



HAL
open science

Ductilité des structures en béton armée

Sébastien Gieu

► **To cite this version:**

| Sébastien Gieu. Ductilité des structures en béton armée. Génie civil. 2012. dumas-00985264

HAL Id: dumas-00985264

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00985264>

Submitted on 29 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS
PARIS**

MÉMOIRE

présenté en vue d'obtenir le
DIPLÔME D'INGÉNIEUR CNAM

SPÉCIALITÉ : CONSTRUCTIONS CIVILES
OPTION : GÉNIE CIVIL

par

Sébastien GIEU

**DUCTILITÉ DES STRUCTURES EN
BÉTON ARMÉ**

Soutenu le 27 novembre 2012

JURY

Président

M. Francis GUILLEMARD, Professeur titulaire de la chaire

Membres

M. Jean-Sébastien VILLEFORT, Directeur des études

M. Walid LARBI, Maître de conférence

M. Michel CAZENAVE, Professeur associé

M. Xavier CESPEDES, Professeur associé

M. Joseph PAIS, Professeur associé

Membres invités

M. Pierre-Yves BRIGEON, Socotec International

M. Babacar CISSÉ, Graitec

Table des matières

Avant-propos	ii
Introduction	1
1 Généralités sur la ductilité	5
1.1 Ductilité et dissipation d'énergie	7
1.2 Prise en compte de la ductilité	10
1.21 Méthode d'analyse sismique	11
1.22 Modèles de lois du comportement du béton armé	15
1.23 Méthodes simplifiées — Calcul linéaire équivalent	17
1.3 Recherche et développement	19
1.31 L'opération CASSBA	20
1.32 Le programme CAMUS	20
1.33 Le projet SMART	21
1.4 Aspects économiques	22
1.5 Praticabilité dans l'industrie du BTP	24
2 Aspects pratiques et réglementaires pour la ductilité en conception parasismique	25
2.1 Analyse sismique globale	26
2.11 Calcul linéaire équivalent	26
2.12 Dimensionnement en capacité	31
2.2 Analyse locale — Rotations plastiques	35
2.21 Confinement du béton	39
2.22 Déformation et plastification des armatures	42
2.3 Conditions de ductilité locale pour les structures en béton armé (EC8)	44
2.31 Critère de ductilité locale	45

2.32	Conditions de ductilité locale des principaux éléments en béton armé — Dispositions constructives	47
2.4	Analyse et discussion	56
3	Analyse des sections ductiles — méthode des courbures	57
3.1	Courbure des sections en béton armé — Loi moment–courbure	58
3.2	Méthode des courbures	60
3.21	Courbures des sections non confinées	61
3.22	Courbure des sections avec noyau Confiné	64
3.3	Méthodes pratiques et numériques pour le calcul du coefficient de ductilité par la méthode des courbures	69
3.31	Tracé des courbes d’interactions	69
3.32	Implémentation d’une routine itérative	73
3.4	Application numérique	74
4	Analyse des critères de ductilité locale des règles EC8	78
4.1	Analyse des sections selon la méthode des courbures	78
4.11	Analyse paramétrique avec MPhi	79
4.12	Courbes de ductilité	92
4.13	Incidence sur le coefficient de comportement	95
4.14	Nécessité d’armatures de confinement	95
4.2	Ductilité des sections selon les règles EC8 — Analyse paramétrique	97
4.21	Sections de poutres	98
4.22	Sections de poteaux	100
4.23	Éléments de rive des voiles ductiles	103
4.3	Analyse du critère de ductilité locale	104
4.31	Ferraillage dans les zones critiques	105
4.32	Conclusion	111
	Conclusion	113
	Références bibliographiques	115

Avant–propos

Arrivé au bout de ce travail, je tiens à remercier l’ensemble des personnes qui m’ont permis de le mener à terme. En particulier,

M. Joseph PAIS, professeur au CNAM, pour son aide, ses conseils et sa disponibilité pour la réalisation de ce travail, ainsi que M. Francis GUILLEMARD, responsable de la chaire de génie civil du CNAM et co-encadrant de ce travail,

MM. Claude SAINTJEAN et Jean–Marie PAILLÉ, spécialistes à la DTN de Socotec et membres respectifs de la commission de normalisation parasismique de l’EC8 et de la commission de normalisation de l’EC2, pour leurs éclaircissements ainsi que leurs concours dans ma recherche documentaire,

M. Pierre–Yves BREGEON de Socotec International et M. Gilles LARDEUX, de GEC Ingénierie, pour leurs disponibilité et leurs idées pendant la réalisation de ce travail.

Un grand Merci également aux personnes qui m’auront soutenu. Merci à

Slimane, pour m’avoir aidé, encouragé et changé les idées quand j’en avais besoin,

Zahira, qui m’aura énormément soutenu dès le début et m’aura aidé dans les périodes de doute.

Enfin, ce travail n’aurait pu aboutir sans le soutien et les encouragements en toutes circonstances, de ma famille, et en particulier de mes parents et mon frère, à qui je témoigne toute ma gratitude.

Introduction

Les dommages rencontrés dans les structures en béton armé sous sollicitations sismiques diffèrent selon le type de contreventement choisi. Dans le cas des structures contreventées par portiques, les dommages se traduisent par éclatement des nœuds poteaux–poutre, flambement des barres dans les poteaux ou rupture d’effort tranchant dans les colonnes ou poutres. En ce qui concerne les structures contreventées par voiles, les dommages se produisent généralement par excès de compression en rive de voile ou bien par effort tranchant.

Les raisons à de tels dommages sont multiples. Lorsque les sollicitations sismiques sont importantes, le manque de ductilité dans les structures rend les ruptures fragiles prépondérantes. Une mauvaise conception et le non–respect des dispositions constructives peuvent aussi rendre les structures plus fragiles et moins résistantes. Ceci, même si la capacité de déformation post–élastique des structures est « prise en compte » grâce notamment au coefficient de comportement.

Pour se prémunir de telles ruptures, les codes parasismiques proposent des règles de conception et de dimensionnement pour des cas standards. Les premiers codes parasismiques ont été publiés au début des années vingt au Japon et des années trente en Californie. À cette époque, les principaux points en discussion concernaient la fraction de poids des structures devant être prise en compte dans l’évaluation des efforts sismiques en utilisant le concept de forces latérales. Dans les années cinquante, le SEAOC¹ recommande de relier la notion de fréquence fondamentale à l’effort tranchant en pied de bâtiment. La plus grande « révolution » apparaissant dans les codes parasismiques concerne le dimensionnement en ductilité. L’expérience a montré que le dimensionnement de structures élastiques engendrait des coûts substantiellement importants et rendait ce principe de calcul inapplicable et inacceptable sur le plan économique. Le dimension-

1. Structural Engineers Association of California

nement en ductilité est alors devenu largement utilisé et accepté par la communauté. Les règles PS69 intégraient déjà la notion de déformation plastique, et les règles PS92 dans une moindre mesure, puis les règles EC8 sont résolument axées sur la notion de dimensionnement « en ductilité ».

Problématique

Le principal objectif d'une conception parasismique reste la sécurité des personnes. La conception de structures « élastiques » posait des difficultés en matière de coûts pour ce qui concerne notamment la quantité des matériaux mis en œuvre. Mais une structure conçue pour être ductile peut également générer des difficultés du même ordre, notamment lorsqu'il s'agit de convenir d'un ferrailage transversal dense pour satisfaire les conditions de ductilité locale de l'EC8. En outre, au-delà du fait que le dimensionnement en ductilité nécessite une qualité de mise en œuvre exigeante sur le chantier, une trop grande ductilité peut engendrer des dommages pouvant nécessiter des réparations importantes et aux coûts substantiels.

La problématique de la ductilité des structures en béton armé peut donc se poser de la façon suivante :

Quels sont les facteurs qui influencent la ductilité et quelles sont leurs incidences sur le comportement sismique des éléments de structures en béton armé (poutres, poteaux et voiles) d'une part, et sur leurs conditions de ferrailage d'autre part ?

La réponse à cette problématique n'est pas simple. En l'état actuel des connaissances, le recours aux divers règlements (EC2, PS92 et EC8) est indispensable, lesquels sont issus de retours d'expérience et de travaux de recherche [4], [5], [9], [10] et [12].

Contribution

Notre contribution à cette problématique porte sur deux aspects. Le premier concerne un exposé des outils et méthodes qui vont nous permettre d'analyser les critères de ductilité de l'EC8. Nous définissons alors les notions de *loi moment-courbure*, *ductilité en courbure* et *ductilité en déplacement*.

Une méthode pour le calcul des valeurs numériques des coefficients de ductilité en courbure est proposée et implémentée en utilisant l’outil de calcul scientifique Octave et son module graphique : Gnuplot.

Le second aspect concerne une analyse paramétrique des coefficients de ductilité en courbure. Dans un premier temps, celle-ci nous permet d’extraire quelques propriétés vis-à-vis du comportement sismique des éléments principaux de béton armé d’un point de vue qualitatif. Dans un deuxième temps, nous proposons une analyse des critères de ductilité des règles EC8. En utilisant les méthodes que nous aurons développées, nous effectuons une comparaison qualitative entre les valeurs numériques des coefficients de ductilité en courbure issues d’une analyse paramétrique et les valeurs issues des critères de ductilité locale de l’EC8 pour les éléments principaux tels que les voiles, poutres et poteaux. Cette dernière nous permet de discuter du ferrailage à mettre en place dans les zones critiques des éléments principaux.

Structuration du mémoire

En plus de cette introduction, ce mémoire est structuré en quatre chapitres. Le chapitre 1 est consacré à la définition de la ductilité dans les structures en béton armé et aux concepts associés.

Dans le chapitre 2, nous présentons les aspects pratiques et réglementaires pour la ductilité en génie parasismique. Nous exposons alors la méthode du coefficient de comportement et son lien avec le coefficient de ductilité tel qu’il est défini dans l’EC8. De plus, nous exposons dans ce chapitre, les solutions envisagées par les règlements PS92 et EC8 pour concevoir des structures ductiles en situation sismique avec un aperçu sur les principales dispositions constructives associées à chacun des règlements.

le chapitre 3 est consacré aux méthodes que nous avons utilisées pour effectuer notre analyse paramétrique et qualitative de la ductilité.

L’analyse des critères de ductilité locale pour les différents éléments de structures envisagées dans l’EC8 (poutre, poteau et voile) est exposée dans le chapitre 4. Il y est discuté notamment des conditions de ferrailage issues des dispositions des règles EC8.

Enfin, la conclusion sous forme de synthèse donne quelques idées d'alternatives pour améliorer les conditions de ductilité dans les structures en béton armé.

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS SUR LA DUCTILITÉ

De façon générale, la ductilité est définie comme l'aptitude d'un matériau, d'un élément ou d'une structure toute entière à pouvoir se déformer de façon inélastique en conservant une raideur et une résistance qui n'altèrent pas la capacité portante. Dans le cas d'une tour de grande hauteur en béton armé ¹ (cf. FIG. 1.1), la ductilité peut se traduire par la capacité d'un tel ouvrage à fléchir sous sollicitations sismiques sans que la fissuration en partie tendue et/ou l'écrasement en partie comprimée du béton en pied ne conduisent à une perte de résistance et/ou de l'équilibre statique.

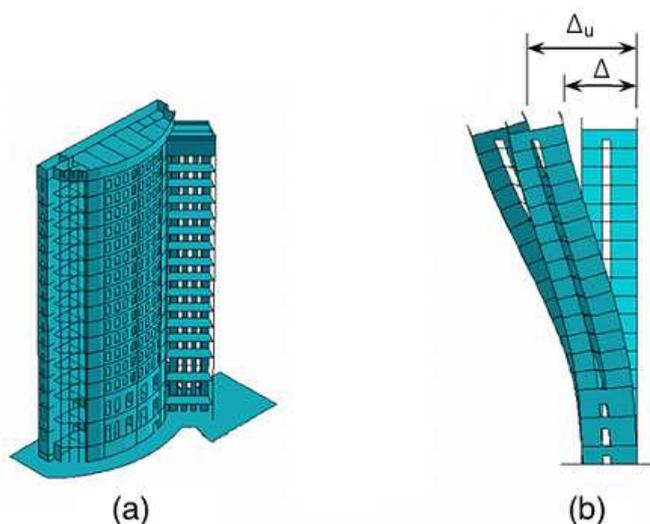


FIG. 1.1 — Déformation d'une tour de grande hauteur. (a) Vue en perspective. (b) Vue en coupe au droit du voile central.

1. Le bâtiment pris comme référence est la tour du ministère de l'éducation nationale à Ashgabat qui a fait l'objet d'une étude de modélisation aux éléments finis.

Le diagramme force–déplacement idéalisé (cf. FIG. 1.2) et associé au comportement du bâtiment tour évoqué ci–avant montre que tant que le déplacement Δ_y n’est pas atteint, les armatures longitudinales en partie inférieure des abouts de voiles ne plastifient pas. Lorsque le déplacement Δ varie entre Δ_y et Δ_u , le bâtiment tour continue de fléchir sur toute la hauteur sous effort tranchant constant ou quasi–constant en plastifiant les armatures longitudinales.

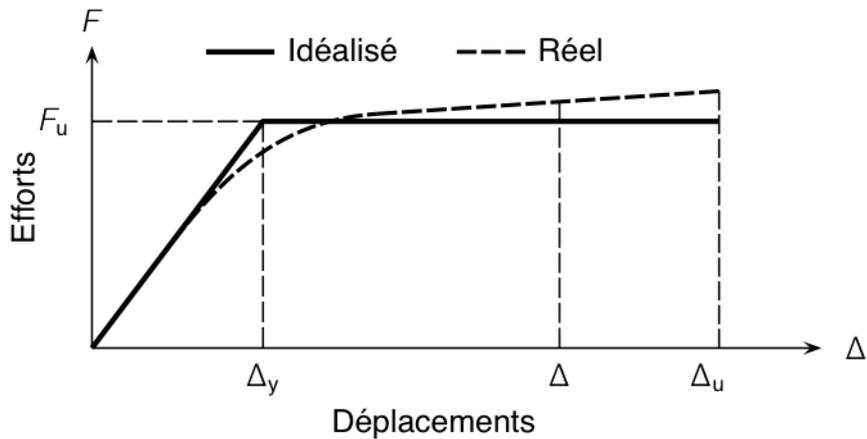


FIG. 1.2 — Notion de ductilité. Idéalisation de la courbe force–déplacement.

La ductilité du bâtiment tour traduit donc son aptitude à pouvoir se déformer dans l’état fissuré, la limite élastique des armatures tendues étant atteinte. De manière générale, la grandeur adoptée pour quantifier la ductilité est le coefficient de ductilité et a pour expression

$$\mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (1.1)$$

où Δ_u (resp. Δ_y) est le déplacement correspondant à la déformation ultime (resp. élastique) de l’un des matériaux.

En béton armé, la déformation ultime est atteinte soit par épuisement de la déformation relative du béton (3,5‰ pour le BAEL et l’EC2), correspondant à un début d’éclatement du béton dans la fibre la plus comprimée; soit par épuisement de la déformation relative de l’acier (–10‰ pour le BAEL et de –22,5‰ à –67,5‰ selon les classes d’acier pour l’EC2), laquelle peut correspondre à la rupture de l’acier.

Lorsque le déplacement Δ_u est atteint ou dépassé, des dommages importants, soit par rupture des armatures tendues, soit par écrasement et éclatement du béton comprimé non confiné, peuvent être observés conduisant ainsi à une perte d'équilibre statique et/ou de résistance. Dans ce cas de figure, la *ductilité disponible* en déplacement, évaluée par le coefficient de ductilité de l'équation 1.1, est donc insuffisante. « L'appel à ductilité » est donc surabondant. Cet appel à ductilité est usuellement évalué par le coefficient

$$\mu' = \frac{\Delta}{\Delta_y} \quad (1.2)$$

De la même façon que pour le coefficient de ductilité en déplacement, sont définis les coefficients de ductilité en courbure, en rotation et matérielle en substituant dans l'équation (1.1) les déplacements Δ à des courbures ϕ , des rotations θ ou des déformations relatives ϵ .

La *ductilité disponible*, c.-à-d. la capacité de déformation maximale dans le domaine post-élastique, dépend uniquement des propriétés mécaniques de la structure. En revanche, l'appel à ductilité consécutif à une sollicitation sismique dépend d'une part des propriétés mécaniques de la structure, et d'autre part à la nature de la sollicitation et de son environnement (intensité ou effet de site).

Dans une approche en force pour le calcul de structure, la résistance des matériaux doit être suffisante pour permettre aux structures de résister aux sollicitations. Avec une approche en déplacement, et par extension en ductilité, le déplacement Δ_u doit être supérieur au déplacement Δ . En fait, c'est le principe de capacité/demande usuellement rencontré dans une approche en force qui est transposée dans une approche en déplacement.

1.1 Ductilité et dissipation d'énergie

Le phénomène exposé ci-avant est présenté sur la base d'une sollicitation monotone. Le séisme est une sollicitation cyclique en déplacement imposé. L'intérêt d'un point de vue scientifique de concevoir ductile provient d'une part, du caractère cyclique des sollicitations sismiques, et d'autre part de son apport énergétique.

En effet, le comportement d'une structure conçue pour être ductile, se traduit par une relation force-déplacement qui peut ne plus être biunivoque durant la sollicitation

sismique. Les courbes représentatives de la relation force–déplacement décrivent des *boucles d’hystérèse* (cf. FIG. 1.3). Ces courbes délimitent une surface dont l’aire est proportionnelle à une certaine quantité d’énergie dissipée par cycle. La dissipation d’énergie résultant des déformations dans le domaine post-élastique, distincte de celle provoquée par amortissement visqueux, est usuellement dénommée *amortissement d’hystérèse*.

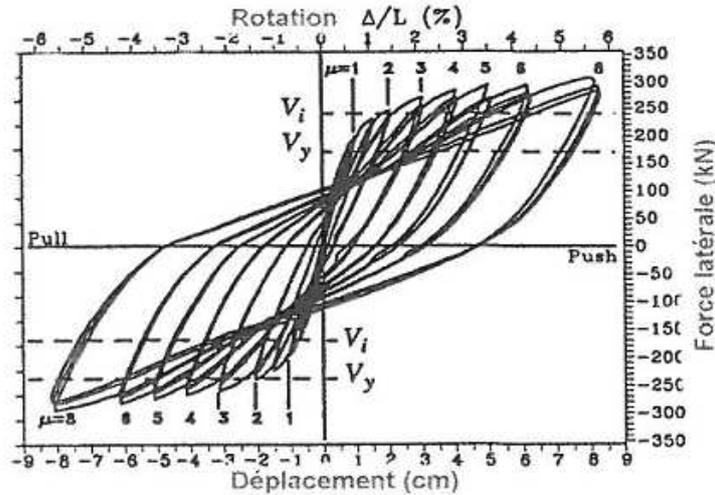


FIG. 1.3 — Boucles d’hystérèses mesurées sur un voile en béton armé [1].

Schématiquement, un voile en béton armé soumis à une sollicitation en déplacement imposé de type séisme absorbe une certaine quantité d’énergie cinétique. Au cours des oscillations du bâtiment, il y a alternativement transformation de l’énergie cinétique en énergie de déformation élastique, énergie de déformation visco-élastique et énergie de déformation plastique par amortissement d’hystérèse. Seule l’énergie de déformation élastique se conserve. Il s’ensuit une perte d’énergie à chaque cycle impliquant une diminution progressive des oscillations et des déplacements relatifs en tête du voile.

Si le voile est rapporté à un oscillateur simple à un degré de liberté de raideur « élastoplastique » k_{elp} et de masse m , l’équation du mouvement relative à cet oscillateur permet d’écrire que

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + c \frac{du}{dt} + k_{\text{elp}} u = -m \frac{d^2 u_g}{dt^2} \quad (1.3)$$

Le travail effectué par la masse m pendant un intervalle de temps Δt permet d'écrire que

$$\int_{\Delta t} m \frac{d^2 u}{dt^2} \frac{du}{dt} dt + \int_{\Delta t} c \frac{du}{dt} \frac{du}{dt} dt + \int_{\Delta t} k u \frac{du}{dt} dt = - \int_{\Delta t} m \frac{d^2 u_g}{dt^2} \frac{du}{dt} dt \quad (1.4)$$

Sous forme condensée, le bilan énergétique devient

$$E_{\text{cin}} + E_{\text{vis}} + E_{\text{def}} = E_{\text{inj}} \quad (1.5)$$

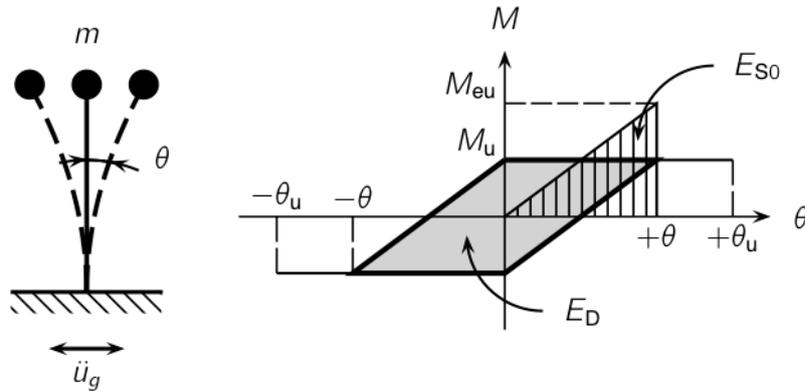


FIG. 1.4 — Dissipation d'énergie par amortissement d'hystérésis.

En accordant à la structure une ductilité disponible suffisante, autrement dit, une capacité de déformation post-élastique supérieure à la demande ($\Delta_u > \Delta$), la quantité d'énergie de déformation plastique dissipée au cours d'un cycle, peut devenir plus importante que la quantité d'énergie de déformation élastique qui pourrait être emmagasinée par la même structure dans l'hypothèse élastique.

Par exemple, sous l'action d'un déplacement imposé variant de $+u_g$ à $-u_g$ et entraînant un déplacement maximum en tête du voile variant de $+\Delta$ à $-\Delta$, la quantité d'énergie de déformation élastique emmagasinée par le voile en béton armé fonctionnant dans l'hypothèse élastique vaut

$$E_{\text{def}} = \frac{M_{\text{eu}} \theta}{2} = E_{\text{S0}}$$

Cette énergie est systématiquement restituée au système et lorsque $\Delta = 0$, l'énergie de déformation élastique est nulle. Le même voile fonctionnant dans l'hypothèse du comportement de béton armé avec une capacité de déformation allant jusqu'à Δ_u et pour lequel, une rotule plastique apparaît en pied pour $M_u = \lambda M_{eu}$ dissipe une quantité d'énergie de déformation par cycle valant

$$E_{\text{def}} = 4 \lambda \frac{M_{eu} \theta}{2} = E_D$$

La durée d'un séisme fait généralement plusieurs cycles et pour quatre cycles d'hystérèse de $+\Delta$ à $-\Delta$, l'énergie de déformation dissipée par déformation post-élastique aurait pour valeur

$$E_{\text{def}}^{\text{el}} = 16 \lambda \frac{M_{eu} \theta}{2} \quad \text{avec} \quad \theta_y = \lambda \theta$$

Pour un coefficient de ductilité² tel que $\mu' = 2 = 1/\lambda$, le voile dans l'hypothèse de fonctionnement de béton armé est en mesure de dissiper huit fois plus d'énergie que dans l'hypothèse d'un fonctionnement élastique. Ceci montre de façon simplifiée que, plus la capacité du voile à se déformer après plastification est grande, plus la capacité de dissipation d'énergie est grande.

1.2 Prise en compte de la ductilité

Le phénomène de dissipation d'énergie dans les structures en béton armé n'est pas aussi simple que ce que nous venons d'exposer. En réalité, la dissipation d'énergie dépend de plusieurs aspects qu'il convient d'identifier afin de « reproduire » de façon la plus sécuritaire possible, le comportement sismique des structures en béton armé. Lorsque le calcul est effectué en utilisant un code d'éléments finis, Il est indispensable de se poser les questions suivantes :

- (i) quel type de structure cherche-t-on à modéliser ? Il s'agit de bien identifier le type de contreventement de la structure à modéliser (poteaux, poutres / voiles, dalles), et le degré de complexité de la géométrie ;
- (ii) quelle est la taille du problème ?
- (iii) quel type de chargement imposé ? La structure peut être amenée à réagir en membrane (dalles en traction/compression), en flexion (cas des voiles ductiles ou des structures poteaux-poutres) ou en cisaillement (structures poteaux-poutres ou murs

2. Il s'agit dans ce cas du coefficient de ductilité appelée.

- de grandes dimensions en béton armé);
- (iv) quelles sont les grandeurs recherchées? les résultats attendus peuvent être des déplacements ou réactions aux appuis (grandeurs globales), ou bien des déformations et contraintes dans les matériaux béton et aciers (grandeurs locales);
 - (v) quel type d'analyse? Statique ou dynamique? Linéaire ou non linéaire?
 - (vi) quelles sont les lois de comportement des matériaux?
 - (vii) quels sont les algorithmes utilisés pour la résolution du système?

1.21 Méthode d'analyse sismique

On rappelle que la réponse dynamique d'une structure sous chargement sismique est régie par l'équation 1.3 laquelle, pour un système à plusieurs degrés de liberté, peut être réécrite sous la forme matricielle

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{K} \mathbf{u}_n = -\mathbf{M} (\ddot{\mathbf{u}}_g)_n \quad (1.6)$$

La résolution de l'équation 1.6 peut être conduite en utilisant plusieurs méthodes. Le choix de l'une d'entre elles dépend des résultats attendus, de la complexité du problème traité, et bien entendu, des moyens mis à disposition pour faire les calculs.

1) Calcul dynamique temporel

Le calcul dynamique temporel ou l'analyse chronologique linéaire ou non linéaire (« Response history analysis » en anglais) est la forme la plus complète en terme d'analyse des structures en béton armé. Dans sa version non linéaire, on cherche à reproduire le comportement dynamique d'une structure dont le matériau, en l'occurrence le béton armé, subit des incursions dans le domaine post-élastique.

De manière générale, le calcul dynamique temporel est basé sur la résolution de l'équation d'équilibre dynamique incrémentale dans laquelle les forces élastiques et d'amortissement sont des fonctions non linéaires du déplacement et de la vitesse.

La résolution du système d'équation est réalisée sur un domaine discrétisé par éléments finis en utilisant des méthodes d'intégration pour la résolution du problème dynamique d'une part, et des méthodes d'intégration de Newton-Raphson pour la résolution du problème incrémental d'autre part.

La convergence et la pertinence de la méthode est donc dépendante :

- (i) du choix de la modélisation en éléments finis. On dénote les modélisations locales, modélisation semi-globales et les modélisations globales ;
- (ii) du choix du schéma d'intégration temporelle. Dans la plupart des codes éléments finis, on peut choisir entre le schéma implicite et le schéma explicite ;
- (iii) du pas d'incrémentation temporel dans le calcul. Le pas de temps est lié au choix du schéma d'intégration temporelle ;
- (iv) du choix du modèle de comportement des matériaux.

2) Analyse « push-over »

L'analyse push-over (Analyse statique non linéaire en poussée progressive) est une méthode d'analyse statique non linéaire consistant à établir une courbe effort-déplacement d'une structure en poussant dessus de plus en plus fort afin d'en extraire le comportement linéaire ou non linéaire. Il s'agit donc d'une étude pas à pas qui tient compte des lois de comportement non linéaire des éléments de structure (poutres, poteaux, voiles ou dalles) et de leurs matériaux respectifs.

Principe L'analyse push-over est conduite en appliquant à la structure un système de force d'intensité croissante sous charges gravitaires constantes. L'analyse peut également être menée par un contrôle en déplacements. Dans le cas d'un contrôle en force, le système de force peut être affine soit à l'une des déformées modales ; soit à une répartition constante des déplacements. L'analyse push-over est poursuivie jusqu'à ce qu'un critère lié à un état « d'endommagement » choisi soit « satisfait ». En général, il s'agit d'un état d'endommagement associé à la rupture d'équilibre.

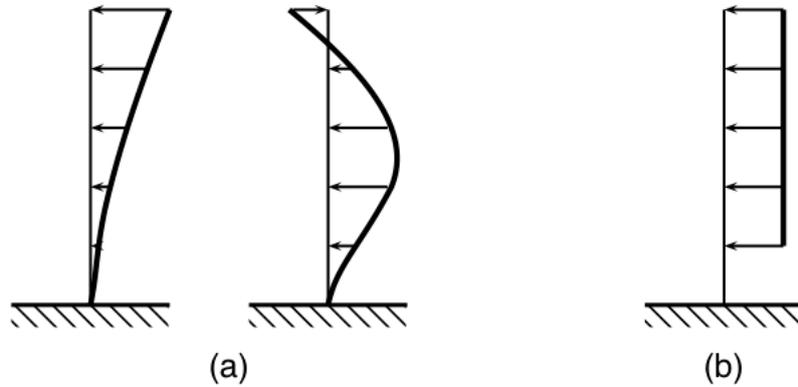


FIG. 1.5 — Profil de chargement pour l'analyse push-over. (a) Modal. (b) Uniforme.

Les résultats d'une analyse push-over sont retranscrits en traçant une courbe avec les déplacements en abscisse et les efforts en ordonnée. La courbe force-déplacement est semblable à une courbe de loi de comportement. Deux parties sont distinguables :

- (i) une partie linéaire pour laquelle, la relation contrainte-déformation pour les matériaux est linéaire ;
- (ii) une partie non linéaire où il n'y a plus relation de proportionnalité entre les contraintes et déformations. La pente de cette partie de courbe décroît jusqu'au déplacement ultime Δ_u et correspond en général au cas où un critère de rotation limite dans une section de béton armé est atteint.

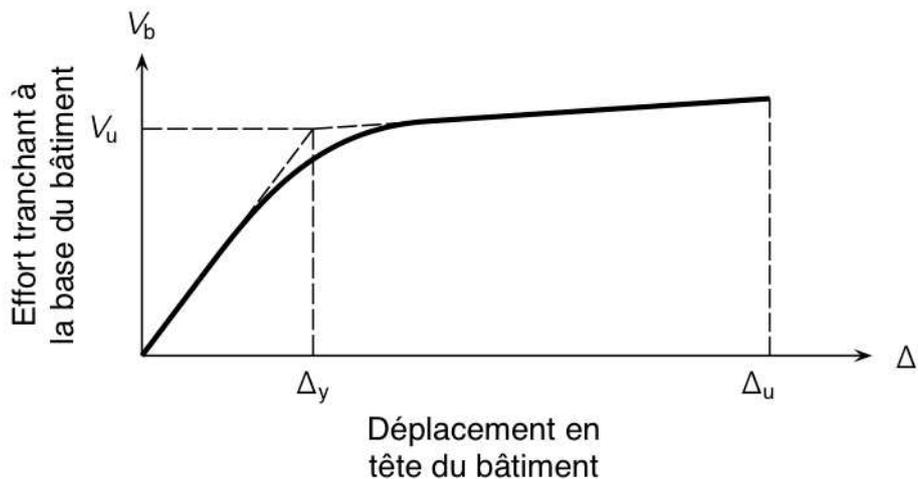


FIG. 1.6 — Courbe de Push-Over

La courbe push-over (ou courbe de capacité) est supposée traduire, de la même manière qu'une loi de comportement pour une section ou un élément de structure, le comportement intrinsèque d'une structure tout entière quelque soit la nature de la sollicitation (dynamique ou statique). Toutefois, elle ne peut s'appliquer que sur des structures régulières du point de vue de la distribution des masses et des raideurs à moins de tenir compte des modes supérieurs dans le calcul des déplacements. A. K. CHOPRA et R. K. GOEL ont proposé une méthode qui permet de réaliser une analyse push-over en tenant compte des modes supérieurs et usuellement appelée *push-over modal*

Utilisation et exploitation des résultats Une courbe push-over peut être utilisée pour les besoins suivants :

- (i) vérification des valeurs du rapport α_u/α_1 , lesquelles sont utilisées lors de la définition du coefficient de comportement dans l'EC8. Le rapport α_u/α_1 est lié par exemple au coefficient de ductilité en courbure par la relation

$$\mu_\phi = 2q_0 - 1 \quad \text{avec} \quad q_0 = f\left(\frac{\alpha_u}{\alpha_1}\right)$$

- (ii) évaluation de la distribution des mécanismes plastiques attendus ou de la distribution des dommages. Cette évaluation peut se faire en comparant la capacité d'une structure à se déformer avec la demande imposée par une sollicitation sismique caractérisée par un spectre de réponse anélastique ou réduit. Cette comparaison s'établit en superposant la courbe de capacité avec le spectre de réponse sur un graphique au format ADRS³. La transformation du spectre de réponse au format ARDS depuis le format ATRS⁴ s'établit à partir des relations classiques entre les pseudo-périodes et pseudo-accélérations.

La recherche du point de fonctionnement avec une approche en amortissement est basée sur un calcul itératif et correspond à l'intersection entre la courbe de l'un des spectres de réponse réduit et la courbe de capacité. Au point de fonctionnement, la demande en énergie à dissiper est égale à la capacité à dissiper de l'énergie et correspond à un état de dommage unique.

3. Acceleration Displacement Response Spectrum.

4. Acceleration Frequency Response Spectrum.

Pertinence de l'analyse push-over La pertinence d'une analyse push-over peut apparaître contrastée. Néanmoins, elle présente les avantages suivants :

- (i) le comportement non linéaire d'une structure en béton armé est appréhendé de manière bien plus proche de la réalité puisque la courbe $V-\Delta$ est une caractéristique intrinsèque de la structure ;
- (ii) elle permet d'éviter la lourdeur d'une analyse chronologique non linéaire, qui généralement nécessite un équipement matériel conséquent ;
- (iii) la courbe push-over permet d'étudier le schéma d'endommagement progressif ;

Certaines études ont démontré que même lorsqu'une structure présente les caractéristiques de régularité requises, les résultats d'une analyse push-over peuvent s'écarter très sensiblement des résultats d'une analyse dynamique classique. En particulier, S. KIM [2] a montré qu'un push-over appréhendait de façon assez réaliste l'état de dommages dans les parties inférieures d'un bâtiment mais plus contestable dans les parties supérieures. Les résultats d'un push-over sont donc à exploiter avec la plus grande précaution.

1.22 Modèles de lois du comportement du béton armé

Comme nous l'avons indiqué ci-dessus, l'analyse sismique des structures en béton armé ne peut se réduire à la mise en œuvre de telle ou telle méthode. Parmi les différents aspects qui interviennent dans le comportement des structures sous séisme, les modèles de loi de comportement adaptés au béton armé sont incontournables. Quel que soit le degré de discrétisation (locale ou globale [6][9]), les lois de comportement doivent tenir compte du fait que le béton est fragile en traction et « ductile » en compression.

Lorsqu'un calcul dynamique est mis en œuvre, les lois de comportement du béton doivent faire apparaître une perte de rigidité au cours des cycles (diminution du module élastique en cas de recharge) et des déformations irréversibles lorsqu'il y a déchargement à partir d'un état non linéaire même si le phénomène de refermeture des fissures permet au béton de reprendre de la rigidité en compression.

1) Lois de comportement des matériaux

Pour ce qui concerne le béton, les lois de comportement couramment utilisées sont des lois uniaxiales telle que la loi de Laborderie [9] basée sur la théorie de l'endommagement. La réglementation propose des lois simplifiées telles que la loi parabole-rectangle ou la loi de Sargin [7].

En ce qui concerne l'acier, les lois de comportement usuellement utilisées sont des lois avec écrouissage cinématique telle que celle liée au critère de plasticité Von Mises [9]. Ces lois de comportement sont utilisables dans le cadre de modélisations locales ou semi-locales.

2) Modèles hystérétiques globaux

De nombreux modèles hystérétiques sont proposés dans la littérature [9]. Ils sont basés sur des courbes d'hystérèse qui traduisent l'évolution de la résistance de l'élément considéré en fonction de l'histoire des déformations qu'il subit.

Dans le cas d'un comportement linéaire, la courbe d'hystérèse se réduit à une droite. En revanche, lorsque le comportement est non linéaire, des essais sur modèles réduits montrent que la courbe d'hystérèse délimite une surface dont l'aire est proportionnelle à l'énergie dissipée.

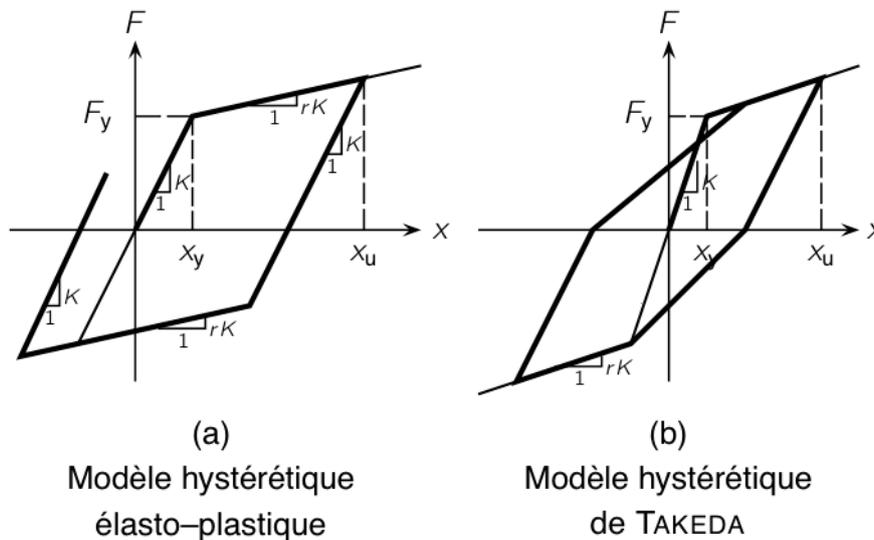


FIG. 1.7 — Modèles d'hystérèses élastoplastique et de TAKEDA.

Parmi les principaux modèles hystérétiques actuellement développés, on dénote le modèle hystérétique élasto-plastique qui n'est défini que par la raideur K , le déplacement x_y correspondant à la plastification et la raideur rK après plastification. Avec cette simplification, les raideurs lors des cycles de recharge et décharge restent « constantes ». Le modèle EP ne considère donc pas les phases de refermeture des fissures et est

trop grossier pour reproduire de manière réaliste le comportement du béton armé. La dissipation d'énergie résultant de l'utilisation d'un tel modèle est excessif et conduit à des déformations permanentes peu réalistes.

Le modèle de TAKEDA corrige la surestimation des raideurs du modèle EP au cours des recharges et décharges mais reste sans dégradation de résistance. En plus des paramètres utilisés pour définir le modèle EP, le modèle de TAKEDA intègre un coefficient α afin de simuler la dégradation de rigidité et le coefficient β pour de déterminer la raideur associée aux cycles de recharge.

D'autres modèles de comportement des matériaux peuvent être dérivés des modèles EP et de TAKEDA comme le modèle Q ($\beta = 0$) ou le modèle γ .

De manière générale, ces modèles de comportement sont utilisables uniquement dans le cadre de modélisations globales.

3) Modélisation par supplément d'amortissement visqueux

Une autre possibilité consiste à reproduire le comportement du béton armé en introduisant un supplément d'amortissement visqueux dans la matrice d'amortissement. La simulation par supplément d'amortissement visqueux suppose que l'amortissement produit par les déformations plastiques peut être grossièrement comparé à celui produit par la viscosité des matériaux. Pourtant, la nature des deux formes d'amortissement diffèrent. L'amortissement visqueux permet une dissipation d'énergie qui varie en fonction de la fréquence d'excitation. En revanche, l'amortissement produit par les déformations plastiques varie en fonction de la vitesse.

1.23 Méthodes simplifiées — Calcul linéaire équivalent

Le calcul dynamique transitoire ou l'analyse push-over sont des méthodes difficiles à mettre en œuvre. En faisant appel à la notion de coefficient de comportement, la déformation des structures dans le domaine post-élastique peut être prise de façon forfaitaire. La première référence à cette notion n'apparaît dans les règles japonaises qu'à partir de 1981 avant de connaître un succès grandissant aux États-unis et en Europe.

Cette approche, généralement associée à une analyse modale spectrale et détaillée dans le chapitre 2, est dorénavant choisie par la plupart des règlements.

1) Dans les règles parasismiques étrangères

Dans les règles japonaises de 1981, pour un « séisme violent », l'effort tranchant ultime à chaque niveau d'un ouvrage donné a pour expression

$$Q_u = (Z R_t A_i D_s F_e F_s) \cdot W \quad (1.7)$$

Le premier terme du deuxième membre de l'expression 1.7 fait apparaître les coefficients D_s , F_e et F_s dont le produit traduit la plus ou moins grande capacité du système structural à subir des déformations post-élastiques importantes et joue le rôle de coefficient de comportement des règles PS92 et EC8. Cette version du code japonais en fait l'un des codes les plus avancés pour l'époque.

Une telle initiative est rapidement suivie par les règles américaines du SEAOC et de l'UBC en 1988 avec la formulation du coefficient R .

En particulier, dans l'édition 1997 du code UBC, l'effort tranchant total à la base d'un bâtiment est obtenu par la relation

$$V = \frac{C_v I}{R T} W \quad (1.8)$$

Le caractère dissipatif de la structure est directement pris en compte par le coefficient R et peut prendre des valeurs allant de 2,8 à 8,5 selon les différents types de contreventement du bâtiment.

De manière générale, les formules des règlements étrangers montrent que la prise en compte du comportement dissipatif dans les structures est fonction de divers facteurs tel que la typologie de la structure et/ou les caractéristiques du sol.

2) Dans les règles parasismiques françaises

La méthode du coefficient de comportement n'apparaît « explicitement » qu'en 1992 en France, puis en Europe depuis la fin des années 90. Le coefficient de comportement q est modulé suivant les conditions de régularité, de typologie de la structure (par exemple voile

ou portique) et de la nature de l'aléa sismique (intensité ou effet de site). Les règles PS69 ne sont pas pour autant exemptes de toute possibilité de plastification dans les structures en béton armé. Celle-ci est directement intégrée aux spectres de dimensionnement sans distinction de typologie ou du matériau constitutif. Cette imperfection sera corrigée dans les règles PS92.

À ce titre, le « coefficient de réponse » qui permet de déterminer l'effort tranchant ultime en pied de bâtiment donné dans le PS92 en tenant compte de la dissipativité de la structure est issu de la relation

$$R(T) = a_N \rho \tau \frac{R_D(T)}{q} \quad (1.9)$$

Le cas particulier du béton armé est traité au travers du coefficient de comportement q et du coefficient correctif du taux d'amortissement critique⁵ tel que

$$\rho = \left(\frac{0,05}{\zeta} \right)^{0,4}$$

Dans les règles EC8, le coefficient de réponse est évalué à partir de l'expression

$$S_e(T) = a_g S \frac{2,5}{q} f(T) \quad (1.10)$$

La ductilité, et par extension la capacité de dissipation d'énergie d'une structure en béton armé, peut être prise en compte, par simplification et d'un point de vue de la réglementation parasismique, de façon forfaitaire grâce à la méthode du coefficient de comportement formalisé par q .

1.3 Recherche et développement

La méthode du coefficient de comportement exposée ci-dessus pose la difficulté de l'estimation d'une valeur du coefficient de comportement pertinente afin d'appréhender de façon sécuritaire la capacité de déformation inélastique d'une structure en béton armé. De plus, elle présente quelques inconvénients :

- (i) le calcul linéaire équivalent évalue les efforts sismiques à partir du spectre de réponse et donc des périodes propres élastiques et détermine la distribution des efforts dans

5. Dans les règles PS92, le taux d'amortissement critique pour le béton armé est fixé à 4 %.

les éléments au prorata de leur raideur élastique. Cette méthode est contestable du fait qu’au cours du processus de déformation jusqu’à l’état limite ultime, les sections se fissurent et les aciers se plastifient. Ceci entraîne une chute d’inertie et donc une redistribution des efforts dans les éléments de béton armé ;

- (ii) le dimensionnement des éléments en béton armé avec un calcul linéaire équivalent revient à considérer que tous les éléments vont se plastifier au même instant. Cette hypothèse est également contestable puisque les armatures des éléments les plus souples sont censés se plastifier en premier.

Toutefois, compte tenu de son succès grandissant dans les bureaux d’études, elle a fait l’objet de programmes ou projet de recherche [4] en France et à l’étranger. En particulier, au travers de l’opération « CASSBA », l’un des objectifs était de comprendre et quantifier les différents facteurs pouvant intervenir dans la « formalisation » de q et de corrélérer les premières valeurs de coefficient de comportement issues de retour d’expérience.

Par ailleurs, on dénote le programme expérimental « CAMUS » et plus récemment, le projet « SMART », qui ont fait partie des grandes aventures de la recherche en génie parasismique.

1.31 L’opération CASSBA

L’un des objectifs du projet « CASSBA » consistait à établir des bases scientifiques afin de justifier l’utilisation du procédé de construction des bâtiments à voiles porteurs en béton faiblement armé dans des zones exposées à l’aléa sismique. De surcroît, ce projet tentait de répondre aux normes en vigueur aux États-Unis ou au Japon et aux projets de normes françaises et européennes. Ces normes avaient notamment remis en cause le procédé de construction par voiles porteurs en béton faiblement armé, faute d’arguments scientifiques jugés indiscutables par les instances d’élaboration des normes.

1.32 Le programme CAMUS

Dans la continuité de l’opération CASSBA, la recherche CAMUS visait à étudier le comportement dynamique et sismique d’une maquette réduite, voisine de celle utilisée lors de l’opération CASSBA, mais avec des conditions d’appui différentes de façon à éviter la perturbation apportée dans les résultats *via* l’effet de soulèvement.

1.33 Le projet SMART

Le projet SMART⁶ a été initié en 2007 par EDF et le CEA, et soutenu par l'AIEA⁷, dans le but d'évaluer les capacités de bâtiments, soumis à des sollicitations sismiques, exhibant un comportement à la fois tridimensionnel et non linéaire, ainsi que les efforts transmis aux équipements *via* les planchers. Les essais du projet SMART, principalement dédiés à la compréhension du comportement tridimensionnel et torsionnel d'un bâtiment destiné aux installations nucléaires, ont été réalisés sur une maquette réduite *via* la table Azalée⁸ du CEA.

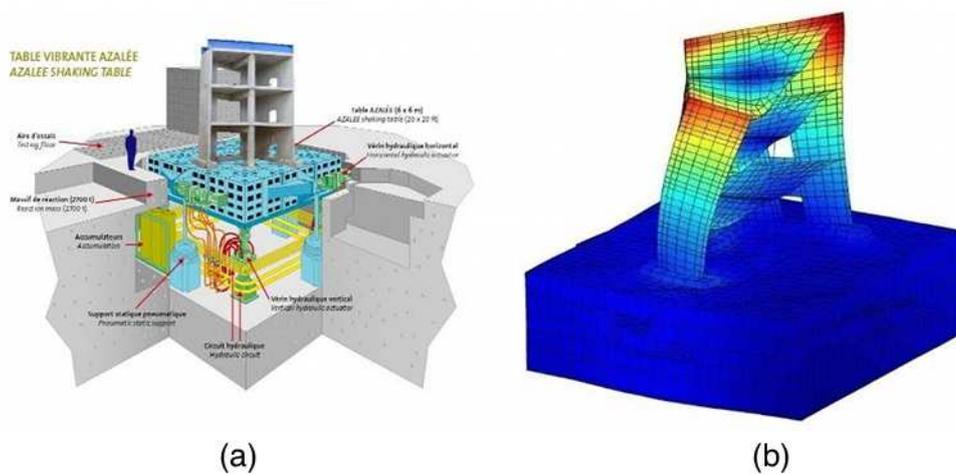


FIG. 1.8 — Projet SMART. (a) Table Azalée. (b) 1^{er} mode de torsion.

Le projet SMART a été conduit en trois phases :

- (i) évaluation des différentes méthodes conventionnelles de calculs et comparaison des méthodes « best-estimate », notamment pour les calculs des spectres de planchers (lancé en mai 2007) ;
- (ii) réalisation d'essais de séisme sur une maquette avec la table Azalée à partir de 13 accélérogrammes avec accélérations bi-directionnelles et des pga variant de 0,05 g à 1 g (de mai à septembre 2008) ;
- (iii) quantification de la variabilité des réponses expérimentales afin d'identifier les contributions des différentes hypothèses. Cette phase a pour but de comparer les différentes

6. Seismic design and best-estimate Methods Assessment for Reinforced concrete buildings subjected to Torsion and non-linear effects.

7. Agence Internationale pour l'Énergie Atomique

8. La table Azalée est la plus grande table vibrante d'Europe. Elle dispose d'un plateau de 6 m \times 6 m, de 6 ddl et permet d'actionner 8 vérins de 100 tonnes.

méthodes conventionnelles de calculs pour établir des courbes de fragilité (2009 à 2010).

Cette campagne permet d'apporter des indications supplémentaires dans la réglementation comme par exemple les choix des matériaux, les dispositions constructives ou la prise en compte de l'interaction sol/structure.

1.4 Aspects économiques

Techniquement, il n'est pas impossible de concevoir une structure en béton armé en empêchant tout dommage ou désordre structurel dans le cas d'un séisme. Un tel choix pourrait engendrer des coûts substantiels puisque les dimensions des éléments de structure (voile, poteaux et poutre) et les quantités de matériaux (béton et acier) à mettre en œuvre deviennent importantes.

Nous avons vu aussi (cf. § 1.1) qu'un voile fonctionnant dans l'hypothèse de béton armé était en mesure de dissiper huit fois plus d'énergie que dans le cas d'un fonctionnement élastique. Avec un coefficient de ductilité tel que $\mu' = 2$, on pourrait grossièrement imaginer que la section d'un tel voile soit deux fois moins grande. Cela impliquerait un coût deux fois moins grand.

En particulier, si on considère le voile central en béton armé du bâtiment tour exposé ci–avant, le ferrailage longitudinal disposé en about de voile est considérablement réduit après application d'un coefficient de comportement tel que $q = 3$.

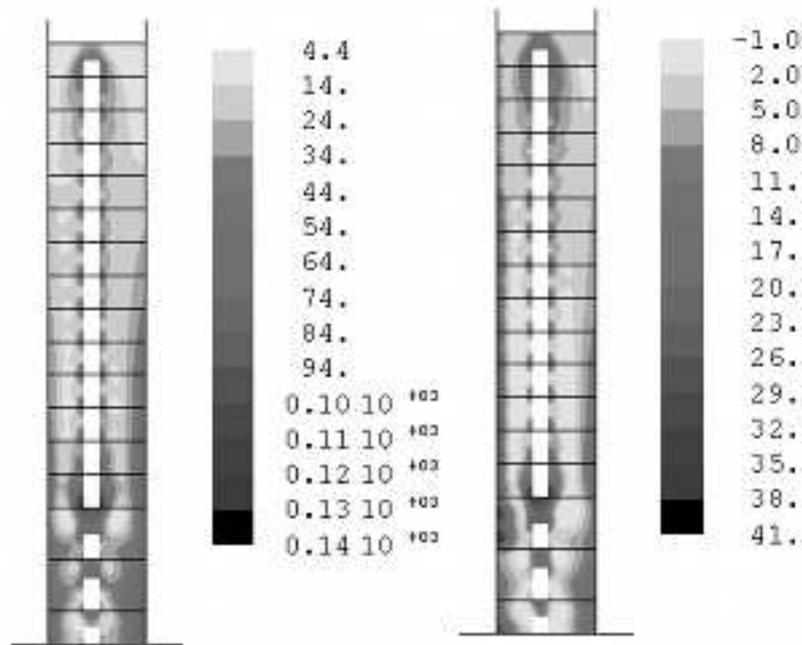


FIG. 1.9 — Cartographies numériques des armatures longitudinales pour un voile couplé de tour de grande hauteur. (a) $q = 1$. (b) $q = 3$.

Le gain observé sur le ferrailage longitudinal est de l'ordre de 70 % à 85 %. Le fait de concevoir une structure en considérant sa capacité de déformation post-élastique permet donc de réduire, pour une section de béton équivalente, de façon considérable la quantité d'armatures longitudinales. Ce « gain » garde tout son intérêt si en même temps, la quantité d'armatures transversales à mettre en place ne vient pas annuler le gain obtenu en terme d'armatures longitudinales. En effet, nous devons nous rappeler qu'à toute conception parasismique, est associé tout un dispositif constructif visant à éviter les ruptures fragiles. Sa lourdeur peut conduire à prendre des dispositions (notamment, espacement des cadres dans la zone critique) sans intérêt d'un point de vue économique et amener vers une conception moins ductile.

Cependant, dans le contexte de l'industrie du BTP français, une telle réduction du taux d'armatures longitudinales dans les abouts de voile peut avoir une influence non négligeable sur le coût global associé au gros œuvre.

En effet, la construction des bâtiments à murs porteurs relève d'une spécificité française puisque la plupart des bâtiments de logement sont contreventés par des files de murs porteurs contrairement à d'autres pays où c'est le concept de structures en portique qui prédomine (Algérie par exemple).

1.5 Praticabilité dans l'industrie du BTP

La connaissance des facteurs qui influencent la ductilité sera d'autant plus large que le comportement inélastique d'une structure en béton armé sera mieux évalué.

Pour cela, on dispose des règles proposées par l'EC2 et l'EC8 qui permettent de s'affranchir de calculs très consommateurs en ressources informatiques et en temps. Mais certaines dispositions peuvent être contraignantes dans la mesure où elles ne permettent pas d'optimiser au mieux les quantités de matériaux à mettre en œuvre sur le chantier. Pourtant, l'objectif principal des constructeurs dans l'industrie du BTP consiste bien à construire vite et au moindre coût ; et donc de diminuer les quantités des matériaux à mettre en œuvre. Par exemple, le fait de passer d'un coefficient de comportement tel que $q = 1$ à $q = 3$ peut impliquer une réduction de la quantité d'armatures longitudinales pouvant aller jusqu'à un facteur 4.

Dans ce cas de figure, un calcul plus précis au moyen des méthodes exposées ci-avant peut s'avérer utile. Mais il faut que le jeu en vaille la chandelle. En effet, il faut s'assurer que les coûts engendrés par de telles études ne viennent pas se substituer aux gains espérés par une économie de matériaux à mettre en place.

Au-delà du choix et de la mise en œuvre du coefficient de comportement, nous allons exposer dans ce qui suit les solutions proposées par les règlements PS92 et EC8 pour favoriser le comportement ductile des structures en béton armé.

Chapitre 2

ASPECTS PRATIQUES ET RÉGLEMENTAIRES POUR LA DUCTILITÉ EN CONCEPTION PARASISMIQUE

Dans le cadre d'une conception parasismique, nous avons vu (cf. Chap. 1) que plusieurs approches sont envisageables pour tenir compte de la ductilité et la dissipation d'énergie qui résultent d'une agression sismique. L'une d'elle consiste à effectuer un calcul temporel non linéaire à partir d'un accélérogramme et en utilisant une loi de comportement adéquate pour le béton armé (avec un modèle de comportement type TAKEDA (cf. FIG. 1) par exemple). Cette manière de tenir compte des déformations plastiques nécessite des moyens de calculs généralement incompatibles avec les délais imposés dans le domaine de la construction courante.

Même si cette technique peut être utilisée dans le cadre d'ouvrages exceptionnels (ouvrages d'arts), une autre approche consiste à utiliser des coefficients réducteurs d'effort du fait que ceux-ci sont directement liés à la demande de ductilité globale μ_Δ . Par exemple, la réglementation EC8 indique (cf. EC8 — § 5.2.3.4 (3)), en particulier pour $T_1 \geq T_C$ et pour des armatures de classe C¹, que le coefficient de ductilité en courbure μ_ϕ (cf. Chap. 3) est relié au coefficient de comportement q par la relation²

$$\mu_\phi = 2\mu_\Delta - 1 \quad \text{avec} \quad \mu_\Delta = q$$

1. L'acier de classe C est actuellement indisponible en France.

2. Dans l'EC8, la valeur de q_0 est utilisée à la place de celle de q compte tenu du fait que q sera inférieur à q_0 pour des structures irrégulières, reconnaissant ainsi qu'une résistance latérale plus forte est nécessaire pour leur protection.

La prise en compte de la ductilité, lors d'une analyse globale, peut donc se simplifier par l'application d'un coefficient de comportement.

De plus, nous avons vu que tenir compte de la ductilité de cette façon n'est pas suffisant. La conception en zone sismique est encadrée par un ensemble de règles et dispositions constructives qui garantissent le « bien-fondé » du niveau de ductilité envisagé.

2.1 Analyse sismique globale

L'analyse sismique globale permet de déterminer le comportement global de la structure ainsi que la distribution des actions induites par le séisme à chaque élément principal ou secondaire. Elle s'effectue en effectuant un calcul linéaire équivalent dans un premier temps, puis en utilisant la règle du dimensionnement en capacité.

2.11 Calcul linéaire équivalent

L'approche retenue dans la majorité des règlements parasismiques, que ce soit les règles françaises (PS92), européennes (EC8) ou américaines (UBC97, Fema 356, ATC40 etc...) ³ pour tenir compte de la ductilité lors de l'analyse globale consiste à appliquer un coefficient réducteur sur les efforts sismiques.

Elle s'appuie sur de nombreuses études, et en particulier les travaux de Newmark [2],[3], qui ont démontré que, pour une plage de fréquence fixée, quel que soit le niveau de résistance d'une structure, le déplacement relatif maximum d'une structure fonctionnant dans l'hypothèse élastique est approximativement égal au déplacement relatif de la même structure fonctionnant dans l'hypothèse de béton armé. De $F_y = F_{el}/R$ (cf. FIG. 2.1), le principe d'« iso-déplacement » conduit à l'égalité

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta}{\Delta_y} = \frac{\Delta_{el} R}{\Delta_{el}} \simeq R \quad (2.1)$$

3. Pour rappel, le FEMA 356 et l'ATC 40 ne sont pas des règles mais plutôt des recommandations relatives à la prévention parasismique.

Puisque $F_u \simeq F_y$, le dimensionnement sera conduit en divisant les efforts et sollicitations obtenus à l'issue d'une analyse modale spectrale ou d'une analyse simplifiée, toutes deux menées en considérant fictivement la structure comme restant indéfiniment élastique, par un coefficient « q » forfaitaire dit « coefficient de comportement ».

$$F_u = \frac{F_{el}}{q} \quad (2.2)$$

Les structures dimensionnées avec de tels efforts subiront des déformations allant au-delà de leur « limite élastique ». En effet, lorsque la force F atteint la limite élastique du système (soit F_y), la structure n'est plus en mesure de reprendre aucune force additionnelle. Mais sous l'impulsion de l'énergie sismique, elle « compense » par déformation post-élastique. Ainsi, plus la réduction des efforts est importante, plus la compensation est grande. Mais comme nous l'avons déjà exposé (cf. Chap. 1), cette compensation est limitée par les conditions de ductilité locale que l'on veuille bien accorder dans les éléments en béton armé et par les effets secondaires⁴ qui peuvent résulter d'une trop grande déformation.

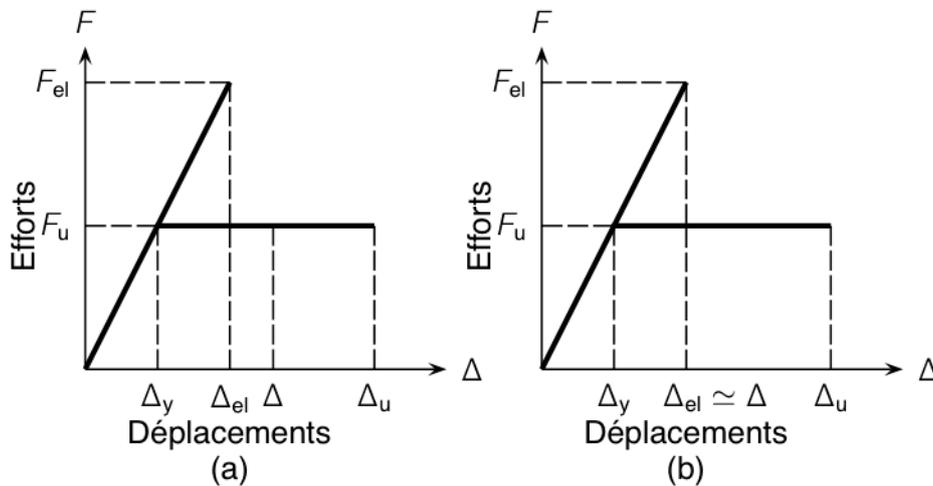


FIG. 2.1 — Comportement élastoplastique et coefficient de comportement. (a) Principe d'iso-énergie. (b) Principe d'iso-déplacement.

4. Il s'agit notamment de l'effet $P-\Delta$.

Lorsque que le calcul des efforts ou des déplacements est conduit à partir d'une analyse modale spectrale, les efforts sismiques F_u sont déduits d'un spectre de dimensionnement. De manière générale, un spectre de dimensionnement est une « enveloppe » construite à partir des déplacements maximum ou accélérations maximales observés d'oscillateurs simples.

D'après les règles EC8 (cf. Chap. 1 — § 1.23), l'action sismique F_u est déterminée à partir de la relation

$$S_d(T) = a_g S \frac{2,5}{q} f(T) \quad (2.3)$$

La relation 2.3 rappelle que les efforts sismiques sont dépendants :

- (i) de l'accélération nominale et d'un paramètre de sol, lesquels sont indépendants des caractéristiques intrinsèques de la structure ;
- (ii) du coefficient de comportement q ;
- (iii) de la réponse dynamique de la structure définie par le terme $f(T)$ qui dépend de sa raideur.

Finalement, les deux caractéristiques principales qui nous intéressent sont les ordonnées des spectres de dimensionnement normalisés, établis pour une valeur d'amortissement relatif de 5%, et le coefficient de comportement q .

1) Spectres de dimensionnement normalisés

La forme générale (cf. FIG. 2.2) du spectre répond à une courbe décomposée en deux parties principales : un « plateau » pour lequel, l'action sismique de dimensionnement est prise à son maximum ($f(T) = \text{cte}$), et une branche parabolique pour laquelle l'action sismique de dimensionnement dépend de la (des) période(s) de vibration de la structure.

Pour chaque type de sol, les équations analytiques des spectres de dimensionnement sont définies en fonction des différents types de sites référencés dans les règles EC8.

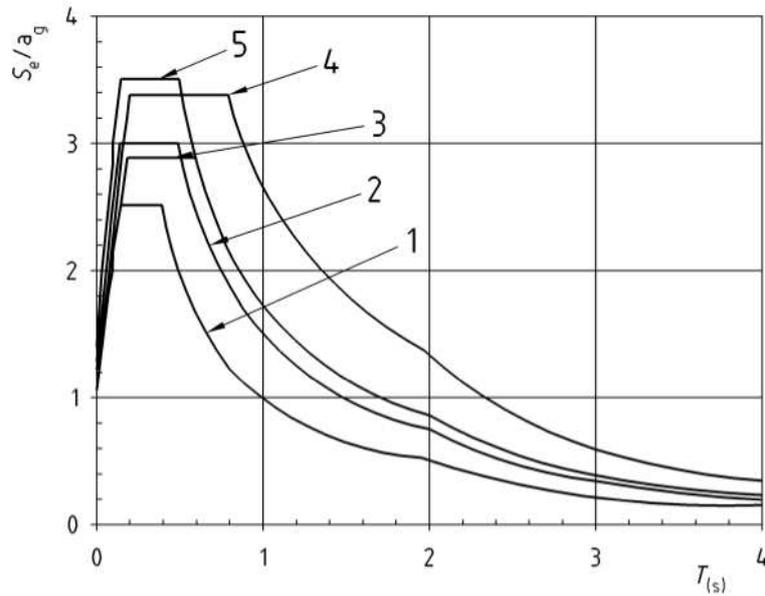


FIG. 2.2 — Spectres de dimensionnement normalisés (composantes horizontales).

2) Coefficient de comportement

Dans les règles EC8, la valeur du coefficient de comportement est basée sur la relation

$$q = k_w q_0 \geq 1,5 \quad (2.4)$$

avec q_0 correspondant à la valeur de base du coefficient de comportement. Celle-ci dépend du système de contreventement, des conditions de régularité (en plan et en élévation) et du degré d'hyperstaticité.

Les valeurs de base du coefficient de comportement (cf. TAB. 2.1) montrent bien que plus le système s'apparente à des structures rigides, plus les valeurs sont basses. En particulier, pour les structures régulières « à murs porteurs » habituelles en France, le coefficient de comportement est limité à 3,0 en classe DCM, ce qui correspond au cas des murs faiblement armés de grandes dimensions.

TAB. 2.1 — Valeurs de base du coefficient de comportement q_0 pour les structures en béton armé (cf. EC8 — § 5.2.2.2 (2)).

	Type structural	Conception DCM	Conception DCH
(a)	Système à ossature, système à contreventement mixte, système de murs couplés	$3,0 \frac{\alpha_u}{\alpha_1}$	$4,5 \frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
(b)	Système de murs non couplés	3,0	$4,0 \frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
(c)	Système à noyau	2,0	3,0
(d)	Système en pendule inversé	1,5	2,0

Ces valeurs de base sont pondérées par le terme k_w qui est fonction du mode de rupture prédominant du système (flexion ou effort tranchant).

Si le rapport (h_{wi}/l_{wi}) ne varie pas trop entre les murs, le rapport de forme prédominant α_0 peut être évalué à partir de l'expression

$$\alpha_0 = \frac{\sum h_{wi}}{\sum l_{wi}} \quad (2.5)$$

où h_{wi} (Resp. l_{wi}) est la longueur du mur i (Resp. la longueur de la section transversale du mur i). D'où

$$0,5 \leq k_w = \frac{1 + \alpha_0}{3} \leq 1 \quad (2.6)$$

Par exemple, pour un système de murs non couplés tel que $\sum l_{wi} > \sum h_{wi}$, la valeur du coefficient de comportement peut chuter jusqu'à 1,5 (avec $k_w = 0,5$). En particulier, avec $\alpha_0 = 1$ (ce qui correspond à $\ell = b_t$ dans les PS92), le coefficient de comportement q vaut 2.

Par ailleurs, il est possible d'envisager un niveau de ductilité plus important pour ce type de structure (voiles ductiles) en liant les voiles par des poutres de couplage. En effet, une partie de l'énergie peut être dissipée dans les rotules plastiques situées aux extrémités de ces poutres. En fait, le rapport α_u/α_1 peut être directement corrélé au degré d'hyperstaticité, et donc aux nombres de rotules plastiques pouvant potentiellement apparaître dans la structure. D'après l'EC8, les valeurs du rapport α_u/α_1 pour les structures régulières varient de 1,0 à 1,2 selon les systèmes de contreventement et sont

plafonnées à 1, 5. Pour des structures irrégulières, le nombre de rotules plastiques pouvant apparaître est plus limité et vaut

$$\left(\frac{\alpha_u}{\alpha_1}\right)_{\text{irrégulier}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_u}{\alpha_1} + 1\right)$$

2.12 Dimensionnement en capacité

Traditionnellement, le dimensionnement des structures sous séisme s'effectue de manière conventionnelle. Autrement dit, les structures sont conçues pour résister à une fraction de leur poids propre. Les efforts sont distribués de façon à obtenir les effets les plus défavorables. Avec l'approche du dimensionnement en capacité (cf. EC8 — § 5.2.3.3), le dimensionnement des structures sous séisme est conduit en « prévoyant à l'avance » les modes de déformations pouvant conduire à des ruptures ductiles et favorables à un comportement sismique adapté.

Les zones dans lesquelles peuvent se produire ces ruptures constituent les « zones critiques » des éléments de structures en béton armé et sont dimensionnées localement en tenant compte des règles de calcul classiques du béton armé (EC2) et des dispositions constructives associées (EC8). De cette manière, il est possible de hiérarchiser les modes d'apparition des ruptures et de vérifier le comportement global de la structure.

1) Structures poteaux-poutres

Dans les structures formées de poteaux et de poutres, les zones critiques sont situées à proximité des nœuds. C'est dans ces zones que se produisent les déformations sous efforts alternés et donc les rotules plastiques.

De plus, pour éviter tout effondrement, il est préférable de privilégier la formation des rotules plastiques dans les poutres plutôt que dans les poteaux (à l'exception des pieds de poteaux) de façon à conserver une conception poteau fort-poutre faible.

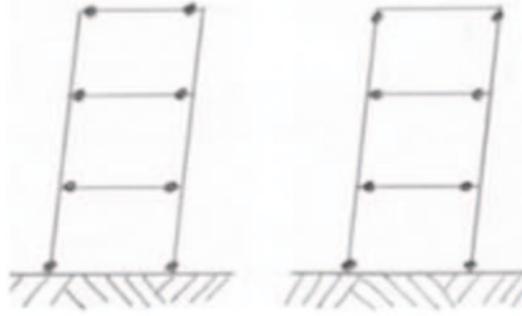


FIG. 2.3 — Structures poteau-poutre.

Le dimensionnement en capacité conduit donc à calculer les rotules plastiques des poteaux avec un coefficient de sur-résistance. Dans ce sens, les règles PS92 (cf. PS92 — § 11.813) proposent de vérifier aux nœuds et pour chacune des orientations possibles de l'action sismique que

$$|M_n| + |M_s| \geq 1,25 (|M_w| + |M_e|)$$

De la même façon, les règles EC8 imposent que soit satisfaite, dans les deux directions orthogonales et pour chacune des orientations (positive et négative) de l'action sismique, la relation

$$\sum M_{Rc} \geq 1,3 \sum M_{Rb}$$

2) Structures à voiles faiblement armés de grandes dimensions

Les structures à voiles telles qu'envisagées dans les règles PS92 ne comportent pas de zones critiques proprement dites. En effet, ce type de voiles, rigides et peu élancés, sont assemblés de telle manière qu'il est difficile de prévoir la formation d'une rotule plastique en pied.

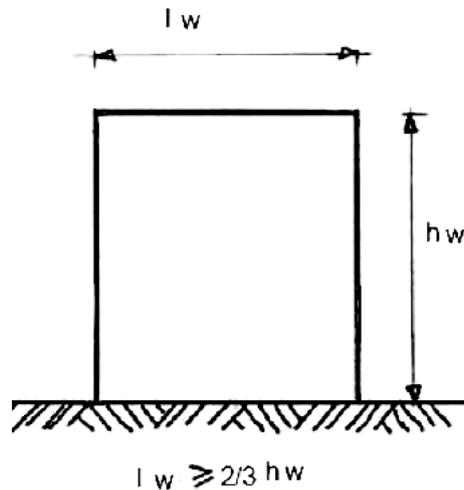


FIG. 2.4 — Voiles faiblement armés de grande dimensions.

De manière générale, ces voiles présentent trois modes de rupture principaux qui dépendent de la prépondérance de l'effort tranchant :

- (i) par fissuration diagonale. Ce mode de déformation et/ou rupture survient lorsque la part d'effort tranchant devient prépondérante ;
- (ii) par flexion. C'est le mode de déformation recherché qui offre le maximum de possibilité de dissipation d'énergie sismique et donc de ductilité. Ce mode de déformation et/ou de rupture intervient lorsque les contraintes de cisaillement dues à l'effort tranchant sont relativement faibles ;
- (iii) par glissement.

En pratique, la dissipation d'énergie par plastification des armatures tendues est faible pour ce type de voile. Elle est souvent accompagnée d'une dissipation par fissuration répartie sur toute la hauteur du mur et par une rotation de corps rigide.

La justification des armatures longitudinales pour un voile de grande dimension se fait à partir d'une analyse classique et un calcul des sections en flexion composée. En choisissant une valeur de coefficient de comportement plus grande que les valeurs réglementaires, les règles PS92 imposent la vérification de compatibilité des déformations (cf. PS92 — § 11.823).

L'EC8 reprend intégralement cette méthode de conception des voiles « à la française » et impose un coefficient de sur-résistance maximum de 1,1 pour le dimensionnement des armatures longitudinales. Quant à la vérification de compatibilité des déformations, elle est remplacée par une analyse push-over. Enfin, en ce qui concerne les armatures transversales, elles sont dimensionnées en considérant l'effort tranchant majoré

$$V_{Ed} = V'_{Ed} \frac{1+q}{2}$$

avec V'_{Ed} résultant d'une analyse globale sismique⁵. Cette disposition, pour ce type de conception, est la seule pouvant être rapprochée du principe de dimensionnement en capacité.

3) Structures à voiles ductiles

Une structure à voiles ductiles constitue un système de contreventement différent. Leur fonctionnement est analogue à celui d'une poutre verticale encastrée en pied. La ductilité de tels voiles est conditionnée par la formation d'une rotule plastique en pied sur une hauteur variant entre le tiers et le quart de la hauteur du voile. Ceci implique qu'une rotation de corps rigide est totalement inexistante et que les murs doivent donc être liés à leurs fondations sans qu'il y ait une possibilité de décollement de ces dernières.

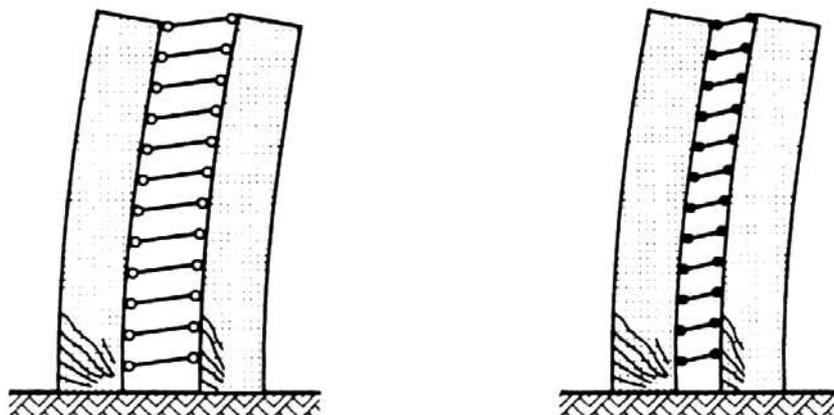


FIG. 2.5 — Voile ductile.

5. Les règles PS92 proposaient déjà cette majoration avec

$$V^* = V \frac{1+q}{2}$$

Le dimensionnement en capacité des voiles ductiles consiste donc, comme pour une poutre, à déterminer les armatures longitudinales et transversales à pourvoir dans la zone critique d'une part et dans la zone située au-dessus d'autre part, de façon à ce que la dissipation d'énergie escomptée se produise par plastification des armatures tendues dans la rotule plastique et éventuellement par « plastification » du béton grâce au confinement.

2.2 Analyse locale — Rotations plastiques

La formation des rotules plastiques dans les zones critiques est conditionnée d'une part, par un ferrailage adapté, pour permettre la rotation plastique des sections, et d'autre part, pour palier à toute éventualité de rupture fragile.

D'un point de vue mécanique, la rotation plastique des sections de béton armé est provoquée par le seul mécanisme local ductile en béton armé : la *flexion plastique*. Autrement dit, par raccourcissement des fibres de béton comprimées et allongements des armatures longitudinales tendues, lesquelles doivent plastifier.

Pour illustrer notre propos, nous proposons de rechercher le domaine de résistance et le domaine d'élasticité d'une section de béton armé rectangulaire, de dimensions $25 \times 50 \text{ cm}^2$ et ferrillée en section d'armatures équivalente en fibre supérieure et fibre inférieure ($A_s = A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

Les deux domaines ou *surfaces de charge* sont usuellement délimités par leurs *courbes d'interactions* respectives, et décrivant chacune, la variation du moment de flexion en fonction de l'effort normal ou *vice versa*.

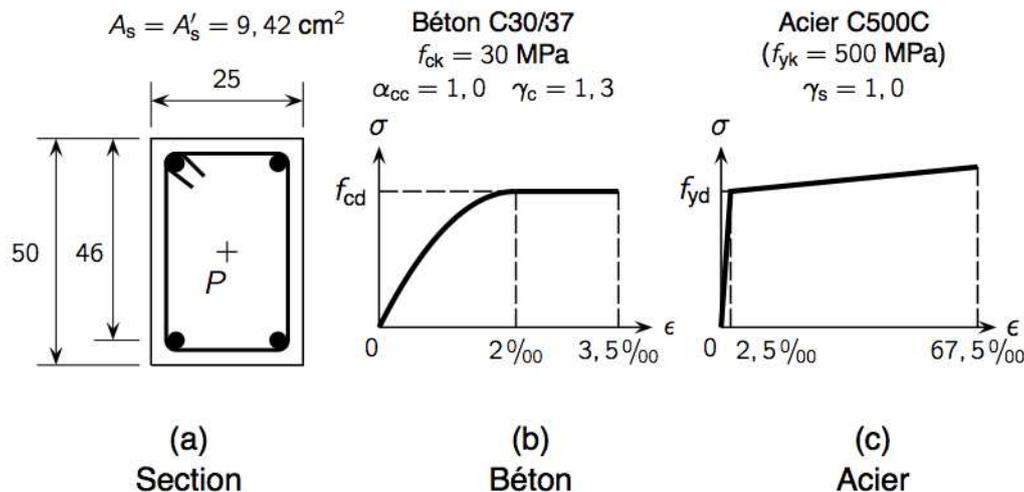


FIG. 2.6 — Section de référence.

D'un point de vue pratique, la courbe d'interaction délimitant l'une des surfaces de charge peut être déterminée en recherchant l'ensemble des couples (M, N) associés à des états de déformation « particulier ». Un tel état de déformation, par exemple lorsque les déformations relatives en fibres supérieures et inférieures sont égales et correspondent à l'état de déformation ultime en compression simple pour le béton non confiné, peut être défini par la valeur d'une déformation en un point de la section et la pente de la droite de déformation *via* la profondeur de l'axe neutre.

Pour ce qui concerne la courbe d'interaction associée au domaine de résistance, on détermine l'ensemble des couples (M, N) en faisant pivoter la droite de déformation autour du point correspondant à la déformation relative du béton non confiné en fibre supérieure pour la flexion composée avec $\epsilon = 3,5\text{‰}$. À chaque couple (M, N) obtenu, dont quelques exemples de calculs sont exposés dans le chapitre 3, correspond un état limite ultime. Dans ce qui suit, on nommera *condition ultime* l'état de déformation conduisant à un couple (M, N) appartenant à la courbe d'interaction limitant le domaine de résistance.

TAB. 2.II — États de déformation pour une déformation relative fixée de la fibre de béton la plus comprimée et courbures ultimes associées. (Les lignes étoilées indiquent les couples (M, N) avec des valeurs linéairement interpolées [1] et des valeurs calculées [2]).

	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰) [2]	x_u/d [2]	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m) [1]	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m) [1]
	3,50	-45,00	0,072	-493	115	1054
★	3,50	-23,82	0,128	0	211	594
	3,50	-22,50	0,135	32	217	565
★	3,50	-15,59	0,183	300	265	415
	3,50	-10,00	0,259	517	304	294
	3,50	- 2,50	0,583	1253	371	130
	3,50	0,00	1,000	2620	225	77
	3,50	0,28	1,087	2860	186	70
	2,00	2,00	—	3638	0	0

Il apparaît (cf. TAB. 2.II) que plus l'effort normal augmente, plus les courbures ultimes diminuent. De plus, la flexion plastique des sections ne peut avoir lieu pour un effort normal dépassant 1253 kN. En effet, la déformation relative de l'armature tendue pour des combinaisons (M, N) tel que $N > 1253$ kN est inférieure à 2,5 ‰.

De la même façon, on détermine la courbe d'interaction associée au domaine d'élasticité en faisant pivoter la droite de déformation autour du point correspondant à la déformation relative de l'armature tendue (soit $\epsilon_s = -2,5$ ‰ (cf. TAB. 2.III)). Chaque couple résultant correspond à un état limite « élastique » vis-à-vis des armatures tendues de la section.

TAB. 2.III — États de déformation pour une déformation relative fixée de l'armature tendue et courbures élastiques associées. (Les lignes étoilées indiquent les couples (M, N) avec des valeurs linéairement interpolées [1] et des valeurs calculées [2]).

	ϵ_c (‰) [2]	ϵ_{sy} (‰)	x_y/d [2]	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m) [1]	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m) [1]
	1,00	-2,50	0,286	-24	191	76
★	1,04	-2,50	0,294	0	194	77
★	1,64	-2,50	0,396	300	237	90
	3,50	-2,50	0,583	1253	371	130

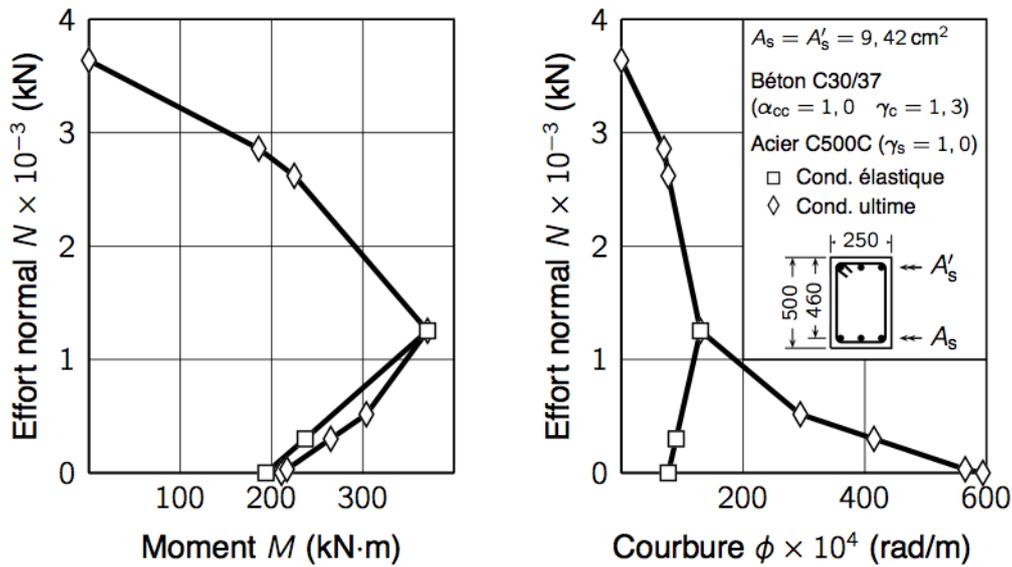


FIG. 2.7 — Courbe d'interaction N - M et courbures associées.

Les résultats (cf. TAB. 2.II & TAB. 2.III) montrent que plus la déformation relative de l'armature tendue est grande (en valeur absolue), plus la rotation de la section par rapport à sa section voisine est importante.

On remarque également qu'au voisinage de ϵ_{s1} valant $-2,5 \text{ ‰}$, plus l'effort normal réduit ⁶ est grand, plus la déformation relative du béton approche la valeur de $3,5 \text{ ‰}$.

En général, cette situation peut survenir dans les sections des éléments sollicités par un effort normal réduit dépassant une valeur de $0,4$ (cas des poteaux). Dans de tels cas, ces éléments seraient exposés à des ruptures prématurées par éclatement du béton comprimé avant toute plastification des armatures tendues empêchant toute rotation plastique de se produire.

6. On entend par effort normal réduit le rapport (au sens du PS92)

$$\nu = \frac{N_d}{B_n f_{cj}}$$

où N_d désigne l'effort normal de calcul s'exerçant sur une section de béton, B_n l'aire nette de la section et f_{cj} la résistance caractéristique du béton en compression. L'effort normal réduit au sens de l'EC8 considère l'aire brute A de la section de béton au lieu de la section nette.

Le modèle de comportement uniaxial du béton, tel qu'il est pris en compte lors d'un calcul classique à la flexion composée, apparaît donc insuffisant pour justifier de grandes courbures et d'une rotation plastique adéquate dans le cas des éléments fortement comprimés.

2.21 Confinement du béton

Pour remédier à cette difficulté, une solution, démontrée de façon expérimentale et numérique par certains chercheurs, consiste à mettre en place une armature de frettage. Le confinement résultant permet ainsi d'accroître la déformation relative du béton au-delà de sa valeur ultime et d'aller « chercher » pour l'acier, des déformations relatives importantes.

Concrètement, lorsque le béton est comprimé, l'effet Poisson induit un raccourcissement dans la direction longitudinale et une dilatation dans la direction transversale. En présence d'armatures transversales, la dilatation du béton provoque la mise en tension de ces dernières et développe par réaction des forces de compression agissant sur le noyau de béton intérieur aux armatures transversales.

Ces forces de compression sont essentiellement concentrées au droit des armatures longitudinales.

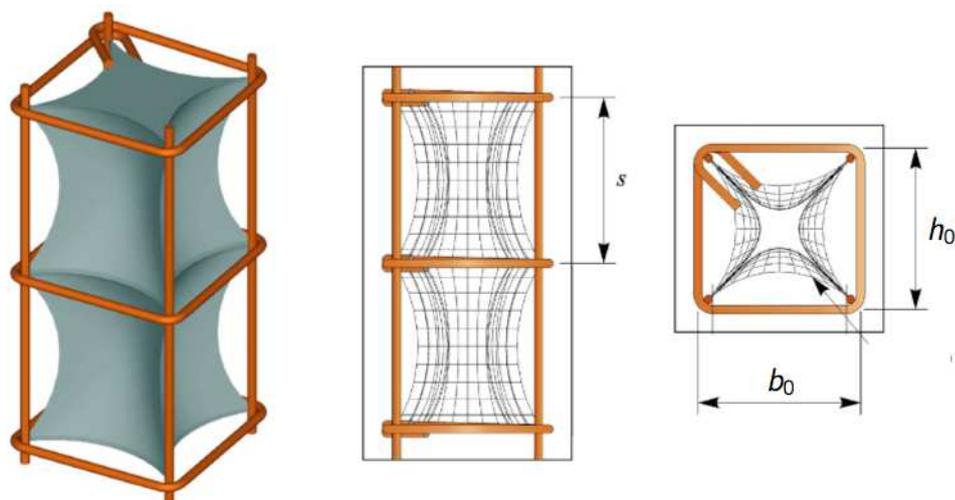


FIG. 2.8 — Confinement du béton par des armatures transversales. Paramètres définissant α_n et α_s (P. Paultre et F. Légeron [13]).

D'après Paultre et Legeron [13], le confinement du béton n'est effectif, dans le plan sectionnel, que sur une surface délimitée par des arcs paraboliques reliés entre eux au droit des armatures longitudinales tenues. On observe le même phénomène entre les armatures transversales dans le sens longitudinal de la pièce. La contrainte de confinement associée, au pic de contrainte du béton confiné, vaut

$$f'_{le} = K_e \frac{A_{shy} f'_h}{c_y s} \quad (2.7)$$

Le coefficient K_e traduit l'efficacité du confinement, lequel est fonction du nombre de barres tenues par des armatures transversales et de l'espacement entre ces armatures.

Dispositions réglementaires pour le confinement (règles PS92 et EC8)

Le PS92 ne donne aucune règle permettant de faire un calcul pouvant relier la quantité d'armatures transversales à leur éventuelle efficacité vis-à-vis du confinement. Le principe de confinement est abordé *via* des pourcentages minimum d'armatures. En particulier, dans les zones critiques des poteaux, il doit être pourvu un volume minimal d'armatures de 0,8%.

En revanche, la notion de confinement est beaucoup plus explicite dans les règles EC8. La contrainte effective de confinement vaut d'après l'EC8

$$\sigma_2 = \frac{\alpha \omega_{wd} f_{ck}}{2} \quad (2.8)$$

Le coefficient α mesure l'efficacité du confinement

$$\alpha = \alpha_n \alpha_s \quad (2.9)$$

Pour une section rectangulaire⁷

$$\alpha_n = 1 - \frac{\sum b_i^2}{6 b_0 h_0} \quad \alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 b_0}\right) \left(1 - \frac{s}{2 h_0}\right)$$

Le coefficient α_n est relié à la densité des armatures transversales et à la disposition des armatures transversales pour une nappe. Plus la section droite est quadrillée par des armatures transversales, plus l'efficacité du confinement est proche de l'unité pour le plan de référence. Quant au coefficient α_s , il traduit l'influence de l'espacement entre deux nappes d'armatures sur l'efficacité du confinement.

Dans le cas d'une section rectangulaire, le pourcentage mécanique d'armatures transversales nécessaire afin de réaliser un confinement de 1,5 MPa sur le béton est de l'ordre de

$$\omega_{wd} = \frac{2 \sigma_2}{\alpha f_{ck}} = \frac{2 \times 1,5}{0,75 \times 30} = \frac{0,1}{0,75} \simeq 0,133$$

TAB. 2.IV — Pourcentages d'armatures mécaniques en fonction de la contrainte de confinement σ_2 . (a) $\alpha = 0,95$. (b) $\alpha = 0,75$. (c) $\alpha = 0,6$.

σ_2 (MPa)	$\alpha \omega_{wd}$	$\omega_{wd}^{(a)}$	$\omega_{wd}^{(b)}$	$\omega_{wd}^{(c)}$
0,5	0,033	0,035	0,044	0,055
1,5	0,100	0,105	0,133	0,167
2,5	0,167	0,176	0,223	0,278
3,5	0,233	0,245	0,311	0,388
4,5	0,300	0,316	0,400	0,500

En toute logique, la nécessité d'armatures transversales augmente avec l'accroissement de la contrainte de confinement et diminue avec l'accroissement de son efficacité (cf. TAB. 2.IV).

7. Dans le cas d'une section circulaire, le coefficient α_n est égal à l'unité tandis que α_s vaut

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 D_0}\right)^k$$

avec $k = 1$ pour des armatures transversales hélicoïdales et $k = 2$ pour des cerces normaux. En général, les valeurs de α sont de l'ordre de 0,95 pour les sections circulaires, 0,75 pour des sections rectangulaires et 0,6 pour des sections de type murs voiles [1].

Par exemple, pour une section rectangulaire telle que $b_0 = h_0$, $b_0/b_c \simeq 0,9$ et armée de quatre à douze barres longitudinales, la variation du coefficient α (cf. FIG. 2.9) montre bien que l'efficacité du confinement croît avec l'augmentation de la densité d'armatures transversales et avec la diminution de l'espacement entre elles.

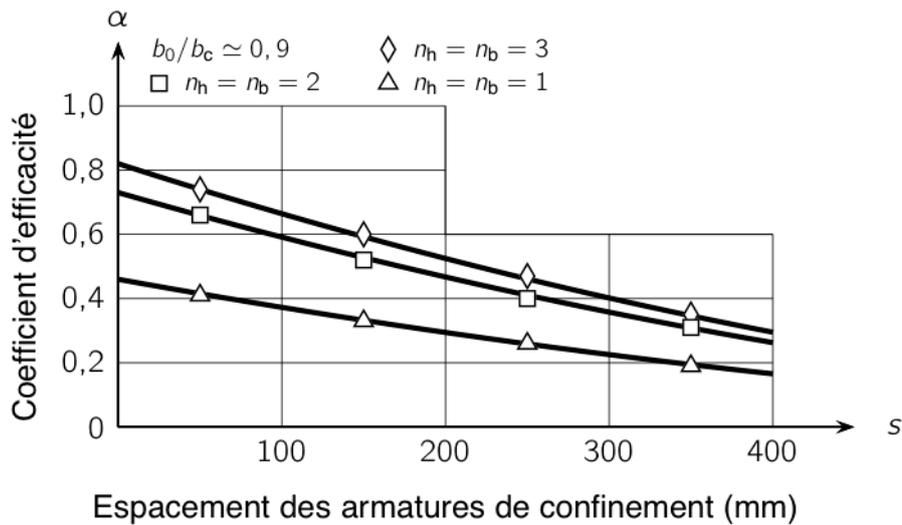


FIG. 2.9 — Variation du coefficient d'efficacité du confinement α d'après l'équation 2.9

2.22 Déformation et plastification des armatures

Le confinement du béton par des cadres est une réponse pour permettre de grandes rotations plastiques. Mais il faut aussi disposer d'une armature d'acier dont les propriétés permettent d'atteindre les courbures associées. Par exemple, pour atteindre une courbure de 415×10^{-4} rad/m (cf. TAB. 2.II), la déformation relative devant être atteinte par les aciers dépasse 10 ‰.

Les études [9] qui ont été réalisées sur le comportement cyclique de l'acier montrent que lorsque qu'une barre se plastifie en traction, il se produit d'une part un écrouissage de l'acier, et d'autre part une sorte d'« écrouissage négatif » en compression dès la première inversion de contrainte. Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet Bauschinger*. Au cours des cycles, l'effet Bauschinger se renouvelle et rend l'acier plus vulnérable au flambement. Il faut donc empêcher le flambement de se produire par un système de retenue des armatures longitudinales.

Dispositions réglementaires pour les armatures (règles PS92 et EC8)

À la différence des règles BAEL, il est spécifié dans les règles PS92 une valeur garantie de l'allongement sous charge maximale de 5 % pour les barres HA et de 2 % pour les treillis soudés. Il est donc réglementaire d'atteindre, avec des aciers conformes aux spécifications du PS92, une courbure de 415 ‰, laquelle correspond, pour notre cas de référence, à une déformation relative de l'acier de $-15,59$ ‰. En outre, les barres et fils tréfilés ou laminés doivent être à haute adhérence avec une limite d'élasticité spécifiée inférieure ou égale à 500 MPa. Par exemple, pour les poteaux, le PS92 indique des espacements maximum à satisfaire pour garantir le non-flambement des armatures longitudinales dans les zones critiques. Soit

$$s_t = \min(8 \phi_L ; 0,25 a ; 15 \text{ cm})$$

De la même façon que pour les règles PS92, l'EC8 impose des allongements garantis en fonction de la classe de ductilité de l'acier (A, B ou C). Nous pouvons remarquer (cf. TAB. 2.V) que l'allongement minimal garanti peut aller jusqu'à 75 %. L'EC8 permet donc, en théorie, une plus grande rotation plastique et une plus grande ductilité. De plus, l'EC8 impose que « le rapport entre la résistance à la traction et la limite d'élasticité de l'acier utilisé dans les zones critiques soit sensiblement supérieur à l'unité ». Ceci implique que seul le diagramme à branche supérieure inclinée avec une déformation de l'acier limitée à $\epsilon_{ud} = 0,9 \epsilon_{uk}$ n'est possible, et que l'effet de l'érouissage doit être pris en compte.

TAB. 2.V — Exigences relatives aux aciers d'armatures de béton armé.

Classe	f_{yk} (MPa)	$k = (f_t/f_y)_k$	ϵ_{uk} (‰)
A	400 – 600	$\geq 1,05$	$\geq 2,5$
B	400 – 600	$\geq 1,08$	$\geq 5,0$
C	400 – 600	$\geq 1,15$	$\geq 7,5$

Aussi, l'EC8 n'autorise l'utilisation que de barres nervurées comme armatures de béton armé dans les zones critiques des éléments sismiques primaires. Enfin, de façon analogue aux règles PS92, les règles EC8 imposent un espacement maximum pour garantir le non-flambement des armatures.

Par exemple, pour les poteaux dimensionnés en classe DCM⁸

$$s = \min \left(\frac{b_0}{2} ; 175 \text{ mm} ; 8 d_{bL} \right)$$

En considérant que toutes les mesures sont prises pour palier à toute éventualité de rupture fragile par cisaillement ou manque d'adhérence, il se dégage donc, aux travers des règles PS92 et EC8, deux conditions essentielles pour garantir une ductilité locale minimale dans les structures en béton armé : une **grande déformation** et une **plastification suffisante** des aciers sans risque de flambement d'une part, et le **confinement du béton** dans le cas des éléments fortement comprimés d'autre part. Cette ductilité minimale correspond en réalité à la **ductilité en coubure disponible** à garantir dans les éléments de béton armé.

2.3 Conditions de ductilité locale pour les structures en béton armé (EC8)

Ces prérequis, associés à la règle de dimensionnement en capacité, sont au cœur de tout le dispositif constructif prescrit dans les règles EC8. Dans ce sens, le règlement se base sur le coefficient de ductilité en courbure minimal μ_ϕ que doivent satisfaire les sections situées dans les zones critiques.

Il est défini « comme le rapport entre la courbure atteinte lorsque le moment fléchissant est égal à 85 % de sa valeur résistante, atteint dans la phase de décroissance post-pic, et la courbure correspondant à la limite d'élasticité, et à condition que les déformations limites du béton et de l'acier ϵ_{cu} et $\epsilon_{su,k}$ ne soient pas dépassées » (cf. EC8 — § 5.2.3.4(3)). Autrement dit

$$\mu_\phi = \frac{\phi_{0,85}}{\phi_y} \quad (2.10)$$

Cette relation de l'EC8 sous-tend le fait que la section de béton armé est pourvue d'armatures de confinement. En effet, la valeur de référence pour la courbure ultime (cf. FIG. 2.10)

8. En classe DCH, l'espacement maximum pour les poteaux vaut

$$s = \min \left(\frac{b_0}{3} ; 125 \text{ mm} ; 6 d_{bL} \right)$$

intervient après le pic pour lequel le moment atteint sa valeur résistante. Cette valeur n'est atteignable que lorsque la déformation dans la fibre de béton la plus comprimée atteint la valeur de 3,5 ‰. Au-delà de cette valeur, le moment résistant chute en raison de l'éclatement du béton d'enrobage. De fait, l'EC8 n'envisage une ductilité minimale des sections de béton armé que si elles sont pourvues d'un dispositif de confinement du noyau.

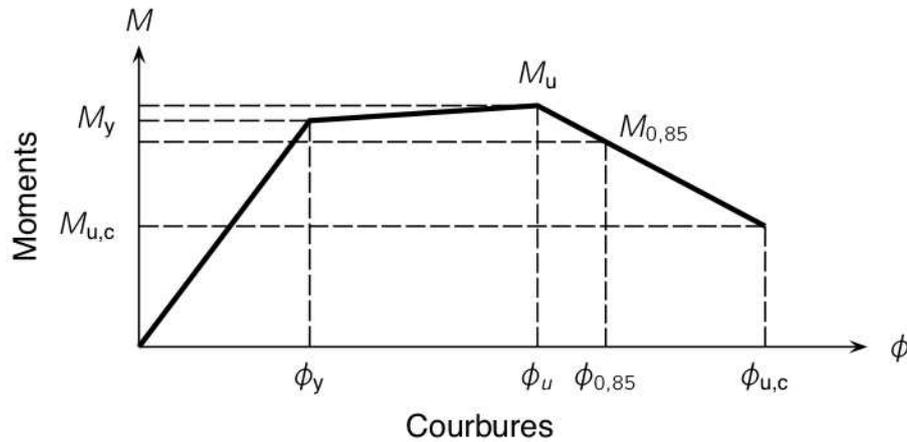


FIG. 2.10 — Coefficient de ductilité au sens de l'EC8.

2.31 Critère de ductilité locale

Nous rappelons que lorsque qu'une structure est sollicitée par des efforts de séisme, il y a appel à ductilité (cf. Chap. 1). Et de toute évidence, la ductilité en courbure appelée doit être inférieure à la ductilité en courbure disponible. Ce qui s'écrit

$$\mu'_\phi \leq \mu_\phi \quad (2.11)$$

La vérification d'un tel critère n'est pas facilement praticable de manière rigoureuse. Il faudrait dans un premier temps calculer les courbures élastiques et ultimes pour une étendue d'effort normal fixé, un ferrailage longitudinal et transversal donné et vérifier que les déplacements et la dissipation d'énergie résultants sont compatibles avec le coefficient de comportement fixé en amont. Ce n'est ni plus ni moins le principe du push-over (cf. Chap. 1) ou, dans la situation ultime, de la méthode de la vérification de compatibilité de déformation exposée dans les règles PS92.

Les règles EC8 permettent de nous affranchir d'une telle lourdeur de calcul en proposant de lier le coefficient de comportement à des pourcentages géométriques ou mécaniques d'armatures (longitudinales ou transversales) *via* le coefficient de ductilité en courbure minimal requis. Ce point constitue une « avancée fondamentale » dans la réglementation parasismique puisqu'il est totalement absent des règles PS92, ou encore des règles étrangères (nous faisons référence ici aux règles américaines ACI 318).

En l'occurrence, la relation proposée par l'EC8 liant le coefficient de comportement au coefficient de ductilité en courbure a pour forme

$$\mu_\phi = \begin{cases} \kappa (2 q_0 - 1) & \text{si } T_1 \geq T_C \\ \kappa \left(1 + 2 (q_0 - 1) \frac{T_C}{T_1} \right) & \text{si } T_1 < T_C \end{cases} \quad (2.12)$$

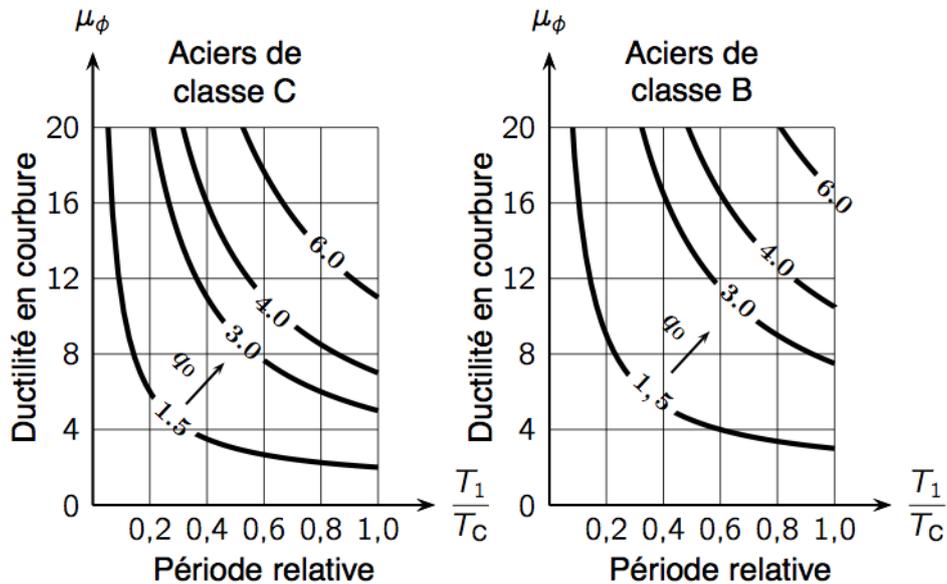


FIG. 2.11 — Variation du coefficient de ductilité en courbure en fonction de la période et du coefficient de comportement.

Cette relation notifie que le coefficient conventionnel de ductilité en courbure (CCDF) est plus exigeant pour les structures raides que pour les structures souples.

Et d'une manière générale, puisque ductilité et dissipation d'énergie sont synonymes, la modulation du CCDF en fonction de la période de la structure tend à étayer que la règle d'équivalence énergétique est prépondérante sur la règle d'iso-déplacement pour les structures raides.

Par ailleurs, l'EC8 fait apparaître la notion de classe de ductilité. Trois classes de ductilité (DCL, DCM et DCH) sont définies. Pour ce qui concerne le dimensionnement des structures dissipatives, et donc ductiles, seules les classes DCM et DCH sont à considérer. Les structures dimensionnées en classe DCL ne peuvent pas être considérées comme dissipatives.

Le choix d'une classe dépend principalement du zonage sismique et du niveau de ductilité souhaité au moment de la conception, mais aussi du budget alloué pour la conception et la réalisation de l'ouvrage. Nous devrions ajouter également un paramètre lié aux réparations dues aux dommages après séisme et les conséquences environnementales de tels dommages. Par exemple, il n'est pas envisageable d'accepter une fissuration du béton, et donc une plastification des armatures tendues sur des ouvrages à risque élevé comme des complexes nucléarisés. La classe de ductilité appropriée dans ce cas de figure est DCL avec un coefficient de comportement $q = 1$.

Une conception en classe DCH implique nécessairement la justification d'un CCDF plus exigeant compte tenu d'une plus grande réduction des efforts *via* des coefficients de comportement plus élevés. Il en résulte une plus grande déformabilité et donc une conception détaillée plus exigeante vis-à-vis des conditions de ferrailage.

Finalement, il n'est pas certain que le choix d'une classe de ductilité supérieure soit avantageuse d'un point de vue économique si la sécurité apportée ne s'en trouve pas renforcée.

2.32 Conditions de ductilité locale des principaux éléments en béton armé — Dispositions constructives

Pour être complet, les règles EC8 relient le coefficient de ductilité en courbure aux conditions de ferrailage des éléments en béton armé dans les zones où se forment les rotules plastiques.

1) Poutres

Dans le cas des poutres, l'effort normal est en général peu influent sur la ductilité en courbure. Selon la terminologie de l'EC8, une poutre est un élément de béton armé horizontal dont l'effort normal réduit est inférieur à 0,1. Pour ce type d'élément, la plastification des armatures se produit avant que la déformation relative du béton n'atteigne la déformation ultime.

L'excentricité entre une poutre sismique primaire et le poteau doit être inférieure à $b_c/4$. De plus, la largeur des poutres doit être telle que

$$b_w = \min \{b_c + h_w; 2 b_c\}$$

où $b_w \geq 200$ mm pour la classe DCH, b_c désigne la plus grande dimension de la section transversale du poteau perpendiculaire à l'axe longitudinal de la poutre et h_w désigne la hauteur de la poutre.

Zones critiques Les zones critiques s'étendent sur une distance l_{cr} ($l_{cr} = h_w$ pour la classe DCM et $l_{cr} = 1,5 h_w$ pour la classe DCH) à partir d'une section d'extrémité où la poutre est connectée à un nœud poteau-poutre, ou sur une distance $l_{cr} = 2 h_w$ de part et d'autre de toute autre section susceptible de se plastifier dans la situation sismique de calcul, doivent être considérées comme zones critiques.

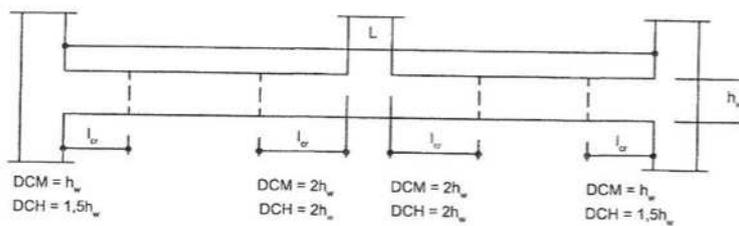


FIG. 2.12 — Étendues des zones critiques dans les poutres.

Armatures longitudinales Le pourcentage d'armatures dans la zone tendue doit vérifier

$$\rho_{\min} \leq \rho' + \frac{0,0018 f_{cd}}{\mu_{\phi} \epsilon_{sy,d} f_{yd}} \leq \rho_{\max} \quad (2.13)$$

avec

ρ' le pourcentage d'armatures dans la zone comprimée ;

f_{cd} la résistance de calcul en compression du béton ;

f_{yd} la résistance de calcul en traction de l'acier ;

μ_{ϕ} le coefficient de ductilité en courbure ;

$\epsilon_{sy,d}$ la valeur de calcul de la déformation de l'acier à la limite d'élasticité. En particulier, pour un acier C500C, $\epsilon_{sy,d} = 2,5\%$.

Cette relation indique que le coefficient de ductilité en courbure est principalement influencé par les caractéristiques du béton et de l'acier, et que les pourcentages géométriques des armatures tendues et comprimées y prennent une part non négligeable.

Par ailleurs, le pourcentage géométrique d'armatures longitudinales doit vérifier dans les zones tendues tout le long de la poutre

$$\rho_{\min} \geq \frac{0,5 f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (2.14)$$

Pour un béton courant C30/37 et un acier de classe B, ρ_{\min} est voisin de 0,00289⁹.

De plus, dans les zones critiques, le pourcentage d'armatures comprimées doit vérifier

$$\rho' \geq 0,5 \rho \quad (2.15)$$

9. Les règles PS92 indiquaient un pourcentage géométrique vérifiant

$$\rho_{\min} = \frac{1,4}{f_e}$$

Soit $\rho_{\min} = 0,0028$ pour $f_e = 500$ MPa. Ce pourcentage pouvait même être réduit de moitié sous réserve que le dimensionnement est vérifié sous la combinaison sismique $0,5G + E$.

Enfin, les règles EC8 indiquent qu'en classe DCH :

- au moins deux barres HA de diamètre 14 mm doivent être placées sur les faces supérieures et inférieures de la poutre ;
- un quart de la section maximale des armatures supérieures sur appui doit être prolongée sur toute la longueur de la poutre.

Armatures transversales de confinement Le diamètre minimal des armatures transversales doit être de 6 mm. En DCM, l'espacement des armatures transversales dans les zones critiques doit vérifier

$$s_t \leq \min \left(\frac{h_w}{4} ; 24 d_{bw} ; 225 \text{ mm} ; 8 d_{bL} \right) \quad (2.16)$$

En DCH, l'inégalité 2.16 devient

$$s_t \leq \min \left(\frac{h_w}{4} ; 24 d_{bw} ; 175 \text{ mm} ; 6 d_{bL} \right)$$

avec

d_{bw} le diamètre des armatures transversales ;

d_{bL} le diamètre minimal des armatures longitudinales.

2) Poteaux

Contrairement aux poutres, les poteaux sont des éléments verticaux fortement comprimés pour lesquels, la plastification des armatures ne peut généralement intervenir avant que la déformation ultime du béton ne soit atteinte (soit $\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$). Dans ce cas, la ductilité ne peut être obtenue que par confinement du béton.

Zones critiques Les zones critiques d'un poteau s'étendent sur une distance au moins égale à $l_{cr} = \max(h_c ; l_{cl}/6 ; 0,45)$ à partir d'une section d'extrémité où le poteau est connecté à un nœud poteau-poutre. Lorsque $h_c/l_{cl} < 3$, le poteau doit être considéré comme zone critique sur toute sa longueur.

En classe DCH, la longueur l_{cr} doit satisfaire

$$l_{cr} \geq \max \left(h_c ; \frac{l_{cl}}{6} ; 0,60 \right)$$

avec

h_c la plus grande dimension transversale du poteau ;

l_{cl} la hauteur libre du poteau.

Armatures longitudinales Les armatures longitudinales doivent être réparties uniformément sur le pourtour du poteau avec, au minimum, une armature intermédiaire le long de chaque face. Le pourcentage géométrique doit vérifier

$$0,01 \leq \rho_l \leq 0,04 \quad (2.17)$$

Armatures transversales de confinement Du fait que la ductilité est principalement obtenue par confinement du noyau béton, le pourcentage d'armatures transversales doit satisfaire

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_\phi \nu_d \epsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035 \quad (2.18)$$

où ω_{wd} est le pourcentage mécanique en volume des armatures de confinement tel que

$$\omega_{wd} = \frac{\text{volume des armatures de confinement}}{\text{volume du noyau de béton}} \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (2.19)$$

et

α le coefficient d'efficacité du confinement ;

ν_d l'effort normal réduit ;

b_c (resp. b_0) la plus petite dimension transversale du poteau (resp. la plus petite dimension transversale du noyau de béton) ;

f_{cd} la résistance de calcul en compression du béton ;

f_{yd} la résistance de calcul en traction de l'acier ;

μ_ϕ le coefficient de ductilité en courbure ;

$\epsilon_{sy,d}$ la valeur de calcul de la déformation de l'acier à la limite d'élasticité. En particulier, pour un acier C500C, $\epsilon_{sy,d} = 2,5\text{‰}$.

Contrairement aux poutres, la quantité d'armatures longitudinales n'influe pas ou peu sur le coefficient de ductilité en courbure. À l'exception des caractéristiques géométriques et des dimensions transversales de la section, la relation 2.18 montre bien, au travers des facteurs α et ω_{wd} , que les dispositions de ferrailage des armatures de confinement jouent un rôle essentiel vis-à-vis de la ductilité en courbure.

Par ailleurs, le pourcentage mécanique des armatures transversales (diamètre minimal 6 mm) ne peut être inférieur à 8% dans la zone critique à la base des poteaux pour une conception en classe DCM. En classe DCH, ce pourcentage est étendu à 12% et il doit être pourvu un pourcentage mécanique minimal de 8% dans les autres zones critiques.

De plus, l'espacement s_t des armatures transversales, exprimé en millimètres, dans les zones critiques doit vérifier¹⁰

$$s_t \leq \min \left(\frac{b_0}{2} ; 175 \text{ mm} ; 8 d_{bL} \right) \quad (2.20)$$

En classe DCH, l'inégalité 2.20 devient

$$s_t \leq \min \left(\frac{b_0}{3} ; 125 \text{ mm} ; 6 d_{bL} \right)$$

avec

d_{bL} le diamètre minimal des armatures longitudinales ;

b_0 la plus petite dimension transversale du noyau de béton, prise par rapport à l'axe des armatures transversales.

Enfin, les règles EC8 précisent que le diamètre minimal des armatures de confinement doit être supérieur à 6 mm pour une conception en classe DCM. En classe DCH, le diamètre minimal des armatures transversales doit satisfaire

$$d_{bw} \leq 0,4 d_{bL,max} \sqrt{\frac{f_{ydL}}{f_{ydw}}}$$

avec

$d_{bL,max}$ le diamètre maximal des armatures longitudinales ;

f_{ydL} la valeur de la limite d'élasticité des armatures longitudinales ;

f_{ydw} la valeur de la limite d'élasticité des armatures transversales.

10. Il est admis de ne pas tenir compte des inégalités 2.18 et 2.20, et de dimensionner les armatures transversales selon les règles EC2 sous réserves que l'effort normal réduit ne dépasse pas $\nu_d = 0,20$ et que le coefficient de comportement ne dépasse pas 2,0.

3) Cas des voiles ductiles

De la même façon que pour les poteaux, la ductilité en courbure est fonction du confinement du béton et le coefficient de ductilité en courbure associé est déduit de la relation

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_\phi (\nu_d + \omega_v) \epsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035 \quad (2.21)$$

À la différence de la relation 2.18, l'inégalité 2.21 fait intervenir ω_v correspondant au pourcentage mécanique d'armatures d'âme.

Zone critique La hauteur h_{cr} de la zone critique d'un voile ductile s'étend depuis la base du voile jusqu'à la cote

$$h_{cr} = \max \left\{ \frac{H_w}{6}; l_w \right\}$$

où H_w (resp. l_w) est la hauteur totale du voile (resp. la longueur de la section). De plus, la hauteur h_{cr} doit satisfaire la condition

$$h_{cr} \leq \begin{cases} \min \{2 l_w; h_s\} & \text{si } n \leq 6 \text{ niveaux} \\ 2 h_s & \text{sinon} \end{cases}$$

avec h_s , la hauteur d'un niveau.

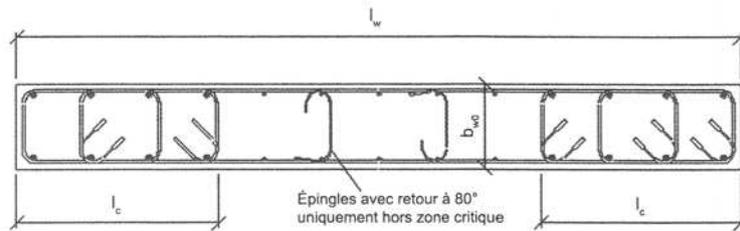


FIG. 2.13 — Dispositions géométriques et constructives minimales dans les voiles.

Pour assurer une ductilité en courbure suffisante dans les voiles ductiles, il est possible de disposer des armatures de confinement aux extrémités de la section transversale sur toute la hauteur de la zone critique. La longueur de ces éléments de rive doit vérifier

$$l_c \geq \max \{0,15 l_w; 1,50 b_w\}$$

Les éléments de rive doivent satisfaire des conditions géométriques additionnelles telles que

$$b_w \geq \begin{cases} \max \{h_s/15 ; 200 \text{ mm}\} & \text{si } l_c \leq \max \{2 b_w ; 0,20 l_w\} \\ \max \{h_s/10 ; 200 \text{ mm}\} & \text{si } l_c > \max \{2 b_w ; 0,20 l_w\} \end{cases}$$

Pour des voiles ductiles en classe DCM avec des membrures de dimensions suffisantes telles que $b_f \geq h_s/15$ et $l_f \geq h_s/5$, il n'est pas nécessaire de prévoir d'élément de rive confiné à l'extrémité contenant la membrure. Dans le cas de la classe DCH, si l'élément de rive confiné doit être prolongé dans l'âme sur une longueur supplémentaire inférieure à $3 b_{w0}$, l'épaisseur b_w de l'élément de rive intégré dans l'âme peut alors être prise égale à l'épaisseur minimale b_{w0} .

Armatures longitudinales Le pourcentage d'armatures longitudinales dans les éléments de rive doit être au minimum de 0,5 %. Hors de la zone critique, où la déformation du béton est supérieure à 2 ‰, le pourcentage d'armatures longitudinales doit être de 0,5 %.

Armatures transversales de confinement De la même façon que pour les poteaux, lorsque la ductilité est obtenue par confinement du noyau béton, le pourcentage d'armatures transversales doit satisfaire l'inégalité 2.21. Le critère pour les voiles ductiles est légèrement différent de celui des poteaux du fait qu'il fait apparaître le pourcentage mécanique d'armatures d'âme.

Par ailleurs, le pourcentage mécanique des armatures transversales (diamètre minimal 6 mm) ne peut être inférieur à 8 ‰ sur toute la hauteur de la zone critique pour une conception en classe DCM. En classe DCH, ce pourcentage est étendu à 12 ‰.

De plus, l'espacement s_t des armatures transversales, exprimé en millimètres, dans les zones critiques doit vérifier¹¹

$$s_t \leq \min \left(\frac{b_0}{2} ; 175 \text{ mm} ; 8 d_{bL} \right) \quad (2.22)$$

11. Il est admis de ne pas tenir compte des inégalités 2.21 et 2.22 et de dimensionner les armatures transversales selon les règles EC2 sous réserves que l'effort normal réduit ne dépasse pas $\nu_d = 0,15$ ou bien $\nu_d = 0,20$ en minorant le coefficient de comportement de 15 ‰.

Pour une conception en classe DCH, l'espacement s_t est réduit et doit satisfaire

$$s_t \leq \min \left(\frac{b_0}{3} ; 125 \text{ mm} ; 6 d_{bL} \right)$$

avec

d_{bL} le diamètre minimal des armatures longitudinales ;

b_0 la plus petite dimension transversale du noyau de béton, prise par rapport à l'axe des armatures transversales.

Enfin, les règles EC8 précisent que le diamètre minimal des armatures de confinement doit être supérieur à 6 mm pour une conception en classe DCM. En classe DCH, le diamètre minimal des armatures transversales doit satisfaire

$$d_{bw} \leq 0,4 d_{bL,max} \sqrt{\frac{f_{ydL}}{f_{ydw}}}$$

avec

$d_{bL,max}$ le diamètre maximal des armatures longitudinales ;

f_{ydL} la valeur de la limite d'élasticité des armatures longitudinales ;

f_{ydw} la valeur de la limite d'élasticité des armatures transversales.

Armatures d'âmes Pour les murs de classe DCH :

— les armatures d'âmes se composent de deux familles d'aciers perpendiculaires, représentant chacune une quantité minimale telle que

$$\rho_{h,min} = \rho_{v,min} = 0,2 \%$$

— les nappes d'armatures de part et d'autre de l'âme ont même adhérence et sont reliées par des épingles espacées d'environ 500 mm ;

— le diamètre des armatures vérifie

$$8 \text{ mm} \leq \phi \leq \frac{b_{w0}}{8}$$

— l'espacement des armatures est inférieur à $\min\{250 \text{ mm} ; 25 \phi\}$.

2.4 Analyse et discussion

Les dispositions constructives proposées dans les règles EC8 valident, au travers du CCDF, que la ductilité requise pour satisfaire une valeur plus ou moins élevée du coefficient de comportement, est largement influencée par les conditions de confinement du béton, mais aussi, par d'autres paramètres rattachés à la géométrie de la section ou bien aux caractéristiques mécaniques des matériaux.

Nous avons donc jugé intéressant d'analyser, dans un premier temps, l'incidence de ces paramètres sur le coefficient de ductilité en courbure sans tenir compte du confinement. Puis dans un deuxième temps, de vérifier, pour une section de caractéristiques géométriques et mécaniques fixées, que le confinement du béton apporte une nette contribution aux possibilités de déformations et de ductilité des sections. Ceci devrait nous permettre d'extraire quelques propriétés de comportement sismique des éléments principaux en béton armé et sa proximité immédiate avec le coefficient de comportement.

Pour réaliser cette étude, nous avons besoin de comparer, de façon qualitative, les résultats qui découlent des dispositions réglementaires (EC8) avec ceux de la méthode des courbures telle que proposée dans l'EC8 (cf. EC8 — § 5.4.3.4.2(5)).

Dans ce but, la description de la méthode des courbures et de ses techniques connexes font l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

ANALYSE DES SECTIONS DUCTILES — MÉTHODE DES COURBURES

Le coefficient de ductilité en courbure peut être déterminé de deux manières. L'une d'elles consiste à exploiter les relations fournies par les règles EC8. Celles-ci lient le coefficient de ductilité en courbure à un ensemble de paramètres physiques tels que le pourcentage géométrique d'armatures ou les caractéristiques mécaniques des matériaux. L'autre consiste à utiliser la méthode des courbures en simplifiant la recherche de la position de l'axe neutre à l'aide de routines informatiques.

Les règles EC8 font notamment référence à cette méthode en indiquant que le coefficient de ductilité en courbure défini par

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

peut être obtenu en évaluant ϕ_u par ϵ_{cu2}/x_u , ϕ_y par $\epsilon_y/(d - x_u)$, x_u et x_y .

L'objectif de ce chapitre est donc de proposer une description et une implémentation de la méthode des courbures permettant de rechercher la position de l'axe neutre pour n'importe quel état de déformation en tenant compte d'un effort normal fixé, soit x_u et x_y , et *in fine* les courbures et le coefficient de ductilité associés.

3.1 Courbure des sections en béton armé — Loi moment–courbure

On rappelle que pour toute section de béton armé soumise à la flexion, simple ou composée, l'application d'un moment M induit un raccourcissement des fibres supérieures et un allongement des fibres inférieures et *vice versa* selon le signe du moment. De plus, on peut écrire que selon la théorie des poutres élastiques

$$\phi = \frac{M}{E I} \quad (3.1)$$

Par exemple, pour une section de béton armé rectangulaire (cf. FIG. 2.6), le comportement reste élastique et linéaire jusqu'à l'état de fissuration pour lequel, la courbure devient

$$\phi_{\text{cr}} = \frac{M_{\text{cr}}}{E_{\text{cm}} I_{\text{ch}}} \quad (3.2)$$

où le module d'élasticité du Béton E_{cm} peut être pris égal à 22000 $(0,1 f_{\text{cm}})^{0,3}$ et I_{ch} correspond à l'inertie de la section brute. Pour $f_{\text{ctm}} \simeq -2,89$ MPa, le moment de fissuration vaut

$$M_{\text{cr}} \simeq \frac{N}{S} - \frac{6 f_{\text{ctm}}}{b h^2} \simeq \frac{0,3}{0,25 \times 0,50} + \frac{6 \times 2,89}{0,25 \times 0,50^2} \simeq 0,055 \text{ MN}$$

La courbure correspondante vaut alors

$$\phi_{\text{cr}} \simeq \frac{12 \times 0,055}{22000 \times (3,8)^{0,3} \times 0,25 \times (0,50)^3} \simeq 6,43 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m}$$

Après fissuration du béton tendu, le moment évolue en suivant une branche parabolique jusqu'à plastification de l'armature tendue. La courbure de la section de béton armé ne peut plus être évaluée en utilisant la théorie élastique puisque la fissuration a entraîné une perte de rigidité. La courbure a légèrement augmenté sans variation du moment et est déduite des relations classiques de compatibilité de déformation pour les sections de béton armé. Autrement dit¹

$$\phi = \frac{\epsilon_c - \epsilon_s}{d} \quad (3.3)$$

1. Les déformations relatives ϵ_c et ϵ_s sont prises avec leur signe.

Lorsque les armatures tendues se plastifient (lorsque $\epsilon_{sy} = -2,5 \text{ ‰}$ pour un acier tel que $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$), la courbure a pour expression

$$\phi_y = \frac{\epsilon_{sy}}{d(\alpha_y - 1)} \quad (3.4)$$

avec

$$\alpha_y = \frac{x_y}{d} \quad (3.5)$$

Pour notre « section de référence » (cf. FIG. 2.6), la courbure « élastique », évaluée pour $\alpha_y \simeq 0,374$ (cf. § 3.4), vaut

$$\phi_y = \frac{-2,5}{460 \times (0,374 - 1)} \simeq 86,82 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m}$$

pour un moment « plastique » de $290 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

Après plastification des armatures tendues, le moment continue à croître lentement jusqu'à écoulement complet des armatures ($\epsilon_{sl} = \epsilon_{ud}$) ou écrasement du béton comprimé ($\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$). Pour cet état limite, la courbure s'obtient par la relation

$$\phi_u = \frac{\epsilon_c}{\alpha_u d} \quad (3.6)$$

La courbure « ultime » de notre section de référence, évaluée pour $\alpha_u \simeq 0,200$ (cf. § 3.4), vaut alors

$$\phi_u \simeq \frac{3,5}{0,195 \times 460} \simeq 390 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m}$$

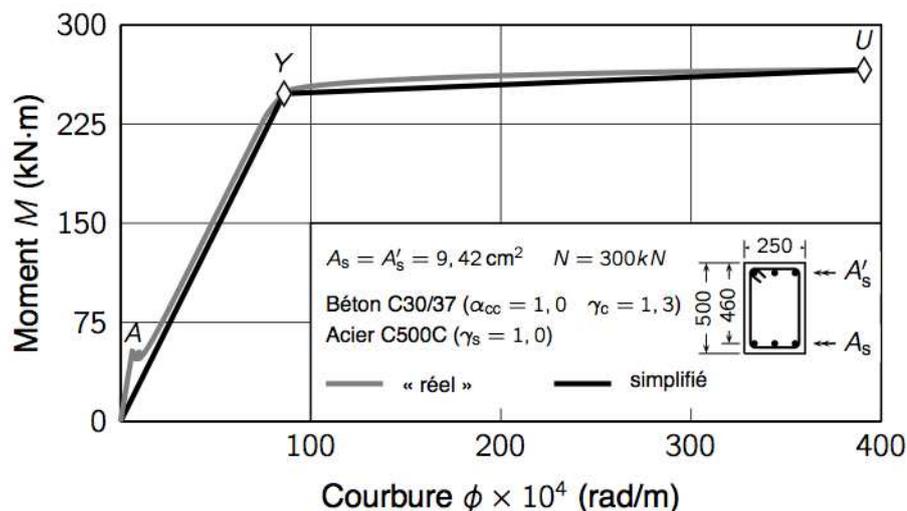


FIG. 3.1 — Relation moment–courbure.

La relation moment–courbure (cf. FIG. 3.1) montre que la variation du moment entre la courbure élastique et la courbure ultime varie faiblement du fait de la plastification des aciers tendus. Le rapport entre la courbure ultime et la courbure élastique définit le coefficient de ductilité en courbure. Soit

$$\phi_u = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{380}{89} \simeq 3,37$$

Par ailleurs, la courbure ultime quantifie la *déformabilité* de la section. Par double intégration des courbures, le calcul définit la flèche.

3.2 Méthode des courbures

Une relation moment–courbure peut être décrite de manière simplifiée en ne déterminant, pour la problématique qui nous intéresse, que les points associés aux courbures ultimes (ϕ_u, M_u) et élastiques (ϕ_y, M_y). Ils peuvent être « évalués » en recherchant, à partir de l'équilibre des forces intérieures de la section de béton armé considérée, la position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée.

Le calcul est effectué en tenant compte des relations de comportement réglementaires du béton et de l'acier ; et des hypothèses habituelles du béton armé aux états limites ultimes ; c'est-à-dire :

- i) la résistance du béton tendu est négligé ;
- ii) les sections planes avant déformation restent planes après déformation (hypothèse de Bernouilli) ;
- iii) l'adhérence entre le béton et l'acier est parfaite.

3.21 Courbures des sections non confinées

Dans le cas des sections non confinées, les caractéristiques mécaniques du béton dans la zone de béton comprimé sont identiques aussi bien dans la zone d'enrobage des armatures que dans la zone pouvant être délimitée par des armatures de confinement.

1) Relations de comportement du béton et de l'acier

Les relations de comportement utilisées pour l'évaluation des courbures sont celles des règles EC2. La relation $\sigma_c-\epsilon_c$ adoptée pour le béton est la loi parabole-rectangle, laquelle est déjà indiquée dans les règles BAEL.

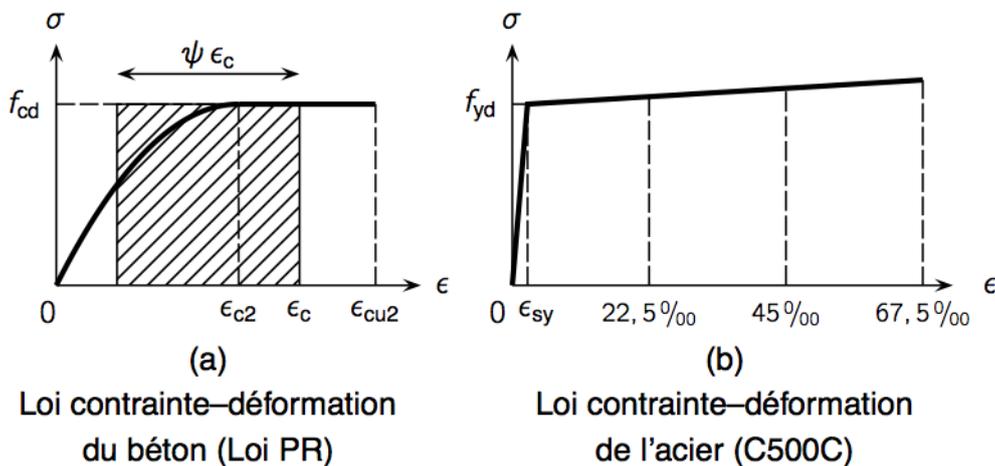


FIG. 3.2 — Relations contraintes-déformations des matériaux. (a) Béton. (b) Acier C500C.

La partie parabolique de la loi $\sigma_c-\epsilon_c$ pour le béton est issue de l'équation proposée par Hognestad. La loi complète est régie par l'équation

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left(\frac{2 \epsilon_c}{\epsilon_{c2}} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right) & \text{si } \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \\ f_{cd} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.7)$$

Pour ce qui concerne l'acier, nous choisissons d'adopter une relation de comportement avec écrouissage afin de rester concordant avec les règles EC8. La loi est régie par

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \epsilon_s & \text{si } \epsilon_s \leq \epsilon_{sy} \\ f_{yd} \left(1 + \frac{(k-1)(|\epsilon_s| - |\epsilon_{sy}|)}{\epsilon_{uk} - \epsilon_{sy}} \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.8)$$

Dans tous les calculs qui suivent, k (resp. ϵ_{uk}) aura pour valeur 1,18 (resp. 75 ‰).

2) Calcul des courbures ultimes et élastiques

La recherche des courbures ultimes et élastiques revient à déterminer, pour une déformation relative (ϵ_c ou ϵ_s) et un effort normal fixés, la hauteur du bloc de béton comprimé vérifiant l'équilibre des forces internes², soit

$$N_P = F_c + F_s \quad (3.9)$$

Avec F_c (resp. F_s) correspondant à l'effort dans le béton comprimé (resp. dans les armatures tendues et comprimées).

2. Par convention, nous choisissons d'exprimer le torseur des efforts sollicitants par rapport au centre plastique de la section de béton armé. Pour les sections armées de façon symétrique, le centre plastique est confondu avec le centre de gravité de la section de béton seul.

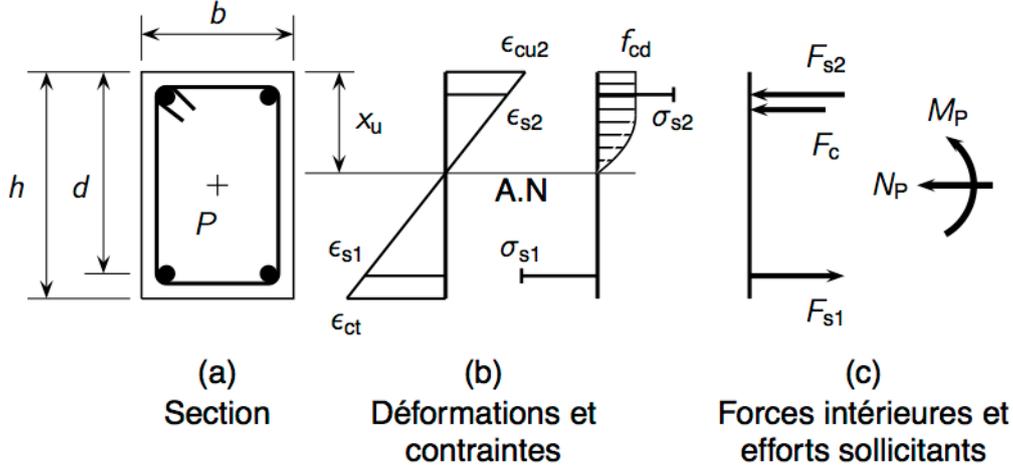


FIG. 3.3 — Déformations relatives, contraintes et efforts pour une section rectangulaire telle que $\epsilon_c \leq \epsilon_{cu2}$

Dans le cas d'une section rectangulaire, le terme relatif au bloc de béton comprimé devient

$$F_c = \alpha b_w d \int_{\Omega} \sigma_c(\epsilon) d\epsilon = \alpha b d \cdot (\psi f_{cd}) \quad (3.10)$$

où ψ dénote le coefficient de remplissage³ du diagramme contrainte-déformation pour le béton. Le terme relatif au système de forces équivalentes dans les armatures a pour expression

$$F_s = \sum_{k \geq 1} A_{s,k} \sigma_s(\epsilon_{s,k}) \quad (3.11)$$

La courbure correspondant à l'équilibre des forces internes est donnée par l'expression 3.3. En particulier, les courbures associées aux conditions ultimes et élastiques valent

$$\phi_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\alpha_u d} \quad \text{et} \quad \phi_y = \frac{\epsilon_{sy}}{d(\alpha_y - 1)} \quad (3.12)$$

3. En particulier, lorsque $0 < \epsilon_c \leq 2\epsilon_{c0}$ et $\epsilon_s < 0$, le coefficient de remplissage a pour expression

$$\psi = \int_0^{\epsilon} \frac{\sigma_c(\epsilon)}{f_{cd}} d\epsilon = \int_0^{\epsilon} \left(\frac{2\epsilon}{\epsilon_{c2}} - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right) d\epsilon = \frac{\epsilon}{\epsilon_{c2}} - \left(\frac{\epsilon}{\sqrt{3}\epsilon_{c2}} \right)^2$$

Relié à la hauteur réduite du bloc de béton comprimé, le coefficient de remplissage devient

$$\psi = \frac{\alpha \epsilon_s}{(\alpha - 1) \epsilon_{c2}} - \left(\frac{\alpha \epsilon_s}{\sqrt{3}(\alpha - 1) \epsilon_{c2}} \right)^2$$

La relation d'équilibre $M_P = \sum M$ donne le moment correspondant à cet état de contrainte

$$M_P = F_c x_c + \sum_{k \geq 1} x_k A_{s,k} \sigma_s(\epsilon_{s,k}) \quad (3.13)$$

avec x_c et x_k tels que

$$x_c = x_p - x_G \int_{\Omega} \epsilon \sigma(\epsilon) d\epsilon \quad x_k = x_p \quad (3.14)$$

3.22 Courbure des sections avec noyau Confiné

D'après les règles EC8, la capacité de déformation des sections fortement comprimées peut être accentuée grâce au confinement du béton. Comme nous l'avons déjà expliqué dans le chapitre 2, le confinement du béton avec des armatures transversales génère une amplification de la contrainte de compression du béton, mais aussi, et c'est l'effet recherché, un accroissement de la déformation relative du béton à l'intérieur du noyau.

Nous rappelons que la déformation relative ultime de confinement proposée dans les règles EC8 a pour expression

$$\epsilon_{cu2,c} = \epsilon_{cu2} + 0,1 \alpha \omega_{wd} \quad (3.15)$$

et que la contrainte effective de confinement associée vaut

$$\sigma_2 = \frac{\alpha \omega_{wd}}{2} f_{ck} \quad (3.16)$$

De la même façon que pour le calcul des courbures des sections jusqu'à la rupture du béton non confiné, nous reconduisons les mêmes hypothèses vis-à-vis de la planéité des sections après déformation, du glissement de l'acier par rapport au béton et de la contribution du béton tendu.

En revanche, dans le cas des sections confinées, il y a lieu de distinguer le béton du noyau confiné du béton d'enrobage, puisque les deux « matériaux » se comportent différemment (cf. FIG. 3.4).

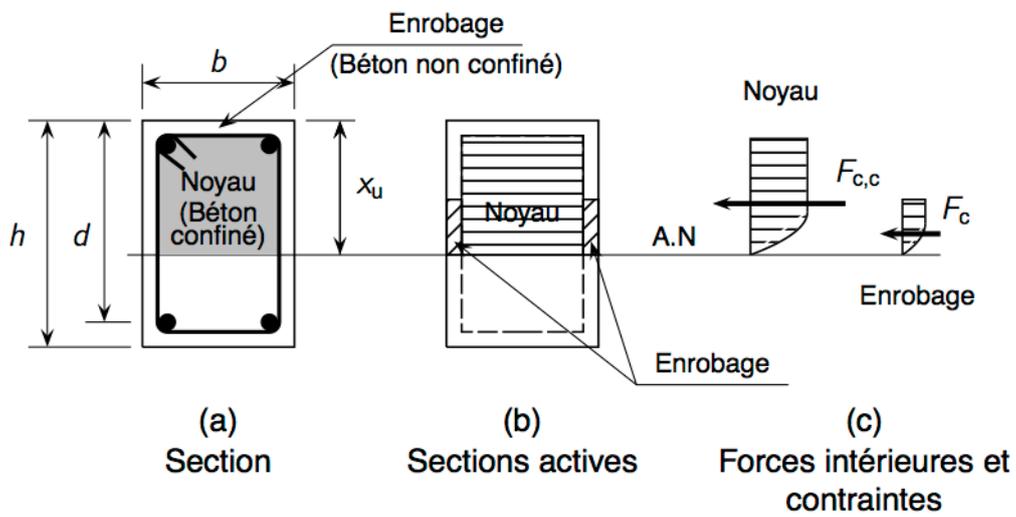


FIG. 3.4 — Définition des zones de béton confiné et non confiné.

1) Relations de comportement du béton confiné et de l'acier

Dans ce sens, nous conservons la loi de comportement parabole rectangle pour le béton non confiné. Pour ce qui concerne le béton du noyau confiné, nous utilisons la loi de comportement simplifiée indiquée dans les règles EC2 (cf. EC2 — § 3.1.9).

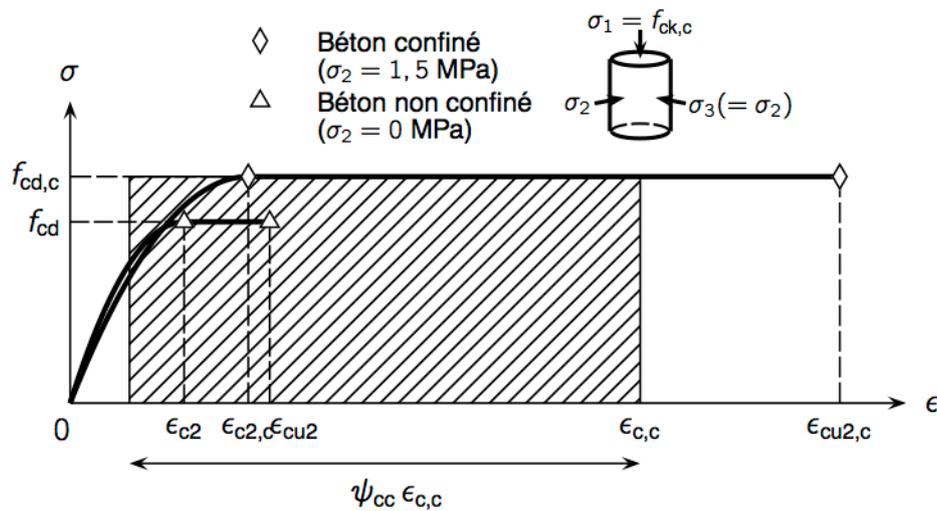


FIG. 3.5 — Relation contraintes–déformations du béton confiné.

Cette loi de comportement simplifiée est obtenue par similitude de la loi parabolé–rectangle utilisée pour l'étude des sections non confinées avec

$$f_{ck,c} = \begin{cases} f_{ck} \left(1,0 + 5,0 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) & \text{si } \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \leq 0,05 \\ f_{ck} \left(1,125 + 2,5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.17)$$

et la déformation relative associée $\epsilon_{c2,c}$

$$\epsilon_{c2,c} = \epsilon_{c2} \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2 \quad (3.18)$$

En particulier, pour un béton C30/37, et avec une contrainte de confinement de 1,5 MPa, la résistance en compression du béton confiné vaut

$$f_{ck,c} = 30 \times \left(1,0 + \frac{5 \times 1,5}{30} \right) \simeq 37,5 \text{ MPa}$$

Les déformations relatives associées valent

$$\epsilon_{c2,c} = 0,002 \times \left(\frac{37,5}{30} \right)^2 = 3,125 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{cu2,c} = 0,0035 + \frac{0,2 \times 1,5}{30} = 13,5 \text{ ‰}$$

pour un pourcentage mécanique d'armatures transversales avec une efficacité maximale ($\alpha = 1$) tel que

$$\alpha \omega_{wd} = \frac{1,5 \times 2}{30} = 0,10$$

TAB. 3.1 — Déformations relatives unitaires et résistance caractéristique du béton confiné pour différentes valeurs de contrainte de confinement (σ_2).

σ_2 (MPa)	$\alpha \omega_{wd}$	$f_{ck,c}$ (MPa)	$\epsilon_{c2,c}$ (‰)	$\epsilon_{cu2,c}$ (‰)
0,5	0,033	32,50	2,35	6,83
1,5	0,100	37,50	3,13	13,50
2,5	0,167	40,00	3,56	20,17
3,5	0,233	42,50	4,01	26,83
4,5	0,300	45,00	4,50	33,50

En fait, le comportement de chacun des « deux bétons » est régi avec des lois de comportement différentes dès l'instant où l'armature transversale agit. En ce qui concerne la loi de comportement de l'acier, elle n'est pas modifiée par rapport à celle utilisée pour l'étude des sections non confinées.

2) Calcul des courbures ultimes et élastiques

La relation d'équilibre correspondant à $N_P = \sum F$ est modifiée afin de tenir compte de l'effet du confinement du béton. Pour un effort normal fixé, et pour une section de béton armé en tension et en compression, la relation devient

$$N_P = F_c + F_{cc} + F_s \quad (3.19)$$

Avec F_c (resp. F_{s1} et F_{s2}) correspondant à l'effort dans la section d'enrobage (resp. dans les armatures tendues et comprimées). F_{cc} correspond à l'effort dans le béton confiné.

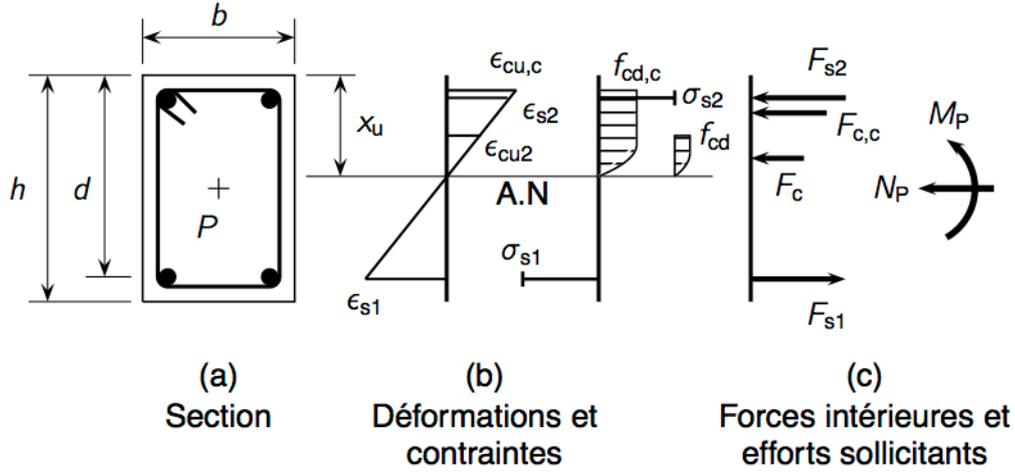


FIG. 3.6 — Déformations relatives, contraintes et efforts pour une section telle que $\epsilon_c > \epsilon_{cu2}$

En particulier, lorsque la position de l'axe neutre prise positive à partir de la fibre de béton la plus comprimée est telle que $\alpha d > e$, les efforts associés à chacune des sections de béton s'écrivent

$$F_c = 2 e \alpha_{cu} d \int_{\Omega_c} \sigma_c d\epsilon \quad \text{et} \quad F_{cc} = \alpha_{cc} b_0 d \int_{\Omega_{cc}} \sigma_{cc} d\epsilon \quad (3.20)$$

Avec

$$\alpha_{cc} = \frac{\alpha d - e}{d} \quad \text{et} \quad \alpha_{cu} = \frac{\alpha_{cc} \epsilon_{cu}}{\epsilon_{cc}}$$

les courbes ultimes et élastiques associées sont données par

$$\phi_{u,c} = \frac{\epsilon_{cu,c}}{\alpha_{cc} d} \quad \text{et} \quad \phi_y = \frac{\epsilon_{sy}}{d(\alpha_y - 1)} \quad (3.21)$$

Le moment correspondant à cet équilibre de forces internes est fourni par la relation $M_P = \sum M$ et vaut

$$M_P = F_c \cdot x_c + F_{cc} x_{cc} + F_{s1} \cdot x_{s1} + F_{s2} \cdot x_{s2} \quad (3.22)$$

3.3 Méthodes pratiques et numériques pour le calcul du coefficient de ductilité par la méthode des courbes

De manière simplifiée, le calcul explicite du coefficient de ductilité en courbure peut être effectué de deux façons :

- (i) en traçant les deux portions de courbes d'interaction correspondant à un ensemble des paramètres fixés $(b, h, \rho, \rho', f_{ck}, N_P)$;
- (ii) en recherchant, avec un algorithme itératif, la position de l'axe neutre correspondant à ce même ensemble de paramètres fixés.

3.31 Tracé des courbes d'interactions

Deux courbes d'interaction sont nécessaires pour déterminer les courbures ultimes et élastiques. La première délimite la « surface de charge » de la section pour la condition ultime (soit en fixant $\epsilon = \epsilon_{cu2}$ pour les sections non confinées ou $\epsilon = \epsilon_{cu,c2}$ avec un diagramme parabole–rectangle. La seconde délimite la « surface de charge » de la section pour la condition élastique (obtenue en fixant $\epsilon = \epsilon_{sy}$).

Le tracé des courbes d'interaction nécessite de calculer un grand nombre de points afin de limiter les erreurs sur la lecture graphique. Le choix d'une telle méthode n'apparaît donc pas judicieuse pour l'étude d'un grand nombre de sections. En effet, il faudrait tracer autant de courbes d'interaction qu'il y a de paramètres à faire varier.

Exemple numérique

On considère une section rectangulaire de béton armé (cf. FIG. 2.6) de dimensions $25 \times 50 \text{ cm}^2$ et ferrillée en sections d'armature équivalente en fibre supérieure et fibre inférieure ($A_s = A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

Pour chaque condition (ultime ou élastique), nous déterminons les courbures associées à deux états de déformation particuliers. Les courbures ultimes et élastiques recherchées sont déterminées par interpolation linéaire. L'état de déformation balancé est commun aux deux conditions.

État de déformation balancé Pour $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$ et $\epsilon_{s1} = -2,5 \text{ ‰}$, le diagramme contrainte-déformation est complet et le coefficient de remplissage vaut $\psi = 0,8095$. La hauteur réduite du bloc de béton comprimé vaut

$$\alpha = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_{s1}} = \frac{3,5}{3,5 + 2,5} \simeq 0,583$$

et la courbure associée à cet état de de déformation a pour valeur

$$\phi_{\text{bal}} = \frac{\epsilon_{cu2} - \epsilon_{s1}}{d} = \frac{3,5 + 2,5}{460} \simeq 131 \times 10^{-4} \text{ rad/m}$$

Le système de forces équivalentes vaut

$$F_c = \psi \alpha b d f_{cd} = 0,8095 \times 0,583 \times \frac{0,25 \times 0,46 \times 30}{1,3 \times 10^{-3}} \simeq 1252 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} E_s \epsilon_{sy} = \frac{9,42 \times 10^{-4} \times 200000}{10^{-3}} \times -\frac{2,5}{1000} \simeq -471 \text{ kN}$$

Par ailleurs

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{cu2} \left(\frac{\alpha d - d'}{\alpha d} \right) = 0,0035 \times \left(\frac{0,46 \times 0,583 - 0,04}{0,46 \times 0,583} \right) \simeq 2,97 \text{ ‰}$$

d'où

$$F_{s2} = A_{s2} f_{yd} \left(1 + \frac{(k-1)(|\epsilon_{s2}| - |\epsilon_{sy}|)}{\epsilon_{uk} - \epsilon_{sy}} \right) = \frac{9,42 \times 10^{-4} \times 500}{10^{-3}} \times \left(1 + \frac{(1,18 - 1) \times (0,00297 - 0,0025)}{0,075 - 0,0025} \right) \simeq 472 \text{ kN}$$

De plus, compte tenu du coefficient de centre de gravité pour un diagramme parabo-rectangle complet tel que $\delta_G = 0,416$, les moments plastiques associés valent

$$M_c = F_c \times \left(\frac{h}{2} - \alpha d \delta_G \right) = 1252 \times (0,25 - 0,583 \times 0,46 \times 0,416) \simeq 174 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

et

$$M_s = F_{s2} \times \left(d - \frac{h}{2} \right) + F_{s1} \times \left(\frac{h}{2} - d \right) =$$

$$472 \times (0,46 - 0,25) - 471 \times (0,25 - 0,46) \simeq 198 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Finalement, le couple des efforts internes correspondant à cet état de déformation est tel que

$$\begin{pmatrix} N_{P,\text{bal}} \\ M_{P,\text{bal}} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1253 \text{ kN} \\ 372 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{pmatrix}$$

État de déformation pour une courbure maximale au voisinage de $N = 0$ De la même façon, la hauteur réduite du bloc de béton comprimé correspondant à l'état de déformation tel que $\epsilon_{s1} = -22,5 \text{ ‰}$ pour l'armature tendue et tel que $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$ pour la fibre de béton la plus comprimée vaut

$$\alpha_{\text{max}} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_{s1}} = \frac{3,5}{3,5 + 22,5} \simeq 0,134$$

La courbure associée vaut

$$\phi_{\text{max}} = \frac{\epsilon_{cu2} - \epsilon_{s1}}{d} = \frac{3,5 + 22,5}{460} \simeq 565 \times 10^{-4} \text{ rad/m}$$

En utilisant la même méthode que pour le couple associé à l'état de déformation équilibré, il vient

$$\begin{pmatrix} N_{P,\text{max}} \\ M_{P,\text{max}} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 32 \text{ kN} \\ 217 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{pmatrix}$$

État de déformation élastique pour une courbure « minimale » au voisinage de $N = 0$ Enfin, avec $\epsilon_{s1} = -2,5 \text{ ‰}$ pour l'armature tendue et avec $\epsilon_c = 1 \text{ ‰}$ pour la fibre de béton la plus comprimée, le calcul donne pour la hauteur réduite

$$\alpha_{\text{min}} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_{s1}} = \frac{1,0}{1,0 + 2,5} \simeq 0,285$$

$$\phi_{\text{min}} = \frac{\epsilon_{cu2} - \epsilon_{s1}}{d} = \frac{1,0 + 2,5}{460} \simeq 76 \times 10^{-4} \text{ rad/m}$$

et

$$\begin{pmatrix} N_{P,\min} \\ M_{P,\min} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} -24 \text{ kN} \\ 191 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{pmatrix}$$

Courbures élastiques et ultimes Par interpolation linéaire, nous déterminons les courbures ultimes et élastiques, ainsi que les moments correspondant à un état de sollicitation tel que $N_{Ed} = 300 \text{ kN}$. Par exemple, pour la condition balancée, la courbure associée à cet effort normal vaut

$$\phi_u = \frac{N_{\text{bal}} - N_{Ed}}{N_{\text{bal}} - N_{\text{max}}} \cdot (\phi_{\text{bal}} - \phi_{\text{max}}) + \phi_{\text{max}}$$

L'application numérique donne

$$\phi_u = \frac{1253 - 300}{1253 - 32} \cdot (0,0565 - 0,013) + 0,013 \simeq 469 \times 10^{-4} \text{ rad/m}$$

Le moment associé à cet état de déformation vaut $M \simeq 338 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Les autres grandeurs sont déterminées en utilisant les relations classiques de compatibilité des déformations. La déformation relative de l'armature tendue pour cet état de déformation vaut

$$\epsilon_{s1} = \epsilon_c - \phi_u d = 0,0035 - 0,0469 \times 0,46 \simeq -18,07\%$$

et la hauteur réduite de béton comprimé

$$\alpha_u = \frac{\epsilon_c}{\phi_u d} = \frac{0,0035}{0,0469 \times 0,46} \simeq 0,162$$

TAB. 3.II — Courbures ultimes et élastiques ($A_s = A'_s$).

x/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	M_{Rd} (kN·m)	$\phi \times 10^4$ (rad/m)
0,162	3,50	-18,07	300	337	469
0,396	1,64	- 2,50	300	237	90

Coefficient de ductilité en courbure Pour cet état de déformation, le coefficient de ductilité en courbure vaut donc

$$\mu_\phi = \frac{469}{90} \simeq 5,21$$

3.32 Implémentation d'une routine itérative

La recherche explicite de la position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée d'une section de béton armé est un exemple classique d'analyse des sections ductiles. Dans les cas les plus simples, cela conduit à la résolution d'une équation polynomiale du second degré et une lourdeur de calcul qui ne permettraient pas une répétition manuelle.

Nous choisissons donc d'implémenter une routine informatique pour effectuer le calcul des courbures ultimes et élastiques en considérant les cas avec béton confiné ou non confiné. L'algorithme repose sur les hypothèses et les principes énoncés au § 3.22 et recherche par itérations, pour une valeur fixée de ϵ prise à une distance y par rapport à la fibre supérieure de la section, la position de l'axe neutre de la section.

La section à analyser est de forme rectangulaire et est scindée en différentes zones, lesquelles sont spécifiées par les conditions d'enrobage des armatures de confinement et par la position des armatures longitudinales. Dans un but de simplification, ces dernières sont considérées comme des points de matière.

De façon générale, l'algorithme recherche la position de l'axe neutre vérifiant

$$N = \psi(\epsilon) \alpha b d f_{cd} + \sum A_k \sigma_k(\epsilon) \quad (3.23)$$

Aux différentes zones de béton sont associées les lois de comportement différenciées telles qu'indiquées ci-avant (zone de béton fretté et zone de béton d'enrobage). Le calcul est conduit en fixant une valeur de ϵ (constante pendant le calcul) et une valeur initiale α_0 . La valeur de ϵ peut correspondre aussi bien à une déformation limite des aciers tendus (par exemple $\epsilon_s = -2,5\text{‰}$) qu'à une déformation limite du béton (par exemple $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$). Les « fonctions » ψ et σ_k sont adaptées en considérant que

$$\epsilon_c = \epsilon \frac{\alpha d}{\alpha d - y} \quad \text{et} \quad \epsilon_{sk} = \epsilon \frac{\alpha d - x_k}{\alpha d - y} \quad (3.24)$$

où y correspond à la position de la fibre allongée ou raccourcie de ϵ . Le couple (α_0, ϵ) étant fixé, l'effort normal N_P est évalué au moyen de l'expression 3.24 et est comparé à l'effort normal initial N_0 . On itère ensuite sur la variable α jusqu'à ce que l'inégalité $|N - N_0| < \delta$ soit satisfaite. Nous pouvons donc déterminer la courbure et le moment résultant à partir des variables α et ϵ en utilisant les relations classiques de compatibilité des déformations.

Le choix de conduire le calcul en fixant une valeur de ϵ est fondé sur le fait que nous souhaitons extraire des points particuliers de flexion plastique associés à des états de déformations particuliers puisque seuls les couples (ϕ, M) associés à l'état limite de plastification des aciers et à l'état limite ultime nous intéressent dans cette étude. Pour avoir une courbe représentative de la loi moment–courbure « réelle », nous aurions dû « piloter » la recherche de la position de l'axe neutre en incrémentant sur la courbure.

3.4 Application numérique

En utilisant la routine MPhi, nous recherchons dans cette partie pour la section de référence (cf. FIG. 2.6) les courbures successives pour quelques états de déformations particuliers de l'armature tendue et du béton comprimé. Pour une section avec un noyau de béton non confiné, les valeurs testées pour l'armature tendue sont telles que

$$\epsilon_s \in \{-10\text{‰} ; -7,5\text{‰} ; -5\text{‰} ; -2,5\text{‰} ; -1,5\text{‰} ; -0,5\text{‰}\}$$

Pour le béton comprimé, la valeur testée est telle que $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$. Dans cet exemple, l'effort normal est fixé à 300 kN.

TAB. 3.III — Valeurs des courbures ultimes pour différents états de déformation — Cas d'un béton non confiné.

x/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{cc} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	M_{Rd} (kN·m)	ϕ (rad/m)
0,506	0,51	0,45	− 0,50	299	90	21
0,398	0,99	0,83	− 1,50	300	171	54
0,374	1,49	1,23	− 2,50	299	248	86
0,287	2,01	1,55	− 5,00	300	256	152
0,247	2,45	1,81	− 7,50	300	260	216
0,222	2,85	2,01	−10,00	299	263	279
0,195	3,50	2,33	−14,49	299	266	391

Les résultats (cf. TAB. 3.III) montrent un écart de l'ordre de 15% sur la courbure ultime et de 5% sur la courbure élastique avec les résultats obtenus par interpolations linéaires. Le coefficient de ductilité en courbure associé vaut

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{391}{86} \simeq 4,54$$

Pour une section avec noyau de béton confiné, les déformations testées pour l'armature tendue sont telles que

$$\epsilon_s \in \{-67,5 \text{ ‰} ; -45 \text{ ‰} ; -22,5 \text{ ‰} ; -10 \text{ ‰} ; -7,5 \text{ ‰} ; -5 \text{ ‰} ; -2,5 \text{ ‰} ; -1,5 \text{ ‰} ; -0,5 \text{ ‰}\}$$

En ce qui concerne la déformation dans la fibre de béton la plus comprimée, la recherche de la position de l'axe neutre est effectuée pour $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$ à $y = 0 \text{ m}$ et pour $\epsilon_{cc} \in \{3,5 \text{ ‰} ; 13,5 \text{ ‰}\}$ à $y = 0,04 \text{ m}$.

TAB. 3.IV — Valeurs des courbures ultimes pour différents états de déformation — Cas d'un béton confiné.

x/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{cc} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	M_{Rd} (kN·m)	$\phi \times 10^4$ (rad/m)
0,522	0,55	0,48	− 0,50	299	90	22
0,410	1,04	0,87	− 1,50	300	171	55
0,383	1,55	1,29	− 2,50	299	248	88
0,292	2,07	1,61	− 5,00	299	257	153
0,250	2,50	1,85	− 7,50	299	261	217
0,224	2,88	2,04	−10,00	299	263	280
0,195	3,50	2,33	−14,40	300	267	389
0,204	5,15	3,50	−20,12	300	263	549
0,203	5,74	3,90	−22,50	299	263	613
0,205	11,59	7,90	−45,00	299	271	1230
0,210	17,95	12,38	−67,50	300	279	1857
0,211	19,52	13,50	−72,80	300	281	2006

Le coefficient de ductilité en courbure maximum pour cette section avec un noyau confiné vaut

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{2006}{86} \simeq 22,795$$

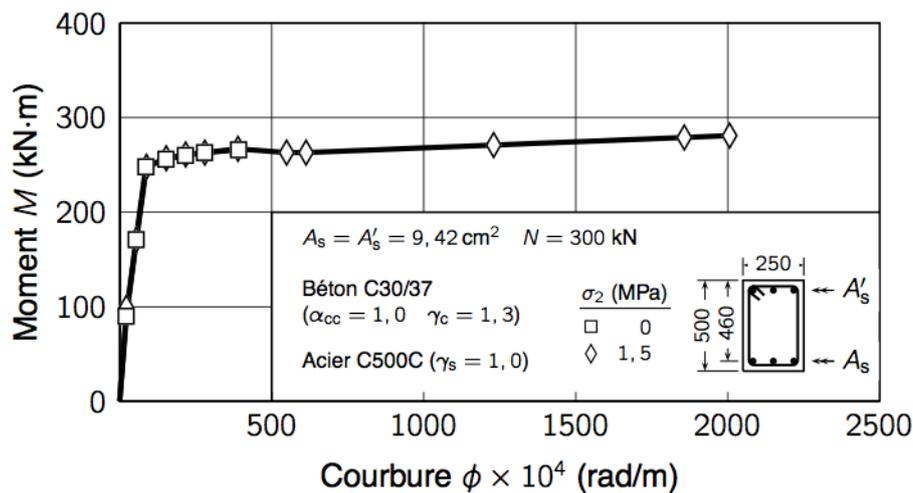


FIG. 3.7 — Courbes $M-\phi$ pour différents états de déformation ($A_s = A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

On remarque que dans le cas de figure avec le noyau de béton confiné, la courbure peut théoriquement atteindre 2000×10^{-4} rad/m. Cela nécessite que les armatures s'allongent d'au moins 72,8 ‰ — une déformation inatteignable compte tenu du fait que les aciers de classe C n'existent pas.

Chapitre 4

ANALYSE DES CRITÈRES DE DUCTILITÉ LOCALE DES RÈGLES EC8

Nous avons vu (cf. Chap. 2) que le critère de ductilité locale de l'EC8 consiste à vérifier que

$$\mu'_\phi \leq \mu_\phi$$

où μ'_ϕ dépend en partie des sollicitations sismiques que l'on impose à la structure, et μ_ϕ dépend de la ductilité en courbure disponible dans les éléments. Dans cette partie, on cherche à extraire, en utilisant la routine MPhi, les principaux paramètres pouvant agir sur la ductilité des structures en béton armé, lesquels nous permettent de donner quelques propriétés vis-à-vis du comportement sismique.

Après une comparaison qualitative avec les valeurs issues des critères de ductilité locale des règles EC8, il est discuté des conditions de ferrailage dans les principaux éléments en béton armé.

4.1 Analyse des sections selon la méthode des courbures

L'analyse des sections consiste à étudier les conditions de leurs déformations et résistances à partir des caractéristiques géométriques et des caractéristiques mécaniques de la section. Dans notre étude, nous étudions les conditions de déformation au travers d'une analyse paramétrique.

4.11 Analyse paramétrique avec MPhi

Pour étudier l'incidence des différents facteurs pouvant agir sur le coefficient de ductilité en courbure, nous utilisons la routine MPhi développée dans le chapitre 3. À partir de la valeur de la position relative α de l'axe neutre obtenue par la routine, nous calculons toutes les autres grandeurs associées en utilisant les relations de compatibilité des déformations (ϕ , ϵ_c ou ϵ_{s1} , ϵ_{s2}) et les relations d'équilibre entre les efforts internes et les forces intérieures (N_{Ed} et M_{Rd}). Les calculs sont menés uniquement pour les conditions élastiques et ultimes. Ceci permet de tracer des courbes moment–courbure et de calculer le coefficient de ductilité en courbure associé en écrivant que

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

1) Incidence des caractéristiques géométriques

Les dimensions des sections de coffrages sont très souvent guidées par des considérations architecturales. Elles conditionnent aussi leur capacité de déformation et de résistance. Pour une poutre, la section de coffrage est définie par son épaisseur b_w et par sa hauteur h . Dans le cas des sections de poutres en « T », la largeur de la table de compression peut se substituer à une augmentation de l'épaisseur de la membrure ou de la hauteur.

Épaisseur de la section de béton Lorsque l'épaisseur de la section augmente, le nouvel équilibre entre les forces intérieures et l'effort normal ne peut être satisfait qu'en réduisant la hauteur du bloc de béton comprimé. En effet, pour un état de déformation et un effort normal fixés, l'augmentation de l'épaisseur de la section entraîne l'augmentation des forces de compression du béton.

En condition ultime, cette réduction induit une accentuation de la courbure et permet d'aller chercher de plus grandes déformations dans les aciers. En condition élastique, c'est l'effet contraire qui est observé.

Pour évaluer l'incidence de la variation de l'épaisseur de la section de béton sur le coefficient de ductilité en courbure, nous faisons varier, dans MPhi, la valeur de b_w sous effort normal constant. Les sections d'armatures tendues et comprimées restent constantes avec $A_s = 2 A'_s$.

TAB. 4.1 — Courbures ultimes et élastiques pour différentes valeurs de b_w ($A_s = 2 A'_s$).

b_w (m)	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)
0,20	0,314	3,50	-7,63	300	273	241
0,25	0,260	3,50	-9,96	299	279	292
0,30	0,224	3,50	-12,10	299	284	339
0,35	0,199	3,50	-14,13	300	287	383
0,40	0,179	3,50	-16,07	299	290	425
0,45	0,163	3,50	-17,92	300	293	465
0,50	0,151	3,50	-19,70	300	296	504

b_w (m)	x_y/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{sy} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)
0,20	0,442	1,98	-2,50	299	259	97
0,25	0,402	1,68	-2,50	299	263	90
0,30	0,373	1,49	-2,50	299	267	86
0,35	0,349	1,34	-2,50	300	270	83
0,40	0,330	1,23	-2,50	299	272	81
0,45	0,314	1,14	-2,50	299	274	79
0,50	0,300	1,07	-2,50	300	275	77

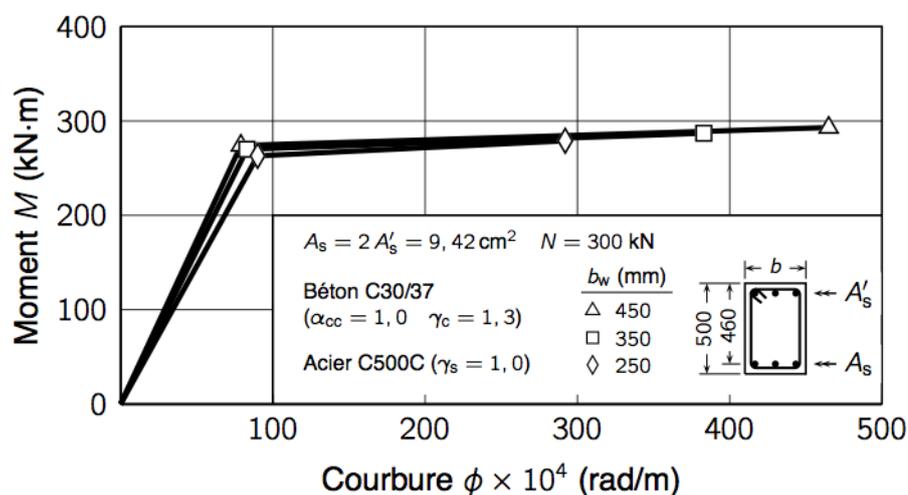


FIG. 4.1 — Courbes $M-\phi$ pour différentes valeurs de b_w ($A_s = 2 A'_s$).

Les courbes $M-\phi$ (cf. FIG. 4.1) montrent bien que la déformabilité et que la ductilité en courbure augmentent avec l'accroissement de l'épaisseur de la section de béton. En fait, la variation de l'épaisseur s'est faite avec une section d'armatures constante et à

effort normal constant. En réalité, le taux de compression ν_d , ainsi que les pourcentages d'armatures tendues et comprimées diminuent avec l'augmentation de b_w . Cette variation « croisée » de plusieurs paramètres en même temps montre qu'une section de béton armé peut voir sa déformabilité accentuée tout en diminuant son pourcentage géométrique d'armatures et sans perte de résistance.

Par ailleurs, les résultats (cf. TAB. 4.1) montrent qu'en condition ultime, les allongements des armatures tendues atteignent difficilement 20‰. Pour atteindre la déformation minimale garantie par un acier de classe B et dans le cas de la présence d'une dalle, il faudrait prendre en compte la table de compression dans le calcul de résistance. Mécaniquement, la hauteur du bloc de béton comprimé est réduite quand la courbure ultime augmente. Une section de béton armé en « T » est donc plus déformable qu'une section rectangulaire.

TAB. 4.II — Coefficients de ductilité pour différentes valeurs de b_w ($A_s = 2 A'_s$).

b_w (m)	x_u/d	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (1/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)	μ_ϕ
0,20	0,314	273	241	259	97	2,48
0,25	0,260	279	292	263	90	3,24
0,30	0,224	284	339	267	86	3,94
0,35	0,199	287	383	270	83	4,61
0,40	0,179	290	425	272	81	5,25
0,45	0,163	293	465	274	79	5,89
0,50	0,151	296	504	275	77	6,55

Hauteur de la section de béton Pour un état de déformation et un effort normal fixés, l'augmentation de la hauteur de la section n'entraîne aucune variation de la force intérieure du bloc de compression dans l'hypothèse de l'utilisation d'acier sans écrouissage ($f_{yk} = cte$). En revanche, pour des aciers avec écrouissage ($\Delta f_{yk}/\Delta \epsilon > 0$), la force interne du bloc de compression doit augmenter pour satisfaire le nouvel équilibre. Ceci nécessite une très légère augmentation de la hauteur de béton comprimé.

Cette augmentation conduit à un très léger accroissement de la courbure en condition ultime et à une diminution de celle-ci en condition élastique.

Pour évaluer l'incidence de la variation de la hauteur de la section sur le coefficient de ductilité en courbure, nous faisons varier la valeur de h sous effort normal constant avec des sections d'armatures tendues et comprimées constantes telles que $A_s = 2A'_s$.

TAB. 4.III — Courbures ultimes et élastiques pour différentes valeurs de h ($A_s = 2A'_s$).

h (m)	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)
0,35	0,384	3,50	- 5,63	300	176	294
0,40	0,331	3,50	- 7,08	300	210	293
0,50	0,260	3,50	- 9,96	299	279	292
0,60	0,215	3,50	-12,81	300	348	291
0,65	0,197	3,50	-14,23	300	383	290

h (m)	x_y/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{sy} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)
0,35	0,481	2,31	-2,50	299	170	155
0,40	0,449	2,04	-2,50	299	201	125
0,50	0,402	1,68	-2,50	299	263	90
0,60	0,369	1,46	-2,50	299	326	70
0,65	0,356	1,38	-2,50	299	357	63

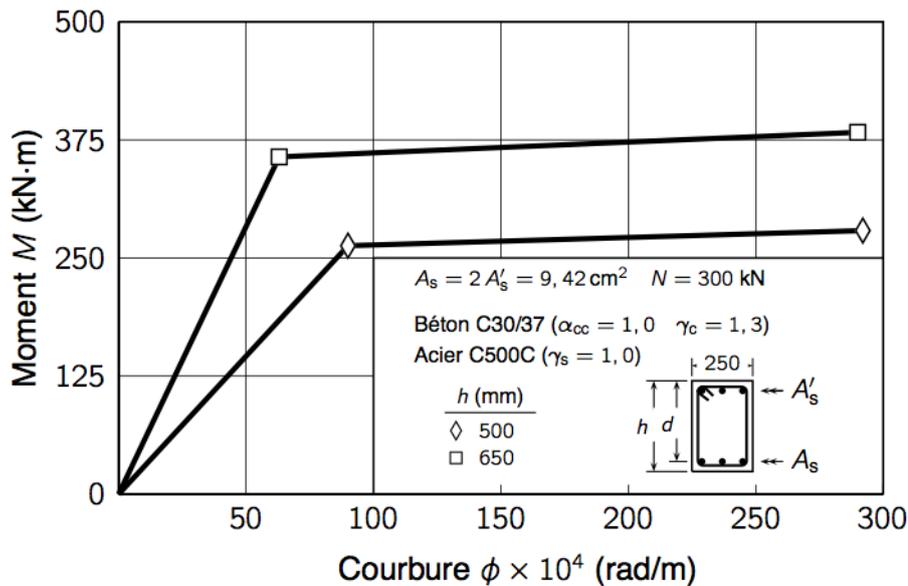


FIG. 4.2 — Courbes M - ϕ pour différentes valeurs de h ($A_s = 2A'_s$).

Les courbes $M-\phi$ traduisent bien que la ductilité en courbure augmente très légèrement avec la hauteur de la section de béton, mais dans une proportion moindre comparée avec la variation de l'épaisseur de la section. En revanche, la déformabilité reste quasi-constante. Par ailleurs, la résistance des sections raidies selon leur plus grande dimension transversale est renforcée du fait de l'augmentation du bras de levier.

TAB. 4.IV — Coefficients de ductilité en courbure pour différentes valeurs de h ($A_s = 2 A'_s$).

h (m)	x_u/d	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)	μ_ϕ
0,35	0,384	176	294	170	155	1,89
0,40	0,331	210	293	201	125	2,34
0,50	0,260	279	292	263	90	3,24
0,60	0,215	348	291	326	70	4,16
0,65	0,197	383	290	357	63	4,60

Pourcentage d'armatures tendues Dans le cas des poutres armées en tension seulement, un trop faible pourcentage d'armatures tendues peut se traduire par une rupture fragile de la poutre. C'est le cas notamment lorsque la plastification des aciers se produit en même temps que la fissuration dans le béton tendu.

De plus, l'incidence du pourcentage d'armatures tendues sur le coefficient de ductilité en courbure est comparable à celle de l'épaisseur de la section de béton. En effet

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

Le fait de diminuer le pourcentage géométrique d'armatures tendues revient, pour une section d'armatures fixée, à augmenter l'épaisseur de la section de béton. D'après les résultats obtenus au § 1), la réduction du pourcentage d'armatures tendues entraîne un accroissement de la ductilité en courbure.

Pourcentage d'armatures comprimées Dans une section de béton armée en tension seulement, l'effort normal de compression et les forces intérieures du bloc de compression équilibrent les forces intérieures dans les armatures tendues. Lorsque la section est pourvue d'armatures comprimées, le nouvel équilibre entre les forces intérieures et l'effort normal induit une diminution des forces du bloc de compression et de fait, une réduction de la hauteur du bloc de béton comprimé.

En condition ultime ($\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ et $\epsilon_{s1} < \epsilon_{sy}$), la courbure pour cet état de déformation est accentuée. En revanche, la courbure est réduite pour la condition élastique.

Pour évaluer l'incidence du pourcentage d'armatures comprimées sur le coefficient de ductilité en courbure, nous faisons varier le rapport ρ'/ρ avec un pourcentage d'armatures tendues constant.

TAB. 4.V — Courbures ultimes et élastiques pour différents valeurs du rapport ρ'/ρ ($A_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

ρ'/ρ	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)
0,00	0,361	3,50	− 6,21	299	302	211
0,25	0,307	3,50	− 7,92	300	288	248
0,50	0,260	3,50	− 9,96	299	279	292
0,75	0,223	3,50	−12,20	299	272	341
1,00	0,195	3,50	−14,49	299	266	391
ρ'/ρ	x_y/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{sy} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)
0,00	0,440	1,96	−2,50	299	296	97
0,25	0,420	1,81	−2,50	300	276	93
0,50	0,402	1,68	−2,50	299	263	90
0,75	0,387	1,58	−2,50	300	255	88
1,00	0,374	1,49	−2,50	299	248	86

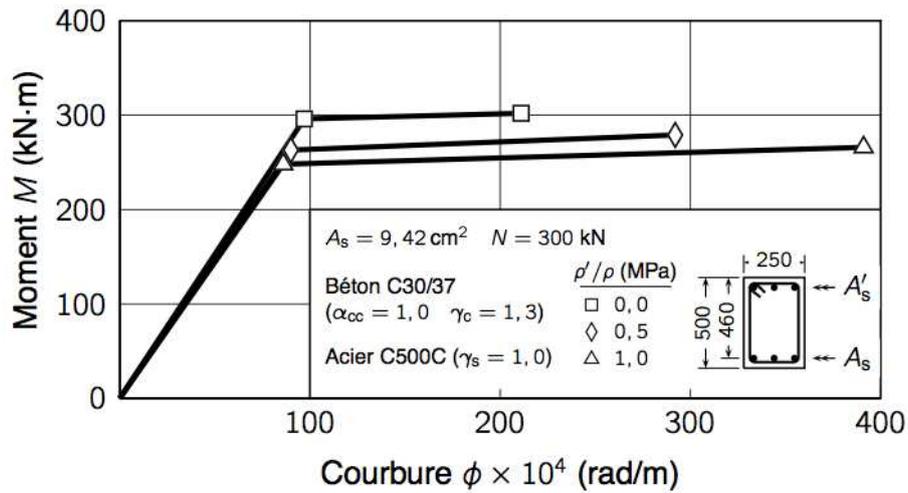


FIG. 4.3 — Courbes $M-\phi$ pour différentes valeurs du rapport ρ'/ρ .

Les résultats (cf. TAB. 4.V) font clairement apparaître une augmentation de la courbure ultime et une diminution de la courbure élastique. De fait, les coefficients de ductilité associés (cf. TAB. 4.VI) augmentent avec l'accroissement du pourcentage d'armatures comprimées.

D'un point de vue quantitatif, le coefficient de ductilité peut varier du simple au double.

Enfin, sur le plan de la résistance, l'ajout d'armatures comprimées permet de limiter les cas de ruptures fragiles, lesquelles pouvant être dues à une insuffisance d'armatures tendues.

TAB. 4.VI — Coefficients de ductilité en courbure pour différentes valeurs du rapport ρ'/ρ .

ρ'/ρ	x_u/d	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)	μ_ϕ
0,00	0,361	302	211	296	97	2,18
0,25	0,307	288	248	276	93	2,67
0,50	0,260	279	292	263	90	3,24
0,75	0,223	272	341	255	88	3,88
1,00	0,195	266	391	248	86	4,55

2) Incidence des propriétés du béton

Pour un état de déformation fixé, l'augmentation de la résistance caractéristique du béton en compression entraîne l'augmentation de la force intérieure dans le bloc de compression. Dans ce cas, le nouvel équilibre entre les forces intérieures et l'effort normal ne peut être satisfait qu'en réduisant la hauteur du bloc de béton comprimé.

En condition ultime, la courbure résultant de ce nouvel état de déformation est accentuée tandis qu'elle est diminuée en condition élastique.

Pour un béton normal, les classes de béton disponibles s'étendent du C16/20 au C50/60. Les classes de béton supérieures sont réservées pour les ouvrages particuliers et nécessitent une attention particulière au moment de l'exécution. Pour évaluer l'incidence des propriétés du béton sur le coefficient de ductilité en courbure, nous faisons varier les résistances caractéristiques associées uniquement aux classes de béton C16/20 à C50/60 en tenant compte d'un pourcentage d'armatures tendues et d'un rapport ρ'/ρ constants.

TAB. 4.VII — Courbures ultimes et élastiques pour différentes valeurs de résistance caractéristique du béton en compression ($f_{ck} \leq 50$ MPa et $A_s = 2 A'_s = 9,42$ cm²).

f_{ck} (MPa)	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)
25	0,302	3,50	- 8,07	299	274	251
30	0,260	3,50	- 9,96	299	279	292
35	0,230	3,50	-11,75	300	283	331
40	0,206	3,50	-13,47	299	286	368
45	0,188	3,50	-15,11	299	289	404
50	0,173	3,50	-16,70	299	291	439

f_{ck} (MPa)	x_y/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{sy} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)
25	0,434	1,92	-2,50	299	260	96
30	0,402	1,68	-2,50	299	263	90
35	0,377	1,51	-2,50	299	266	87
40	0,357	1,39	-2,50	300	269	84
45	0,339	1,28	-2,50	300	271	82
50	0,324	1,20	-2,50	299	272	80

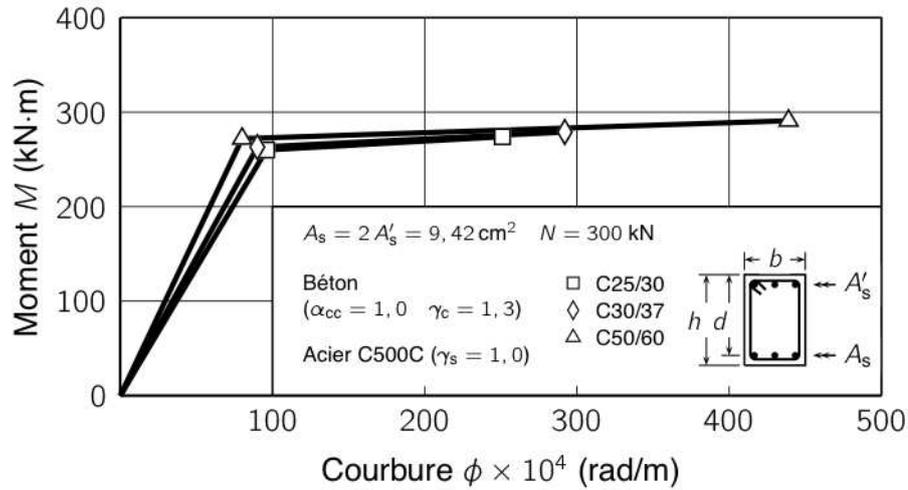


FIG. 4.4 — Courbes $M-\phi$ pour différentes valeurs de résistance caractéristique du béton en compression ($f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ et $A_s = 2A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

Les courbes $M-\phi$ traduisent bien que la ductilité en courbure augmente avec la résistance caractéristique du béton en compression. De plus, du fait que la variation de la courbure élastique est quasi-constante, la déformabilité de telles sections de béton armé évolue dans la même proportion que la ductilité en courbure.

TAB. 4.VIII — Coefficients de ductilité en courbure pour différentes valeurs de résistance caractéristique du béton en compression ($f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ et $A_s = 2A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

f_{ck} (MPa)	x_u/d	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)	μ_ϕ
25	0,302	274	251	260	96	2,61
30	0,260	279	292	263	90	3,24
35	0,230	283	331	266	87	3,80
40	0,206	286	368	269	84	4,38
45	0,188	289	404	271	82	4,93
50	0,173	291	439	272	80	5,49

3) Incidence du comportement de l'acier

Nous avons vu que (cf. Chap. 2) le PS92 limitait la déformation ultime de l'acier à 50‰ aussi bien pour ce qui concerne les allongements que les raccourcissements. L'EC2 apporte la notion de classe de ductilité (A, B ou C) et autorise des allongements plus

importants pour la classe C. De plus, l'EC2 intègre la possibilité d'écroutissement des aciers donnant lieu à deux diagrammes de calcul. Les principales caractéristiques qui définissent les aciers à béton sont liées à la limite d'élasticité (f_{yk} ou $f_{0,2k}$), la résistance en traction (f_t) et la ductilité (ϵ_{uk} et f_t/f_{yk}).

Les règles EC8 indiquent par ailleurs que seule l'utilisation des aciers avec un rapport tel que f_{yk} soit supérieur à l'unité est autorisé. Nous évaluerons donc l'incidence des propriétés de l'acier sur le coefficient de ductilité en courbure avec les caractéristiques de l'acier de la classe C. Soit avec $k = 1, 18$.

Limite d'élasticité (f_{yk} ou $f_{0,2k}$) Pour un état de déformation et un effort normal fixés, la diminution de la limite d'élasticité entraîne une diminution de la force intérieure dans les armatures tendues. Pour satisfaire le nouvel équilibre entre les forces intérieures et l'effort normal, il faut réduire la hauteur du bloc de béton comprimé. Dans ces conditions, la courbure ultime augmente quand la courbure élastique diminue.

Pour évaluer l'incidence des propriétés de l'acier sur le coefficient de ductilité en courbure, nous faisons varier, dans MPhi, les résistances caractéristiques de l'acier associées aux types C400C, C500C et C600C¹ avec un pourcentage d'armatures tendues et un rapport ρ'/ρ constants.

1. En réalité, les classes C400C, C500C et C600C n'existent pas sur le marché. Tout au plus, des aciers de classe C450C sont disponibles sur le marché américain pour la construction parasismique. Ceci n'est pas très important puisque l'analyse paramétrique effectuée dans ce mémoire n'a qu'un seul but qualitatif et ne vise pas à établir de manière explicite les réserves de ductilité disponibles dans les sections de béton armé.

TAB. 4.IX — Courbures ultimes et élastiques pour différentes valeurs de f_{yk} ($A_s = 2 A'_s$).

f_{yk} (MPa)	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)
400	0,231	3,50	-11,67	300	243	329
500	0,260	3,50	-9,96	299	279	292
600	0,297	3,50	-8,28	299	313	256

f_{yk} (MPa)	x_y/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{sy} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)
400	0,408	1,38	-2,00	299	226	73
500	0,402	1,68	-2,50	299	263	90
600	0,403	2,02	-3,00	300	300	109

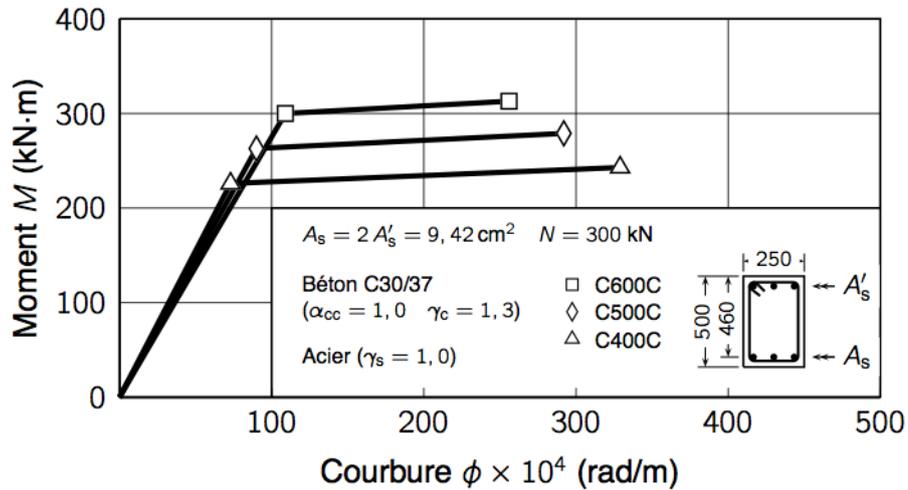


FIG. 4.5 — Courbes $M-\phi$ pour différentes valeurs de résistance caractéristique de l'acier ($A_s = 2 A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

Les courbes $M-\phi$ montrent que la ductilité en courbure augmente très légèrement avec l'accroissement de la résistance caractéristique de l'acier. En ce qui concerne la déformabilité, elle augmente légèrement avec la diminution de la résistance de l'acier.

Par ailleurs, l'accroissement de la résistance de l'acier en traction fait augmenter légèrement la résistance de la section de béton armé.

TAB. 4.X — Coefficients de ductilité en courbure pour différentes valeurs de résistance de l'acier ($A_s = 2 A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

f_{yk} (MPa)	x_u/d	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)	μ_ϕ
400	0,231	243	329	226	73	4,51
500	0,260	279	292	263	90	3,24
600	0,297	313	256	300	109	2,35

Déformation relative sous charge maximale (ϵ_{ud}) Dans les règles EC8, il est proposé un diagramme avec un palier de plasticité incliné avec une limite de déformation relative de -45‰ pour un acier de classe B et de $-67,5\text{‰}$ pour un acier de classe C. Pour ce type d'acier de limite d'élasticité $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, la ductilité matérielle disponible, en considérant un coefficient partiel de sécurité $\gamma_s = 1$, vaut

$$\mu_\epsilon = \frac{\gamma_s E_s \epsilon_s}{f_e} = \frac{200000 \times 0,0675}{500} = 27$$

Les résultats de notre analyse paramétrique montrent qu'avec les hypothèses que nous nous sommes fixées, il est impossible d'accéder à une telle réserve de ductilité de l'acier sans confiner le noyau de béton. En effet, la valeur maximale des allongements que nous avons extrait pour les armatures tendues avoisine 20‰ — une valeur trop faible pour espérer profiter de la ductilité maximale dans l'acier.

4) Incidence de l'effort normal

Nous avons vu (cf. Chap. 2) que plus l'effort normal réduit est grand, plus la déformation relative du béton le plus comprimé est susceptible d'atteindre la valeur de $3,5\text{‰}$ avant que la déformation relative des armatures tendues n'atteigne la valeur de $-2,5\text{‰}$.

Lorsque cela se produit (en général quand $\nu_d \geq 0,4$), la section de béton armé ne peut être ductile. Pour évaluer l'incidence de l'effort normal sur le coefficient de ductilité en courbure, nous faisons varier l'effort normal en tenant compte d'un pourcentage d'armatures tendues et comprimées constant ($A'_s = A_s = 9,42 \text{ cm}^2$) et des caractéristiques mécaniques constantes.

TAB. 4.XI — Courbures ultimes et élastiques pour différentes combinaisons d'effort normal et de moment ($A_s = A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

ν	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)
0,000	0,129	3,50	-23,65	0	210	590
0,104	0,195	3,50	-14,49	299	266	391
0,179	0,259	3,50	-10,00	516	304	293
0,306	0,412	3,50	-5,00	882	349	184
0,435	0,583	3,50	-2,50	1253	371	130
0,908	1,000	3,50	0,00	2620	225	76

ν	x_y/d	ϵ_c (‰)	ϵ_{sy} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)
0,000	0,293	1,04	-2,50	0	195	76
0,104	0,374	1,49	-2,50	299	248	86
0,179	0,423	1,83	-2,50	516	283	94
0,306	0,498	2,48	-2,50	882	335	108

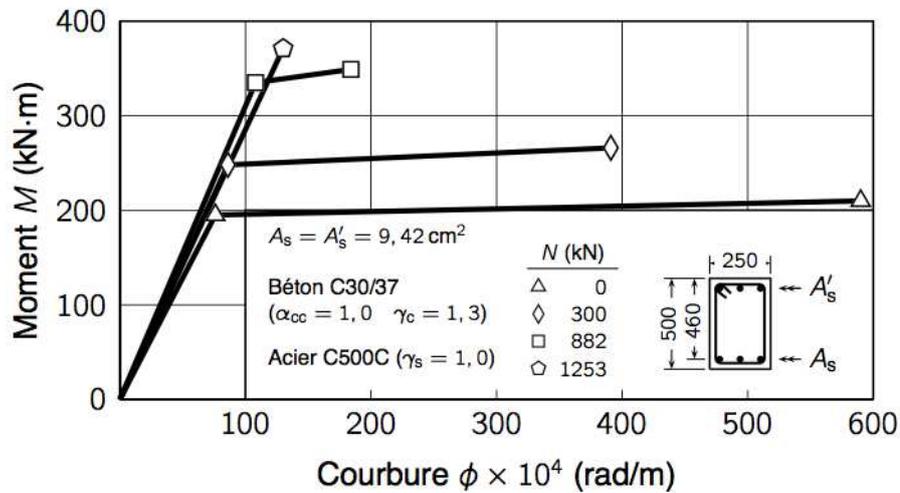


FIG. 4.6 — Courbes $M-\phi$ pour différentes combinaisons d'effort normal et de moment ($A_s = A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

Les courbes $M-\phi$ montrent bien que la ductilité en courbure et la déformabilité diminuent avec l'accroissement de l'effort normal de compression.

TAB. 4.XII — Coefficients de ductilité en courbure pour différentes combinaisons d'effort normal et de moment ($A_s = A'_s = 9,42 \text{ cm}^2$).

ν	x_u/d	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_u \times 10^4$ (rad/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	$\phi_y \times 10^4$ (rad/m)	μ_ϕ
0,000	0,129	210	590	195	76	7,76
0,104	0,195	266	391	248	86	4,55
0,179	0,259	304	293	283	94	3,12
0,306	0,412	349	184	335	108	1,70
0,435	0,583	371	130	371	130	1,00

4.12 Courbes de ductilité

Jusqu'à présent, nous avons établi, pour des valeurs particulières de pourcentages d'armatures géométriques et de caractéristiques mécaniques des matériaux, des relations moment–courbures. Ces relations ont permis de visualiser et d'identifier, si l'on s'en tient à la méthode des courbures, pour des valeurs particulières, les quatre principaux paramètres susceptibles d'influencer de manière favorable ou défavorable la ductilité en courbure et la déformabilité des sections.

Pour être complet, nous avons donc jugé intéressant d'établir des courbes de ductilité qui montrent la variation du coefficient de ductilité en courbure en fonction du pourcentage géométrique d'armatures. Ces courbes de ductilité peuvent être qualifiées de *fuseau de ductilité*.

La lecture de ces courbes peut se faire de la façon suivante : pour que le coefficient de ductilité en courbure d'une poutre ferrillée de façon à ce que $\rho = 2\rho'$ atteigne la valeur de 4, le pourcentage d'armatures tendues ne doit pas dépasser 0,5 %. Au-delà, il faut augmenter le rapport ρ'/ρ jusqu'à une valeur proche de l'unité si la section de poutre est pourvue d'un pourcentage d'armatures tendues avoisinant 1 %.

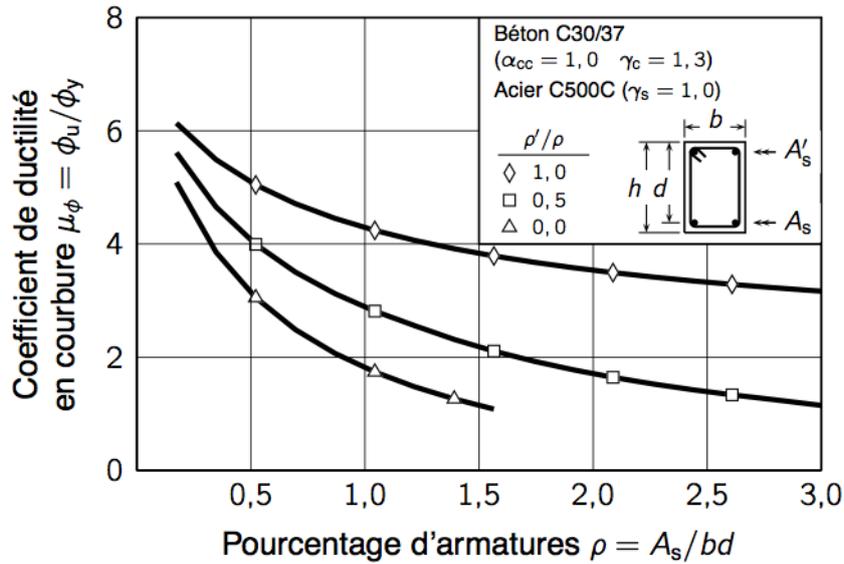


FIG. 4.7 — Courbes ρ - μ_ϕ pour différentes valeurs du rapport ρ'/ρ .

De manière générale, ces courbes (cf. FIG. 4.7) indiquent que plus le pourcentage d'armatures tendues augmente, pour un rapport ρ'/ρ constant, plus la capacité de rotation offerte par la section est grande.

Lorsque qu'il diminue par une augmentation de b_w (cf. FIG. 4.1), le pourcentage d'armatures tendues donne à la section une déformabilité et une ductilité accrue sans opposer de résistance supplémentaire. Cette caractéristique est particulièrement intéressante pour la conception de structures sous séisme puisque ce type de section permet de rendre une structure plus déformable et ductile sans augmenter sensiblement sa raideur et donc les efforts sismiques.

Par une augmentation de la hauteur h (cf. FIG. 4.2), la diminution du pourcentage d'armatures tendues dans une section offre à sa structure une raideur nettement plus importante puisque la section oppose une résistance plus grande.

L'ajout d'armatures comprimées n'apporte aucune résistance supplémentaire dans les sections mais apporte de façon très nette, de la ductilité.

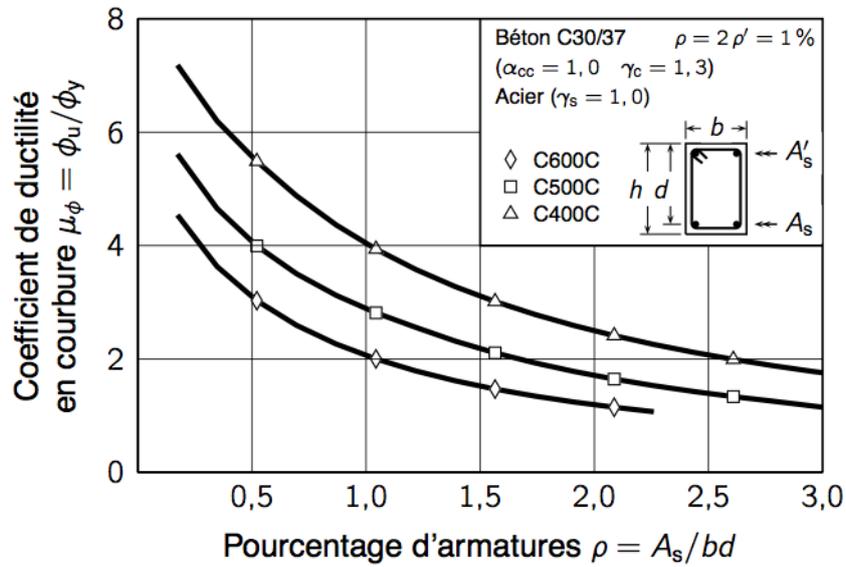


FIG. 4.8 — Courbes $\rho-\mu_\phi$ pour différentes valeurs de résistance caractéristique de l'acier.

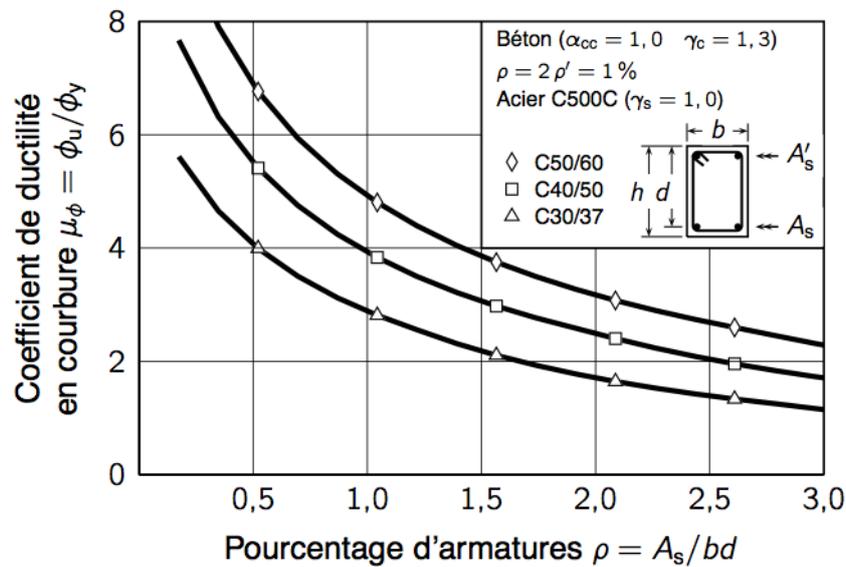


FIG. 4.9 — Courbes $\rho-\mu_\phi$ pour différentes valeurs de résistance caractéristique du béton en compression.

De manière générale, la ductilité en courbure des sections augmente avec la diminution du pourcentage d'armatures tendues et de la résistance de l'acier, et avec l'augmentation du pourcentage d'armatures comprimées et de la résistance caractéristique du béton.

4.13 Incidence sur le coefficient de comportement

Pour des sections de poutre, les valeurs maximales du coefficient de ductilité en courbure issues de notre étude paramétrique permettent d'atteindre de faibles valeurs de coefficient de comportement. Par exemple, pour un taux d'armatures longitudinales variant de 1 % à 2,5 %, et pour un béton C30/37 et un acier C500C, les courbes de ductilité permettent d'extraire, un coefficient de ductilité en courbure variant de 1,5 à 4. Pour des structures d'une relative souple ($T_1 > T_C$), et compte tenu de la relation 2.12, on peut justifier d'un coefficient de comportement variant de 1,25 à 3,25.

Pour des sections de poteau ou éléments de rive de structures telles que $T_1 > T_C$, et d'après le tableau 4.XII, les valeurs des coefficients de comportement peuvent varier de 1 à 2,77 lorsque l'effort normal réduit est supérieur à 0,1.

4.14 Nécessité d'armatures de confinement

Avec de telles valeurs de coefficient de ductilité en courbure, il est difficile d'aller chercher des coefficients de comportement plus importants et dès lors, de conférer à la structure une capacité d'énergie plus importante. Une solution à ce problème, consiste, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 2, à confiner les noyaux de béton avec des armatures transversales.

Pour illustrer notre propos, nous proposons de confiner le noyau de béton de notre section de référence avec des cadres et épingles. En particulier, le pourcentage mécanique d'armatures transversales associée à un cadre et une épingle HA6 espacés de 125 mm vaut

$$\omega_{wd} = \frac{(3 \times 184 + 2 \times 434) \times 28}{184 \times 434 \times 125} \times \frac{500 \times 1,3}{30} \simeq 0,0863$$

D'après la relation 2.9, le coefficient d'efficacité du confinement a pour valeur

$$\alpha = \left(1 - \frac{2 \times 158^2 + 4 \times 204^2}{6 \times 184 \times 434}\right) \times \left(1 - \frac{125}{2 \times 184}\right) \times \left(1 - \frac{125}{2 \times 434}\right) \simeq 0,309$$

La contrainte de confinement correspondante vaut donc

$$\sigma_2 = \frac{0,309 \times 8,63 \times 30}{200} \simeq 0,4 \text{ MPa}$$

TAB. 4.XIII — Courbures ultimes et élastiques pour différentes valeurs de σ_2 ($A_s = 2 A'_s$).

σ_2 (MPa)	x_u/d	ϵ_{cu} (‰)	$\epsilon_{cu,c}$ (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	ϕ_u (rad/m)
0,00	0,260	3,50	2,62	-9,96	299	279	292
0,20	0,319	6,08	4,83	-13,00	299	262	414
0,40	0,317	7,77	6,17	-16,77	299	263	533
0,60	0,313	9,47	7,50	-20,75	299	264	656
0,80	0,310	11,19	8,83	-24,94	300	266	785
1,00	0,306	12,92	10,17	-29,33	300	268	918

σ_2 (MPa)	x_y/d	ϵ_c (‰)	$\epsilon_{c,c}$ (‰)	ϵ_{s1} (‰)	N_{Ed} (kN)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	ϕ_y (rad/m)
0,00	0,402	1,68	1,41	-2,50	299	263	90
0,20	0,404	1,69	1,42	-2,50	299	263	91
0,40	0,405	1,70	1,43	-2,50	299	264	91
0,60	0,406	1,71	1,44	-2,50	299	264	91
0,80	0,408	1,72	1,45	-2,50	300	264	91
1,00	0,409	1,73	1,46	-2,50	300	264	92

Avec un confinement de l'ordre de 0,4 MPa, la courbure ultime prend une valeur quasiment deux fois supérieure que celle issue d'un calcul qui ne tient pas compte du confinement.

TAB. 4.XIV — Coefficients de ductilité en courbure pour différentes valeurs de σ_2 ($A_s = 2 A'_s$).

σ_2 (MPa)	$x_{u,c}/d$	$M_{Rd,u}$ (kN·m)	$\phi_{u,c}$ (rad/m)	$M_{Rd,y}$ (kN·m)	ϕ_y (rad/m)	μ_ϕ
0,00	0,402	279	29	263	90	3,22
0,20	0,404	262	41	263	91	4,55
0,40	0,405	263	53	264	91	5,84
0,60	0,406	264	65	264	91	7,17
0,80	0,408	266	78	264	91	8,56
1,00	0,409	268	91	264	92	9,98

Du fait que la variation de la courbure élastique est négligeable, le coefficient de ductilité en courbure évolue dans la même proportion que la courbure ultime. Pour une section de béton armé telle que $\rho = 2 \rho' = 1\%$, la valeur du coefficient de ductilité en courbure issue de MPhi approche celle de l'EC8.

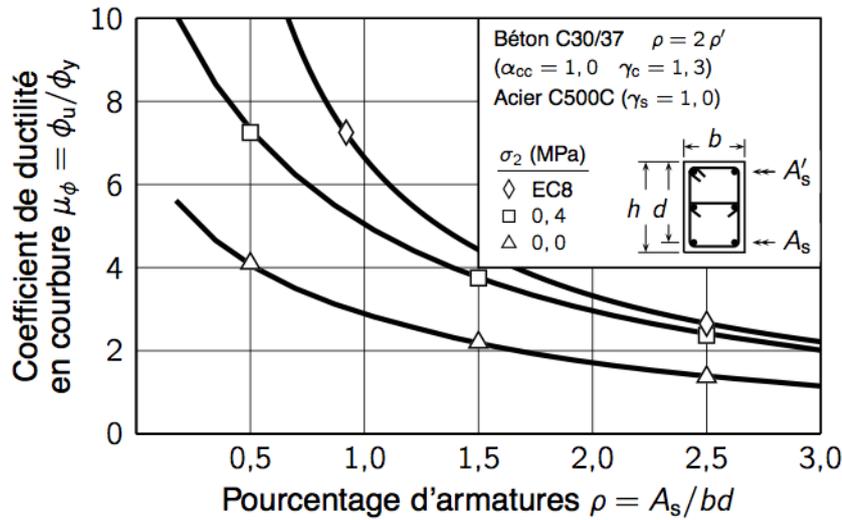


FIG. 4.10 — Courbes de ductilité pour un pourcentage mécanique d'armatures de confinement de 8,63%.

Avec une contrainte de confinement de l'ordre de 0,4 Mpa, et compte tenu de la relation 2.12, la valeur du coefficient de comportement peut être relevée à 3 pour une poutre armée à un taux d'armatures longitudinales tendues de 1%.

4.2 Ductilité des sections selon les règles EC8 — Analyse paramétrique

Par opposition à la méthode des courbures, les règles EC8 proposent des relations reliant le coefficient de ductilité en courbure aux conditions de ductilité locale. Ces relations tiennent compte, quelque soit le type de section (section de poutres, poteaux ou voiles) des conditions de confinement du noyau de béton.

De la même façon qu'avec la méthode des courbures, nous étudions l'incidence de différents facteurs sur le coefficient de ductilité en courbure en traçant les courbes associées aux relations de l'EC8. Contrairement à notre analyse paramétrique, nous n'obtenons pas des lois moment-courbures mais des fuseaux de ductilité.

Par ailleurs, les courbes issues des relations des règles EC8 sont établies pour des aciers de classe C et sont donc utilisables uniquement pour une conception en classe

DCH. Les courbes associées à la classe DCM peuvent être obtenues par similitude avec un coefficient réducteur de 1,5.

4.21 Sections de poutres

Nous rappelons que le critère de ductilité locale pour les poutres est basé sur le pourcentage d'armatures tendues et ne doit pas dépasser une certaine valeur de ρ_{\max} . L'inégalité 2.13 devient donc

$$\mu_{\phi} \leq \frac{0,0018}{(\rho_{\max} - \rho')} \frac{f_{cd}}{\epsilon_{sy,d} f_{yd}} \quad (4.1)$$

Sur des graphes représentant le coefficient de ductilité en courbure en fonction du pourcentage géométrique d'armatures tendues, nous avons représenté l'incidence du pourcentage d'armatures comprimées sur le coefficient de ductilité en courbure (cf. FIG. 4.11).

Aussi, nous avons représenté l'incidence de la résistance en compression du béton (cf. FIG. 4.12) et de l'incidence de la résistance de l'acier (cf. FIG. 4.13) sur le coefficient de ductilité en courbure.

La courbe de référence est tracée pour une résistance caractéristique du béton telle que $f_{ck} = 30$ MPa et pour une résistance caractéristique de l'acier telle que $f_{yk} = 500$ MPa.

Par exemple, pour une section de béton ferrailée à 1 % en armatures tendues et à 0,5 % en armatures comprimées, en considérant $f_{ck} = 30$ MPa, le coefficient de ductilité en courbure doit satisfaire l'inégalité

$$\mu_{\phi} \leq \frac{0,0018}{(0,01 - 0,005) \times 0,0025} \frac{30}{500 \times 1,3} \simeq 6,65$$

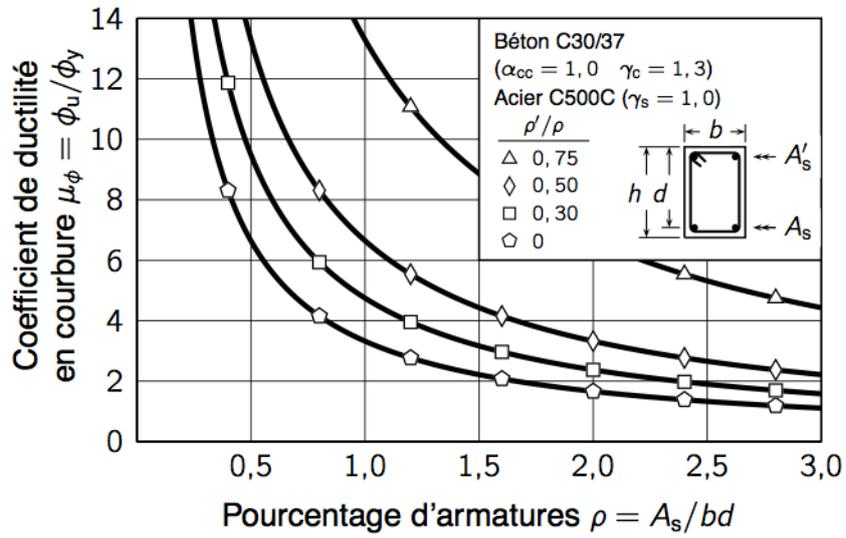


FIG. 4.11 — Courbes $\rho-\mu_\phi$ pour différentes valeurs du rapport ρ'/ρ .

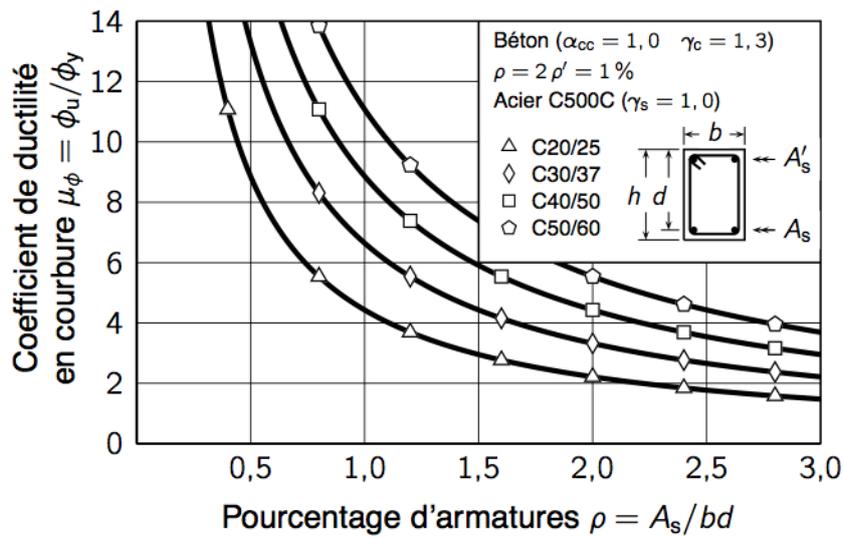


FIG. 4.12 — Courbes $\rho-\mu_\phi$ pour différentes valeurs de résistance caractéristique du béton.

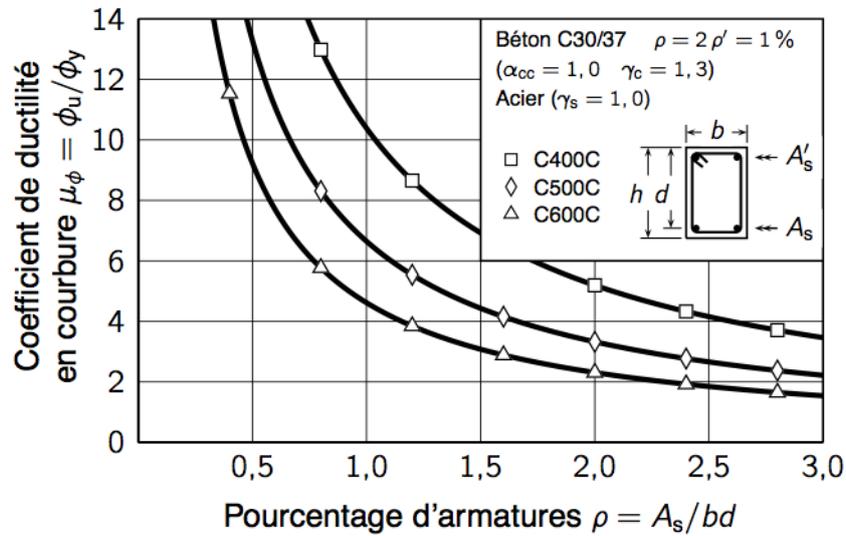


FIG. 4.13 — Courbes ρ - μ_ϕ pour différentes valeurs de résistance caractéristique de l'acier.

Le critère de ductilité locale de l'EC8 indique bien que le coefficient de ductilité en courbure diminue avec l'augmentation du pourcentage d'armatures longitudinales tendues et de la résistance caractéristique de l'acier, puis augmente avec l'augmentation du pourcentage d'armatures longitudinales comprimées et de la résistance caractéristique du béton.

4.22 Sections de poteaux

Pour ce qui concerne les sections de poteaux, nous avons vu que la ductilité en courbure est apportée principalement par les conditions de confinement du noyau de béton. Pour ce type de section, il convient que le pourcentage mécanique d'armatures transversales remplisse le critère

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_\phi \nu_d \epsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035 \quad (4.2)$$

De manière générale, l'expression 4.2 indique que plus la quantité d'armatures transversales de confinement est dense, plus le coefficient de ductilité en courbure est grand.

Sur des graphes représentant l'espacement des armatures transversales en fonction du coefficient de ductilité en courbure, nous avons représenté l'incidence du diamètre des armatures transversales sur le coefficient de ductilité en courbure (cf. FIG. 4.16).

De la même manière, nous avons tracé l'incidence de la résistance en compression (cf. FIG. 4.15) et de l'incidence de l'effort normal réduit (cf. FIG. 4.14) sur le coefficient de ductilité en courbure.

La courbe de référence est tracée pour un effort normal réduit tel que $\nu_d = 0,4$ et pour une disposition d'armatures transversales de diamètre $d_{bw} = 10$ mm.

Par exemple, avec un espacement de 60 mm, et pour un arrangement des armatures transversales défini (cf. FIG. 4.14), le pourcentage d'armatures mécanique associé vaut

$$\omega_{wd} = \frac{(4 \times 180 + 2 \times 430 + 4 \times \sqrt{79^2 + 136^2}) \times 79}{180 \times 430 \times 60} \times \frac{500 \times 1,3}{30} \simeq 0,814$$

D'après la relation 2.9, le coefficient d'efficacité du confinement a pour valeur

$$\alpha = \left(1 - \frac{4 \times 79^2 + 6 \times 136^2}{6 \times 180 \times 430}\right) \times \left(1 - \frac{60}{2 \times 180}\right) \times \left(1 - \frac{60}{2 \times 430}\right) \simeq 0,548$$

Le coefficient de ductilité en courbure maximum devient donc

$$\mu_\phi \leq \frac{0,548 \times 0,814 + 0,035}{30 \times 0,4 \times 0,0025} \times \frac{180}{250} \simeq 11,24$$

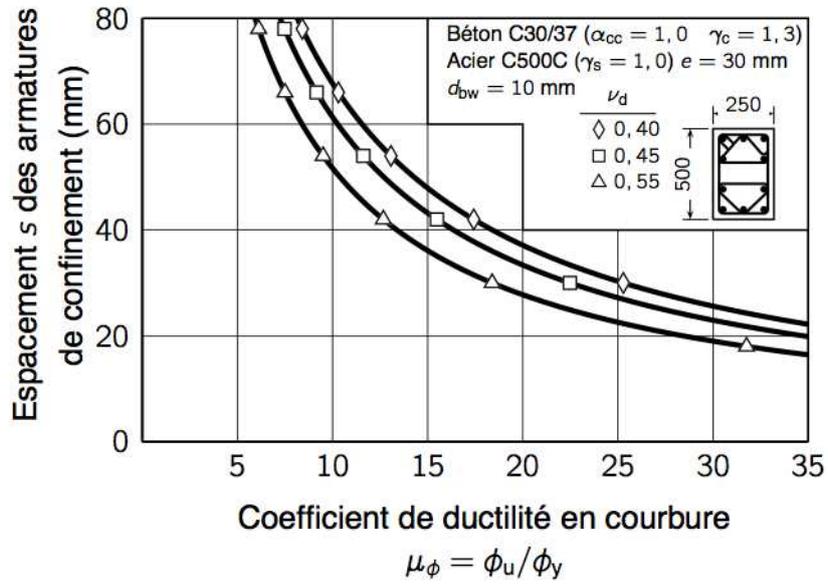


FIG. 4.14 — Courbes μ_ϕ - s en fonction de l'effort normal réduit ν_d .

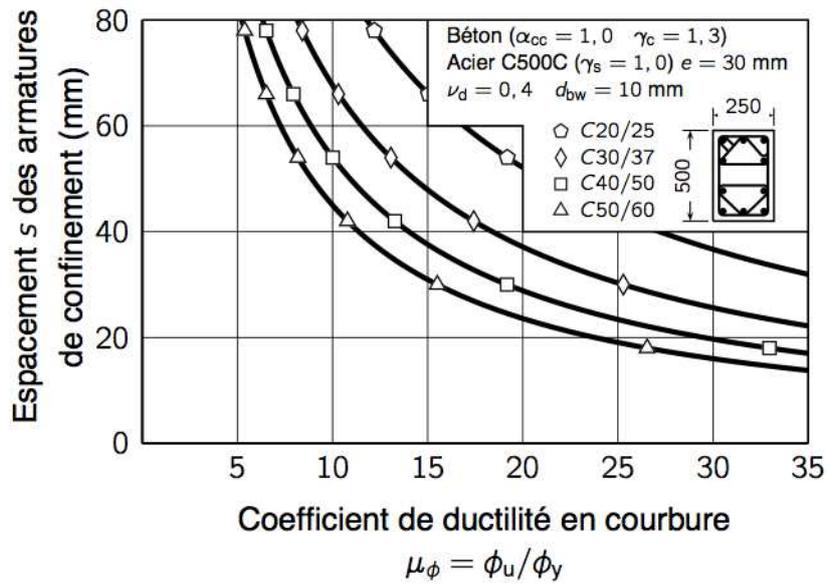


FIG. 4.15 — Courbes μ_ϕ - s en fonction de la résistance caractéristique du béton.

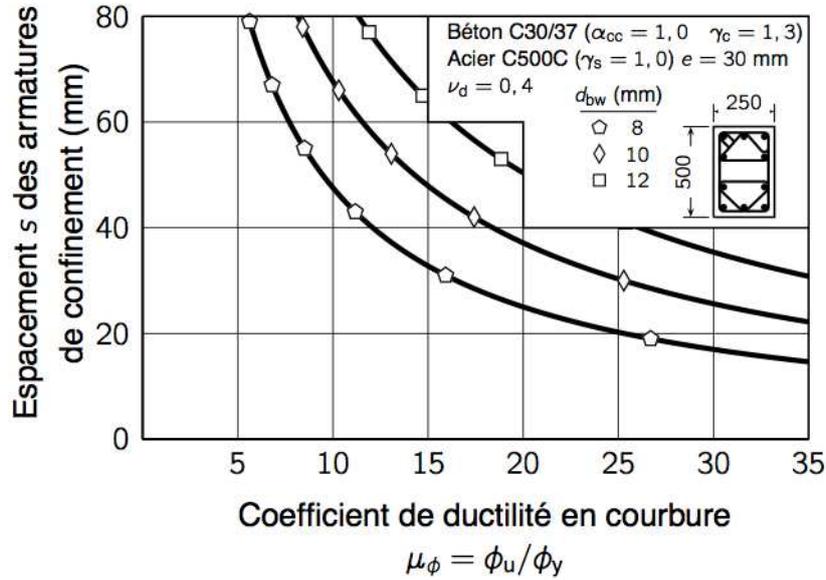


FIG. 4.16 — Courbes μ_ϕ - s en fonction du diamètre des armatures transversales.

De manière générale, il apparaît clairement que le coefficient de ductilité en courbure croît avec la réduction de l'espacement des armatures transversales (cf. FIG. 4.16). Ceci est parfaitement cohérent avec le fait que lorsque l'espacement des armatures transversales diminue, le confinement du béton permet de réduire la hauteur de béton comprimé et d'assurer l'équilibre de l'effort normal dans la section. Ainsi, les courbures ultimes et élastiques sont respectivement augmentées et réduites.

De plus, les courbes μ_ϕ - s (cf. FIG. 4.14 et 4.15) font apparaître que pour un espacement des armatures transversales fixé, le coefficient de ductilité en courbure croît avec la réduction de l'effort normal réduit, de la résistance en compression du béton, et avec l'augmentation du diamètre des armatures transversales.

4.23 Éléments de rive des voiles ductiles

En ce qui concerne les éléments de rive de voiles ductiles, la relation 4.2 fait apparaître le pourcentage mécanique d'armatures d'âme, et devient

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_\phi (\nu_d + \omega_v) \epsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0,035 \quad (4.3)$$

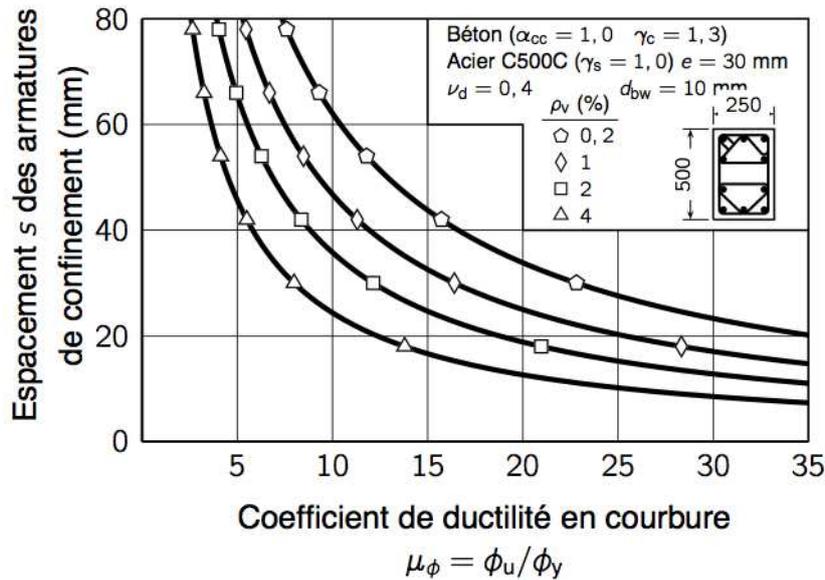


FIG. 4.17 — Courbes μ_ϕ - s en fonction du pourcentage d'armatures d'âmes ρ_v .

Pour des valeurs de ρ_v pouvant varier de 0,2 % à 4 %, les courbes μ_ϕ - s (cf. FIG. 4.17) montrent que l'augmentation du pourcentage d'armatures d'âme influe de manière défavorable sur le coefficient de ductilité en courbure.

4.3 Analyse du critère de ductilité locale

L'analyse paramétrique faite à partir du critère de ductilité locale des règles EC8 montre les mêmes tendances que celle faite avec la méthode des courbures. De manière générale, la ductilité en courbure des éléments fléchis et peu comprimés est fonction du pourcentage d'armatures tendues et comprimées. Les paramètres liés à la résistance en compression du béton et de la résistance des aciers à la traction permettent, pour une valeur du coefficient de ductilité fixée, d'augmenter le pourcentage d'armatures tendues (baisse de la résistance de l'acier ou augmentation de la résistance à la compression). Cela permet à des éléments fléchis très ferrailés ($\rho > 1$ %) de conserver une certaine ductilité (Cas des régions à fort aléa sismique).

Pour ce qui concerne les éléments comprimés, la ductilité en courbure est fonction du pourcentage d'armatures de confinement et donc, pour un diamètre d'armatures fixé, de l'espacement entre celles-ci. Les paramètres liés à l'effort normal réduit, la résistance

en compression du béton ou le diamètre des armatures transversales sont déterminant pour l'espacement entre les armatures transversales.

Par ailleurs, l'augmentation de l'épaisseur des sections permet très clairement d'accentuer la déformabilité et la ductilité. En effet, les résultats indiquent une plus grande aptitude des sections allongées dans le sens de la largeur à se déformer que les sections allongées en profondeur. Cela sous-tend que les dalles ont une capacité de déformation bien plus importante que les poutres. Ce point peut également être étendu aux voiles. En particulier, pour ce qui concerne les voiles ductiles, la présence de membrures a un effet favorable pour la ductilité et permet ainsi de limiter le confinement du béton par des armatures transversales.

Sur le plan quantitatif, des similitudes peuvent être observées à condition que les effets liés au confinement du béton soient pris en compte lors des calculs issus de la méthode des courbures. En fait, tout dépend des hypothèses que nous avons prises.

Nos valeurs du coefficient de ductilité en courbure, comparées à celles issues des règles EC8 montrent qu'il n'est pas possible d'atteindre les valeurs réglementaires sans pourvoir les sections d'armatures de confinement.

4.31 Ferrailage dans les zones critiques

Compte tenu du fait que les aciers de classe C ($\epsilon_{uk} \geq 75 \text{ ‰}$) ne sont pas disponibles en France, la justification de la ductilité des structures sous séisme n'est pas praticable en classe DCH.

1) Cas des poutres

On rappelle que les poutres sont utilisées dans des structures à ossatures, mais elles peuvent aussi être utilisées comme éléments de couplage dans une structure contreventée principalement par des voiles.

Les demandes en ductilité pour ces éléments peuvent être très différentes selon que la période du bâtiment est petite ou grande (par rapport à T_1/T_C) et agissent directement sur la valeur du coefficient de comportement.

La cohérence du ferrailage longitudinal dans les zones critiques, avec le coefficient de comportement, peut être vérifiée en utilisant les courbes de ductilité. Par exemple, une lecture graphique (cf. FIG. 4.18) nous enseigne que pour concevoir une structure contreventée par des portiques avec le coefficient de comportement maximum possible en classe DCM (soit $q_0 = 3$ avec $\alpha_u/\alpha_1 = 1,0$), et en supposant $\rho = 2\rho'$, la condition sur le ferrailage longitudinal dans les zones critiques des poutres doit, d'après la relation 4.1 vérifier

$$\rho \leq \frac{0,0018}{0,5 \times 1,5 \times (2 \times 3 - 1) \times 0,0025} \times \frac{30}{500 \times 1,3} \simeq 0,88 \%$$

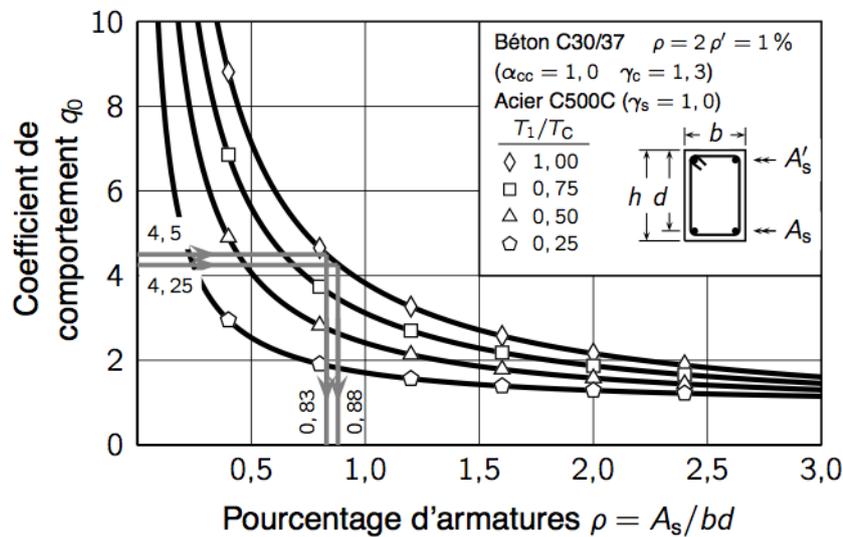


FIG. 4.18 — Variation du coefficient de comportement en fonction du pourcentage d'armatures tendues et de la période relative T_1/T_C .

Lors d'un passage en classe DCH, c.-à-d., avec un coefficient de comportement tel que $q_0 = 4,5$, le pourcentage maximum d'armatures tendues chute à 0,83 %. Soit pour des sections de coffrage identiques en classes DCM et DCH, un gain de 5,68 % sur les armatures longitudinales.

Ceci est parfaitement cohérent avec l'objectif recherché à savoir, la minimisation de la quantité d'armatures longitudinales dans les structures en béton armé.

L'objectif est complètement atteint si en même temps, la quantité d'armatures transversales de confinement mises en place en classe DCH ne vient pas annuler le gain

obtenu en réduisant la quantité d'armatures longitudinales. En effet, le passage d'une conception en classe DCM vers une conception en classe DCH implique une majoration de la longueur des zones critiques de 50 %.

Par ailleurs, la lecture graphique (cf. FIG. 4.18) montre que pour des structures très rigide (ce peut être le cas pour des voiles, peu élancés, couplés avec des linteaux), le pourcentage d'armatures longitudinales minimum (0,32 %), pour un béton C30/37 et un acier C500C, ne permet pas de justifier de grandes valeurs de coefficient de comportement.

2) Cas des poteaux

En ce qui concerne les poteaux, l'étendue des zones critiques aux extrémités des poteaux pour une conception en classe DCH est également augmentée de 50 % par rapport à la classe DCM. Avec un diamètre d'armature et un équarrissage constants, le passage de la classe DCM à DCH provoque une plus value de 50 % sur la quantité d'armatures transversales de confinement.

Par ailleurs, et de la même façon que pour les poutres, nous pouvons retracer les courbes de ductilité en exprimant le coefficient de comportement en fonction de l'espacement des armatures de confinement (cf. FIG. 4.19).

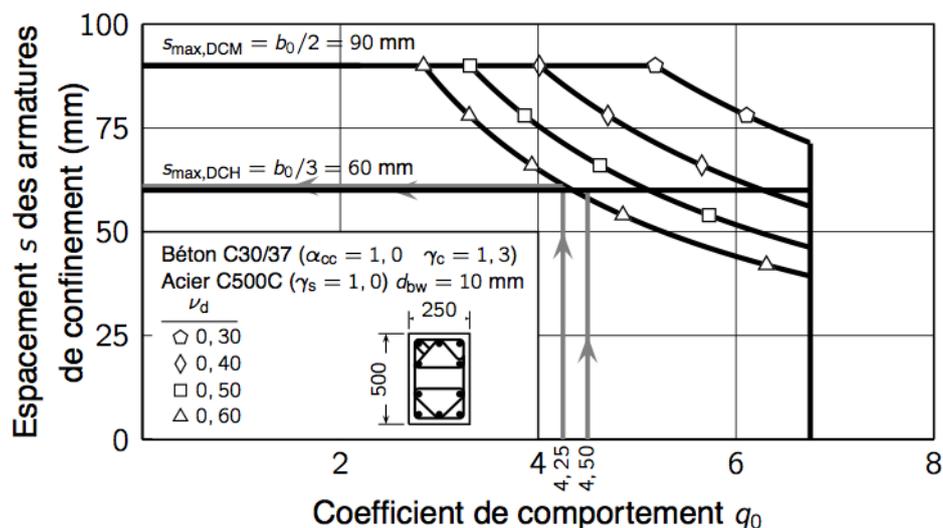


FIG. 4.19 — Courbes q_0 - s en fonction de l'effort normal réduit.

Par exemple, pour un poteau de section $20 \times 50 \text{ cm}^2$, de longueur libre de 3 mètres, soumis à un effort normal réduit de 0,60 en situation sismique de calcul, la courbe correspondante (cf. FIG. 4.19 — courbe Δ) nous enseigne que pour justifier d'un coefficient de comportement de 3 en classe DCM, il faut espacer les armatures transversales d'un maximum de 61 mm. En effet, d'après la règle de similitude

$$q_{0,\text{DCH}} = \frac{1,5 \times (2 \times q_0 - 1) + 1}{2} \simeq 4,25$$

Par ailleurs, on se place dans l'hypothèse où le passage de la classe DCM à la classe DCH provoque une variation globale de l'effort normal réduit de l'ordre de 15 % (on passe alors de $\nu_d = 0,60$ à $\nu_d = 0,50$). Pour justifier d'un coefficient de comportement de l'ordre de 4,5 ($3 \times 1,5$), un espacement maximum de 68 mm conviendrait pour un passage en classe DCH. Néanmoins, la condition de non-flambement des armatures longitudinales (eq. 2.20) fait chuter cet espacement à 60 mm. Autrement dit, le passage d'une classe à l'autre génère, *a minima* pour ce type de poteau, une plus value de 50 % sur la quantité d'armatures transversales de confinement (essentiellement due dans ce cas à l'étendue des zones critiques).

D'un point de vue quantitatif pour la classe DCM, le pourcentage géométrique d'armatures de confinement à mettre en place en pied de poteau vaut alors

$$\rho_{\text{wd}} = \frac{\omega_{\text{wd}} b_0 h_0}{b_c h_c} \frac{f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} = \frac{60}{61} \times \frac{0,814 \times 180 \times 430}{250 \times 500} \frac{30}{500 \times 1,3} \simeq 2,29 \%$$

Sur la longueur de la zone critique, soit $l_{\text{cr}} = 500 \text{ mm}$, la quantité d'armatures de confinement est donc de l'ordre de

$$Q_{\text{s,bw}} = 7850 \times 0,0229 \times 0,5^2 \times 0,25 \simeq 11,235 \text{ kg}$$

Le passage en classe DCH provoque la mise en place d'un supplément minimal d'armatures transversales de $11,235 \times 0,5 \simeq 5,62 \text{ kg}$.

Pour espérer un gain de 5,62 kg sur les armatures longitudinales en classe DCH, et compte tenu de la limitation des règles EC8 indiquant que

$$1 \% \leq \rho_l \leq 4 \%$$

il faudrait que ce poteau soit ferrailé avec un pourcentage minimum d'armatures longitudinales tel que

$$\rho_l \simeq \frac{0,01 \times 7850 \times 3 \times 0,5 \times 0,25 + 5,62}{7850 \times 3 \times 0,5 \times 0,25} \simeq 1,19 \%$$

Avec ces hypothèses, tout poteau ferrailé avec $\rho_l \leq 1,19 \%$ ne présenterait, économiquement, aucun intérêt à être conçu en classe DCH. Cela correspond à des poteaux faiblement armés et donc soumis à de faibles sollicitations sismiques.

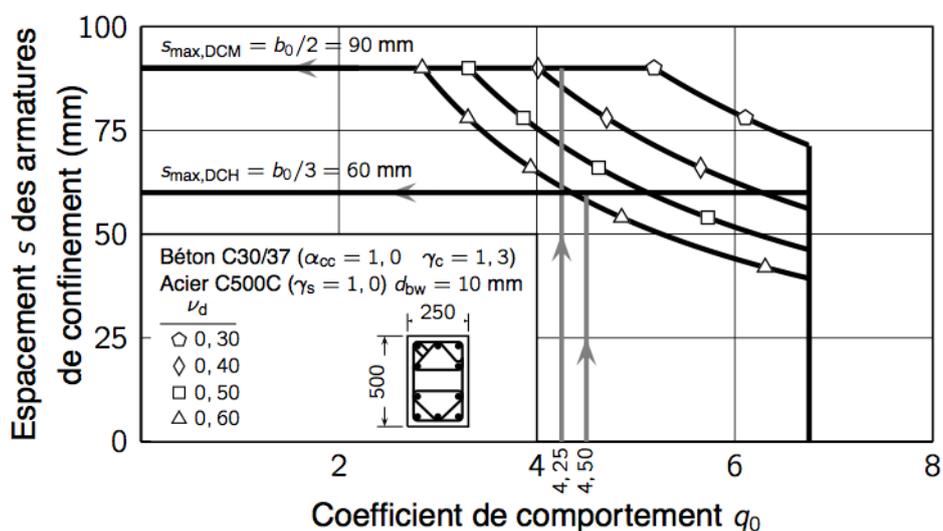


FIG. 4.20 — Courbes q_0 - s en fonction de l'effort normal réduit ($d_{bw} = 10$ mm).

Dans le cas où l'effort normal réduit en situation sismique de calcul avoisine de faibles valeurs (de l'ordre de 0,20 à 0,30), la condition de non-flambement des armatures longitudinales devient déterminante pour le passage de la classe DCM à la classe DCH. De fait, le supplément d'armatures transversales serait encore plus accentué (cf. FIG. 4.21).

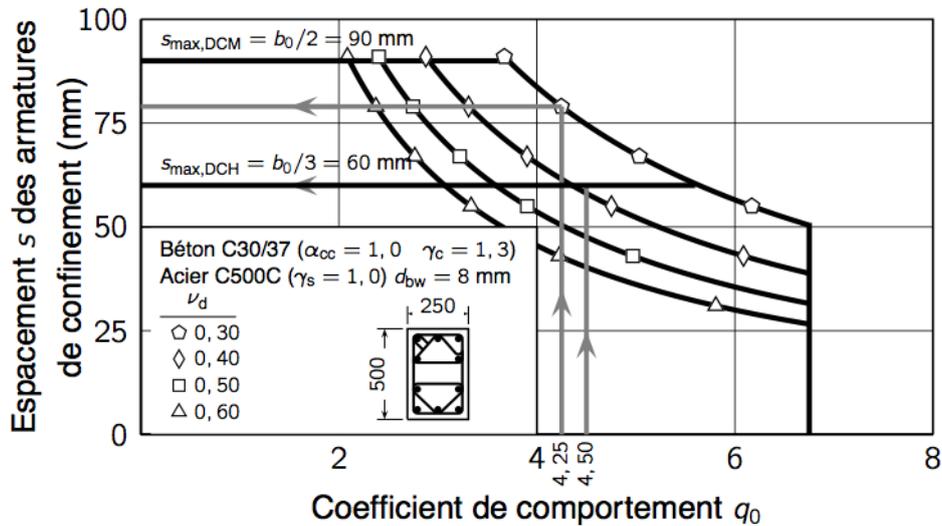


FIG. 4.21 — Courbes q_0 - s en fonction de l'effort normal réduit ($d_{bw} = 8$ mm).

Pour minimiser cette quantité d'armatures supplémentaire, il faudrait alors diminuer le diamètre des armatures transversales (par exemple jusqu'à $d_{bw,min} = 8$ mm). En fait, la viabilité économique d'un passage d'une classe vers une autre dépend en partie du diamètre des armatures à mettre en place pour le confinement. Plus $d_{bw,min}$ est petit, moins la condition de non-flambement des armatures longitudinales apparaît contraignante lors du passage d'une conception DCM à DCH.

3) Cas des voiles ductiles

En ce qui concerne les voiles ductiles, le problème est analogue à celui des poteaux. En effet, l'effort normal réduit dans les voiles est généralement faible. De fait, dans les structures à voiles ductiles non couplés, le passage de la classe DCM à la classe DCH peut générer une quantité d'armatures de confinement majorée de 33 % sur une longueur pouvant aller jusqu'à deux hauteur d'étage compte tenu de la condition de non-flambement des armatures longitudinales.

Par exemple, pour un voile dont les élément de rives sont de dimension 25×50 cm² et en supposant ν_d légèrement supérieur à 0,20, la condition de non-flambement des armatures longitudinales fixe pour des armatures transversales de diamètre $d_{bw} = 10$ mm un espacement maximum de 90 mm en classe DCM.

Cela correspond à une quantité d'armatures sur une hauteur d'étage de trois mètres, et pour les deux rives, de $11,235 \times 6 \times 2 \times 60/90 \simeq 89,88$ kg.

Le passage en classe DCH, compte tenu de la condition d'espacement maximum, fait passer cette quantité à $89,88 \times 90/60 \simeq 134,82$ kg. Soit un supplément d'armatures transversales de 44,94 kg.

Pour espérer un gain de 44,94 kg sur les armatures longitudinales, et compte tenu de la limitation des règles EC8 indiquant que

$$0,5 \% \leq \rho_l \leq 4 \%$$

les éléments de rives doivent être ferrailés de telle façon que

$$\rho_l \simeq \frac{0,005 \times 7850 \times 3 \times 1,0 \times 0,25 + 44,94}{7850 \times 3 \times 1,0 \times 0,25} \simeq 1,26 \%$$

Avec de telles hypothèses, tous les voiles ferrailés longitudinalement avec $\rho_l \leq 1,26 \%$ n'ont pas d'intérêt économique à être conçus en classe DCH. Autrement dit, si le voile est déjà ferrailé avec le taux minimum d'armatures longitudinales (0,5 %), le passage en classe DCH ne présente aucun intérêt.

4.32 Conclusion

De manière générale, le ferrailage transversal dans les éléments comprimés peut apparaître déterminant pour le choix d'une classe de ductilité. Notre exemple montre que pour minimiser le « coût » du passage de la classe DCM à DCH, nous aurions intérêt à éviter les gros diamètres. En effet, la condition de non-flambement des armatures longitudinales peut devenir très contraignante dans le cas d'un choix de gros diamètres pour les armatures de confinement, notamment pour les éléments avec un faible taux de compression.

A contrario, l'effort normal réduit sera d'autant plus grand que le pourcentage mécanique d'armatures transversales ω_{wd} à satisfaire sera grand. Dans ce cas, la condition de non-flambement des armatures longitudinales peut être sans effet.

Finalement, l'effort normal réduit est un paramètre déterminant vis-à-vis de la quantité d'armatures transversales de confinement à mettre en place dans les zones

critiques. Ainsi, pour des structures contreventées par portiques, ou par voiles ductiles couplés, le passage de la classe DCM à DCH peut être intéressant dans les zones à fort aléa sismique.

Compte tenu d'un aléa sismique « faible », voire modéré sur le territoire Français, nous avons plutôt intérêt à concevoir les structures en béton armé en classe DCM ; laquelle est équivalente au niveau de protection visé dans les règles PS92.

Conclusion

L'objectif initial de ce travail était d'identifier les facteurs qui influencent la ductilité et d'étudier leur influence sur le comportement sismique et les conditions de ferrailage dans les éléments principaux de structure en béton armé. Dans ce but, nous avons découpé notre travail en deux parties.

Dans la première (cf. Chap. 1 & 2), nous avons décrit et exposé les aspects pratiques et réglementaires qui permettent de concevoir des structures ductiles en béton armé.

Cette partie montre que les nouvelles règles européennes (règles EC8) sont très orientées vers les conditions de confinement du noyau de béton des sections ductiles. En reliant le pourcentage d'armatures transversales au coefficient de comportement à partir du coefficient de ductilité en courbure, cette orientation constitue une nette différence avec les règles PS92 qui se limitent à des dispositions constructives forfaitaires.

Nous avons ainsi fait ressortir qu'une grande ductilité en courbure ne pouvait être satisfaite, au sens des règles EC8, que si :

- (i) les aciers possèdent une grande capacité de déformation avec plastification ;
- (ii) le confinement du noyau de béton est suffisamment adapté pour permettre aux aciers de se déformer sans risque de flambement d'une part, et pour éviter un éclatement prématuré du noyau de béton par excès de compression d'autre part.

Dans la seconde partie, nous avons proposé une description de la méthode des courbures (cf. Chap. 3) pour le calcul du coefficient de ductilité en courbure. La méthode est implémentée en tenant compte des cas de noyau de béton confiné ou non confiné.

Au cours d'une analyse paramétrique pour l'étude du coefficient de ductilité en courbure (cf. Chap. 4), nous avons pu extraire les principales grandeurs qui influent de manière favorable ou défavorable sur la ductilité en courbure :

- (i) la limitation du pourcentage d'armatures tendues ρ a un effet favorable sur le coefficient de ductilité en courbure ;
- (ii) l'augmentation du pourcentage d'armatures comprimées ρ' joue un rôle positif sur la ductilité en courbure ;
- (iii) l'augmentation de la résistance en compression du béton augmente la ductilité en courbure ;
- (iv) la ductilité en courbure diminue avec l'augmentation de la résistance de l'acier ;
- (v) la présence d'armatures transversales en quantité suffisante dans les zones critiques est essentielle afin d'assurer le confinement du noyau de béton ;
- (vi) un espacement adapté des armatures transversales est indispensable pour garantir le non-flambement des armatures longitudinales dans les zones critiques.

Même si toutes ces règles de bonne construction sont appliquées, elles restent assez limitatives. En effet, nous avons également montré que le fait de rechercher de grandes déformations, possibles en DCH, pouvait rendre les conceptions ductiles difficilement justifiables d'un point de vue économique pour ce qui concerne les structures en béton armé sur le territoire français — le niveau de séisme étant relativement faible. Les valeurs du coefficient de comportement sont donc limitées à celles indiquées pour la classe DCM.

Pour utiliser de plus grandes valeurs de coefficient de comportement, il faudrait choisir d'autres solutions de renforcement des structures. L'une d'entre-elles consiste à confiner les zones critiques en utilisant des enveloppes de composites en polymères renforcés par des fibres de carbone (PRFC). Une autre solution peut être l'utilisation d'appuis parasismiques, certe onéreuse au moment de la mise en place, mais qui a pour avantage principal de permettre aux bâtiments de rester opérationnels après une secousse sismique aussi importante soit-elle

Références bibliographiques

- [1] AFPS. *Guide des dispositions constructives parasismiques des ouvrages en acier, béton, bois et maçonnerie*. Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, 2005.
- [2] J. BETBEDER–MATIBET. Prévention parasismique. Dans *Génie parasismique*, volume 1, chapitre 2. Hermès Lavoisier, 2003.
- [3] J. BETBEDER–MATIBET. Prévention parasismique. Dans *Génie parasismique*, volume 3. Hermès Lavoisier, 2003.
- [4] P. BISH, A. COIN, J. MAZARS *et al.* *Opération CASSBA : Conception et Analyse Sismique des Structures en Béton Armé*. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, 1994.
- [5] P. BISH. Art de l'ingénieur : retour d'expérience et aspects réglementaires. Dans *Comportement dynamique des bétons et génie parasismique*, pages 345–388. Hermès Lavoisier, 2004.
- [6] Code_Aster. *Réalisation d'une étude de génie civil sous chargement sismique*, document U2.06.10. <http://www.code-aster.org>, 2012.
- [7] CEN. EN1992–1–1. *Calcul des structures en béton – Partie 1–1 : Règles générales et règles pour les bâtiments*. Association française de normalisation, 2005.
- [8] CEN. EN1998–1. *Calcul des structures pour leur résistance au séisme – Partie 1 : Règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments*. Association française de normalisation, 2005.
- [9] D. COMBESCURE, N. ILE, J. MAZARS et J.–M. REYNOUARD. Modèles pour les structures en béton soumises aux séismes. Dans *Comportement dynamique des bétons et génie parasismique*, pages 257–295. Hermès Lavoisier, 2004.
- [10] S. DAL BUSCO. *Déformabilité et capacité portante des colonnes en béton armé*. École polytechnique fédérale de Lausanne, 1988.
- [11] T. C. HSU and Y. L. MO. *Unified theory of concrete structures*. Wiley, 2010.

- [12] A. MILLARD, P. PÉGON et J.-C. QUEVAL. Structures sous séismes : expérimentation en laboratoire. Dans *Comportement dynamique des bétons et génie parasismique*, pages 187–222. Hermes Lavoisier, 2004.
- [13] P. PAULTRE and F. LÉGERON. Confinement Reinforcement Design for Reinforced Concrete Columns. Dans *Journal of structural engineering*, pages 738–749. ASCE, 2008.
- [14] P. PAULTRE. *Dynamique des structures ; application aux ouvrages de génie civil*. Hermes Lavoisier, 2004.
- [15] CN/PS. NF P 06–13. *Règles de construction parasismique. Règles PS applicables aux bâtiments, dites Règles PS92*. Association française de normalisation, 1995.
- [16] M. ZACEK. *Construire parasismique*. Éditions parenthèses, 1996.

Ductilité des structures en béton armé. Mémoire d'ingénieur CNAM, Paris 2012.

Résumé

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à la ductilité des structures en béton armé. La connaissance et la maîtrise du comportement dynamique et de la ductilité d'une structure soumise à des sollicitations sismiques conditionnent le dimensionnement en béton et armatures. Ceci afin de répondre à des objectifs de résistance et/ou de dissipation d'énergie, mais aussi à des économies d'acier.

À travers les aspects techniques et réglementaires liés à la réponse sismique (PS92 et EC8), et à partir d'une analyse paramétrique du coefficient de ductilité en courbure ainsi que d'une analyse des critères de ductilité locale, nous montrons que les dispositions réglementaires rendent difficile la justification de grandes valeurs du coefficient de comportement, et peuvent dans certains cas, placer les structures conçues avec la classe DCH hors champ économique.

Mots clés : Ductilité, séisme, béton armé, contreventement, murs, portiques, courbures, confinement, plastification, PS92, EC8.

Abstract

In this paper, we focus on the ductility of the reinforced concrete structures. Knowledge and control of the dynamic behavior and ductility of a structure subjected to seismic hazard condition sizing of concrete and reinforcement. This, in order to meet resistance and/or energy dissipation criteria, but also in order to reduce steel amount.

Through the technical and rules prescriptions aspects related to the seismic response (PS92 and EC8), and from a parametric analysis of the curvature ductility factor and an analysis of local ductility relevance criteria, we show that rules prescriptions can make high values of behavior factor unreachable, and in some cases, make any DCH reinforced concrete conception unworkable in terms of economic costs.

Keywords : Ductility, earthquake, reinforced concrete, walls, frames, curvature, confinement, plastification, PS92, EC8.