



HAL
open science

La schématisation dans la résolution des problèmes arithmétiques en Grande Section de Maternelle

Julie Jardin-Mathe

► **To cite this version:**

Julie Jardin-Mathe. La schématisation dans la résolution des problèmes arithmétiques en Grande Section de Maternelle. Education. 2015. dumas-01174712

HAL Id: dumas-01174712

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01174712>

Submitted on 9 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2014-2015

UE3 MEMOIRE

SEMESTRE 4

SESSION 1

**Intitulé : La schématisation dans la résolution des problèmes arithmétiques
en Grande Section de Maternelle**

Prénom et Nom de l'étudiant : **Julie JARDIN-MATHE**

Site de formation : **ESPE Villeneuve d'Ascq**

Section : **9**

Prénom et Nom de l'enseignant responsable : **Thomas BARRIER**



Sommaire

Remerciements.....	3
I . Introduction.....	4
II. Problématique.....	5
III. Méthodologie.....	8
1.Recueil de données/Déroulement des séances.....	8
2. Méthode d'analyse des données.....	14
IV. Analyse des productions.....	16
1.Analyse globale.....	16
a.Evaluation diagnostique.....	17
b.Problème 2.....	18
c.Evaluation sommative.....	19
2.Analyse particulière.....	20
1.Gracia.....	20
2.. Toma.....	22
3.Tania.....	23
.....	25
4.Shaima.....	25
V. Conclusion et perspectives.....	27
Annexe 1.....	33

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement monsieur Barrier, directeur de mémoire, pour tous les conseils qu'il m'a donnés et le temps qu'il a bien voulu me consacrer et qui m'a permis de mener à bien ce mémoire.

Par ailleurs, je remercie également madame Cambier, directrice de l'école maternelle Pasteur à Tourcoing, qui m'a permis d'accomplir mon travail dans de bonnes conditions.

I . Introduction

Les élèves de l'école primaire rencontrent très souvent des difficultés dans la résolution de problèmes arithmétiques. J'ai pu le constater durant mon stage d'observation en classe de CP/CE1 à l'école La Fontaine de Tourcoing. En effet, les enfants de cette classe à double niveau ne parvenaient pas à résoudre des problèmes additifs simples, ni même à réaliser des schémas leur permettant de traduire l'énoncé, comme l'avait exigé le professeur. Ces schémas, au lieu d'aider les élèves, avaient plutôt tendance à les bloquer car certains, tout en ayant trouvé la bonne réponse, ne parvenaient pas à représenter le problème.

La résolution de problème est pourtant un élément essentiel de l'apprentissage des mathématiques car elle *permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement*¹ durant toute leur scolarité.

Effectuant, en cette année scolaire 2014-2015, mon stage dans une classe de Grande Section de maternelle, j'ai décidé de transposer ce constat au niveau de ma classe. A cet âge, *les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul*². En effet, ces élèves ne connaissent pas le symbolisme (signes des opérations, signe « égal ») et les techniques qui seront introduits dès le CP. L'enseignant peut leur proposer des problèmes *de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage*².

Dans les nouveaux programmes³, l'importance des problèmes est plus grande. *Pour provoquer la réflexion des enfants, l'enseignant les met face à des problèmes à leur portée. Quels que soient le domaine d'apprentissage et le moment de vie de classe, [...], il pose*

¹Bulletin Officiel n°3 du 19 juin 2008 Hors-Série p.23

²Bulletin Officiel n°3 du 19 juin 2008 Hors-Série p.15

³Bulletin Officiel n°2 du 26 mars 2015

des questions ouvertes pour lesquelles les enfants n'ont pas de réponse directement disponible.

De plus, l'utilisation de schémas est conforme aux programmes de 2008⁴ et au développement de l'enfant⁵. A ce niveau, les élèves ont entre 5 et 7 ans et d'après Luquet, philosophe français, ethnographe et pionnier de l'étude du dessin enfantin, ils en sont au stade du réalisme intellectuel. Ils sont alors capables d'utiliser divers procédés dans leurs dessins dont la schématisation fait partie.

II. Problématique

Mes différents stages m'ont permis de constater de nombreuses difficultés chez les élèves, ce qui me permet de poser la problématique suivante :

Comment aider les élèves à résoudre des problèmes arithmétiques ?

Je souhaite montrer que la schématisation est une aide efficace pour la résolution de problèmes arithmétiques en Grande Section de maternelle. Nathalie MONNIER⁶ s'est intéressée à ce sujet pour des élèves plus âgés, de cycles 2 ou 3.

Je vais aussi définir les termes « problèmes arithmétiques » et « schématisation ».

Pour VERGNAUD⁷, un problème arithmétique est : « *toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèses et de vérification pour produire une solution.* »

⁴« Il devient capable de compter, de classer, d'ordonner et de décrire, grâce au langage et à des formes variées de représentation (dessins, schémas)».

⁵Cf Annexe 1

⁶Grand N n°71 pp.25 à 47, 2003

⁷VERGNAUD G. (1986), *Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives*, Grand N n°38.

D'après le petit Larousse de 2007, un schéma est un «*dessin, un tracé figurant les éléments essentiels d'un objet, d'un ensemble complexe, d'un phénomène ou d'un processus et destinés à faire comprendre sa conformation et/ou son fonctionnement.* »

Avant de détailler la séquence qui a été mise en place dans le cadre de ce mémoire, nous allons revenir rapidement sur les différents types de problèmes additifs (ou soustractifs) selon la classification de VERGNAUD⁷.

Les grands types de problèmes additifs (et soustractifs)

Tout d'abord, il ne faut pas distinguer les problèmes selon l'opération qu'ils mettent en jeu (addition ou soustraction). Il convient plutôt de s'intéresser à leur structure. Ainsi, VERGNAUD en distingue six dont deux ne sont utilisés que très rarement à l'école primaire.

Composition de mesures

Il en existe 2 types :

- il manque le composé (la réunion) alors que les deux parties sont connues. (Il s'agira du problème que nous proposerons dans cette séquence).

Ex : Problème 5 en Annexe 3

- la réunion des parties et l'une des parties sont connues : il faut chercher la partie manquante.

Ex : Problème 6 en Annexe 3

Transformation d'un état

Ces problèmes mettent en jeu 3 éléments : un état initial, une transformation et un état final.

Il en existe 3 types :

- l'état initial et la transformation sont connus, il faut trouver l'état final.

Ex : Problème 1 avec transformation positive et Problème 2 avec transformation négative en Annexe 3

- il ne manque que la transformation.

Ex : Problème 4

- l'état final et la transformation sont donnés, la recherche porte sur l'état initial.

Ex : Problème 3

Pour chaque cas, la transformation peut être positive ou négative.

Comparaisons de mesures

- Il peut s'agir d'une comparaison positive (plus que...) ou négative (moins que...). Les deux mesures sont connues.

Ex : Problème 7

- Cela peut aussi évoquer la recherche d'une des mesures lorsque les autres éléments sont connus.

Ex : Problème 8

Composition de transformation

Ces problèmes concernent plutôt les élèves de fin de cycle 2 ou cycle 3.

-Lorsque deux transformations successives s'effectuent, il s'agit de rechercher la composition des deux transformations.

- Le problème peut aussi porter sur la recherche d'une des deux transformations.

Il existe la transformation d'une relation et la composition de relations. Nous n'allons pas le développer ici car cela est trop compliqué pour les élèves de l'école primaire.

III. Méthodologie

1. Recueil de données/Déroulement des séances

Comme dit précédemment, les élèves qui seront observés pour ce mémoire sont en grande section. Au mois de septembre, il s'agissait d'une classe de 28 élèves âgés de 5 à 6 ans : 14 filles et 14 garçons. L'école maternelle Pasteur fait partie de la circonscription de Tourcoing-Est et est située en Zone d'Education Prioritaire. Le niveau y est très hétérogène.

Au cours de l'année scolaire, 3 élèves ont changé d'école.

De plus, des enfants ont été absents au cours de cette étude. Ils ont pu rater une voire plusieurs séances. Cela aura pour conséquence de modifier sensiblement les résultats de ce mémoire.

Un enfant a redoublé sa Grande Section.

Pour répondre à la problématique de ce mémoire, mon action se décomposera en quatre temps :

- une évaluation diagnostique
- un problème intermédiaire
- une séance d'apprentissage
- une évaluation sommative

Lors de la première séance de la séquence (qui peut être considérée comme une évaluation diagnostique) datant du 13 octobre 2014, le problème additif suivant a été proposé aux élèves :

« Sous l'arbre parapluie, il y a :

- 1 souris**
- 2 porcs-épics**
- 3 buffles.**

Combien y a-t-il d'animaux en tout ? »

Ce problème a été énoncé suite à l'étude approfondie faite de l'album *Sous un arbre parapluie* de Valeri GORBATCHEV⁸. Il s'agit d'un album en randonnée dans lequel le personnage principal, un petit cochon, doit s'abriter sous un arbre et va rencontrer de nombreux animaux.

L'énoncé du problème correspondait réellement aux six premiers animaux rencontrés par le cochon. Cela permettait de faire le lien entre le domaine *S'approprier le langage* et celui de la *Découverte du monde* et ainsi donner plus de sens, pour les élèves, au travail qui va être mené durant cette séquence.

Ce problème est un *problème de composition de mesures avec recherche du tout* d'après la classification des principales relations additives de VERGNAUD⁹ qui propose ainsi ce schéma pour traduire cette situation :



mesure : nombre sans signe

Composition d'états

Schéma n°1

Ce type de problème est pertinent à donner dans un premier temps à des élèves de Grande Section en tant que situation diagnostique car c'est celui qui offre le plus

⁸Cf Annexe 2

⁹VERGNAUD.G(1989-1990). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x n°22* pp.51 à 69

de réussite¹⁰. En effet, parmi les huit problèmes transcrits ici et proposés à 153 élèves de CE1 en novembre 1990, le problème 5, analogue au nôtre (composition d'état avec recherche du tout), offre 73% de réussite.

En outre, nous remarquons que le problème 4 est le moins bien réussi, il s'agit d'un problème à une transformation avec la recherche de cette transformation selon la classification des problèmes additifs de Gérard VERGNAUD.

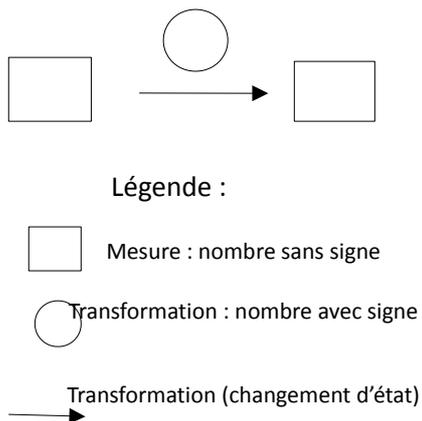


Schéma n°2

Les problèmes à une transformation sont les plus difficiles à représenter¹¹ puisque l'ordre chronologique n'est pas toujours l'ordre dans lequel les informations sont rapportées dans l'énoncé. Les élèves peuvent aussi se demander quelle étape représenter : l'état initial, la transformation ou l'état final ? L'auteur de cet article aboutit à la conclusion que le meilleur moyen pour résoudre des problèmes additifs à une transformation est d'utiliser un graphique. Malheureusement, ce mode de représentation est bien trop compliqué pour le niveau qui nous concerne, c'est pourquoi ces problèmes seront absents de ce mémoire.

La première séance s'est donc déroulée de la manière suivante :

¹⁰Cf Annexe 3

¹¹PETIT S. (2012), *Problèmes additifs à transformation et représentations graphiques à l'école*, Bulletin de l'APMEP n°500, PP 390 à 400

Dans un premier temps, nous procédons à la lecture de l'énoncé du problème puis à son écriture au tableau en veillant à ce que les chiffres « 1, 2 et 3 » soient bien visibles des élèves. Le problème sera relu plusieurs fois afin que les enfants puissent bien se l'approprier puisqu'ils ne savent pas encore lire.

Dans un deuxième temps, l'enseignant leur demande de répondre à la question posée et distribue des feuilles A5 blanches à chaque élève, le format étant choisi volontairement pour éviter que les enfants ne fassent un dessin trop grand. Puis, ils ont tout le temps nécessaire pour réfléchir soit environ 45 minutes, ce qui correspond à la durée d'une séance de *Découverte du monde*. Aucune aide ne sera proposée aux enfants.

Les enfants ont mis beaucoup de temps pour rendre leur travail. Ceux qui avaient terminé les premiers n'ont pas rendu leur feuille immédiatement : ils ont choisi de colorier les dessins qu'ils avaient réalisés. Peu ont proposé une réponse : ils se sont contentés de dessiner les animaux et n'étaient pas forcément dans une démarche de type arithmétique malgré le rappel de l'objectif par l'enseignante.

Les copies ont ensuite été ramassées. Les élèves n'ont pas oublié d'écrire leur prénom, cela s'avèrera utile pour l'exploitation future des résultats.

Quelques mois plus tard (le 15 décembre 2014), je propose un autre problème aux enfants. C'est aussi un *problème de composition de mesures avec recherche du tout* d'après la classification de VERGNAUD : il n'y a que les valeurs et les animaux qui changent.

« Sous l'arbre parapluie, il y a :

- 2 chats

- 3 chiens

- 4 oiseaux.

Combien y a-t-il d'animaux en tout ? »

Le thème des animaux semble pertinent car il intéresse les enfants de cet âge et plus particulièrement ceux de cette classe.

Toutefois, j'ai proposé ici des animaux plus communs, que les enfants peuvent facilement rencontrer dans leur vie de tous les jours. En effet, j'avais remarqué ultérieurement que les buffles avaient posé problème à de nombreux enfants et ce, malgré l'étude approfondie de l'album de Valeri Gorbatchev¹² : « Je sais pas comment ça se dessine un buffle ».

Entre cette séance et la précédente, il n'y a pas eu de nouvelle intervention. Pour faire évoluer les procédures, j'ai décidé de faire intervenir le facteur temps. En m'inspirant de la séquence proposée à des élèves de CP et présentée sur le site de l'IREM de la Réunion¹³, j'ai demandé aux enfants d'aller le plus vite possible et ai limité le temps de préparation à 20 minutes car pour Daniel Lagoutte, spécialiste des arts visuels chez les enfants (collection « Art et savoirs » en maternelle — entre autres), « l'évocation du temps est le seul argument non réducteur que l'on peut proposer à un élève pour qu'il quitte son imaginaire naturellement, sans rupture pour son activité. »

Tout comme lors de la séance précédente, j'ai ramassé les copies et analysé les résultats.

Le 19 janvier 2015, nous avons corrigé le deuxième problème en classe entière. Le problème a été réécrit au tableau et relu plusieurs fois afin que les enfants le retiennent.

Un élève volontaire a alors proposé sa correction. Il a mis un temps assez important (une quinzaine de minutes) pour dessiner les trois types d'animaux. D'autres élèves ont souhaité intervenir pendant ce moment pour interpeler l'enfant au tableau sur le fait qu'« un chat, ça ne se dessine pas comme ça » ou qu'« un oiseau, ça a des ailes ».

La ressemblance des dessins aux animaux réels semble encore indispensable à la résolution du problème. L'objectif de cette séance sera donc de faire comprendre aux élèves que, pour résoudre efficacement le problème proposé, il ne faut pas s'attarder sur les détails et ne représenter que les quantités.

¹²Cf Annexe 2

¹³<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article146>

Pour cela, je propose ma représentation des animaux. J'utilise des symboles qui n'ont rien à voir avec la réalité. Il suffit de quelques secondes pour répondre à la question du problème.



Photographie n°1

Cela perturbe beaucoup les élèves. Un des enfants fait la remarque que j'obtiens exactement la même réponse qu'avec le « beau » dessin : cela est une preuve pour eux que ma procédure est valide et qu'en plus, je gagne beaucoup de temps sans m'éparpiller avec des questions esthétiques.

Ils en tirent la conclusion que l'on peut utiliser n'importe quel symbole pour représenter les différents éléments de l'énoncé. Il existe plusieurs signifiants pour représenter un même signifié. Il faut cependant respecter leur nombre.

L'objectif semble donc atteint. La dernière partie de la séquence permettra de le vérifier plus précisément. De plus, cette évaluation sommative validera ou non l'hypothèse de travail de ce mémoire : *la schématisation est une aide efficace pour la résolution de problèmes arithmétiques en Grande Section de maternelle.*

Les élèves qui ont utilisé le surcomptage ont expliqué leur procédure. Malheureusement, tous les élèves de la classe n'ont pas encore les capacités pour comprendre.

Une semaine plus tard, un dernier problème a été proposé aux enfants. Les animaux restent les mêmes mais leurs quantités changent :

« **Sous l'arbre parapluie, il y a :**

- **2 chats**

- **2 chiens**

- **3 oiseaux.**

Combien y a-t-il d'animaux en tout ? »

Je n'ai pas fait de rappel de la séance de correction pour ne pas influencer sur leurs procédures.

Une nouvelle fois, j'ai demandé aux enfants de travailler le plus vite possible.

2. Méthode d'analyse des données

Je vais ensuite analyser ces travaux. Pour cela, je vais les classer en six catégories :

- La première regroupe les feuilles sur lesquelles les enfants ont représenté les animaux de manière figurative. Cette « représentation figurative » a été utilisée par Brousseau (2004) pour catégoriser les représentations d'enfants les plus ressemblantes aux modèles.



porc-épic classé dans la catégorie 1

Dessin n°1

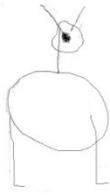


oiseau classé dans la catégorie 1

Dessin n°2

- Dans le deuxième groupe, les représentations sont aussi figuratives. Pour les différencier du groupe précédent, je m'intéresse aux porcs-épics pour l'évaluation diagnostique. Ici, ces animaux sont dessinés sans pics : ils sont donc moins réalistes. Pour les deux autres problèmes, je m'intéresserai aux oiseaux et à la présence ou non d'ailes





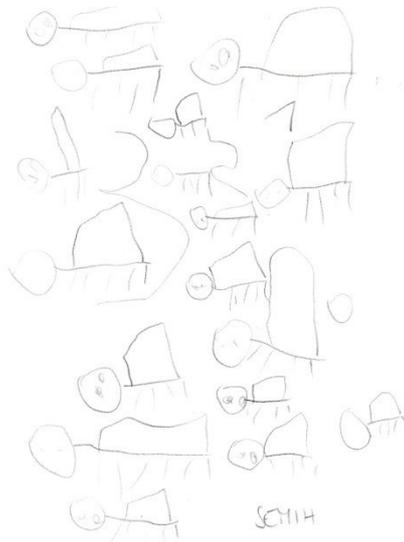
Porc-épic classé dans la catégorie 2

Dessin n°3

Oiseau classé dans la catégorie 2

Dessin n°4

-Dans le groupe 3, les animaux sont représentés par des dessins mais ils sont indifférenciés.



Copie classée en catégorie 3

Dessin n°5

- Le groupe 4 est composé des copies où le schéma a été utilisé.
- Les élèves qui n'ont utilisé ni le dessin ni le schéma pour résoudre le problème proposé sont rassemblés dans la cinquième catégorie.
- Enfin, le groupe 6 correspond aux copies d'élèves qui n'ont pas été dans une démarche de recherche, ils ont recopié l'énoncé du tableau ou ont fait un gribouillage sans aucun rapport avec le problème.

JOURIS
↑
PORES-EPIC5

Copie classée en catégorie 6

Dessin n°6

IV. Analyse des productions

Dans un premier temps, je vais regarder les résultats de toute la classe afin de mesurer l'effet de cette séquence de manière globale. Je comptabiliserai la proportion d'élèves dans les six catégories détaillées précédemment pour chaque problème.

Aussi, je vais comparer le pourcentage de réussite aux problèmes et vérifier si la schématisation a été utilisée correctement.

Ensuite, je vais m'attarder sur 4 enfants dont le parcours me permettra d'affiner mon analyse.

1. Analyse globale

	Catégorie 1	Catégorie 2	Catégorie 3	Catégorie 4	Catégorie 5	Catégorie 6
Evaluation	10/23	6/23	5/23	0/23	0/23	2/23
diagnostique	43,5%	26,1%	21,7%	0%	0%	8,7%

Problème 2	8/21 38,1%	8/21 38,1%	1/21 4,8%	0/21 0%	2/21 9,5%	2/21 9,5%
Evaluation sommativ	0/24 0%	2/24 8,3%	0/24 0%	18/24 75%	1/24 4,2%	3/24 12,5%

Tableau n°1 présentant la proportion d'élèves appartenant à chaque catégorie dans les différentes étapes de cette étude.

Nous remarquons qu'à l'évaluation diagnostique aucun élève n'a utilisé la schématisation alors que 75% de la classe l'a utilisée lors de l'évaluation sommative. Cette séquence a eu un effet sur la procédure choisie par les élèves.

a. Evaluation diagnostique

Les copies des 23 enfants présents lors de l'évaluation diagnostique démontrent que tous (catégories 1, 2 et 3) -à l'exception de 2 élèves qui font partie de la catégorie 6 et n'étaient donc pas dans une démarche de recherche- ont utilisé des dessins pour communiquer leurs résultats.

Ils ont tous dessiné puis compté pour donner leur réponse.

Nous allons regarder si l'appartenance à une catégorie a une incidence sur la réussite au problème.

	Catégor ie 1	Catégor ie 2	Catégor ie 3	Catégor ie 4	Catégor ie 5	Catégor ie 6	TOTA L
Bonnes réponses	7/10 70%	1/6 16,7%	0/5 0%	/	/	0/2 0%	8/23 34,8%
Représentati on correcte mais sans réponse	3/10 30%	2/6 33,3%	0/5 0%	/	/	0/2 0%	5/23 21,7%
Mauvaises réponses	0/10 0%	3/6 50%	5/5 100%	/	/	2/2 100%	10/23 43,5%

Tableau n°2 présentant le pourcentage de bonnes et de mauvaises réponses selon la catégorie pour l'évaluation diagnostique

Ce tableau nous montre que ce sont surtout les enfants qui ont essayé de représenter le problème le plus vraisemblablement possible qui ont le mieux réussi. Beaucoup oublient, cependant, d'écrire la réponse.

Il est important de remarquer que toutes les réponses de la catégorie 3 (animaux non différenciés) sont fausses. Il semble qu'ils mélangent les animaux et ne savent plus combien ils doivent en dessiner.

Le pourcentage de mauvaises réponses est remarquablement élevé (presque la moitié des présents). Nous pourrions attribuer ce résultat au fait que c'était la première fois que les enfants de cette classe ont été confrontés à un problème arithmétique dans l'année.

b. Problème 2

Pour le problème 2, les résultats sont sensiblement les mêmes. L'intervention du facteur temps n'a pas eu d'effet notable pour 90,5% des individus (19 enfants sur 21). Toutefois, ils n'ont pas pris la peine de colorier leurs dessins.

Aucun enfant n'a utilisé le schéma.

2 élèves (catégorie 5) ont fait le calcul de tête. Ils ont utilisé le surcomptage (2 et 3/4/5 puis 6/7/8/9) pour répondre et ont alors écrit leur réponse : 9 avant de rendre leur copie pour finir les premiers. Le temps et la « compétition » ont eu un effet sur leur procédure.

	Catégor ie 1	Catégor ie 2	Catégor ie 3	Catégor ie 4	Catégor ie 5	Catégor ie 6	TOTA L
Bonnes réponses	5/8 62,5%	3/8 37,5%	0/1 0%	/	2/2 100%	0/2 0%	10/21 47,6%
Représentati on correcte mais sans réponse	1/8 12,5%	0/8 0%	0/1 0%	/	0/2 0%	0/2 0%	1/21 4,8%
Mauvaises réponses	2/8 25%	5/8 62,5%	1/1 100%	/	0/2 0%	2/2 100%	10/21 47,6%

Tableau n°3 présentant le pourcentage de bonnes et de mauvaises réponses selon la catégorie pour le problème 2

Le pourcentage de réussite est plus important ici. Nous ne pouvons toutefois pas savoir si cela est dû aux 2 enfants manquants par rapport à la séance précédente.

Les erreurs sont aussi plus importantes (47,6%).

Les enfants qui ont la bonne représentation n'oublient plus d'écrire leur réponse sur leur feuille.

c. Evaluation sommative

Pour la dernière étape de la séquence, les enfants sont plus nombreux qu'avant.

La séance de correction du problème 2 a bouleversé la répartition des élèves dans chaque catégorie.

-Il n'y a plus que 2 enfants qui ont utilisé le dessin : peut-être étaient-ils absents lors de la séance précédente ?

-1 élève a utilisé le surcomptage (catégorie 5).

-75% de la population a utilisé le schéma. Il est important de remarquer que les symboles utilisés sont les mêmes : cœurs, triangles, carrés et cercles sur la plupart des copies. Ce sont aussi ceux que j'ai utilisés lors de la séance de correction¹⁴. Cela peut laisser penser que les enfants ont voulu « faire plaisir à la maîtresse » et qu'ils ne se sont pas totalement appropriés la procédure de schématisation. La copie sur les camarades pourrait aussi expliquer ce phénomène, ayant travaillé tous en même temps sur des tables rondes de 8 places.

	Catégor ie 1	Catégor ie 2	Catégor ie 3	Catégor ie 4	Catégor ie 5	Catégor ie 6	TOTA L
Bonnes réponses	/	0/2 0%	/	8/18 44,4%	1/1 100%	0/3 0%	9/24 37,5%
Représentati on correcte mais sans réponse	/	0/2 0%	/	3/18 16,7%	0/1 0%	0/3 0%	3/24 12,5%

¹⁴Cf photographie 1

Mauvaises réponses	/	2/2 100%	/	7/18 38,9%	0/1 0%	3/3 100%	12/24 50%
---------------------------	---	-------------	---	---------------	-----------	-------------	--------------

Tableau n°4 présentant le pourcentage de bonnes et de mauvaises réponses selon la catégorie pour l'évaluation sommative

L'introduction des schémas semble avoir perturbé les élèves. En effet, la proportion de bonnes réponses a diminué fortement (-10%).

Environ 39% des enfants qui ont utilisé le schéma se sont trompés.

-Un enfant s'est trompé de chiffres et a utilisé ceux du problème 2 (2 chats/ 3 chiens/ 4 oiseaux).

-Les autres (pour la plupart) ont mis des symboles sur leur feuille car ils pensent que « c'est ce qu'attend la maîtresse ». Les quantités ne sont plus respectées.

Si nous regardons les tableaux précédents, plus nous avançons dans la séquence, plus il y a d'erreurs (une augmentation de 6,5% entre l'évaluation diagnostique et l'évaluation sommative).

Nous pourrions penser que cette intervention a été inutile voire a échoué.

Pour évaluer de manière plus précise l'impact de ce travail, nous allons regarder les copies de quatre élèves : Gracia, Toma, Tania et Shaima. Ils ont eu des parcours différents qui sont représentatifs au sein de la classe. Nous verrons pour qui cela a été un succès.

2. Analyse particulière

1. Gracia



Evaluation diagnostique

Dessin n°7

Dans cette évaluation diagnostique, il fallait représenter une souris, deux porcs-épics et trois buffles. Nous pouvons reconnaître, dans ce dessin de Gracia, la souris qui est l'animal le plus gros. Par contre, il semble difficile de reconnaître les porcs-épics et les buffles car ils ne sont pas ressemblants. De plus, certains animaux semblent avoir été oubliés : il en manque deux.

Cette copie a donc été placée dans la catégorie 2 (pas de pics sur les porcs-épics) mais c'est aussi une mauvaise réponse.



Problème 2

Dessin n°8



Evaluation sommative

Dessin n°9

A partir du deuxième problème, Gracia utilise le surcomptage. A l'exception du « 9 » écrit à l'envers, celle-ci n'a pas fait d'erreur. De plus, elle était, dans les deux cas, la première à me rendre sa copie. Cette procédure semble donc lui convenir parfaitement : elle lui permet d'allier rapidité et efficacité. C'est pourquoi, je ne l'ai pas forcée à utiliser la schématisation.

Néanmoins, nous ne pouvons être certains que ce travail a eu un réel impact sur ses capacités à résoudre un problème arithmétique par la schématisation (ou le dessin). En utilisant le surcomptage, il semble très probable que Gracia n'ait pas cherché à représenter le problème mais ait additionné les nombres de l'énoncé. Aurait-elle donné la bonne réponse si l'opération mise en jeu dans le problème avait été une soustraction ?

Gracia est la seule dans cette situation.

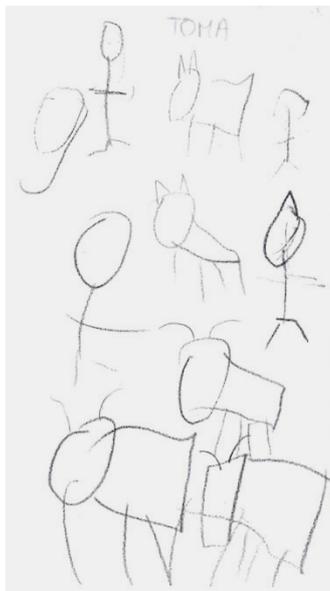
2. .Toma



Evaluation diagnostique

Dessin n°10

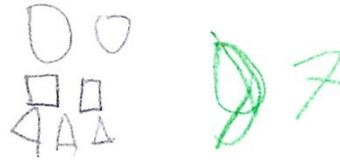
Ici, aucun animal ne ressemble à ce qu'il est en réalité. Toutefois, les valeurs sont respectées : cela nous permet de les identifier. C'est pourquoi ce travail est classé dans la catégorie 2 et dans les bonnes réponses.



Problème 2

Dessin n°11

Cette copie présente les mêmes caractéristiques que celle de l'évaluation diagnostique : catégorie 2 et bonne réponse. La seule différence réside dans la durée mise par Toma pour réaliser son travail : il a été plus rapide ici.



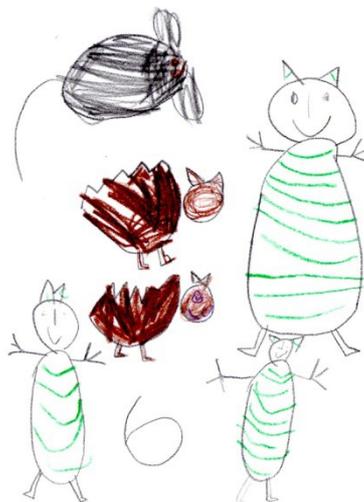
Evaluation sommative

Dessin n°12

Toma a parfaitement schématisé le problème qui lui avait été présenté. Il a été encore plus rapide ici.

La séquence lui a donc été bénéfique. Toma sait résoudre un *problème de composition de mesures avec recherche du tout* selon Vergnaud en utilisant le dessin et le schéma. Ils sont 7 dans ce cas.

3.Tania



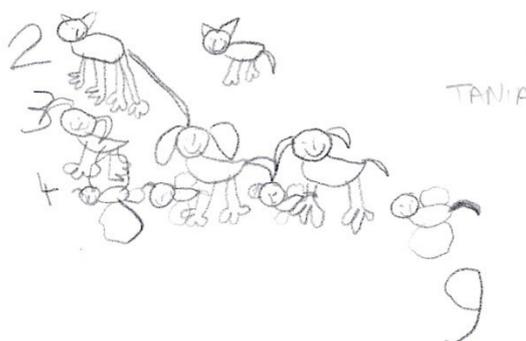
Evaluation diagnostique

Dessin n°13

Tania a cherché à dessiner les animaux de la manière la plus ressemblante possible. La souris étant un animal commun, elle a pu la représenter le plus fidèlement possible. Le porc-épic est moins connu mais elle sait (comme une partie de ses camarades) qu'il a des pics sur le dos. Nous pouvons remarquer qu'elle ne se souvient plus de ce à quoi ressemble un buffle.

En se référant aux porcs-épics, son travail a été placé en catégorie 1 et dans les bonnes réponses.

Dans son souci de ressemblance, elle a pris le temps de colorier les animaux en utilisant les couleurs qui lui semblaient être les bonnes.

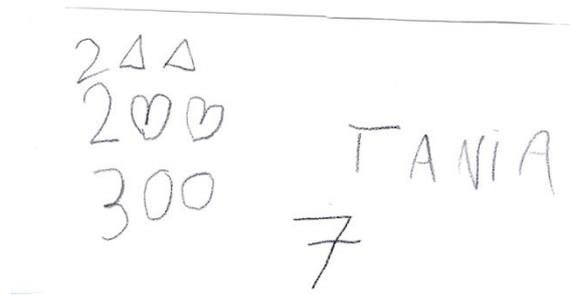


Problème 2

Dessin n°14

Pour ce problème, Tania a aussi cherché à représenter la réalité. Tous les animaux sont communs : ils sont facilement identifiables sur sa feuille : les chats et les chiens sont à quatre pattes, les oiseaux ont des ailes. Nous pouvons mettre ce dessin dans la première catégorie. Les quantités sont respectées et Tania a bien dénombré : la réponse est bonne.

De plus, elle a travaillé rapidement : sa copie a été rendue en troisième position (juste après les deux élèves qui avaient utilisé le surcomptage).



Evaluation sommative

Dessin n°15

Il y a un problème dans ce travail : nous voyons bien trois symboles pour représenter les chats, les chiens et les oiseaux. Toutefois, contrairement aux deux problèmes précédents, la représentation n'est pas la bonne alors que la réponse l'est.

Il est possible que la schématisation l'ait perturbée. Elle n'est pas la seule dans ce cas là : deux autres enfants qui se débrouillaient très bien en utilisant le dessin, se sont trompés avec le schéma.

Il faut continuer l'apprentissage de la schématisation en classe. En situation d'exercice, ces enfants pourront utiliser la procédure qui leur est la plus efficace.

4.Shaima



Evaluation diagnostique

Dessin n°16

Pour ce premier problème, Shaima n'a représenté qu'un seul type d'animal. Nous ne parvenons pas à l'identifier facilement. Si nous nous fions à leur quantité, il s'agit des buffles. Dans le doute, cette copie a été classée en troisième catégorie (animaux indifférenciés).

Shaima semble avoir été en difficulté malgré les 45 minutes imparties. Il y a beaucoup de dessins qui ont été gommés.

Il n'y a pas de réponse.



Problème 2

Dessin n°17

Nous pouvons distinguer deux catégories d'animaux. Nous pouvons reconnaître les trois oiseaux à leurs ailes (il y en avait pourtant quatre dans l'énoncé). Ce n'est pas le cas des deux autres dessins : chat ? chien?

La représentation n'est pas bonne : il manque beaucoup d'animaux. Shaima semble perdue, on trouve des symboles partout sur la feuille.



Evaluation sommative

Dessin n°18

Nous pouvons reconnaître les trois symboles qui ont été utilisés lors de la séance de correction du problème par l'enseignant. Il semble que Shaima n'ait pas réussi à utiliser la

schématisation. Celle-ci ne lui a pas été d'une aide efficace pour parvenir à résoudre le dernier problème.

Aucun élève en difficulté lors des deux premières séances n'est parvenu à résoudre le problème de l'évaluation sommative grâce à la schématisation.

V. Conclusion et perspectives

Les résultats obtenus par les élèves évalués dans le cadre de ce mémoire ne permettent pas de valider avec certitude l'hypothèse de travail qui était : « La schématisation est une aide efficace pour la résolution de problèmes en Grande Section ». D'une part, il aurait fallu travailler sur un échantillon d'enfants plus important et d'autre part, si nous nous référons au tableau¹⁵ présentant la proportion d'élèves appartenant à chaque catégorie dans les trois étapes de la séquence, la proportion de bonnes réponses aux problèmes est restée stable quelque soient les procédures utilisées.

De plus, aucun enfant n'a utilisé la schématisation pour l'évaluation diagnostique alors que 75% de la classe l'utilise lors de l'évaluation sommative. Il y a donc eu un effet sur les procédures car la schématisation n'était pas obligatoire.

Cependant, les enfants qui ont réussi grâce à la schématisation y parvenaient déjà grâce au dessin.

Certains enfants qui donnaient la bonne réponse aux deux premiers problèmes ont été troublés par le nouveau mode de représentation qui leur a été présenté.

Enfin, pour les enfants qui étaient en difficulté depuis le début, cela n'a pas été (en règle générale) une aide efficace. Le problème final leur a toujours semblé inaccessible.

¹⁵Cf tableau n°1

Comme l'affirme Alain PIERRARD, docteur en Sciences de l'Education, l'accès à la schématisation doit s'envisager progressivement au cours du cycle 2. Il va donc falloir poursuivre le travail qui a été commencé.

Nous allons devoir différencier pour faire progresser tous les élèves:

-Pour les élèves qui sont déjà en réussite, il faudra complexifier les problèmes proposés. Il serait possible et intéressant de mettre en jeu des nombres plus importants dans la limite de leurs capacités numériques (jusqu'à 30 pour des élèves de Grande Section). Les deux élèves qui l'utilisaient ne seront plus capables d'utiliser le surcomptage. Les autres enfants devront trouver un moyen de représenter les objets plus nombreux sans se tromper (peut-être privilégier les paquets).

-Il faudra garder des problèmes semblables pour les élèves en difficulté. L'objectif sera de leur donner des automatismes pour résoudre ce type de problème en multipliant les séances. Il serait bénéfique de permettre de manipuler des objets représentant chaque donnée du problème pour en favoriser la représentation mentale.

L'enseignant veillera à ne pas donner de modèles systématiques de schémas pour ces problèmes : les enfants doivent s'approprier cette procédure. De plus, au cours de leur scolarité, les élèves rencontreront les autres types de problèmes qui ont été décrits précédemment¹⁶ et dont les représentations schématiques ne seront pas forcément identiques.

Pour que l'apprentissage soit véritablement efficace, il faudrait qu'il soit poursuivi dans les classes supérieures.

Le travail commencé ici sur la schématisation et plus particulièrement la représentation va se poursuivre au cours de cette année scolaire dans le domaine *Découvrir le monde*.

Le 9 mars, un problème topologique a été proposé aux élèves.

¹⁶Cf p.5



Photographie n°2

Il y a trois maisons de couleurs différentes. Deux « coffres à trésor » sont placés côte à côte devant chacune d'entre elles. Un trésor va être caché par l'enseignant dans l'un des coffres. Il s'agit de représenter la situation de manière à ce qu'une personne qui n'était pas présente puisse retrouver sans difficulté où est cachée la pièce.

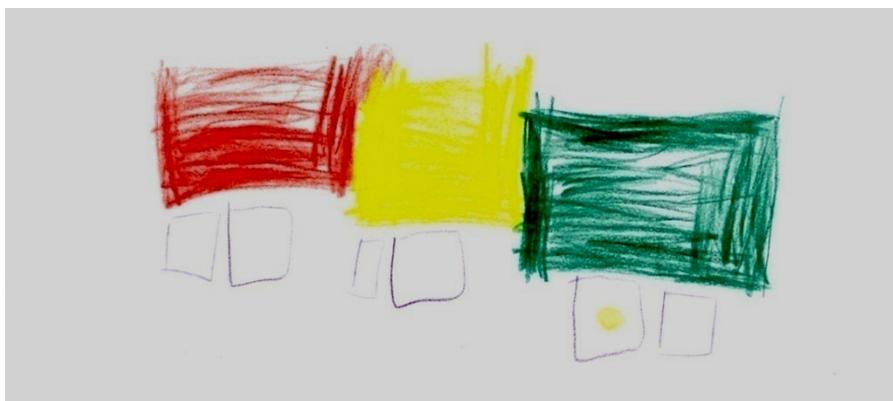
Deux procédures sont observées :

- Seule la maison devant laquelle est caché le trésor est représentée



Dessin n°19

- Les trois maisons sont représentées de façon schématique.



Dessin n°20

Aucun enfant n'a dessiné les trois maisons avec des détails.

Après discussion, nous avons compris que nous avons besoin de connaître la couleur de la maison et leur faire comprendre que la représentation des deux coffres à trésor était indispensable.

Au cours de la période 4, deux autres problèmes arithmétiques¹⁷ vont être proposés aux élèves. Il ne s'agira plus d'animaux mais de voitures et de motos.

Le problème 1 est le suivant :

« Tom a trouvé 3 voitures et 2 motos mais elles n'ont plus de roues.

Combien doit-il acheter de roues pour pouvoir jouer avec ses nouveaux jouets ? »

Il s'agit du même type de problème que les précédents : un *problème de composition de mesures avec recherche du tout* sauf qu'ici il ne faut pas chercher le nombre de véhicules mais le nombre de roues. Pour cela, il faut savoir qu'une moto a deux roues et une voiture quatre.

La question sous-jacente que les enfants doivent se poser est : « Qu'est-il important de représenter ? »

Le deuxième problème est plus compliqué :

« A l'intérieur d'une boîte, il y a 4 véhicules. Je sais qu'il y a 14 roues.

¹⁷Vers les maths GS Edition ACCES pp.176-177

Combien y a-t-il de motos et de voitures dans la boîte ? »

Dans ce cas, nous connaissons le nombre de roues. Les enfants n'ont jamais été confrontés à cela : il s'agit, pour eux, d'un problème de recherche. De plus, plusieurs réponses sont correctes.

Dans ma carrière, j'envisage de réaliser un apprentissage de la schématisation dans le but de résoudre des problèmes pour des classes de Grande Section, Cycle 2 ou Cycle 3.

En effet, les problèmes sont essentiels dans l'apprentissage des mathématiques. Or, de nombreux enseignants constatent qu'ils sont mal réussis dans leur classe. Certains enfants sont capables de réaliser correctement l'algorithme d'une opération mais ne savent pas dans quelle situation l'utiliser.

Il me semble nécessaire de chercher des solutions à cette problématique. La rédaction de ce mémoire a été l'occasion de m'y intéresser, j'ai ainsi développé la compétence P1¹⁸ commune à tous les professeurs : « *Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique* ».

Dans un premier temps, l'enseignant doit identifier le type de problème qu'il souhaite proposer à ses élèves. D'après Vergnaud (1994), « un champ conceptuel bien analysé est une mine pour le choix des situations à proposer aux élèves, et pour les aides susceptibles de leur être apportées. »

Il faut ensuite faire attention à la présentation du problème. De nombreux paramètres non mathématiques peuvent avoir un impact sur la réussite des élèves¹⁹: le niveau de langue, les éléments mis en jeu (sont-ils familiers ? Les élèves en ont-ils une représentation mentale ?), la place de la question (les enfants réussissent mieux lorsque la question est en début d'énoncé)...

18Bulletin Officiel n°30 du 25 juillet 2013

19FAYOL M. (1990) : *L'enfant et le nombre*- Delachaux et Niestlé

Au cours de mes recherches, j'ai trouvé deux aides dans le cadre de la résolution de problèmes qui pourraient me servir plus tard:

-la droite graduée pour des enfants de CP, CE1 et CE2, idée développée dans l'article d'Illiada Elia : *Le rôle de la droite graduée dans la résolution de problèmes additifs*. L'auteur montre qu'un apprentissage centré sur l'usage de la droite graduée a favorisé la réussite des élèves par rapport à un groupe qui n'en a pas bénéficié. De plus, elle est bénéfique dans la résolution de certains types de problèmes seulement (cela ne fonctionne pas sur les problèmes de transformation).

-la schématisation à partir de 4 ans (soit la Moyenne Section), d'après Luquet²⁰. Il n'y a malheureusement pas d'articles sur ce sujet. L'expérimentation qui a été mise en place dans ma classe m'a permis de tester l'efficacité (ou non) de cette procédure.

Cela doit rester une aide. C'est pourquoi l'utilisation de la droite graduée ou de la schématisation ne doit pas être exigée sous peine de mettre les élèves en situation d'échec. Leur utilisation doit devenir naturelle et spontanée pour eux.

Cette expérimentation dans ma classe de Grande Section m'a permis de mieux connaître les profils cognitifs de mes élèves et plus particulièrement dans le domaine des problèmes arithmétiques. C'est la compétence C3 : « *Connaître les élèves et les processus d'apprentissage.* »

J'essaierai de m'inspirer de cette expérience et d'approfondir cette réflexion que j'ai commencée ici dans le cadre de ma carrière professionnelle.

Bibliographie

- **BROUSSEAU G.**, (2004), *Les représentations, étude en théorie des situations didactiques*, Revue des sciences de l'éducation Volume XXX n°2, 2004, 241-277, Montréal, Québec, Canada (Ed. Gisèle Lemoyne).

- **Bulletin Officiel n°30 du 25 juillet 2013**

- **Bulletin Officiel n°3 du 19 juin 2008 Hors-Série**

- **FAYOL M.** (1990) : *L'enfant et le nombre*. Delachaux et Niestlé

- **Institut national de recherche pédagogique**, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : cours élémentaire (première année)*, HATIER ERMEL, 2005.

- **LIEURY A.** (2010). *Psychologie pour l'enseignant*. DUNOD

- **MONNIER N.** (2003), *Les schémas dans les activités de résolution de problèmes*, Grand N n°71 pp. 25 à 47.

- **PETIT S.** (2012), *Problèmes additifs à transformation et représentations graphiques à l'école*, Bulletin de l'APMEP n°500, PP 390 à 400.

- **VERGNAUD G.** (1986), *Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives*, Grand N n°38.

- **VERGNAUD.G**(1994), *Les quatre opérations de l'arithmétique sont-elles quatre*, Enseigner, apprendre, comprendre. Les entretiens Nathan. Acte IV. Nathan

Sitographie

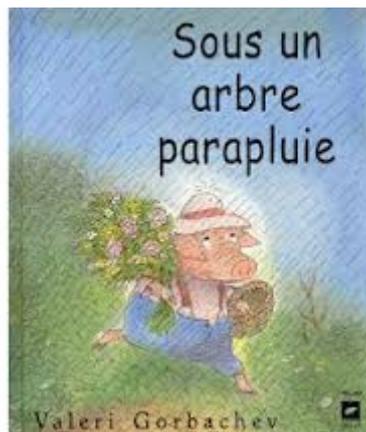
-<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article146>

Annexe 1

Stades du dessin d'enfant(adapté de Luquet, 1927)²¹

Age	Stade Luquet	Caractéristiques principales du dessin
2 ^{ème} année	Gribouillage	Progrès en contrôle psychomoteur, plaisir de la décharge motrice
3 ^{ème} année	Réalisme fortuit	Attribution d'une signification fortuite (<i>a posteriori</i>) à son tracé
4 ^{ème} année	Réalisme manqué	Intention préalable de représentation graphique mais écart entre l'intention et la réalisation, dû à la limitation de ses capacités d'analyse et de ses capacités graphiques.
4-8 ans	Réalisme intellectuel	Montrer ce qu'on sait du réel. Les progrès cognitifs et graphiques favorisent plus d'adéquation entre intention et réalisation. Dessins dynamiques avec détails (récits). Utilisation de procédés : transparence, rabattement, schématisation. Mais difficulté de coordonner les éléments par excès d'égoïsme cognitif.
9-12 ans	Réalisme visuel	Montrer le réel tel qu'on le voit, représentation de plus en plus objective de la réalité. L'espace représenté devient euclidien, apparition de la perspective et de l'ombre.

Annexe 2



21LIEURY A. (2010). Psychologie pour l'enseignant. DUNOD p.20

Annexe 3

Institut national de recherche pédagogique, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : cours élémentaire (première année)*, HATIER ERMEL, 2005, p.121.

Problèmes	Taux de réussite
Problème 1 Le compteur de la photocopieuse marque 132. La maîtresse tire 16 photocopies. Maintenant, que marque le compteur ?	65%
Problème 2 Corinne a 37 images dans une boîte. Elle en colle 12 dans son album. Combien y en a-t-il dans la boîte maintenant ?	66%
Problème 3 Paul joue au jeu de l'oie. Son pion est sur une case bleue. Il avance de 14 cases. Il arrive sur une case rouge marquée 37. Quel était le numéro de la case bleue ?	43%
Problème 4 La maîtresse a 42 cahiers dans l'armoire. Le directeur lui apporte un carton de cahiers. La maîtresse a maintenant en tout 67 cahiers. Combien le directeur lui a-t-il apporté de cahiers ?	39%
Problème 5 Dans une école, il y a 68 filles et 52 garçons. Combien y a-t-il d'enfants dans cette école ?	73%
Problème 6 Dans une classe il y a 28 enfants. Le maître a compté les garçons. Il y en a 12. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?	56%
Problème 7 Marc a 38 billes. Pierre a 25 billes. Marc a plus de billes que Pierre. Combien en a-y-il de plus ?	47%
Problème 8 Marie a 39 ans ; elle a 23 ans de plus que son fils Thomas. Quel est l'âge de Thomas ?	45%

Résumé. Cette étude cherche à évaluer l'effet de la schématisation dans la résolution de problèmes additifs. Pour cela, nous avons proposé trois problèmes arithmétiques *de composition de mesures avec recherche du tout* d'après la classification des principales relations additives de VERGNAUD à 28 élèves de Grande Section de maternelle d'une école de Tourcoing : 2 sans avoir travaillé sur la schématisation, le dernier après son introduction. Après l'analyse des productions des élèves, aucun n'a utilisé ce moyen de représentation naturellement. L'intervention de l'enseignant a engendré son utilisation massive pour le dernier problème mais elle ne semble pas avoir été une aide efficace pour les enfants. Ceux qui étaient en difficulté pour résoudre les deux premiers problèmes n'ont toujours pas réussi au dernier. Parmi ceux qui avaient trouvé un moyen efficace de répondre (dessin, surcomptage), certains ont été perturbés par la schématisation et ne trouvaient plus la bonne réponse, d'autres ont gagné en rapidité. Pour conclure, l'apprentissage de ce nouveau mode de représentation d'un problème arithmétique doit être poursuivi aux cycles 2 et 3 sans être imposé aux enfants. Il est possible de trouver d'autres moyens (la manipulation par exemple) pour aider les élèves.

Mots-clés. Problèmes additifs de type composition, schématisation, maternelle.