



HAL
open science

L'entrée dans la numération par les groupements par 10

Margot Bawol

► **To cite this version:**

Margot Bawol. L'entrée dans la numération par les groupements par 10. Education. 2015. dumas-01174190

HAL Id: dumas-01174190

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01174190v1>

Submitted on 8 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2014-2015

**UE3 MÉMOIRE
SEMESTRE 4
SESSION 1**

Intitulé : L'entrée dans la numération par les groupements par 10

Prénom et Nom de l'étudiant : Margot Bawol

Site de formation : Villeneuve d'Ascq
Section : 1

Prénom et Nom du directeur de mémoire : Daniel Dubois



SOMMAIRE

INTRODUCTION	3
I) RÉFLEXION THÉORIQUE	5
1) Problématique.....	5
2) Les notions mathématiques en jeu.....	5
3) Qu'apprendre à nos élèves ?.....	6
a) Les programmes.....	6
b) Pour aller plus loin : enjeux d'apprentissage.....	6
4) De la maternelle à l'école élémentaire : difficultés des élèves.....	7
II) GROUPEMENTS ET ÉCHANGES	9
1) Les groupements.....	9
a) Définition.....	9
b) Avantages et difficultés des élèves.....	9
2) Les échanges.....	10
a) Définition.....	10
b) Avantages et difficultés des élèves.....	10
III) PARTIE MÉTHODOLOGIQUE	12
1) Hypothèses de départ.....	12
2) Démarche générale.....	12
3) Recueil des données.....	14
a) Les manuels de l'élève.....	14
b) Les guides du maître.....	20
4) Analyse des résultats.....	22
a) La taille des collections : un critère non déterminant.....	22

b) Des différences dans la place laissée aux stratégies de l'élève.....	22
c) Différents moyens d'aborder la compréhension des groupements et l'écriture des nombres.....	24
d) Bilan.....	25
IV) PARTIE PROFESSIONNELLE : ANALYSE RÉFLEXIVE.....	27
1) Une meilleure compréhension des difficultés actuelles de mes élèves.....	27
2) Réflexion sur ma pratique future.....	27
3) Limites.....	28
CONCLUSION.....	30
BIBLIOGRAPHIE.....	31
ANNEXES	
Annexe 1 – Photographies des différents matériels de numération rencontrés	
Annexe 2 – Outil de recueil des données	

INTRODUCTION

J'ai choisi de m'intéresser à l'entrée dans la numération au CP, et plus précisément aux situations amenant à réaliser des groupements réguliers par 10 afin de simplifier le dénombrement et de permettre la compréhension du système de numération. Bien que je sois en charge à mi-temps d'une classe de CM1-CM2 cette année, j'ai fait le choix de ne pas modifier mon sujet de recherche pour autant, puisque c'est cette construction de la numération qui m'intéresse particulièrement. Elle permet en effet d'expliquer certaines difficultés de mes élèves actuellement. En effet, les lectures faites aux semestres précédents m'ont bien fait prendre conscience de tout l'enjeu de cette entrée dans la numération par les groupements par 10.

J'ai fait ce choix après avoir observé des situations en mathématiques lors de mes stages qui m'ont données envie de m'y intéresser ; c'est ce qui explique ma motivation.

Ces situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques observées en classe portaient, à des niveaux différents, sur les groupements réguliers par 10 et plus généralement sur l'introduction de la dizaine. Lors d'un stage dans une classe de CE2, j'ai pu observer l'utilisation des boîtes et valises de Picbille pour faire apparaître les unités, les dizaines puis les centaines. Dans la classe de CP dans laquelle j'ai effectué un deuxième stage, j'ai constaté une première approche de la dizaine et des groupements par 10 à l'aide de cubes emboîtés : les élèves possédaient des cubes par 10 et des cubes isolés et ils devaient montrer à l'enseignant les quantités demandées à l'oral.

Ces différentes méthodes m'ont amenées à la question : comment peut-on faire pour introduire en classe – notamment au cycle 2 – les groupements par 10 et la notion de dizaine qui en découle ?

De là, j'ai choisi de réaliser au semestre 1 une fiche de lecture sur ce thème afin d'apporter quelques premiers éléments de réponse à mon interrogation mais aussi pour avoir un point de départ à mon travail de recherche.

Par ailleurs, il faut savoir que les cours suivis en didactique des mathématiques dans le cadre de l'UE2 au semestre 1 ont conforté mon choix : j'ai trouvé intéressant de réfléchir à comment enseigner la numération et les nombres, une chose pouvant paraître évidente pour un adulte mais qui est extrêmement complexe chez les jeunes enfants.

Il s'agit selon moi d'un questionnement pertinent puisque les programmes présents dans le bulletin officiel n° 3 du 19 juin 2008 précisent pour le cycle des apprentissages fondamentaux : « les élèves apprennent la numération décimale inférieure à 1000. »

La notion d'apprentissage des groupements et échanges va demander un travail important à ce niveau et notamment en cours préparatoire. Même si les programmes n'en parlent pas clairement, on comprend que cet apprentissage va être à la base pour ensuite pouvoir plus facilement « comparer, ranger, encadrer ces nombres » et arriver au calcul.

Il faut savoir que le système de numération n'est pas encore installé en maternelle. Il s'installe en CP et CE1 ; c'est à ce moment que les élèves construisent les régularités, notamment grâce à la compréhension des groupements et échanges. Le cycle 3 permettra ensuite de généraliser et d'utiliser ces compétences dans des problèmes de plus en plus complexes.

Ce mémoire exposera donc mes réflexions théoriques dans un premier temps, puis ma démarche méthodologique ainsi qu'une analyse des résultats obtenus dans le but de trouver des réponses à mon questionnement de départ.

I) RÉFLEXION THÉORIQUE

Avant de mener cette réflexion théorique, la problématisation et le questionnement de départ seront explicités.

1) Problématique

De mes travaux réalisés en première année de Master et des observations décrites en introduction, je me suis posée la question de recherche suivante :

Comment amener les élèves à grouper par 10 pour dénombrer et par la suite comprendre l'écriture des nombres ?

De là découlent d'autres questionnements tels que : quelles situations sont mises en place en classe pour amener aux groupements réguliers par 10 ? Que permettent ces groupements ? En quoi le groupement permet-il de dépasser le comptage ? Comment faire le lien avec notre système de numération et l'écriture des nombres ?

J'ai pu observer différentes méthodes mais aussi différents matériels dans les classes, c'est pourquoi je me demande, dans l'éventualité d'être un jour devant des élèves de cycle 2, ce qu'il est possible de mettre en place afin d'amener à ces groupements et surtout comment faire le lien ensuite avec l'écriture des nombres et le calcul.

2) Les notions mathématiques en jeu

Ici, c'est le domaine de la numération qui est concerné par cette problématique, et plus particulièrement l'entrée dans le système de numération décimale au cycle 2 :

Notre système de numération décimale est un système :

- **de base dix**, c'est-à-dire que les groupements sont réguliers, par paquets de dix puis par paquets de paquets de dix... ;
- **positionnel**, ce qui signifie que la place du chiffre dans l'écriture du nombre a son importance (15 et 51 ne désignent pas la même quantité). La valeur d'un chiffre dépend donc de sa position dans l'écriture du nombre. Dans 21, le 2 désigne deux paquets de dix ;
- **qui possède un zéro** : ce zéro indique l'absence de groupement d'un certain ordre. Dans 305, il n'y a pas de paquets de dix isolés.

Ce système utilise les chiffres de 0 à 9 pour écrire tous les nombres. Notre système de numération orale présente quant à elle des irrégularités comme les mots-nombres onze, douze, seize...à la place de « dix-un, dix-deux, dix-six... » ou le nom des dizaines vingt, trente...à la place de « deux dix, trois dix... ». Ces irrégularités compliquent la compréhension du système écrit.

Comme ce système est de position, apparaît alors l'idée de groupements (par 10 parce qu'on a dix doigts).

1) Qu'apprendre à nos élèves ?

a) Les programmes

Comme il en est fait référence dans l'introduction, les instructions officielles (bulletin officiel n° 3 du 19 juin 2008) précisent pour le cycle des apprentissages fondamentaux : « les élèves apprennent la numération décimale inférieure à 1000. »

La numération décimale est une notion très large qui sous-entend un premier travail sur les groupements et les échanges nécessaire pour ensuite « comparer, ranger, encadrer ces nombres » et arriver au calcul.

b) Pour aller plus loin : enjeux d'apprentissage

Les documents d'accompagnement des programmes de 2008 précisent que les enjeux des situations d'échange et de groupement sont avant tout la compréhension de notre système de numération de position, et donc la connaissance de la valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans le nombre et l'apprentissage de l'écriture des nombres.

Cette connaissance de la valeur du chiffre en fonction de sa position sera très importante pour ensuite entrer dans le calcul. Ces documents d'accompagnement mentionnent d'ailleurs : « L'apprentissage du calcul et celui de la numération décimale ne peuvent se faire que conjointement : les procédures de calcul se nourrissent de la connaissance de la numération mais en même temps lui donnent du sens. »

Par ailleurs, la compréhension des groupements permettra de dénombrer des quantités importantes. Ces activités seront à mettre en place en premier pour amener le vocabulaire associé et permettre une première compréhension du système de numération.

L'ouvrage *Apprentissages numériques et résolution de problèmes* (Colomb, 2005) précise également que les groupements par dix permettent de donner du sens aux chiffres utilisés

dans l'écriture du nombre. On amène les élèves à savoir lire le nombre et à savoir la quantité à laquelle il correspond.

Il est nécessaire de faire comprendre le rôle des groupements et des échanges (« Lorsque j'échange dix éléments contre un « UN », ce « UN » vaut 10. »). Il ne faut pas se contenter de décomposer des nombres en fonction des dizaines. L'important est donc de manipuler de vrais objets tout en verbalisant pour se créer de meilleures représentations mentales.

Cet ouvrage de Colomb précise, comme il l'a été dit, qu'en plus de la capacité à écrire les nombres, ce travail sur les groupements par dix sera essentiel pour le calcul et la compréhension du fonctionnement des techniques opératoires. Il ajoute que ces groupements vont donner du sens aux retenues, c'est-à-dire aux paquets de dix ou de cent supplémentaires que l'on obtient en additionnant les unités des différents ordres.

On passe donc bien par un premier travail sur le codage pour comparer des quantités relativement importantes puis par un travail sur le codage pour calculer. Le codage, et donc l'écriture des nombres grâce à la compréhension de la valeur des chiffres qui le composent, est donc primordial.

1) De la maternelle à l'école élémentaire : difficultés des élèves

À l'école maternelle, dénombrer une quantité passe par le comptage et le surcomptage. Un élève ne sachant pas lire le nombre 12 peut se référer à la suite numérique et compter à partir de 1. La valeur des chiffres dans l'écriture du nombre n'est pas connue.

Dès le CP, on arrive au calcul grâce au codage et à cette fameuse compréhension du système de position. Les élèves comprennent et entrent dans un système organisé. Ce passage de la maternelle à l'élémentaire, ayant des objectifs différents, peut être à l'origine des difficultés des élèves.

Dans leur article faisant suite à une expérimentation sur le dénombrement et le codage de quantités faite en classe de CP, Christine Aigoïn et Valérie Guebourg (2004) relèvent un certain nombre de difficultés d'élèves qui sont aussi selon elles liées au passage maternelle/élémentaire. Pour elles, les élèves de CP s'appuient sur ce qu'ils savent déjà pour dénombrer, c'est-à-dire qu'ils utilisent le comptage terme à terme utilisé en maternelle. Dans d'autres cas, ils groupent mais pas par 10 et ne donnent pas de sens au groupement par 10. On constate également des difficultés liées à la comptine numérique, qui est certes connue, mais pas comprise ainsi que des difficultés liées au codage des grandes quantités. Les élèves n'ont donc pas compris les principes de construction de notre

numération ; ils ont des difficultés à faire le lien entre la désignation orale et l'écriture des nombres.

La difficulté des élèves à mettre en place et comprendre les groupements par 10 peut parfois venir de l'enseignant et notamment de la formulation de sa consigne comme le montrent Pascale Masselot, Line Numa-Bocage et Isabelle Vinatier dans leur article (2011). Celles-ci ont analysé une séance mise en place dans une classe de CP qui avait pour objectif de faire comprendre aux élèves que l'utilisation des groupements par 10 est plus efficace que le dénombrement un à un. Les élèves ont donc à dénombrer une quantité de jetons ; l'enseignante précise dans sa consigne « je vous propose qu'on essaye de les ranger pour pouvoir les compter ». Elle reformule plusieurs fois sa consigne en disant qu'il faut les ranger dans des boîtes. Elle demande alors combien de boîtes il faudra. Elle induit énormément l'activité qui n'est cependant pas efficace étant donné que les élèves ne font pas les liens entre dénombrement, rangement et groupements. Par ailleurs, la quantité à dénombrer n'étant pas importante (38 jetons) certains élèves savent dénombrer en utilisant le comptage. Ils n'effectuent donc les groupements dans des boîtes que dans un deuxième temps, ce qui n'a plus le même intérêt. Les élèves réalisent des groupements pour répondre aux attentes de la maîtresse.

Cela m'interroge donc quant à mon analyse des manuels puisque j'ai déjà constaté que des exercices imposent dans la consigne de grouper par 10 pour dénombrer la collection. Or, si on l'impose sans que ce soit compris par les élèves, y-a-t-il un réel intérêt ?

Lors de mon analyse théorique, deux termes sont apparus de manière récurrente : groupements et échanges. Ces notions sont, selon moi, importantes et indispensables à distinguer pour analyser de manière efficace les différentes tâches que l'on peut donner aux élèves.

II) GROUPEMENTS ET ÉCHANGES

Les activités que l'on propose aux élèves pour amener à la compréhension du système de numération sont de deux types : les activités de groupement et les activités d'échange.

1) Les groupements

a) Définition

Il s'agit des situations de dénombrement qui consistent à regrouper les éléments par paquets de dix puis par paquets de paquets de dix. Ainsi, dix jetons peuvent être mis dans un sachet transparent : on conserve tous les éléments mais ceux-ci sont regroupés. Cela permet aux élèves de mieux comprendre l'écriture du nombre (par exemple, dans 25 il y a deux paquets de dix et cinq éléments isolés ; les paquets de dix étant clairement représentés par les sachets).

Pour effectuer ces activités de groupement, les cubes emboîtables peuvent alors être utilisés, tout comme les buchettes regroupées par dix à l'aide d'un élastique ou les jetons dans des sachets transparents.

Les variables seront ici évidemment la taille des collections à dénombrer (de plus en plus grande) mais aussi le fait de disposer d'objets manipulables ou non, que l'on peut alors grouper physiquement en paquets de dix.

b) Avantages et difficultés des élèves

Comme il l'a été dit, les groupements permettent de mieux comprendre l'écriture des nombres puisque les paquets de 10 représentés correspondent ensuite à une dizaine. L'avantage des groupements est qu'ils permettent un dénombrement efficace tout en rendant visibles les « paquets » réalisés.

Cependant, il n'est pas toujours évident pour les élèves de comprendre ces groupements par 10. Certains sont alors tentés de faire des paquets de 6, de 7, de 9, etc., et ce de manière irrégulière. Il est indispensable de faire comprendre le pourquoi de ces paquets de 10.

1) Les échanges

a) Définition

Les situations d'échange consistent à échanger dix éléments contre un seul qui a alors la même valeur. Elles font alors apparaître la différence entre quantité et valeur que les élèves ne perçoivent pas facilement : certains préféreront avoir 10 pièces de 1 € plutôt qu'un seul billet de 10 €.

Le matériel fréquemment utilisé pour mettre en œuvre ces situations est l'abaque : dès que l'on a 10 boules sur un mât, on les remplace par une seule sur le mât juste à gauche. Chacun des mâts peut alors être associé aux unités, dizaines et centaines. C'est le même principe qui est utilisé dans les jeux du banquier par exemple. On utilise également des plaques, des cartes identiques d'aspect mais avec les écritures 1, 10, 100 qui leur donnent des valeurs différentes.

Ces situations d'échange varient et se complexifient, notamment par la trace que laisse cet échange. Par exemple, lorsque j'échange dix pièces de 1 € contre un billet de 10 €, ce dernier laisse une trace de sa valeur : je constate sur celui-ci qu'il vaut 10 alors que les pièces valaient 1. Par contre, lorsqu'on en arrive à des jeux du banquier où il s'agit d'échanger dès qu'on les possède dix jetons rouges contre un seul jaune qui vaut alors 10 mais sur lequel rien n'est écrit, plus aucune trace n'est laissée. Dans le jeu du banquier, l'échange se fait grâce au matériel mais il n'y a pas de codage chiffré.

b) Avantages et difficultés des élèves

Les situations d'échange permettent de distinguer la quantité et la valeur, et c'est cette valeur du nombre qu'il est important de comprendre pour entrer dans la numération décimale et la compréhension de notre système de numération. Lorsque j'échange dix jetons contre un, je suis amené à comprendre que ce dernier – et donc la dizaine – a la même valeur que les dix premiers jetons (les unités).

Cependant, cette mise en avant de la valeur par rapport à la quantité est difficile à comprendre pour certains élèves qui préféreront toujours posséder dix jetons plutôt qu'un seul valant dix puisqu'ils privilégient la quantité. Certains élèves accorderont plus de valeur à six jetons valant « un » qu'à un seul valant « dix ». C'est le nombre d'éléments qui compte seulement.

Contrairement aux groupements où l'on disposait dix éléments dans un sachet transparent pour former un paquet, il n'y a pas de trace visible de la quantité dans les échanges. Cela

peut être une étape difficile pour certains élèves mais c'est pourtant vers ces échanges que les groupements doivent amener afin de comprendre la valeur des nombres et donc ensuite la valeur des chiffres en fonction de leur position dans le nombre.

I) PARTIE MÉTHODOLOGIQUE

1) Hypothèses de départ

Avant de commencer un travail de recherche et d'analyse, j'ai quelques hypothèses en tête qui sont celles qui m'ont incitée à m'intéresser à ce sujet.

Tout d'abord, j'imagine, notamment d'après ce que j'ai observé en stage et dans divers manuels, différentes manières de penser des situations ayant pour but d'amener les élèves à grouper par dix pour dénombrer. J'entends par situations différentes activités, avec différentes consignes données et différents matériels utilisés.

Je pense trouver des méthodes plus inductives que d'autres, c'est-à-dire certaines imposant les groupements et d'autres laissant plus de temps de recherche, de tâtonnement. Cela revient aux consignes données, auxquelles je vais m'intéresser par la suite. Je pense observer des situations qui demandent à l'élève de grouper avant même qu'il y ait pensé lui-même.

D'un autre côté, j'imagine aussi trouver différentes progressions : certains manuels commencent peut-être par d'autres groupements (par 5 notamment), d'autres feraient un lien plus direct avec l'écriture du nombre et le calcul, etc.

Afin de tester ces hypothèses et surtout d'obtenir des réponses véritables, j'ai mis en place une démarche, une méthodologie me permettant de recueillir des données dans le but de les analyser. La suite de ce dossier présente cette démarche jusqu'à l'analyse de mes résultats et une ouverture plus large en réponse à ma problématique.

2) Démarche générale

De manière générale, j'ai choisi de m'intéresser plus particulièrement à comment est introduite la notion de groupements dans les manuels. Mon recueil de données se fera donc dans des manuels et guides du maître de CP. J'ai déjà pratiqué l'observation dans les classes lors d'un travail de recherche dans le cadre de ma licence en Sciences de l'Éducation. J'ai été amenée à construire mes outils et grilles d'observation et à les analyser. Cette fois, j'ai décidé de m'appuyer sur des contenus de manuels scolaires afin de

mettre en évidence différentes méthodes, différents choix didactiques possibles pour amener et construire cette notion avec les élèves.

Mon objectif est de comparer les quatre manuels de CP suivants : *J'apprends les maths avec Picbille* (Brissiaud, 2004), *Euro Maths* (Peltier, Briand, 2011), *Vivre les Maths* (2008) et *Pour comprendre les mathématiques* (2008). Je souhaite surtout observer les façons d'amener les élèves à grouper pour faciliter le dénombrement et voir comment le lien est fait avec la compréhension du système de numération.

Avant cette phase d'analyse des manuels, j'ai effectué une première analyse du matériel de numération utilisable en classe afin de comprendre grâce à quel matériel il est possible d'introduire et de travailler cette notion en classe. J'ai observé que ce matériel lui-même incite plus ou moins aux groupements.

Il existe d'abord des cubes, soit emboîtables, soit non emboîtables (*cf.* annexe 1 – photos 1 et 2). Les cubes emboîtables sont déjà un premier inducteur de groupements : les élèves sauront plus rapidement les associer pour former des groupes (bâtons). C'est presque un réflexe lorsqu'on manipule ces cubes. Il est plus difficile de penser à faire des paquets avec des cubes isolés.

J'ai également retrouvé les boîtes de Picbille (photo 3) ainsi que les planches à trous (photo 4). Les premières induisent une suite, un ordre (5 jetons, puis 5 autres, les uns à la suite des autres). Les secondes sont présentées sous forme de constellations.

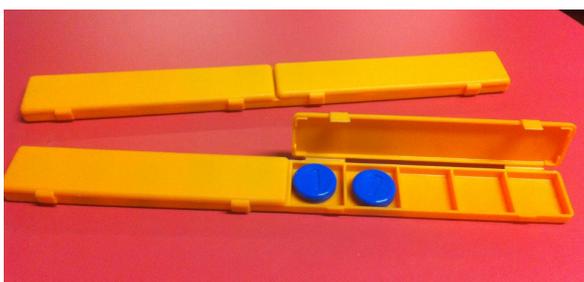


Photo 3 : boîtes de Picbille

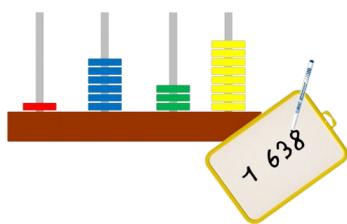


Photo 4 : planches à trous

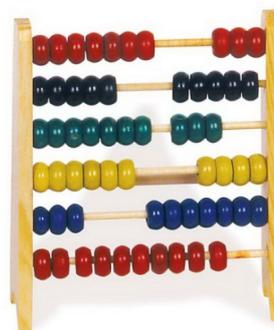
Ces deux types de matériel sont inducteurs de groupements, certes d'abord par 5 mais surtout par 10, puisque les emplacements pour disposer les jetons sont préexistants.

On rencontre également des bâtonnets, comparables à des allumettes (*cf.* Annexe 1 – photo 5) qui permettent de demander par exemple de dénombrer une quantité sans savoir compter jusque-là (100 par exemple). On amène alors l'obligation de faire des paquets contenant un nombre moins important d'éléments. Ces étapes intermédiaires pour dénombrer sont une forme de groupement qui est induit par la consigne.

Au niveau du matériel que j'ai pu observer, j'ai également rencontré des abaqués et des bouliers qui permettent, eux, de travailler les échanges (1 pour 10).



Abaque



Boulier

L'analyse de ce matériel m'a permis de mettre en évidence un facteur d'incitation aux groupements et donc de mieux cerner mon analyse des manuels qui suit.

3) Recueil des données

a) Les manuels de l'élève

Pour recueillir mes données, j'ai tout d'abord sélectionné quatre manuels dans lesquels j'ai retenu pour chacun les pages et chapitres portant sur mon sujet. La première étape de mon travail a été de relever les pages et exercices m'intéressant et me permettant de répondre à ma problématique. J'ai choisi de m'intéresser au manuel dans sa quasi globalité pour constater ce qui précède l'étape même des groupements par 10 (comme les autres groupements, etc...) et pour avoir une idée de ce à quoi cela mène (que va-t-on faire de ces groupements ?).

Une fois cette sélection faite, il a été question de les analyser, et surtout de les comparer. J'ai donc été amenée à construire mes outils de recueil permettant une comparaison rapide

et efficace. J'ai donc tout d'abord établi les critères que j'allais retenir et cibler pour mon analyse.

Je retiens donc les critères suivants, à savoir :

- le type de tâches proposées (s'agit-il de problèmes ou non ?) ;
- le matériel utilisé par le manuel ;
- les personnages présents dans ces manuels (ont-ils un rôle ?) ;
- la nature des situations (groupement ou échange ?) ;
- les types de groupements proposés (par 5, 10 ou autres...) ;
- la taille des collections ;
- la disposition des différents éléments ;
- la consigne qui est donnée (induit-elle les groupements ?).

J'ai regroupé ces critères dans un tableau à double entrée me permettant de comparer rapidement les différentes méthodes (cf. annexe 2 – tableau 1). Dans ce tableau, je relève ce qui me paraît caractéristique de chaque manuel. J'ai étudié ensuite plus en détails ce que disent les livres du maître en termes d'objectifs afin de mieux cerner les choix didactiques de chaque méthode. Ceci fait l'objet d'un second outil (présenté dans la suite du dossier).

Le premier jet de mon recueil se trouve dans les tableaux en annexe. Pour y voir plus clair, je vais reprendre critère par critère ce que j'ai constaté globalement dans les manuels avant d'analyser plus en détails les démarches didactiques se trouvant derrière.

En ce qui concerne le **type de tâches et la place des problèmes**, les quatre manuels adoptent un point de vue différent. Dans *Vivre les maths*, ils sont peu présents ; chez Picbille, les problèmes arrivent à la fin comme réinvestissement alors que dans *Euro Maths*, ceux-ci sont présents dès le début des différents chapitres et dans *Pour comprendre les mathématiques*, on les trouve aussi bien au début (procédures personnelles) qu'à la fin (procédures expertes).

Du point de vue du **matériel**, seul Brissiaud propose quelque chose de spécifique : les boîtes de Picbille. Les autres manuels ne prévoient pas l'utilisation d'un matériel particulier. Ils présentent simplement divers modes de représentation (plaques de 10 carreaux, sacs de billes, enveloppes...) que l'on peut imaginer manipuler réellement. *Euro Maths* propose cependant à la fin des « plaques de 10 » sous forme de petites cartes manipulables.

On trouve des **personnages** dans les divers exercices des différents manuels. Dans *J'apprends les maths*, Picbille et Dédé représentent eux-mêmes un mode de représentation des quantités : les boîtes de Picbille et les constellations de Dédé. Chez Euro Maths, les personnages proposent des méthodes et le but est de trouver la meilleure. Il y a également un suricate qui est présent pour apporter des précisions et faire des rappels. Dans les deux autres manuels, les personnages illustrent le plus souvent l'énoncé : ils n'ont pas un rôle prépondérant.

Une donnée intéressante concerne les **situations** rencontrées : s'agit-il de situations d'échange ou de **groupement** ? Deux manuels sur les quatre proposent des situations d'échange à la suite des situations de groupement ; il s'agit d'*Euro Maths* et de *Pour comprendre les mathématiques*. Les deux autres manuels ne présentent que des situations de groupements ; il n'y a pas de place faite aux échanges.

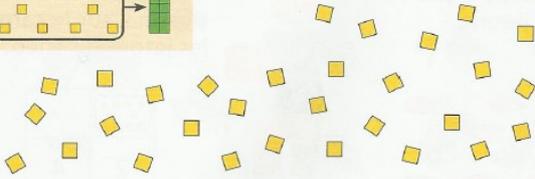
L'extrait suivant est un exemple de situation d'échange trouvée dans le manuel *Pour comprendre les mathématiques*. Ici, on échange dix jetons contre un, mais ce « un » laisse les dix unités visibles : ce ne sont pas « un » contre « un » identique.

Je cherche

Règle d'échange



Entoure par 10 les jetons de Théo.



Complète.
 Combien de  obtient-il en échange ?

Combien de  lui reste-t-il ?

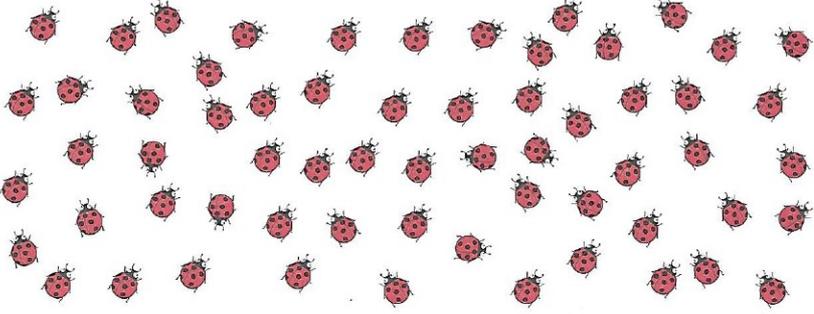
Nombre de jetons :

	
.....

Passons maintenant aux **types de groupements**, puisqu'ils sont présents dans les quatre manuels. Seul le manuel de Brissiaud passe par un groupement intermédiaire par 5. Les autres proposent d'emblée le groupement par 10, bien qu'*Euro Maths* et *Pour comprendre les mathématiques* laissent un temps de tâtonnement libre où l'on peut rencontrer d'autres groupements de la part des élèves, aléatoires ou non.

La **taille des collections** à dénombrer est sensiblement la même pour tous : elle tourne autour d'une soixantaine d'éléments, en allant de 50 à 69 maximum.

Il est en revanche intéressant d'observer la **disposition de ces éléments** notamment au début du manuel, avant que les groupements par 10 soient mis en place : *Euro Maths* les dispose de manière aléatoire, tout comme *Pour comprendre les mathématiques* au début de la notion. La disposition ne fait pas apparaître de paquets de 10. Chez Picbille et *Vivre les maths*, c'est différent : les éléments sont placés de manière à faire apparaître des « paquets » (soit de 10, soit de 5 d'abord chez Brissiaud).

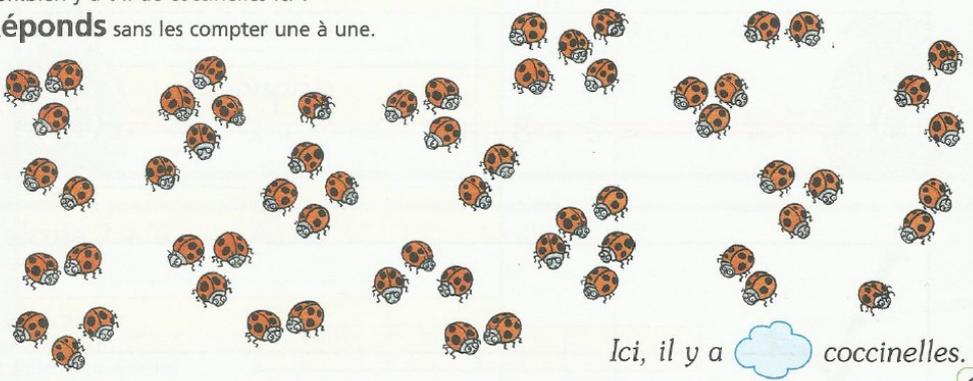


1 Quel est le nombre de coccinelles ?

2 Pour compter les coccinelles, Lilou les groupe par 10.
Combien de groupes de 10 coccinelles trouve-t-elle ?

Extrait d'*Euro Maths*

Combien y a-t-il de coccinelles ici ?
Réponds sans les compter une à une.



Ici, il y a coccinelles.

C

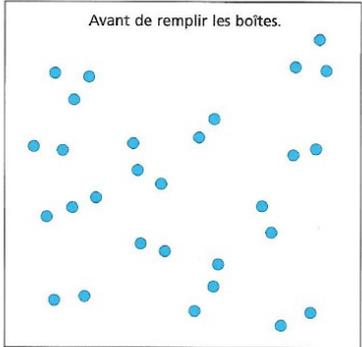
Extrait de *J'apprends les maths avec Picbille*

On constate clairement la différence de positionnement des coccinelles dans ces deux manuels. Chez Brissiaud, elles sont regroupées par cinq.

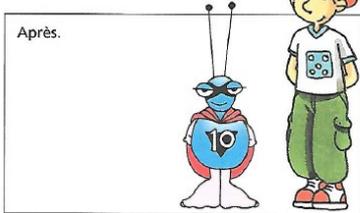
Enfin, concernant la **consigne** et son degré d'incitation aux groupements, j'ai constaté que *J'apprends les maths* et *Vivre les maths* sont les plus inducteurs au début. Les consignes de ces manuels proposent de « relier, grouper, entourer par groupes de 10 » les éléments pour dénombrer, comme le montrent les extraits suivants, assez significatifs.

Groupe les billes par 10, **dessine** les boîtes pleines et les billes comme Dédé et **réponds**.

Avant de remplir les boîtes.



Après.



Il y a boîtes pleines
 et billes comme Dédé.
 Il y a billes en tout.

Extrait de *J'apprends les maths avec Picbille*

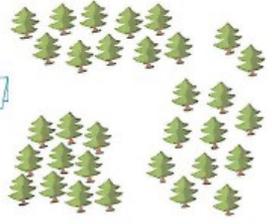
1 Groupe les moutons par 10, puis complète la phrase.



Dans ce troupeau de 24 moutons, on peut faire groupes de 10 moutons et il y a moutons qui ne sont pas groupés.

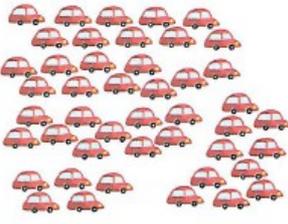
2 Entoure par paquets de 10, puis complète les phrases.

32



Avec 32 sapins, on peut faire paquets de 10 sapins et sapins ne sont pas groupés.

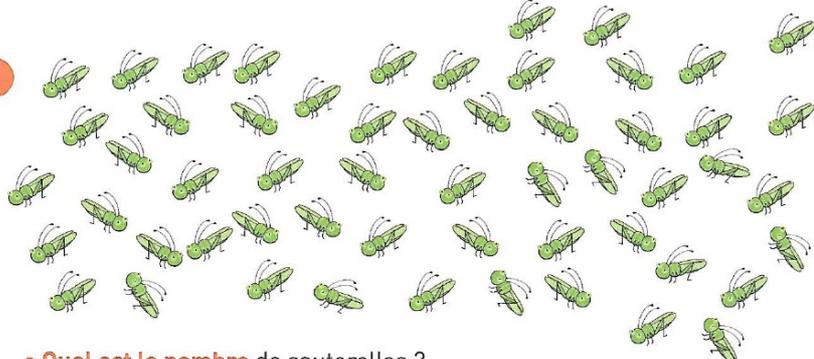
45



Avec 45 voitures, on peut faire paquets de 10 voitures et voitures ne sont pas groupées.

Extrait de *Vivre les maths*

Les deux autres manuels laissent plus de liberté dans la stratégie adoptée par l'élève. Après une phase de recherche individuelle, des personnages apparaissent pour proposer de faire comme eux c'est-à-dire de grouper par 10. Mais les consignes données restent très larges. Dans *Euro Maths*, la solution plus rapide (grouper par 10) est présente dans le même exercice. Dans *Pour comprendre les mathématiques*, on demande d'abord à l'élève de proposer une stratégie personnelle ; la proposition de grouper par 10 fait l'objet d'un autre exercice.



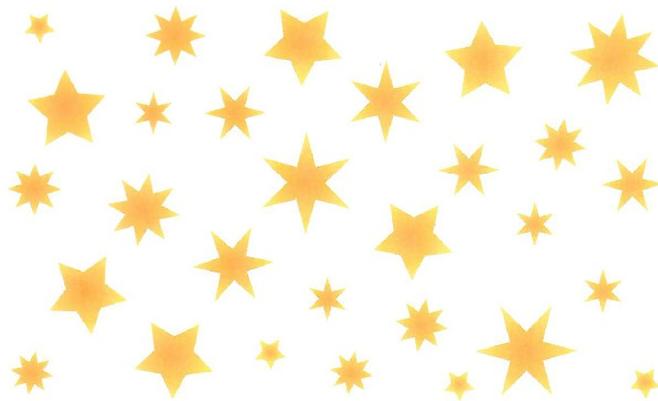
• **Quel est le nombre** de sauterelles ?

• Pour compter les sauterelles, Paco les groupe par 10.

Combien de groupes de 10 sauterelles trouve-t-il ?

Extrait d'*Euro Maths*

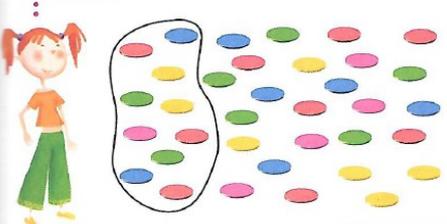
Quel est le nombre d'étoiles ?



Nombre d'étoiles :

Je cherche

Combien de jetons Léa possède-t-elle ?
Elle fait des paquets de 10 jetons.
Continue son travail.



Complète le tableau.

	
.....

Léa possède jetons.

Extraits de *Pour comprendre les mathématiques*

a) Les livres du maître

Pour étoffer mon recueil de données et ainsi mieux comprendre ce que j'ai pu observer dans les manuels des élèves, je me suis intéressée dans un deuxième temps aux guides du maître associés à ces manuels. En ce qui concerne cette analyse, j'ai consulté les pages relatives aux chapitres retenus dans les manuels et j'ai relevé de manière rédigée dans un

second tableau (présenté ci-dessous) des éléments marquants et significatifs. Je vais reprendre ici ces quelques points importants.

Tableau 2 : Ce que disent les livres du maître

<p><i>J'apprends les maths avec Picbille</i></p>	<p>Le livre du maître précise que la méthode utilise un « mode de représentation des nombres qui privilégie le groupement intermédiaire de 5 » (on évite au maximum de compter un à un et cela permet de créer des représentations mentales).</p> <p>Puis on trouve de nouveaux modes de représentation des quantités (toujours par 5) : points de la face 5 du dé, doigts, boîtes...)</p> <p>On utilise d'ailleurs les constellations : « double cinq » pour 10.</p> <p>On masque les 10 unités (couverts sur les boîtes pleines) pour ne plus les compter une à une. Une boîte pleine correspond à un groupement de 10 billes. Les éléments isolés (non groupés par 10) sont représentés par les constellations des dés : mariage de deux modes de représentation.</p> <p>Cela permet d'arriver à la compréhension du « rapport entre le groupement de 10 et l'écriture positionnelle des chiffres en dizaines et unités. »</p>
<p><i>Euro Maths</i></p>	<p>Le début du manuel propose des activités de dénombrement 1 à 1 puis terme à terme.</p> <p>Lorsque les groupements par dizaines sont abordés (dès la période 2), le comptage 1 à 1 est toujours possible au début d'après les objectifs du guide du maître. Puis on évolue en précisant « sans retour au comptage 1 à 1. »</p> <p>On est d'emblée dans l'échange 1 contre 10 avec les plaques puis avec la monnaie (10 pièces de 1€ contre un billet de 10 €).</p> <p>On arrive à la compréhension de la valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans le nombre (une plaque correspond à une dizaine). On va décomposer les nombres en dizaines et unités.</p> <p>Il y a bien une progression : on passe du dénombrement de petites collections désorganisées à des collections plus importantes mais organisées puis à des collections importantes mais désorganisées.</p>
<p><i>Vivre les maths</i></p>	<p>Le guide du maître précise qu'il faut « présenter plusieurs images de 10 ». On les retrouve dans le manuel (sacs de billes, enveloppes, dominos et constellations, doigts, cubes emboîtables...).</p> <p>On insiste sur le 10 puisqu'il est important pour la suite mais il est d'abord étudié comme les chiffres précédents.</p> <p>On ne parle pas tout de suite de dizaines mais bien de « groupes de 10 » et d' « éléments non groupés ».</p> <p>Le passage à la compréhension de la valeur d'un chiffre en</p>

	<p>fonction de sa position fait suite à cette étape. Une fois cela compris, on peut comparer des nombres.</p> <p>Par la suite, on approfondit chaque nombre après 10 (11, 12, 13, 14...).</p>
<i>Pour comprendre les mathématiques</i>	<p>Dès le début du manuel, le guide du maître propose le comptage un à un ou les groupements pour dénombrer les petites quantités.</p> <p>Il est proposé de commencer par une « leçon ouverte » au moment de laquelle les élèves ne connaissent pas la stratégie de groupements par 10. Cela permet d'observer leurs stratégies et de voir où ils en sont.</p> <p>Puis les groupements par 10 et les échanges « 10 contre 1 » sont amenés pour ensuite aboutir à la compréhension du système de numération.</p>

Chaque manuel propose des stratégies différentes mais tous dans le but d'aboutir à la compréhension de la valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans le nombre.

Brissiaud privilégie le passage par les groupements par 5 afin de se créer des représentations mentales et éviter au maximum le comptage un à un. Le fait de mettre des couvercles pour masquer les 10 unités contribuent également à ce « non-comptage » un par un. Il favorise des modes de présentation organisés (constellations).

Chez *Euro Maths*, le comptage un à un existe encore au début, puis il est « interdit ». Les échanges arrivent très vite et permettent d'entrer rapidement dans la compréhension de ce qu'est la dizaine (la plaque de 10).

Vivre les maths met l'accent sur ce « 10 » en en proposant des représentations très variées comme il est décrit dans le tableau ci-dessus. Le passage à la dizaine n'arrive que plus tard.

Pour comprendre les maths propose une méthodologie où, au début, l'élève est libre de proposer ses propres stratégies (le comptage un à un est donc encore permis mais les groupements peuvent déjà apparaître en début de notion). Ces derniers sont amenés ensuite par le manuel.

Il est question par la suite d'analyser plus en détails ce que j'ai relevé : quelles sont les intentions des différents manuels ?

Je souhaite effectuer une comparaison critère par critère, même si en relevant mes données dans les manuels, j'ai déjà pu observer certaines ressemblances ou au contraire différences entre les méthodes. Il m'intéresse de voir en quoi certains manuels se ressemblent ou, au contraire, divergent. Je vais tenter de comprendre pourquoi tels ou tels choix ont été faits.

Il s'agit pour moi de comprendre l'objectif général de chaque méthode et d'essayer de voir comment elles amènent concrètement aux groupements. Je me questionnerai ensuite sur les « effets » de ces choix didactiques sur les élèves. J'essayerai d'envisager des « points positifs et négatifs » à chacune d'elles en fonction de ce qu'elles peuvent induire ou non chez les élèves de cet âge.

2) Analyse des résultats

Le recueil des données selon les critères définis m'a permis d'avoir une première approche de différentes méthodes, différents choix didactiques pour traiter d'une même notion : grouper par dix pour dénombrer des grandes collections et ensuite comprendre, grâce à la dizaine, l'écriture des nombres dans notre système de numération.

a)La taille des collections : un critère non déterminant

Je commencerai par analyser le critère qui ne me permet pas de distinguer les méthodes entre elles : la taille des collections. J'avais pour idée qu'une collection vraiment plus importante (comprenant un nombre d'éléments plus important que là où en sont des élèves de CP au niveau de la comptine numérique) pouvait avoir un rôle dans la nécessité de grouper pour dénombrer, étant donné qu'on se retrouve bloqué à un moment donné par le comptage un à un. Cependant, tous les exercices des différents manuels proposent des collections allant jusqu'à une soixantaine d'éléments maximum. Ce n'est donc pas sur ce critère que les manuels divergent en proposant des méthodes différentes.

b)Des différences dans la place laissée aux stratégies de l'élève

Je constate cependant des distinctions au niveau des autres critères observés mais aussi de par ce qui est dit dans les guides du maître. En effet, ce qui m'intéresse plus particulièrement, c'est de m'apercevoir que pour certains, grouper est un passage imposé par le manuel et les consignes inductives, tandis que pour d'autres, la proposition de grouper les éléments pour dénombrer peut venir directement des élèves grâce à des exercices beaucoup plus libres au niveau des consignes.

Ainsi, *J'apprends les maths avec Picbille* est une méthode plutôt inductive, sans doute celle qui l'est la plus des quatre analysées. En effet, les consignes indiquent souvent la marche à suivre (« groupe, relie, compte comme Dédé... »), les éléments des collections importantes sont disposées de manière à faire apparaître des « paquets » de 5 objets, et, de

plus, le matériel utilisé avec ce manuel (boîtes de Picbille) est un élément supplémentaire qui impose une manière de faire aux élèves. Je complète les boîtes, je mets le couvercle et j'ai ainsi une dizaine. J'ai également remarqué que les personnages présents dans les différents exercices de ce manuel sont inducteurs d'une façon de faire : je vois Dédé, j'utilise les constellations comme celui-ci... Chez Brissiaud, ces constellations sont importantes pour permettre à l'enfant de se créer des représentations mentales et ainsi éviter de passer par le comptage. C'est pour cela que les groupements sont introduits très tôt, d'abord par 5, puis par 10.

À l'inverse, le manuel *Pour comprendre les mathématiques* laisse une place importante aux stratégies de l'élève. Les problèmes sont très présents dans cette méthode et ceux-ci apparaissent donc de deux manières différentes : soit en début de notion pour faire émerger les « procédures personnelles », soit en fin de notion pour appliquer la « procédure experte ». Il y a une progression visible dans les chapitres et cela permet de faire apparaître la notion de groupements grâce aux propositions des élèves dans ces problèmes pour « procédures personnelles ». Si les groupements ne sont pas proposés par les élèves, ce sont, dans cette méthode, des personnages qui les amènent par la suite comme on peut le voir dans les extraits de manuels sélectionnés dans la partie précédente. Les consignes présentent un personnage qui fait des paquets de dix et on propose aux élèves de faire la même chose ensuite.

Chez *Euro Maths*, on retrouve un peu le même principe d'arrivée aux groupements par la méthode de personnages de manuels qui « font comme ça », et c'est ensuite aux élèves de « faire comme » ceux-ci. *Euro Maths* rejoint *Pour comprendre les mathématiques* en différents points. Un espace de liberté est laissé aux élèves pour dénombrer des grandes collections sans être invités, tout de suite, à grouper. Puis la notion de groupements est proposée par un personnage. Là encore les éléments des collections sont disposés de manière aléatoire ce qui n'induit pas les élèves à grouper obligatoirement. Cette méthode peut également faire émaner les groupements des élèves eux-mêmes et de leurs stratégies. Dans ces deux manuels dernièrement cités, aucun matériel n'est utilisé pour amener aux groupements. Cependant, dans les situations d'échanges figurant dans la suite de ces manuels, des « plaques de 10 » apparaissent. Celles-ci se présentent sous forme de plaques sur lesquelles les 10 carreaux « unités » apparaissent encore (elles sont présentes à la fin du manuel sous forme de petits cartons). On n'est pas dans le même système que Brissiaud où, lorsqu'une boîte est fermée, on ne visualise plus les jetons à l'intérieur. On constate là encore la volonté de Brissiaud d'éviter le comptage. Le « matériel » des deux autres

manuels mentionnés ne permet pas une réelle « abstraction » de la dizaine. La notion de valeur plutôt que de quantité est difficilement perceptible puisqu'on ne trouve pas deux objets de formes quasi identiques : l'un pour les unités, l'autre pour les dizaines.

Vivre les maths rejoint en un sens Brissiaud de par le travail proposé sur les différentes représentations du 10 (images mentales), mais aussi du fait des consignes et dispositions d'éléments très inducteurs, amenant à grouper sans laisser d'autres options. Comme il a été relevé dans la partie précédente de recueil des données, ce manuel propose des situations où on demande à l'élève de grouper sans lui laisser d'autres possibilités et, de plus, les éléments sont déjà disposés en paquets de dix visibles à première vue (comme c'est le cas dans l'exercice relevé où il s'agit de compter les moutons).

c) Différents moyens d'aborder la compréhension des groupements et l'écriture des nombres

Pour *Euro Maths*, il est intéressant de constater que des situations d'échanges (10 contre une plaque de 10) sont présentes avant la notion d'organiser par « paquets » pour dénombrer les grandes collections. Les élèves ont donc déjà travaillé sur la dizaine et la signification de cette plaque de 10 pour écrire le nombre correspondant.

Globalement, pour que ces groupements amènent à une compréhension de l'écriture des nombres et notamment de la valeur des chiffres en fonction de leur position dans le nombre, les manuels passent par le tableau dizaines/unités. C'est le cas de *Pour comprendre les mathématiques* et *Vivre les maths*. *J'apprends les maths* et *Euro Maths* utilisent le matériel manipulé précédemment (boîtes pleines et plaques de 10). Ces éléments représentent la dizaine et on décompose ainsi : $10 + 10 + 10 \dots$. Chez Brissiaud également on propose, après avoir travaillé sur la dizaine, des situations pour dénombrer en groupant par 10. Ainsi ce « dix » est sans doute mieux compris par les élèves puisqu'il représente quelque chose pour eux.

De manière globale, Picbille et *Euro Maths* effectuent un travail sur la dizaine avant d'arriver aux grandes collections pour dénombrer, ce qui n'est pas le cas pour les deux autres manuels qui partent de ces groupements pour amener au tableau dizaines/unités.

d) Bilan

Globalement, de manière plus ou moins forte, les manuels analysés amènent aux groupements en les proposant de manière quasi obligatoire aux élèves. Il est très rare que la possibilité de grouper vienne d'eux. Ceci est un peu contraire à ce que j'avais comme

idée avant de commencer ce travail et après avoir lu certains articles, comme celui sur le passage du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers (AIGOIN, GUEBOURG, 2014), où il était question de proposer des situations permettant aux élèves d'arriver par eux-mêmes à l'idée de grouper pour dénombrer et ainsi réaliser la tâche demandée. Ces lectures m'avaient fait réfléchir à des situations à proposer à des élèves pour les amener à réaliser par eux-mêmes la nécessité de « faire des paquets » pour dénombrer des grandes collections (c'est-à-dire grouper). Or, suite à mon travail d'analyse des manuels présenté ici, je me rends compte que ceux-ci ne sont pas dans la même optique, et ne prévoient pas spécialement de temps de recherche individuels pour faire émerger des stratégies d'élèves.

Ce travail sur les groupements est essentiel pour comprendre ensuite notre système de numération en base 10. Il est intéressant de remarquer que certains manuels utilisent ces groupements pour ensuite les transposer dans un tableau dizaines/unités et ainsi mettre en place l'écriture des nombres grâce à ces groupements, tandis que d'autres ajoute un travail sur la dizaine, notamment grâce au matériel, avant d'utiliser les « paquets de 10 » pour dénombrer.

Dans la suite de ces manuels, j'ai pu observer que le passage de la dizaine et les différentes opérations font suite à ce travail sur les groupements. On reprend souvent le tableau dizaines/ unités pour effectuer les premières additions, en prenant donc conscience des unités que l'on ajoute d'abord puis des dizaines.

Ce travail d'analyse m'a permis d'avoir un regard plus global sur les manuels bien que je sois restée centrée sur les critères retenus au moment du recueil des données. Les méthodes divergent en même temps qu'elles se rejoignent sur certains points. Si certaines laissent plus de libertés, d'autres sont inductives. C'est ce que je retiens principalement. Le matériel chez Brissiaud et dans *Euro Maths* joue un rôle important dans la compréhension du groupement par 10 et dans sa signification (on le manipule avant de l'associer à la dizaine du nombre).

La partie suivante de mon travail concerne cette fois une analyse me concernant plus directement, à propos de mon ressenti sur ces différentes méthodes et d'une éventuelle utilisation de celles-ci.

II) PARTIE PROFESSIONNELLE : ANALYSE RÉFLEXIVE

Il n'est pas effectivement possible pour moi d'avoir un retour sur une pratique professionnelle que j'ai pu avoir, étant donné que je n'ai pas pu expérimenter ces méthodes auprès d'élèves de CP. Je profiterai donc de cette partie pour m'interroger sur une éventuelle pratique à venir.

1) Une meilleure compréhension des difficultés actuelles de mes élèves

La rédaction de ce mémoire, et cette analyse des manuels de CP et notamment de la notion d'entrée dans la numération m'a tout de même permis de prendre conscience et d'analyser de manière plus efficace mes actuels élèves de CM1-CM2. En comprenant tout l'enjeu d'une bonne compréhension de notre système de numération dès le plus jeune âge, il est désormais pour moi plus facile d'analyser certains des comportements et difficultés de mes élèves. Pour certains, la multiplication par 10, 100 ou 1 000 est une notion très difficile à intégrer, mais si ceux-ci n'ont pas intégré ce que représentent la dizaine, la centaine et le millier, il est évident qu'ils ne peuvent pas entrer dans ce nouvel apprentissage. Lors d'un jeu en mathématiques effectués avec mes CM2 il y a quelques semaines, j'ai encore constaté qu'une élève n'était pas capable de donner rapidement une suite de nombre pour lesquels on ajoute une dizaine à la fois (« donner les trois nombres suivants : 152/162/172/182/.../.../... »). Le passage de la dizaine n'a pas été chose simple.

2) Réflexion sur ma pratique future

Maintenant, si je devais envisager ma pratique future et mes choix pour travailler cette notion avec une classe de CP, je pense pouvoir affirmer que je m'appuierai sans doute sur un manuel mais qu'avant tout, je proposerai des situations, créées par moi-même ou reprises de lectures et d'ouvrages à ce sujet, permettant aux élèves d'arriver aux groupements par eux-mêmes, irréguliers d'abord sans doute, puis réguliers et par dix pour amener progressivement à la compréhension de ce « 10 ». Pourquoi fait-on des paquets de 10 ? Que représentent-ils ?

L'étude de ces quatre manuels n'est certes pas un travail qui me permet d'appliquer dès aujourd'hui des méthodes en classe. Il m'a cependant permis de réfléchir aux difficultés de mes élèves actuels de cycle 3 comme je l'ai précisé précédemment, mais aussi de me projeter en quelques sortes sur ma pratique future. Les manuels sont-ils le seul moyen d'enseigner la numération ? Que faire dans ma classe pour que cette notion complexe soit

comprise par mes élèves sans que je leur amène la méthode « sur un plateau » mais plutôt en les laissant découvrir par eux-mêmes ? Si je me retrouve un jour face à une classe de cycle 2, et de CP notamment, je pense observer plus finement cette manipulation des groupements qu'ils font afin de m'assurer que ceux-ci soient compris et pas seulement réalisés « parce que c'est ce qui est demandé » comme j'ai pu le lire dans différents articles. J'ai pris conscience que certains élèves font des paquets de 10 pour dénombrer sans pour autant avoir compris la raison et l'intérêt de ces groupements par 10. Il est important d'expliquer cette étape. Les manuels proposent souvent aux élèves : « Léa compte ses billes en faisant des paquets de 10. Continue son travail pour trouver le nombre de billes. » Mais pourquoi ce 10 ? Quelle explication est donnée à ce moment-là pour permettre aux élèves de faire le lien avec la dizaine, puis avec l'écriture du nombre (si j'ai trois dizaines, je peux écrire 30) ?

Il est vrai que deux des manuels semblent travailler sur la dizaine avant même de l'utiliser pour dénombrer des grandes collections. Cependant, encore une fois, il est important de faire le lien entre ces dizaines imposées par la boîte de Picbille ou la plaque d'*Euro Maths* et sa signification dans le système de numération.

3) Limites

De mon point de vue, après avoir réalisé ce travail, j'apporterais une limite à celui-ci. En effet, les manuels, surtout au nombre de quatre, représentent une quantité importante d'informations, et la sélection des critères au départ ne m'a sans doute pas permise de prendre en compte tous les paramètres et d'analyser plus finement chacune des méthodes. Il aurait par ailleurs été appréciable de les voir fonctionner dans des classes pour en juger plus objectivement. J'aurais par ailleurs aimé pouvoir effectuer moi-même des tests dans des classes, en utilisant soit des extraits de ces manuels, soit des situations imaginées pour pouvoir comparer les réactions des élèves face à cela.

Finalement, ce travail m'a surtout permis de me poser des questions sur une pratique à venir et donc à envisager mon enseignement, des mathématiques en l'occurrence, de manière plus générale et ouverte, sans rester seulement focalisée sur mes élèves de fin de cycle 3. J'ai pu émettre des hypothèses sur des difficultés rencontrées chez des élèves de CM2. Je reviens également sur ce que j'ai vu faire en classe lors de mes stages d'observation, ces situations observées qui m'ont donné envie de m'intéresser à cette notion, dans ce niveau de classe. Je n'avais assisté qu'à une séance où les boîtes de Picbille

étaient utilisées mais je me rappelle surtout de cet enseignant qui travaillait avec les cubes emboîtables avec ses élèves : il utilisait un manuel dans de nombreux cas, mais faisait également manipuler les élèves avant de travailler la notion. Il les faisait très régulièrement présenter et verbaliser leurs stratégies pour que le maximum viennent d'eux.

CONCLUSION

J'ai recueilli mes données directement dans les manuels en retenant ce qui m'est apparu comme important par rapport à ma problématique. Le fait d'analyser les consignes, la taille et la disposition des collections, mais aussi le fait de rencontrer ou non beaucoup de problèmes ou de phases de recherche m'a permis de répondre à la question : « comment ces manuels font-ils afin d'amener les élèves à grouper pour dénombrer une collection ? »

Ce travail m'a du moins permis d'avoir une approche de ce que proposent différents manuels, parfois en contradiction avec ce à quoi je m'attendais ou ce que j'avais pu lire. Je peux cependant dire qu'il existe différentes manières de faire en partant de point de départ plus ou moins différents : l'utilisation d'un matériel spécifique, les stratégies des élèves eux-mêmes ou bien un travail sur les échanges préalable.

J'ai désormais quelques éléments de réponse à mon questionnement de départ : j'ai effectivement pris connaissance de diverses méthodes amenant les groupements réguliers et de différents moyens de faire le lien entre ceux-ci et la compréhension du système décimal de position, enjeu indispensable dans le niveau de classe étudié. Cependant, les manuels se rejoignent souvent entre eux et s'éloignent de conceptions et propositions issues de recherches auxquelles je me suis intéressée.

J'ai également eu l'occasion de réfléchir à des aspects de ma pratique auxquels je ne pense pas forcément en temps normal, et surtout pris le temps de me projeter dans un futur qui pourra être très proche.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages théoriques

AIGOIN C., GUEBOURG V., 2004, Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle !, *Grand N*, 73, 49-65.

BOULE F., 1989, *La construction des nombres*, Paris, Armand Colin.

BRISSIAUD R., 2003, *Comment les enfants apprennent à calculer : le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*, Paris, Retz.

COLOMB J., Ed., 2005, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CP Cycle 2*, Paris, Hatier Ermel.

HILI H., RUELLAN-LE COAT J., 2009, « Freddy la grenouille » ou la notion de groupements en CP, *Grand N*, 83, 97-116.

MASSELOT P., NUMA-BOCAGE L., VINATIER I., 2011, Que devient la dizaine dans une séance menée par une débutante au CP ? Croisements de différentes analyses appliquées à un même protocole, *Grand N*, 87, 51-76.

MJENR (sous la direction de Jean-Marc BLANCHARD et Jérôme GIOVENDO), 2002, *Mathématiques, Cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*, Documents d'application des programmes, Paris, CNDP.

MJENR, *Horaires et programmes de l'école primaire*, Bulletin Officiel n° 3 du 19 juin 2008, 1-40.

MEN (sous la direction de Jean-Louis DURPAIRE et Marie MÉGARD), 2010, *Le nombre au cycle 2, Mathématiques, Ressources pour faire la classe*, SCEREN, CNDP.

Manuels scolaires

BLANC J.-P., Ed., 2008, *Pour comprendre les mathématiques*, CP, Paris, Hachette Éducation

BLANC J.-P., Ed., 2008, *Pour comprendre les mathématiques, Livre du maître*, CP, Paris, Hachette Éducation

BRISSIAUD R., Ed., 2004, *J'apprends les maths avec Picbille*, Cycle des apprentissages fondamentaux, CP, Paris, Retz.

BRISSIAUD R., Ed., 2005, *J'apprends les maths avec Picbille, Livre du maître*, CP, Paris, Retz.

CORRIEU L., Ed., 2009, *Vivre les maths*, CP, Paris, Nathan

CORRIEU L., Ed., 2009, *Vivre les maths, Livre du maître*, CP, Paris, Nathan

PELTIER M.-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D., 2011, *Euro Maths*, CP, Paris, Hatier

PELTIER M.-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D., 2011, *Euro Maths, Livre du maître*, CP, Paris, Hatier

ANNEXES

Annexe 1 – Photographies des différents matériels de numération rencontrés



Photo 1 : cubes emboîtables

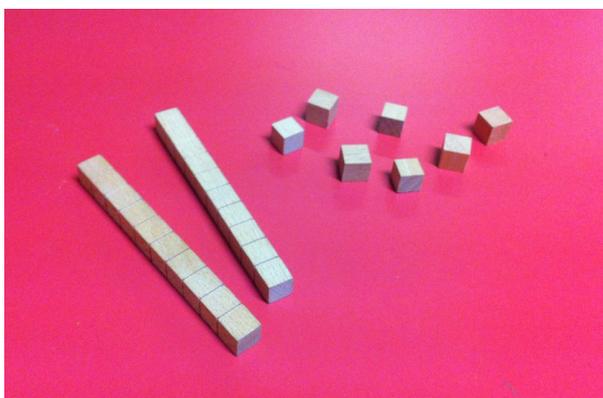


Photo 2 : cubes non emboîtables



Photo 5 : bâtonnets

Annexe 2 – Outil de recueil des données

Tableau 1 : Recueil des données dans les manuels de l'élève en fonction des critères définis

CRITÈRES	<i>J'apprends les maths avec Picbille</i>	<i>Euro Maths</i>	<i>Vivre les Maths</i>	<i>Pour comprendre les mathématiques</i>
Le type de tâches proposées (problèmes...)	Les exercices de type problème arrivent à la fin, comme réinvestissement de ce qui a été vu sur la numération décimale.	Les problèmes arrivent assez tôt dans le manuel et sont très présents.	La place des problèmes n'est pas prédominante. On trouve de nombreux « petits » exercices où il s'agit simplement de dénombrer.	On trouve des situations de recherche, des exercices d'entraînement puis des problèmes étant soit les « procédures personnelles » plutôt au début, soit les « procédures expertes » arrivant en fin de leçon et permettant de vérifier les acquis de la période.
Le matériel utilisé	Les boîtes de Picbille sont utilisables sous forme de vraies boîtes. Mais le manuel propose beaucoup de travailler avec les couvercles autocollants à coller sur le livret dès qu'une boîte de 5 est pleine.	Dans Euro Maths, on ne retrouve pas un matériel particulier. On retrouve simplement des plaques de 10 carreaux que l'on peut imaginer manipuler.	Il n'est pas prévu d'utiliser un matériel manipulable particulier. On constate cependant de nombreux modes de représentation du nombre 10, dont les sacs de billes, les enveloppes ou les cubes emboîtables. On peut donc imaginer travailler avec ce matériel.	Il n'y a pas de matériel précis utilisé avec ce manuel.
Les personnages : leur rôle	Les personnages représentent à eux seuls un mode de représentation des quantités : les boîtes de Picbille, les constellations de Dédé. On parle en « boîtes pleines »	Les personnages sont présents pour proposer des méthodes (« untel a fait comme ça ») afin de mettre en évidence la meilleure grâce aux questions.	Les personnages sont souvent repris pour illustrer les exercices et permettre de se représenter la situation (« Léa a 7 billes » ; on visualise Léa et ses billes).	Les personnages n'ont pas un rôle important dans l'apprentissage du système de numération. Comme dans <i>Vivre les Maths</i> , ils sont là pour que l'élève visualise la situation

	(dizaines) et en « billes comme Dédé » pour les unités.	Le suricate est là pour apporter des précisions, faire des rappels (« 52 c'est 5 dizaines et 2 unités »).	Seulement peu d'entre eux parlent (bulle). Ceux qui le font peuvent aussi bien apporter des précisions sur la consigne, donner des explications ou faire des rappels (« Un paquet de 10, c'est une dizaine. »).	(« Combien de jetons Léa possède-t-elle ? »).
Situations d'échanges ou de groupements ?	Il s'agit de situations de groupements.	On se retrouve face à des situations de groupements, notamment au début, puis d'échanges par la suite (on remplace nos 10 carreaux par une plaque).	On trouve principalement des situations de groupements.	Après les situations de groupements du début (groupements personnels puis par 10), le manuel met en place des situations d'échanges. On échange des jetons jaunes contre des blocs verts de 10 cubes.
Quels groupements ? Par 10 ? Ou autre ?	Il y a une étape intermédiaire de groupement par 5. La numération décimale avec les groupements par 10 n'arrive qu'en 3 ^{ème} période.	Il n'y a pas vraiment ici de groupements intermédiaires. On commence par grouper aléatoirement pour dénombrer, puis on passe aux groupements par 10 directement.	On groupe d'emblée par 10. Ce nombre a d'ailleurs fait l'objet d'un travail important avant de passer aux groupements. Au début, on dénombre de petites quantités qui n'impliquent pas les groupements puis ceux-ci se font par 10 dès le départ.	En demandant aux élèves leurs procédures personnelles dans un premier temps, on peut rencontrer des groupements par d'autres nombres que 10 et plus ou moins réguliers. Cependant, dans la leçon, on introduit directement les groupements par 10.
La taille des collections à dénombrer	Les plus grandes collections ne dépassent pas une soixantaine d'éléments. Il est donc possible de les compter un à un mais c'est le travail préliminaire, leur disposition et la consigne qui induisent les groupements.	Les collections à dénombrer comprennent également entre 50 et 69 éléments.	La taille des collections est similaire aux manuels précédents (une soixantaine d'éléments au plus).	Les collections à dénombrer contiennent moins de 50 éléments. C'est pour cela qu'au début, les élèves peuvent compter 1 à 1. Mais la procédure experte apprise durant la leçon les incitera à grouper pour dénombrer

				n'importe quelle collection.
La disposition des éléments à dénombrer	Dès lors qu'il y a des problèmes avec des quantités à dénombrer, les éléments sont disposés de manière à induire des groupements par 10 (5 et 5, 2 et 3).	Dans les problèmes de dénombrement de grandes collections, les éléments ne sont pas disposés de manière à induire les groupements. Leur positionnement est aléatoire, ce qui ne fait pas apparaître des groupements possibles.	Globalement, comme chez Brissiaud, les éléments à dénombrer sont disposés de manière à faire apparaître les groupements par 10 sauf qu'il ne s'agit pas ici de 2 fois 5 mais bien de groupes de 10 directement. On trouve par la suite quelques exercices où les collections sont désorganisées mais le cardinal de celles-ci est beaucoup moins important.	Pour faire émerger les stratégies des élèves, les collections sont désorganisées. Puis on arrive à des collections organisées en lignes de 10 éléments, faisant apparaître les groupements.
La consigne (induit-elle les groupements ?)	Dès le début du manuel, on trouve « relie » et « groupe ». Les élèves ne sont pas en situation de recherche pour savoir comment dénombrer, on leur montre souvent ce qu'il faut faire (mettre dans les boîtes, fermer les couvercles...).	Il y a plus de liberté dans la stratégie à mettre en œuvre. Dans les problèmes de dénombrement de grandes quantités, la consigne est d'abord la suivante : « Quel est le nombre d'éléments ? », puis on propose de grouper par 10 dans un second temps en mentionnant un personnage qui a procédé de cette manière.	Comme chez Brissiaud, c'est la consigne qui induit les groupements plutôt que la taille assez importante des collections. Les problèmes de dénombrement imposent la démarche à suivre : « Groupe les moutons par 10. », « Pour compter les fourmis, entoure-les par groupes de 10. Complète la phrase : Il y a ... groupes de 10 fourmis et ... fourmis. »	Dans ce manuel, une plus grande liberté est laissée aux élèves. Ils ont une collection et une question : « Quel est le nombre d'abeilles ? ». Ensuite on propose de faire comme Léa et de grouper par 10 (c'est ce qu'on retrouve avec les blocs verts de 10 jetons carrés). Mais à la fin de la leçon, la consigne est toujours la même : il s'agit de dénombrer mais aucune précision n'est donnée sur la façon de faire.

La compréhension de notre système de numération positionnel et de base dix se fait dès le plus jeune âge, et notamment en CP. Pour donner du sens à celui-ci et à son organisation, il est nécessaire d'aborder les groupements par dix pour ainsi faire le lien avec l'écriture des nombres.

La question est donc de savoir comment peut-on amener les élèves à effectuer ces groupements réguliers par dix pour pouvoir comprendre l'écriture des nombres et la valeur des chiffres qui composent ces nombres en fonction de leur position dans ceux-ci. Après avoir pris connaissance de situations mises en place dans des classes et restituées dans divers articles, j'ai choisi de m'intéresser à la manière dont les manuels scolaires, de CP notamment, abordent cette notion et répondent à cette question. Après avoir mentionné les notions importantes et enjeux de ce questionnement, une analyse de critères ciblés retenus pour mon travail fera l'objet de ce dossier. Quelles situations sont proposées par ces manuels pour amener les élèves à grouper pour dénombrer ? Quel lien est ensuite fait avec l'écriture des nombres et la compréhension de la dizaine ainsi formée ?

Mots clés : numération, CP, système décimal de position, groupements, échanges