOT Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1	3	48.50541	44	3.797927	12.77155	.0000039
Var 2	1	49.07265	44	1.639461	29.93218	.0000020
Int. 1.2	3	2.27402	44	1.639461	1.38705	.2592703

Tableau n°9.7.c: Analyse multifactorielle variance PBETOT

	Moyenne A	Moyenne B	Moyenne C	Moyenne D
PBE/ 8	5.42	4.38	2.09	3.33
A Lin		.3936613	.0001718	.0020938
B LogLin	.3936613		.0052670	.3756055
C Log	.0001718	.0052670		.1645516
D Autres	.0020938	.3756055	.1645516	

Tableau n°9.7.d: Significativité des performances PBETOT/ groupe

PBT Effect	dF Effect	MS Effect	dF Error	MS Error	F	p-level
Var 1	3	136.3134	44	11.27030	12.09492	.0000067
Var 2	1	116.0820	44	3.44669	33.67922	.0000007
Int. 1.2	3	3.9485	44	3.44669	1.14559	.3412697

Tableau n°9.7.e: Analyse multifactorielle variance PBT

	Moyenne A	Moyenne B	Moyenne C	Moyenne D
PBT / 14	9.88	8.00	4.18	6.63
A Lin		.3441932	.0001724	.0059763
B LogLin	.3441932		.0074576	.6169585
C Log	.0001724	.0074576		.0877630
D Autres	.0059763	.6169585	.0877630	

Tableau n°9.7.f: Significativité des performances PBT/ groupe

ANNEXE 11
HISTORIQUE DES EPREUVES DE LA GSM AU CM1

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

Epreuves	caractéristiques	GSM	CP		CE1	CE2	CM1
Dates de passation		Janv / Fév 2009	Nov / Déc 2009	Juin 2010	Janv / Fév 2011	Novembre 2011	Novembre 2012
Examen des gnosies digitales		2 épreuves : -Identification des doigts - RAN doigts					
Comptage	Evaluation de la chaîne numérique verbale	Epreuves de comptage du TEDI-MATH (le plus loin possible, avec bornes et à rebours)	Epreuves de comptage du TEDI-MATH (le plus loin possible, à rebours, 2 par 2 et 10 par 10) <i>Epreuve saturée</i>				
Dénombrement de points	Evaluation de la séquence verbale numérique et des compétences de dénombrement			Epreuve Zarecki <i>Non saturée mais absence de corrélation avec les autres variables</i>			
Répétition de chiffres Mémoire verbale	Empan endroit (MCT verbale) Empan Envers (MDT verbale)	Empan Endroit Séries de 3 à 5 chiffres (de 1 à 9)	Empan Endroit : Séries de 3 à 6 nombres (de 1 à 19)	Empan Endroit : Epreuve tirée de batterie ZAREKI 3 à 6 chiffres	Empan Endroit et Envers: Epreuves Zareki <i>La MCT verbale n'a plus de poids dans le modèle CE1</i>	Empan envers : Epreuve Zareki 3 à 6 chiffres	Empan envers : Epreuve Zareki 3 à 6 chiffres
Mémoire visuo-spatiale	Empan VS endroit . (MCT spatiale) Empan VS envers (MDT spatiale)				Empan Endroit Block Tapping Test de CORSI De 2 à 7 cubes	Empan Endroit et Envers Block Tapping Test de CORSI De 2 à 7 cubes	Empan Endroit et Envers Block Tapping Test de CORSI De 2 à 7 cubes

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

Epreuves	caractéristiques	GSM	CP		CE1	CE2	CM1
Dates de passation		Janv / Fév 2009	Nov / Déc 2009	Juin 2010	Janv / Fév 2011	Novembre 2011	Novembre 2012
Tâches de Comparaison			Comparaison de grandeurs continues (réglettes), de quantités discrètes (taches) et de nombres arabes . Score et temps de réponses relevés		Comparaison de nombres écrits <u>Passation individuelle</u> Epreuve ZAREKI items de 2 à 5 chiffres <i>Epreuve saturée pour nombres à 2 chiffres</i>	Comparaison de nombres écrits <u>Passation collective</u> 5 items ZAREKI à 3 et 4 chiffres + 4 nouveaux items à 4 et 5 chiffres <i>Certains items saturés</i>	Comparaison de nombres écrits <u>Passation collective</u> Les 5 items saturés de CE2 sont remplacés par 5 nouveaux items de 4 à 7 chiffres
Ligne numérique	Représentation linéaire des numérosités	Ligne numérique de 0 à 10 Nombres cible en code indo-arabe	Ligne numérique de 0 à 100 Nombres cible en code indo-arabe		Ligne numérique de 0 à 100 Nombres cible en code indo-arabe	Ligne numérique de 0 à 1000 Nombres cible en code indo-arabe	Ligne numérique de 0 à 1000 Items identiques à ceux de CE2
Lecture de nombres	Transcodage du code indo-arabe en code verbal			Epreuve ZAREKI 8 items de 2, 3 et 4 chiffres	Epreuve ZAREKI <i>Epreuve saturée pour les nombres à 2 chiffres</i>	Epreuve ZAREKI <i>Epreuve saturée pour les nombres à 2 et 3 chiffres</i>	Reprise des 2 nbres à 4 chiffres de CE2 + 3 nouveaux à 4 chiffres + 3 nouveaux à 5 chiffres.
Dictée de nombres	Transcodage – maîtrise du lexique numérique et règles syntaxiques du code indo-arabe				8 items ZAREKI de 2 à 4 chiffres. <i>Epreuve saturée pour nombres à 2 chiffres</i>	Reprise des 6 nbres de CE1 à 3 et 4 chiffres + 3 nombres à 4 chiffres <i>Epreuve saturée pour les nombres à 3 chiffres</i>	Reprise des 5 nbres à 4 chiffres de CE2 + 4 nouveaux nbres à 5 chiffres

Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans

Epreuves	caractéristiques	GSM	CP		CE1	CE2	CM1
Dates de passation		Janv / Fév 2009	Nov / Déc 2009	Juin 2010	Janv / Fév 2011	Novembre 2011	Novembre 2012
Opérations	Connaissances procédurales, notions conceptuelles, MDT, récupération des faits arithmétiques	Opérations non verbales <u>Additions et soustractions</u> présentées à l'aide de figurines. Résultat donné par manipulation des figurines	<u>Additions et soustractions</u> simples en modalité auditive (verbale) et visuelle (nbres arabes) simultanées. Temps libre puis limité	Calcul mental oral Extrait de ZAREKI <u>6 additions, 4 soustractions</u> (de nombres <30) avec ou sans changement de dizaine.	Calcul mental oral Extrait de ZAREKI <u>6 additions</u> (idem CP), <u>5 soustractions</u> (4 idem CP + 1), <u>4 multiplications</u> simples	Calcul mental oral <u>4 additions</u> (3 identiques CE1) <u>5 soustractions</u> (4 identiques CE1) <u>4 multiplications</u> (2 identiques CE1) Le temps de réponse est relevé.	Calcul mental oral Add. et Soust. identiques au CE2. Les 2 multiplications saturées en CE2 ont été remplacées par 3 nouvelles (x 6, x100, x11) Le temps de réponse est relevé
	Opérations écrites Spatialisation, connaissances des procédures. Le poids de l'écrit augmente à partir du CE2.					<u>Passation collective en modalité écrite</u> Epreuve tirée de NUMERICAL (5 items : sans la multiplication)	<u>Passation collective en modalité écrite</u> Epreuve tirée de NUMERICAL (épreuve complète avec la multiplication)
Problèmes arithmétiques présentés oralement	Evaluation de capacité à traduire l'énoncé verbal en pb arithmétique puis choix de l'opération adéquate.			6 pbs ZAREKI Pas de difficulté de calcul – raisonnement privilégié	6 pbs ZAREKI Pas de difficulté de calcul – raisonnement privilégié <i>Epreuve saturée sauf pour pb n°3</i>	Pb n°3 du ZAREKI + 5 nouveaux pbs additifs et multiplicatifs : combinaison, comparaison, proportionnalité	Problèmes identiques à ceux de CE2
Problèmes arithmétiques présentés en modalité écrite						4 pbs équivalents à ceux donnés à l'oral + 4 pbs avec opérands supérieures	Problèmes identiques à ceux de CE2

GLOSSAIRE

Abréviations utilisées

AC : Administrateur Central de la Mémoire de travail

BP : Boucle Phonologique

CE: cours élémentaire (CE2 : niveau 2)

CM1 : cours moyen 1^{ère} année

CVS : Calepin Visuo-Spatial

MCT : Mémoire Court Terme

MDT : Mémoire de Travail

MLT : Mémoire Long Terme

Sigles des scores

ADD : Additions (partie de l'épreuve de Calcul Mental)

CM : Calcul Mental (épreuve administrée en CE2 et en CM1)

COMP : Comparaison de nombres écrits (épreuve administrée en CE2 et en CM1)

CVS : Calepin visuo-spatial de la Mémoire de travail

DICNB : Dictée de nombres (épreuve administrée en CE2 et en CM1)

EA : Empan auditif (épreuve de répétition de chiffres à rebours)

EMPMOY : moyenne des empan visuo-spatiaux endroit et envers

EVSEND : Empan Visuo-spatial Endroit

EVSENV : Empan Visuo-spatial Envers

LECNB : Lecture de nombres (épreuve administrée en CE2 et en CM1)

Lin : Linéaire / **Log** : Logarithmique

LN : Ligne numérique

MULT : Multiplications (partie de l'épreuve de Calcul Mental)

OPE : Opérations écrites (épreuve administrée en CE2 et en CM1)

PAE : Pourcentage d'écart à la valeur réelle (calculé à partir des mesures de ligne numérique)

PBO : Problème arithmétique présenté oralement

PBOR : PBO tenant compte de la répétition de l'énoncé

PBE : problème arithmétique écrit

PBES : Problème arithmétique écrit avec opérands supérieures

PBETOT : PBE+PBES

PBT : Score total problèmes écrits et oraux (sur 14)

R2LIN : Indice de linéarité de la représentation des grandeurs sur la LN. Coefficient de détermination de la droite de régression linéaire avec en abscisse la valeur représentée et en ordonnée la valeur estimée.

R2LOG : Ecart de la réponse de l'enfant par rapport au modèle logarithmique. Coefficient de détermination de la droite de régression logarithmique de la représentation des grandeurs sur la ligne numérique.

SOUS : Soustractions (partie de l'épreuve de Calcul Mental)

SRPBO : PBO tenant compte du raisonnement

TRANS : Transcodage, score égal à la somme de DICNB et LECNB

Abstract

Our work is part of a wider longitudinal study started in 2009. Tasks focusing on cognitive and arithmetic skills were administered to French children in their 3rd and 4th year of primary school. The purpose of our project was to assess the weight of each skill in the overall arithmetical performance and identify predictive factors. The final aim is to screen children with mathematical learning difficulties and to design targeted rehabilitation. The findings stress that number representation and code switching ability are essential to numerical performance.

Keywords:

Mathematic achievements, numerical performance, number line, arithmetic problem solving

Résumé

Ce travail s'inscrit dans une étude longitudinale initiée en 2009. Des épreuves sollicitant des capacités cognitives et numériques sont administrées à une cohorte d'enfants scolarisés en CE2 puis CM1. Le but est de déterminer la contribution et la qualité prédictive de divers facteurs dans la performance arithmétique, pour dépister les enfants à risque et définir des remédiations ciblées. L'analyse des données montre l'importance de la représentation analogique et de la capacité à connecter les différentes représentations du nombre entre elles.

Mots clés :

Mathématiques, performance arithmétique, ligne numérique, résolution de problèmes