



**HAL**  
open science

# Justification des ossatures secondaires de la centrale nucléaire EPR Flamanville

Nicolas Botteldoorn

► **To cite this version:**

Nicolas Botteldoorn. Justification des ossatures secondaires de la centrale nucléaire EPR Flamanville. Mécanique [physics.med-ph]. 2011. dumas-01200952

**HAL Id: dumas-01200952**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01200952>**

Submitted on 17 Sep 2015

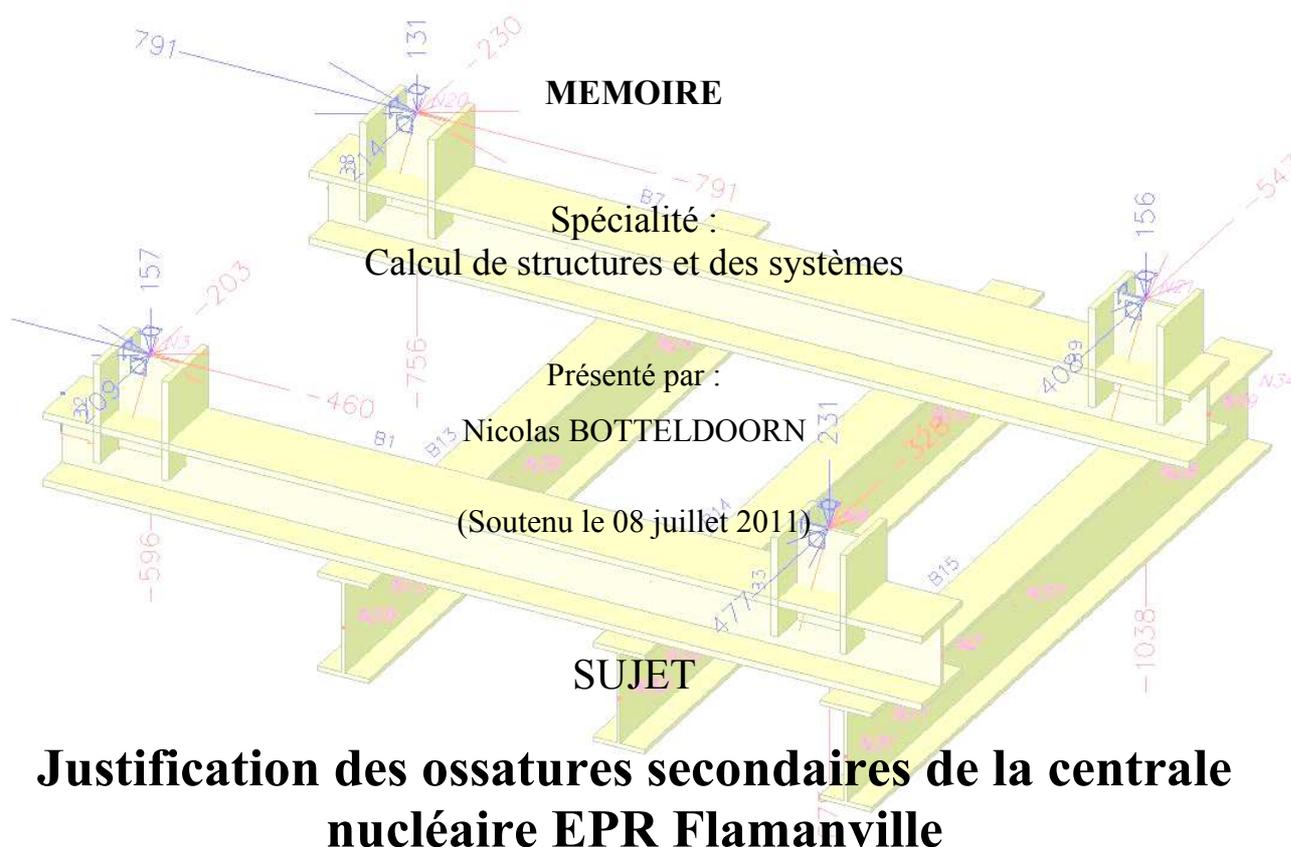
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Conservatoire National des Arts et Métiers

CNAM – Région Centre

Centre d'Enseignement d'Orléans



---

## Jury

**Président :**

**M. Georges Venizelos**

**Membres :**

**M. Jacky Huet**

**M. Jean-Louis Beaussard**

**M. Christian Decolon**

**M. Gérard Wollensack**

**M. Stéphane Husson**

**M. Julien Mougin**

**Maitre de conférences au CNAM**

**Directeur de travaux du service Grands Projets**

**Directeur du CNAM Région Centre**

**Enseignant au CNAM d'Orléans**

**Enseignant au CNAM d'Orléans,**

**Ingénieur principal du service Pont Métallique**

**Responsable Bureau d'études RMM**

## Résumé du Mémoire

Afin de répondre aux plus hautes exigences en matière de sûreté nucléaire, la société BAUDIN CHATEAUNEUF (BC) a dû mettre en place pour le chantier de la centrale nucléaire EPR de Flamanville, un outil de calculs fiable et performant permettant la vérification des ossatures de manutention de type monorail, agréé par les bureaux de vérifications EDF.

Ce mémoire présente les différentes démarches qui ont amené à la:

- Qualification du logiciel de calculs par EDF,
- Mise en place d'une méthodologie et d'un modèle de calculs
- Prise en compte des différentes sollicitations
- Justification des ossatures selon les Eurocodes 3 (EC3)
- Vérification des différents types d'attache selon l'EC3
- Réalisation de note de calculs.

Mots clés: Justification, Eurocode 3, Charpente métallique, Baudin Châteauneuf, SCIA Engineer

## Outline of the report:

In order to respond to the highest requirements as regards nuclear safety, the company BAUDIN CHATEAUNEUF (BC) has to set up for the building site of nuclear plant EPR of Flamanville, a computational tool reliable and powerful allowing the checking of the handling frameworks of the monorail type, approved by the inspection offices of EDF.

This report presents the various steps which brought to:

- Qualification of the computation software by EDF,
- Installation of a methodology and a model of calculations
- Taking account of the various requests
- Justification of the frameworks according to Eurocodes 3 (EC3)
- Checking of the various types of fastener according to the EC3
- Realization of calculation's note.

Key words: Justification, Eurocode 3, Metal frame, Baudin Châteauneuf, SCIA Engineer

## Bibliographie

Modélisation mécanique des structures – Christian Decolon / Michel Borel – Hermes

Formulaire de la construction métallique – Pierre Maitre – Le Moniteur

Les règlements CM66 et son additif 80 – CTICM – Eyrolles

Les normes de la Fédération Européenne de Manutention - FEM

Les normes NF EN1993 (Eurocode 3) – AFNOR

Les normes de l'ETCC

Cours CNAM de mécanique des milieux continus MEC122 – M. Fauconnier

Cours CNAM de mécanique des milieux continus MEC123 – M. Decolon & M. Wollensack

Cours CNAM de mécanique non-linéaire des structures Mec242 – M. Decolon

Cours CNAM de présentation MEC130 – M. Fauconnier

Cours CNAM de mathématique MAV107 – M. Masson

Remerciements :

*Je tiens à remercier l'ensemble du corps enseignant de la filière mécanique du CNAM pour le dévouement et la passion qu'il communique au travers de leur travail.*

*Plus particulièrement :*

*Un grand merci à M. Decolon pour son expertise, sa pédagogie et sa disponibilité, à M. Wollensack pour son suivi, ses encouragements et ses conseils sur mon étude et à M. Fauconnier pour la rigueur et la méthodologie qu'il a su m'inculquer au cours de mes 7 années au CNAM.*

*Je tiens aussi à remercier mes responsables hiérarchiques, M. Huet qui m'a permis de suivre les cours au CNAM, M. Husson pour m'avoir proposé cette étude et conseillé sur les différents choix techniques, ainsi que M. Goblet pour son aide dans le calcul et la modélisation de structure sans oublier l'ensemble des personnes du service Grands Projets.*

*Enfin, une pensée à ma mère qui m'a donné cette curiosité, le gout d'apprendre et de comprendre les choses, à ma famille pour leur compréhension et mes amis pour leur soutien tout au long de mon cursus.*

## SOMMAIRE :

<b>1. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE .....</b>	<b>6</b>
1.1. HISTORIQUE.....	6
1.2. CHIFFRES CLES .....	7
1.3. IMPLANTATION GEOGRAPHIQUE.....	8
1.4. LES POLES D'ACTIVITES .....	9
1.5. LE SITE DE CHATEAUNEUF SUR LOIRE .....	15
1.6. LE SERVICE GRANDS PROJETS.....	16
1.7. L'ENGAGEMENT QUALITE, SECURITE ET ENVIRONNEMENT .....	17
<b>2. LE REACTEUR A EAU PRESSURISEE EUROPEEN : L'EPR.....</b>	<b>18</b>
2.1. PRESENTATION .....	18
2.2. FONCTIONNEMENT D'UNE CENTRALE NUCLEAIRE .....	19
2.3. LE SITE DE FLAMANVILLE .....	21
2.4. LA TECHNOLOGIE EPR .....	22
<b>3. INTERETS ET OBJECTIFS DE L'ETUDE.....</b>	<b>24</b>
3.1. PRESENTATION DE L'ETUDE : LES OSSATURES SECONDAIRES : .....	24
3.2. LA PREVENTION FACE AUX RISQUES NUCLEAIRES .....	25
3.3. OBJECTIF DE L'ETUDE .....	25
<b>4. QUALIFICATION DU LOGICIEL SCIA ENGINEER 2009 PAR EDF.....</b>	<b>26</b>
4.1. CONTEXTE .....	26
4.2. DEMARCHE DE QUALIFICATION.....	26
4.3. MODELES ET METHODES UTILISEES POUR LA QUALIFICATION : .....	27
4.4. COMPARAISON ET ANALYSE DES RESULTATS .....	49
4.5. CONCLUSION : .....	51
<b>5. JUSTIFICATION DES OSSATURES.....</b>	<b>52</b>
5.1. CONTEXTE .....	52
5.2. REGLES ET NORMES UTILISEES .....	53
5.3. METHODOLOGIE ET HYPOTHESES DE CALCULS .....	56
5.4. CRITERE DE MODELISATION .....	57
5.5. CRITERE DE DILATATION THERMIQUE.....	58
5.6. COMBINAISONS DE CHARGES ET DE CALCULS.....	60
5.7. CRITERE DE CHARGEMENT DES STRUCTURES : .....	61
5.8. CRITERE DE VERIFICATION DES STRUCTURES .....	62
5.9. VERIFICATION DE L'AILE INFERIEURE DU MONORAIL .....	71
5.10. VERIFICATION DE LA FLECHE DU MONORAIL : .....	73
<b>6. VERIFICATION DES ASSEMBLAGES.....</b>	<b>74</b>
6.1. PRESENTATION .....	74
6.2. INTERFACE DES STRUCTURES ET DU GENIE CIVIL.....	75
6.3. CRITERE DE VERIFICATION DES ASSEMBLAGES.....	75
<b>7. BILAN .....</b>	<b>84</b>
7.1. TECHNIQUE ET SCIENTIFIQUE : .....	84
7.2. PERSONNEL.....	84
7.3. HUMAIN .....	85
7.4. PERSPECTIVES .....	85

## **1. Présentation de l'entreprise**

### **1.1. Historique**

#### La maîtrise du métal :



Georges IMBAULT

La SNC Baudin est une entreprise créée en 1919 grâce au rapprochement de deux hommes Basile BAUDIN l'entrepreneur et Georges IMBAULT, l'ingénieur spécialiste des ponts métalliques. Ces deux hommes ont en commun la passion du métal, du bel ouvrage et des défis lancés à l'espace.



Basile BAUDIN

Fondée à Châteauneuf-sur-Loire (45) qui est encore actuellement le siège social, l'entreprise est dirigée par B. Baudin jusqu'en 1932, puis par G. Imbault jusqu'en 1951. Transformée en SA Ets Baudin en 1928, la société sera baptisée BAUDIN CHATEAUNEUF (BC) en 1952. Née de la production de pylônes électriques et de hangars agricoles, l'entreprise s'oriente vers la construction de ponts métalliques.

Après la deuxième Guerre Mondiale, BAUDIN CHATEAUNEUF participera activement à la reconstruction des ponts en France. Ces nombreux chantiers valoriseront son expérience et enrichiront sa connaissance des ponts suspendus, tremplins du développement futur.

#### La diversification :

Dès 1954, BAUDIN CHATEAUNEUF cherche à diversifier ses activités. Sa parfaite maîtrise du métal l'entraîne logiquement vers les charpentes de bâtiments.

Aujourd'hui, BC reste une entreprise familiale dirigée par la 4<sup>ème</sup> génération issue du fondateur, qui reste dans la même optique que ses aïeux en proposant une gamme complète de prestations, au plus haut niveau technologique, aussi bien en construction et rénovation d'ouvrages d'art, en charpentes métalliques, en génie mécanique, en génie civil, en Entreprise Générale, ou en transport exceptionnel.

Elle a récemment étendu ses activités à la couverture et au bardage, au traitement de l'eau et de l'air, aux câbles offshore ou encore à l'éolien.

BC s'est également dotée d'un Département Immobilier lui permettant de s'engager auprès des Personnes Publiques dans les partenariats publics-privés.

Sa tradition de modernité toujours respectée, BAUDIN CHATEAUNEUF est plus que jamais l'écoute de son temps et ne cesse de développer ses compétences et son savoir-faire avec l'ambition de rester un acteur majeur du développement de notre pays.

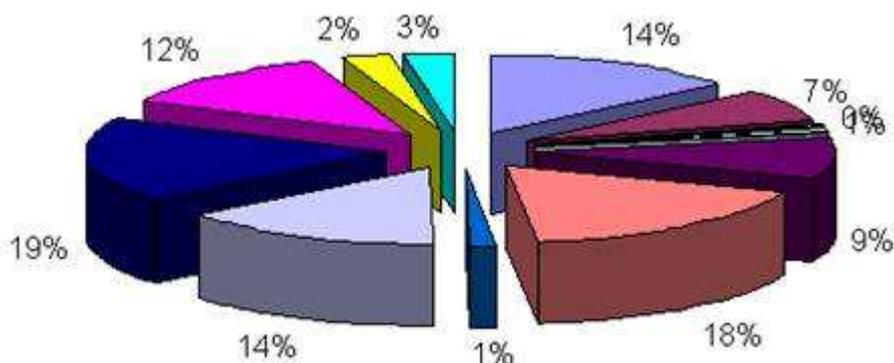
## 1.2. Chiffres clés

Le groupe Baudin Châteauneuf en 2010 :

- Chiffres d'affaires : 231 millions d'Euros
- 1250 collaborateurs dont 620 sur le site de Châteauneuf sur Loire
- 25000 Tonnes d'acier travaillé.

En France, les principaux concurrents de BC sont EIFFAGE, VINCI CONSTRUCTION, BOUYGUES, FAYAT...

### Répartition du chiffre d'affaires par activité :



### 1.3. Implantation géographique

- Siège social : [Châteauneuf sur Loire](#) (45)
  
- 6 agences
  - L'agence du Centre à Tours (37) - Charpente métallique
  - *L'agence Rhône-Alpes* à [Chassieu](#) (69) - Génie civil
  - *L'agence d'Île-de-France* à [Gentilly](#) (94) - Export et génie mécanique
  - *L'agence Méditerranée* à [Martigues](#) (13)
  - *L'agence de Metz* (57)
  - *L'agence de Golfech* (82) – représentation commerciale
  
- 3 établissements
  - *L'établissement du Havre* à [Gonfreville l'Orcher](#) (76) - Rénovation de bâtiments
  - *L'établissement d'Alençon* à [Alençon](#) (61) - Charpente métallique
  - *L'établissement de Lyon-Chassieu* (69) – Génie civil
  
- 11 filiales
  - *PCB* à [Châteauneuf](#) (45)- Entreprise spécialisée dans les systèmes de précontrainte par post-tension
  - *STEX* à [Châteauneuf](#) (45) - Transport routier
  - *BC Nord – Pas de calais – Picardie* à [Lille](#) (59) – Entreprise générale
  - *BC Métal Nord* à [Téteghem](#) (55) – Chaudronnerie, maintenance industrielle maritime
  - *Rosay Techniques Couvertures* à [Montivilliers](#) (76) – Bardage, couverture, étanchéité
  - *BERTHOLD* à [Dieue-sur-Meuse](#) (55) – Entreprise générale, charpente métallique, rénovation d'ouvrage d'art, pont métallique, génie civil
  - *SYLVAMETAL* à [Saint-Thibault-des-Vignes](#) (77)
  - *SJM Société Jurassienne de Montage* à [Dampierre-sur-Salon](#) (39) – Montage
  - *Établissements Arnodin* à [Saint-Pantaléon-de-Larche](#) (19)
  - *BC Dervaux* à [Martigues](#) (13)
  - *PROSOUDURE* à [Chateauneuf sur Loire](#) (45)

## 1.4. Les pôles d'activités

### 1.4.1. Le pôle bâtiment

#### Le département « Entreprise Générale » :

- Bâtiments industriels et logistiques
- Equipements publics : Sport, éducation, culture
- Secteur médical : maison de retraite, centre d'accueil pour handicapés
- Activité piscines et centres aquatiques
- Activité promotion immobilière
- Bureau d'études intégré



Centre logistique européen  
de CAUDALIE (45)



EHPAD de Digoin (71)



Piscine Tournesol de Blois (41)

#### Le département « Charpente métallique » :

- Tous types de structures métalliques
  - Bâtiments industriels
  - Bases logistiques
  - Bâtiments tertiaires / ouvrages spéciaux
  - Grandes réalisations
- Bureau d'études intégré.



Immeuble de bureaux -  
Place Valhubert - Paris (75)



Stade Gerland  
Lyon (69)



Salle des machines de la centrale  
nucléaire de Civaux (86)

## 1.4.2. Le pôle Rénovation et Maintenance

### Le département « Rénovations Bâtiments » : (RB)

- Rénovation d'ouvrage métallique existant au niveau structurel
  - Monuments historiques
  - Bâtiments industriels
  - Bâtiments publics
- Renforcement de structure
- Réhabilitation de site industriel



Marquise de la Gare de l'Est -  
Paris



Moulin de Pantin  
(93)



Consolidation d'urgence après  
sinistre

### Le département « Rénovation d'Ouvrage d'Art » (ROA)

- Rénovation de pont métallique
- Dépose et repose de suspente et équilibrage de pont
- Rénovation d'ouvrage mobile
- Mise en sécurité / réparation d'urgences
- Passerelles neuves



Rénovation de passerelle -  
Charleville, Mézières (08)



Passerelle Quai aux fleurs -  
Evry (91)



Rénovation du pont sur la passe  
pinède - Marseille (13)

**Le département « Equipements Portuaires et Fluviaux » (EPF) :**

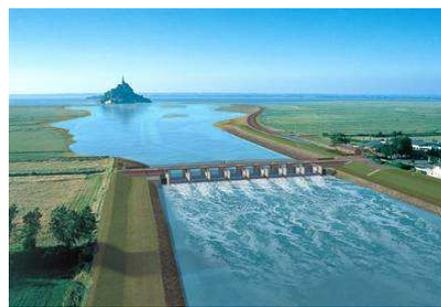
- Construction et rénovation :
  - Pont mobile
  - Ecluse
  - Barrage
- Expertise d'équipements portuaires et fluviaux



Restauration de la grande écluse - Amfreville (27)



Pont tournant de Bacalan - Bordeaux (33)



Nouveau barrage sur le Couesnon Mont-Saint-Michel (50)

**Le département « Génie Mécanique » (GM) :**

- Structures mobiles
- Machineries scéniques
- Équipements spéciaux
- Ascenseurs
- Maintenance et SAV



Toit mobile de piscine - Bordeaux (33)



Théâtre des Champs Elysée - Paris (75)



Nacelle de visite d'ouvrage - Tancarville (76)

## L'activité EXPORT :

BC œuvre en Afrique, Asie du Sud-Est, Amérique du Sud, DOM-TOM... grâce à ses expatriés et ses agents locaux.

- Rénovation d'ouvrages d'art
- Ponts standards : ponts Tropicque, ponts Equateur, ponts PIMM
- Ponts mixtes



Pont Mixte –  
Cameroun



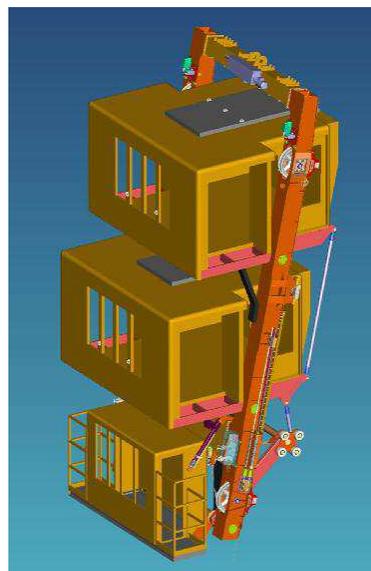
Pont PIMM –  
Guyane



Pont tropique  
Madagascar

## Le bureau d'études RMM « Rénovation Mécanique et Métallique »:

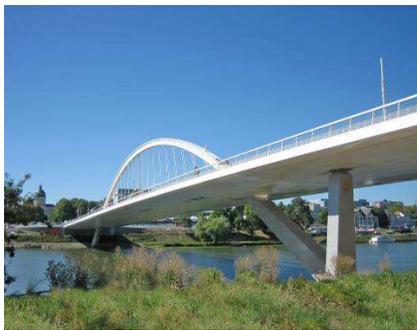
Il répond à tous les besoins d'études des entités du pôle « Rénovation et maintenance ». Composé d'un personnel hautement qualifié, Ingénieurs d'études, Projeteurs chef de groupe et de dessinateurs d'exécution, il dispose d'outils fiables et performants lui permettant de répondre efficacement aux contraintes techniques de chaque projet.



### 1.4.3. Le pole travaux publics

#### Le département « Pont métallique » (PM)

- Construction d'ouvrages Routiers ou Ferroviaires
  - Pont à poutre ou en caisson
  - Pont en arc
  - Pont à treillis
  - Pont suspendu ou à haubans
- Bureau d'études intégrées



Pont à arche sur La Maine – Angers (49)



Grand Pont sur la Loire – St-Just-St-Rambert (42)



Viaduc de l'Arc – Aix-en-Provence (13)

#### Le département « Génie Civil » (GC)

- Ouvrages d'Art en béton armé ou précontraint
- Partie génie civil des ponts mixtes
- Techniques de levage et déplacement de masses indivisibles



Pont de Jassans-Riottier (01)  
(fabrication et immersion d'une pile 650T)



Pont de Cheviré – Nantes (44)  
Changement des appareils d'appuis sur piles et culées (vérinage 11 x 6000T)



Une des piles du viaduc de l'Arc  
Aix en Provence (13)

### L'activité « Eolienne »

- Fabrication des mâts et des embases
- Montage serrurerie et électricité
- Fondation Génie civil



Roulage d'une virole de  
1.5m à 4.6 m de diamètre



Ferrailage et virole de fondation  
avant bétonnage



Tronçon pré-équipé  
Serrureries et câblages électriques

### L'activité « Câbles »

- Fournitures de câbles métalliques pour une large gamme d'ouvrages
  - Suspension de pont et haubans
  - Mouillage de plateforme pétrolière
  - Pylônes et mats d'éolienne haubanaux
  - Structures suspendues
- Techniques innovantes
  - Dispositif de déshumidification d'un faisceau de câble
  - Wrapping des câbles
  - Gainage de câble par extrusion
  - Culottage des câbles selon différentes techniques (zinc ou résine)



Câbleuse Baudin Chateaufort



Opération de gainage d'un  
câble par PEHD



Machine de Wrapping

## 1.5. Le site de Châteauneuf sur Loire

Le site de Châteauneuf sur Loire qui est resté le siège social depuis la création de l'entreprise a un emplacement privilégié, proche des plus grands axes routiers, il est aussi desservi par une liaison ferroviaire directe permettant l'acheminement des matières premières.

### Les moyens mis à disposition sur le site:

Pour réaliser l'ensemble de ces prestations BAUDIN CHATEAUNEUF a à disposition :

- un important parc matériels de chantier pour les activités de montage et de rénovation,
  - grues sur porteur et à chenilles de 25 à 130T
  - 6000 vérins de 1 à 2000T
  - Matériel de montage pour la mise en place des ponts métalliques,
  - Matériel dédié à l'activité Génie Civil
  - Equipements de sécurité et outillage de chantier.
- un stock important de profilés aciers et de tôle de toutes dimensions et qualités
- des ateliers de fabrications de grandes capacités (31 000 m<sup>2</sup>)
  - Machines à commande numérique pour le découpage et le perçage de profils et de tôles de grandes dimensions,
  - D'importants moyens pour la réalisation de PRS mesurant de 0,3m à 5,5m de hauteur et jusqu'à 40m de longueur,
  - Des hommes d'expérience, qualifiés et utilisant des machines performantes,
  - Une installation de grenailage et de peinture de grande capacité
- des équipes de montages spécialisées pour chaque activité,
- une Filiale de transport spécialisée dans le convoi exceptionnel.
  - Transport de poutre de pont, mât d'éolienne,...



Vue du parc acier avec sa grue sur rail



Vue de poutre de pont PRS du haut de l'atelier C

## 1.6. Le service Grands Projets.

Certains projet, par leur ampleur ou leur complexité demandent des compétences transversales et doivent être pris en charge par des équipes spécialement constituées d'ingénieurs et techniciens venant le temps des études des différents pôles d'activités concernés.

Ainsi, les « Grands Projets » sont gérés de manière pluridisciplinaire afin d'appréhender les problématiques dans leur globalité.



Image de synthèse de la tranche EPR de Flamanville à coté des tranches 1 et 2 déjà existantes (50)



Ecole National d'Architecture Paris-Belleville (75)



Rénovation de l'ascenseur ouest de la tour EIFFEL Paris (75)

### L'équipe EPR Flamanville :

Elle est composée de personnes d'entités différentes, un directeur de travaux s'occupant de la gestion contractuelle du contrat, un ingénieur principal gérant les aspects techniques, d'un dessinateur chef de groupe et d'une équipe de dessinateurs d'exécutions. Toutes ces personnes ont été détachées de leur service d'origine pour la durée du contrat (Génie mécanique, Ponts métalliques et Entreprise générale) permettant de capitaliser le savoir faire de chacun.

Du fait de l'ampleur des études à réaliser (plans d'exécution, Note de calculs, Fabrication, Métré d'exécution et la gestion documentaire), cette équipe a le soutien de nombreux autres services et bureaux d'études du groupe BC (Charpente métallique, BC Le Havre, BC Alençon, BC Chassieu, BC Gentilly,...).

L'équipe Grand Projet BC Châteauneuf restant à la tête des études. Tous travaux réalisés à l'extérieur doivent passer par la cellule Grand Projet pour vérification et envoie au client.

## **1.7. L'engagement qualité, sécurité et environnement**

Soucieuse de la qualité de ses produits, de la protection contre les risques et du respect de l'environnement, BC a mis en place un management prenant en compte ces composantes. L'entreprise est ainsi en mesure de proposer à ses clients des réalisations modernes et innovantes avec le plus haut niveau d'exigence en termes de qualité, de sécurité et d'environnement.

### **Qualité :**

La satisfaction de nos clients repose avant tout sur la qualité de nos produits, notre disponibilité et notre capacité à innover, ce sont les fondements de notre engagement qualité. BC est ainsi certifiée ISO 9001 et possède de nombreuses qualifications et agréments (CEFRI, FNTP, QUALIBAT, QUALISPORT, MASE, SNCF, EDF...).

### **Sécurité :**

Les femmes et les hommes qui composent notre entreprise sont notre première richesse, comment la préserver sans veiller au quotidien au respect de leur intégrité physique ? L'évaluation des risques, l'organisation du travail, l'information et la formation en matière de sécurité font partie intégrante de notre fonctionnement. Chaque salarié se voit ainsi acteur, non seulement de sa propre sécurité, mais aussi de celle des autres pour qu'ensemble nous atteignons le seul objectif acceptable dans ce domaine: le zéro accident.

### **Environnement :**

Que ce soit pour nos ateliers ou nos chantiers, la politique générale, les projets, les investissements, les réalisations et la gestion prennent en compte les objectifs de respect de l'environnement. BC veille à ce que les solutions mises en œuvre, qu'il s'agisse de l'achat de matières premières (Nos ateliers se fournissent exclusivement en acier 100 % recyclé), de produits ou des prestations de ses partenaires, répondent aux exigences en matière d'environnement.



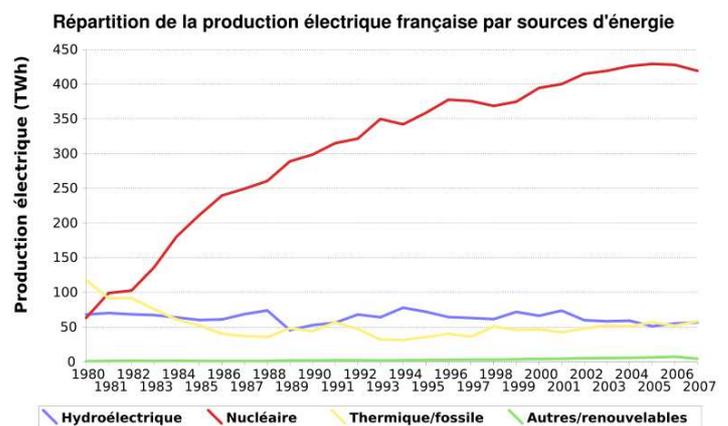
## 2. Le réacteur à eau pressurisée européen : l'EPR

### 2.1. Présentation

Dans les années 1960, le Général de Gaulle alors président de la république française voulait de manière inconditionnelle assurer à son pays une indépendance énergétique et un rayonnement technologique dans le monde entier. Pour cela, il décida de s'appuyer sur la technologie nucléaire et lança une grande campagne de construction de centrale nucléaire qui fut poursuivie par ses successeurs tout au long des années 70 et 80.

En 2008, la France comptait 58 réacteurs nucléaires répartis dans 19 centrales, un réacteur à neutrons rapides expérimental (Superphœnix), 12 réacteurs nucléaires arrêtés, 2 centrales en cours de démantèlement et 3 centres de stockage de déchets radioactifs.

Le bilan énergétique français est de 271,5 Mtep (tep : tonne équivalent pétrole), réparti pour 44.5% en énergie électrique dont 75.2% est issue du nucléaire soit 90,85 Mtep, 31% en pétrole, 14.6% en gaz naturel, 5.4% en énergie renouvelable et 4.5% en charbon.



L'ensemble des installations nucléaires correspond à une puissance électrique totale de 63 GW et une production en 2009 de 518 TWh. Les trois principales centrales nucléaires en France sont la centrale de Cattenom (37,4 milliards de kWh par an), la centrale de Gravelines (37,2 milliard de kWh par an) et la centrale de Paluel (30 milliards de kWh par an).

Ces centrales ayant une durée prévisionnelle d'exploitation de 40ans, la majorité de celles-ci arrivent en fin de vie d'ici à l'horizon 2020. L'exploitant du parc nucléaire (EDF) anticipe un éventuel renouvellement des centrales, en remplacement des tranches REP qui arriveront en fin de vie. Afin de bénéficier d'un retour d'expérience d'exploitation pour la construction de réacteurs à partir de 2020, EDF a prévu de construire une tête de série EPR sur le site de la centrale de Flamanville (Manche) pour une mise en service initialement prévue en 2012, revue à 2014 suite à des retards pris dans l'exécution du génie civil.

## 2.2. Fonctionnement d'une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire n'est qu'une gigantesque bouilloire dont le combustible est de l'uranium.

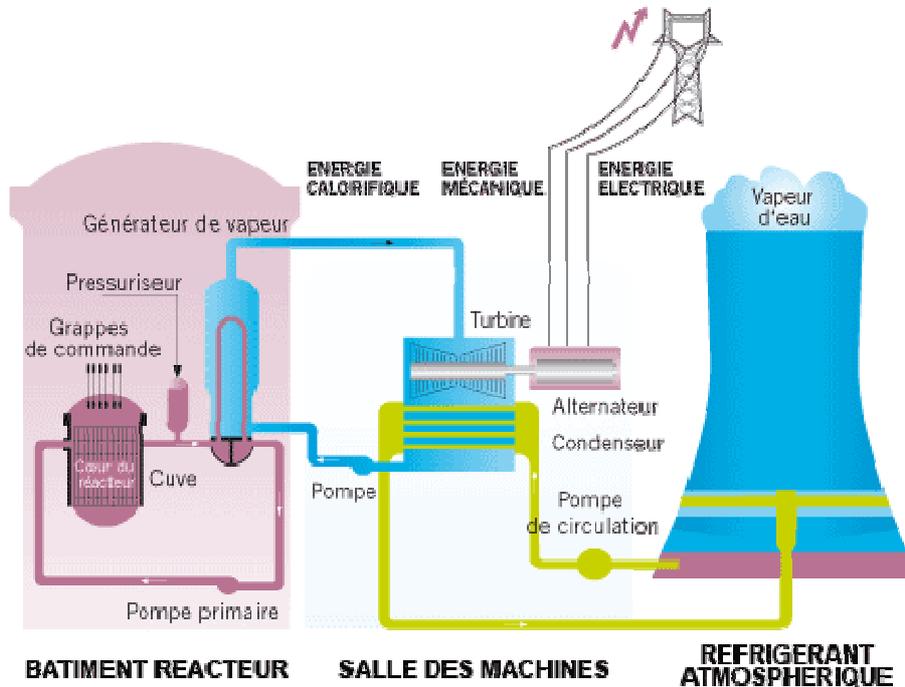


Schéma d'une centrale type REP actuellement utilisée en France :

Pour récupérer de l'énergie mécanique à partir de chaleur, il est nécessaire de disposer d'une source chaude (réacteur) et d'une source froide (fleuve, mer, aéroréfrigérant). Ainsi, une tranche nucléaire de type REP comporte trois circuits d'eau importants indépendants :

### **le circuit primaire fermé en rose (Bâtiment réacteur ou enceinte de confinement)**

Dans le réacteur, la fission nucléaire produit une grande quantité de chaleur. Le débit moyen d'eau du circuit primaire est de  $60000 \text{ m}^3/\text{h}$  pour une température moyenne de  $306^\circ\text{C}$  ( $286^\circ\text{C}$  en entrée et  $323^\circ\text{C}$  en sortie du réacteur). Afin de garder l'eau à l'état liquide, celle-ci est maintenue à une pression de 155 Bar à l'aide d'un pressuriseur.

### **le circuit secondaire fermé en bleu (salle des machines)**

Le circuit primaire chauffe le circuit secondaire par échange thermique. A l'aide de générateurs de vapeur, l'eau du circuit secondaire se transforme et se vaporise. Cette vapeur, avec un débit moyen de  $7000 \text{ m}^3/\text{h}$  et une pression de 55 Bar fait tourner une turbine composée de plusieurs étages séparés et comportant chacun de nombreuses roues de diamètre différent.

D'abord, la vapeur subit une première détente dans un corps haute pression (HP ; de 55 à 11 bar), puis elle est récupérée, séchée et surchauffée pour subir une seconde détente dans les corps basse pression, (BP ; de 11 à 0,05 bar).

L'eau condensée dans cet appareil est réutilisée pour réalimenter des générateurs de vapeur. L'énergie mécanique produite par la turbine sert à entraîner l'alternateur dont le rotor à une masse de 150T qui la convertit en énergie électrique, celle-ci étant évacuée par le réseau électrique. Le rendement global de conversion de la chaleur en électricité est d'environ 33 %.

### **le circuit de refroidissement semi-ouvert en vert (fleuve, mer ou aéroréfrigérant)**

L'eau de ce troisième circuit refroidit le circuit secondaire à travers un condenseur alimenté par de l'eau en provenance de la mer ou d'un fleuve. Cette eau peut également être refroidie au contact de l'air dans un aéroréfrigérant d'où une petite partie (1,5 %) de l'eau s'échappe en vapeur en forme de panache blanc.

Ces trois circuits opèrent des échanges thermiques entre eux tout en devant rester **indépendants**, pour éviter la dispersion de substance radioactive à l'extérieur de la centrale. Le schéma est celui d'un réacteur REP.

### 2.3. Le site de Flamanville

La centrale nucléaire de Flamanville est située sur la commune de Flamanville (Manche), sur la côte Ouest de la péninsule du Cotentin, au pied d'une falaise granitique haute de 70 mètres, à 25 km à l'ouest de Cherbourg et à 20 km au sud de l'usine de retraitement de la Hague.

La localisation en bord de mer est plus favorable que le bord de rivière du point de vue thermodynamique (source froide plus importante et minimisation de l'impact d'une éventuelle nouvelle canicule).

Bien qu'étant d'une conception des plus sécuritaires, l'EPR de Flamanville n'en est pas moins un prototype, la géographie du Cotentin permettrait une gestion de crise facilitée en cas d'incident (voie d'accès terrestre limité donc facilement contrôlable).

#### Ses atouts :

Le site de Flamanville avait été prévu pour accueillir quatre tranches mais seulement 2 unités de production ont été réalisées sur le site laissant la possibilité de construire un nouveau réacteur avec des travaux de terrassement réduits (Flamanville 3, la tranche EPR). Les tranches 1 et 2 déjà existantes sont de type REP (réacteur à eau pressurisée) d'une capacité de 1300 MW mise en service respectivement en 1986 et 1987.



Vue aérienne du site de Flamanville avant le début des travaux de l'EPR

Un réseau électrique de grande capacité capable de recevoir encore plus de courant était déjà existant, il ne restait plus qu'à le raccorder sur une nouvelle unité de production électrique.

De plus sa proximité avec la Bretagne permettra de fournir de l'électricité à cette région qui est pour le moment « en bout de réseau » et doit quelque fois faire face à des risques de coupures électriques les jours de forte consommation.

## **2.4. La technologie EPR**

### Présentation :

L'EPR est un réacteur à eau pressurisée (REP). Il est considéré comme un réacteur de 3<sup>ème</sup> génération, cependant, il est évolutionnaire et non révolutionnaire. Techniquement, il s'appuie sur les concepts de type N4 et Konvoi (modèles de réacteurs nucléaires REP de la gamme des 1 400 MW respectivement français et allemand) mais apporte un grand nombre d'avancées technologiques et sécuritaires dans le domaine des réacteurs REP électrogènes à boucles.

### Les performances techniques et économiques :

Avec une puissance estimée à 1600MW contre 1450 MW pour les REP les plus récents, l'EPR devrait être le réacteur le plus puissant du monde, de plus avec un rendement global de 36% contre 33% actuellement, un taux de disponibilité de 91% (grâce à une réduction de la durée moyenne des périodes d'arrêt pour rechargement du combustible, à sûreté équivalente), une baisse de 17% de la consommation de combustible par KW produit par rapport aux réacteurs 1300 MW et une durée d'exploitation de 60 ans contre 40 ans pour les centrales actuelles, il devrait permettre d'augmenter de 36% la production annuelle d'électricité d'une tranche tout en réduisant le coût d'exploitation.

### Une protection de l'environnement renforcée :

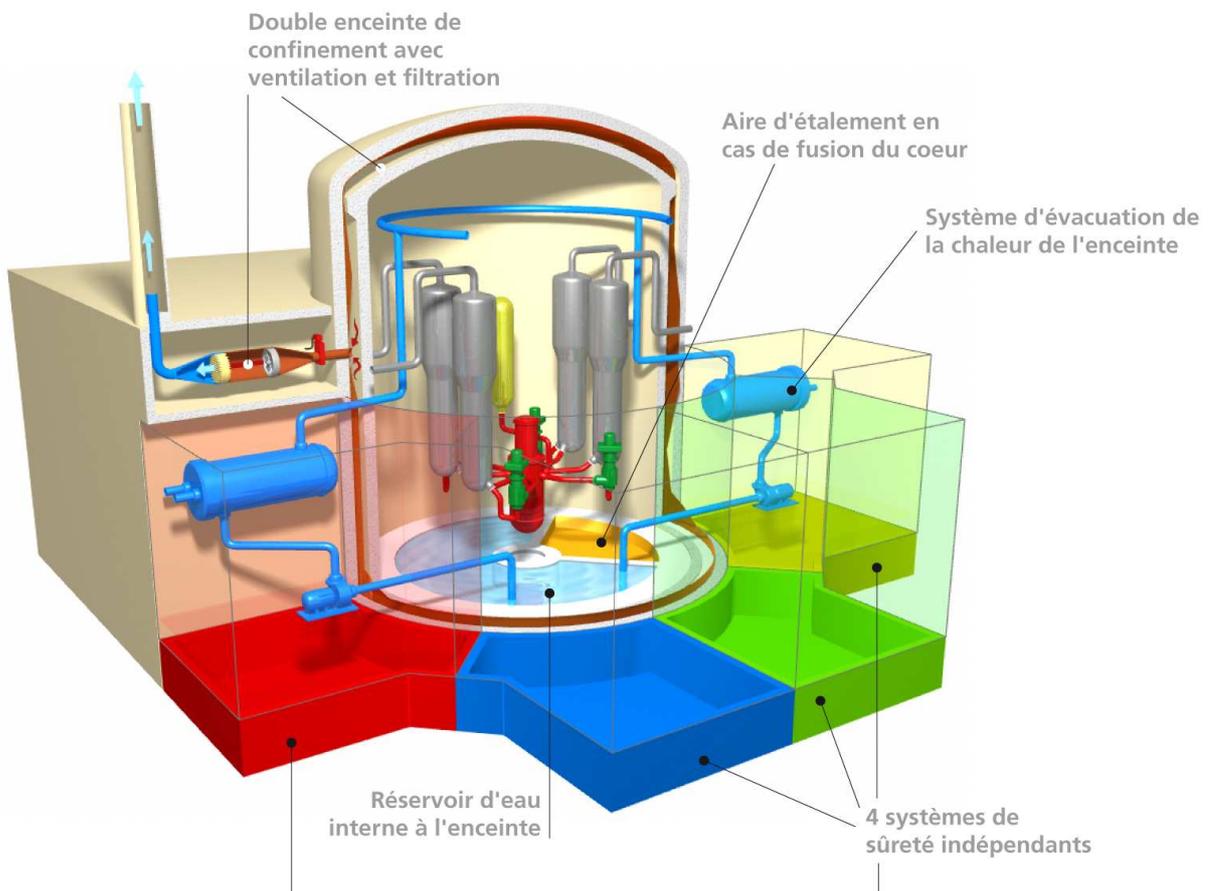
L'EPR permettra de produire une énergie non émettrice de gaz à effet de serre. Les objectifs de conception et d'exploitation de l'EPR permettent notamment une utilisation plus efficace du combustible, à production d'électricité constante, une réduction sensible des rejets d'effluents radioactifs liquides et gazeux par rapport aux meilleures unités de production du parc nucléaire français (- 30 %, hormis pour le carbone 14 et le tritium, pour lesquels les quantités restent équivalentes aux réacteurs actuellement en fonctionnement), une production de déchets radioactifs réduite de 30 %.

Un très haut niveau de sûreté :

Les évolutions par rapport à la filière précédente, demandées par les autorités de sûreté nucléaire (française et allemande) qui l'ont certifié, sont supposées limiter les risques d'accidents et notamment le risque de fusion du cœur du réacteur qui contient l'uranium enrichi, à réduire les doses de radiations susceptibles d'affecter le personnel, et à diminuer les émissions radioactives dans le milieu environnant.

Le réacteur EPR est doté d'un niveau de protection actif et passif très élevé contre les accidents (Tchernobyl 1986, Three Mile Island 1979 et Fukushima 2011) ainsi que pour les risques terroristes (événements du 11 septembre).

En particulier quatre systèmes de refroidissement d'urgence indépendants, chacun étant capable de refroidir le réacteur après son arrêt, fonction de sûreté essentielle pour protéger l'homme et l'environnement en toutes, un conteneur de fuite radioactive autour du réacteur, une enceinte de confinement en cas de fusion du cœur et des murs faits de deux épaisseurs séparées, totalisant 2,6 m d'épaisseur totale. Mais cela suffirait-il pour des événements non prévu ?



### 3. Intérêts et objectifs de l'étude

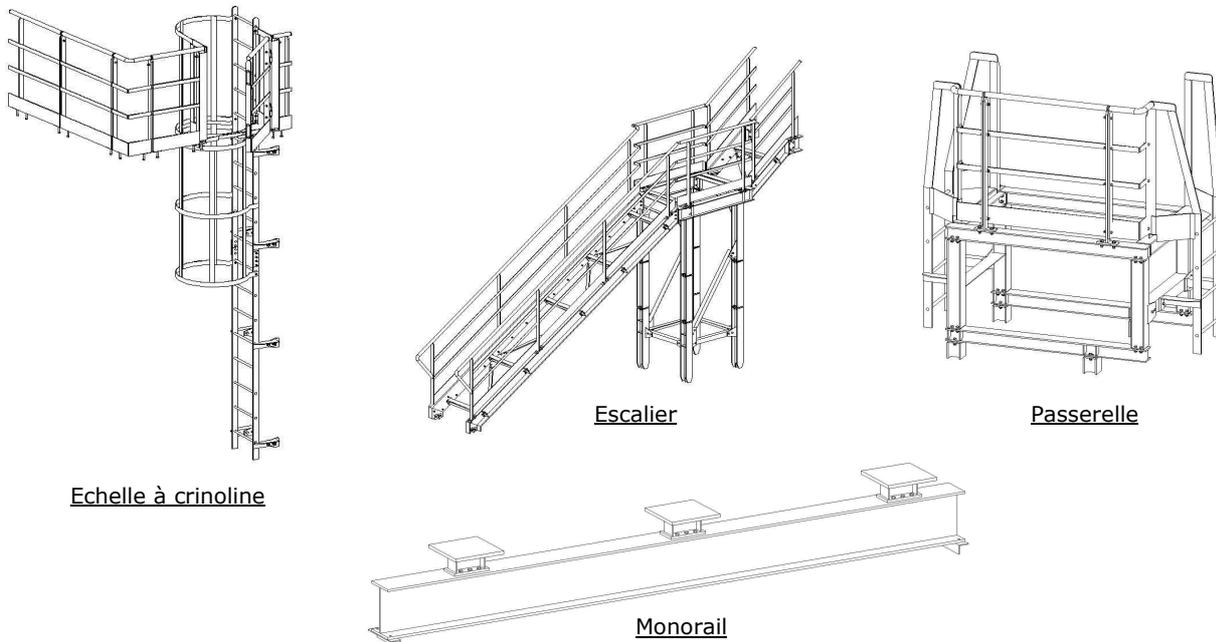
#### 3.1. Présentation de l'étude : les ossatures secondaires :

Les ossatures secondaires de la centrale nucléaire de Flamanville est le plus gros contrat (35 millions d'euros soit 1% du budget total initial du projet EPR) signé par la société Baudin Châteauneuf à ce jour. Ces structures sont réparties dans l'ensemble des bâtiments de la tranche EPR.

D'un tonnage théorique de 5000 Tonnes d'acier et réparti sur plus de 4300 ossatures dites « affaires », elles représentent des milliers d'heure de travail en étude, fabrication et montage, permettant d'assurer la pérennité de l'entreprise.

Ces structures peuvent être des planchers, des plateformes, des échelles, des main-courantes et des garde-corps pour la circulation du personnel, des monorails et des anneaux de levage pour la manutention des matériels, des podiums et des passerelles pour l'accès aux appareils de commande et de contrôle.

#### Exemple d'ossature secondaire :



Toutes ces ossatures sont en générale soudées sur des platines métalliques scellées dans le génie civil des bâtiments mais quelquefois suite à un problème technique, elles peuvent être chevillées dans le béton sauf dans le bâtiment réacteur (enceinte de confinement) dont la structure en béton armé ne doit subir aucune détérioration.

### **3.2. La prévention face aux risques nucléaires**

La catastrophe de Fukushima au Japon a démontré qu'il était impossible de rendre une installation nucléaire « sûre », qu'une conjonction d'événement même improbable n'amène pas à un risque nul. C'est dans cette optique que les bureaux d'études EDF travaillent à réduire encore et encore la probabilité d'un risque d'accident nucléaire.

Pour répondre à cette objectif, EDF a choisi la société Baudin Châteauneuf (BC), dans un premier temps elle a obtenu le marché de l'étude et la fabrication de la salle des machines (première salle des machines à avoir une structure 100% métallique en France) et dans un second temps celui des ossatures secondaires.

Depuis des dizaines d'année BC travaille à répondre aux demandes de cette entreprise en réalisant un travail de qualité, proposant des solutions techniques avantageuses, lui conférant une grande reconnaissance dans le domaine de la charpente métallique, l'amenant à être un acteur de premier ordre et être consulté sur la plupart des grands chantiers EDF.

### **3.3. Objectif de l'étude**

L'objectif de cette étude est de démontrer le savoir faire de BC sur les normes européennes «Eurocode 3 » afin de garder la confiance de cet important client. Récemment mis en place, celles-ci devraient à terme devenir la référence pour le calcul des structures métalliques remplaçant les normes françaises depuis longtemps établies comme les CM66.

Pour cela, il faudra dans un premier temps démontrer que le logiciel que nous utilisons répond au critère fixé par EDF, ensuite mettre en place un modèle et une méthodologie de calculs fiables, rapides et sécuritaires, permettant de fournir les notes de calculs nécessaire à la vérification de l'ensemble des structures, en particulier celles servant à la manutention des matériels.

Ce projet devrait me permettre de me confronter à de nouveaux sujets, comme faire de la gestion de projet, comprendre et acquérir les différentes méthodes de calculs au sein d'une équipe pluridisciplinaire de grande qualité et enfin d'être reconnu comme étant capable d'être ingénieur d'études ou ingénieur d'affaires.

## **4. Qualification du logiciel SCIA Engineer 2009 par EDF**

### **4.1. Contexte**

Le logiciel de calculs utilisé par la société Baudin Châteauneuf ne fait pas partie des logiciels agréés par EDF, il a donc fallu réaliser des études à partir de 3 cas « étalons » afin de qualifier le logiciel :

- Cas 1 : Flambement d'un poteau en compression + flexion
- Cas 2 : Déversement d'une poutre en flexion simple
- Cas 3 : Poutre en flexion simple – Optimisation des profilés.

Cette qualification se fait en comparant le résultat des études réalisées dans un ouvrage faisant référence pour les règles CM66 et son additif 80 « Conception et calculs de structures métalliques » Jean Morel, édition EYROLLES et le calcul réalisé par le logiciel EFFEL EXPERT METAL CM66 de la suite GRAITEC version 16.1 déjà qualifié.

### **4.2. Démarche de qualification**

Dans l'étude qui va suivre seul le cas 1 : « Flambement d'un poteau en compression + flexion » sera détaillé. Nous comparerons l'étude réalisée avec le logiciel SCIA Engineer 2009 suivant les règles CM66 - Additif 80 avec dans un premier temps les études théoriques selon:

- La solution de la méthode analytique,
- La méthode de Ritz,
- La méthode discrétisée,
- Les résultats obtenus avec le logiciel RDM 6.

Et dans un deuxième temps selon :

- Les résultats du logiciel EFFEL EXPERT METAL fournis par EDF

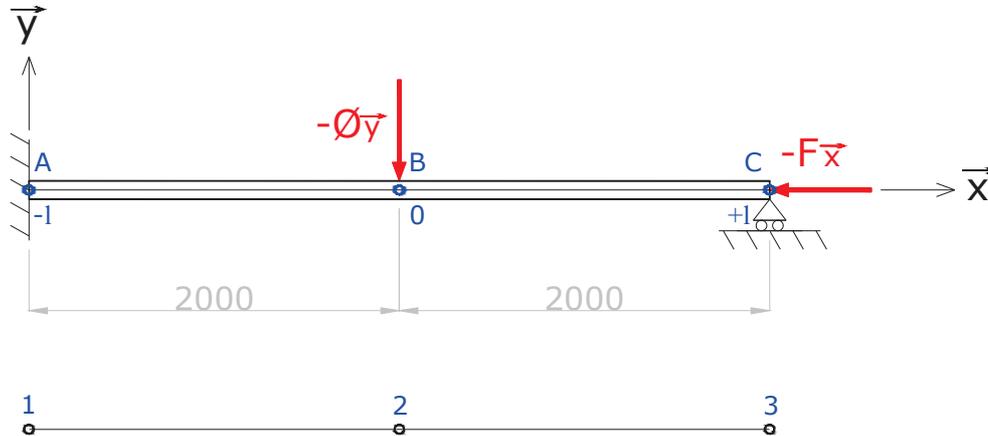
Les critères de comparaison de cette étude seront :

- La force critique de flambement suivant le 1<sup>er</sup> mode
- Les efforts de cisaillement
- Les moments de flexion
- Les déplacements
- Les contraintes suivant les différentes sollicitations
- Les critères de la norme CM66 additif 80 pour les logiciels SCIA et EFFEL

### 4.3. Modèles et méthodes utilisées pour la qualification :

#### 4.3.1. Modèle et données de l'étude

Modèle du cas 1 : « Flambement d'un poteau en compression + flexion »:



Données :

Poutre HEA200 encastrée en A et rotulée en C.

Longueur totale :  $L = 4000$  mm

Longueur d'un tronçon :  $l = 2000$  mm

Inertie suivant l'axe faible :  $I_z = 1336\text{cm}^4$

Aire de la section :  $A = 53,8$  cm<sup>2</sup>

Chargements :

Effort pondéré de compression :  $F=30000$  daN

Effort transverse :  $\phi=3000$ daN

Théorie :

Tous les calculs qui vont suivre vont être effectués dans la théorie des poutres (éléments dont les dimensions transversales, constantes ou lentement variables sont petites devant la longueur), en théorie de Bernoulli pour les études théoriques et en théorie de Timoshenko mais négligeant le cisaillement transverse pour les logiciels.

### 4.3.2. Méthode analytique

L'équation de flambement  $\frac{d^4 v_i}{dx^4} + \Omega^2 \frac{d^2 v_i}{dx^2} = 0$  avec  $\Omega^2 = \frac{F}{EI}$  a pour solution :

$$v_i = A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x + C_i x + D_i$$

$$\frac{dv_i}{dx} = -\Omega A_i \sin \Omega x + \Omega B_i \cos \Omega x + C_i$$

$$\frac{d^2 v_i}{dx^2} = -\Omega^2 (A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x)$$

Le moment de flexion égale à  $M_{fi} = EI \frac{d^2 v_i}{dx^2} = -\Omega^2 EI (A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x)$

L'effort tranchant égale à :  $T_i = -\Omega^2 EIC_i$

Conditions aux limites :

$$\text{en } x = -l : \quad v_1(-l) = 0 \quad (1) \qquad \text{en } x = 0 : \quad v_1(0) = v_2(0) \quad (3)$$

$$\frac{dv_i}{dx}(-l) \quad (2) \qquad \frac{dv_1}{dx}(0) = \frac{dv_2}{dx}(0) \quad (4)$$

$$\text{en } x = +l : \quad v_2(l) = 0 \quad (7) \qquad M_{f2}(0) - M_{f1}(0) = 0 \quad (5)$$

$$M_{f2}(l) = 0 \quad (8) \qquad T_2(0) - T_1(0) - \Phi = 0 \quad (6)$$

En développant les conditions aux limites, on obtient le système algébrique :

$$A_1 \cos \Omega l - B_1 \sin \Omega l - C_1 l + D_1 = 0 \quad (1)$$

$$\Omega A_1 \sin \Omega l + \Omega B_1 \cos \Omega l + C_1 = 0 \quad (2)$$

$$A_1 + D_1 = A_2 + D_2 \quad (3)$$

$$\Omega B_1 + C_1 = \Omega B_2 + C_2 \quad (4)$$

$$-\Omega^2 EIA_2 + \Omega^2 EIA_1 = 0 \quad (5)$$

$$-\Omega^2 EIC_2 + \Omega^2 EIC_1 - \Phi = 0 \quad (6)$$

$$A_2 \cos \Omega l + B_2 \sin \Omega l + C_2 l + D_2 = 0, \quad (7)$$

$$-\Omega^2 EI(A_2 \cos \Omega l + B_2 \sin \Omega l) = 0 \quad (8)$$

L'équation (5) nous donne  $A_1 = A_2$ , reportée dans (3) nous donne  $D_1 = D_2$  et (8) reporté dans (7) nous donne  $D_1 = D_2 = -C_2 l$

On obtient alors le système suivant de cinq équations à cinq inconnues  $A_1, B_1, C_1, B_2, C_2$  :

$$A_1 \cos \Omega l - B_1 \sin \Omega l - C_1 l - C_2 l = 0 \quad (1')$$

$$\Omega A_1 \sin \Omega l + \Omega B_1 \cos \Omega l + C_1 = 0 \quad (2')$$

$$\Omega(B_1 + B_2) + C_1 - C_2 = 0 \quad (4')$$

$$A_1 \cos \Omega l + B_2 \sin \Omega l = 0 \quad (8')$$

$$\Omega^2 EI(C_1 - C_2) = \Phi \quad (6')$$

Qui sous la forme matriciel nous donne :

$$\begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ 0 & 0 & EI\Omega^2 & 0 & -EI\Omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ B_2 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Phi \end{bmatrix}$$

Calculs du déterminant de la matrice :

$$\Delta = \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ 0 & 0 & EI\Omega^2 & 0 & -EI\Omega^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -2l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 0 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI\Omega^2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = -EI\Omega^2 \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -2l & 0 \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ 0 & \Omega & 0 & -\Omega \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l \end{bmatrix} = -EI\Omega^2 \left\{ -\cos \Omega l \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & -2l & 0 \\ \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ \Omega & 0 & -\Omega \end{bmatrix} + \dots \right.$$

$$\left. \dots + \sin \Omega l \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -2l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 \\ 0 & \Omega & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\Delta = -EI\Omega^2 [\Omega \cos \Omega l (-\sin \Omega l + 2\Omega l \cos \Omega l) - \Omega \sin \Omega l (\cos \Omega l + 2\Omega l \sin \Omega l)]$$

$$\Delta = EI\Omega^3 [2 \sin \Omega l \cos \Omega l - 2\Omega l (\cos^2 \Omega l - \sin^2 \Omega l)]$$

$$\Delta = EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)$$

L'utilisation des formules de Cramer fait intervenir les cinq déterminant :

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \Omega l & -l & 0 & -l \\ 0 & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & -\Omega & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ \Phi & 0 & EI\Omega^2 & 0 & -EI\Omega^2 \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & -l & 0 & -l \\ \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ \Omega & 1 & -\Omega & -1 \\ 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = -\Phi \sin \Omega l \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & -l & -l \\ \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ \Omega & 1 & -1 \end{bmatrix} = -\Phi \sin \Omega l \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & -2l & -l \\ \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ \Omega & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = -\Phi \sin \Omega l (\Omega l - 2\Omega l \cos \Omega l + \sin \Omega l)$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \cos \Omega l & 0 & -l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ 0 & \Phi & EI\Omega^2 & 0 & -EI\Omega^2 \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & \sin \Omega l & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \Phi \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -2l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & \sin \Omega l & 0 \end{bmatrix} = -\Phi \left( -\cos \Omega l \begin{bmatrix} -2l & 0 & -l \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\Omega & -1 \end{bmatrix} - \sin \Omega l \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -2l & -l \\ \Omega \sin \Omega l & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Delta_2 = -\Phi [-\Omega l \cos \Omega l - \sin \Omega l (-\cos \Omega l - 2\Omega l \sin \Omega l)]$$

$$\Delta_2 = \Phi (\Omega l \cos \Omega l - \sin \Omega l \cos \Omega l - 2\Omega l \sin^2 \Omega l)$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & 0 & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 0 & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ 0 & 0 & \Phi & 0 & -EI\Omega^2 \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & -\Omega & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & \sin \Omega l & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_3 = -\Phi \left( -\cos \Omega l \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & 0 & -l \\ \Omega \cos \Omega l & 0 & 0 \\ \Omega & -\Omega & -1 \end{bmatrix} - \sin \Omega l \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 0 \\ 0 & \Omega & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Delta_3 = -\Phi [-\cos \Omega l (\Omega^2 l \cos \Omega l) - \sin \Omega l (-\Omega \cos^2 \Omega l - \Omega^2 l \sin \Omega l - \Omega \sin^2 \Omega l)]$$

$$\Delta_3 = \Phi \Omega (-\Omega l \cos^2 \Omega l + \sin \Omega l + \Omega l \sin^2 \Omega l)$$

$$\Delta_4 = \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l & 0 & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & 0 & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI\Omega^2 & \Phi & -EI\Omega^2 \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_4 = \Phi \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -2l & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ 0 & \Omega & 0 & -1 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \Phi \cos \Omega l \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & -2l & -l \\ \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ \Omega & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_4 = \Phi \cos \Omega l (\sin \Omega l + \Omega l - 2\Omega l \cos \Omega l)$$

$$\Delta_5 = \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l & 0 & 0 \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & -\Omega & 0 \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l & 0 \\ 0 & 0 & EI\Omega^2 & 0 & \Phi \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l & 0 \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ 0 & \Omega & 1 & -\Omega \\ \cos \Omega l & 0 & 0 & \sin \Omega l \end{bmatrix}$$

$$\Delta_5 = -\Phi \left( -\cos \Omega l \begin{bmatrix} -\sin \Omega l & -l & 0 \\ \Omega \cos \Omega l & 1 & 0 \\ \Omega & 1 & -\Omega \end{bmatrix} + \sin \Omega l \begin{bmatrix} \cos \Omega l & -\sin \Omega l & -l \\ \Omega \sin \Omega l & \Omega \cos \Omega l & 1 \\ 0 & \Omega & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Delta_5 = \Phi [-\cos \Omega l (\Omega \sin \Omega l - \Omega^2 l \cos \Omega l) + \sin \Omega l (\Omega \cos^2 \Omega l - \Omega^2 l \sin \Omega l - \Omega \cos \Omega l + \Omega \sin^2 \Omega l)]$$

$$\Delta_5 = \Phi \Omega (-2 \sin \Omega l \cos \Omega l + \Omega l \cos^2 \Omega l - \Omega l \sin^2 \Omega l + \sin \Omega l)$$

$$\Delta_5 = \Phi \Omega (\sin \Omega l + \Omega l \cos 2\Omega l - \sin 2\Omega l)$$

Les constantes sont égales à :

$$A_1 = A_2 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, B_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, C_1 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, B_2 = \frac{\Delta_4}{\Delta}, C_2 = \frac{\Delta_5}{\Delta}, D_1 = D_2 = -\frac{\Delta_5 l}{\Delta}$$

Les 8 constantes qui viennent d'être déterminées comportent au dénominateur

$$\Delta = EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)$$

**Calculs de la force critique de flambement :**

Nous avons vu précédemment que  $v_i = A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x + C_i x + D_i$  et que les constantes  $A_i, B_i, C_i, D_i$  deviennent infiniment grandes lorsque

$$\Delta = EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l) = 0 \quad \text{c'est-à-dire pour : } \operatorname{tg} 2\Omega l = 2\Omega l$$

Ceci va nous permettre de trouver les valeurs de  $\Omega$  pour lesquels les déplacements tendent vers l'infini et donc nous donner les forces critiques suivant les modes recherchés en posant :

$$F = EI\Omega^2 \quad \text{issue de} \quad \Omega^2 = \frac{F}{EI}$$

Dans cette étude, seul le premier mode de flambement nous intéresse.

**Résolution graphique :**

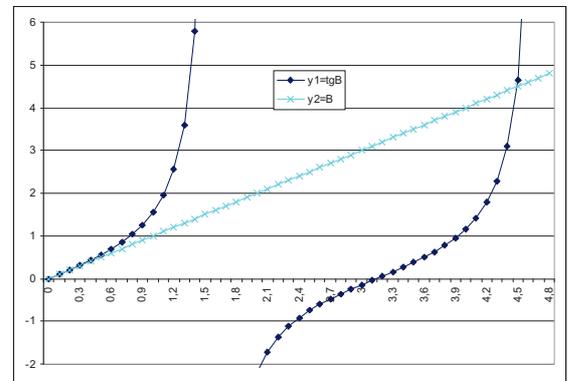
En posant  $2\Omega l = \beta$ , on obtient le système  $\operatorname{tg} \beta = \beta$

Nous allons donc tracer les courbes d'équation  $y_1 = \operatorname{tg} \beta$  et  $y_2 = \beta$  et chercher les points d'intersection.

On trouve une la première intersection en

$$\beta \approx 1.43\pi \approx 4.49$$

$$\text{Donc avec } \beta = 2\Omega l, \text{ on obtient } \Omega \approx \frac{1.43\pi}{2l} \approx \frac{0.715\pi}{l}$$



**Application numérique :**

Unités : E en daN/mm<sup>2</sup>, I en mm<sup>4</sup> et  $\Omega$  en mm<sup>-1</sup>

$$F_{1c} = EI\Omega^2$$

$$F_{1c} = 21000.1336.10^4 \cdot \left(\frac{0.715\pi}{2000}\right)^2$$

$$F_{1c} = 353897 \text{ daN}$$

**Conclusion :**

En théorie de Bernoulli, on retrouve les valeurs de  $\Omega$  donc de  $F_c$  que l'on a en l'absence de la force  $\Phi$ . La force transverse  $\Phi$  n'a donc pas d'influence sur le calcul de la force critique  $F_c$ .

### Calculs de la déformée de la poutre :

Avec l'équation  $F = EI\Omega^2$  et  $v_i(x) = A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x + C_i x + D_i$ , on peut déterminer les déplacements transversaux de la poutre en tous points.

### Application numérique :

Unités : F en daN,  $\Phi$  en daN, E en daN/mm<sup>2</sup>, I en mm<sup>4</sup> et  $\Omega$  en mm<sup>-1</sup>

En prenant F = 30000daN dans l'équation  $\Omega^2 = \frac{F}{EI}$ ,

on obtient  $\Omega = 327.10^{-6} \text{ mm}^{-1}$ ,  $\Omega l = 0.654$  et  $2\Omega l = 1.308$

En intégrant ce résultat dans les équations de  $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$  on obtient :

$$\Delta = EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l) = 6,140$$

$$\Delta_1 = -\Phi \sin \Omega l (\Omega l - 2\Omega l \cos \Omega l + \sin \Omega l) = -409,302$$

$$\Delta_2 = \Phi (\Omega l \cos \Omega l - \sin \Omega l \cos \Omega l - 2\Omega l \sin^2 \Omega l) = -1343,654$$

$$\Delta_3 = \Phi \Omega (-\Omega l \cos^2 \Omega l + \sin \Omega l + \Omega l \sin^2 \Omega l) = 0,430$$

$$\Delta_4 = \Phi \cos \Omega l (\sin \Omega l + \Omega l - 2\Omega l \cos \Omega l) = 533,963$$

$$\Delta_5 = \Phi \Omega (\sin \Omega l + \Omega l \cos 2\Omega l - \sin 2\Omega l) = -0,184$$

Les 8 constantes  $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2$  ont donc pour valeur :

$$A_1 = A_2 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-\Phi \sin \Omega l (\Omega l - 2\Omega l \cos \Omega l + \sin \Omega l)}{EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)} = \frac{-409,302}{6,140} \approx -66,664$$

$$B_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\Phi (\Omega l \cos \Omega l - \sin \Omega l \cos \Omega l - 2\Omega l \sin^2 \Omega l)}{EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)} = \frac{-1343,654}{6,140} \approx -218,843$$

$$C_1 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{\Phi \Omega (-\Omega l \cos^2 \Omega l + \sin \Omega l + \Omega l \sin^2 \Omega l)}{EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)} = \frac{0,43}{6,140} \approx 0,0701$$

$$B_2 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{\Phi \cos \Omega l (\sin \Omega l + \Omega l - 2\Omega l \cos \Omega l)}{EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)} = \frac{533,963}{6,140} \approx 86,967$$

$$C_2 = \frac{\Delta_5}{\Delta} = \frac{\Phi \Omega (\sin \Omega l + \Omega l \cos 2\Omega l - \sin 2\Omega l)}{EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)} = \frac{-0,184}{6,140} \approx -0,0299$$

$$D_1 = D_2 = -\frac{\Delta_5 l}{\Delta} = \frac{\Phi \Omega (\sin \Omega l + \Omega l \cos 2\Omega l - \sin 2\Omega l) l}{EI\Omega^3 (\sin 2\Omega l - 2\Omega l \cos 2\Omega l)} = \frac{-0,184.2000}{6,140} \approx 59,885$$

**Tableau Excel permettant de calculer :**

Le déplacement  $v_i(x) = A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x + C_i x + D_i$

Le moment de flexion  $M_f = EI \frac{d^2 v_i}{dx^2} = -\Omega^2 EI (A_i \cos \Omega x + B_i \sin \Omega x)$

L'effort tranchant  $T_i$  en tous points de la poutre.  $T_i = -\Omega^2 EIC_i$

x	Ai	cos(Ωx)	Bi	sin(Ωx)	Ci	x	Di	=	V(x) (mm)	Mfi (daN.m)	Ti (daN)
-2000	-66,66	0,794	-218,84	-0,608	0,070	-2000	59,886		0,00	-2406,9	2101,7
-1900	-66,66	0,813	-218,84	-0,582	0,070	-1900	59,886		-0,04	-2195,4	2101,7
-1800	-66,66	0,832	-218,84	-0,555	0,070	-1800	59,886		-0,16	-1981,7	2101,7
-1700	-66,66	0,849	-218,84	-0,528	0,070	-1700	59,886		-0,35	-1765,8	2101,7
-1600	-66,66	0,866	-218,84	-0,500	0,070	-1600	59,886		-0,61	-1548,0	2101,7
-1500	-66,66	0,882	-218,84	-0,471	0,070	-1500	59,886		-0,91	-1328,6	2101,7
-1400	-66,66	0,897	-218,84	-0,442	0,070	-1400	59,886		-1,27	-1107,7	2101,7
-1300	-66,66	0,911	-218,84	-0,412	0,070	-1300	59,886		-1,67	-885,7	2101,7
-1200	-66,66	0,924	-218,84	-0,382	0,070	-1200	59,886		-2,09	-662,7	2101,7
-1100	-66,66	0,936	-218,84	-0,352	0,070	-1100	59,886		-2,54	-439,0	2101,7
-1000	-66,66	0,947	-218,84	-0,321	0,070	-1000	59,886		-3,01	-214,9	2101,7
-900	-66,66	0,957	-218,84	-0,290	0,070	-900	59,886		-3,48	9,5	2101,7
-800	-66,66	0,966	-218,84	-0,259	0,070	-800	59,886		-3,96	233,9	2101,7
-700	-66,66	0,974	-218,84	-0,227	0,070	-700	59,886		-4,42	458,0	2101,7
-600	-66,66	0,981	-218,84	-0,195	0,070	-600	59,886		-4,87	681,7	2101,7
-500	-66,66	0,987	-218,84	-0,163	0,070	-500	59,886		-5,30	904,6	2101,7
-400	-66,66	0,991	-218,84	-0,130	0,070	-400	59,886		-5,69	1126,5	2101,7
-300	-66,66	0,995	-218,84	-0,098	0,070	-300	59,886		-6,04	1347,3	2101,7
-200	-66,66	0,998	-218,84	-0,065	0,070	-200	59,886		-6,34	1566,6	2101,7
-100	-66,66	0,999	-218,84	-0,033	0,070	-100	59,886		-6,59	1784,2	2101,7
0	-66,66	1,000	-218,84	0,000	0,070	0	59,886		-6,78	1999,9	2101,7
100	-66,66	0,999	86,97	0,033	-0,030	100	59,886		-6,89	1913,5	-898,3
200	-66,66	0,998	86,97	0,065	-0,030	200	59,886		-6,94	1825,1	-898,3
300	-66,66	0,995	86,97	0,098	-0,030	300	59,886		-6,92	1734,8	-898,3
400	-66,66	0,991	86,97	0,130	-0,030	400	59,886		-6,84	1642,5	-898,3
500	-66,66	0,987	86,97	0,163	-0,030	500	59,886		-6,70	1548,6	-898,3
600	-66,66	0,981	86,97	0,195	-0,030	600	59,886		-6,51	1452,9	-898,3
700	-66,66	0,974	86,97	0,227	-0,030	700	59,886		-6,27	1355,7	-898,3
800	-66,66	0,966	86,97	0,259	-0,030	800	59,886		-5,97	1257,1	-898,3
900	-66,66	0,957	86,97	0,290	-0,030	900	59,886		-5,63	1157,1	-898,3
1000	-66,66	0,947	86,97	0,321	-0,030	1000	59,886		-5,25	1055,9	-898,3
1100	-66,66	0,936	86,97	0,352	-0,030	1100	59,886		-4,84	953,6	-898,3
1200	-66,66	0,924	86,97	0,382	-0,030	1200	59,886		-4,39	850,2	-898,3
1300	-66,66	0,911	86,97	0,412	-0,030	1300	59,886		-3,90	745,9	-898,3
1400	-66,66	0,897	86,97	0,442	-0,030	1400	59,886		-3,40	640,8	-898,3
1500	-66,66	0,882	86,97	0,471	-0,030	1500	59,886		-2,86	535,1	-898,3
1600	-66,66	0,866	86,97	0,500	-0,030	1600	59,886		-2,31	428,8	-898,3
1700	-66,66	0,849	86,97	0,528	-0,030	1700	59,886		-1,75	322,0	-898,3
1800	-66,66	0,832	86,97	0,555	-0,030	1800	59,886		-1,17	214,8	-898,3
1900	-66,66	0,813	86,97	0,582	-0,030	1900	59,886		-0,59	107,5	-898,3
2000	-66,66	0,794	86,97	0,608	-0,030	2000	59,886		0,00	0,0	-898,3

**Conclusion :**

Le déplacement maximal de la poutre est de 6,94mm en  $x = 200\text{mm}$  sur le tronçon n°2. La force  $\Phi$  est à l'origine des déformations transversales de la poutre lorsque la force de compression  $F$  est inférieure à la force critique de flambement  $F_c$ .

### 4.3.3. Méthode de Ritz

#### Théorème des travaux virtuels :

$$\int_{-l}^{+l} EI \frac{d^2 v}{dx^2} \frac{d^2 \delta v}{dx^2} dx - F \int_{-l}^{+l} \frac{dv}{dx} \frac{d\delta v}{dx} dx + \Phi \delta v(0)$$

où  $v(x)$  avec  $v(-l) = v(l) = 0$  et  $\frac{dv}{dx}(l)$  vérifient la relation quelque soit  $\delta v(x)$

avec  $\delta v(-l) = \delta v(l) = 0$  et  $\frac{d\delta v}{dx}(-l) = 0$

L'approximation de Ritz, du déplacement transversal s'écrit  $v(x) = c_j \cdot \varphi_j(x)$

où  $\varphi_j(-l) = \varphi_j(l) = 0$  et  $\frac{d\varphi_j}{dx}(-l) = 0$

et l'approximation virtuel de Ritz est de la forme  $\delta v(x) = \delta c_j \cdot \varphi_j(x)$  qui nous conduit à :

$$a_{ij} = \int_{-l}^{+l} EI \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \frac{d^2 \varphi_j}{dx^2} dx$$

$$b_{ij} = \int_{-l}^{+l} \frac{d\varphi_i}{dx} \frac{d\varphi_j}{dx} dx$$

$$d_i = \varphi_i(0)$$

Nous obtenons le système algébrique :  $(a_{ij} - Fb_{ij})c_j = -\phi \cdot d_i$

Fonctions de base :  $\varphi_1(x) = \frac{(l+x)^2(l-x)}{l^3} = \frac{l^3 + l^2x - lx^2 - x^3}{l^3}$

$$\frac{d\varphi_1}{dx}(x) = \frac{l^2 - 2lx - 3x^2}{l^3}$$

$$\frac{d^2\varphi_1}{dx^2}(x) = \frac{-2l - 6x}{l^3} = \frac{-2(l+3x)}{l^3}$$

$$\varphi_2(x) = \frac{(l+x)^3(l-x)}{l^4} = \frac{l^4 + 2l^3x - 2lx^3 - x^4}{l^4}$$

$$\frac{d\varphi_2}{dx}(x) = \frac{2l^3 - 6lx^2 - 4x^3}{l^4}$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dx^2}(x) = \frac{-12lx - 12x^2}{l^4} = -\frac{12x(l+x)}{l^4}$$

$$a_{11} = \int_{-l}^{+l} EI \left( \frac{d^2 \varphi_1}{dx^2} \right)^2 dx = \int_{-l}^{+l} EI \left( \frac{-2l - 6x}{l^3} \right)^2 dx = \frac{4EI}{l^6} \int_{-l}^{+l} (l^2 + 6lx + 9x^2) dx$$

$$a_{11} = \frac{4EI}{l^6} [l^2 x + 3lx^2 + 3x^3]_{-l}^{+l} = \frac{4EI}{l^6} \left( \frac{24l^3}{3} \right)$$

$$a_{11} = \frac{32EI}{l^3}$$

$$b_{11} = \int_{-l}^{+l} \left( \frac{d\varphi_1}{dx} \right)^2 dx = \int_{-l}^{+l} \left( \frac{l^2 - 2lx - 3x^2}{l^3} \right)^2 dx = \frac{1}{l^6} \int_{-l}^{+l} (l^4 - 4l^3 x - 2l^2 x^2 + 12lx^3 + 9x^4) dx$$

$$b_{11} = \frac{1}{l^6} \left[ l^4 x - 2l^3 x^2 - \frac{2l^2 x^3}{3} + 3lx^4 + \frac{9x^5}{5} \right]_{-l}^{+l} = \frac{1}{l^6} \cdot \frac{64l^5}{15}$$

$$b_{11} = \frac{64}{15l}$$

$$d_1 = \varphi_1(0) = 1$$

Résolution avec une seule fonction de base :  $\varphi_1(x) = \frac{(l+x)^2(l-x)^2}{l^3} = \frac{l^3 + l^2x - lx^2 - x^3}{l^3}$

On a  $(a_{ij} - Fb_{ij})c_j = -\phi.d_i$  donc  $(a_{11} - Fb_{11})c_1 = -\phi.d_1$

Pour trouver la force critique de flambement  $F_c$ , nous allons utiliser la formule des déplacements transversaux  $v(x) = c_j \cdot \varphi_j(x)$  et rechercher la valeur pour laquelle  $c_1$  va tendre vers l'infini.

$$(a_{11} - Fb_{11})c_1 = -\phi.d_1 \rightarrow \left( \frac{32EI}{l^3} - \frac{64F}{15l} \right) \cdot c_1 = -\phi \rightarrow c_1 = \frac{-\phi}{\left( \frac{32EI}{l^3} - \frac{64F}{15l} \right)}$$

$$v(x) = \frac{-\phi}{\left( \frac{32EI}{l^3} - \frac{64F}{15l} \right)} \cdot \frac{(l+x)^2(l-x)^2}{l^3}$$

On peut voir que si  $\left( \frac{32EI}{l^3} - \frac{64F}{15l} \right) = 0$ ,  $v(x)$  tendra vers l'infini  $F_c = \frac{15EI}{2l^2}$

**Application numérique :**

Unités :  $F_c$  en daN,  $E$  en daN/mm<sup>2</sup>,  $I$  en mm<sup>4</sup> et  $l$  en m

$$F_c = \frac{15EI}{2l^2} = \frac{15 \times 21000 \times 1336 \cdot 10^4}{2 \times 2000^2}$$

$$F_c = 526050 \text{ daN}$$

Conclusion : On sait que la méthode de Ritz avec une seule fonction de base ne donne qu'un résultat approchant.

Résolution avec deux fonctions de base :  $\varphi_1(x) = \frac{(l+x)^2(l-x)^2}{l^3} = \frac{l^3 + l^2x - lx^2 - x^3}{l^3}$

$$\varphi_2(x) = \frac{(l+x)^3(l-x)}{l^4} = \frac{l^4 + 2l^3x - 2lx^3 - x^4}{l^4}$$

$$a_{12} = \int_{-l}^{+l} EI \frac{d^2\varphi_1}{dx^2} \frac{d^2\varphi_2}{dx^2} dx = \int_{-l}^{+l} EI \left( \frac{-2l-6x}{l^3} \right) \left( \frac{-12lx-12x^2}{l^4} \right) dx = \int_{-l}^{+l} EI (24lx^2 + 96lx^2 + 72x^3) dx$$

$$a_{12} = \frac{EI}{l^7} [12l^2x^2 + 32lx^3 + 18x^4]_{-l}^{+l} = \frac{EI}{l^7} \cdot (64l^4)$$

$$a_{12} = a_{21} = \frac{64EI}{l^3}$$

$$b_{12} = \int_{-l}^{+l} \frac{d\varphi_1}{dx} \frac{d\varphi_2}{dx} dx = \int_{-l}^{+l} \left( \frac{l^2 - 2lx - 3x^2}{l^3} \right) \left( \frac{2l^3 - 6lx^2 - 4x^3}{l^4} \right) dx =$$

$$b_{12} = \frac{1}{l^7} \int_{-l}^{+l} (2l^5 - 4l^4x - 12l^3x^2 + 8l^2x^3 + 26lx^4 + 12x^5) dx$$

$$b_{12} = \frac{1}{l^7} \left[ 2l^5x - 2l^4x^2 - 4l^3x^3 + 3l^2x^4 + \frac{26}{5}lx^5 + 2x^6 \right]_{-l}^{+l} = \frac{1}{l^7} \cdot \frac{32l^6}{5}$$

$$b_{12} = b_{21} = \frac{32}{5l}$$

$$a_{22} = \int_{-l}^{+l} EI \left( \frac{d^2\varphi_2}{dx^2} \right)^2 dx = \int_{-l}^{+l} EI \left( \frac{-12lx-12x^2}{l^4} \right)^2 dx = \frac{EI}{l^8} \int_{-l}^{+l} (144l^2x^2 + 288lx^3 + 144x^4) dx$$

$$a_{22} = \frac{EI}{l^8} \left[ 48l^2 x^3 + 72lx^4 + \frac{144}{5} x^5 \right]_{-l}^{+l} = \frac{EI}{l^8} \cdot \frac{768l^5}{5}$$

$$a_{22} = \frac{768EI}{5l^3}$$

$$b_{22} = \int_{-l}^{+l} \left( \frac{d\varphi_2}{dx} \right)^2 dx = \int_{-l}^{+l} \left( \frac{2l^3 - 6lx^2 - 4x^3}{l^4} \right)^2 dx$$

$$b_{22} = \frac{1}{l^8} \int_{-l}^{+l} (4l^6 - 24l^4 x^2 - 16l^3 x^3 + 36l^2 x^4 + 48lx^5 + 16x^6) dx$$

$$b_{22} = \frac{1}{l^8} \left[ 4l^6 x - 8l^4 x^3 - 4l^3 x^4 + \frac{36l^2 x^5}{5} + 8lx^6 + \frac{16x^7}{7} \right]_{-l}^{+l} = \frac{1}{l^8} \cdot \frac{384l^7}{35}$$

$$b_{22} = \frac{384}{35l}$$

$$d_2 = \varphi_2(0) = 1$$

On a  $(a_{ij} - Fb_{ij})c_j = -\phi.d_i$  donc  $(a_{11} - Fb_{11})c_1 = -\phi.d_1$

$$(a_{12} - Fb_{12})c_2 = -\phi.d_1 \text{ et } (a_{21} - Fb_{21})c_1 = -\phi.d_2$$

$$(a_{22} - Fb_{22})c_2 = -\phi.d_2$$

On obtient le système :

$$\begin{bmatrix} (a_{11} - Fb_{11}) & (a_{12} - Fb_{12}) \\ (a_{12} - Fb_{12}) & (a_{22} - Fb_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi \\ -\phi \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \left( \frac{32EI}{l^3} - \frac{64F}{15l} \right) & \left( \frac{64EI}{l^3} - \frac{32F}{5l} \right) \\ \left( \frac{64EI}{l^3} - \frac{32F}{5l} \right) & \left( \frac{768EI}{5l^3} - \frac{384}{35l} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi \\ -\phi \end{bmatrix}$$

**Application numérique (réalisé à partir d'Excel):**

Unités :  $F$  en daN,  $E$  en daN/mm<sup>2</sup>,  $I$  en mm<sup>4</sup> et  $l$  en m

On obtient :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1122,24 - 0,00213F & 2244,48 - 0,00320F \\ 2244,48 - 0,0032F & 5386,752 - 0,00549F \end{bmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} -3000 \\ -3000 \end{bmatrix}}_B$$

Déterminant de la matrice A :

$$\Delta = [(1122,24 - 0,00213F)(5386,752 - 0,00549F) - (2244,48 - 0,00320F)^2]$$

$$\Delta = 1,462857 \cdot 10^{-6} F^2 - 3,2833536F + 1007538,094$$

Calculs de la force critique de flambement  $F_c$

Pour trouver la force critique de flambement  $F_c$ , nous allons utiliser la formule des déplacements transversaux  $v(x) = c_j \cdot \varphi_j(x)$  et rechercher la valeur pour laquelle  $c_1$  et  $c_2$  vont tendre vers l'infini.

On sait que lors de l'inversion de la matrice A nous permettant de calculer les valeurs  $c_1$  et  $c_2$ , le déterminant de la matrice sera au dénominateur de tous les termes de  $[A]^{-1}$

$$\text{On pose } 1,462857 \cdot 10^{-6} F_c^2 - 3,2833536F_c + 1007538,094 = 0$$

Résolution du polynôme du second degré :

$$\lambda = b^2 - 4ac \rightarrow \lambda = (-3,2833536)^2 - 4x(1,462857 \cdot 10^{-6} x 1007538,094) \rightarrow \lambda = 4,88487367$$

$$F_{1c} = \frac{-b - \sqrt{\lambda}}{2a} = 366809 \text{ daN} \rightarrow (1^{\text{er}} \text{ mode})$$

$$F_{2c} = \frac{-b + \sqrt{\lambda}}{2a} = 1877671 \text{ daN} \rightarrow (2^{\text{ème}} \text{ mode})$$

Calculs de la déformée de la poutre :

On pose  $F = 30000$  daN (effort de compression)

$$[A] = \begin{bmatrix} 1122,24 - 0,00213F & 2244,48 - 0,00320F \\ 2244,48 - 0,00320F & 5386,752 - 0,00549F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1058,34 & 2148,48 \\ 2148,48 & 5222,18 \end{bmatrix}$$

Calcul du déterminant  $\Delta = 1,462857 \cdot 10^{-6} F^2 - 3,2833536F + 1007538,094$

$$\Delta = 910354$$

Calculs de la matrice inverse  $[A]^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 5222,18 & -2148,48 \\ -2148,48 & 1058,34 \end{bmatrix}$

Recherche des valeurs  $c_1$  et  $c_2$  :  $[X] = [A]^{-1}[B]$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 5222,18 & -2148,48 \\ -2148,48 & 1058,34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\phi \\ -\phi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{910354} \begin{bmatrix} 5222,18 & -2148,48 \\ -2148,48 & 1058,34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3000 \\ -3000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10,129 \\ 3,592 \end{bmatrix}$$

Tableau Excel permettant de calculer

Le déplacement :  $v(x) = c_j \cdot \varphi_j(x) \rightarrow v(x) = c_1 \cdot \varphi_1(x) + c_2 \cdot \varphi_2(x)$

Le moment de flexion:  $M_f = EI \frac{d^2 v}{dx^2} = c_i EI \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2}$

L'effort tranchant:  $T = -\frac{dM_f}{dx} + N \frac{dv}{dx} = -EI \frac{d^3 v}{dx^3} - F \frac{dv}{dx} = -c_i \left( EI \frac{d^3 \varphi_i}{dx^3} + F \frac{d\varphi_i}{dx} \right)$

x	C1	$\varphi_1(x)$	C2	$\varphi_2(x)$	=	V(x)	Ti (daN)	Mfi (daN.m)
-2000	-10,1291	0,0000	3,5928	0,0000		0	-3643,4	-2842
-1900	-10,1291	0,0049	3,5928	0,0002		-0,05	-3463,7	-2485
-1800	-10,1291	0,0190	3,5928	0,0019		-0,19	-3287,8	-2143
-1700	-10,1291	0,0416	3,5928	0,0062		-0,40	-3115,4	-1817
-1600	-10,1291	0,0720	3,5928	0,0144		-0,68	-2946,5	-1505
-1500	-10,1291	0,1094	3,5928	0,0273		-1,01	-2780,8	-1209
-1400	-10,1291	0,1530	3,5928	0,0459		-1,38	-2618,2	-928
-1300	-10,1291	0,2021	3,5928	0,0707		-1,79	-2458,5	-662
-1200	-10,1291	0,2560	3,5928	0,1024		-2,23	-2301,5	-411
-1100	-10,1291	0,3139	3,5928	0,1412		-2,67	-2147,2	-175
-1000	-10,1291	0,3750	3,5928	0,1875		-3,12	-1995,3	46
-900	-10,1291	0,4386	3,5928	0,2412		-3,58	-1845,7	251
-800	-10,1291	0,5040	3,5928	0,3024		-4,02	-1698,3	442
-700	-10,1291	0,5704	3,5928	0,3707		-4,45	-1552,7	617
-600	-10,1291	0,6370	3,5928	0,4459		-4,85	-1409,0	777
-500	-10,1291	0,7031	3,5928	0,5273		-5,23	-1266,9	922
-400	-10,1291	0,7680	3,5928	0,6144		-5,57	-1126,3	1052
-300	-10,1291	0,8309	3,5928	0,7062		-5,88	-987,0	1167
-200	-10,1291	0,8910	3,5928	0,8019		-6,14	-848,8	1267
-100	-10,1291	0,9476	3,5928	0,9002		-6,36	-711,6	1351
0	-10,1291	1,0000	3,5928	1,0000		-6,54	-575,2	1421
100	-10,1291	1,0474	3,5928	1,0997		-6,66	-439,5	1475
200	-10,1291	1,0890	3,5928	1,1979		-6,73	-304,3	1515
300	-10,1291	1,1241	3,5928	1,2927		-6,74	-169,5	1539
400	-10,1291	1,1520	3,5928	1,3824		-6,70	-34,8	1548
500	-10,1291	1,1719	3,5928	1,4648		-6,61	99,9	1542
600	-10,1291	1,1830	3,5928	1,5379		-6,46	234,7	1520
700	-10,1291	1,1846	3,5928	1,5992		-6,25	369,8	1484
800	-10,1291	1,1760	3,5928	1,6464		-6,00	505,4	1433
900	-10,1291	1,1564	3,5928	1,6767		-5,69	641,6	1366
1000	-10,1291	1,1250	3,5928	1,6875		-5,33	778,7	1284
1100	-10,1291	1,0811	3,5928	1,6757		-4,93	916,6	1187
1200	-10,1291	1,0240	3,5928	1,6384		-4,49	1055,7	1076
1300	-10,1291	0,9529	3,5928	1,5722		-4,00	1196,1	948
1400	-10,1291	0,8670	3,5928	1,4739		-3,49	1337,9	806
1500	-10,1291	0,7656	3,5928	1,3398		-2,94	1481,3	649
1600	-10,1291	0,6480	3,5928	1,1664		-2,37	1626,5	477
1700	-10,1291	0,5134	3,5928	0,9497		-1,79	1773,6	289
1800	-10,1291	0,3610	3,5928	0,6859		-1,19	1922,7	86
1900	-10,1291	0,1901	3,5928	0,3707		-0,59	2074,2	-131
2000	-10,1291	0,0000	3,5928	0,0000		0,00	2228,0	-364

**Conclusion :**

Le déplacement maximal de la poutre est de 6,94mm en  $x = 200\text{mm}$  sur le tronçon n°2. La force  $\Phi$  est à l'origine des déformations transversales de la poutre lorsque la force de compression  $F$  est inférieure à la force critique de flambement  $F_c$ .

### 4.3.4. Méthode discrétisée

Pour l'élément (1,2) :

$$[\delta v_1 \quad \delta \theta_1 \quad \delta v_2 \quad \delta \theta_2] \left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ -36 & -3l & 36 & -3l \\ 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 \\ C_1 \\ R'_2 \\ C'_2 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

où  $v_1 / v_1 = 0$  ;  $\theta_1 / \theta_1 = 0$  ;  $v_2$  et  $\theta_2$  vérifient la relation quelque soit  $\delta v_1, \delta \theta_1, \delta v_2, \delta \theta_2$

Pour l'élément (2,3) :

$$[\delta v_1 \quad \delta \theta_1 \quad \delta v_2 \quad \delta \theta_2] \left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ -36 & -3l & 36 & -3l \\ 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R''_2 \\ C''_2 \\ R_3 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

où  $v_2, \theta_2, v_3 / v_3 = 0$  et  $\theta_3$  vérifient la relation quelque soit  $\delta v_2, \delta \theta_2, \delta v_3, \delta \theta_3$

Pour la structure complète (1,2,3):

$$[\delta v_1 \quad \delta \theta_1 \quad \delta v_2 \quad \delta \theta_2 \quad \delta v_3 \quad \delta \theta_3] \left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l & 0 & 0 \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 & 0 & 0 \\ -12 & -6l & 12 & -6l & 0 & 0 \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -6l & 12 & -6l \\ 0 & 0 & 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l & 0 & 0 \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 & 0 & 0 \\ -36 & -3l & 72 & 0 & -36 & 3l \\ 3l & -l^2 & 0 & 8l^2 & -3l & -l^2 \\ 0 & 0 & -36 & -3l & 36 & -3l \\ 0 & 0 & 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 \\ C_1 \\ R'_2 + R''_2 = -\phi \\ C'_2 + C''_2 = 0 \\ R_3 \\ C_3 = 0 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

où  $v_1 / v_1 = 0, \theta_1 / \theta_1 = 0, v_2, \theta_2, v_3 / v_3 = 0$  et  $\theta_3$  vérifient la relation quelque soit

$\delta v_1, \delta \theta_1, \delta v_2, \delta \theta_2, \delta v_3, \delta \theta_3$

Calcul des efforts critiques de flambement en posant les restrictions :  $\delta v_1 = 0, \delta \theta_1 = 0, \delta v_3 = 0$

$$[\delta v_2 \quad \delta \theta_2 \quad \delta \theta_3] \left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 24 & 0 & 6l \\ 0 & 8l^2 & 2l^2 \\ 6l & 2l^2 & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 72 & 0 & 3l \\ 0 & 8l^2 & -l^2 \\ 3l & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

On pose  $\Lambda = \frac{Fl^2}{EI}$

$$[\delta v_2 \quad \delta \theta_2 \quad \delta \theta_3] \left\{ \frac{EI}{30l^3} \left( \begin{bmatrix} 24 & 0 & 6l \\ 0 & 8l^2 & 2l^2 \\ 6l & 2l^2 & 4l^2 \end{bmatrix} - \Lambda \begin{bmatrix} 72 & 0 & 3l \\ 0 & 8l^2 & -l^2 \\ 3l & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

$$\left\{ \frac{EI}{30l^3} \left( \begin{bmatrix} 720 & 0 & 180l \\ 0 & 240l^2 & 60l^2 \\ 180l & 60l^2 & 120l^2 \end{bmatrix} - \Lambda \begin{bmatrix} 72 & 0 & 3l \\ 0 & 8l^2 & -l^2 \\ 3l & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} -\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \frac{EI}{30l^3} \begin{bmatrix} 72(10-\Lambda) & 0 & 3l(60-\Lambda) \\ 0 & 8l^2(30-\Lambda) & l^2(60-\Lambda) \\ 3l(60-\Lambda) & l^2(60-\Lambda) & 4l^2(30-\Lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} -\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### Calculs des forces critiques de flambement $F_c$ :

Pour trouver les valeurs de forces critiques de flambement, il faut trouver pour quelle valeur de  $\Lambda$ , les valeurs  $v_2, \theta_2, \theta_3$  vont tendre vers l'infini. Comme vu précédemment dans la méthode analytique, il est nécessaire de trouver pour quelle valeur le déterminant de la matrice tend vers 0, ceci nous permettra de calculer la force critique de flambement  $F_c$ .

$$\text{Matrice}[A] = \begin{bmatrix} 72(10-\Lambda) & 0 & 3l(60-\Lambda) \\ 0 & 8l^2(30-\Lambda) & l^2(60-\Lambda) \\ 3l(60-\Lambda) & l^2(60-\Lambda) & 4l^2(30-\Lambda) \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}[A] = 72(10-\Lambda) \begin{bmatrix} 8l^2(30-\Lambda) & l^2(60-\Lambda) \\ l^2(60-\Lambda) & 4l^2(30-\Lambda) \end{bmatrix} + 3l(60-\Lambda) \begin{bmatrix} 0 & 3l(60-\Lambda) \\ 8l^2(30-\Lambda) & l^2(60-\Lambda) \end{bmatrix} = 0$$

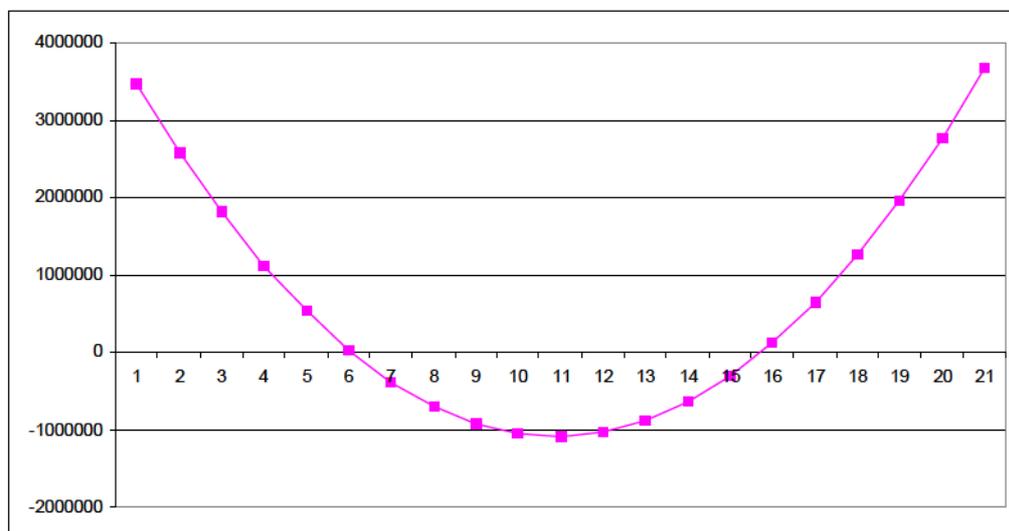
$$\text{Det}[A] = 72(10-\Lambda) \left[ (8l^2(30-\Lambda))(4l^2(30-\Lambda)) - (l^2(60-\Lambda))^2 \right] + \dots$$

$$\dots + 3l(60-\Lambda) \left[ (-3l(60-\Lambda))(8l^2(30-\Lambda)) \right] = 0$$

On obtient après calculs l'équation :

$$Det[A] = 24\Lambda^3 + 45816\Lambda^2 - 915360\Lambda + 3456000 = 0$$

Résolution graphique à l'aide d'Excel :



On trouve que l'équation est égale à 0 pour  $\Lambda_1 = 5,061$  et  $\Lambda_2 = 14,751$ , avec  $\Lambda = \frac{Fl^2}{EI}$  donc

$F = \frac{\Lambda EI}{l^2}$  ce qui nous donne les forces critiques :

$$F_{1c} = 354978 \text{ daN}$$

$$F_{2c} = 1034677 \text{ daN}$$

Calculs de la déformée de la poutre :

Application numérique sous EXCEL

Unités : F en daN, E en daN/mm<sup>2</sup>, I en mm<sup>4</sup> et l en m

F=30000 daN, E=21000 daN/mm<sup>2</sup>, I=1336.10<sup>4</sup>mm<sup>4</sup> et □=3000 daN

$$\underbrace{\left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 24 & 0 & 6l \\ 0 & 8l^2 & 2l^2 \\ 6l & 2l^2 & 4l^2 \end{bmatrix} - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 72 & 0 & 3l \\ 0 & 8l^2 & -l^2 \\ 3l & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \right\}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} -\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_B$$

Matrice de [A] :

$$[A] = \left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 24 & 0 & 6l \\ 0 & 8l^2 & 2l^2 \\ 6l & 2l^2 & 4l^2 \end{bmatrix} - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 72 & 0 & 3l \\ 0 & 8l^2 & -l^2 \\ 3l & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \right\}$$

$$[A] = \left\{ \frac{21000 \times 1336 \cdot 10^4}{2000^3} \begin{bmatrix} 24 & 0 & 6l \\ 0 & 8l^2 & 2l^2 \\ 6l & 2l^2 & 4l^2 \end{bmatrix} - \frac{30000}{30 \times 2000} \begin{bmatrix} 72 & 0 & 3l \\ 0 & 8l^2 & -l^2 \\ 3l & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \right\}$$

$$[A] = \left\{ \begin{bmatrix} 841.68 & 0 & 420840 \\ 0 & 1122240000 & 280560000 \\ 420840 & 280560000 & 561120000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 36 & 0 & 3000 \\ 0 & 16000000 & 2000000 \\ 3000 & -3000 & 8000000 \end{bmatrix} \right\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 805.68 & 0 & 417840 \\ 0 & 1106240000 & 282560000 \\ 417840 & 280563000 & 553120000 \end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 22,57 \cdot 10^{-4} & 49,68 \cdot 10^{-8} & -19,59 \cdot 10^{-7} \\ 50,03 \cdot 10^{-8} & 11,49 \cdot 10^{-10} & -96,47 \cdot 10^{-11} \\ -19,59 \cdot 10^{-7} & -95,79 \cdot 10^{-11} & 37,77 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix}$$

$$[X] = [A]^{-1} [B] = \begin{bmatrix} v_2 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22,57 \cdot 10^{-4} & 49,68 \cdot 10^{-8} & -19,59 \cdot 10^{-7} \\ 50,03 \cdot 10^{-8} & 11,49 \cdot 10^{-10} & -96,47 \cdot 10^{-11} \\ -19,59 \cdot 10^{-7} & -95,79 \cdot 10^{-11} & 37,77 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = 22,57 \cdot 10^{-4} \times (-3000) = -6,77 \text{ mm}$$

$$\theta_2 = 50,03 \cdot 10^{-8} \times (-3000) = -1,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\theta_3 = -19,59 \cdot 10^{-7} \times (-3000) = 5,877 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

Calculs des efforts de réaction  $R_1, C_1, R_3$

$$\left\{ \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l & 0 & 0 \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 & 0 & 0 \\ -12 & -6l & 24 & 0 & -12 & 6l \\ 6l & 2l^2 & 0 & 8l^2 & -6l & 2l^2 \\ 0 & 0 & -12 & -6l & 12 & -6l \\ 0 & 0 & 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} - \frac{F}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l & 0 & 0 \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 & 0 & 0 \\ -36 & -3l & 72 & 0 & -36 & 3l \\ 3l & -l^2 & 0 & 8l^2 & -3l & -l^2 \\ 0 & 0 & -36 & -3l & 36 & -3l \\ 0 & 0 & 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -6,77 \\ -1,5 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 5,877 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 \\ C_1 \\ -\phi \\ 0 \\ R_3 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 402,84 & 417840 & -402,84 & 417840 & 0 & 0 \\ 417840 & 553120000 & -417840 & 282560000 & 0 & 0 \\ -402,84 & -417840 & 805,68 & 0 & -402,84 & 417840 \\ 417840 & 282560000 & 0 & 1106240000 & -417840 & 282560000 \\ 0 & 0 & -402,84 & -417840 & -438,84 & -417840 \\ 0 & 0 & 417840 & 282560000 & -417840 & 553120000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -6,77 \\ -1,5 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 5,88 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 = 2101 \\ C_1 = 2405166 \\ -\phi = -3000 \\ 0 \\ R_3 = 899 \\ C_3 = -2,9 \end{bmatrix}$$

Unités : les efforts tranchants  $R_i$  en DaN et les moments  $C_i$  en daN.mm



### 4.3.6. Logiciel SCIA Engineer 2009

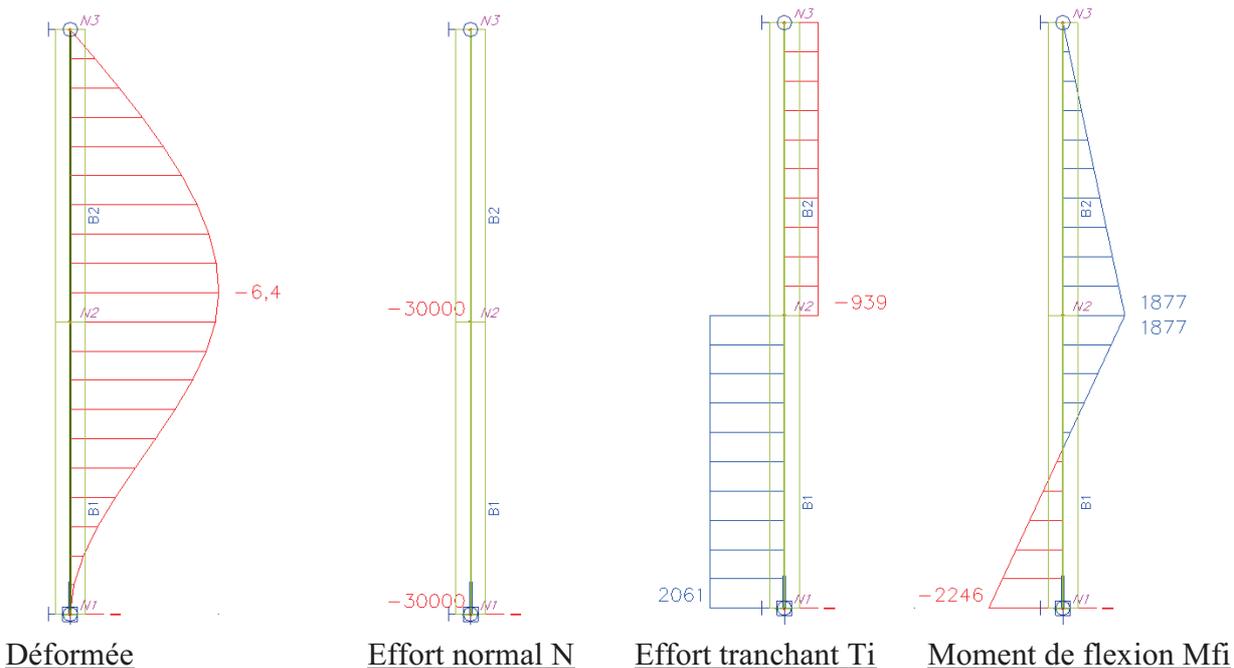
Données du logiciels :  $E=21000 \text{ daN/mm}^2$

$I=1340 \text{ cm}^4$

$A=53,80 \text{ cm}^2$

Le cisaillement transversal est négligé

Résultats :



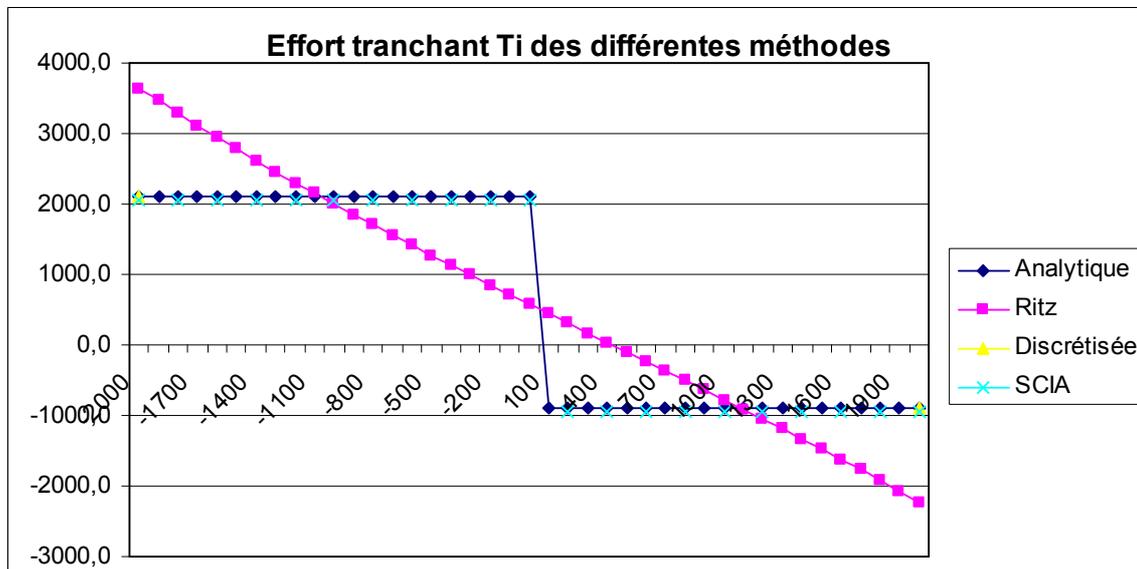
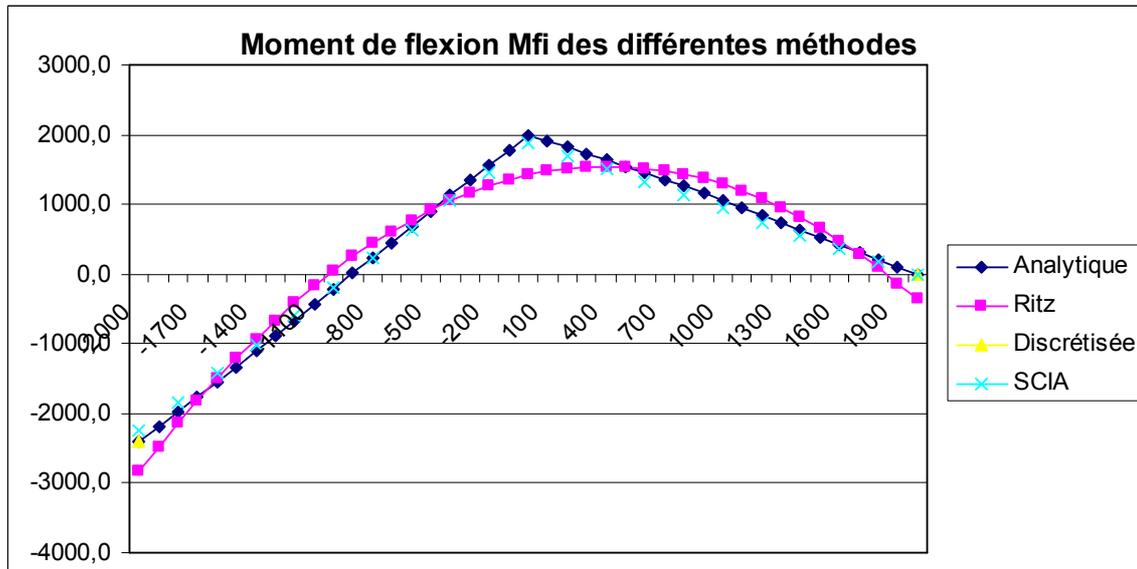
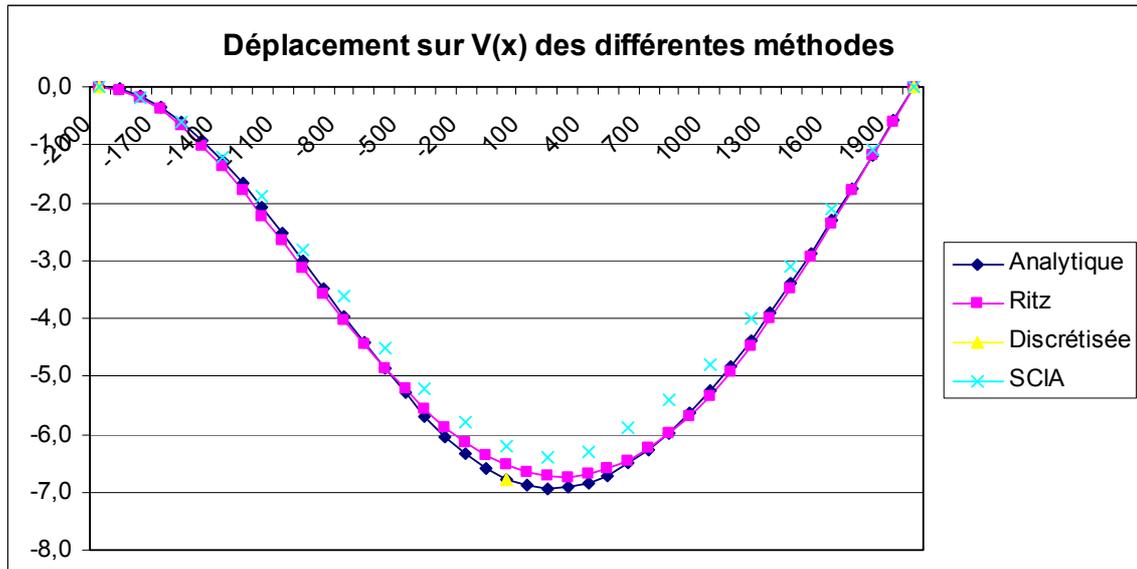
<u>Données :</u>	<u>Désignations :</u>	<u>Unités :</u>	<u>Résultats :</u>
HEA200			
L	longueur de flambement	m	2.80
$\lambda$	Elancement	adim	56.1
$I_y/v_y$	module de flexion	$\text{cm}^3$	134
<b>Résultats :</b>			
Mf	Moment de flexion en pied de poteau	daN.m	2246
$\sigma$	contrainte dû à l'effort de compression	daN/mm <sup>2</sup>	5.58
$\sigma_f$	contrainte dû au moment de flexion	daN/mm <sup>2</sup>	16.76
$\sigma_k$	contrainte critique d'Euler	daN/mm <sup>2</sup>	65.85
Fc	charge critique de flambement	daN	354248
Dx max	Déplacement max sur x	mm	-6,4
$\mu$		adim	11.81
k1	Coefficient d'amplification des contraintes de compression	adim	1.03
kf	Coefficient d'amplification des contraintes de flexion	adim	1.04
$k1.\sigma+kf.\sigma_f$	Formule de vérification des efforts combinés CM66	daN/mm <sup>2</sup>	23.2
taux travail		adim	99%

#### 4.4. Comparaison et analyse des résultats

<u>Critère</u>	<u>Méthode Analytique</u>	<u>Méthode de Ritz 2 fcts de base</u>	<u>Méthode Discretisée 2 tronçons</u>	<u>RDM6</u>	<u>SCIA Engineer</u>	<u>Référence EDF Eiffel 16.1</u>
Déplacement au nœud 2 (mm)	-6,78	-6,54	-6,77	-6,24	-6,2	-
Déplacement maximal (mm)	-6,94 (x = 2,2 m)	-6,74 en x = 2,3m	-6,77	-6,4 en x = 2,2m	-6,4 en x = 2,2m	-
Force critique de flambement du mode 1(daN)	353897	366809	354978	353730	354248	352712
Contrainte critique de flambement (daN/mm <sup>2</sup> )	65,78	68,18	65,98	65,71	65,85	65,56
Effort de cisaillement au nœud 1	-2101,7	-3643	-2101	-2062	-2061	-2061
Effort de cisaillement au nœud 3	898	2228	899	937,5	938	938
Moment de flexion au nœud 1 (daN.m)	2406	2842	2405	2250	2246	2250
Moment de flexion au nœud 2 (daN.m)	-2000	-1421	-	-1875	-1877	-1875
Contrainte dû à l'effort normal F (daN/mm <sup>2</sup> )	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6
Contrainte dû au moment de flexion maximal (daN/mm <sup>2</sup> )	18	21,2	18	16,8	16,8	16,8
Facteur d'amplification dû à la contrainte de l'effort normal k <sub>1</sub>	-	-	-	-	1,03	1,03
Facteur d'amplification de la contrainte du moment de flexion k <sub>f</sub>	-	-	-	-	1,04 <sup>(1)</sup>	1,10
k <sub>1</sub> .σ+k <sub>f</sub> .σ <sub>f</sub> (daN/mm <sup>2</sup> )	-	-	-	-	23,2	24,15
Taux de travail selon les CM66-additif 80					99%	103%

(1) La différence de la valeur k<sub>f</sub> entre le logiciel SCIA et EFFEL est expliquée dans [l'annexe A](#)

Graphique récapitulatif des comparaisons de :  $v(x)$ ,  $Mf_i$  et de  $T_i$



## **4.5. Conclusion :**

### **4.5.1. Justification du logiciel SCIA Engineer:**

On peut constater d'après le tableau et les graphiques, que le logiciels SCIA Engineer 2009 donne des résultats cohérents avec les différentes études théoriques. Les petites différences parfois trouvées viennent des paramètres et de la méthode de calculs utilisée et seront explicitées dans le paragraphe suivant.

De plus la comparaison avec le logiciel EFFEL déjà agréé, nous montre des résultats très proche entre les 2 outils informatiques avec une petite différence sur le facteur de contrainte de flexion  $k_f$  venant des hypothèses de calculs (cf. annexe A).

Le logiciel SCIA Engineer 2009 répond à tous les critères pour être agréé par le bureau d'études EDF. Nous pouvons donc l'utiliser pour la poursuite de cette étude.

### **4.5.2. Avantage et inconvénient de chaque méthode théorique :**

La méthode analytique permet de trouver des résultats précis sans être obligé par exemple d'augmenter le nombre d'éléments du modèle pour la méthode discrétisée ou le nombre des fonctions de base pour la méthode de Ritz.

La méthode de Ritz ne prend pas en compte la discontinuité de l'effort tranchant, on peut se rapprocher du résultat de la méthode analytique mais il faut pour cela augmenter considérablement le nombre de fonctions de base.

Une autre solution pour obtenir des résultats plus précis est de choisir des fonctions de base correspondant mieux au modèle de calculs étudiés.

La méthode discrétisée permet d'obtenir les efforts extérieurs entre chaque tronçon, cependant, il n'est pas possible d'obtenir directement les efforts intérieurs au même endroit. Cette méthode est utile quand on cherche à définir les sollicitations dans les liaisons.

## **5. Justification des ossatures**

### **5.1. Contexte**

Les structures étant montées dans des bâtiments sensibles, dont la sécurité est prioritaire, une grande partie de ces affaires doivent faire l'objet de vérifications par le calcul. Celles-ci reprennent des sollicitations statiques, dynamiques, sismiques et thermiques très contraignantes afin que le projet EPR puisse être transposable partout dans le monde sans modification majeure des structures.

Du fait de l'espace restreint et la quantité des matériels à mettre en place (structures, appareils, câbles électriques, tuyauterie,...) EDF pré-dimensionne toutes ses structures interdisant la modification des profilés sans demande préalable et classe les affaires suivant 3 types.

Les affaires de type 1 : elles doivent faire l'objet d'une justification complète, la structure et les attaches doivent être vérifiées.

Les affaires de type 2 : il est possible par une seule note de calculs de justifier plusieurs affaires ayant les mêmes caractéristiques.

Les affaires de type 3 : ayant été préalablement pré-dimensionnées par le bureau d'études EDF, seul les attaches doivent être justifiées

Mon projet s'est essentiellement concentré sur les affaires de manutention de type monorail dont la configuration était considérée spéciale ou de type 1.

Il existe un nombre important de ces ossatures avec des formes, des CMU et des configurations différentes. Il m'a donc fallu mettre en place une méthodologie de calculs pouvant être reprise par toutes ces affaires.



Vue de la maquette montrant l'encombrement du matériel dans un bâtiment

## 5.2. Règles et normes utilisées

### Les règles CM66 additif 80 :

Issues du développement des règles de l'art, les règles de Construction Métallique ont vu le jour en 1946 grâce aux travaux d'un groupe d'étude. Les règles CM46 entrèrent comme référence dans le domaine de la construction métallique, dans la continuité, en 1956, les règles CM56 firent leurs apparitions, M Jean Dutheil alors président de la commission et fin visionnaire avait dit qu'il ne s'agissait que d'une évolution et que les règles CM56 n'étaient pas plus définitives que ne l'était les règles CM46.

Les règles CM66 furent adoptées en décembre 1966 par le groupe de travail des Documents Techniques Unifiés (DTU), grâce à l'avancé des techniques de construction à l'amélioration des aciers et au retour d'expérience, elles se sont appuyées sur le caractère probabiliste de la sécurité des constructions soit par la considération de contraintes admissibles minorés, soit par l'introduction de coefficients de pondération appliqués aux sollicitations, chaque nature de sollicitations ayant un coefficient propre à la combinaison des charges et surcharges aléatoires considérés (règles de vérification complémentaire).

De plus de nouvelles dispositions très importantes ont été introduites comme la vérification de la stabilité des ossatures au montage, les assemblages par boulons précontraints et la stabilité des éléments minces. Le DTU reconnaît dans ces règles l'intérêt du calcul à l'état limite et certaines nouveautés dans le calcul des déversements et flambements.

L'additif 80 comme son nom l'indique a été ajouté suite à une commission d'études composée de nombreux acteurs de la construction métallique comme le CTICM, la SOCOTEC, le bureau VERITAS, la SNCF,...

Il ajoute aux règles CM66, des recommandations pour le calcul en plasticité des constructions en acier. Celles-ci sont issues de nombreux essais en laboratoire et du développement du calcul numérique.

Mais c'est règles sont faites pour évoluer...

### Les normes européennes : les « Eurocodes 3 » :

Les prémisses des Eurocodes ont vu le jour dans les années 70 dans le travail d'uniformisation de comités et d'organisations internationales comme l'AIPC (Association internationale des ponts et charpentes) qui a ensuite intéressé la commission européenne dans les années 80, lors de la création du marché unique pour les produits de construction.

Suite à la reprise de ces travaux par le Comité Européen de Normalisation (CEN) dont l'AFNOR est membre, le développement de ce règlement a été développé tout au long des années 90, rendant le marquage CE sur tous les produits de construction obligatoire.

Après une première période durant laquelle les Eurocodes furent publiés sous la forme de « normes expérimentales » (ENV), le CEN a aujourd'hui publié toutes les normes au stade définitif (EN). Les Eurocodes sont devenus les normes européennes, ayant pour but d'harmoniser les méthodes de conception, de dimensionnement et de justification des structures quels que soient les types d'ouvrages ou de matériaux partout en Europe, afin de permettre le libre accès des entreprises de travaux ou des bureaux d'études techniques aux marchés des autres états membres.

Cependant les règles garantissant le respect des exigences essentielles pour les ouvrages restent de compétence nationale d'où la possibilité d'ajout des annexes nationales pour chaque pays, les normes nationales en contradiction avec les Eurocodes devant disparaître en mars 2010.

On compte 60 Eurocodes, regroupés en 10 familles:

- Eurocode 0: Bases de calcul des structures (EN 1990)
- Eurocode 1: Actions sur les structures (EN 1991)
- Eurocode 2: Calcul des structures en béton (EN 1992)
- Eurocode 3: Calcul des structures en acier (EN 1993)
- Eurocode 4: Calcul des structures mixtes acier-béton (EN 1994)
- Eurocode 5: Conception et calcul des structures en bois (EN 1995)
- Eurocode 6: Calcul des ouvrages en maçonnerie(EN 1996)
- Eurocode 7: Calcul géotechnique (EN 1997)
- Eurocode 8: Calcul des structures pour leur résistance aux séismes (EN 1998)
- Eurocode 9: Calcul des structures en aluminium (EN 1999)

Les documents utilisés lors de mon étude sont les Eurocodes 0, 1, 3 et 8.

Les règles de la Fédération Européenne de Manutention (FEM) :



La fédération Européenne de Manutention a été créée en 1953, elle regroupe plus de 1000 entreprises (110 000 salariés). Elle a mise en place les règles de calculs pour les appareils de levage valables dans toute l'Europe, dans l'établissement de 8 cahiers.

Cahier 1 – Objet et domaine d'application

Cahier 2 – Classement et sollicitations des charpentes et mécanismes

Cahier 3 – Calculs des contraintes dans la charpente

Cahier 4 – Calcul et choix des éléments de mécanismes

Cahier 5 – Equipements électriques

Cahier 6 – Stabilité et sécurité contre l'entraînement par le vent (remplacé par le cahier 9)

Cahier 7 – Règles et sécurité

Cahier 8 – Charges d'essai et tolérances

Cahier 9 – Suppléments et commentaires aux cahiers 1 et 8

Les règles de l'ETC-C (EPR Technical Code for Civil work)

Ce code de construction pour le génie civil des EPR met en place toutes les études géologiques de sol permettant de :

- S'assurer que le site ne présente pas d'éléments rédhibitoires,
- D'adapter les fondations des ouvrages et les conditions particulières à mettre en œuvre
- De définir les éléments concernant la sûreté comme les séismes, la structure géologique locale et l'hydrogéologie du site.

Il met en place les prescriptions générales de livraison, de stockage du béton et de ses adjuvants, les contrôles et testes à effectuer et la mise en œuvre en faisant la synthèse des normes française et européenne à utiliser.

### **5.3. Méthodologie et hypothèses de calculs**

Afin de calculer et de justifier efficacement les structures, il a donc fallu mettre en place les hypothèses de calculs, les combinaisons suivant les états limites de services (ELS), les états limites ultimes (ELU) et les états limites accidentels (ELA), en faisant la synthèse des cas les plus défavorables des normes CM66-Additif 80, des Eurocodes, de la FEM et de l'ETCC. Il a aussi fallu mettre en place des critères de modélisation des structures, de vérifications et de justifications des ossatures.

#### **Hypothèses de calculs :**

Les structures sont par défaut en acier S 235 JR (anciennement E24-2), S signifie que c'est un acier de construction, 235 représente la résistance élastique en MPA et JR signifie qu'il résiste à un essai de résilience de 27J à 20°C. La boulonnerie est de classe 8-8, résistance élastique de 640MPa et résistance plastique de 800MPa.

Les charges permanentes seront :

- le poids propre de la structure ( $S_{gs}$ ),
- le poids propre du chariot et du porte palan ( $S_{gki}$ ).

Les surcharges seront :

- la charge de service aussi appelé CMU ( $S_{li}$ ),
- la sollicitation dynamique horizontale créée par le chariot porte palan ( $S_{Hxi}$ ),
- la sollicitation thermique engendrée par les variations de température ( $S_{Ti}$ ),
- la sollicitation sismique ( $S_{si}$ ) (i indique la direction du séisme)

Pour la détermination des sollicitations sismiques, les cas de charge  $S_{gs}$  et  $S_{gki}$  sont transformés en masse X, Y, Z, il faut ensuite rechercher le nombre de mode propre nécessaire afin d'obtenir une masse participante de 90% de la masse totale et en entrant les spectres sismiques du bâtiment concerné dans le logiciel de calculs (amortissement de 7% pour les structures boulonnées et 2% pour les structures soudées), celui-ci va générer des sollicitations suivant X, Y et Z qui seront ensuite transformé en cas de charge  $S_s$  avec une combinaison quadratique (superposition quadratique ou SRSS) de Newmark conformément à l'ETCC.

Combinaisons de NEWMARK :

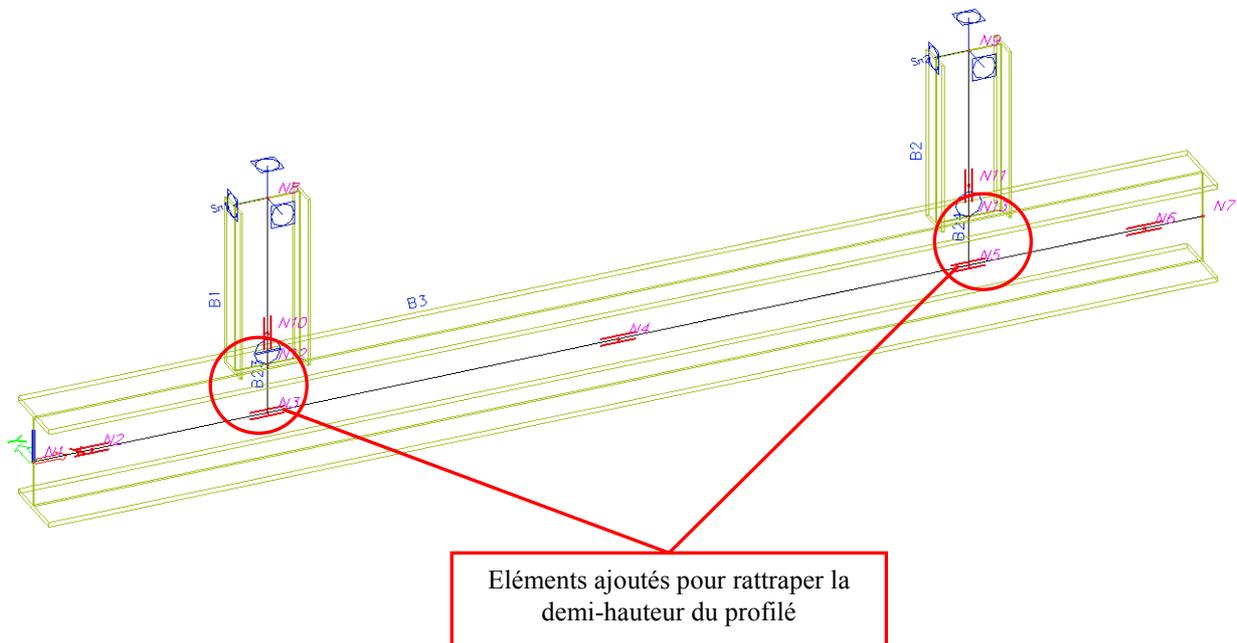
$$\begin{aligned} & +/- (SS_x) +/- 0.4 (SS_y) +/- 0.4 (SS_z) \\ & +/- 0.4 (SS_x) +/- (SS_y) +/- 0.4 (SS_z) \\ & +/- 0.4 (SS_x) +/- 0.4 (SS_y) +/- (SS_z) \end{aligned}$$

## 5.4. Critère de modélisation

La modélisation parfaite d'une structure reflétant exactement la réalité n'existe pas. Il a donc fallu trouver un compromis fiable et acceptable afin de reproduire le plus fidèlement possible les affaires et les sollicitations qui lui sont appliquées et obtenir un modèle de calculs reflétant le plus possible la structure.

Le logiciel de calculs SCIA Engineer utilise un modèle filaire composé de nœuds, de barres, qu'il discrétise pour ensuite effectuer un calcul par éléments finis avec la théorie de Timoshenko.

Ce type de modélisation a le défaut de ne pas prendre en compte la hauteur des profilés, c'est à dire que pour une liaison suspendue sur monorail, il faut ajouter un élément de raideur infini et de densité nulle afin d'obtenir les efforts au droit de l'attache « suspende sur monorail » correspondant aux sollicitations réelles.



## 5.5. Critère de dilatation thermique

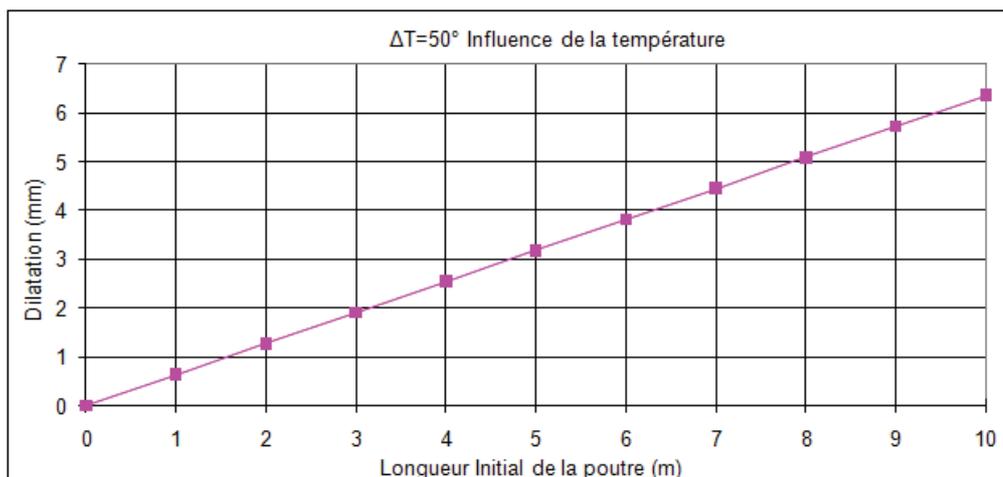
La dilatation thermique doit être prise en compte sur ce genre d'affaire, d'autant plus sur les affaires de monorails avec suspentes car d'après la formule de la raideur  $R_{(m^3)} = \frac{I_{(m^4)}}{l_{(m)}}$ , on peut voir que plus le profil est petit plus sa raideur sera grande donc plus il transmettra d'effort.

Pour des températures inférieures à 100°C, on peut considérer que la dilatation thermique de l'acier est linéaire et a pour formule  $\Delta l = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$  avec :

- $\Delta l$  = allongement maximum pour une différence de température donnée en m
- $\alpha$  = coefficient de dilatation linéaire :  $12 \cdot 10^{-6} \text{ m/C}^\circ/\text{m}$  pour l'acier selon l'Eurocode 3
- $L_0$  = longueur initiale du fer dilatée en m
- $\Delta T$  = différence de température en °C

EDF a défini une plage de température à l'intérieur des bâtiments (Hors réacteur) allant de -18°C à +35°C soit un  $\Delta T = 53^\circ\text{C}$ . N'ayant aucune indication sur les températures de montage des structures et pour rester dans une démarche sécuritaire la différence de température prise en compte sera  $\Delta T$ .

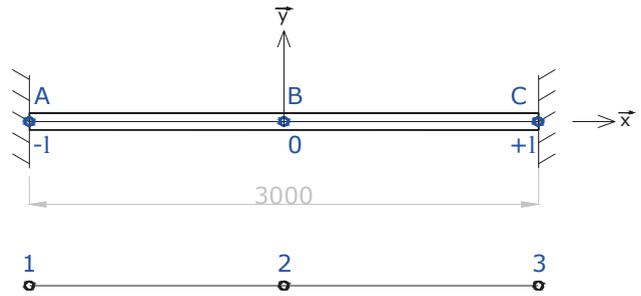
Les trous permettant la fixation des ossatures sont par défauts percés à  $\phi+2$  permettant un jeu de +/-1mm du boulon dans son trou. Le déplacement autorisé entre 2 suspentes est donc de +/-2mm en théorie.



On peut voir avec le graphique ci-dessus, qu'au dessus d'une longueur de 3 mètres entre 2 suspentes, il est nécessaire de mettre en place des trous oblongs, afin d'éviter de créer des contraintes parasites dans la structure.

**Exemple de contraintes parasites :**

Données : Poutre IPE100 L=3m S=1030mm<sup>2</sup>  
 Encastree à ces 2 extrémités  
 $\Delta T = 53^\circ\text{C}$   
 $E = 21000 \text{ daN/mm}^2$   
 Poutre IPE100 : S= 1030 mm<sup>2</sup>



Dilatation :  $\Delta l = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^\circ\text{C/m} \times 53 \text{ }^\circ\text{C} \times 3\text{m} = 1,908 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  soit 1,91 mm

Compte tenu de la loi de Hooke, cela entraîne une contrainte parasite de :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\Delta L}{L} = 21000 \cdot \frac{1,91 \cdot 10^{-3}}{3} = 13,36 \text{ daN/mm}^2$$

Soit plus de la moitié de la limite élastique de l'acier S235JR qui est de 23,5 daN/mm<sup>2</sup>.

Réactions dans les liaisons 1 et 3 par la méthode discrétisée:

Hypothèse : seule la dilatation de la barre est prise en compte pour ce calcul

Les trous sont sans jeu pour les boulons.

Poutre en IPE100 : S=1030 mm<sup>2</sup>

Formulation variationnelle du problème :  $-\delta W_i - \delta W_e = 0$

$$\int_{-l}^{+l} ES \frac{du}{dx_1} \frac{d\delta u}{dx_1} dx_1 - R_1 \delta u(-l) - R_2 \delta u(+l) = 0$$

où  $u(x_1)/u(-l) = u(+l) = 0$  vérifie la relation quelque soit  $\delta u(x_1)$

Écriture matricielle du problème :

$$(\delta u_1, \delta u_2, \delta u_3) \left\{ \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ R_3 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

$$\frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ R_3 \end{bmatrix} = \frac{21000 \cdot 1030}{3000} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1,91/2 \\ 0 \\ 1,91/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 = -6885 \\ 0 \\ R_3 = 6885 \end{bmatrix}$$

Conclusion : Il y a des efforts parasites de +/-6885 daN en extrémité de la poutre avant même que d'autre sollicitations ne soient appliquées sur celle-ci. La libération des efforts par des trous oblongs est donc nécessaire pour des monorails dont les suspentes sont distantes de plus de 3m.

## 5.6. Combinaisons de charges et de calculs

Les combinaisons permettent de cumuler les différents cas de charge et d'y appliquer des coefficients de majoration afin de pouvoir justifier les structures dans toutes les conditions. Les combinaisons ELU servent à la justification de la résistance et de la stabilité et les combinaisons ELS servent aux justifications qui ont pour référence une déformation.

Les combinaisons de calculs de la FEM sont les plus contraignantes, elles sont donc choisies pour la réalisation des calculs. Une majoration forfaitaire supplémentaire de 10% a été appliquée au poids propre de la structure ( $S_{gs}$ ) afin de prendre en compte le poids des attaches.

Les cas de charge  $S_{gki}$  (poids du chariot et du porte palan),  $S_{li}$  (CMU) et  $SH_{xi}$  (solicitation horizontale due aux mouvements horizontaux) seront eux majorés des coefficients donnés dans la FEM suivant les cas de combinaisons ELS, ELU et ELA.

Dans les combinaisons faisant intervenir le séisme  $S_s$  (ELA), il est considéré que le monorail n'est pas utilisé et que le chariot porte palan est en position de garage, c'est-à-dire qu'il est situé à une des 2 extrémités du monorail.

### Combinaisons ELU :

$$1.1 S_{gs} + \{1.08 S_{gki} + 1.08 \Psi.SL_i + 1.08 SH_{xi}\} + 1.00 ST_1 \text{ avec } \Psi=1,15$$

$$1.1 S_{gs} + \{1.08 S_{gki} + 1.08 \Psi.SL_i + 1.08 SH_{xi}\} + 1.00 ST_2 \text{ avec } \Psi=1,15$$

### Combinaisons ELU Accidentels ou ELA:

$$1.10 S_{gs} + \{1.00 S_{gk_i} + 1.00 \varphi.Sli\} + 1.00 ST_1 \quad \text{avec } \varphi = 1,4$$

$$1.10 S_{gs} + \{1.00 S_{gk_i} + 1.00 \varphi.Sli\} + 1.00 ST_2 \quad \text{avec } \varphi = 1,4$$

$$1.10 S_{gs} + 1.00 S_{gk_{gi}} + 1.00 S_s + 1.00 ST_1$$

$$1.10 S_{gs} + 1.00 S_{gk_{gi}} + 1.00 S_s + 1.00 ST_2$$

### Combinaisons ELS :

$$1.10 S_{gs} + \{1.00 S_{gk_i} + 1.00 \Psi.SL_i + 1.00 SH_{xi}\} + 1.00 ST_1 \quad \text{avec } \Psi=1,15$$

$$1.10 S_{gs} + \{1.00 S_{gk_i} + 1.00 \Psi.SL_i + 1.00 SH_{xi}\} + 1.00 ST_2 \quad \text{avec } \Psi=1,15$$

## **5.7. Critère de chargement des structures :**

Lors du calcul de la structure, il est nécessaire de prendre en compte toutes les configurations de sollicitation possible afin de parait à toutes éventualités du « terrain ».

La sollicitation Sgs « poids propre de la structure » est généré automatiquement et prend en compte l'ensemble des profilés constituant la structure.

Les monorails étant faits pour supporter des charges roulantes, l'utilisation du module « Charge Mobile » du logiciel SCIA Engineer a été utilisé. Les sollicitations concernées par ce type de charge sont :

- le poids propre du chariot et du porte palan (Sgki) allant de 17.5Kg à 1815 Kg
- la charge de service Sli aussi appelé CMU allant de 0,25T à 10T
- la sollicitation dynamique horizontale créée par le chariot porte palan (Shxi),

$$\text{avec : } Shxi = \frac{Sli}{g} .a$$

g : accélération de la pesanteur : 9.81m/s<sup>2</sup>

a : accélération transversal = 0,19m/s<sup>2</sup> suivant les notes d'hypothèses

Toutes ces charges étant liées au chariot qui se déplace sous le monorail, le logiciel va générer toutes les positions possibles en respectant le pas donné lors de la modélisation de chaque charge sur le monorail et va créer des sollicitations enveloppes qui seront reprises dans les combinaisons ELS, ELU et ELA.

La sollicitation thermique est appliquée à l'ensemble des barres. Les température mini et maxi pris en compte sont issues des études climatiques du site, dans notre cas elle varie de -15°C à 38°C à l'intérieur des bâtiments

Pour créer la sollicitation sismique, il est nécessaire d'ajouter 1 masse à chaque extrémité du monorail (masse : Mg<sub>1</sub> et Mg<sub>2</sub>) représentant le poids du chariot porte palan et du palan en position « garage ». Le logiciel prendra automatiquement en compte la masse de la structure dans le calcul aux séismes.

## **5.8. Critère de vérification des structures**

Chaque structure doit faire l'objet d'une vérification. Les critères de dimensionnement se font suivant les combinaisons aux:

- Etats limites ultimes (ELU) pour :
  - La résistance des sections transversales
  - La résistance des éléments
  - Les effets locaux
  - L'équilibre statique
  
- Etats limites de services (ELS) pour :
  - La limitation des déformations
  - La limitation des contraintes pour assurer un comportement réversible
  - La limitation de la respiration d'âme
  
- Etats limites accidentels (ELA) pour :
  - La résistance de la structure sous les effets sismiques.

### **5.8.1. Vérifications de la résistance des sections transversales**

Les vérifications sur les poutres composant la structure se feront :

- En effort axial de traction / Compression
- En moment fléchissant
- En effort tranchant
- En effort de torsion
- En moment fléchissant, effort tranchant et effort normal (critère de Von Mises)

Suivant la demande d'EDF, les calculs vont être effectués en prenant en compte les efforts non-concomitants, c'est-à-dire que pour le calcul des contraintes, ils seront additionnés sans tenir compte de leur sens, directions et signes.

Les contraintes admissibles en traction et flexion ( $\sigma_a$ ), cisaillement ( $\tau_a$ ) et sollicitations combinées ( $\sigma_a$ ) sont récapitulées dans le tableau ci-dessous (d'après §9.7 de la FEM) :

Acier	Température (°C)	Epaisseur (mm)	Facteur de réduction $f_{p,0}$	Limite élastique (MPa)	Sigma		Tau	
					Cas I (MPa)	Cas III (MPa)	Cas I (MPa)	Cas III (MPa)
S235Jr	20	< 16	1,000	235	157	214	91	124

Les vérifications présentées ci-dessous sont éditées en forme de critères maximaux en termes de résistance et de stabilité pour toutes les barres selon FEM selon le cas I : charge en service sans vent et le cas III : appareil soumis à des sollicitations exceptionnelles qui est pris en compte pour nos calculs.

Par sécurité, nous considérons les contraintes enveloppe suivante :

$$\sigma_x \leq \sigma_a,$$

$$\sigma_y \leq \sigma_a,$$

$$\tau_{xyz} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \leq \tau_a = \frac{\sigma_a}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_{cp} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xyz}^2} \leq \sigma_a$$

### **5.8.2. Vérification de la résistance face aux phénomènes d'instabilité:**

Un phénomène d'instabilité peut causer la ruine d'une structure avant même que la résistance élastique de l'acier utilisé soit atteinte, il est donc intéressant de vérifier :

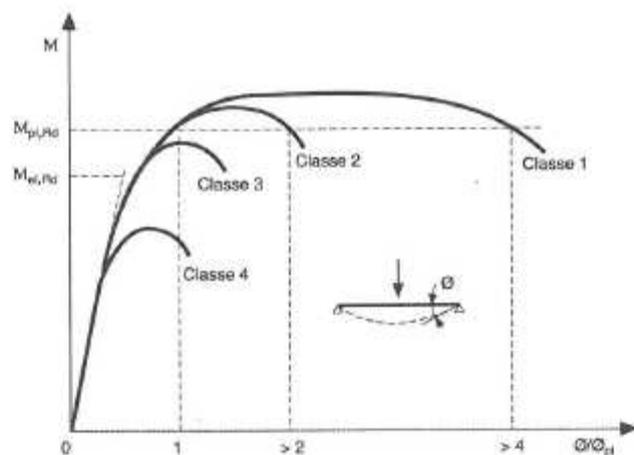
- le flambement
- le déversement
- le voilement

Ces vérifications sont réalisées par le module « Acier » du logiciel SCIA qui prend en compte les phénomènes d'instabilités statiques selon les règles de l'Eurocode 3. Celui-ci fournit des critères de stabilité exprimés en effort capable et non plus en contrainte comme les CM66 et le compare à l'effort normal pondéré appliqué, pour nous donner un taux d'utilisation des poutres en pourcentage (%).

### 5.8.2.1. Classification des sections transversales :

L'Eurocode 3 a mis en place une classification des sections permettant de choisir la méthode de calculs (analyse plastique pour les classes 1 et 2 ou élastique pour les classes 3 et 4) afin de prendre en compte l'importance de l'élancement géométrique de ses parois qui n'avait jusqu'alors pas été pris en compte. Cela permet le traitement de tous les types de section. Les profilés sont répartis suivant 4 classes correspondant à l'importance de l'influence du voilement local dans l'ordre croissant de la :

- classe 1 où les parois comprimées sont suffisamment rigides pour qu'en aucun cas le voilement local n'apparaisse avant plastification complète de la section et développement des grandes déformations propres au fonctionnement d'une rotule plastique au sein de cette section,
- classe 2, pour les sections où la ruine par voilement local se manifeste lors du développement de déformations plastiques, après atteinte de la capacité plastique de la section
- classe 3, pour les sections dont la ruine par voilement local intervient après le seuil de résistance élastique mais avant d'atteinte de la capacité plastique et donc empêche le développement du moment résistant plastique
- classe 4, pour les sections qui présentent une ruine prématurée par voilement local et limite le moment résistant, avant même que la fibre la plus défavorisée ne subisse une contrainte du niveau de la limite d'élasticité.



Courbes types Moment-Rotation en fonction de la classe de la section

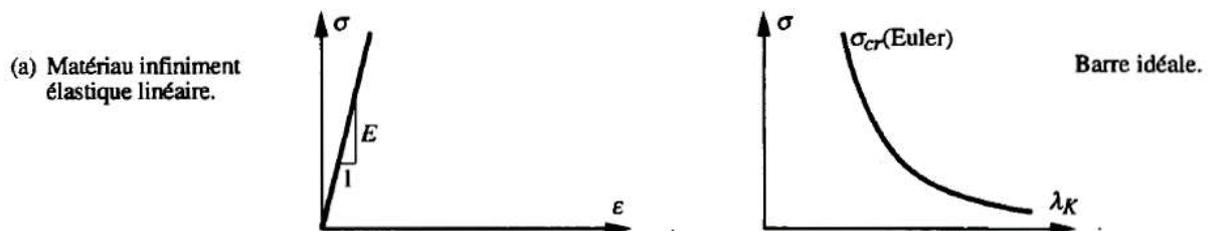
La détermination de la classe est fonction de la nuance d'acier et de l'élancement des parois comprimées d'une section transversale (âme ou semelle). Celles-ci sont souvent de classes différentes, la classe de la section prise en compte sera la plus élevée (la plus défavorable).

Les catalogues de produit sidérurgiques laminés nous indiquent désormais en plus des caractéristiques géométriques et mécaniques de la section, la classe des profilés (cf Annexe B).

### 5.8.2.2. Calculs du flambement suivant l'Eurocode 3

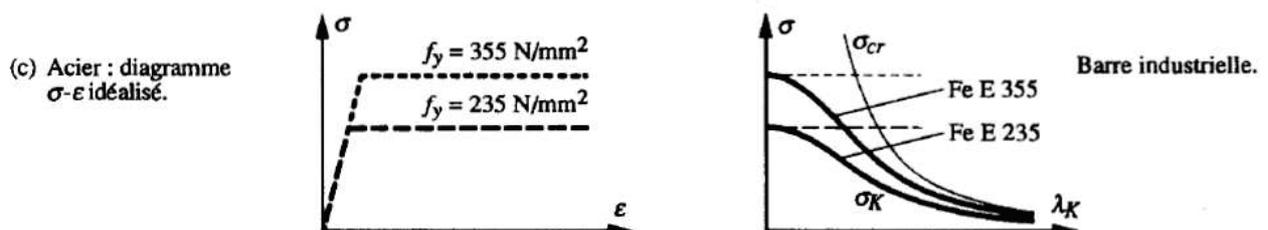
L'étude théorique du flambement se base sur l'étude d'Euler (1744) dont les hypothèses sont :

- le matériau est supposé parfaitement homogène, isotrope et avoir un comportement idéal indéfiniment linéaire et élastique
- les barres sont de sections constantes, d'une parfaite rectitude et être rigoureusement articulé à leurs extrémités
- les seules déformations prises en compte sont planes et dû à la flexion des barres autour d'un de ces axes principales d'inertie.



En réalité, l'acier a une résistance élastique limitée, la compression ne pourra donc pas dépasser la relation  $\sigma = A \cdot f_y$  qui peut être très inférieur à la charge critique d'Euler. De plus, les barres réelles ont des imperfections, on ne peut garantir une homogénéité et une rectitude parfaite, ce qui a pour incidence d'engendrer des déformations latérales parasites supplémentaires.

Suite à des études en laboratoire dans différents pays, il a été défini des courbes de flambement ( $a_0, a, b, c, d$ ) permettant de prendre en compte toutes ces imperfections. Les différentes courbes permettent la distinction entre les différentes familles de profilés en tenant aussi compte de leur direction de flambement.



L'Eurocode vérifie les efforts capables de chaque section en :

➤ flambement par flexion en compression simple :

Fréquemment la compression des barres s'accompagne d'un moment de flexion, il faut donc prendre en compte l'interaction entre ces 2 efforts pour les 2 directions principales de la section.

La méthode de calcul décrite en [annexe C](#) nous indique qu'il faut calculer dans l'ordre, les efforts normaux critiques, les élancements réduits, les coefficients de flambement et de calculer la résistance de la barre comprimée au flambement.

➤ flambement par torsion et flexion/torsion :

Si la déformation en torsion d'une barre comprimée n'est pas empêchée, il y a un risque de flambage par flexion et torsion. Ce phénomène représente le cas d'instabilité de flambement le plus général.

Calcul de l'effort normal critique de flambement par torsion, l'effort normal critique de flambement par flexion-torsion, l'élancement réduit en prenant en compte le plus petit des 2 efforts normaux critiques de flambement.(cf. [annexe D](#))

Ces 2 types de flambement doivent être pris en compte car il est possible que la résistance de la barre au flambement par torsion et flexion-torsion soit inférieure à celle du flambement par flexion.

### 5.8.2.3. Calculs du déversement suivant l'Eurocode 3 :

Le déversement est un phénomène d'instabilité qui survient lorsque la poutre est soumise à de la flexion simple dans son axe d'inertie principale maximale. Dès lors que l'inertie principale minimale est sensiblement inférieure à l'inertie principale maximale de la poutre, il peut se créer un phénomène d'instabilité qui est du déversement ou du flambement latéral créé par des contraintes de compression issues de la flexion s'exerçant sur la section transversale. C'est dans une très grande majorité le cas en construction métallique avec l'utilisation des profilés bi-symétrique en H et en I.

Ces profilés du fait de la distance qui sépare la partie tendue de la partie comprimée, le déversement (flambement latéral) entraîne inévitablement de la torsion dans la poutre autour de son axe longitudinal. Toutes les caractéristiques de la section de la poutre sont donc impliquées dans la déformée de déversement. La différence avec le flambement pure est que le moment de flexion qui entraîne la compression n'est pas constant sur toute la poutre.

Timoshenko a établie une expression classique du déversement dans le cas particulier d'une poutre de section constante, bi-symétrique, indéformable, dépourvue d'imperfection, avec un matériau idéale dont les extrémités sont simplement maintenues en torsion:

$$M_{CR} = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot J \cdot \left( 1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{L^2 \cdot G \cdot J} \right)}$$

L : longueur de la poutre

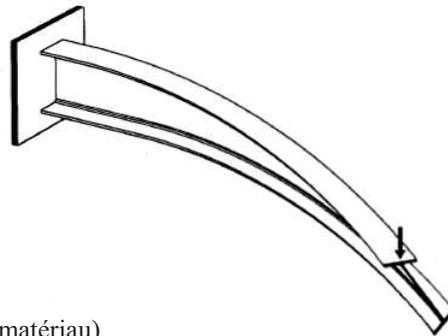
$I_z$  : inertie principale minimale du profil

J : inertie de torsion du profil

$I_w$  : inertie de gauchissement du profil

E : module de Young (module de déformation longitudinale du matériau)

G : module de Coulomb (module de déformation transversale du matériau)



L'Eurocode permet de prendre en compte les aspects pratiques comme les imperfections du matériau, les liaisons aux extrémités, la variation du moment de flexion et l'effet stabilisateur ou déstabilisateur du point d'application de la charge par rapport au centre de gravité du profilé, qui ont pour effet d'accélérer le processus d'instabilité par rapport au prévision théorique. Il établit une procédure de justification de la stabilité au déversement des poutres réelles répondant aux besoins, à partir de l'évaluation du moment critique.

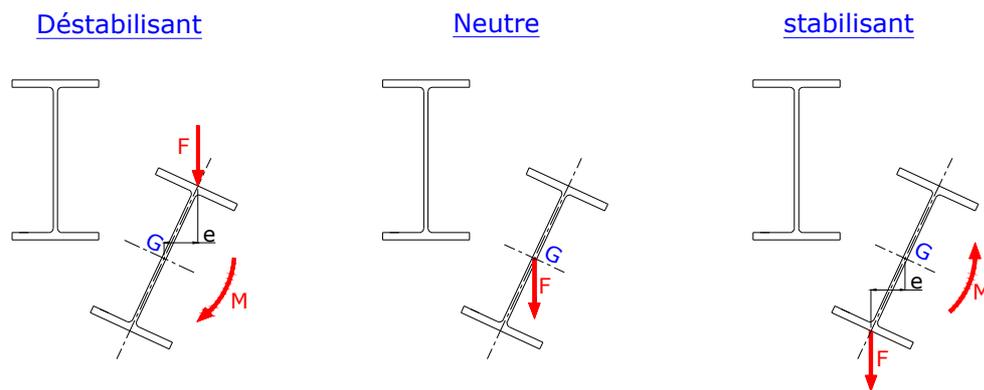
$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \left[ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot J_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g)^2} + C_2 \cdot z_g \right]$$

$C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont des facteurs dépendant des conditions de charges et d'encastrement

$z_g$  est la distance entre le point d'application de la charge et le centre de gravité du profil

➤ déversement en flexion simple :

Dans la réalité, la charge du chariot et du palan sont appliquées sur l'aile inférieure du monorail, ce qui a un effet stabilisateur, cependant, sur le modèle de calculs le point d'application des charges est appliqué sur la fibre neutre de la poutre, ce qui a pour le déversement un effet neutre, cela permet de prendre en compte les effets éventuels du balancement des charges soulevées. La modélisation nous place donc dans un aspect sécuritaire pour ce qui concerne le déversement.



➤ flexion composée :

Cette vérification doit être réalisée du fait que nous ne pouvons considérer qu'une barre ne peut être que simplement comprimées, comprimées et fléchies dans le seul plan de flambement sans risque de déversement ou juste en flexion simple soumis au déversement. Dans la réalité, les poutres sont à la fois comprimées, donc il y a un risque de flambement, en flexion simple suivant son axe d'inertie maximal et même parfois suivant son axe d'inertie minimal, donc risque de déversement.

Afin de créer un critère de vérification fiable, l'Eurocode 3 a mis en place un critère enveloppe, prenant en compte :

- le critère de compression auquel il ajoute un coefficient d'amplification prenant en compte le cas le plus défavorable entre les 2 directions de flambement,
- le critère de flexion dans l'axe d'inertie maximal de la poutre qu'il majore par un coefficient de déversement/flambement.
- le critère de flexion dans l'axe d'inertie minimal de la poutre qu'il majore par un coefficient de flambement.

Ces critères sont représentés par les 2 formules correspondant aux 2 directions de flambement par flexion possible :

$$\frac{N_{ed}}{\chi_y \cdot A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y.Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_{PL,y} \cdot f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{yz} \cdot M_{z.Ed}}{W_{PL,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}} = \frac{N_{ed}}{N_{b,y,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y.Ed}}{M_{b,y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z.Ed}}{M_{b,z,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{ed}}{\chi_z \cdot A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y.Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_{PL,y} \cdot f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_{zz} \cdot M_{z.Ed}}{W_{PL,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}} = \frac{N_{ed}}{N_{b,z,Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y.Ed}}{M_{b,y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z.Ed}}{M_{b,z,Rd}} \leq 1$$

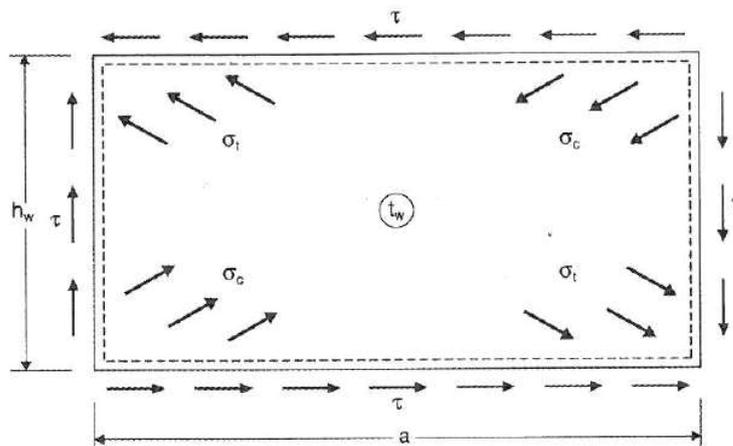
Informations :

Ce critère de stabilité ne s'applique qu'aux barres de section constante bi-symétrique, ce qui répond à la plupart des profilés laminés en I et en H du marché.

5.8.2.4. Calculs du voilement par cisaillement

Les poutres de monorail ne pouvant être raidies, il est d'autant plus important de prendre en compte le phénomène de voilement de cisaillement de l'âme du profilé. Cette instabilité est prise en compte de manière plus approfondi par l'Eurocode 3 partie 1-5 qui traite des plaques planes raidies et non raidies.

En considérant une tôle d'épaisseur  $t_w$ , de hauteur  $h_w$  et de longueur  $a$ , supposé articulé sur toute sa périphérie et contraint par du cisaillement sur son contour, il va se créer dans le plan de la tôle des contraintes de traction et de compression pouvant entraîner un phénomène d'instabilité de même nature que le flambement comprimé.



L'Eurocode indique qu'une âme peut ne pas être sujette au risque de voilement si elle répond aux conditions d'élanement géométrique:

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 31 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} \cdot \sqrt{k_t} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$$k_t = 4 + \frac{5,34}{(a/h_w)^2} \quad \text{si } a/h_w \leq 1 \quad k_t = 5,34 + \frac{4}{(a/h_w)^2} \quad \text{si } a/h_w \geq 1$$

$\eta$  : Paramètre égale à 1 en se plaçant dans le domaine sécuritaire mais peut raisonnablement être pris égale à 1,2 pour les aciers de nuance jusqu'à S460 incluse.

$f_y$  : Résistance élastique de l'acier utilisé

$a$  : distance entre 2 raidisseurs

$h_w$  : hauteur de la tôle

$t_w$  : épaisseur de la tôle

En l'absence de raidisseur, on considère que «  $a$  » est égale à l'infini donc que  $(a/h_w)$  tend vers l'infini, on obtient donc :

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 72 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta}$$

Tous les profilés I et H laminés du commerce en acier S235 répondent à cette condition. Donc, il n'est pas nécessaire de prendre en compte le risque de voilement dans notre cas.

## 5.9. Vérification de l'aile inférieure du monorail

Afin de répondre au critère de sécurité, il est nécessaire de vérifier la résistance de la semelle inférieure du monorail sollicitée par la charge des galets du chariot porte-palan  $F_{z,Ed}$ .

L'évolution des normes de l'Eurocode par rapport aux règles CM66 est la prise en compte du moment de flexion de la poutre dans le calcul du critère de vérification  $F_{t,Rd}$ .

Pour calculer la résistance de la semelle inférieure, la formule de l'Eurocode est :

$$F_{t,Rd} = \frac{l_{eff} \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0}}{4m} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{f,Ed}}{f_y \cdot \gamma_{M0}} \right)^2 \right] \quad \text{avec} \quad F_{t,Rd} \geq F_{z,Ed}$$

- $l_{eff}$  est la longueur efficace de la semelle résistant à la charge de galet, elle dépend de la configuration géométrique du chariot (entraxe des galets et distance par rapport au bord de la semelle), de sa position sur le monorail (sur un joint simple non renforcé (cas a), au milieu (cas b), en rive (cas c) et du mode de fixation éventuel en extrémité (supportage par-dessous, platine d'about soudée (cas d)).

$X_w$  : entraxe entre les galets du chariot

$X_e$  : distance du chariot par rapport au bord du monorail

- $m$  est le bras de levier de la charge du galet par rapport au raccordement de la semelle.

profilé laminé :  $m = 0,5 \cdot (b - t_w) - 0,8r - n$

profilé soudé :  $m = 0,5 \cdot (b - t_w) - 0,8\sqrt{2} \cdot a - n$

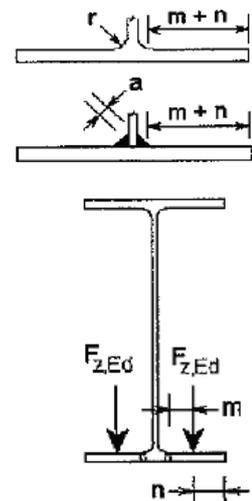
$r$  : rayon de raccordement entre l'aile et l'âme du profilé laminé

$a$  : épaisseur de la soudure entre l'aile et l'âme du profilé soudé

$b$  : largeur d'aile du profilé

$t_w$  : l'épaisseur de l'âme du profilé

- $t_f$  est l'épaisseur de la semelle (aile) du profilé
- $\sigma_{f,Ed}$  est la contrainte due au moment de flexion de la poutre



L'effort résistant  $F_{t,Rd}$  du critère de vérification est donc calculé, dans un premier temps sous un cas enveloppe (moment de flexion maximal et prise en compte de la longueur efficace minimale) afin de rester dans une démarche sécuritaire. Si le critère de vérification n'est pas rempli, la seconde étude prend en compte le modèle réel c'est-à-dire que les cas a, b, c, d seront étudiés séparément en prenant le moment de flexion réel de la section.

Aperçu de la feuille EXCEL créée pour la vérification de la semelle inférieure

**Résistance de la semelle inférieure aux charges des galets (§6.7 de l'EN 1993-6)**

Monorail		
Type	HE 450 A	
h	440	mm
b	300	mm
tw	11,5	mm
tf	21	mm
r	27	mm
A	178	cm <sup>2</sup>
Iy	63720	cm <sup>4</sup>
W <sub>el,y</sub>	2896	cm <sup>3</sup>
W <sub>pl,y</sub>	3216	cm <sup>3</sup>
iz	9465	cm <sup>4</sup>
W <sub>el,z</sub>	631	cm <sup>3</sup>
W <sub>pl,z</sub>	965,5	cm <sup>3</sup>
I <sub>t</sub>	243,8	cm <sup>4</sup>

Acier	S235		coefficient	
fy	23,5	daN/mm <sup>2</sup>	γ <sub>M0</sub>	1
fu	36	daN/mm <sup>2</sup>	γ <sub>M2</sub>	1,25

**Caractéristiques du chariot :**  
d'après document GCAT122662-01

Nombre de galets :		4
Distance du bord	Xe min	227 mm
Entraxe des galets :	Xw =	200 mm
Rapport Xw/1.5b	=	0,44
Position de la charge :	n =	10 mm
Bras de levier :	m =	112,65 mm

CMU:	10000	daN
coeff essai stat:	1,5	
F <sub>z,Ed</sub> =	7500	daN

**Monorail églissé:** non

**Longueur efficace de la semelle :** l<sub>eff</sub> = 446,91 mm

**Moment de flexion max:** M<sub>y,Ed</sub> = 14261 daNm  
 Contrainte correspondante : σ<sub>f,Ed</sub> = 4,92 daN/mm<sup>2</sup>

**Résistance de la semelle inférieure à une charge de galet :**

$$F_{t,Rd} = \frac{l_{eff} \times t_f^2 \times f_y}{4m \times \gamma_{M0}} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{f,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 \right] = 9827 \text{ daN}$$

**Vérification :** F<sub>z,Ed</sub> = 7500 < 9827 = F<sub>t,Rd</sub>

Γ =	0,21
	0,76
<b>vérifiée</b>	

### **5.10. Vérification de la flèche du monorail :**

La déformation des éléments fléchis est à prendre en compte sur toutes les structures mais particulièrement sur les affaires de manutention par monorail. Cette limite de flèche est exprimée en une fraction de la portée de l'élément. L'Eurocode fixe la flèche admissible d'un monorail à la longueur entre 2 supports divisé par 500 soit  $f \leq \frac{L}{500}$ . De plus, il précise que la longueur de référence en porte-à-faux est égale au double de la longueur en console. Ces flèches sont calculées pour la position la plus défavorable du chariot sur le monorail.

La limitation de la flèche est nécessaire pour :

- le bon fonctionnement du chariot du monorail (éviter qu'une cuvette se crée et modifie de manière significative l'effort à transmettre au chariot pour que celui-ci se translate,
- éviter les efforts parasites de second ordre pouvant, entrainer des contraintes parasites supplémentaires dans la poutre.

## **6. Vérification des assemblages**

### **6.1. Présentation**

Les assemblages par l'intermédiaire des attaches permettent de relier entre elle les différentes pièces afin de pouvoir créer une structure. Les principaux modes d'assemblage dans la construction métallique sont le soudage, le boulonnage et le rivetage. Seul les 2 premiers seront mises en œuvre dans cette étude.

Les assemblages ont 3 fonctionnements distinctes, par obstacle dans le cas de boulon ordinaire, par adhérence pour les soudures et les boulons précontraints de type HR et mixte pour le cas des rivets et aussi pour les boulons HR dans une utilisation extrême.

La vérification de chaque assemblage est nécessaire car ceux-ci peuvent remettre en cause le fonctionnement global de la structure. Dans la littérature reprenant les anciennes normes de calculs et les règles de l'art, il est de coutume de dire : « une charpente sous-dimensionnée mais correctement assemblée est préférable à une charpente correctement dimensionnée mais mal assemblée ».

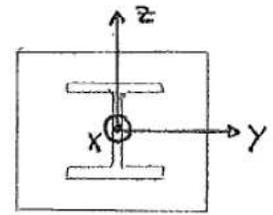
L'explication de cette phrase vient du fait que l'ensemble des structures étaient vérifiées par rapport à la limite élastique de l'acier, ce qui laisse une réserve de plasticité permettant de grande déformation du matériau avant rupture comme « sécurité », tandis que les attaches rompent sans déformation significative observable. Avec l'adoption des règles de calculs de l'Eurocode 3, cette vérité perd de son sens car avec cette norme, les attaches sont vérifiées non plus par rapport à la contrainte élastique de l'acier mais suivant la limite à la rupture de celui-ci.

L'art de concevoir une attache passe par le fait de transmettre l'ensemble des forces et des moments sans créer d'efforts et de moments parasites secondaires tel qui ont été définis lors de l'analyse global de la structure.

La connaissance des différents moyens d'assemblages ainsi que leur caractéristique propre est indispensable dans le fait de concevoir une attache permettant de transmettre l'ensemble des sollicitations sans créer d'effort et de moment parasité secondaires. Elle permet de choisir le mode d'assemblage le mieux adapté à une structure, de réaliser des liaisons simples, facilement réalisables et donc économique.

## **6.2. Interface des structures et du génie civil**

Des platines ont été pré scellées dans le génie civil par le bétonnier afin de recevoir et supporter la grande majorité des structures. Afin de garantir l'intégrité du béton, le bureau de contrôle EDF doit vérifier leur chargement et valider leur utilisation. Les notes de calculs fournis à cette entité doivent comporter 2 tableaux comportant les réactions des platines face aux sollicitations de la structure calculé, dans les combinaisons ELS et ELU/ELA dans le repère local de la platine.



Repère local de la platine

## **6.3. Critère de vérification des assemblages**

Pour la vérification des assemblages, EDF nous impose de prendre en compte les efforts non-concomitants, c'est-à-dire d'utiliser la valeur maximal de l'effort de traction/compression, des efforts de cisaillement, du moment de flexion et de torsion, obtenu pour les différents cas de charge (ELS, ELU, ELA). Cette démarche permet de couvrir de manière très sécuritaire l'ensemble des événements pouvant survenir.

L'optimisation des attaches nécessaire en général pour un gain financier n'entre pas dans ce contexte où chaque structure est vendue au poids suivant des codes prix, seul un gain de facilité, de temps de montage a été pris en compte.

Les assemblages ne répondent pas aux hypothèses de la résistance des matériaux, variation brusque des sections, discontinuité de matière (découpe, perçage, pliage), introduction d'efforts ponctuels par l'intermédiaire des boulons, et de concentration de contraintes (possibilité de mode de ruine prématurée) avec les soudures.

Pour la résolution des calculs d'attache, des modèles de calculs simplifiés ont du être mise en place, donnant des résultats restant toujours dans le domaine sécuritaire.

### **6.3.1. Les assemblages par boulons ordinaires ou non précontraints**

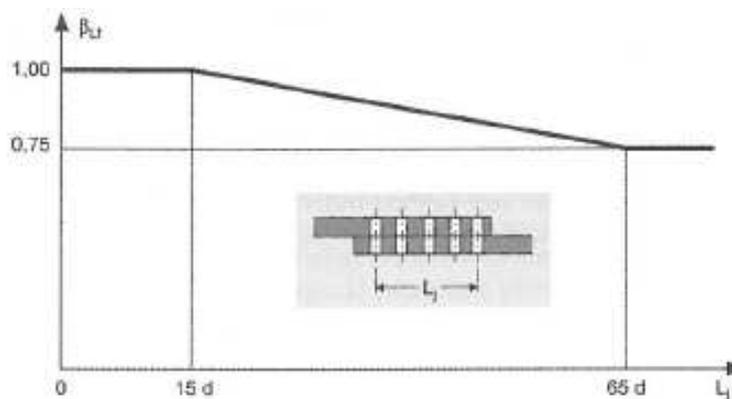
La mise en œuvre des boulons ordinaires ne nécessite aucun matériel particulier et aucune qualification particulière du personnel, Le serrage se fait sans contrôle, seul un écrou « PAL » empêche le desserrage de l'ensemble. Ce type d'assemblage permet de transmettre des efforts parallèles et perpendiculaires à l'axe de la vis.

Lors de la vérification des assemblages chaque type d'effort fait l'objet d'une vérification distincte puis ensuite une autre combinée.

L'Eurocode vérifie à la fois les boulons et les pièces qu'ils assemblent suivant la direction des efforts, pour cela ce règlement a mis en place des règles de construction des assemblages boulonnés avec des entraxes notés «  $p_i$  » (distance entre 2 boulons) et des pinces notées «  $e_i$  » (distance entre le bord de la pièce et le boulon) à respecter dans le positionnement des boulons. (cf annexe E).

Les boulons de classe 8-8 utilisés dans la majorité des assemblages de mon étude ont une ductilité faible. Lors d'une sollicitation de cisaillement, un moment de flexion parasite peut apparaître du fait du jeu existant entre le boulon et les pièces à assembler. Cela peut entraîner pour des boulons de faible diamètre, un risque de ruine de l'assemblage avant même que la résistance cumulée de l'ensemble des boulons soit atteinte.

Pour palier à ce problème l'Eurocode 3 comme les normes précédentes ont mise en place un jeu de perçage fonction du diamètre des boulons à utiliser. Pour les assemblages dits « long », c'est-à-dire pour un entraxe total supérieur à 15x diamètre du boulon un coefficient minorateur est ajouté.



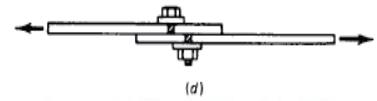
**Pour les sollicitations qui sont perpendiculaire on vérifie la résistance :**

- au cisaillement

$$F_{v,Rd} = \alpha_v \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{m2}$$

$$\alpha_v = 0.6 \text{ pour les classes 4.6, 5.6, 8.8}$$

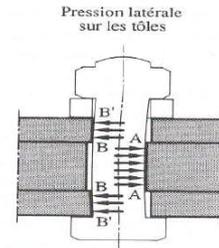
$$\alpha_v = 0.5 \text{ pour les classes 4.8, 5.8, 6.8 et}$$



- à la pression diamétrale

$$F_{b,Rb} = k_1 \cdot \alpha_d \cdot f_u \cdot d \cdot t / \gamma_{m2}$$

$$\alpha = \text{Min} \left\{ \frac{l_1}{3d_0}; \frac{P_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_u}; 1 \right\}$$



$$\text{boulon de rive : } k_1 = \min \left( \frac{2,8 \cdot e_2}{d_0} - 1,7; 2,5 \right) \text{ et } \alpha_d = \frac{e_1}{3 \cdot d_0}$$

$$\text{boulon intérieur : } k_1 = \min \left( \frac{1,4 \cdot p_2}{d_0} - 1,7; 2,5 \right)$$

ATTENTION : Pour les boulons à tête fraisée, il convient de prendre l'épaisseur de la plaque attachée diminuée de la moitié de la hauteur du fraisage.

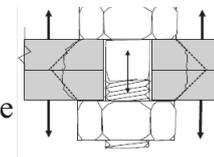
**Pour les efforts parallèles, on vérifie la résistance :**

- à la Traction :

$$F_{t,Rd} = k_2 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{m2}$$

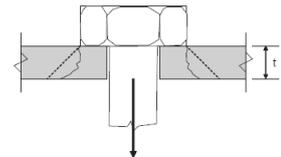
$$k_2 = 0.63 \text{ pour les boulons à tête fraisée}$$

$$k_2 = 0.9 \text{ pour tous les autres cas}$$



- Résistance au poinçonnement :

$$B_{p,Rb} = 0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot f_u / \gamma_{m2}$$



La force de poinçonnement ne peut être supérieure à la résistance à la rupture par traction des boulons  $B_{p,Rb} \leq F_{t,Rd}$ , ce qui nous permet de définir des épaisseurs minimales de tôles à mettre en œuvre en fonction du diamètre et de la classe des boulons utilisés.

Désignation	M8	M10	M12	M14	M16	M18	M20	M22	M24	M27	M30	
F <sub>t,Rd</sub> CL8,8	2108	3341	4856	6624	9043	11059	14112	17453	20333	26438	32314	daN
ép mini	2,8	3,4	4,4	5,1	6,8	7	8	9,3	9,7	9,8	12	mm

Tableau indiquant l'épaisseur minimale des tôles en fonction du diamètre et de la classe des boulons avec des pièces en S235

**Pour les efforts combinés :**

Traction – cisaillement :

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4 \cdot F_{t,Rd}} < 1$$

### **6.3.2. Les assemblages soudés**

Les assemblages soudés permettent d'assembler des pièces de forme diverse. Il représente un des principaux modes d'assemblage en construction métallique généralement utilisé en atelier. Son utilisation sur chantier est moins fréquente du fait des difficultés de mise en œuvre.

Les soudures doivent être faite avec certaine précaution par du personnel qualifié. Ce mode de liaison peut avoir une influence sur la rupture fragile au voisinage de la soudure du fait de :

- La modification métallurgique possible du matériau du fait de la chauffe et du refroidissement lors de l'opération
- La présence d'anomalie autour ou dans la soudure pouvant entrainer des amorces de fissures pouvant se propager par fatigue
- Les concentrations de contraintes au droit des soudures
- L'augmentation des contraintes locales du aux contraintes résiduels.

Le danger de rupture fragile peut être accentué pour une structure travaillant à basse température et lors d'une mise en charge rapide.

Le soudage étant une composante essentielle de la construction métallique, il est donc très important de le comprendre et d'y porter une attention particulière.

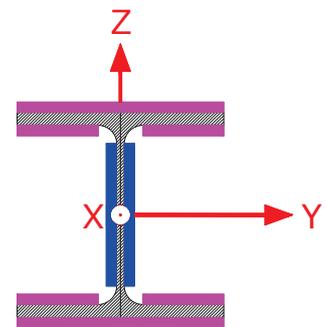
### Vérification des assemblages par soudure :

Dans la norme EN 1993-1-8 et ses annexes nationales, la vérification des soudures fait référence à la limite à la rupture la plus faible des métaux en présence, et que le métal déposé lors de la soudure ne peut être de qualité inférieure.

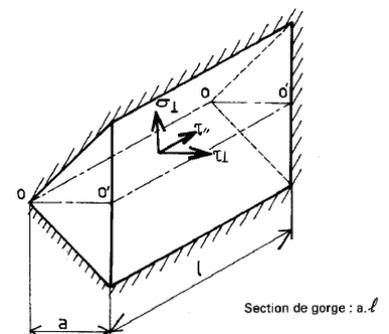
Afin de faire le calcul de la résistance ultime de la soudure, il est nécessaire de décomposer les efforts repris par la soudure en :

- efforts normaux (traction/compression) noté N
- efforts tangentiels (cisaillement) noté  $V_y, V_z$
- moments de flexion noté  $M_{xx}, M_{yy}, M_{zz}$

Pour le calcul des cordons, on fait l'hypothèse que les cordons d'ailes ou de semelle reprennent les efforts N,  $V_y, M_{xx}, M_{yy}, M_z$  et que les cordons d'âme ne reprendront que l'effort  $V_z$ .



La vérification de la soudure, ce fait à l'aide de la combinaison des contraintes normales et tangentielles résultant de la décomposition des efforts transversaux et longitudinaux appliqués à la soudure. La contrainte équivalente calculée de type « Von Mises » est comparé à la contrainte ultime divisé par le coefficient de corrélation  $\beta_w$  qui est fonction de la nuance du métal de base et le coefficient de sécurité  $\gamma_{M2}$  usuel dans l'Eurocode 3

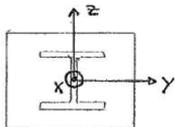


$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Une vérification supplémentaire doit normalement être faite sur la contrainte  $\sigma_{\perp}$  seule, mais cette condition est rarement déterminante pour les configurations normales (angle formé par les 2 pièces à assembler allant de 60° à 120°)

$$\sigma_{\perp} \leq \frac{0,9 \cdot f_u}{\gamma_{M2}}$$

**Aperçu de la feuille EXCEL développé pour la vérification des soudures :**

<b>Vérifications des soudures des suspentes/consols sur inserts</b>																																																													
<b>Données</b>																																																													
Efforts maxi non concomitants sous combinaisons fondamentales																																																													
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>N</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Mxx</th> <th>Myy</th> <th>Mzz</th> </tr> <tr> <th>daN</th> <th>daN</th> <th>daN</th> <th>daN.m</th> <th>daN.m</th> <th>daN.m</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8073</td> <td>2085</td> <td>1253</td> <td>15</td> <td>3590</td> <td>1072</td> </tr> </tbody> </table>					N	Ty	Tz	Mxx	Myy	Mzz	daN	daN	daN	daN.m	daN.m	daN.m	8073	2085	1253	15	3590	1072																																						
	N	Ty	Tz	Mxx	Myy	Mzz																																																							
daN	daN	daN	daN.m	daN.m	daN.m																																																								
8073	2085	1253	15	3590	1072																																																								
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Suspente</th> <th colspan="2">IPE 300</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>h</td><td>300</td><td>mm</td></tr> <tr><td>b</td><td>150</td><td>mm</td></tr> <tr><td>tw</td><td>7,1</td><td>mm</td></tr> <tr><td>tf</td><td>10,7</td><td>mm</td></tr> <tr><td>r</td><td>15</td><td>mm</td></tr> <tr><td>A</td><td>53,8</td><td>cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>I<sub>y</sub></td><td>8356</td><td>cm<sup>4</sup></td></tr> <tr><td>W<sub>el,y</sub></td><td>557,1</td><td>cm<sup>3</sup></td></tr> <tr><td>W<sub>pl,y</sub></td><td>628,4</td><td>cm<sup>3</sup></td></tr> <tr><td>i<sub>z</sub></td><td>603,8</td><td>cm<sup>4</sup></td></tr> <tr><td>W<sub>el,z</sub></td><td>80,5</td><td>cm<sup>3</sup></td></tr> <tr><td>W<sub>pl,z</sub></td><td>125,2</td><td>cm<sup>3</sup></td></tr> <tr><td>I<sub>t</sub></td><td>20,12</td><td>cm<sup>4</sup></td></tr> </tbody> </table>		Suspente	IPE 300		h	300	mm	b	150	mm	tw	7,1	mm	tf	10,7	mm	r	15	mm	A	53,8	cm <sup>2</sup>	I <sub>y</sub>	8356	cm <sup>4</sup>	W <sub>el,y</sub>	557,1	cm <sup>3</sup>	W <sub>pl,y</sub>	628,4	cm <sup>3</sup>	i <sub>z</sub>	603,8	cm <sup>4</sup>	W <sub>el,z</sub>	80,5	cm <sup>3</sup>	W <sub>pl,z</sub>	125,2	cm <sup>3</sup>	I <sub>t</sub>	20,12	cm <sup>4</sup>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Acier</th> <th colspan="2">S235</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>f<sub>y</sub></td><td>23,5</td><td>daN/mm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>f<sub>u</sub></td><td>36</td><td>daN/mm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>β<sub>w</sub></td><td>0,8</td><td></td></tr> <tr><td>γ<sub>M2</sub></td><td>1,25</td><td></td></tr> </tbody> </table>			Acier	S235		f <sub>y</sub>	23,5	daN/mm <sup>2</sup>	f <sub>u</sub>	36	daN/mm <sup>2</sup>	β <sub>w</sub>	0,8		γ <sub>M2</sub>	1,25	
Suspente	IPE 300																																																												
h	300	mm																																																											
b	150	mm																																																											
tw	7,1	mm																																																											
tf	10,7	mm																																																											
r	15	mm																																																											
A	53,8	cm <sup>2</sup>																																																											
I <sub>y</sub>	8356	cm <sup>4</sup>																																																											
W <sub>el,y</sub>	557,1	cm <sup>3</sup>																																																											
W <sub>pl,y</sub>	628,4	cm <sup>3</sup>																																																											
i <sub>z</sub>	603,8	cm <sup>4</sup>																																																											
W <sub>el,z</sub>	80,5	cm <sup>3</sup>																																																											
W <sub>pl,z</sub>	125,2	cm <sup>3</sup>																																																											
I <sub>t</sub>	20,12	cm <sup>4</sup>																																																											
Acier	S235																																																												
f <sub>y</sub>	23,5	daN/mm <sup>2</sup>																																																											
f <sub>u</sub>	36	daN/mm <sup>2</sup>																																																											
β <sub>w</sub>	0,8																																																												
γ <sub>M2</sub>	1,25																																																												
<b>Cordon semelle</b>					=																																																								
a semelle ext	10	mm																																																											
a semelle int	6	mm																																																											
L cordons 1/2semelle ext	75,0	mm	bp/2																																																										
L cordons 1/2semelle int	56,5	mm	(bp/2-tw/2-r)																																																										
N demi-semelle	15370	daN	0.5x(N/2+Myy/(hp-tfb))+Mzz/bp																																																										
σ <sub>perp</sub> = τ <sub>perp</sub>	10,0	daN/mm <sup>2</sup>	<	25,9 daN/mm <sup>2</sup> = 0,9 x f <sub>u</sub> / (γ <sub>M2</sub> )																																																									
τ <sub>//</sub>	0,43	daN/mm <sup>2</sup>		(tyy/2+Tors/hp)/(bp*(a.ext+a.int))																																																									
Von Mises Semelle	20,0	daN/mm <sup>2</sup>	<	36,0 daN/mm <sup>2</sup> = f <sub>u</sub> / (β <sub>w</sub> x γ <sub>M2</sub> )																																																									
<b>Cordon d'ame</b>																																																													
a=	6	mm																																																											
L cordons ame	497,2	mm		=(hp - 2 x tfp - 2 x r) x 2																																																									
τ <sub>//</sub>	0,42	daN/mm <sup>2</sup>		Tzz / (a x L.cordon)																																																									
Von Mises Ame	0,7	daN/mm <sup>2</sup>	<	20,8 daN/mm <sup>2</sup> = f <sub>u</sub> / (β <sub>w</sub> x γ <sub>w</sub> x √3)																																																									
<table border="1"> <tr> <td>1,00</td> <td>&gt;</td> <td>0,55</td> </tr> </table>					1,00	>	0,55																																																						
1,00	>	0,55																																																											
<b>Attache vérifiée</b>																																																													

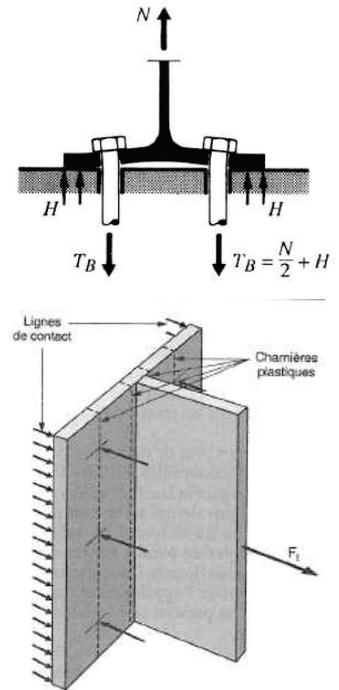
### 6.3.3. Les assemblages par platine d'about boulonnée

Ce type d'assemblage consiste à venir souder une plaque percée généralement de 2 ou 4 files de trous symétrique par rapport à l'axe de la poutre pour permettre à l'ensemble d'être assemblé sur un poteau ou toute autre structure par l'intermédiaire de boulons. Il réunit à la fois le soudage et le boulonnage.

Si la platine servant à la liaison n'a pas une épaisseur suffisante, il peut se créer une force de levier noté  $H$  venant s'ajouter à l'effort de traction déjà existant. Cette configuration peut entraîner la ruine prématurée de l'attache.

Avec l'Eurocode 3 a mis en place un modèle théorique de tronçon en T constitué d'un plat amenant l'effort de traction et d'un plat orthogonal recevant les 2 ou 4 files de boulons travaillant en flexion. Ce modèle permet d'étudier d'une part la ruine par rupture des boulons en traction et d'autre la ruine par plastification totale dans la semelle.

Selon la longueur des boulons soumis à allongement, il est nécessaire de vérifier le mode 1-2 de ruine pour les boulons « courts » et les modes 1, 2 et 3 pour les boulons « longs » (modes décrits en [annexe F](#))



Mode 1 : Plastification total de la semelle :

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4 \cdot M_{pl,1,Rd}}{m} \quad M_{pl,1,Rd} = \frac{1}{4} \cdot \min(l_{eff,cp}; l_{eff,nc}) \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{Mo}$$

Mode 2 : Ruine des boulons avec plastification de la semelle

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2 \cdot M_{pl,2,Rd} + n \cdot \sum F_{t,Rd}}{m + n} \quad M_{pl,2,Rd} = \frac{1}{4} \cdot \min(l_{eff,cp}; l_{eff,nc}) \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{Mo}$$

Mode 3 : Ruine des boulons

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$$

Mode de ruine le plus critique des modes 1, 2, 3:

$$F_{T,fc,Rd} = \min(F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd})$$

Mode 1-2 : Plastification de la semelle :

$$F_{T,1-2,Rd} = \frac{2.M_{pl}}{m} \quad M_{pl,1-2,Rd} = \frac{F_t}{2}.m$$

Avec le retour d'expérience et les milliers d'essais effectués en laboratoire, une notion de longueur efficace  $l_{eff}$  du tronçon est apparue, elle est fictive et n'a aucune représentation physique réelle mais elle est en grande partie fonction de la position des trous des boulons sur la semelle.

Cette donnée permet d'étudier chaque attache par platine d'about avec 2 mécanismes de ruines distinctes, les mécanismes circulaires  $l_{eff,cp}$  et les mécanismes non-circulaires  $l_{eff,nc}$  qui permettent de calculer la capacité en traction de chaque rangée de boulon en utilisant le mode de ruine le plus défavorable.(cf. annexe F)

Pour le calcul de la résistance des boulons de la platine d'about, une répartition élastique des efforts a été utilisée. Les efforts N, Vy, Vz, MX, My, Mz sont transformés en un effort de traction  $N_{ed}$  et un effort de cisaillement  $V_{ed}$  en utilisant les équations pour :

➤ la traction : 
$$N_{ed} = \frac{N}{n_{boulons}} + \frac{My}{n_{ligne} \cdot L_z} + \frac{Mz}{n_{colonne} \cdot L_y}$$

➤ le cisaillement : 
$$V_{ed} = \frac{\sqrt{V_y^2 + V_z^2}}{n_{boulons}} + \sqrt{\left( Mx \cdot \frac{x_i \max}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} \right)^2 + \left( Mx \cdot \frac{y_i \max}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} \right)^2}$$

Exemple de répartition élastique des efforts de cisaillement issus du moment de torsion Mz.

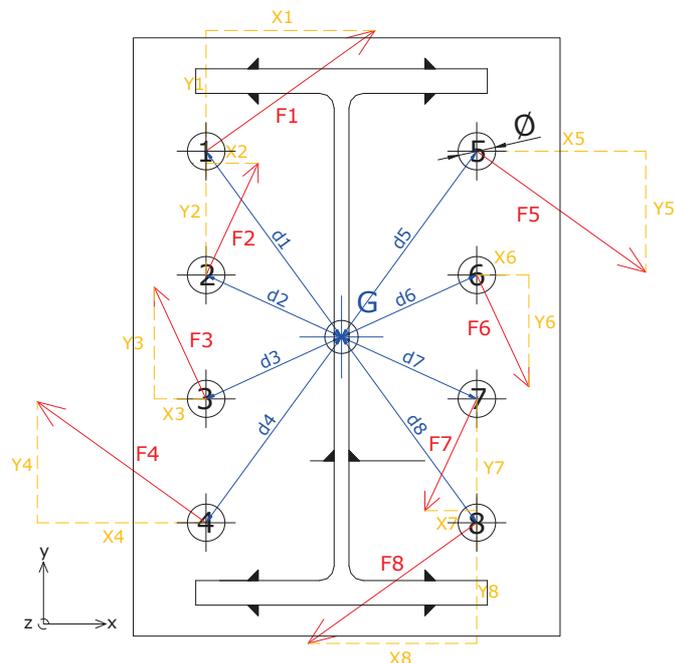
$$d_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

$$F_i = M \cdot \frac{d_i}{\sum (x_i^2 + y_i^2)}$$

$$X_i = -M \cdot \frac{y_i}{\sum (x_i^2 + y_i^2)}$$

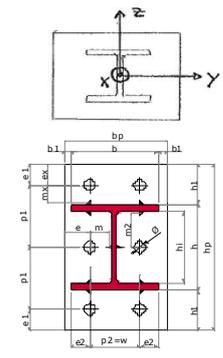
$$Y_i = M \cdot \frac{x_i}{\sum (x_i^2 + y_i^2)}$$

$$\frac{F_i}{d_i} = \frac{X_i}{y_i} = \frac{Y_i}{x_i}$$



**Aperçu de la feuille EXCEL développé pour la vérification des platines d'about :**

Vérifications de l'attache par platine suspendes/monorail (§6.2 EN1993-1-8 )									
<b>Monorail</b>			<b>Suspente</b>			<b>Platine non raidie</b>			
Type	HE 450 A		Type	IPE 300		Acier	S235		
Acier	S235		Acier	S235		f <sub>y</sub>	23,5	daN/mm <sup>2</sup>	
f <sub>y</sub>	23,5	daN/mm <sup>2</sup>	f <sub>y</sub>	23,5	daN/mm <sup>2</sup>	f <sub>u</sub>	36	daN/mm <sup>2</sup>	
f <sub>u</sub>	36	daN/mm <sup>2</sup>	f <sub>u</sub>	36	daN/mm <sup>2</sup>	a.sem.ext	8	mm	
h	440	mm	h	300	mm	a.sem.int	4	mm	
b	300	mm	b	150	mm	a:ame	4	mm	
t <sub>w</sub>	11,5	mm	t <sub>w</sub>	7,1	mm	t	15	mm	
t <sub>f</sub>	21	mm	t <sub>f</sub>	10,7	mm	e2	35	mm	
r	27	mm	r	15	mm	p2	130	mm	
<b>efforts au joint</b>						b1	25	mm	
N	V <sub>y</sub>	V <sub>z</sub>	M <sub>x</sub>	M <sub>y</sub>	M <sub>z</sub>	e1	70	mm	
DaN	DaN	DaN	DaN.m	DaN.m	DaN.m	p1	190	mm	
8469	2324	9650	12	3569	479	h1	110	mm	
						Lz	334,65	mm*	
						L <sub>y</sub>	130	mm	
						h <sub>p</sub>	520	mm	
						bp	200	mm	
						<b>Boulons</b>		8,8	CL
						colonnes		2	
						ligne		3	
						n		6	
						d		20	mm
						A <sub>s</sub>		245	mm <sup>2</sup>
						d <sub>o</sub>		22	mm
<b>Réactions / boulon</b>						<b>coeffi cient</b>			
						γ <sub>m0</sub>		1	
Ned	7972	DaN	γ <sub>m2</sub>		1,25				
Ved	1669	DaN	β <sub>w</sub>		0,8				
<b>Vérifications des boulons</b>									
Ft.rd CL8.8	14112	>	Ned	7972					
Fv.rd CL8.8	9408	>	Ved	1669	daN				
Fb.rd	11455	>	ved	1669	daN				
Cumul F et V	0,58	<	1		daN				
<b>Vérifications traction platine d'about Rangée 1</b>									
<b>raidisseur</b>	<b>non</b>	t <sub>rai d'isseur</sub>	10	a <sub>.raid</sub>	4				
m <sub>x</sub>	30,9	ex	70	n <sub>x</sub>	38,7	mm			
m'	55,5	e'	35	n'	35,0	mm			
λ <sub>1</sub>	0,61	λ <sub>2</sub>	0,34	α	8				
Leff.1.cp	194,5	mm	Leff.1.nc	100,0	mm				
<b>Leff.1</b>	100,0	mm							
L <sub>b</sub>	51,3	mm	<	L <sub>b</sub> *	1178,3	mm			
FT,1,rd	17085	daN		Mpl,1,Rd	132188	daN.mm	0,93	*	
FT,2,rd	19477	daN		Mpl,2,Rd	132188	daN.mm	0,82	*	
FT,3,rd	28224	daN					0,56	*	
<b>FT,fc,Rd</b>	17085	daN	>	Ned.rangée	15944	daN	0,93	*	
<b>Vérifications traction semelle de monorail non raidie Rangée 1</b>									
<b>contreplaque</b>	<b>non</b>	t <sub>.bp</sub>	10						
m <sub>monorail</sub>	37,7	e <sub>monorail</sub>	85	n <sub>monorail</sub>	47,1	mm			
Leff.cp	236,6	mm	Leff.nc	198,4	mm				
<b>Leff</b>	198,4	mm							
L <sub>b</sub>	51,3	mm	<	L <sub>b</sub> *	340,9	mm			
FT,1,rd	54618	daN		Mpl,1,Rd	514094	daN.mm	0,29	*	
FT,2,rd	27817	daN		Mbp,Rd	116575	daN.mm	0,57	*	
FT,3,rd	28224	daN					0,56	*	
<b>FT2,fc,Rd</b>	27817	daN	>	Ned.rangée	15944	daN	0,57	*	
<b>Vérification de la soudure de la platine</b>									
<b>Cordon semelle</b>									
L cordon 1/2sem ext	75,0	mm							
L cordon 1/2sem int	56,5	mm							
N demi-semelle	11479	daN							
σ <sub>perp</sub> = τ <sub>perp</sub>	9,8	daN/mm <sup>2</sup>	<	25,9	daN/mm <sup>2</sup>		0,38		
τ <sub>  </sub>	0,65	daN/mm <sup>2</sup>							
Von Mises Semelle	19,7	daN/mm <sup>2</sup>	<	36,0	daN/mm <sup>2</sup>		0,55		
<b>Cordon d'ame</b>									
L cordons ame	497,2	mm							
τ <sub>  </sub>	4,85	daN/mm <sup>2</sup>							
Von Mises Ame	8,4	daN/mm <sup>2</sup>	<	20,8	daN/mm <sup>2</sup>		0,40		
							0,93	<	1
<b>Attache vérifiée</b>									



colonnes	8,8	CL
ligne	2	
n	3	
d	6	
As	20	mm
do	245	mm <sup>2</sup>
	22	mm

Γ =	0,56	
	0,18	
	0,15	
	0,58	
	0,93	*
	0,82	*
	0,56	*
	0,93	*
	0,29	*
	0,57	*
	0,56	*
	0,57	*
	0,40	
	0,93	<
		1

## **7. Bilan**

### **7.1. Technique et scientifique :**

#### Technique :

Ce mémoire est issue de la phase de qualification du logiciel SCIA Engineer, ainsi que de la mise en place de la méthode de calculs nécessaire à la justification d'ossature selon les normes NF EN1993 (Eurocode 3).

Ces travaux font part des différents phénomènes pouvant créer des sollicitations sur une construction, ils mettent à jour les méthodes de calculs et justifications du logiciel ainsi que la vérification des assemblages par le développement de feuilles de calculs.

Ils amènent à réaliser qu'un modèle de calculs parfaits, représentant exactement la structure que l'on souhaite réaliser n'existe pas et que c'est un métier d'arriver à parvenir à un modèle de calculs fiables.

#### Scientifique :

L'étude théorique réalisée lors du dossier de validation du logiciel SCIA Engineer 2009 m'a permis de mettre en application ma formation reçue au CNAM et de démontrer:

- qu'en théorie de Bernoulli, les efforts transverses n'influençaient pas le calcul de la force critique de flambement d'une poutre.
- la fiabilité de ce logiciel de calculs.

### **7.2. Personnel**

Mon cursus au CNAM m'a permis d'évoluer, m'offrant de nouveaux outils mathématiques nécessaires à la compréhension et à la résolution des problèmes de mécanique. De plus l'organisation qu'il m'a fallu mettre en œuvre tout au long de cette formation me permet aujourd'hui de structurer, d'ordonner mon travail et d'identifier rapidement les éléments essentielles.

Que de choses accomplies tout au long de ces années de formation, j'ai commencé ma formation sans bagage et je repars avec de vrais outils qui me permettent d'évoluer et progresser dans ma vie personnelle et professionnelle.

### **7.3. Humain**

Ce travail n'a pas été simple tous les jours, l'ensemble des échanges que j'ai eu m'ont permis de rencontrer de nouvelles personnes, de partager des informations, d'apprécier l'entraide et la pédagogie de chacun et de me forger une idée du métier de calculateur.

Cette première expérience m'a permis de démontrer la capacité d'analyse et de recul nécessaire à la bonne compréhension d'un problème m'amenant à produire un travail de qualité, contrôlé et approuvé par les bureaux d'études EDF, me donnant une première reconnaissance en tant que calculateur.

Ce projet fut très riche d'enseignement et m'a appris qu'une intuition n'était pas une vérité.

### **7.4. Perspectives**

Ce travail va permettre la justification rapide et fiable des affaires de manutention.

Un développement plus automatisé est envisageable en créant des « macros » EXCEL afin d'obtenir automatiquement le remplissage des feuilles de calculs depuis le logiciel SCIA, ce qui aurait l'avantage d'éviter le tri de nombreuses données et les erreurs de frappe.

Bien que l'étude soit basée sur le calcul d'affaire de type monorail, les phénomènes entrevus sont identiques à l'ensemble des structures métalliques (plancher, plate-forme,...) et peut donc être reprise pour d'autres justifications.

Cette étude m'a permis d'évoluer dans le domaine du calcul de structure et d'avoir une première reconnaissance de ma hiérarchie, qui m'a confié une partie de la gestion technique et d'encadrement du projet des ossatures secondaires.

Lexique des mots :

EPR : European Pressurized Reactor - Réacteur à eau pressurisée

PRS : Profil Reconstitué Soudé.

Wrapping : « Emballage », cela constitue à enrouler un fil galvanisé autour d'un câble.

Une tranche : C'est une unité complète de production d'électricité autonome, elle est composée du réacteur, de la salle des machines, des bâtiments de sauvegardes, de contrôle, de stockage, de la salle des pompes. Une centrale nucléaire est composée en général de plusieurs tranches.

CMU : Capacité maximale d'utilisation ou Charge Maximale Utile: elle correspond à la charge maximale que peut soutenir un palan ou autre moyen de levage.

Poutre : Le terme de « poutre » désigne un objet dont la longueur est au moins 10 fois supérieure à ces dimensions transverses (section fine).

Ductilité : la ductilité désigne la capacité d'un matériau à se déformer plastiquement sans se rompre. Si ça résistance est bonne, on dit qu'il est « ductile » sinon on le dit « fragile ».

**ANNEXE A :**

Explication de la différence sur le coefficient d'amplification des contraintes de flexion « kf » entre les logiciels SCIA et EFFEL

Données d'entrée pour le calcul de kf, on prendra pour les 2 logiciels les valeurs de :

Contrainte critique d'Euler  $\sigma_k$  : 65,85 daN/mm<sup>2</sup>

Contrainte due à l'effort de compression  $\sigma$  : 5,6 daN/mm<sup>2</sup>

Les règles CM66 nous donne pour le calcul du coefficient d'éloignement de l'état critique

$$\mu = \frac{\sigma_k}{\sigma} \text{ qui nous donne } \mu = 11,81.$$

Le logiciel EFFEL a calculé le coefficient  $k_f$  avec la formule simplifiée 3,514 des CM66

$$k_f = \frac{\mu - 0,18}{\mu - 1,3} = \frac{11,81 - 0,18}{11,81 - 1,3} = \frac{11,63}{10,51} = 1,106$$

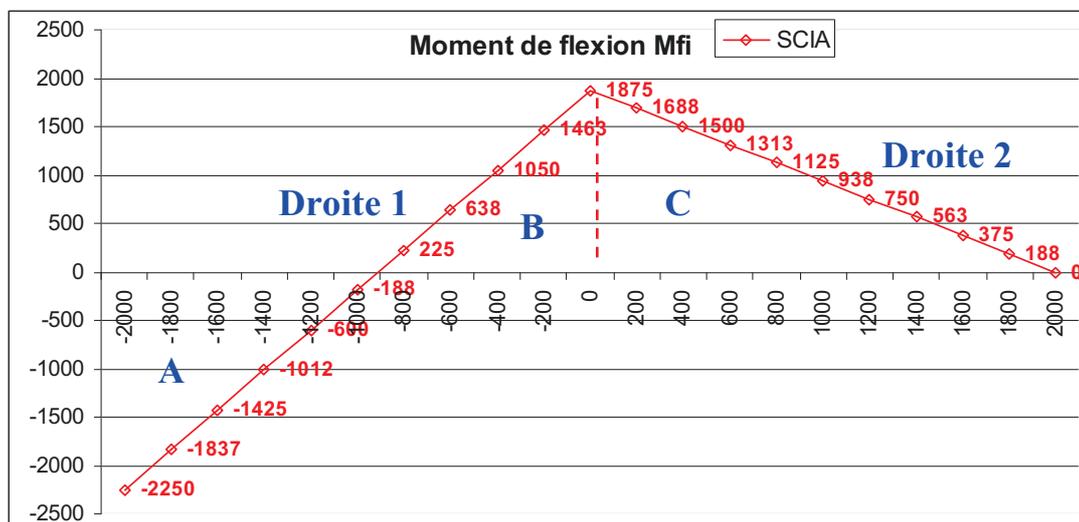
Cependant cette formule simplifiée considère que le poteau est bi-articulée et soumis à une charge concentrée à mi-portée.

Le logiciel SCIA Engineer calcule le coefficient  $k_f$  avec la formule générale 3,516 des CM66

$$k_f = \frac{\mu + 0,25 - 1,72 \cdot \left(1 - \frac{A_M}{M_{med} \cdot l}\right)^2}{\mu - 1,3}$$

$A_M$  représente l'aire du diagramme des moments

$M_{med}$  le moment au milieu de la longueur de flambement



**Après calculs, on trouve :**

$$\text{Equation de la droite 1 : } y_1 = \frac{4123}{2}x - 2246$$

$$\text{Equation de la droite 2 : } y_2 = -\frac{1877}{2}x + 3754$$

$$\text{Surface de A} = -1223,506 \text{ m}^2$$

$$\text{Surface de B} = 854,506 \text{ m}^2$$

$$\text{Surface de C} = 1877 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire du diagramme des moments } A_M = -1223,506 + 854,506 + 1877 = 1508 \text{ m}^2$$

$$\text{Le moment au milieu de la longueur de flambement } M_{med} = 1875 \text{ daN.m}$$

$$\text{Longueur de la poutre } l = 4 \text{ m}$$

**Formule 3,516 des CM66 :**

$$k_f = \frac{\mu + 0,25 - 1,72 \cdot \left(1 - \frac{A_M}{M_{med} \cdot l}\right)^2}{\mu - 1,3} = \frac{11,81 + 0,25 - 1,72 \cdot \left(1 - \frac{1508}{1875 \cdot 4}\right)^2}{11,81 - 1,3} = \frac{10,96}{10,51} = 1,04$$

Conclusion : en utilisant la formule générale 3,516 des CM66, le logiciel SCIA Engineer 2009 considère la courbe de moment de flexion réelle qui tient compte du chargement appliqué et des conditions d'appui du modèle étudié. Nous sommes donc plus proche de la réalité avec le calcul de  $k_f$  utilisant la formule générale.

**ANNEXE B:** Classification des sections transversales

Désignation	Dimensions						Dimensions de construction					Surface		Valeurs statiques											Classification ENV 1993-1-1					
	G kg/m	h mm	b mm	t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm	r mm	A mm <sup>2</sup> x10 <sup>2</sup>	h <sub>i</sub> mm	d mm	A <sub>L</sub> m <sup>2</sup> /m	A <sub>G</sub> m <sup>2</sup> /t	I <sub>y</sub> mm <sup>4</sup> x10 <sup>4</sup>	W <sub>el,y</sub> mm <sup>3</sup> x10 <sup>3</sup>	W <sub>pl,y</sub> mm <sup>3</sup> x10 <sup>3</sup>	axe fort y-y				axe faible z-z				Pure		Pure					
															I <sub>y</sub> mm	A <sub>vz</sub> mm <sup>2</sup> x10 <sup>2</sup>	I <sub>z</sub> mm <sup>4</sup> x10 <sup>4</sup>	W <sub>el,z</sub> mm <sup>3</sup> x10 <sup>3</sup>	W <sub>pl,z</sub> mm <sup>3</sup> x10 <sup>3</sup>	I <sub>z</sub> mm	s <sub>s</sub> mm	t <sub>t</sub> mm <sup>4</sup> x10 <sup>4</sup>	I <sub>w</sub> mm <sup>6</sup> x10 <sup>9</sup>	bending y-y		compression				
S235	S355	S460	S235	S355	S460																									
HE 100 B	20.4	100	100	6	10	12	26.0	80	56	0.567	27.76	449.5	89.91	104.2	4.16	9.04	167.3	33.5	5142	2.53	40.06	9.25	3.38	1	1	-	1	1	-	
HE 120 B	26.7	120	120	6.5	11	12	34.0	98	74	0.686	25.71	864.4	144.1	165.2	5.04	10.96	317.5	52.9	80.97	3.06	42.56	13.84	9.41	1	1	-	1	1	-	
HE 140 B	33.7	140	140	7	12	12	43.0	116	92	0.805	23.88	1509	215.6	245.4	5.93	13.08	549.7	78.5	119.8	3.58	45.06	20.06	22.5	1	1	-	1	1	-	
HE 160 B	42.6	160	160	8	13	15	54.3	134	104	0.918	21.56	2492	311.5	354.0	6.78	17.59	889.2	111	170.0	4.05	51.57	31.24	47.9	1	1	-	1	1	-	
HE 180 B	51.2	180	180	8.5	14	15	65.3	152	122	1.037	20.25	3831	425.7	481.4	7.66	20.24	1363	151	231.0	4.57	54.07	42.16	93.8	1	1	-	1	1	-	
HE 200 B	61.3	200	200	9	15	18	78.1	170	134	1.151	18.78	5696	569.6	642.5	8.54	24.83	2003	200	305.8	5.07	60.09	59.28	171	1	1	-	1	1	-	
HE 220 B	71.5	220	220	9.5	16	18	91.0	188	152	1.270	17.77	8091	735.5	827.0	9.43	27.92	2843	259	393.9	5.59	62.59	76.57	295	1	1	1	1	1	1	
HE 240 B	83.2	240	240	10	17	21	106.0	206	164	1.384	16.63	11260	938.3	1053	10.31	33.23	3923	327	498.4	6.08	68.60	102.7	487	1	1	1	1	1	1	
HE 260 B	93	260	260	10	17.5	24	118.4	225	177	1.499	16.12	14920	1148	1283	11.22	37.59	5135	395.0	602.2	6.58	73.12	123.8	754	1	1	2	1	1	2	
HE 280 B	103	280	280	10.5	18	24	131.4	244	196	1.618	15.69	19270	1376	1534	12.11	41.09	6595	471.0	717.6	7.09	74.62	143.7	1130	1	1	2	1	1	2	
HE 300 B	117	300	300	11	19	27	149.1	262	208	1.732	14.80	25170	1678	1869	12.99	47.43	8563	571	870.1	7.58	80.63	185.0	1688	1	1	3	1	1	3	
HE 320 B	127	320	300	11.5	20.5	27	161.3	279	225	1.771	13.98	30820	1926	2149	13.82	51.77	9239	616	939.1	7.57	84.13	225.1	2069	1	1	2	1	1	2	
HE 340 B	134	340	300	12	21.5	27	170.9	297	243	1.810	13.49	36660	2156	2408	14.65	56.09	9690	646.0	985.7	7.53	86.63	257.2	2454	1	1	1	1	1	1	
HE 360 B	142	360	300	12.5	22.5	27	180.6	315	261	1.849	13.04	43190	2400	2683	15.46	60.60	10140	676	1032	7.49	89.13	292.5	2883	1	1	1	1	1	1	
HE 400 B	155	400	300	13.5	24	27	197.8	352	298	1.927	12.41	57680	2884	3232	17.08	69.98	10820	721	1104	7.40	93.13	355.7	3817	1	1	1	1	1	1	
HE 450 B	171	450	300	14	26	27	218.0	398	344	2.026	11.84	79890	3551	3982	19.14	79.66	11720	781	1198	7.33	97.63	440.5	5258	1	1	1	1	1	2	
HE 500 B	187	500	300	14.5	28	27	238.6	444	390	2.125	11.34	107200	4287	4815	21.19	89.82	12620	842	1292	7.27	102.1	538.4	7018	1	1	1	1	2	2	
HE 550 B	199	550	300	15	29	27	254.1	492	438	2.224	11.15	136700	4971	5591	23.20	100.1	13080	872	1341	7.17	104.6	600.3	8856	1	1	1	1	2	3	
HE 600 B	212	600	300	15.5	30	27	270.0	540	486	2.323	10.96	171000	5701	6425	25.17	110.8	13530	902.0	1391	7.08	107.1	667.2	###	1	1	1	1	3	4	
HE 650 B	225	650	300	16	31	27	286.3	588	534	2.422	10.77	210600	6480	7320	27.12	122.0	13980	932	1441	6.99	109.6	739.2	###	1	1	1	2	3	4	
HE 700 B	241	700	300	17	32	27	306.4	636	582	2.520	10.48	256900	7340	8327	28.96	137.1	14440	963	1495	6.87	112.6	830.9	###	1	1	1	2	4	4	
HE 800 B	262	800	300	17.5	33	30	334.2	734	674	2.713	10.34	359100	8977	10230	32.78	161.8	14900	994	1553	6.68	118.6	946.0	###	1	1	1	3	4	4	
HE 900 B	291	900	300	18.5	35	30	371.3	830	770	2.911	9.99	494100	10980	12580	36.48	188.8	15820	1054	1658	6.53	123.6	1137	###	1	1	1	3	4	4	
HE 1000 B	314	1000	300	19	36	30	400.0	928	868	3.110	9.905	644700	12890	14860	40.15	212.5	16280	1085	1716	6.38	126.1	1254	###	1	1	1	4	4	4	
HL 1000 B	371	1000	400	19	36	30	472.0	928	868	3.510	9.474	812100	16240	18330	41.48	212.5	38480	1924	2976	9.03	126.1	1565	###	1	1	1	4	4	4	

**ANNEXE C:**

Flambement par flexion en compression simple d'une section bi-symétrique en I ou en H

Effort critique efficace de la barre composée:  $N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L^2_{cr,y}}$        $N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2_{cr,z}}$

Elancement réduit :  $\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}}$        $\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}}$

Coefficient de réduction pour le mode de flambement :

$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2]$        $\phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2]$

**Tableau 6.1 — Facteurs d'imperfection pour les courbes de flambement**

Courbe de flambement	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

**Tableau 6.2 — Choix de la courbe de flambement pour une section transversale**

Section transversale	Limites	Flambement Selon l'axe	Courbe de flambement		
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460	
	h/b > 1,2	t <sub>f</sub> ≤ 40 mm	y-y z-z	a a <sub>0</sub>	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
		40 mm < t <sub>f</sub> ≤ 100	y-y z-z	b c	a a
	h/b ≤ 1,2	t <sub>f</sub> ≤ 100 mm	y-y z-z	b c	a a
		t <sub>f</sub> > 100 mm	y-y z-z	d d	c c
	t <sub>f</sub> ≤ 40 mm	y-y z-z	b c	b c	
	t <sub>f</sub> > 40 mm	y-y z-z	c d	c d	

$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}}$  avec :  $\chi \leq 1,0$ ,       $\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}}$  avec :  $\chi \leq 1,0$

Ils représentent la perte de capacité en compression de la barre par flambement.

Résistance de la barre comprimée au flambement :

$$N_{b,y,Rd} = \frac{\chi_y \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad N_{b,z,Rd} = \frac{\chi_z \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

Vérification :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,y,Rd}} \leq 1 \quad \frac{N_{Ed}}{N_{b,z,Rd}} \leq 1$$

**ANNEXE D:**

Flambement par torsion et flexion/torsion d'une section bi-symétrique en I ou en H:

$$N_{cr,T} = \frac{A}{I_y + I_z} \left( G.I_z + \frac{\pi^2 \cdot E.I_w}{L^2_{cr,T}} \right)$$

$$N_{cr,TF} = \frac{I_o}{2 \cdot (I_y + I_z)} \left[ N_{cr,\min} + N_{cr,T} - \sqrt{(N_{cr,\min} + N_{cr,T})^2 - 4 \cdot N_{cr,\min} \cdot N_{cr,T} \cdot \frac{I_y + I_z}{I_o}} \right]$$

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \phi_T = 0,5 \cdot \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda}_T - 0,2) + \bar{\lambda}_T^2 \right] \quad \chi_T = \frac{1}{\phi_T + \sqrt{\phi_T^2 - \bar{\lambda}_T^2}} \text{ avec : } \chi \leq 1,0$$

$$N_{b,T,Rd} = \frac{\chi_T \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \frac{N_{Ed}}{N_{b,T,Rd}} \leq 1$$

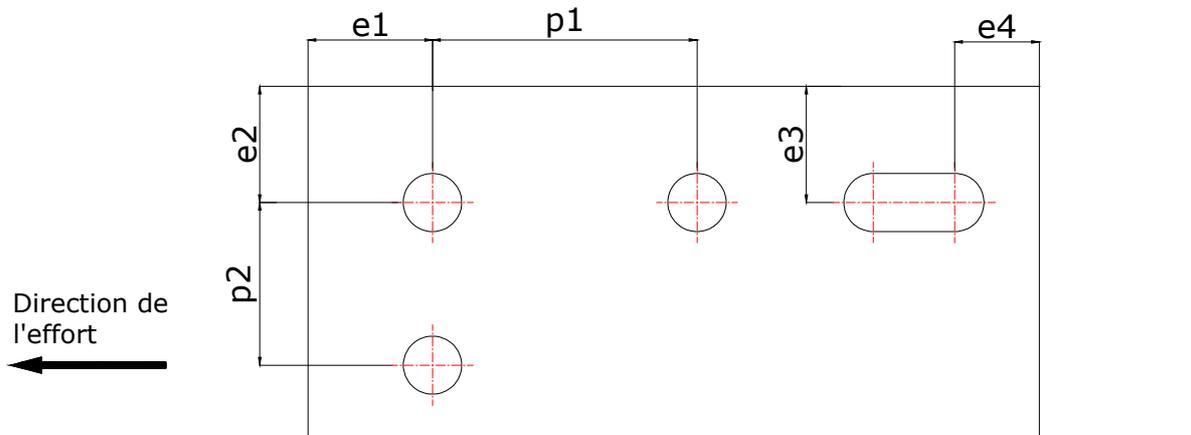
**Tableau 6.1 — Facteurs d'imperfection pour les courbes de flambement**

Courbe de flambement	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

**Tableau 6.2 — Choix de la courbe de flambement pour une section transversale**

Section transversale		Limites	Flambement Selon l'axe	Courbe de flambement		
				S 235 S 275 S 355 S 420	S 460	
Sections en I laminées		h/b > 1,2	t <sub>f</sub> ≤ 40 mm	y-y z-z	a b	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
			40 mm < t <sub>f</sub> ≤ 100	y-y z-z	b c	a a
		h/b ≤ 1,2	t <sub>f</sub> ≤ 100 mm	y-y z-z	b c	a a
			t <sub>f</sub> > 100 mm	y-y z-z	d d	c c
Sections en I soudées		t <sub>f</sub> ≤ 40 mm	y-y z-z	b c	b c	
			t <sub>f</sub> > 40 mm	y-y z-z	c d	c d

**ANNEXE E:** Entraxes et pinces des boulons selon l'Eurocode 3 - EN 1993-1-8:



	<u>Limites inférieures</u>	<u>Limites supérieures</u>
<u>Pince longitudinale <math>e_1</math> :</u>	$e_{1.min}=1,2 do$	$e_{1.max}=4t+40$
<u>Pince transversale <math>e_2</math> :</u>	$e_{2.min}=1,2 do$	$e_{2.max}=4t+40$
<u>Distance <math>e_3</math> pour les trous oblongs :</u>	$e_3=1,5 do$	
<u>Distance <math>e_4</math> pour les trous oblongs :</u>	$e_4=1,5 do$	
<u>Entraxe <math>p_1</math> :</u>	$p_{1.min}= 2,2 do$	$p_{1.max} : \min(14t ; 200)$
<u>Entraxe <math>p_2</math> :</u>	$p_{2.min}= 2,2 do$	$p_{2.max} : \min(14t ; 200)$

On remarque que les limites inférieures d'entraxe et de pince sont fonctions du diamètre des trous de perçage « do » et que les limites supérieures sont fonctions de l'épaisseur des pièces « t » à assembler. La norme indique que si l'assemblage est constitué de pièce d'épaisseur différente, c'est la pièce la plus mince qui est pris en compte.

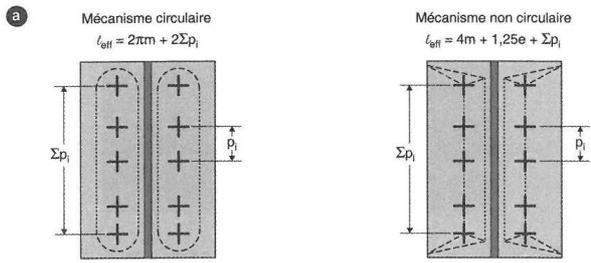
**Annexe F :**

**Mode de ruine des tronçon en T**

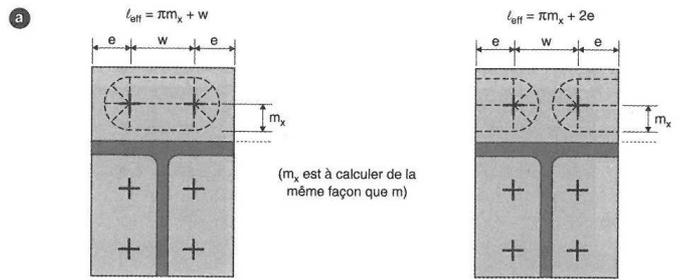
	<p><b>Mode 1</b></p> <p>Mécanisme complet dans la semelle</p> <p>4 charnières plastiques</p> <p><math>M_{pl} = Qn</math></p> <p><math>M_{pl} = -Q(m+n) + (F_t/2 + Q)m</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_t = \frac{4 M_{pl}}{m}</math> </div>
	<p><b>Mode 2</b></p> <p>Mécanisme partiel dans la semelle et atteinte de la capacité en traction des boulons</p> <p>2 charnières plastiques</p> <p><math>Q = \Sigma B_t/2 - F_t/2</math></p> <p><math>M_{pl} = -Q(m+n) + \Sigma B_t/2 \times m</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_t = \frac{2 M_{pl} + n \Sigma B_t}{m+n}</math> </div>
	<p><b>Mode 3</b></p> <p>Atteinte de la capacité en traction des boulons</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_t = \Sigma B_t</math> </div>
	<p><b>Mode 1-2</b></p> <p>Mécanisme partiel dans la semelle en l'absence d'effet de levier</p> <p>2 charnières plastiques</p> <p><math>M_{pl} = (F_t/2) \times m</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_t = \frac{2 M_{pl}}{m}</math> </div> <p>Mode à considérer si <math>L_b &gt; \frac{4,4 m^3 \Sigma A_s}{l_{eff}^3}</math></p>

avec : -  $L_b$  : longueur de boulon soumise à allongement, soit l'épaisseur totale des pièces assemblées, rondelles comprises, augmentée de la moyenne des hauteurs de l'écrou et de la tête du boulon ;  
-  $\Sigma A_s$  : somme des sections résistantes de tous les boulons du tronçon en T ;  
-  $l_{eff}$  : longueur du tronçon en T.

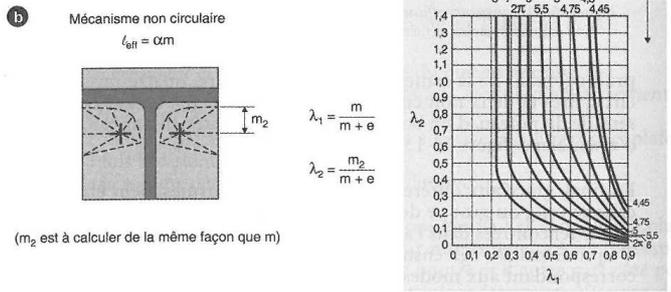
**Annexe G : Longueur efficace suivant les mécanismes circulaire et non-circulaires**



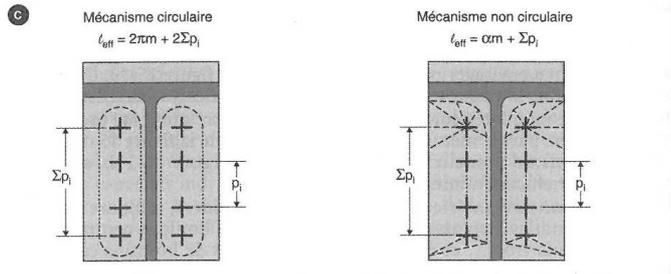
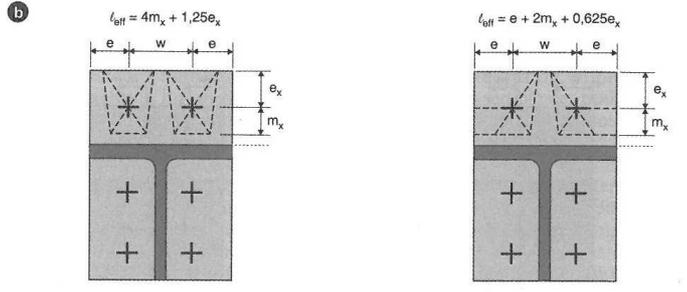
Longueurs efficaces pour un groupe de rangs de boulons



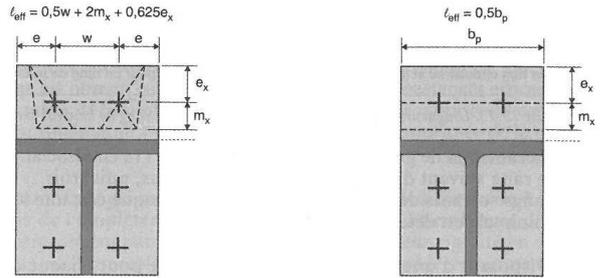
Mécanismes circulaires complémentaires et longueurs efficaces associées



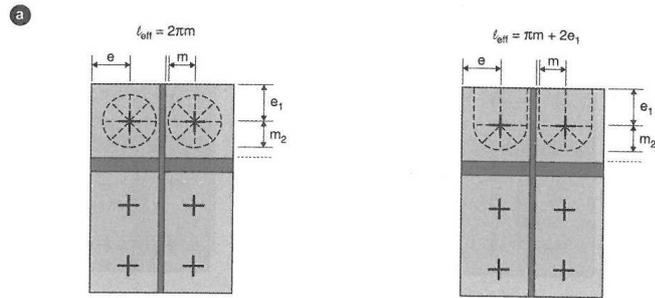
Mécanisme non circulaire spécifique et longueur efficace associée pour un rang de boulons intérieurs



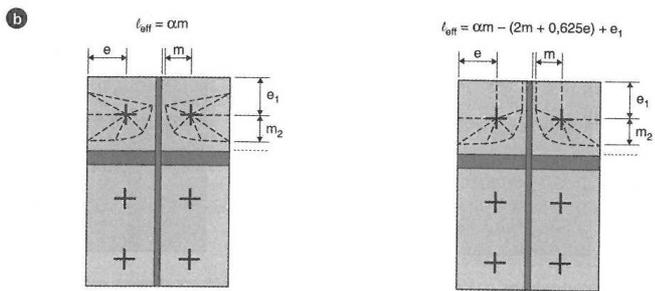
Longueurs efficaces pour un groupe de rangs de boulons incluant des boulons intérieurs



Mécanismes non circulaires spécifiques et longueurs efficaces associées



Mécanismes circulaires et longueurs efficaces, côté poteau raidi, pour un rang de boulons extérieur



\*  $\alpha$  est calculé suivant les modalités définies figure 15-11 pour le mécanisme non circulaire spécifique du rang de boulons intérieurs

Mécanismes non circulaires et longueurs efficaces, côté poteau raidi, pour un rang de boulons extérieur