



HAL
open science

Progresser vers le calcul dès la grande section

Pauline Mouchon

► **To cite this version:**

| Pauline Mouchon. Progresser vers le calcul dès la grande section. Education. 2013. dumas-00906364

HAL Id: dumas-00906364

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00906364>

Submitted on 19 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MASTER SMEEF
SPECIALITE « PROFESSORAT DES
ECOLES »
DEUXIÈME ANNEE (M2)
ANNEE 2012/2013**

TITRE DU MEMOIRE:
**Progresser vers le calcul
dès la grande section**

**NOM ET PRENOM DE L'ETUDIANT : Mouchon Pauline
SITE DE FORMATION : Arras
SECTION : Groupe 2**

**NOM ET PRENOM DU DIRECTEUR DE MEMOIRE : Berthe Mickaël
DISCIPLINE DE RECHERCHE : Mathématiques**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

Institut Universitaire de Formation des Maîtres
Ecole interne de l'Université d'Artois

Remerciements

Je tiens à remercier M^r Berthe, mon directeur de mémoire, pour avoir suivi l'élaboration de ce mémoire durant ces deux années.

Je tiens également à remercier M^{me} Dechristé, enseignante de Grande Section, pour m'avoir offert un lieu d'accueil pour mon expérimentation, et pour s'être autant investie dans ce projet.

Progresser vers le calcul dès la grande section

Sommaire

Introduction	p 4
I- Apports théoriques	p 6
a) Les procédures de comptage et de calcul	
b) Les problèmes arithmétiques à l'école maternelle	
c) Quels problèmes pour inciter au calcul?	
d) Les aides à l'apprentissage du calcul	
II- Expérimentation et résultats	p 17
a) Evaluation diagnostique des compétences numériques	
b) Confrontation à un problème de type additif: « le jeu de la boîte »	
c) Les boîtes « Picbille », une aide à l'apprentissage du calcul?	
d) Bilan de l'expérimentation	
Conclusion	p 39
Bibliographie	p 41
Annexes	p 42

Introduction:

« En fin de CM₂, plus de 40% des élèves ne maîtrisent pas suffisamment les notions inscrites au programme de mathématiques¹ ». Cette étude réalisée par la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) du ministère de l'Education Nationale à partir des évaluations de mai 2008 révèle ainsi des résultats médiocres en mathématiques pour de nombreux élèves.

L'origine de ces difficultés remonte inéluctablement à l'enseignement dispensé pendant les années antérieures, de la maternelle au CM₂. C'est en effet à l'école maternelle que débutent les premiers apprentissages mathématiques avec la découverte des formes et des grandeurs, et une première approche des nombres et des quantités. Comme cette initiation est le point de départ de tout apprentissage mathématique ultérieur (elle influencera donc en partie la réussite à l'école élémentaire), il est nécessaire en tant que future enseignante de m'interroger sur l'enseignement de ces premières notions mathématiques.

J'ai de ce fait choisi, dans le cadre de mon mémoire, d'aborder l'enseignement des apprentissages mathématiques à l'école maternelle, et plus particulièrement les apprentissages numériques.

A l'école maternelle, la numération se caractérise dans un premier temps par l'acquisition de la suite des nombres et son utilisation pour dénombrer des collections. Les élèves utilisent ensuite les nombres pour résoudre divers types de problèmes (anticipation d'un ajout ou d'un retrait, problème de partage...). Ils font alors appel pour la plupart au comptage, pratique ancienne et plus ou moins bien maîtrisée. Or l'enjeu du cycle 2, qui s'amorce en grande section, est plus ambitieux : il s'agit d'amener les élèves à dépasser progressivement leurs stratégies de comptage au profit de la mise en place de stratégies de calcul.

Les programmes officiels² stipulent en effet qu': «A la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul ». La grande section apparaît donc comme le niveau d'enseignement où les élèves s'initient pour la première fois lors de situations de résolution de problèmes à la mise en place de procédures de calcul. Il s'agit bien sûr d'une première approche puisque ce sera le cours préparatoire

¹Brissiaud R. (propos recueillis par Magnetto P., 14.11.2011 « Maths, Hétérogénéité des niveaux », Fenêtres sur cours, n°361.

²Bulletin officiel: hors-série n°3 du 19 juin 2008

qui installera le symbolisme arithmétique (c'est-à-dire les signes des opérations et le signe « égal ») et les techniques.

Comment l'enseignant peut alors, dès la grande section, aider les élèves à passer progressivement de procédures de comptage à des procédures de calcul lors de la résolution de problèmes arithmétiques simples?

Sur le plan théorique, les auteurs soulignent le rôle de l'enseignant d'une part dans l'aménagement des situations qui doivent engager la rupture avec les procédures de comptage, d'autre part par les aides qu'il met à la disposition des élèves pour qu'ils s'approprient certaines relations numériques. Sur ce dernier point, les propositions de R. Brissiaud sont intéressantes et méritent d'être exploitées: il s'agit notamment des collections-témoins organisées (partie I).

Sur le plan pratique, la présentation d'une séquence d'apprentissage expérimentée dans une classe de grande section impliquant la manipulation des boîtes « Picbille » cherchera alors à montrer concrètement la pertinence de l'usage de ces collections-témoins organisées dans l'apprentissage du calcul (partie II).

I- Apports théoriques:

a) Les procédures de comptage et de calcul:

Les procédures de comptage se caractérisent par l'utilisation de collections (jetons, doigts...) avec lesquels les élèves vont pouvoir mimer la transformation énoncée dans le problème. S'ils doivent déterminer par exemple le résultat d'un ajout, ils créeront la quantité initiale, puis la quantité à ajouter. A partir de cette modélisation, ils vont ainsi déterminer le résultat du problème en recomptant un à un le nombre total d'objets obtenus. Notons que les procédures de comptage peuvent évoluer vers ce qui est appelé le surcomptage. Dans ce cas, l'élève n'a plus besoin de représenter la quantité initiale, il commence son comptage directement à partir de celle-ci. Par exemple, s'il doit ajouter 3 objets à une quantité initiale de 5, il dira directement « cinq », puis à l'aide de ses 3 doigts levés « six, sept, huit ».

A l'opposé, les procédures de calcul consistent en la mise en relation des quantités directement à partir de leurs représentations numériques, c'est-à-dire sans passer par la réalisation matérielle de ces quantités via des objets. Si l'on reprend l'exemple précédent (3 objets ajoutés à 5), l'élève répondra « 8 » sans avoir eu besoin de représenter les quantités avec des collections.

La différence essentielle entre les procédures de comptage et de calcul réside donc dans le fait qu'il y a ou non utilisation d'objets pour représenter les quantités en jeu et ainsi mimer la transformation énoncée dans le problème. Le calcul exige par conséquent, comparativement au comptage, un haut niveau de symbolisation : les élèves doivent être capables d'opérer directement sur les quantités sans les avoir concrètement sous les yeux et sans pouvoir agir dessus (opération mentale sur des symboles).

Actuellement, les textes officiels³ mettent surtout l'accent à l'école maternelle sur le développement des compétences dans le domaine du comptage: l'élève doit être capable de mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30, ou encore de dénombrer des quantités

³Bulletin officiel: hors-série n°3 du 19 juin 2008

en utilisant la suite des nombres connus. Le calcul quant à lui semble réservé exclusivement pour la dernière année de maternelle.

Cette antériorité aujourd'hui accordée au comptage sur le calcul n'a toutefois pas toujours été légitime. En effet, « depuis 1945 et jusqu'à la fin des années 80, les pédagogues pensaient que toute leur attention devait aller directement à l'apprentissage du calcul⁴ ». Leur argumentation portait essentiellement sur le fait que le comptage ne donne pas une vision d'ensemble du nombre ce qui par conséquent gêne la représentation du nombre en un mot et donc la mise en place d'opérations mentales à partir de symboles. Cette conception des « anciens » pédagogues a été nettement approfondie dans les dernières décennies en particulier par les travaux de R. Brissiaud.

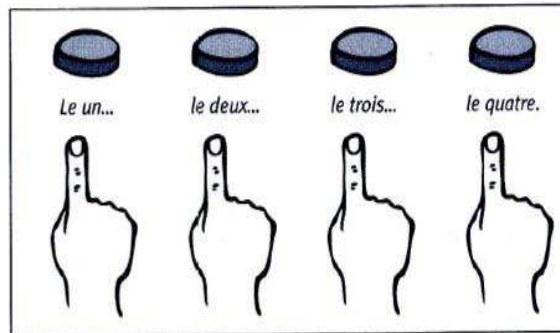
R. Brissiaud⁵ se montre effectivement très critique vis-à-vis de l'introduction précoce du comptage à l'école maternelle depuis les années 1980. L'activité de comptage, qui consiste précisément à effectuer une correspondance terme à terme entre chaque mot de la comptine numérique et un nouvel objet compté, n'aiderait pas l'élève selon lui à comprendre que le nombre est une totalité d'unités équivalentes (somme de « un ») puisqu'il prononce un mot différent pour chaque objet qu'il pointe.

De plus, rien ne renvoie à l'idée de totalisation puisque chaque mot-nombre est prononcé en pointant un seul objet. L'enfant peut ainsi difficilement comprendre que les mots-nombres renvoient à des pluralités (le « deux » par exemple représente en réalité l'objet pointé et l'objet précédemment pointé) étant donné que habituellement lorsqu'on prononce un mot en pointant un objet, le mot renvoie uniquement à l'objet pointé. Pour comprendre cette difficulté, R. Brissiaud s'appuie sur des énumérations courantes telles que « pomme, poire, abricot » où à chaque nom de fruit prononcé on pointe celui-ci avec le doigt. On voit en effet au travers de cet exemple que les mots « pomme », « poire » et « abricot » renvoient directement aux fruits auxquels ils correspondent et que « abricot » désigne l'abricot et non pas l'ensemble des fruits « la pomme, la poire et l'abricot ». La procédure de comptage transgresse donc les règles habituelles de la signification.

Ceci aboutit donc à la construction d'une signification des nombres proche des numéros : « le un », « le deux », « le trois »... R. Brissiaud utilise pour qualifier ce processus le terme de « comptage-numérotage » (voir dessin ci-dessous).

⁴BRISSIAUD R., 1991, « Calculer et compter de la petite section à la grande section », Grand N n°49, 37-48.

⁵BRISSIAUD R., 2005, Comment les enfants apprennent à calculer?, Paris, Retz.



« Comptage-numérotage »

Il propose alors d'autres pratiques avant l'enseignement du comptage qui privilégient davantage la logique langagière du calcul. C'est le cas par exemple lorsque pour dénombrer une collection de 4 objets, l'adulte énonce : « un, un, un, et encore un, ça fait quatre » (il montre successivement les objets en prononçant « un »). Ainsi, le mot-nombre quatre est désigné comme une somme de quatre unités équivalentes (décomposition).

Au regard de l'argumentation de R. Brissiaud, on peut alors se demander pourquoi le comptage est une pratique si encouragée à l'école maternelle depuis les années 1980. Ce sont en particulier les travaux d'une psychologue américaine⁶, Rochel Gelman, qui ont conduit à accorder cette antériorité du comptage sur le calcul. R. Gelman avance en effet l'idée que l'enfant dispose à la naissance d'une connaissance implicite des « principes du comptage ». Pour elle, les difficultés rencontrées par les jeunes enfants lors d'un comptage résulteraient uniquement du fait qu'ils doivent mobiliser et coordonner trop de compétences simultanément (se rappeler le bon ordre des mots-nombres, les faire correspondre aux objets, distinguer le déjà-compté du encore à compté...) ce qui provoquerait une importante surcharge cognitive et donc des erreurs. R. Gelman pense ainsi que le comptage est à la base de toutes les acquisitions numériques (d'où son introduction précoce dans les programmes de la maternelle), et que le développement de celles-ci consiste tout simplement en l'amélioration de la coordination des compétences mobilisées évitant la surcharge cognitive.

Cette théorie a néanmoins déjà connu de nombreuses critiques. De nombreux auteurs, autres que R. Brissiaud, semblent effectivement ne pas partager son avis: C. Sophian⁷, par exemple, avance que les comptages précoces ne sont que des imitations, et

⁶Relatés dans: FAYOL M., 1990, *L'enfant et le nombre*, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

⁷Travaux relatés dans: BRISSIAUD R., 1991, « Calculer et compter de la petite section à la grande section »,

K. Fuson⁸ ajoute que les élèves entraînaient précocement au comptage utilisent la « règle du dernier mot prononcé » c'est-à-dire qu'ils isolent le dernier mot de leur comptage et le donnent systématiquement comme réponse parce qu'ils ont été entraînés à le faire et non parce qu'ils ont compris que ce dernier mot-nombre a une valeur quantitative.

Comptage puis calcul, calcul puis comptage... l'antériorité de l'un ou de l'autre semble donc de nos jours encore faire l'objet d'un débat. Toutefois, on peut relever au travers de cette argumentation toute l'importance du calcul dans la construction du nombre dès l'école maternelle : en effet, la logique langagière du calcul participe inéluctablement à construire la notion de quantité en énonçant les mots-nombres sous la forme de décompositions (4 c'est un, un, un et encore un, 4 c'est deux et deux, et 4 c'est trois et un).

b) Les problèmes arithmétiques à l'école maternelle:

Comme nous l'avons vu précédemment, l'entrée dans le calcul se fait actuellement en fin d'école maternelle au travers de la résolution de problèmes arithmétiques. Quels problèmes sont alors proposés à ce niveau d'enseignement?

Si l'on se réfère aux travaux de R. Brissiaud⁹, les problèmes arithmétiques les plus rencontrés à l'école maternelle (notamment parce qu'ils sont les plus simples) sont ceux où les élèves doivent déterminer le résultat d'un ajout ou celui d'un retrait. Leur enjeu est évidemment de préparer les élèves aux opérations arithmétiques (l'addition et la soustraction). Cet auteur illustre notamment ces problèmes par les exemples ci-dessous:

- « J'ai 4 billes, je gagne 2 autres billes, combien j'ai de billes ? » (anticipation du résultat d'un ajout)
- « J'ai 7 billes, je perds 2 de ces billes, combien il me reste de billes ? » (anticipation du résultat d'un retrait).

D'autres problèmes peuvent également être proposés, mais présentent néanmoins selon lui une difficulté supérieure :

- les problèmes de partition (connaissant le tout et l'une de ses parties, déterminer l'autre partie): « J'ai 8 billes; 5 billes sont bleues et les autres sont rouges; combien

Grand N n°49, 37-48.

⁸Travaux relatés dans: BRISSIAUD R., 2007, Premiers pas vers les maths, Paris, Retz.

⁹BRISSIAUD R., 2005, Comment les enfants apprennent à calculer?, Paris, Retz.

de billes sont rouges? ».

- les problèmes d'égalisation (étant donné deux quantités différentes, que faire pour qu'elles soient égales): « Paul a 5 billes et Pierre a 8 billes; combien Paul doit-il gagner de billes pour avoir la même quantité que Pierre? ».

Face à ces problèmes, les élèves n'auront cependant pas systématiquement recours à une procédure qui relève du calcul. Concernant les problèmes dits « additifs » (résultat d'un ajout) ou « soustractifs » (résultat d'un retrait), Roland Charnay et Dominique Valentin¹⁰ listent notamment plusieurs catégories de procédures susceptibles d'être mises en œuvre par les élèves:

- élaboration mentale de la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédures de type « calcul »)
- surcomptage (intériorisé ou avec les doigts)
- recomptage de la totalité à partir d'une représentation des quantités avec les doigts
- absence de réponse (ces élèves ont besoin d'avoir les objets pour les compter)

Ils soulignent alors la difficulté qu'exige la mise en place d'une procédure de type « calcul » qui suppose d'une part « que l'élève ait identifié qu'il fallait ajouter les nombres » (donc reconnaissance d'un modèle arithmétique), et d'autre part « qu'il connaisse le résultat ou qu'il sache le reconstruire » (exemple de résultat mémorisé: $4+5=9$; exemple de résultat reconstruit: $4+5=4+4+1=8+1=9$). Ils ajoutent également qu'il peut être délicat d'inciter les élèves à abandonner leur procédure de comptage dans la mesure où on peut priver certains d'entre eux de moyens pour résoudre le problème proposé (de manière correcte). Ces deux auteurs rappellent notamment, en s'appuyant sur les travaux de J.P. Fisher, que le comptage joue un rôle primordial dans la résolution des premiers problèmes.

Néanmoins, R. Charnay et D. Valentin précisent la nécessité de proposer assez tôt aux jeunes élèves ce type de problème (additif ou soustractif). Pour eux, la transition vers de nouvelles procédures (celles de calcul) ne se fera que progressivement et par le biais de situations aménagées par l'enseignant qui vont permettre cette rupture (en montrant l'inappropriation ou l'inefficacité des procédures anciennes dans ce nouveau contexte). Les procédures de comptage pourront néanmoins continuer à être mobilisées mais comme un moyen de validation d'une procédure nouvelle pas encore totalement maîtrisée (le calcul).

¹⁰CHARNAY R. et VALENTIN D., 1991, « Calcul ou comptage? Calcul et comptage! », Grand N n°50, 11-20.

c) Quels problèmes pour inciter au calcul?

R. Charnay et D. Valentin parlent de « situations spécialement aménagées par le maître pour engager la rupture avec les procédures anciennes » (celles de comptage). Nous allons donc maintenant nous intéresser aux problèmes qui seraient a priori susceptibles d'inciter au calcul. Il s'agit donc de déterminer les différentes variables didactiques sur lesquelles l'enseignant peut jouer pour provoquer l'abandon progressif du comptage au profit du calcul.

Les variables didactiques correspondent à ce que l'enseignant manipule pour que l'élève s'approprie un savoir-faire. Autrement dit, il s'agit des éléments constitutifs des activités (identifiables sous la forme de contraintes) sur lesquels l'enseignant peut agir en fixant les valeurs afin de conduire l'élève à un apprentissage donné. C'est donc en jouant sur ces variables que l'enseignant pourra conduire les élèves à modifier leurs procédures, c'est-à-dire à passer du comptage au calcul.

R. Brissiaud¹¹ évoque notamment plusieurs variables didactiques qui selon lui pourraient inciter à la mise en place d'une procédure de calcul.

La première concerne le choix du problème. En effet, selon cet auteur, il est préférable pour inciter au calcul de proposer des problèmes de faible difficulté et de les énoncer le plus simplement possible. On peut par exemple choisir des problèmes où il faut déterminer le résultat d'un ajout ou celui d'un retrait (si l'on se réfère à la typologie de problèmes évoquée précédemment). En effet, si l'énoncé du problème est trop complexe, l'élève risque fort d'avoir recours à des collections-témoins pour se représenter concrètement la situation, et donc de ce fait de mettre en place une procédure de comptage (à partir de la collection-témoin construite). L'emploi du comptage apparaît donc dans ce cas comme une simple conséquence de la difficulté imposée par l'énoncé du problème (qui implique le recours aux collections-témoins).

Toujours selon R. Brissiaud, une deuxième variable didactique sur laquelle l'enseignant peut jouer concerne la présence et surtout la visibilité ou non des collections sur lesquelles les élèves opèrent une transformation. En effet, la présence des collections (que ce soit sous forme d'objets réels ou d'objets représentés sur une feuille) sous les yeux

¹¹BRISSIAUD R., 2005, Comment les enfants apprennent à calculer?, Paris, Retz.

des élèves ne les laisse pas indifférents: cela les incite systématiquement à toucher ou pointer les objets pour dénombrer leur quantité (les jeunes élèves s'attachant beaucoup à ce qui est directement perceptible et manipulable). Pour cela, R. Brissiaud pense que la présence des collections à portée des élèves peut être un réel obstacle au calcul en induisant spontanément le comptage dans des situations où les élèves auraient été capables de calculer directement.

A l'inverse, masquer les collections peut favoriser l'abstraction (et donc une résolution mentale) en imposant une prise de distance par rapport à la prégnance perceptive très forte chez les jeunes enfants. Notons tout de même qu'en masquant les collections, on ne peut « qu'inciter » les élèves au calcul dans la mesure où s'ils en éprouvent le besoin ils représenteront les quantités en jeu par une collection-témoin de doigts (les doigts restant à leur disposition quel que soit l'habillage du problème).

Il paraît toutefois plus judicieux de masquer les collections malgré cette incertitude puisque dans ce cas il y a des chances de faire progresser les élèves vers une nouvelle procédure alors que dans l'autre (où on laisse les collections à disposition) celles-ci sont largement réduites.

La prise en compte des variables que nous venons d'exposer est essentielle. En effet, l'élève ne pourra pas spontanément abandonner une procédure si celle-ci s'avère à chaque fois efficace. C'est donc à l'enseignant qu'il revient le rôle d'aménager des situations (par la manipulation de variables didactiques) qui imposeront à l'élève d'engager une rupture avec ses procédures anciennes.

d) Les aides à l'apprentissage du calcul:

La confrontation régulière des élèves à des problèmes arithmétiques et l'intervention de l'enseignant sur leurs variables didactiques sont certes nécessaires pour provoquer la transition comptage-calcul, mais concrètement quelles aides complémentaires l'enseignant peut leur apporter dans cet apprentissage?

R. Brissiaud¹² présente comme aide principale à l'apprentissage du calcul l'usage de collections-témoins organisées. Une collection-témoin (représentation analogique d'une

¹²BRISSIAUD R., 2005, Comment les enfants apprennent à calculer?, Paris, Retz.

quantité¹³) est qualifiée « d'organisée » dans la mesure où elle est construite de façon à être lue de manière simultanée c'est-à-dire sans passer par un comptage un à un. Elles permettent de ce fait d'illustrer certaines relations numériques et donc de favoriser un emploi précoce du calcul. Nous allons expliciter comment ces collections-témoins organisées aident à l'apprentissage du calcul au travers de trois exemples: les doigts, les constellations, et les réglettes avec caches.

✓ Les doigts:

Les configurations de doigts sont des collections-témoins organisée dans la mesure où les quantités qu'elles vont représenter pourront être déterminées sans recours au comptage. Les mains sont effectivement des groupements naturels de 5, qui vont permettre de reconnaître par exemple 7 comme 5 doigts et 2 doigts, 8 comme 5 doigts et 3 doigts, 9 comme 5 doigts et 4 doigts... Alors que si l'on construit une collection-témoin avec des jetons disposés de manière aléatoire, il sera impossible de déterminer directement sa quantité si celle-ci est supérieure à 3. En effet, un individu peut énumérer simultanément et automatiquement jusqu'à 3 unités, c'est ce que l'on appelle le subitizing: au-delà de 3 unités, deux focalisations de l'attention (au moins) sont nécessaires.

Les configurations de doigts favorisent ainsi l'accès au calcul en permettant l'appropriation des relations numériques de la forme « $5+x$ ».

Le repère « 5 » est important puisqu'il pourra notamment préparer les élèves à une certaine forme de calcul appelé calcul pensé (ou réfléchi): celui-ci consiste à transformer l'opération de manière à pouvoir utiliser des résultats mémorisés, et ainsi calculer plus rapidement.

Exemple de procédures avec un « retour au cinq »:

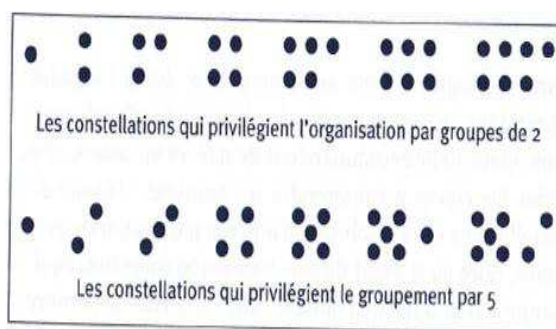
- pour calculer $6+3$, l'élève pourra faire: $6 + 3 = 5 + 1 + 3 = 5 + 4 = 9$
- pour calculer $8+6$, l'élève pourra faire: $8 + 6 = 5 + 3 + 5 + 1 = 10 + 4 = 14$.

✓ Les constellations:

Les constellations constituent elles aussi des collection-témoins organisées grâce à leurs configurations spatiales spécifiques. Ils existent notamment deux grandes catégories de

¹³Par exemple, 4 objets sont représentés par 4 doigts.

constellations en fonction du groupement privilégié: groupement par 2 ou par 5.

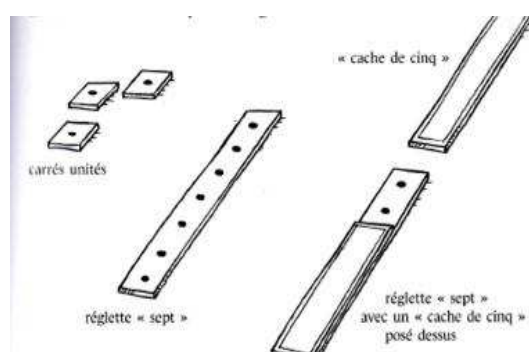


Les constellations qui s'appuient sur le groupement par 2 peuvent illustrer tout particulièrement les doubles (donc les relations numériques de la forme « $2x$ »). C'est ainsi que le 4 apparaît comme 2 et 2, le 6 comme 3 et 3, le 8 comme 4 et 4....

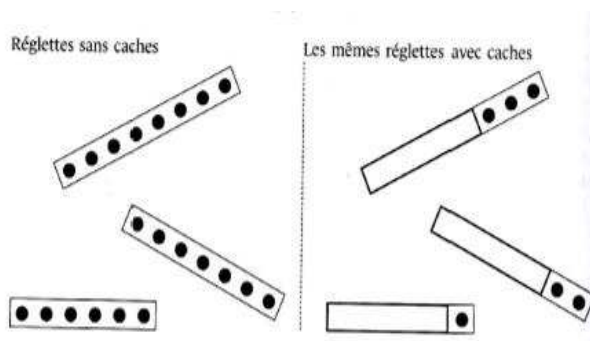
L'appropriation de ces relations est tout aussi intéressante dans la mesure où elles seront elles aussi très utiles pour accéder au calcul pensé. Par exemple, pour calculer $3 + 4$, l'élève pourra procéder ainsi $3 + 4 = 3 + 3 + 1 = 6 + 1 = 7$. Le calcul est nettement simplifié par un retour à une relation numérique connue (ici les doubles).

✓ Les réglettes avec caches:

Il s'agit d'un matériel pédagogique créé par R. Brissiaud. Celui-ci est constitué de petits carrés en carton sur lesquels est dessiné un point. Chaque carré représente donc une unité. Ce matériel contient aussi des réglettes constituées de plusieurs de ces carrés (de 2 à 10) et de « caches » qui permettent de masquer cinq points d'une réglette.



On remarque que ce matériel possède la même structure que les doigts (groupement par 5 grâce au cache). Il permet donc grâce à celle-ci de reconnaître très rapidement les quantités représentées sans recours au comptage (collection-témoin organisée).



Ces réglettes avec caches peuvent ainsi tout comme les configurations de doigts amorcer l'appropriation des relations numériques de la forme « $5+x$ », et l'accès au calcul pensé avec le « retour au cinq ».

L'usage des collections-témoins organisées semble donc être un moyen d'étendre le réseau des relations numériques de l'élève au-delà des simples relations de voisinage (par exemple de la forme « $x+1$ » où le résultat est obtenu en donnant le mot-nombre qui suit). Elles lui permettent comme nous l'avons vu d'accéder au calcul par une appropriation précoce des relations de la forme « $5+x$ » (doigts ou réglettes avec caches), ou de la forme « $2x$ » (constellations par groupements de 2). De plus, nous avons aussi précisé que la connaissance de ces relations numériques pourrait être une aide très intéressante pour l'accès au calcul pensé avec le « retour au cinq » ou encore l'usage des doubles.

Conclusion de la partie (en lien avec la problématique posée):

Nous avons donc vu dans cette première partie, après avoir clairement différencier les procédures de comptage et celles de calcul, que les auteurs préconisent actuellement différents moyens pour favoriser l'entrée dans le calcul avec de jeunes élèves.

D'une part, ils soulignent que les élèves n'abandonneront pas leurs procédures de comptage tant que celles-ci s'avéreront efficaces pour résoudre les problèmes proposés. En effet, pourquoi changeraient-ils de stratégie si celle qu'ils mettent en place fonctionne correctement et à chaque fois? Sur ce point, nous avons relevé que les auteurs proposent alors aux enseignants de manipuler certaines variables didactiques constitutives des situations pour justement rendre inefficaces ou impossibles les procédures de comptage des élèves. Parmi ces variables, nous pouvons citer notamment le degré de difficulté du problème (plus le problème sera complexe plus l'élève aura besoin d'une représentation matérielle pour se l'approprier), et la visibilité ou non des collections en jeu (seule la non-visibilité des collections pourra favoriser l'abstraction et donc par conséquent une résolution mentale). L'enseignant peut donc prendre en compte ces variables pour créer les conditions de rupture avec les procédures anciennes de comptage.

D'autre part, certains auteurs semblent vouloir aller plus loin en proposant concrètement des aides complémentaires pour l'apprentissage du calcul. En effet, on ne peut se limiter à « empêcher » les élèves de recourir au comptage si ceux-ci n'ont pas à leur disposition d'autres moyens de résoudre les problèmes. C'est notamment le cas comme nous l'avons vu de R. Brissiaud qui défend alors l'intérêt d'utiliser des collections-témoins organisées pour favoriser l'appropriation de certaines relations numériques précoces, au-delà de celles de la forme « $x+1$ ». Ces collections particulières s'organisent sous la forme de décomposition comme par exemple « $x+5$ » (pour les doigts, ou les réglettes avec caches). Ainsi, les élèves en s'appuyant sur ce type de représentation seraient susceptibles de s'approprier progressivement les relations numériques ainsi illustrées (par exemple 7 c'est 5 et 2, ou encore 8 c'est 5 et 3).

Cette dernière proposition de R. Brissiaud m'a semblé être un élément intéressant, au regard de son argumentation, pour aider les élèves à progresser vers le calcul. C'est pourquoi dans une deuxième partie, je présenterai une expérimentation que j'ai menée dans une classe de grande section qui s'appuie nettement sur cette proposition afin d'en évaluer son degré de pertinence.

II- Expérimentation et résultats:

L'objectif de mon expérimentation sera de démontrer la pertinence et les limites de l'utilisation de collections-témoins organisées dans l'apprentissage du calcul, qui selon R. Brissiaud, favorisent l'appropriation de certaines relations numériques, au-delà des plus simples telles que « $x+1$ » (cf. partie précédente).

Pour cela, je suis allée dans une classe de grande section située dans la ville d'Arras (dans la région du Nord-Pas-de-Calais). Cette classe est composée de 20 élèves soit 13 garçons et 7 filles. Les élèves m'ont semblé d'un niveau relativement correct, et ont montré beaucoup de motivation et d'enthousiasme lors des activités menées. L'enseignante de la classe a fait preuve de coopération en menant les activités que je voulais mettre en place très fidèlement à mes attentes. En effet, il m'a semblé plus pertinent de me placer comme observateur, afin d'avoir tout le recul nécessaire pour relever les données utiles à ma recherche. Le fait de mener moi-même les activités aurait très certainement monopolisé une part importante de mon attention pour assurer leur bon déroulement.

J'ai ainsi élaboré un protocole expérimental qui s'est organisé en trois temps:

- Une évaluation diagnostique des compétences numériques de l'ensemble des élèves.
- La confrontation de ces mêmes élèves à un problème de type additif (le « jeu de la boîte ») pour repérer les différentes procédures employées.
- Une séquence d'enseignement visant à faire progresser vers le calcul certains élèves n'ayant pas encore accès à cette procédure grâce à l'usage de collections-témoins organisées que sont les boîtes « Picbille ».

a) Evaluation diagnostique des compétences numériques:

J'ai décidé de commencer mon expérimentation par une évaluation diagnostique des compétences numériques de l'ensemble des élèves pour deux raisons.

D'une part, cette évaluation m'a été utile pour me faire une idée générale des compétences numériques des élèves. Il m'a semblé effectivement indispensable de m'informer sur celles-

ci pour mener à bien mon projet de manière à adapter au mieux les situations ultérieures aux possibilités de chaque élève (ex: la taille des nombres).

D'autre part, je voulais par la suite mettre en relation les résultats de cette évaluation avec ceux obtenus lors de la résolution de problèmes additifs afin de déterminer s'il y avait a priori des compétences numériques pré-requises pour accéder au calcul.

Cette évaluation diagnostique a ainsi porté sur cinq compétences¹⁴ (compétences que l'équipe de recherche ERMEL¹⁵ propose d'évaluer en début de grande section):

- Connaissance de la comptine numérique
- Maîtrise du dénombrement
- Constitution d'une collection de cardinal donné
- Reconnaissance globale (sans comptage) de petites quantités organisées en configurations connues (doigts)
- Exprimer de petites quantités avec ses doigts.

Observations et analyses:

- ✓ Connaissance de la comptine numérique (voir **annexe 2**):

On constate que la majorité des élèves connaît la comptine numérique au moins jusqu'à 10: ils sont capables de la répéter plusieurs fois de suite sans faire d'erreurs. Seul un élève (Noah) a semblé en difficulté dans cette tâche en s'arrêtant à 7. Ces résultats sont assez cohérents avec le niveau attendu en début de grande section (les élèves devant connaître la comptine numérique jusqu'à 30 pour la fin de l'année).

- ✓ Maîtrise du dénombrement (voir **annexe 3**):

Face à la situation proposée, tous les élèves sans exception ont eu recours spontanément au dénombrement. Néanmoins tous ne maîtrisent pas cette procédure de la même manière. Nous pouvons noter que la synchronisation entre les gestes (pointer les objets ou les déplacer) et la récitation de la comptine numérique est acquise pour la majorité des élèves,

¹⁴Voir **annexe 1** (présentation détaillée des différentes situations visant à évaluer ces compétences)

¹⁵ ERMEL, 1990, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, GS, I.N.R.P.*, Paris, Hatier.

et que tous ont répondu à la question « Combien? » en répétant le dernier nom de nombre énoncé, que celui-ci soit correct ou pas. On constate par contre une nette différence entre les élèves dans leur aptitude à organiser leur dénombrement: certains séparent nettement les objets déjà comptés des objets restant à compter (*photo 1*) ce qui facilite leur dénombrement et évite notamment de recompter plusieurs fois le même objet ou d'en oublier, alors que six d'entre eux ne mettent en place aucune stratégie d'organisation (*photo 2*, ils pointent les objets sans ordre précis et sans les déplacer) ce qui induit nécessairement des erreurs (omission de certains objets...)



Photo 1



Photo 2

✓ Constitution d'une collection de cardinal donné (voir **annexe 4**):

Pour constituer une collection d'objets de cardinal donné, on constate différentes procédures:

- onze élèves ont dénombré correctement et se sont arrêtés au terme du dénombrement des n objets demandés en déclarant qu'ils avaient fini.
- deux élèves ont dénombré toute la collection: cette procédure a été employée au premier essai, ce qui peut s'expliquer par le fait que cette activité a été présentée après la précédente où il était demandé de dénombrer tous les objets présentés. Une fois la consigne répétée, les élèves ont effectué la tâche sans erreurs.
- quatre élèves ont dénombré mais pas jusqu'au bon nombre demandé, ils se sont arrêtés avant ou après: on peut penser que ces élèves ont oublié en effectuant leur dénombrement le nombre demandé. En effet, cette tâche exige de mener en même temps plusieurs actions (se rappeler la suite des mots-nombres, coordonner récitation/ pointage, se rappeler du nombre demandé pour s'arrêter lorsqu'on le

prononce...) ce qui peut provoquer une surcharge cognitive chez l'enfant et donc des erreurs.

- deux élèves ont rencontré des difficultés dans leur dénombrement ce qui les a induit en erreur: ils ont pris deux objets d'un coup en énumérant un seul mot-nombre, ils se sont trompés dans la récitation de la comptine numérique (pour donner 9 objets, l'élève a fait 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9 et a donc donné 7 objets). On remarque néanmoins que ces élèves ne rencontraient pas de difficultés particulières dans les situations précédentes (connaissance de la comptine numérique, maîtrise du dénombrement), ce qui peut encore laisser penser que le fait de devoir retenir le mot-nombre auquel il faut s'arrêter demande un effort cognitif supplémentaire assez coûteux.
- ✓ Reconnaître globalement de petites quantités organisées en configurations connues (avec les doigts), voir annexe 5:

Lors de cette tâche, nous pouvons repérer trois catégories d'élèves selon la procédure employée.

Six élèves ont été capables de déterminer sans recours au comptage les quantités présentées sous forme de configurations connues.

Dix élèves y arrivaient pour des quantités inférieures à 5, mais au-delà ils avaient parfois besoin de recourir au comptage (*photo 3*). Les nombres 7, 8, et 9 notamment semblent leur poser des difficultés (10 est toutefois souvent acquis => c'est « 2 mains pleines »).

Enfin, quatre élèves ont eu toujours recours au comptage peu importe la quantité en jeu, même pour de petites quantités telles que 2 ou 3.



Photo 3

- ✓ Exprimer de petites quantités avec ses doigts (voir **annexe 6**):

Les élèves ont d'une manière générale mieux réussi cet exercice plutôt que le précédent. On constate en effet que les trois quart des élèves ont su montrer correctement avec leurs doigts les quantités demandées quasiment à chaque fois (*photo 4*). On remarque essentiellement quelques erreurs lorsqu'il s'agit de montrer 7 ou 8 (montre 7 au lieu de 8 et inversement) ou encore quelques recours au comptage encore une fois pour les plus grandes quantités (7, 8, 9).



Photo 4

La différence de réussite entre cette situation et la précédente peut s'expliquer par les sensations kinesthésiques qui jouent ici un rôle très important: les élèves « sentent » en plus la quantité lorsque c'est à eux de la représenter avec leurs propres mains.

Concernant cette évaluation, nous pouvons ajouter une remarque particulièrement intéressante:

On constate que la majorité des élèves sait parfaitement dénombrer des collections (**annexe 3**), et pourtant plusieurs d'entre eux ont de grandes difficultés à reconnaître globalement les quantités (**annexe 5**) même lorsque celles-ci sont petites et/ou organisées en configurations connues (doigts).

Maxence par exemple est capable de dénombrer une collection contenant jusqu'à 12 objets, or il ne sait pas reconnaître une configuration de 3, 4 ou 5 doigts. Il n'a donc aucune image mentale des nombres en tant que quantité (somme d'unités). Cette remarque est valable pour d'autres élèves comme Noah, Iliès (...). On peut penser que ces élèves ont une conception des nombres proche de celle des numéros si l'on se réfère aux travaux de R. Brissiaud: ils sont capables d'attribuer un mot-nombre à chaque objet dans un ordre précis

mais ils ne savent pas concrètement ce que représentent ces mots-nombres (notion de quantité).

b) Confrontation des élèves à un problème de type « additif » :

Après avoir évalué de manière globale les compétences numériques des élèves, je leur ai demandé de résoudre un problème de type « additif » (anticipation d'un ajout). L'objectif de la mise en place de cette situation était de relever les différentes procédures qu'ils employaient pour résoudre un problème portant sur les quantités. Ainsi, j'allais pouvoir identifier les élèves auxquels j'apporterais une aide ultérieure. Dans un même temps, la mise en parallèle des résultats avec ceux de l'évaluation diagnostique devait me permettre de souligner d'éventuelles compétences requises pour entrer dans le calcul.

Présentation de la situation:

La situation proposée a été la suivante: le jeu de la boîte (la tirelire)¹⁶. Elle se déroule comme suit:

L'enseignante présente le problème aux élèves (par petit groupe de 5). Elle met sous leurs yeux des jetons dans une boîte opaque, en les comptant un à un. « J'ai mis n_1 jetons dans la boîte. Combien il y a de jetons dans la boîte? Maintenant j'en remets n_2 (elle joint le geste à sa parole). Combien y a-t-il de jetons maintenant dans la boîte ? ». L'enseignante écoute les propositions des élèves et vérifie avec eux en ouvrant la boîte et en leur faisant compter les jetons.

Choix des variables didactiques:

Le choix des valeurs attribuées aux variables didactiques constitutives de cette situation a été orienté dans le but d'inciter au maximum les élèves à utiliser une procédure de calcul, cette procédure étant celle attendue.

✓ le choix du problème: il s'agit ici d'un problème additif. Ce choix est pertinent dans la

¹⁶Le matériel nécessaire se limite à une boîte opaque fermée avec une fente au-dessus pour y faire passer les jetons et une ouverture en dessous pour récupérer les jetons, et dix jetons.

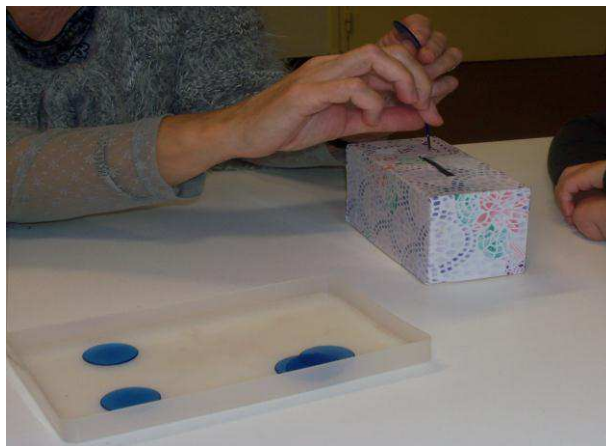
mesure où nous avons vu qu'un problème simple permettait de favoriser l'emploi de procédures de calcul (réf. R. Brissiaud). En effet, si le problème proposé est complexe, l'élève risque de recourir systématiquement au comptage (emploi de collections-témoins), non pas pour déterminer le résultat numérique mais plutôt pour se représenter la situation.

- ✓ les collections: les collections sont présentes puisqu'elles sont représentées par des jetons. Cependant bien qu'elles restent présentes, elles ne sont pas visibles par les élèves au moment où ils doivent déterminer leur nombre total: en effet, l'enseignante place les deux quantités de jetons dans une boîte opaque fermée. La non visibilité des collections est une variable importante puisqu'elle va empêcher les élèves de compter un à un les jetons, ils seront donc incités à résoudre le problème par une procédure de calcul.
- ✓ champ numérique: les valeurs des quantités en jeu sont: $1 \leq n_1 \leq 5$ et $1 \leq n_2 \leq 5$. Il s'agit de petites quantités dont la somme maximale ne pourra excéder 10. Ces valeurs se justifient par rapport aux connaissances numériques des élèves. En effet, l'évaluation diagnostique a révélé qu'une grande partie des élèves ne maîtrisait pas encore les nombres au-dessus de 10 (ce qui est tout à fait normal étant donné qu'ils ne sont pas encore en fin de grande section).

Déroulement:

Cette situation a été proposée en petits groupes, la classe étant partagée en quatre groupes hétérogènes de cinq élèves. Avec chaque petit groupe, l'enseignante a d'abord procédé collectivement afin que les élèves intègrent la tâche à effectuer. Après trois à quatre essais ensemble, chaque élève a été sollicité individuellement à tour de rôle, effectuant ainsi au total quatre essais chacun. L'enseignante devait veiller à diversifier les nombres du problème de manière à ce que tous les élèves soient confrontés à des relations du type $x+1$, $x+2$ ou $x+3$, et au moins une fois à $5+x$.

Mon rôle a été de relever à chaque essai de l'élève la procédure employée. Pour élaborer ma grille d'observation, je me suis notamment appuyée sur les procédures mises en avant par R. Charnay et D.Valentin (cf. III-b).



Le jeu de la boîte

Observations et analyses:

Mon relevé de données est mis en **annexe 7**. Celles-ci me permettent de répartir les élèves dans différents groupes selon leur mode de procédure, et d'identifier les difficultés qu'ils ont pu rencontrer.

Un premier groupe peut être constitué à partir des élèves ayant montrés une certaine maîtrise des procédures de calcul lors de la résolution de problème impliquant l'anticipation d'un ajout: Gabin, Saphia, et Sébastien. Ces élèves ont répondu correctement à la fois rapidement et sans utiliser leur doigts ce qui induit l'utilisation d'une procédure mentale.

Un second groupe peut être constitué avec des élèves qui semblent au contraire totalement perdus du fait qu'ils ne maîtrisent pas suffisamment les nombres en jeu (pourtant adaptés au niveau de chacun en référence à l'évaluation diagnostique). Il s'agit de Noah, Maxence, Lucie D., et Iliès. Ces élèves répondent généralement un nombre au hasard, ou tentent de représenter les quantités avec leurs doigts mais sans que leur procédure n'aboutisse.

Enfin, un troisième groupe peut être formé avec des élèves qui emploient une procédure de calcul mais pas encore de manière systématique et/ou seulement pour certaines relations numériques simples telles $x+1$ (et encore la résolution de ce type de

relation peut tout aussi bien relever d'une simple maîtrise de la comptine numérique).

On remarque de manière générale que l'ensemble de ces élèves contrôle relativement bien les relations de la forme $x+1$, et $x+2$ (quand $x < \text{ou} = 3$). Il s'agit de relations numériques simples car elles mettent en jeu de petites quantités, et consistent à déterminer le mot-nombre suivant, ou celui du suivant du suivant.

Néanmoins, nous pouvons relever que trois types de relation numérique semblent leur poser des difficultés:

- le passage au-dessus de 5: l'élève se trompe lorsque l'opération en jeu nécessite de passer au-delà de 5, par exemple 4 jetons et encore 2 jetons.
- les relations de la forme $x+3$: l'élève donne généralement le nombre précédent ou suivant le résultat correct, par exemple, pour 5 jetons et encore 3, l'élève répond souvent 7 ou 9.
- les relations de la forme $5+x$: l'élève n'est pas toujours capable de donner directement le résultat, et confond très souvent le $5+2$ et le $5+3$.

Lorsqu'ils sont confrontés à ce type de relations, les élèves utilisent alors différentes procédures. Certains utilisent leurs doigts pour se représenter les quantités et recompter l'ensemble (Lucie D.B., Enzo). D'autres ont recours au surcomptage oralement ou en s'aidant de leurs doigts (Lola, Clémence, Julia, Mathéo, Flavie). Et enfin, d'autres encore tentent d'effectuer un calcul mentalement mais leur réponse est souvent incorrecte (Anthony, Clément, Baptiste, Tristan, Raphaël).

Si nous mettons maintenant en parallèle ces résultats avec ceux obtenus lors de l'évaluation diagnostique, nous pouvons en plus mettre en évidence différents éléments.

D'abord, on remarque que les élèves ayant une certaine maîtrise des procédures de calcul ont acquis de nombreuses compétences numériques (connaissance de la comptine numérique, maîtrise du dénombrement, reconnaissance globale des quantités organisées en configurations connues etc...). Il est donc difficile à partir de là de déterminer une compétence pré-requise particulière indispensable pour le calcul.

Par contre, si on regarde les résultats obtenus lors de l'évaluation diagnostique par les élèves n'ayant pas eu recours au calcul pour résoudre le problème, on remarque que ce sont ceux que nous avons identifiés comme maîtrisant globalement la comptine numérique et le dénombrement mais incapables de reconnaître globalement les quantités.

Noah par exemple, n'a pas une représentation globale des petites quantités telles que 2 ou 3 (lors de l'évaluation diagnostique, il n'a pas su reconnaître sans comptage deux doigts ou

trois doigts). Ainsi lorsqu'on lui demande dans un problème d'ajouter 2 à une quantité de 3, l'élève est perdu puisqu'il ne maîtrise pas initialement « ce que représentent » ces mots-nombres deux et trois. Pour Iliès et Maxence, la même analyse peut être faite.

On peut donc penser que lorsque l'élève sait associer sans comptage les mots-nombres à des configurations de doigts cela l'aide à se représenter mentalement les quantités et donc à agir dessus. L'élève qui par exemple a acquis la configuration de doigts associée au nombre 8 est capable d'effectuer un calcul comme $5 + 3$ puisque la configuration elle-même montre cette décomposition.

Pour la suite de mon travail, j'ai donc décidé de m'intéresser plus particulièrement au troisième groupe identifié précédemment. En effet, ces élèves, contrairement au premier groupe, ne maîtrisent pas totalement les procédures de calcul. Ils éprouvent encore le besoin pour effectuer certaines opérations de revenir à des procédures plus concrètes (se représenter les quantités, ou encore énoncer la suite des mots-nombres). Néanmoins, contrairement au deuxième groupe identifié, ils possèdent certains acquis de base (notamment une reconnaissance globale plus ou moins précise des quantités) qui rendent justement accessibles à court ou moyen terme l'élaboration de procédures de calcul.

c) Les boîtes « Picbille », une aide à l'apprentissage du calcul?:

Le troisième temps de mon expérimentation sera donc consacré à montrer l'impact de l'usage des collections-témoins organisées dans l'apprentissage du calcul.

A défaut de trouver « les réglettes avec caches » de R. Brissiaud, j'ai décidé d'utiliser les boîtes « Picbille » qui comportent la même structure que les réglettes (groupements par 5), et qui ont d'ailleurs été conçues par le même auteur.

Les boîtes « Picbille » sont effectivement constituées de deux compartiments, chacun pouvant contenir jusqu'à 5 jetons et étant pourvu d'un couvercle. Par convention, dès qu'un des compartiments est rempli (il contient donc 5 jetons), le couvercle est fermé. Ces boîtes suivent donc le même principe que les réglettes avec caches (cf. I-d).



Une boîte « Picbille » avec les jetons

Leur utilisation avec les élèves, si l'on s'appuie sur la théorie de R. Brissiaud (cf. I-d), devrait permettre d'élargir leur connaissance des relations numériques: elles devraient effectivement favoriser l'appropriation des relations de la forme « $5+x$ », mais aussi celle d'autres relations avec le « retour au 5 » (ex: $4+3 = 4+1+2 = 5+2 = 7$).

Il s'agit justement de connaissances très partiellement maîtrisées par les élèves si l'on se réfère aux résultats de l'évaluation diagnostique et de la situation problème (cf. II- a et b).

Plusieurs séances autour de la manipulation des boîtes « Picbille » ont donc été menées dans le but d'aider les élèves à progresser vers le calcul.

Douze élèves ont été repérés précédemment pour suivre cette séquence: nous les avons répartis en 3 groupes homogènes de 4 élèves afin de travailler dans des conditions plus optimales.

La séquence d'enseignement s'est alors déroulée sur 4 séances, à raison d'une séance par semaine d'environ 20 minutes pour chacun des trois groupes. Voici ci-après la présentation et les résultats observés lors de chacune de ces séances.

✓ **Première séance:**

La première séance a eu pour objectif de familiariser les élèves avec le matériel des boîtes « Picbille », en leur faisant comprendre notamment qu'un compartiment fermé contient toujours 5 jetons.

Pour cela, j'ai demandé à l'enseignante de leur proposer un jeu nommé « la course à 10 »¹⁷ dont voici la règle:

Le jeu se joue à 4 joueurs, et chaque joueur a une boîte Picbille devant lui. Le but du jeu

¹⁷Ce jeu est proposé par Rémi Brissiaud dans son livre: Comment les enfants apprennent à calculer.

est d'être le premier à avoir rempli entièrement sa boîte avec des jetons (donc à avoir 10 jetons). Pour gagner des jetons, les joueurs lancent l'un après l'autre un dé reconfiguré 1, 2, 3. A chaque jet de dé, l'enfant prend dans une pioche le nombre de jetons correspondant à son gain et les place dans sa boîte (attention les boîtes se remplissent de gauche à droite, il ne doit pas y avoir de « trou »). Dès qu'un joueur a 5 jetons, il doit refermer le couvercle du compartiment rempli, car sinon le loup qui « surveille » (joué par l'enseignante) lui dérober ses jetons non masqués et les remet dans la pioche.

Pendant le jeu, l'enseignante a demandé à chaque fois aux élèves de verbaliser combien ils avaient de jetons avant de lancer le dé et après l'avoir lancé. Cette verbalisation était indispensable pour que les élèves intègrent progressivement la structure des boîtes, et qu'ils procèdent peu à peu à un surcomptage au-dessus de 5. En effet, une fois le premier couvercle fermé, l'enseignant a incité les élèves (notamment ceux qui tentaient de compter à travers le cache) à déterminer leur nombre de jetons en partant de « cinq ». Ainsi, nous avons commencé à amener les élèves à voir et mémoriser certaines décompositions: un cache plus 1 jeton c'est 6 (donc $5+1=6$), un cache plus 2 jetons c'est 7 (donc $5+2$), etc...



« La course à 10 »

On constate au regard des résultats de cette première séance (voir **annexe 8**) qu'une grande partie des élèves semble avoir progressivement intégrés le fonctionnement des boîtes « Picbille » au fil des lancers: seule une élève (Julia) a continué lors de la deuxième partie à compter ses jetons par dessus le couvercle de la boîte, tous les autres ayant eu recours au surcomptage ou ayant reconnu directement le nombre de jetons grâce à la configuration des boîtes (identique à celle des doigts). On remarque également (tout comme nous l'avions déjà fait lors des évaluations précédentes) que les configurations du

type « 5+x » ne sont pas encore totalement acquises par les élèves (recours au surcomptage ou erreurs). Les séances suivantes veilleront donc à l'automatisation des connaissances relatives aux relations numériques de cette forme, qui sera facilitée par la structure des boîtes. Ces connaissances permettront ainsi aux élèves de se construire progressivement une image mentale des nombres avec le repère « 5 » par visualisation de leur représentation dans les boîtes.

Entre la première et la deuxième séance, précisons que l'enseignante a travaillé avec les boîtes « Picbille » avec les élèves en collectif. Elle leur a proposé des exercices consistant à déterminer différentes quantités de jetons mises dans les boîtes (dans le but d'encourager la mémorisation des différentes configurations, exemple: 5 (un cache) et 2 jetons => 7).

✓ **Deuxième séance:**

La deuxième séance a eu un nouvel objectif qui était d'encourager les élèves à employer des procédures de calcul pour anticiper un ajout grâce à l'appui de la boîte « Picbille ».

Le même jeu que la séance précédente a été proposé aux élèves (« la course à 10 ») avec néanmoins la modification d'une des consignes: l'élève ne devait plus dire le nombre de jetons qu'il possédait une fois qu'il les avait saisi et mis dans la boîte mais avant de les prendre. Il devait donc anticiper son nouveau nombre de jetons. Pour ce faire, différentes procédures pouvaient être mises en place:

- L'élève ne répond pas.
- L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (en partant de 1) et continue la récitation de la comptine numérique.
- L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons après l'avoir déterminée, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).
- L'élève surcompte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.
- L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).

Les deux dernières procédures ont notamment été encouragées par la structure de la boîte qui d'une part empêche en quelque sorte de recompter les jetons à partir du début (recouverts par le cache), et d'autre part qui permet de visualiser mentalement la nouvelle configuration de jetons et de la reconnaître instantanément.

Mis à part ce changement, le déroulement de l'activité est resté le même et l'enseignante insistait toujours autant pour que les élèves verbalisent, avant de lancer le dé, le nombre de jetons qu'ils possédaient. Rappelons que cette verbalisation est nécessaire pour deux raisons: d'un côté, elle permet aux élèves de mémoriser à force de répétition les différentes configurations des nombres (construction d'images mentales), en particulier les décompositions des nombres supérieurs à 5 de la forme $5+x$, et d'un autre côté, elle encourage au surcomptage en faisant partir les élèves du nombre de jetons qu'ils possèdent déjà.

Le relevé de données (voir **annexe 9**) montre différents résultats relatés ci-dessous.

En ce qui concerne la détermination du nombre de jetons qu'ils possèdent déjà, les élèves commencent à mémoriser certaines configurations grâce au repère « 5 ». Pour les relations qui posaient problème ($8=5+3$ et $9=5+4$), des stratégies ont été explicitées afin de permettre à ceux qui avaient des difficultés de les dépasser. Par exemple, si l'élève était obligé de surcompter pour déterminer une quantité de neuf jetons, l'enseignante demandait comment on pouvait retenir que c'est neuf ($5+4$ relation assez complexe en raison de la grandeur du nombre à ajouter « 4 »), certains élèves ont alors répondu que « c'était quand il restait plus qu'une seule case vide », référence ici au « 10 moins 1 ».

D'un autre côté, en ce qui concerne l'anticipation de l'ajout de jetons, les résultats sont un peu plus divers en fonction des élèves. On remarque que certains élèves mettent déjà en œuvre des procédures mentales très efficaces: Enzo, Raphaël, Lucie et Mathéo ont anticipé, après chaque lancer, leur nouveau nombre de jetons sans erreurs. Leur regard se plaçait parfois sur leur boîte comme s'ils se servaient de la boîte pour visualiser mentalement la nouvelle configuration suite à l'ajout des nouveaux jetons, et donc pour la déterminer.

D'autres élèves ont également eu recours à des procédures mentales mais celles-ci se sont avérées plus ou moins efficaces: Clément (ex: 2 et 3, il dit 4), Tristan (7 et 2, il dit 8), Anthony (1 et 2, il dit 2 puis 4).

Enfin, d'autres élèves ont utilisé parfois le surcomptage pour déterminer le résultat de

l'ajout (ex: Lola et Flavie, 5 et 2 => 5, 6, 7), ou encore leurs doigts (ex: Baptiste, 3 et 1).

Les résultats de cette séance sont donc assez encourageants puisqu'on voit que la majorité des élèves procède déjà au surcomptage voire même au calcul. Or, nous avons constaté lors de la situation de résolution d'un problème additif (jeu de la boîte) que beaucoup utilisaient leurs doigts (par exemple, Lucie qui dans cette nouvelle situation procède au calcul), ou le surcomptage (par exemple, Flavie qui utilisait systématiquement le surcomptage, et qui dans cette situation n'y a presque plus eu recours). L'utilisation des boîtes « Picbille » semble donc influencer les procédures mises en place par les élèves.

Entre la deuxième et la troisième séance, l'enseignante a continué à travailler régulièrement avec les boîtes en collectif. Elle a proposé des exercices qui portaient toujours sur la reconnaissance immédiate de différentes configurations de jetons dans les boîtes (pour favoriser la mémorisation des décompositions), et des exercices qui consistaient à déterminer le résultat d'un ajout ou d'un retrait d'abord en montrant la manipulation effectuée, puis en demandant d'anticiper (Ex: Combien y a-t-il de jetons dans la boîte? 5, et si j'en ajoute 2? 7).

✓ **Troisième séance:**

Le début de la séance 3 a consisté à reprendre exactement à l'identique la situation de la deuxième séance (la « course à 10 » avec comme consigne de déterminer son nouveau nombre de jetons avant de les saisir et de les placer dans sa boîte). Les élèves ont donc continué à s'entraîner à reconnaître les différentes configurations de jetons avec le cache, et à anticiper mentalement le résultat de l'ajout. Pour ceux qui rencontraient encore des difficultés à opérer mentalement, le fait de continuer à effectuer systématiquement la manipulation pour valider leur proposition leur a permis de comprendre et de mémoriser progressivement les relations qui unissent les nombres. Par exemple, si l'élève a répondu 7 à 4 jetons et encore 2 jetons, il saisit grâce au guidage de l'enseignant que 4 jetons et 1 jeton font 5 jetons, on ferme le cache et ensuite on ajoute encore 1 jeton ce qui fait 6 jetons. Il comprend ainsi la transformation (mise en place d'une procédure de calcul réfléchi) et la mémorise au fur et à mesure qu'il la rencontre.

On voit donc au travers de la grille d'observations (**annexe 10 partie 1**) que les élèves continuent de progresser (recours de plus en plus régulier à une procédure mentale de

calcul).

J'ai ensuite demandé à l'enseignante, au lieu de proposer une nouvelle partie de la « course à 10 », de présenter aux élèves de nouveau le « jeu de la boîte ». Les règles du jeu restent les mêmes: l'enseignante met n_1 jetons dans la boîte, ajoute n_2 jetons, et demande à l'élève de déterminer le nombre total de jetons qu'il y a dans la boîte. La seule différence a résidé dans le fait que les élèves avaient à leur disposition pour résoudre le problème la boîte « Picbille ». L'enseignante a précisé aux élèves qu'ils pouvaient utiliser la boîte s'ils avaient besoin d'aide mais que s'ils savaient répondre sans l'utiliser ils n'étaient pas obligés de s'en servir. La manipulation de cette variable matérielle a pour seul but d'aider les élèves à effectuer un transfert d'apprentissage, c'est-à-dire à mobiliser un apprentissage acquis dans une situation particulière (le jeu de « la course à 10 ») pour l'appliquer dans un nouveau contexte (le « jeu de la boîte »). En effet, lorsque l'enseignante effectue les manipulations successives, les élèves sont incités à penser à la boîte « Picbille (qui se trouve devant eux), à se représenter la quantité de départ, puis la quantité après l'ajout, et ainsi à déterminer le résultat (comme pour « la course à 10 »). Certaines relations auront aussi probablement été mémorisées à force de répétitions pendant les activités précédentes.

Au regard de l'**annexe 10 (partie 2)**, nous pouvons observer que peu d'élèves ont eu recours à la boîte pour placer concrètement les jetons à l'intérieur. Certaines relations numériques semblent ainsi être acquises par les élèves, en particulier celles de la forme $5+x$. On remarque effectivement que dix élèves sur douze ont su répondre correctement et mentalement lorsque le problème était présenté avec $n_1=5$ (même pour $5+3$ et $5+4$). Cela était, rappelons-le, l'un des objectifs premiers des activités précédentes en raison de la structure des boîtes « Picbille » qui met en avant la décomposition des nombres sous la forme « $5+x$ ».

Pour ce qui concerne les autres relations numériques, les résultats sont également très satisfaisants: Mathéo, Lucie, Clémence, Raphaël (et d'autres encore) ont réalisé des performances remarquables dans la mesure où ils ont répondu correctement à chaque essai par une procédure mentale (calcul). On peut penser que le transfert des connaissances acquises par le travail avec les boîtes a été effectué: Lucie et Raphaël ont parfois commencé à poser leurs doigts au-dessus des premières cases de la boîte sans aller au bout pour annoncer ensuite le résultat. Ces élèves ont donc probablement imaginé « dans leur tête » la boîte avec les deux quantités de jetons.

Les autres élèves ont aussi été performants avec néanmoins quelques difficultés pour

certain: Enzo par exemple, a eu recours systématiquement à ses doigts pour se représenter les quantités en jeu (puis il donne directement la quantité obtenue sans comptage un à un); ou encore Clément qui tente de calculer mentalement mais qui n'obtient pas toujours la bonne réponse (3 et 2, il dit 7).

Lorsqu'une erreur se présentait, l'enseignante proposait à l'élève d'utiliser la boîte afin qu'il visualise la transformation. Les élèves, très souvent, rectifiaient leur erreur très rapidement sans avoir mis tous les jetons dans la boîte. Le passage par ce mode de validation est important puisqu'il encourage également les élèves à établir le lien entre le jeu de la boîte et les boîtes « Picbille » (ce qui ne va pas systématiquement de soi pour tous les élèves).

✓ **Quatrième séance:**

La quatrième séance a consisté à reprendre la deuxième partie de la troisième séance c'est-à-dire le jeu de la boîte avec possibilité d'utiliser la boîte « Picbille » pour résoudre le problème. Cette séance a visé d'une part, à réactiver les connaissances des élèves après deux semaines de vacances (vacances de Noël), et d'autre part, à consolider leurs acquis en continuant à les entraîner à s'appuyer sur les boîtes « Picbille » pour opérer mentalement sur des quantités.

Les résultats (**annexe 11**) sont relativement cohérents avec ceux de la séance précédente, c'est pourquoi je ne les détaillerai pas davantage.

✓ **Evaluation des progrès:**

Suite à cette séquence de 4 séances, j'ai évalué les élèves sur la même situation que celle qui m'a servi de point de départ: le « jeu de la boîte », mais attention cette fois-ci les élèves n'avaient plus accès aux boîtes « Picbille » pour s'aider (donc conditions parfaitement identiques à celles de la situation présentée avant la séquence).

Il s'agit donc d'évaluer si la séquence proposée a permis ou pas aux élèves de progresser vers la mise en place de procédures de calcul, en particulier pour des relations numériques de la forme « $5+x$ ».

Les élèves sont passés en entretien individuel avec l'enseignante afin qu'ils ne soient

pas « influencés » par leurs camarades (qui peuvent dire la réponse correcte ou non avant eux et donc invalider l'essai). Comme avant la séquence, j'ai demandé à l'enseignante de proposer aux élèves différents types de relations numériques: « $5+2$ » et « $5+3$ » (décompositions privilégiées par les boîtes), « $4+2$ » et « $3+3$ » (« retour au 5 » aussi privilégié par les boîtes, néanmoins le « $+3$ » est plus difficile pour ces élèves de grande section), et « $3+2$ » (relation plus simple).

Les résultats (**annexe 12**) sont alors les suivants (sur les onze élèves et non plus douze car un des élèves a changé d'école et n'a donc pas pu être évalué):

- *pour les relations du type « $5+x$ » ($5+2$ et $5+3$):*

Huit élèves sur onze ont répondu rapidement et sans faire d'erreurs (donc par calcul mental: résultat mémorisé ou reconstruit).

Deux élèves (Tristan et Baptiste) ont eu recours au surcomptage (oral sans utiliser leurs doigts).

Un élève (Enzo) a représenté les quantités en jeu sur ses doigts et a déterminé la quantité totale directement sans comptage (reconnaissance de la configuration).

- *pour la relation « $4+2$ » :*

Sept élèves sur onze ont répondu rapidement et sans faire d'erreurs (calcul mental).

Trois élèves (Tristan, Baptiste, et Clément) ont eu recours au surcomptage (oral).

Un élève (Enzo) a représenté les quantités en jeu sur ses doigts et a déterminé la quantité totale directement sans comptage.

- *pour la relation « $3+2$ »:*

Sept élèves sur onze ont répondu rapidement et sans faire d'erreurs (calcul mental).

Trois élèves (Tristan, Baptiste, et Clément) ont eu recours au surcomptage (oral).

Un élève (Enzo) a représenté les quantités en jeu sur ses doigts et a déterminé la quantité totale directement sans comptage.

- *pour la relation « $3+3$ »:*

Seuls trois élèves (Clémence, Flavie, et Julia) ont répondu rapidement et sans faire d'erreurs (calcul mental).

Quatre élèves (Mathéo, Baptiste, Lola et Lucie) ont répondu en calculant mentalement mais en se trompant dans le résultat.

Un élève (Tristan) a eu recours au surcomptage.

Trois élèves (Enzo, Raphaël, Clément) ont représenté les quantités en jeu sur leurs doigts et ont déterminé la quantité totale avec ou sans comptage.

Ces résultats révèlent donc différentes informations:

D'une part, nous pouvons voir que les élèves se sont relativement bien approprié les relations numériques de la forme « $5+x$ ». Ces relations posaient pourtant des problèmes aux élèves avant la séquence (voir **annexe 7**): confusion $5+2$ et $5+3$, nombreuses erreurs, résultat obtenu grâce aux doigts ou par surcomptage. Seul Raphaël, lors de la première évaluation, avait été capable de déterminer correctement le résultat de ces relations par une procédure mentale. On constate donc une nette progression de la part de la majorité des élèves. L'appropriation des relations numériques de la forme « $5+x$ » grâce aux boîtes « Picbille » a donc permis aux élèves d'employer des procédures de calcul mental pour résoudre des problèmes mettant en jeu des quantités où la quantité initiale vaut 5, et cela quelle que soit la quantité ajoutée ensuite (parfois assez importante: 3 ou 4). De plus, l'appropriation des relations numériques de la forme « $5+x$ » a également permis aux élèves d'élargir leurs possibilités de calcul mental grâce au « repère 5 »: c'est ainsi qu'ils peuvent résoudre « 4 et encore 2 » en décomposant le calcul dans leur tête de cette manière « 4 et encore 1 ça fait 5, 5 et encore 1 ça fait 6 » (7 élèves sur 11 ont répondu par un calcul mental correct à ce problème à l'évaluation finale contre 2 élèves seulement avant la séquence avec les boîtes « Picbille »). L'explicitation des procédures de calcul réfléchi donnée simultanément à la manipulation (mise en place des jetons dans la boîte et utilisation du cache) a effectivement facilité l'accès des élèves au calcul mental (procédure peu à peu intériorisée).

D'autre part, nous pouvons constater à la vue des résultats quelques nuances entre les élèves.

Enzo, par exemple, peu importe le calcul qui était en jeu, a toujours eu recours à une procédure mobilisant ses doigts comme c'était déjà le cas avant la séquence. Cet élève n'a donc pas encore intégré d'images mentales relatives aux quantités (il a besoin qu'elles soient concrètement représentées pour agir dessus), ni même mémorisé certains résultats. Pourtant, tout au long de la séquence avec les boîtes, cet élève a mis en place à de nombreuses reprises des procédures de calcul (jeu de la « course à 10 »: anticipation de l'ajout) sans mobiliser ses doigts. Deux interprétations peuvent selon moi être faites:

- Soit l'élève n'a pas su élaborer un transfert des connaissances acquises dans le contexte des boîtes « Picbille » dans le nouveau contexte du « jeu de la boîte » (alors que ce transfert a été mis en évidence dans les séances 3 et 4).

- Soit l'élève a à sa disposition un ensemble de procédures, et a décidé dans cette situation particulière de privilégier celle avec les doigts (qu'il considère peut-être comme la plus fiable).

Pour cet élève, on ne peut donc pas considérer que les boîtes « Picbille » ont eu un apport particulier dans la mesure où elles ne lui ont pas permis de faire évoluer sa procédure vers le calcul mental.

A l'inverse, on peut constater que Julia a eu systématiquement recours à des procédures de calcul dans l'évaluation finale alors qu'elle avait des difficultés à les employer avec le support des boîtes « Picbille ». En effet, cette élève a eu des difficultés à intégrer que sous un cache il y avait toujours 5 jetons (cf. séance 1), elle partait toujours de 1 pour trouver le nombre de jetons qu'elle possédait dans sa boîte (en comptant en pointant au-dessus du cache ou seulement oralement). Lors de l'activité la « course à 10 » de la séance 2 et 3, on constate toujours qu'elle procède régulièrement en repartant de 1 pour déterminer le résultat de l'ajout de jetons. Malgré l'intervention de l'enseignante qui lui rappelait que sous le cache il y avait toujours 5 jetons, Julia semblait ne pas réussir à anticiper sans repartir du début de la comptine numérique. Or, à partir du moment où on est revenu sur « le jeu de la boîte », on constate que cette élève a alors eu recours à des procédures de calcul. Cela apparaît difficilement explicable. Pour elle, il semblerait que la présence des boîtes et des jetons pour matérialiser les quantités en jeu ait davantage été un obstacle plutôt qu'une aide à l'apprentissage. Il est en effet possible que la recherche de contextualisation (calculer à travers un jeu) l'ait empêchée de percevoir concrètement l'enjeu de l'activité (ajout d'une quantité à une autre). Les boîtes « Picbille » ne peuvent apporter une aide à l'élève qu'à condition que celui-ci comprenne son fonctionnement et son intérêt. Ce ne fut peut-être pas le cas pour Julia. Néanmoins, on ne peut pas négliger le fait qu'elle ait tout de même progressé au terme de cette séquence: surcomptage dominant avant la séquence, calcul dominant après la séquence. L'apport des boîtes « Picbille » ne semble pas cependant être l'origine de cette progression (au regard des résultats obtenus lors des différentes séances).

Enfin, nous pouvons noter que certains élèves (Tristan, Baptiste et Clément) en sont restés le plus souvent au stade du surcomptage. Néanmoins, notons que pour ces trois élèves cette procédure (qui a aussi été encouragée par les boîtes « Picbille ») leur a permis à chaque problème présenté de trouver la réponse correcte. Or, lors de la séance d'évaluation sur le « jeu de la boîte » avant la séquence, ces élèves répondaient certes parfois mentalement mais en effectuant des erreurs (cf. annexe 7). La mise en place d'une

procédure de surcomptage lors de l'évaluation finale montre donc un premier progrès dans le sens où ils établissent une relation entre les nombres: par exemple, 4 et 2 ça fait 4 et un et encore un donc 4, 5, et 6 (décomposition de la quantité à ajouter en somme d'unités).

d) Bilan de l'expérimentation:

Nous pouvons donc conclure cette deuxième partie en disant que la manipulation des boîtes « Picbille » donc de collections-témoins organisées (ici par groupements de 5) peut s'avérer être une aide pour amener les élèves à employer des procédures de calcul. En effet, nous avons constaté au travers des résultats (comparaison des résultats obtenus au « jeu de la boîte » avant et après la séquence) que la majorité des élèves ayant bénéficiés de cet outil ont réellement progressé vers ce mode de résolution mentale. La mise en évidence des décompositions des nombres par des collections-témoins organisées permet effectivement de dépasser la simple représentation des nombres comme une suite de « numéros » en montrant concrètement que chaque nombre est composé de groupements plus petits (ex: dans 7 on voit 5 et 2). Cette prise de conscience fait donc que les élèves accèdent très rapidement aux relations numériques qui sont privilégiées par ce mode de représentation (pour les boîtes « Picbille, il s'agit comme nous l'avons vu des relations numériques de la forme « $5+x$ »).

Ainsi, en favorisant la fréquentation régulière des élèves avec les boîtes « Picbille », nous leur avons permis de tisser des liens entre les nombres: 7 c'est 5 et 2, 8 c'est 5 et 3, mais aussi 4 c'est 5 moins 1, 9 c'est 10 moins 1, ou encore 6 c'est 4 et 1 (5) et 1. Peu à peu, et à force de répétitions, les élèves ont intériorisé ces relations numériques montrées concrètement par le matériel en se construisant des images mentales des différentes décompositions des nombres. Pour une bonne partie d'entre eux, il a alors été possible de mobiliser ces images mentales pour procéder à des calculs dans un nouveau contexte (celui du « jeu de la boîte »).

Cependant, nous avons aussi constaté au regard des résultats que la manipulation des boîtes « Picbille » n'avait pas réellement eu d'impact pour certains élèves (néanmoins rappelons qu'il s'agit d'une minorité). Les explications de ce résultat restent difficiles à déterminer (cf. II- c) - évaluation des progrès).

Toutefois, nous pouvons noter une chose importante: lors de l'évaluation terminale, peu importe la procédure qui a été employée (même pour ceux qui n'ont pas eu recours au

calcul) les réponses ont été correctes (ce qui était loin d'être le cas avant la séquence). Ce constat n'est pas des moindres puisqu'il montre que, au-delà de vouloir absolument que les élèves aient recours à une procédure de calcul, il s'agit avant tout de leur permettre d'améliorer leur connaissance des nombres et de leur donner les moyens de résoudre correctement un problème portant sur les quantités (ce qui a été effectivement le cas au regard des résultats). Certes, l'objectif premier était de favoriser la procédure la plus experte (le calcul), mais on ne peut négliger le fait qu'il est tout aussi important que l'efficacité de la procédure de résolution employée soit assurée. C'est pourquoi je pense qu'il vaut mieux par exemple permettre à un élève (surtout dans le cas où on se situe qu'en grande section) d'utiliser ses doigts pour résoudre un problème si cette procédure lui permet d'obtenir le résultat, plutôt que de « l'obliger » en quelque sorte à procéder dans sa tête si celui-ci n'y est pas encore prêt (il donnera alors très certainement une réponse « au hasard »).

Les boîtes « Picbille » sont effectivement un outil pour aider les élèves à résoudre des problèmes numériques par le calcul, mais il s'agit d'un outil parmi d'autres. Il est nécessaire, dans la mesure où tous les élèves ne tireront pas bénéfices de cet outil (même s'ils sont peu nombreux), de mettre à leur disposition d'autres outils efficaces. L'utilisation des doigts par exemple, qui a notamment été privilégiée par un des élèves, ne va pas comme on pourrait le croire en contradiction avec notre objectif de calcul. En effet, les doigts représentent aussi une collection-témoin organisée (cf. I- d) qui ont d'ailleurs la même structure que les boîtes « Picbille » (groupement par 5). L'élève qui mobilise régulièrement ses doigts pour se représenter les quantités à additionner prendra aussi conscience progressivement de certaines relations numériques (toujours par rapport au « repère 5 »). On remarque d'ailleurs que l'élève qui a eu recours à chaque essai à ses doigts, ne déterminait pas la quantité totale par un comptage de un en un mais en reconnaissant la configuration obtenue grâce au « repère 5 ». Peu à peu, on peut penser qu'il passera de la représentation des quantités sur ses doigts à une représentation de celles-ci dans sa tête.

Rappelons ainsi, pour finir, que le rôle de l'enseignant reste de proposer un ensemble diversifié d'outils permettant aux élèves de faire évoluer leur procédure vers la procédure experte (le calcul mental). Certains outils (boîtes « Picbille », doigts, constellations ...) apporteront alors plus ou moins d'aide en fonction des élèves. C'est donc la variété des outils qui permettra à chacun de trouver une aide qui lui permettra de progresser.

Conclusion:

L'objet de ce mémoire était de s'interroger sur la façon dont l'enseignant pouvait s'y prendre pour aider les élèves de grande section à progresser vers le calcul lors de la résolution de problèmes arithmétiques.

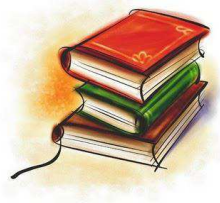
Nous avons établi dans un premier temps une synthèse théorique qui nous a permis de mettre en évidence deux éléments importants. D'une part, nous avons vu que le rôle de l'enseignant était primordial dans la mesure où c'est à lui d'aménager les situations pour engager la rupture avec les procédures de comptage. Pour cela, il doit jouer sur la manipulation de variables didactiques comme les énoncés de problème (qui doivent relativement simples et clairs) ou les supports (si les collections en jeu ne sont pas visibles il empêche les élèves de dénombrer). D'autre part, il y a un certain nombre d'outils complémentaires que l'enseignant peut proposer aux élèves pour les aider à opérer mentalement: il s'agit des collections-témoins organisées (défendues notamment par R. Brissiaud) qui permettent aux élèves de voir les nombres sous différentes décompositions (mise en évidence des relations numériques qui lient les nombres entre eux).

Nous avons ensuite, dans un deuxième temps, chercher à expérimenter ces outils dans une classe de grande section en proposant à ces élèves une séquence d'enseignement s'appuyant sur l'utilisation des boîtes « Picbille » (collections-témoins organisées en deux groupements de 5). Le recueil des procédures des élèves confrontés à une situation de résolution de problème arithmétique (de type additif) avant et après cette séquence nous a alors permis de mettre en avant une évolution de leurs procédures vers le calcul. En effet, les élèves semblent au terme de cette séquence avoir acquis de nouvelles connaissances sur les nombres: au regard de nos résultats, nous avons vu qu'ils se sont approprié non seulement les relations numériques du type « $5+x$ » (privilegiées par les boîtes), mais aussi les relations numériques nécessitant le « retour à 5 » (ex: $4+2 = 4+1+1=5+1=6$). Globalement, nous pouvons donc conclure que l'utilisation de collections-témoins organisées a été un outil efficace pour aider les élèves de cette classe à progresser vers les procédures de calcul.

Bien entendu, précisons que notre expérimentation a été menée sur un effectif très réduit (une seule classe). Par conséquent, nous ne pouvons généraliser nos résultats. Il conviendrait pour cela de mener le protocole expérimental présenté dans ce mémoire dans d'autres classes de grande section.

De plus, nous avons ici choisi un support bien spécifique, les boîtes « Picbille ». Ces boîtes fournissent des informations numériques intéressantes comme nous l'avons vu (« $5+x$ »). Néanmoins, il serait possible d'utiliser d'autres supports tout aussi riches, comme les constellations, ou encore les cartes à points. Les cartes à points de Jean-Luc Brégeon présentent notamment une grande richesse de structures numériques: la propriété des doubles est mise en évidence (4 apparaît comme 2 et 2), l'ajout d'une unité à un nombre pour obtenir le nombre suivant est visible (7 apparaît comme $6+1$), la vision globale est facilitée (peut-être davantage que par une représentation linéaire).

Enfin, d'un point de vue plus général, je terminerai en disant que mes recherches ainsi que mon expérimentation élaborées dans le cadre de ce mémoire m'ont permis d'enrichir mes connaissances concernant l'enseignement de la numération au cycle 1 et 2. La connaissance des nombres est un enjeu essentiel dans les apprentissages à l'école primaire comme je l'ai signalé dans les premières lignes de cet écrit, et ces recherches me permettent aujourd'hui d'appréhender son enseignement avec davantage de maîtrise.



Bibliographie

BRISSIAUD R., 2005, *Comment les enfants apprennent à calculer*, Paris, Retz.

BRISSIAUD R., 2007, *Premiers pas vers les maths : les chemins de la réussite à l'école maternelle*, Paris, Retz.

BRISSIAUD R., 1991, « Calculer et compter de la petite section à la grande section », Grand N, n° 49, 37-48.

BRISSIAUD R. (propos recueillis par Magnetto P.), 14.11.2011, « Maths, Hétérogénéité des niveaux », Fenêtres sur cours, n°361.

BRISSIAUD R., 2001, *J'apprends les maths avec Picbille CP (livre du maître)*, Paris, Retz.

CHARNAY R. et VALENTIN D., 1991, « Calcul ou comptage? Calcul et comptage! », Grand N n° 50, 11-20.

ERMEL, 1990, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, GS, I.N.R.P*, Paris, Hatier.

FAYOL M., 1990, *L'enfant et le nombre*, Neufchâtel : Delachaux et Niestlé.

Site:

BREGÉON J.L., *Les cartes à points*, <http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/>.

Annexes

ANNEXE 1

Evaluation des compétences numériques des élèves :

- Connaissance de la comptine numérique (jusqu'où ?).

Demander à l'élève : « Tu peux essayer de me dire les nombres dans l'ordre le plus loin possible » (si l'élève n'arrive pas à démarrer commencer avec lui, puis le laissez faire seul). Lui demander de recommencer une deuxième fois voire une troisième fois.

On peut observer :

- jusqu'où la suite est conventionnelle (correspond à l'ordre des mots sans ajout/oubli)
- jusqu'où la suite est stable (identique d'une récitation à l'autre)
- les erreurs qui apparaissent.

- Maîtrise du dénombrement.

Présenter à l'élève une collection d'objets (dont le cardinal est adapté au niveau de sa connaissance de la comptine numérique) et lui demander « Combien il y a d'objets ? ».

On peut observer si :

- L'élève a recours à un dénombrement. Dans ce cas, relever sa maîtrise :
 - synchronisation entre les gestes et la récitation de la comptine
 - organisation: les objets déjà comptés sont séparés des objets restant à compter
 - principe cardinal : à la question « Combien il y a d'objets », l'élève doit répondre par le dernier nom de nombre énoncé
- L'élève fait une estimation globale de la quantité.
- L'élève ne répond pas.

- Constitution d'une collection de cardinal donné.

Présenter à l'élève une collection d'objets et lui demander de « donner n objets » (le nombre n étant aussi adapté à sa connaissance de la comptine numérique).

On peut observer si :

- L'élève s'arrête au terme du dénombrement des n objets en déclarant qu'il a terminé.
- L'élève dénombre tous les objets.
- L'élève dénombre mais rencontre des difficultés (synchronisation geste/comptine, séparation déjà comptés/encore à compter, oubli du nombre d'objets à donner...)

- L'élève donne un tas d'objets sans le dénombrer.
- L'élève ne répond pas.
- Reconnaître globalement (sans comptage) de petites quantités organisées en configurations connues (doigts).

Présenter à l'élève différentes configurations de doigts (avec les mains), et lui demander « combien il y a de doigts levés ? ».

On peut observer si :

- L'élève associe à la configuration de doigts le mot nombre correspondant (sans comptage).
- L'élève compte les doigts levés sans les toucher (avec le regard).
- L'élève compte les doigts levés en les pointant.
- L'élève fait une estimation globale (résultat plus ou moins proche)
- L'élève ne répond pas.

- Exprimer de petites quantités avec ses doigts.

Demander à l'élève « montre-moi n avec tes doigts » (n étant aussi adapté à sa connaissance de la comptine numérique).

On peut observer si :

- L'élève montre directement la configuration de doigts correspondante à n sans recours au comptage.
- L'élève montre directement une configuration de doigts sans recours au comptage mais celle-ci est incorrecte.
- L'élève compte ses doigts un à un jusqu'au nombre n donné.
- L'élève compte ses doigts un à un mais ne s'arrête pas au nombre n donné (difficulté dans le comptage).
- L'élève ne répond pas.

ANNEXE 2

Compétence évaluée : Connaissance de la comptine numérique.

L'enseignante demande à l'élève : « Tu peux essayer de me dire les nombres dans l'ordre le plus loin possible » (si l'élève n'arrive pas à démarrer elle commence avec lui, puis le laisse faire seul). Elle lui demande de recommencer une deuxième voire troisième fois depuis le début.

	Comptine conventionnelle jusqu'à 30 et plus.	Comptine conventionnelle inférieure à 30. Jusqu'à « ? »	Comptine non conventionnelle et quelques mots-nombres.	Comptine stable jusqu'à 30 ou plus.	Comptine stable jusqu'à « ? »	Remarques
Gabin	☺			☺		
Noah		1er essai: 7 2ème essai: 7			7	
Flavie		1er essai: 16 2ème essai: 22 3ème essai: 29			16	
Bryan		1er essai: 15 2ème essai: 15			15	Passe de 15 à 17 Oublie le 16.
Clément		1er essai: 18 2ème essai: 18			18	Passe de 18 à 20... Oublie le 19.
Lucie DB		1er essai: 18 2ème essai: 18			18	Passe de 18 à 20... Oublie le 19.
Lucie D		1er essai: 15			15	N'a pas voulu recommencer.
Julia		1er essai: 29 2ème essai: 29			29	
Safia		1er essai: 27 2ème essai: 15 3ème essai: 15			15	Passe de 15 à 21 aux 2ème et 3ème essais.
Enzo		1er essai: 29 2ème essai: 24 3ème essai: 26			24	
Mathéo		1er essai: 29 2ème essai: 29			29	
Baptiste		1er essai: 25 2ème essai: 25			25	Passe de 25 à 28 - 29.
Maxence		1er essai: 11 2ème essai: 11			11	Oublie le 12: 11- 13 – etc...

Raphaël	☺			☺		
Tristan		1er essai: 15 2ème essai: 15			15	Oublie le 16.
Sébastien	☺			☺		
Lola		1er essai: 15 2ème essai: 15			15	Passe de 15 à 17.
Clémence		1er essai: 27 2ème essai: 25 3ème essai: 25			25	Passe de 25 à 27.
Iliès		1er essai: 14 2ème essai: 14			14	Passe de 14 à 20.
Anthony		1er essai: 19 2ème essai: 19			19	Oublie 20 (19 – 21 – 22...).

ANNEXE 3

Compétence évaluée : Maîtrise du dénombrement

L'enseignante présente à l'élève une collection d'objets (cardinal adapté à sa connaissance de la comptine numérique) et lui demande « Combien il y a d'objets ? ».

	L'élève dénombre			L'élève fait une estimation globale de la quantité.	Pas de réponse.	Remarques
	synchronisation entre les gestes et la récitation de la comptine	organisation: les objets déjà comptés sont séparés des objets restant à compter	« Combien il y a d'objets? », il répond par le dernier mot-nombre énoncé			
Gabin 13 – 10 – 8	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Noah 7 – 4 – 6	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			Erreur (pour 6) dans la comptine numérique.
Flavie 13 – 10 – 6	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Bryan 13 – 9 – 7	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Clément 13 – 8 – 5	X – X – X	X – X – X	☺ ☺ ☺			Pointe les objets avec le regard.
Lucie DB 13 – 11 – 8	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Lucie D 13 – 10 – 11	☺ ☺ ☺	X – X – X	☺ ☺ ☺			Erreur (13-11) car compte certains 2 fois.
Julia 13 – 8 – 11	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Safia 13 – 8 – 10	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Enzo 13 – 10 – 8	☺ ☺ ☺	X – X -X	☺ ☺ ☺			Erreur pour 10 (oubli 2 objets).
Mathéo 13 – 9 – 7	☺ ☺ ☺	X – X – X	☺ ☺ ☺			Erreur pour 9 (compte 2 fois un objet).
Baptiste 13 – 9 – 10	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Maxence 12 – 9 – 7	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Raphaël 13 – 11 – 8	☺ ☺ ☺	X – X – X	☺ ☺ ☺			Pas d'erreurs (chemin mental).
Tristan 13 – 10 – 8	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺			
Sébastien 13 – 11 – 9	☺ ☺ ☺	X – X – X	☺ ☺ ☺			Pas d'erreurs (chemin mental).

Lola 13 - 9 - 12	😊 😊 😊	😊 😊 😊	😊 😊 😊			
Clémence 13 - 11 - 9	😊 😊 😊	😊 😊 😊	😊 😊 😊			
Iliès 10 - 6 - 9	😊 😊 😊	😊 😊 😊	😊 😊 😊			
Anthony 13 - 9 - 7	😊 😊 😊	😊 😊 😊	😊 😊 😊			

ANNEXE 4:

Compétence évaluée : Constitution d'une collection de cardinal donné

L'enseignant présente à l'élève une collection d'objets et lui demande de « donner n objets » (le nombre n étant adapté à sa connaissance de la comptine numérique).

	L'élève dénombre			L'élève donne un tas d'objets sans les dénombrer.	Pas de réponse.	Remarques
	Il s'arrête au terme du dénombrement des n objets en déclarant qu'il a terminé.	Il dénombre tous les objets, ou ne s'arrête pas au nombre demandé.	Il dénombre mais rencontre des difficultés (synchronisation geste/comptine, ...)			
Gabin 6 – 9 – 7	☺ ☺ ☺					
Noah 4 – 6 – 3	☺ ☺		X			Erreur (pour 6) dans la comptine numérique.
Flavie 7 – 6 – 9	☺ ☺	X (1er essai: dénombre tout)				Réussie après rappel de la consigne.
Bryan 5 – 7 – 6	☺ ☺ ☺					
Clément 5 – 9 – 6	☺ ☺	X (1er essai: dénombre tout)				Réussi après rappel de la consigne.
Lucie DB 6 – 8 – 7	☺ ☺	X				Continue après 8 (oublie nombre).
Lucie D 6 – 7 – 5	☺ ☺ ☺					
Julia 5 – 8 – 4	☺ ☺ ☺					
Safia 5 – 8 – 6	☺ ☺ ☺					
Enzo 5 – 8 – 10	☺ ☺ ☺					
Mathéo 5 – 8 – 6	☺ ☺ ☺					
Baptiste 5 – 7 – 5	☺ ☺ ☺					
Maxence 5 – 8 – 4	☺ ☺	X (1er essai)				Continue après 5 (oublie nombre).
Raphaël 8 – 10 – 7	☺ ☺ ☺					
Tristan 6 – 10 – 8	☺ ☺	X				Pour dix va jusqu'à six (audition?).
Sébastien 6 – 10 – 8	☺ ☺ ☺					

Lola 6 - 9 - 5	☺ ☺		X			Erreur (pour 9) dans la comptine numérique.
Clémence 5 - 8 - 6	☺ ☺ ☺					
Iliès 5 - 3 - 1		X - X - X				Ne s'arrête pas au nombre demandé.
Anthony 8 - 5 - 10	☺ ☺	X				Continue après 5 (oubli nombre).

ANNEXE 5:

Compétence évaluée : Reconnaître globalement (sans comptage) de petites quantités organisées en configurations connues (doigts).

L'enseignant présente à l'élève différentes configurations de doigts, et lui demande « combien il y a de doigts levés ? ».

	L'élève associe à la configuration de doigts le mot nombre correspondant (sans comptage).	L'élève compte les doigts levés en les pointant un à un.	L'élève fait une estimation globale (résultat plus ou moins proche)	L'élève ne répond pas.	Remarques
Gabin 7 – 6 – 9	☺ ☺ ☺				
Noah 2 – 5 – 3		X – X – X			
Flavie 4 – 7 – 9	☺ ☺	X (pour 9)			
Bryan 5 – 7 – 6	☺	X – X (pour 7 et 6)			
Clément 4 – 6 – 8	☺ ☺	X (pour 8)			
Lucie DB 4 – 8 – 10	☺ ☺	X (pour 8)			
Lucie D 3 – 5 – 6		X X (pour 3 et 5)		X (pour 6)	
Julia 3 – 5 – 7	☺ ☺	X (pour 7)			
Safia 3 – 5 – 7	☺ ☺ ☺				
Enzo 5 – 3 – 8	☺ ☺ ☺				
Mathéo 5 – 3 – 7	☺ ☺ ☺				
Baptiste 5 – 3 – 6	☺ ☺ ☺				
Maxence 5 – 3 – 4			X – X – X		Résultats incorrects.
Raphaël 8 – 6 – 10	☺ ☺ ☺				
Tristan 4 – 3 – 6	☺ ☺	X (pour 6)			Compte mais sans toucher les doigts.
Sébastien 4 – 6 – 8	☺ ☺ ☺				
Lola 6 – 4 – 8	☺ ☺		X (dit 7 au lieu de 8)		

Clémence 4 - 6 - 8	😊😊😊				
Iliès 2 - 3 - 4	😊	X - X (pour 3 et 4)			
Anthony 5 - 6 - 8	😊😊😊				

ANNEXE 6:

Compétence évaluée : Exprimer de petites quantités avec ses doigts.

L'enseignante demande à l'élève « montre-moi n avec tes doigts » (n adapté à sa connaissance de la comptine numérique).

	L'élève montre directement la configuration de doigts correspondante à n sans recours au comptage.	L'élève montre directement une configuration de doigts sans recours au comptage mais celle-ci est incorrecte.	L'élève compte ses doigts un à un jusqu'à un nombre n donné et montre ses doigts.	L'élève compte ses doigts un à un mais ne s'arrête pas au nombre n donné.	L'élève ne répond pas.	Remarques.
Gabin 6 – 8 – 10	☺ ☺ ☺					
Noah 2 – 5 – 3	☺		X – X (pour 5 et 3)			
Flavie 5 – 7 – 9	☺ ☺ ☺					
Bryan 6 – 4 – 5	☺ ☺ ☺					
Clément 5 – 6 – 8	☺ ☺ ☺					
Lucie DB 5 – 6 – 10	☺ ☺ ☺					
Lucie D 5 – 6 – 3	☺ ☺				X (pour 6)	
Julia 5 – 4 – 6	☺ ☺ ☺					
Safia 4 – 7 – 10	☺ ☺ ☺					
Enzo 4 – 5 – 7	☺ ☺					Pour 7 l'élève surcompte.
Mathéo 4 – 6 – 7	☺ ☺		X (pour 7)			
Baptiste 5 – 7 – 4	☺ ☺	X (montre 8 pour 7)				
Maxence 3 – 5 – 4	☺ ☺ ☺					
Raphaël 6 – 8 – 10	☺ ☺ ☺					
Tristan 4 – 7 – 6	☺ ☺ ☺					
Sébastien 4 – 6 – 7	☺ ☺ ☺					
Lola 5 – 4 – 6	☺ ☺		X (pour 4)			
Clémence	☺ ☺ ☺					

4 - 6 - 8						
Iliès 2 - 5 - 3	😊😊		X (pour 3)			
Anthony 5 - 6 - 8	😊😊😊					

ANNEXE 7:

Situation de résolution d'un problème additif.																				
Procédures	Anthony				Lola				Maxence				Gabin				Clémence			
Absence de réponse.																				
L'élève représente les quantités en jeu sur ses doigts, puis compte un à un les doigts levés.																				
L'élève surcompte: il part de la quantité initiale puis prononce les nombres suivants (en levant ou pas ses doigts).																				
L'élève calcule (mentalement). Résultat mémorisé ou reconstruit.																				
L'élève calcule mais ne donne pas la bonne réponse.																				

En bleu : quantité de jetons initiale
En rouge : quantité de jetons ajoutée

Situation de résolution d'un problème additif.																				
Procédures	Raphael				Baptiste				Mathéo				Saphia				Noah			
Absence de réponse.																				
L'élève représente les quantités en jeu sur ses doigts, puis compte un à un les doigts levés.																				
L'élève surcompte: il part de la quantité initiale puis prononce les nombres suivants (en levant ou pas ses doigts).																				
L'élève calcule (mentalement). Résultat mémorisé ou reconstruit.																				
L'élève calcule mais ne donne pas la bonne réponse.																				

En bleu : quantité de jetons initiale
En rouge : quantité de jetons ajoutée

Situation de résolution d'un problème additif.															
Procédures	Clément			Iliès			Enzo			Julia			Lucie D.		
Absence de réponse.														4-2	2-2
L'élève représente les quantités en jeu sur ses doigts, puis compte un à un les doigts levés.				3-2	4-2	3-2		4-2	5-3	4-3					
				Montre sur ses doigts mais ne compte pas, ne donne pas de nombre.											
L'élève surcompte: il part de la quantité initiale puis prononce les nombres suivants (en levant ou pas ses doigts).											5-2	4-2	5-3		
L'élève calcule (mentalement). Résultat mémorisé ou reconstruit.	5-2		6-1					3-2			4-1			6-1	
L'élève calcule mais ne donne pas la bonne réponse.	4-2 dit 7	5-3 dit 7					2-2 dit 5							4-3 dit 5	

En bleu : quantité de jetons initiale
En rouge : quantité de jetons ajoutée

Situation de résolution d'un problème additif.																
Procédures	Flavie			Lucie D B			Tristan			Bryan			Sébastien			
Absence de réponse.																
L'élève représente les quantités en jeu sur ses doigts, puis compte un à un les doigts levés.					4-2	5-3					4-2	5-2				
L'élève surcompte: il part de la quantité initiale puis prononce les nombres suivants (en levant ou pas ses doigts).		5-3	4-3	4-2												
L'élève calcule (mentalement). Résultat mémorisé ou reconstruit.	3-2	6-1			3-1	5-2		3-2	5-2		3-1	5-1	4-2	5-3	3-2	5-5
L'élève calcule mais ne donne pas la bonne réponse.								4-2 dit 7	5-3 dit 9							

En bleu : quantité de jetons initiale
En rouge : quantité de jetons ajoutée

ANNEXE 8

Séance 1: Découverte des boîtes « Picbille »																			
	Flavie					Julia					Lola					Clément			
Absence de réponse.																			
L'élève compte ses jetons (nombre de jetons < 5).						4													
L'élève compte ses jetons mêmes ceux cachés par le couvercle (nombre de jetons > 5).								8	10						9				
L'élève surcompte au-dessus de 5.								7	10						8				7
									9						9				
L'élève énonce directement (sans comptage) le nombre de jetons qu'il possède.	1	4	6	7	9	10	2	3	5		1	2	5	E 7 dit 6		1	4	5	10
	1	3	5	6	9	10	2		5		3	5	6	7	8				

Partie 1: en orange Partie 2: en bleu |

Séance 1: Découverte des boîtes « Picbille »																				
	Tristan					Clémence					Anthony					Baptiste				
Absence de réponse.																				
L'élève compte ses jetons (nombre de jetons < 5).			4													3				
L'élève compte ses jetons mêmes ceux cachés par le couvercle (nombre de jetons > 5).																	5			
L'élève surcompte au-dessus de 5.									9						9				9	
			7						8											
L'élève énonce directement (sans comptage) le nombre de jetons qu'il possède.	2	3		5	6	8	2	3	5	4	10	1	3	5	7	8		5	E 6 dit 7	7
	2	5		10			2	3	5	6	10	2	3	5	7	8	10			

Partie 1: en orange Partie 2: en bleu

Séance 1: Découverte des boîtes « Picbille »

	Enzo					Lucie					Raphael					Mathéo						
Absence de réponse.																						
L'élève compte ses jetons (nombre de jetons < 5).																						
L'élève compte ses jetons mêmes ceux cachés par le couvercle (nombre de jetons > 5).																						
L'élève surcompte au-dessus de 5.										9					7					8 9		
L'élève énonce directement (sans comptage) le nombre de jetons qu'il possède.	1	2	3	5	7	9	2	3	4	6	10	2	5		8	9	10	1	4	5		10
	2	3	5	7	9	10	2	4	5	6		3	5	7	10		3	4	5			

Partie 1: en orange Partie 2: en bleu

ANNEXE 9

Séance 2: La course à 10 avec les boîtes « Picbille »																		
	Flavie				Julia				Lola				Clément					
Absence de réponse.																		
L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (même ceux cachés) et continue la récitation de la comptine numérique.						3-2	5-3	9-1										
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).						2-2		7-3										
L'élève sus compte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.				7-1				5-2				5-2						
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	2-1 1-2	3-1 3-2	4-2 5-3	6-1	8-2	2-1 4-1		8-1		2-2 1-1	4-1 2-2	7-1	8-1	9-1	E 2-3 (dit 4)	5-2	E 7-1 (dit 10)	8-2

Partie 1: en orange Partie 2: en bleu

Séance 2: La course à 10 avec les boîtes « Picbille »																		
	Tristan				Clémence				Anthony				Baptiste					
Absence de réponse.																		
L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (même ceux cachés) et continue la récitation de la comptine numérique.															3-1			
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).																5-3 7-1		
L'élève sus compte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.				7-2				4-2				6-2						
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	1-1 2-2	2-1 4-3 Dit 8, 7, puis 9, se calme et dit 7	3-1	4-2	6-1	8-2	2-1 1-1	3-2 2-2	5-1		8-2		1-2 3-1	3-1 4-2	4-2	6-2	8-2	

Partie 1: en orange Partie 2: en bleu

Séance 2: La course à 10 avec les boîtes « Picbille »

	Enzo					Lucie					Raphael					Mathéo				
Absence de réponse.																				
L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (même ceux cachés) et continue la récitation de la comptine numérique.																				
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).																				
L'élève recompte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.																				
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	2-2 3-1	4-1 4-1	5-1 5-2	6-3 dit 8 puis 9 7-3	9-1	2-3 2-3	5-1 5-1	6-2 6-3	8-1 9-1		1-1 1-1	2-1 2-1	3-3 3-2	6-3 5-2	9-1	1-1 3-2	2-1 E 5-3 dit 7	3-3 8-1	6-2	8-2

Partie 1: en orange Partie 2: en bleu

ANNEXE 10

Séance 3 (1ère partie) : « la course à 10 »: anticiper le résultat d'un ajout de jetons																			
	Flavie					Julia					Lola					Clément			
Absence de réponse.																			
L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (même ceux cachés) et continue la récitation de la comptine numérique.								5-1	6-2									8-1 <small>(recompte dans sa boîte en partant de 1)</small>	
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).																			
L'élève surcompte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.				6-2									3-3						
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	1-2 dit 4	3-2	5-1		8-1	1-1	2-1	3-2				2-1	6-1	7-1		1-3	4-2	6-2 dit 9	

Séance 3 (2ème partie) : « le jeu de la boîte » avec l'aide des boîtes « Picbille »											
	Flavie			Julia			Lola			Clément	
L'élève ne répond pas.											
L'élève utilise la boîte « Picbille » pour résoudre le problème: il met les deux quantités de jetons dans sa boîte, et détermine la quantité totale (avec ou sans comptage).											
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).											
L'élève surcompte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.								3-2			
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	3-2		5-3		3-2		5-2		5-2	Erreur 3-2 dit 7	5-2

Séance 3 (1ère partie) : « la course à 10 » : <u>anticiper le résultat d'un ajout de jetons</u>																			
	Tristan					Clémence					Anthony					Baptiste			
Absence de réponse.																			
L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (même ceux cachés) et continue la récitation de la comptine numérique.																			
L'élève utilise ses doigts : montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).																			
L'élève <u>suscompte</u> à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.									7-2										
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	2-1	3-2	5-2	7-2	9-1	3-1	4-1	5-2	9-1		2-1	3-1	4-2	6-1	7-2	3-3 dit 6, 7, et 6.	6-1	7-2	9-1

Séance 3 (2ème partie) : « le jeu de la boîte » avec l'aide des boîtes « <u>Picbille</u> »									
	Tristan		Clémence			Anthony		Baptiste	
L'élève ne répond pas.									
L'élève utilise la boîte « <u>Picbille</u> » pour résoudre le problème : il met les deux quantités de jetons dans sa boîte, et détermine la quantité totale (avec ou sans comptage).							3-3		
L'élève utilise ses doigts : montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).									
L'élève <u>suscompte</u> à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.			5-3						
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	4-2		4-2	5-4		5-2		3-2	5-2

Séance 3 (1ère partie) : « la course à 10 » : anticiper le résultat d'un ajout de jetons																								
	Enzo					Lucie					Raphaël					Mathéo								
Absence de réponse.																								
L'élève recompte les jetons déjà présents dans sa boîte (même ceux cachés) et continue la récitation de la comptine numérique.																								
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).																								
L'élève surcompte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.																								
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	2-1	3-2	5-2	7-1	8-1	2-2	4-1	5-3	8-2						1-1	2-1	3-2	5-3			2-1	3-2	5-1	6-1

Séance 3 (2ème partie) : « le jeu de la boîte » avec l'aide des boîtes « Picbille »												
	Enzo			Lucie			Raphaël			Mathéo		
L'élève ne répond pas.												
L'élève utilise la boîte « Picbille » pour résoudre le problème: il met les deux quantités de jetons dans sa boîte, et détermine la quantité totale (avec ou sans comptage).												
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).		4-2		5-3								
L'élève surcompte à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.												
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).				4-2	5-5		6-2	5-2		5-3		4-2

ANNEXE 11

Séance 4: « le jeu de la boîte » avec l'aide des boîtes « Picbille »												
	Flavie			Julia			Lola			Clément		
L'élève ne répond pas.												
L'élève utilise la boîte « Picbille » pour résoudre le problème: il met les deux quantités de jetons dans sa boîte, et détermine la quantité totale (avec ou sans comptage).												
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).												
L'élève succombe à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.												
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).	3-3	5-2	3-2	5-3	3-2	4-2	3-2	2-3	5-2	5-3	Erreur 4-2 dit 7	3-2

Séance 4: « le jeu de la boîte » avec l'aide des boîtes « Picbille »										
	Tristan			Clémence			Anthony	Baptiste		
L'élève ne répond pas.							ABSENT			
L'élève utilise la boîte « Picbille » pour résoudre le problème: il met les deux quantités de jetons dans sa boîte, et détermine la quantité totale (avec ou sans comptage).				3-3				5-2		4-2
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).										
L'élève succombe à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.	4-2	5-2	5-3							
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).					5-3	4-2			3-2	

Séance 4: « le jeu de la boîte » avec l'aide des boîtes « Picbille »

	Enzo			Lucie			Raphaël			Mathéo		
L'élève ne répond pas.												
L'élève utilise la boîte « Picbille » pour résoudre le problème: il met les deux quantités de jetons dans sa boîte, et détermine la quantité totale (avec ou sans comptage).												
L'élève utilise ses doigts: montre sa quantité de jetons, puis la quantité à ajouter, et recompte le tout (ou reconnaît directement la quantité totale).	5-2	3-3	4-2									
L'élève <u>suscompte</u> à partir du nombre de jetons présents dans sa boîte.												
L'élève élabore mentalement la réponse en faisant appel à un résultat mémorisé ou reconstruit (procédure de type « calcul »).				2-3	4-2	5-3	5-3	4-2	3-2	4-2	5-3	2-3

ANNEXE 12

Evaluation sommative: Situation de résolution d'un problème additif.																	
Procédures	Flavie					Julia					Lola				Clément		
Absence de réponse.																	
L'élève représente les quantités en jeu sur ses doigts, puis compte un à un les doigts levés.																	3-3
L'élève surcompte : il part de la quantité initiale puis prononce les nombres suivants (en levant ou pas ses doigts).																3-2	4-2
L'élève calcule (mentalement). Résultat mémorisé ou reconstruit.	3-2	5-2	4-2	5-3	3-3	3-2	5-2	4-2	5-3	3-3	3-2	5-2	4-2	5-3		5-2	5-3
L'élève calcule mais ne donne pas la bonne réponse.															3-3 dit 8		

En bleu : quantité de jetons initiale
En rouge : quantité de jetons ajoutée

Evaluation sommative: Situation de résolution d'un problème additif.																		
Procédures	Tristan					Clémence					Anthony				Baptiste			
Absence de réponse.											ABSENT Changement d'école						3-3	
L'élève représente les quantités en jeu sur ses doigts, puis compte un à un les doigts levés.																		5-3
L'élève surcompte : il part de la quantité initiale puis prononce les nombres suivants (en levant ou pas ses doigts).	3-2	5-2	4-2	5-3	3-3											5-2	4-2	
L'élève calcule (mentalement). Résultat mémorisé ou reconstruit.						5-2	3-2	4-2	5-3	3-3					3-2			
L'élève calcule mais ne donne pas la bonne réponse.																		

En bleu : quantité de jetons initiale
En rouge : quantité de jetons ajoutée

