



HAL
open science

Choix et mise en œuvre de problèmes ouverts pour introduire une notion

Léa Beligné

► **To cite this version:**

Léa Beligné. Choix et mise en œuvre de problèmes ouverts pour introduire une notion. Education. 2015. dumas-01222507

HAL Id: dumas-01222507

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01222507>

Submitted on 30 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble

Université
Joseph Fourier 
GRENOBLE

Année universitaire 2014-2015

***Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation
et de la formation***

Second degré

2^e année

**Choix et mise en œuvre de problèmes
ouverts pour introduire une notion**

Présenté par Léa Beligné

Mémoire encadré par Michèle Gandit

1 Sommaire

1	Sommaire.....	3
2	Introduction.....	4
3	État de l’art.....	5
3.1	L’énoncé du problème.....	5
3.1.1	La possibilité de s’engager dans la résolution du problème.....	5
3.1.2	Le problème crée un obstacle.....	7
3.1.3	Une auto-validation possible.....	10
3.1.4	Un problème qui justifie la notion.....	13
3.1.5	L’utilisation de différents cadres.....	14
3.2	La mise en œuvre.....	14
3.2.1	La dévolution.....	15
3.2.2	L’institutionnalisation.....	16
4	Formulation de la problématique.....	16
5	Analyse d’une activité menée en classe de 4e.....	17
5.1	Contexte général.....	17
5.1.1	Analyse a priori.....	18
5.2	Analyse a posteriori.....	22
5.3	Limites et perspectives.....	24
6	Bibliographie.....	25
7	Annexes.....	26
8	Résumé.....	32

2 Introduction

De nombreux enseignants utilisent aujourd'hui des activités d'introduction en début de chapitre. Les manuels en proposent tous un grand nombre. Il s'agit de sortir du schéma de l'enseignement composé d'un cours théorique suivi d'exercices et de problèmes d'application. On se propose d'introduire une notion via un travail de recherche mené par les élèves eux-mêmes. Les élèves sont amenés à mettre en fonctionnement la nouvelle notion de façon naïve, parfois seulement partiellement, et à découvrir l'intérêt de celle-ci en se confrontant à une difficulté nouvelle.

Le problème auquel je me suis confronté très tôt cette année, problème partagé par de nombreux jeunes enseignants, je pense, réside en choisir de façon opportune les activités d'introduction et de décider ensuite d'une mise en œuvre qui permettra de tirer au maximum parti de ce temps préliminaire au cours plus théorique. L'activité choisie doit permettre une bonne articulation avec la suite du cours. Le cours devant apparaître comme une suite logique pour l'élève, une sorte de réponse au problème qui était posé lors de l'activité. L'enchaînement doit être fluide et compris de tous.

Cette année j'ai utilisé au début de chaque chapitre des activités introductives dans mes deux classes, le choix n'a pas été toujours facile et les bilans ont parfois été mitigés. Je vais dans un premier temps étudier et justifier des critères qui permettent de choisir une activité d'introduction plutôt qu'une autre. Par la suite je vais développer les différentes phases de mise en œuvre d'une activité qui permettent une situation d'apprentissage effective. Enfin dans une seconde partie j'analyserai une activité que j'ai mise en place dans une de mes classes.

3 État de l'art

3.1 L'énoncé du problème

Pour qu'une activité d'introduction soit efficace il faut au préalable que l'enseignant ait choisi un texte, c'est-à-dire un support, qui répond à plusieurs critères. Régine Douady (maître de conférences en mathématiques à l'université de Paris VII et directrice de l'IREM¹ de Paris VII) propose en 1986 une liste de cinq caractéristiques permettant d'apprécier la qualité de l'énoncé d'une situation problème. Je vais lister ces cinq spécificités, les justifier, et proposer des exemples d'activités extraits des manuels pour les illustrer.

3.1.1 La possibilité de s'engager dans la résolution du problème

Tout d'abord Douady (1986) indique que « l'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème ».

Ce critère en implique en fait deux :

- l'activité propose une véritable situation-problème
- la situation-problème doit être simple à comprendre.

L'activité choisie doit proposer une véritable situation-problème, il faut donc éviter à tout prix les pseudo-activités que l'on trouve dans certains manuels qui amènent les élèves à répondre à une succession de questions sans difficultés et sans qu'ils ne soient portés par un problème à résoudre. De la même façon nous éviterons les activités redondantes, difficiles à cerner ou dénuées de sens.

Voici par exemple une activité d'introduction du chapitre « addition » du manuel *Phare 6^e* édition 2009 :

2 **Je calcule une somme de plusieurs termes** **JE REVOIS**

On se propose de calculer de différentes façons la somme écrite sur ce tableau.

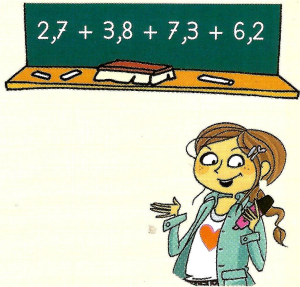
1) En posant l'opération, effectuer l'addition $2,7 + 3,8 + 7,3 + 6,2$.

2) **a)** Calculer la somme de 2,7 et de 3,8.
b) Calculer la somme du résultat obtenu à la question précédente et de 7,3.
c) Calculer la somme du résultat obtenu à la question précédente et de 6,2.

3) **a)** Calculer la somme de 2,7 et de 3,8 puis la somme de 7,3 et de 6,2.
b) Calculer la somme des deux résultats obtenus.

4) **a)** Calculer la somme de 2,7 et de 7,3 puis la somme de 3,8 et de 6,2.
b) Calculer la somme des deux résultats obtenus.

5) **a)** Que peut-on remarquer concernant les résultats obtenus aux questions **1**), **2**) **c**), **3**) **b**) et **4**) **b**)?
b) Recopier et compléter la phrase suivante :
« On peut modifier l'ordre des ... d'une ... puis les regrouper, sans que cela ne change ... »



Les calculs de la question 4) sont plus simples que les calculs des autres questions.

¹Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques

Cette activité ne propose pas de situation-problème. L'activité est très guidée et les élèves n'ont aucune marge de recherche. Par ailleurs cette activité est clairement répétitive puisqu'elle demande aux élèves de sixième de calculer pas moins de 8 sommes ! Les élèves risquent de perdre le fil de l'énoncé, ils en viendraient alors à effectuer les additions, sans même se rendre compte qu'ils somment à chaque fois les mêmes nombres. En effet effectuer une addition même simple n'est pas encore un exercice parfaitement automatisé pour eux et ils se concentrent le plus souvent sur la méthode en oubliant le sens. Cela est d'autant plus vrai que cette activité est proposée en début du chapitre.

La dernière question demande d'abord à l'élève de remarquer qu'il obtient à chaque fois les mêmes résultats, je pense que cette question est superflue puisqu'il est évident que les élèves vont remarquer qu'ils obtiennent à chaque fois le même résultat. La deuxième partie de la question demande aux élèves de compléter la propriété qu'ils viennent de conjecturer. Outre le fait que leur intérêt ne risque guère d'être éveillé au moment où il leur faudra recopier la phrase à trou, on risque selon moi de créer une confusion entre conjecture et preuve.

La remarque dans la bulle sur le côté droit indique aux élèves quels calculs sont les plus simples. Dans la mesure où ils ont effectué eux même les calculs il pourrait être plus judicieux de les laisser remarquer voir débattre sur le choix des calculs les plus simples. Cette activité permettra de travailler ensuite les additions astucieuses en calcul mental.

Dans cette activité aucun lien avec l'usage des mathématiques au quotidien n'est fait. Il serait possible de modifier l'énoncé en présentant les quatre nombres comme des prix d'articles. On pourrait alors demander aux élèves comment se calcule le coût total des achats si on achète ces quatre articles et les amener à se demander si le coût va être modifié si on change l'ordre de passage en caisse des articles.

Le problème proposé en introduction à un chapitre doit être compris et traité par l'élève comme un défi. L'énoncé doit être simple à comprendre, de préférence court, la difficulté devant relever de sa résolution et non de sa compréhension. Le programme de seconde de 2009 préconise en effet que les problèmes proposés « doivent pouvoir s'exprimer de façon simple et concise ».

Comme le précise le préambule des programmes de mathématiques au collège les enseignants se doivent de maintenir l'intérêt des élèves. Dans le cas où la situation problème serait trop compliquée à comprendre il faudra s'attendre à une perte d'intérêt face à celui-ci et, à plus long terme, si la situation venait à se répéter, il est probable que les élèves perdent leur intérêt pour les mathématiques.

3.1.2 Le problème crée un obstacle

Ensuite, Douady (1986) précise que « les connaissances de l'élève doivent-être, en principe, insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème ». Il est en effet évident que si le problème peut être résolu d'une façon simple par l'élève sans la nouvelle notion que l'on souhaite introduire, celui-ci ne verra pas l'intérêt du nouvel outil. Il faut qu'il y ait une acquisition nouvelle. On souhaite aussi faire prendre conscience à l'élève d'un manque dans ses connaissances pour qu'il comprenne immédiatement de l'intérêt de la nouvelle notion. Il faudrait, idéalement, que l'élève suite à ce constat puisse construire lui-même la connaissance nouvelle.

Voici une activité sensée introduire la notion d'équation du manuel *Transmath 4^e* :

1 Découvrir un nombre inconnu

Léa et Léo tapent chacun un nombre sur leur calculatrice.

Après la discussion ci-contre, ils constatent qu'ils avaient tapé le même nombre et qu'ils ont obtenu le même résultat.

Trouver le nombre tapé par Léa et Léo.



Je recense au moins trois méthodes de résolution de ce problème possible en 4^e sans utiliser la résolution d'équation.

- Tout d'abord la solution étant 6, les élèves pourront trouver la réponse par tâtonnement : en essayant des entiers successifs. Les élèves commenceront très probablement par 0 et ne testeront que des positifs mais dans ce cas ils aboutiront.
- Il serait également possible de résoudre ce problème en utilisant un tableur : une première colonne consistera en une suite d'entiers. Dans une deuxième colonne on calculera le produit par 5 du nombre correspondant de la première colonne auquel on ajoute 3. Dans la troisième colonne on calculera le produit par 4 du nombre correspondant de la première colonne auquel on ajoute 9. Enfin on cherchera une ligne pour laquelle les cellules des colonnes 2 et 3 sont égales (voir on ajoutera une colonne donnant la différence).

Cette résolution est possible puisque le nombre cherché est un décimal, et même mieux : un entier positif inférieur à 10.

- Enfin dans un cadre arithmétique l'élève pourrait suivre le raisonnement suivant :
Le nombre est tel que si on le multiplie par 5 on obtient le même résultat que si on le multiplie par 4 et que l'on ajoute 6. Donc le nombre est égal à 6.

Cette activité n'est donc par une situation problème adaptée pour l'introduction de la notion d'équation.

Toutefois on pourrait ensuite modifier les données de l'énoncé pour rendre le problème compliqué à résoudre sans équation et où la résolution d'une équation présente incontestablement un intérêt. On proposera par exemple « je multiplie le nombre par 5 et soustrait 1 » et « je prends le double du nombre et ajoute 4 ». Ce problème revient à résoudre $5x-1=2x+4$; l'unique solution est $5/3$. Il est improbable de trouver une solution fractionnaire en tâtonnant ou en utilisant un tableur. Les élèves adeptes de la résolution par tâtonnement seront limités et trouveront tout au plus qu'une valeur approchée du résultat.

De plus ce problème soulèvera sûrement quelques interrogations de la part des élèves sur la définition d'un nombre. En effet bien souvent les élèves oublient qu'il existe d'autres écritures que l'écriture décimale pour les nombres. Or dans cette nouvelle version de l'exercice le nombre choisi au départ est cinq tiers réflexion intéressante et nécessaire avant de débiter le chapitre équation !

Dans l'ouvrage *Des maths ensemble et pour chacun 4e* édition 2009, les auteurs, Rouquès et Staïner, conseillent d'introduire la notion d'équations en proposant aux élèves des problèmes de plus en plus complexes dans lesquelles la résolution archaïque devient de plus en plus difficile ; afin d'encourager les élèves à utiliser la résolution littérale.

Voici le premier problème proposé aux élèves :

Exercice du nombre mystère (1)

Emma et Zoé ont chacune une calculatrice. Elles ont "tapé" le même nombre.

Ensuite, Emma a appuyé sur les touches :

×	2	+	3	EXE
---	---	---	---	-----

et Zoé a appuyé sur les touches :

-	2	EXE	×	4	+	8	EXE
---	---	-----	---	---	---	---	-----

Quelle coïncidence : elles obtiennent le même résultat ! Quel nombre ont-elles bien pu choisir ?

Il est très probable qu'une grande majorité des élèves trouvent la réponse (1,5) en tâtonnant. Cependant les auteurs invitent à enchaîner avec une seconde activité afin de dissuader les élèves adeptes du tâtonnement.

Voici la deuxième activité proposée :

Exercice du nombre mystère (2)

Ahmed et Chloé ont chacun une calculatrice. Ils ont “tapé” le même nombre.

Ensuite, Ahmed a appuyé sur les touches :

et Chloé a appuyé sur les touches :

Quelle surprise : ils obtiennent aussi le même résultat ! Quels nombres ont-ils bien pu choisir ?

Le problème revient à résoudre l'équation $3x+5=10x$; l'unique solution est $x=5/7$; la résolution adaptée est littérale et les élèves ayant tenté de s'approcher du résultat par tâtonnement ne trouveront pas une valeur exacte puisqu'il s'agit d'un nombre non décimal. À la suite de ces deux activités les élèves auront normalement pris conscience que leur connaissance sont insuffisantes pour résoudre certains problèmes.

Les auteurs font de plus le choix de confronter très vite les élèves aux majeures difficultés de ce chapitre, à savoir, la mise en équation d'un problème et la résolution de celles-ci. Ils proposent de confronter les élèves aux équations du type $ax+b=cx+d$ grâce à un dernier problème d'introduction qui voici :

Exercice du nombre mystère (3)

Yuna et Pierre ont chacun une calculatrice. Ils ont “tapé” le même nombre.

Ensuite, Yuna a appuyé sur les touches :

et Pierre a appuyé sur les touches :

Incroyable mais vrai : ils obtiennent eux aussi le même résultat ! Quels nombres ont-ils bien pu choisir ?

On dépasse déjà l'introduction de la notion d'équation, mais on introduit une nouvelle difficulté qui va elle aussi créer un obstacle.

3.1.3 Une auto-validation possible

Un autre critère proposé par Douady (1986) est que « la situation-problème doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou pas ». L'élève doit être capable d'effectuer lui-même une vérification de la validité de sa réponse, il sait ce qu'est une réponse correcte, par contre il ne sait pas, à priori, comment la trouver. Ce critère résulte en partie de la nécessité de choisir un énoncé clair et simple à comprendre. Cela permet encore une fois de faire prendre conscience à l'élève de l'insuffisance de ses connaissances. C'est important qu'il prenne conscience par lui-même de ce manque, car il comprendra ainsi l'intérêt de la notion introduite.

De plus l'élève qui peut se rendre compte par lui-même que sa solution est fautive aura plus de facilité à envisager une solution correcte puisque la vérification l'aura obligé à se recentrer sur le problème de base et parfois à le reformuler. Il doit savoir adapter sa stratégie de résolution en cas d'échec.

Voici un exemple d'activité utilisée pour réintroduire la notion de droites parallèles en 6e :

Activité 1

Lorsque je fais glisser cette feuille dans le guide transparent au tableau la droite tracée sur le transparent couvre la droite (d).

1) Trace une droite (d_1) telle que lorsque je continue à faire glisser cette feuille jusqu'à ce que la droite du transparent couvre le point A, elle couvre aussi la droite (d_1).

2) Maintenant sans utiliser l'équerre ni le rapporteur trace une droite (d_2) passant par B qui sera aussi couverte par la droite du guide.

3) Enfin, trace (d_3) : une droite passant par F qui sera couverte par celle du guide sans utiliser aucun instrument de géométrie !

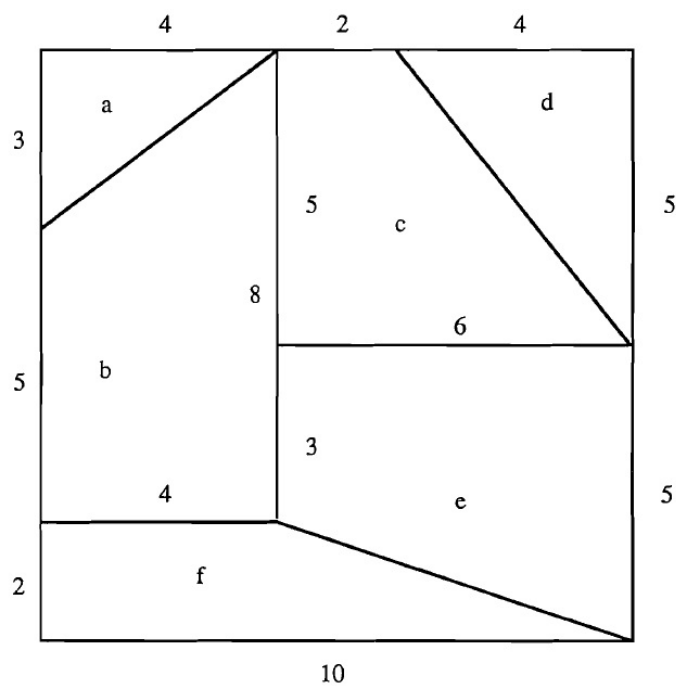
Les élèves disposent d'une feuille sur laquelle est tracée une droite, cette même feuille imprimée sur un transparent est affichée au tableau. On fait coulisser les feuilles d'énoncés derrière le transparent et on constate que la droite du transparent couvre celle de la feuille d'énoncé. Les élèves sont alors amenés à tracer d'autres droites qui seront aussi confondues avec celle du transparent. Cette activité vise à introduire la notion de parallélisme. Les élèves peuvent se lever et aller vérifier si la droite qu'ils ont tracée vérifie bien les critères demandés. Le professeur peut alors aider les élèves à juger de la justesse du tracé.

Dans cette activité la vérification prend tout son sens puisqu'elle se caractérise par une action : vérifier que deux droites se confondent, ceci est principalement possible en géométrie.

Brousseau, docteur, instituteur, formateur et didacticien des mathématiques français, médaillé Felix Klein par la commission internationale de l'enseignement des mathématiques en 2003 propose en 1981 une activité visant à introduire la notion de fonction linéaire à coefficient rationnel. Cette activité peut être réinvestie par les enseignants au primaire et en début de collège pour introduire la notion de proportionnalité, et en particulier de coefficient de proportionnalité.

Activité : Le puzzle de Brousseau

Voici un puzzle, vous allez fabriquer le « même » puzzle en plus grand en respectant la consigne suivante : « Le segment qui mesure 5 centimètres sur le modèle devra mesurer 7 centimètres sur votre production ».



Il est possible de mettre les élèves en groupe de six, chaque élève ayant à sa charge de construire une des pièces du puzzle agrandi. Les élèves ont de grandes chances de tenter des méthodes erronées comme :

- ajouter deux centimètres à chacune des longueurs
- n'agrandir que les longueurs de cinq centimètres
- utiliser un coefficient arrondi (doubler toutes les longueurs par exemple)
- faire un grand carré à l'échelle et dessiner les pièces à vue d'œil.

Dès lors qu'au moins un élève dans le groupe n'a pas effectué un agrandissement correct il sera impossible de reconstituer le puzzle et les élèves s'en rendront compte. C'est pourquoi cette activité satisfait pleinement le critère donné par Douady (1986).

Dans les problèmes numériques il est également important de permettre aux élèves d'effectuer une auto-validation. Voici par exemple une activité d'introduction à la notion d'équation proposée par Bessot, Clarou et Capponi (1999 page 30) :

Compléter les pyramides suivantes de façon à ce que dans chaque case il y ait la somme des deux cases qui sont en dessous.

1 :

21			
5			4

3 :

40			
16			13

2 :

32			
-11			7

4 :

81			
4	13		8

Ici les élèves vérifieront naturellement la validité de leur réponse en sommant les nombres situés dans chacune des deux cases voisines l'une de l'autre.

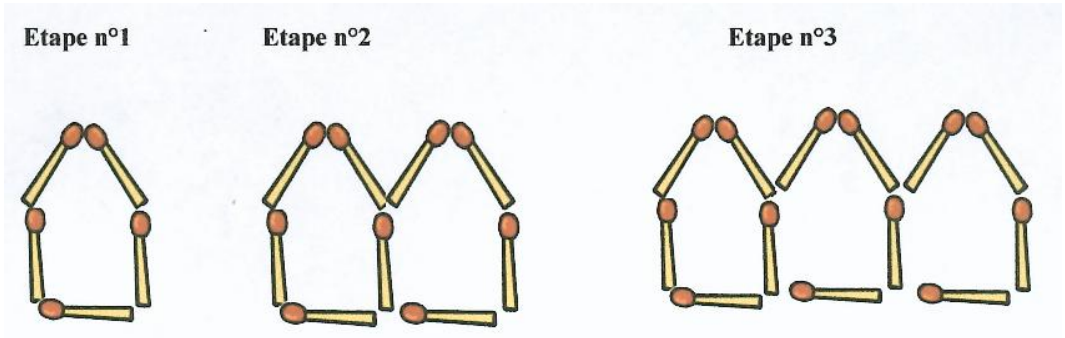
3.1.4 Un problème qui justifie la notion

Douady (1986) précise de plus que « La connaissance que l'on désire voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève ». Il est en effet important que le problème ne puisse pas être résolu facilement sans utiliser la notion que l'on souhaite présenter.

Voici comme contre-exemple, un problème d'introduction à la notion d'équation qu'il est très facile de résoudre sans utiliser d'équation :

Activité 1

On représente par étape des maisons à l'aide d'allumettes comme illustré ci-dessous :



Combien de maisons peut-on construire avec 4141 allumettes ?

Les élèves se rendront facilement compte que la première maison nécessite 5 allumettes et que chacune des suivantes nécessite 4 allumettes en plus. C'est pourquoi le simple calcul $(4141-5)/4 + 1$ donne le nombre de maison que l'on pourra construire. Il n'est donc pas judicieux de choisir cette activité pour introduire la notion d'équation.

En reprenant le problème du puzzle de Brousseau : le coefficient d'agrandissement est une variable didactique. En effet, avec certains coefficients les élèves ne sont pas obligés de passer par le coefficient multiplicatif pour agrandir les pièces. Par exemple si le coefficient multiplicatif choisi par l'enseignant est de 1,5 : les élèves peuvent ajouter à chaque dimension sa moitié, de jeunes élèves peuvent ne pas faire le lien entre cette procédure et multiplier par 1,5. Leur procédure devient alors inadaptée avec un autre coefficient !

En revanche si l'enseignant choisi 1,6 comme coefficient d'agrandissement alors l'utilisation du coefficient devient la solution la plus adaptée.

3.1.5 L'utilisation de différents cadres

D'après Douady (1986) le problème doit pouvoir se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances. Il est de même précisé dans le document ressource Eduscol : *Compétences mathématiques au lycée* que les élèves doivent savoir « choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...) adapté pour traiter un problème ».

Comme le précise Duval (2002), changer un problème de cadre consiste en réinterpréter le problème à résoudre en le reformulant, cela permet la création de nouveaux objets mathématiques ou la mise en œuvre d'outils qui ne s'imposaient pas dans le premier cadre.

Il est important que les élèves soient capables de transcrire un problème dans un autre cadre que celui dans lequel il leur est donné. De cette compétence dépendra en effet leur capacité à utiliser dans la vie quotidienne leurs acquis en mathématiques.

Suivant le cadre dans lequel est donné le problème les acquisitions des élèves sont différentes. Douady (1986) prend pour exemple un problème d'optimisation :

Parmi tous les rectangles de périmètre donné, quel est celui qui a l'aire maximale ?

Ce problème bien que formulé dans le cadre géométrique peut aussi être formulé dans le cadre graphique ou dans le cadre numérique. Dans ce dernier cadre on se ramène à maximiser

$l \times (\frac{P-2l}{2})$; pour P donné et avec $l \in [0; \frac{P}{2}]$, on trouve $l = \frac{P}{4}$. Il faut de nouveau

transcrire la solution dans le cadre géométrique pour répondre au problème. Le rectangle d'aire maximale pour un périmètre donné est un carré.

3.2 La mise en œuvre

Le choix de l'énoncé du problème posé aux élèves n'est pas l'unique critère de réussite d'une activité introductive. La mise en œuvre influe évidemment sur l'attitude des élèves et leurs apprentissages. C'est ce que remarque Rousset-Bert (2001), chercheuse à l'IREM² de Strasbourg. Elle indique en effet qu'une des priorités de la formation des enseignants débutants, en relation aux activités introductives, est de leur apprendre à « prévoir le scénario qui accompagne une activité et en particulier le rôle de l'enseignant ».

Brousseau (1998) présente les deux principaux processus à mettre en œuvre pour que l'apprentissage via un problème ouvert soit effectif.

²Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques

3.2.1 La dévolution

Tout d'abord l'enseignant doit selon Brousseau (1998) choisir une organisation qui permette aux élèves d'être pleinement responsables de la solution du problème et autonomes dans la recherche de cette solution. Il s'agit de la « dévolution » du problème (aussi appelé « phase de motivation »). L'enseignant ne doit pas exprimer sa volonté ni son objectif puisque l'élève ne doit pas agir pour répondre à un souhait de l'enseignant mais, car il se sera approprié le problème.

Le travail sur un problème ouvert débute en général par un premier temps de prise de connaissance de l'énoncé. Ce travail est de préférence individuel, et quelques questions résultant simplement de la compréhension du problème, de la formulation des phrases ou du vocabulaire peuvent surgir. Il est important que l'enseignant s'assure à la fin de ce temps que l'ensemble des élèves a intégré le problème.

Les élèves doivent ensuite entreprendre un travail de recherche, seuls ou en groupe. C'est à ce moment-là que les élèves se confrontent à un obstacle et prennent conscience d'un manque dans leurs connaissances actuelles pour résoudre le problème. Les tentatives de résolution par analogie avec les problèmes déjà rencontrés restent vaines et les élèves s'en rendent compte. Ils tentent alors d'adopter une nouvelle stratégie et construisent à cette occasion de nouveaux outils. L'enseignant doit éviter d'être trop présent pendant cette phase de recherche propre aux élèves, sans quoi les élèves pourraient tenter de le questionner jusqu'à obtenir la réponse au lieu de chercher ! Le professeur se contentera donc seulement de quelques pistes pour les groupes bloqués. Brousseau (1998) parle de situation « adidactique » lorsque l'enseignant n'intervient pas et n'est pas en position de possesseur des connaissances.

Il est possible de poursuivre par un temps de mise en commun entre les groupes, chaque groupe présentant à l'ensemble de la classe leur démarche et leurs résultats. Suivant les moyens à sa disposition l'enseignant peut choisir de faire écrire les différents groupes au tableau, ou de projeter leur « compte rendu ». Le reste de la classe pouvant poser leurs questions aux élèves qui présentent, cela aboutira bien souvent à des débats qui permettront de développer les capacités d'argumentation et de preuve des élèves.

S'il est bien entendu important de s'intéresser tant aux propositions justes qu'aux propositions erronées on définira l'ordre de passage de façon à d'abord mettre en évidence les erreurs et les raisonnements faux puis à révéler peu à peu la solution.

Parfois la formulation, l'explication et la justification des résultats peut se révéler difficile, c'est pourtant un exercice important. On veillera à ce que ça ne soit pas toujours les mêmes élèves qui présentent les résultats du groupe.

3.2.2 L'institutionnalisation

A l'issue de la mise en commun il est important que les élèves soient invités à donner leur avis sur les propositions des autres groupes, il s'agit alors de se mettre d'accord sur une ou des solutions exactes et d'écarter les autres après avoir justifié pourquoi elles étaient fausses. Le critère 3 de Douady (1986) dans le choix de l'énoncé : permettre une auto-validation prend alors toute son importance. Cependant le professeur intervient dans le cas où une réponse fautive n'aurait pas été classée comme telle par les élèves et pour valider les propositions correctes. L'enseignant peut aussi introduire du nouveau vocabulaire pour assurer les échanges et familiariser les élèves avec celui-ci. L'enseignant institutionnalise les connaissances : il signifie aux élèves les enjeux de l'activité et ce qu'il faut en retenir.

On réalise, en général, une trace écrite commune à l'ensemble des élèves : une synthèse de ce qu'il faut retenir qui permet de structurer le savoir. On institutionnalise les nouvelles connaissances qui deviennent alors communes à la classe.

L'élève doit pouvoir réinvestir la notion dans d'autres contextes, dans d'autres situations, c'est pourquoi les nouveaux outils sont peu à peu décontextualisés en travaillant des exercices d'application et de réinvestissement. On généralise et on solidifie ainsi le savoir nouvellement acquis.

4 Formulation de la problématique

Les critères de Douady (1986) décrits précédemment donnent les clés aux enseignants pour choisir un énoncé d'activité introductive. Les différentes phases nécessaires à l'élève pour construire une nouvelle notion selon Brousseau (1998) ainsi que le rôle tenu dans chacune d'elles par le professeur, ont aussi été évoquées. Nous nous demandons maintenant dans quelle mesure une activité choisie et mise en place suivant les éléments définis précédemment permet effectivement d'introduire une nouvelle notion et de travailler la démarche de preuve. C'est pour répondre à cette problématique que j'ai mise en place en classe de 4^e une activité visant à aborder la notion d'expression littérale et à travailler la démarche de preuve.

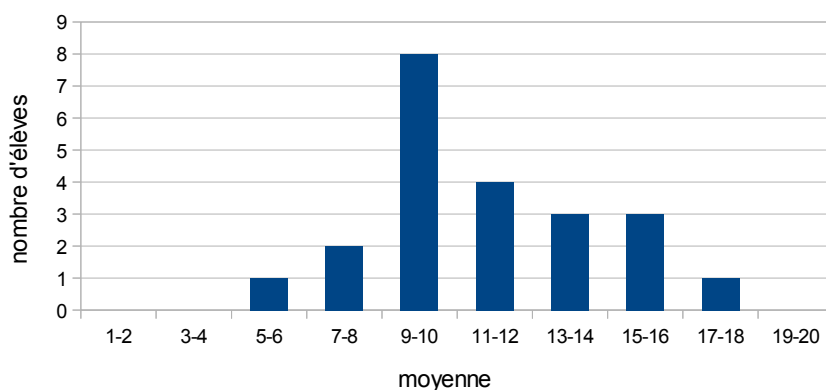
5 Analyse d'une activité menée en classe de 4e

5.1 Contexte général

Je réalise mon stage au collège Jean Prévost à Villard-de-Lans. Il s'agit d'un établissement situé en zone rurale, en montagne, dans le Vercors. La structure regroupe un collège et un lycée, pour un total de 1150 élèves. Il dispose d'infrastructures récentes et en particulier d'un internat qui permet l'accueil de sportifs de haut niveau scolarisés dans l'établissement. L'ensemble des salles de classes sont équipées d'un ordinateur avec un vidéo-projecteur. Il est possible de scanner des travaux d'élèves sur la photocopieuse afin de les vidéo-projecter au tableau. Nous disposons également de scanners portables et de webcams qui permettent de projeter facilement et rapidement des documents au tableau.

C'est dans la classe de 4^{ème}C que j'ai expérimenté en 2014-2015 l'activité décrite dans la suite de ce travail. Dans cette classe le niveau est relativement homogène, comme le montre le diagramme suivant.

Répartition des moyennes dans la classe



5.1.1 Analyse a priori

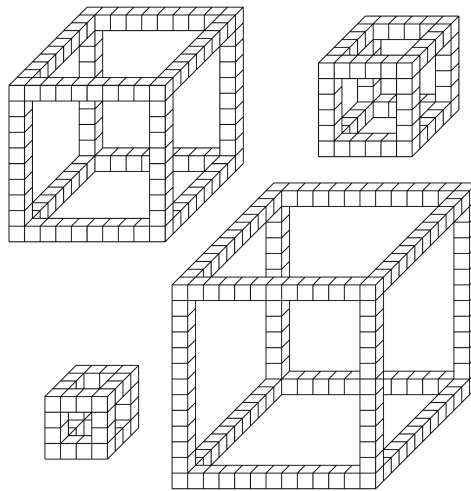
Cette activité a été proposée en introduction au chapitre calcul littéral, une première approche du calcul littéral a été faite en classe de 5^e. Il s'agit de la première heure dédiée à ce chapitre. L'activité utilisée est extraite du livre *Des maths ensemble et pour chacun 4e* elle a été recommandée par un collègue qui utilise cette méthode depuis deux ans.

Voici l'énoncé qui a été distribué aux élèves :

Activité : Les squelettes de cubes

On fabrique des « squelettes de cubes » en collant face contre face des petits cubes de 1Â cm d'arête, comme le montrent les quatre dessins en perspective ci-dessous.

On peut ainsi fabriquer des « squelettes de cubes » aussi grand que l'on veut.



Pouvez-vous dire combien il faut de petits cubes pour fabriquer n'importe quel squelette ?

Travail par groupe de 3 à 4 en deux étapes :

Étape 1 : Réfléchissez au problème et tentez de répondre à la question posée.

Préparez une feuille A4 avec vos résultats et explications. Rendez cette feuille à la fin de la séance.

Étape 2 : Exposez votre raisonnement à la classe, la feuille A4 sera vidéo-projetée.

Les deux objectifs principaux sont les suivants :

- prendre conscience de l'intérêt d'utiliser des expressions littérales
- argumenter et démontrer (en particulier savoir trouver des contre-exemples).

Les objectifs secondaires sont les suivants :

- effectuer un travail de modélisation
- structurer et présenter un travail de recherche
- s'exprimer dans un langage clair à l'écrit et à l'oral
- travailler en groupe.

Cette activité permet de travailler les capacités de l'item « vivre en société » ainsi que les capacités « raisonner logiquement, pratiquer la déduction, démontrer » et « s'exprimer à l'oral » du socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

J'ai choisi cette activité car elle demande selon moi un travail de modélisation intéressant puisque concret et facile à appréhender. Les critères énoncés précédemment semblent respectés. Cet exercice va aussi me permettre d'enchaîner avec les premières notions du calcul littéral à travailler en classe de 4^e : par exemple pour travailler la substitution j'allais pouvoir leur demander combien de petits cubes sont nécessaires pour un grand cube de côté 15. De plus comme il y a plusieurs façons de trouver le nombre de petits cubes nécessaire nous pourrons par la suite prouver que les différentes expressions littérales obtenues sont égales et donc travailler sur le développement et la réduction. Enfin dans le chapitre équation il me sera possible de réexploiter ce problème en demandant par exemple aux élèves quelle est la taille du grand cube sachant que nous avons utilisé 884 petits cubes.

Par ailleurs ce problème allait permettre de travailler le raisonnement et la preuve, et en particulier le contre-exemple afin de prouver qu'une expression littérale donnée ne convient pas.

J'avais prévu de travailler cette activité lors de deux séances consécutives de 55 minutes séparées par la récréation. Pour ne pas influencer les élèves, je n'allais pas leur dire quel chapitre vise à introduire l'activité.

Déroulement prévu de la séance 1 :

Les élèves ont été prévenus la séance précédente que lors du prochain cours ils réaliseront un travail par groupes de 3 ou 4. Lorsqu'ils entrent en classe les tables sont disposées en îlots.

Durée	Activité élèves	Activité professeur
5 min	Se placer par groupe à une table, sortir ses affaires, se taire	Vérifier que les groupes constitués sont bien de 3 ou 4, exiger et attendre le calme
10 min	Écouter les consignes, poser ses éventuelles questions	Annoncer qu'un travail à faire en groupes va leur être distribué. Préciser l'organisation en deux étapes : une réflexion de groupe avec production d'un support à projeter puis une présentation à l'oral Informé que des rôles seront définis par le professeur au sein du groupe (un élève qui rédige, un élève qui a le droit de poser des questions au professeur, un élève qui ira présenter au tableau et éventuellement un « maître du temps »)
3 min	Prendre connaissance de l'énoncé	Distribuer l'énoncé et affecter les rôles au sein des groupes
35 min	Réfléchir au problème en groupe, trouver et rédiger une réponse	Répondre aux questions des élèves, vérifier que les élèves sont au travail, vérifier que les élèves ont compris le problème. Vérifier que les élèves sont impliqués et collaborent.
2 min	Rendre le travail, ranger ses affaires	Ramasser les travaux des élèves

Déroulement prévu de la séance 2 :

Lors de la récréation entre les deux séances je vais scanner les productions des élèves pour pouvoir les projeter. Je définirai aussi l'ordre de passage des groupes (les groupes dont les réponses sont fausses en premier, les groupes ayant des solutions justes ensuite : de la solution la moins élaborée à la solution la plus élaborée)

<u>Durée</u>	<u>Activité élèves</u>	<u>Activité professeur</u>
2 min	Se placer et se taire	Exiger et attendre le calme
3 min	Écouter, poser ses éventuelles questions	Rappeler que les groupes vont présenter un à un leur travail, donner l'ordre de passage, donner les consignes liées aux présentations orales : <ul style="list-style-type: none">• Lors de la présentation, seule la personne désignée présente la réponse du groupe, tout le monde se tait et écoute• Il est ensuite possible d'intervenir, c'est la personne qui a présenté qui distribue la parole.• Toute remarque doit être justifiée et argumentée• On se respecte et on s'écoute
40 min	Présenter sa solution, écouter, poser des questions, intervenir et argumenter lorsque la solution proposée semble fausse	Veiller à ce que les élèves s'écoutent, demander aux élèves d'argumenter, fournir quelques mots de vocabulaire lorsqu'ils font défaut (arrête, sommet, face) pour permettre aux élèves de communiquer. Pointer les interventions argumentées des élèves (pour l'évaluation) Après chaque présentation conclure le débat en confirmant qu'une méthode est juste ou fausse, et si besoin ré-expliquer pourquoi.
10 min	Écouter, poser ses questions.	Faire un bilan oral en mettant en avant l'intérêt du calcul littéral

5.2 Analyse a posteriori

La première séance s'est globalement déroulée comme prévu, les élèves ont été motivés par le problème. Toutefois, beaucoup de groupes ont demandé comment il était possible de donner une réponse « pour n'importe quelle taille de cube », vu qu'il y en a une infinité. Pour cela j'ai fait la remarque à l'oral que le nombre de petits cubes nécessaire dépendait uniquement de la taille du grand cube. Cela leur a paru évident, j'ai donc dit qu'il fallait qu'ils trouvent un moyen de donner facilement et rapidement le nombre de petits cube nécessaire quelle que soit la taille du grand cube. Beaucoup d'élèves ont eu l'idée d'écrire un programme de calcul, ce qui rejoint l'aspect procédural de l'expression algébrique (Eduscol : *Du numérique au littéral au collège*) sans pour autant utiliser une expression littérale contrairement à ce que j'espérais.

Après cette première séance j'étais un peu déstabilisée par le fait qu'aucun des groupes n'avait proposé une expression littérale pour répondre à la question. En conséquence je me suis demandée s'il aurait été nécessaire et possible de modifier la question de l'énoncé. J'ai fait part de cette interrogation à deux collègues ayant aussi mis en œuvre cette activité et nous avons convenu que la question telle qu'elle a été donnée est satisfaisante.

Lors de la deuxième séance les élèves ont débattu tour à tour des propositions des groupes. Le travail de preuve et de démonstration a été intéressant malgré quelques problèmes dus à des élèves indisciplinés. Certains ont prouvé à l'oral que des méthodes étaient fausses en utilisant comme contre exemple un des squelettes dessinés sur l'énoncé dont ils avaient comptés le nombre de petits cubes. La démonstration par contre-exemple faisait partie des raisonnements que je souhaitais travailler. Cependant quelques élèves, dont le groupe avait trouvé une réponse juste, ne voulaient pas accepter qu'« une autre méthode pour compter » soit également correcte, je ne m'attendais pas à cette difficulté.

À la fin de cette séance, contrairement à ce que j'avais prévu, il n'a pas été possible de faire un bilan oral en mettant en avant l'intérêt du calcul littéral puisque qu'aucun des groupes n'avait proposé de solution littérale. Ce temps a été remplacé par un temps d'explication sur l'existence possible de plusieurs méthodes solutions.

Malgré un travail intéressant de démonstration et d'argumentation (objectif 2), l'objectif consistant en justifier l'intérêt du calcul littéral (objectif 1) n'était pas atteint à la fin de la deuxième séance. J'ai alors prévu une troisième séance : je souhaitais amener les élèves vers une solution littérale pour résoudre ce problème. J'ai aussi décidé d'évaluer la compréhension

du problème de modélisation et la capacité à prouver qu'une solution est fausse.

Lors de la troisième séance les élèves ont d'abord dû, à l'écrit et de façon individuelle, commenter les propositions de quatre des groupes de la classe. La consigne était de lire la proposition des groupes, d'écrire s'ils pensaient que la méthode proposée était correcte ou non et de le justifier. En [annexe 1](#), se trouve la fiche avec les quatre propositions qui a été utilisée. Les fiches ont ensuite été ramassées et la correction a été faite à l'oral. Lors du cours suivant et après correction, cette fiche leur a été rendue et j'ai distribué une proposition de correction photocopiée (en [annexe 2](#)).

À la suite de cette correction, la méthode littérale a été introduite en s'aidant d'un tableur (fiche utilisée en [annexe 3](#) en parallèle à la projection du tableur au tableau). Une réponse littérale au problème a alors été faite à l'écrit dans le cahier de cours. Je pense après coup que les formules sur le tableur auraient dû intervenir après les expressions littérales et non pas avant car beaucoup d'élèves ont été en difficultés.

Les élèves ont été évalués tout au long de l'activité grâce à la grille fournie en [annexe 4](#). Bien qu'ils aient su que cette activité allait être évaluée, je ne leur ai pas présenté cette grille dès le début de l'activité puisque je l'ai créée au fur à mesure. Pour les années à venir il faudra que je prépare la grille à l'avance et la présente dès le début comme un outil de suivi et de positionnement.

J'ai analysé le travail d'évaluation réalisé individuellement à l'écrit par les élèves. Ceux-ci devaient lire quatre des propositions de comptage formulées par des groupes et écrire pour chacune d'elles si elle était juste ou fausse. Le tableau récapitulatif est en [annexe 5](#).

Nous remarquons tout d'abord que 85 % des élèves reconnaissent les propositions justes, tandis que 45 % seulement identifient les propositions fausses. Au vu de certaines réponses, il semble que des élèves n'avaient pas intégré qu'il y avait des propositions fausses ! Il faudra, à l'avenir, veiller d'avantage à la bonne compréhension des consignes.

En moyenne un élève classe correctement seulement 66 % des propositions, à peine plus que 50 % alors qu'il s'agit de classer en deux catégories : juste ou faux. De plus, alors que ces mêmes propositions ont été présentées et débattues au cours précédent, quatre élèves écrivent ne pas comprendre l'une des propositions. Je les félicite de leur honnêteté ! Cependant je me demande s'ils ont oublié les explications entre les deux séances, s'ils ne les avaient pas écoutées, s'ils avaient cru les comprendre, s'ils n'ont osé poser les questions qui leur auraient permis de comprendre lors de la séance précédente...

Un dernier point inquiétant est que deux élèves sur trois ont écrit que la proposition de leur groupe était juste alors qu'elle était fausse ! Je pense que cela est un indicateur du fait que le bilan que j'ai réalisé à la fin des présentations de chaque groupe a été trop bref : j'ai négligé l'institutionnalisation.

Il aurait fallu insister davantage sur le caractère faux ou juste de chaque proposition, je pense qu'à un moment le professeur doit conclure le débat et trancher puis expliquer pourquoi une proposition est juste ou fausse. Il est en effet inadmissible que certains élèves continuent à croire qu'ils ont proposé une réponse correcte alors qu'elle ne l'est pas.

5.3 Limites et perspectives

Cette activité a suscité l'intérêt des élèves ce qui est un premier point positif. Les élèves ont fourni un travail d'argumentation de qualité et ont développé des compétences transversales comme « travailler en équipe », « raisonner » et « s'exprimer à l'oral ».

Un premier point à améliorer est que cette activité ne m'a pas permis d'introduire les expressions littérales comme je le souhaitais, je pense que cela est dû en partie au fait que le critère 4 de Douady (1986) n'est pas respecté : les élèves peuvent résoudre le problème sans utiliser les expressions littérales ! Cependant je nuance cet aspect puisque la solution littérale est de loin la plus simple à rédiger, et celle qui prête le moins à confusion, au moment où nous l'avons étudiée les élèves ont unanimement accepté cette solution.

Un deuxième point à améliorer sur la mise en œuvre telle que je l'ai proposée est de renforcer la phase d'institutionnalisation. Comme j'ai été déroutée par les propositions des élèves qui ne correspondaient pas à ce que j'attendais je n'ai pas réalisé de véritable institutionnalisation lors de la deuxième heure, la conséquence est qu'un grand nombre d'élèves n'a pas été capable de prouver que des solutions sont fausses.

Je pense que ce problème, bien que de niveau 4^{eme}, est un peu trop complexe pour introduire la notion d'expression littérale.

6 Bibliographie

- Bessot, A. & Capponi, B. & Clarou, P. (1999). *Petit x. Hors série. Activités mathématiques pour le collège 1993-1998*. Grenoble : IREM de Grenoble
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. In revue *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol.2-1. Grenoble : La pensée sauvage
- Brousseau, G. (1998). *Théories des situations didactiques*. Grenoble : La pensée Sauvage.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherche en Didactique des Mathématiques*. Vol. 7-2. Grenoble : La pensée sauvage
- Duval, R. (2002). Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registres. In Actes de la journée en hommage à Régine Douady, IREM, Université Paris VII
- Rouquès, J.-P. & Staïner, H. (2009). *Des maths ensemble et pour chacun 4e* Nantes : CRDP des Pays de la Loire
- Rousset-Bert, S. (2001). Les activités : un thème à retravailler, *Petit x*, 56, 61-79

7 Annexes

Sommaire des annexes :

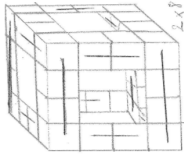
Annexe 1 : Fiche « Quelques propositions des autres groupes... » p. 27

Annexe 2 : Proposition de correction de la fiche « Quelques propositions des autres groupes... » p. 28

Annexe 3 : Fiche visant à introduire la notion d'expression littérale via les formules du tableur p. 29

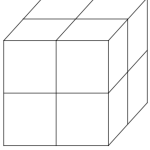
Annexe 4 : Grille d'évaluation de l'activité p. 30

Annexe 5 : Tableau permettant d'analyser la compréhension des différentes réponses par les élèves p. 31

Nom :	Quelques propositions des autres groupes...	Ce que j'en pense...
<p><u>La proposition d'un groupe...</u></p> <p><i>un seul que dans un cube toutes les faces sont des carrés, pour calculer le périmètre d'un carré on fait le côté au carré. On sait que dans un cube il y a toujours 6 faces. Il suffit de faire le côté d'une des faces au carré fois 6.</i></p>	<p><u>Retranscrite...</u></p> <p>On sait que dans un cube toutes les faces sont des carrés, pour calculer le périmètre d'un carré on fait le côté au carré. On sait que dans un cube il y a toujours 6 faces. Il suffit de faire le côté d'une des faces au carré fois 6.</p>	
<p><i>Pour savoir à l'avance le nombre de cube qu'il va falloir utiliser pour notre squelette il va falloir :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Trouver le nombre de cube qu'il nous faut pour notre arête (1 cm = 1 cube) - Le multiplier par 12 (le nombre d'arête) - Enlever 8 (le nombre de cube en commun des arêtes) 	<p>Pour savoir à l'avance le nombre de cube qu'il va falloir utiliser pour notre squelette il va falloir :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Trouver le nombre de cube qu'il nous faut pour notre arête (1 cm = 1 cube) - Le multiplier par 12 (le nombre d'arête) - Enlever 8 (le nombre de cube en commun des arêtes) 	
<p><i>Si nous connaissons le nombre de cube dans l'arête d'un squelette de cube nous pouvons connaître le nombre de cube total dans le squelette :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - On multiplie le nombre de cube dans l'arête par 4 - On soustrait deux au nombre de cube dans une arête et on multiplie ce nombre par 8 - On somme le tout 	<p>Si nous connaissons le nombre de cube dans l'arête d'un squelette de cube nous pouvons connaître le nombre de cube total dans le squelette :</p> <ul style="list-style-type: none"> - On multiplie le nombre de cube dans l'arête par 4 - On soustrait deux au nombre de cube dans une arête et on multiplie ce nombre par 8 - On somme le tout 	<p><i>Si nous connaissons le nombre de cube dans l'arête d'un squelette de cube nous pouvons connaître le nombre de cube total dans le squelette :</i></p> <p><i>première étape on multiplie le nombre de cube par 4.</i></p> <p><i>deuxième étape on soustrait deux à une arête et on multiplie par 8.</i></p> <p><i>troisième étape on somme le tout</i></p> 
<p><i>Pour calculer le nombre de petits cubes dans un cube pour n'importe quel cube et on compte le nombre de cube entre sommets et on multiplie le nombre de cube obtenu par 12, et on ajoute 8 au résultat (les sommets) et on a le nombre total de petits cubes.</i></p>	<p>Pour calculer le nombre de petits cubes dans un cube il faut :</p> <ul style="list-style-type: none"> - On met les sommets de côté, c'est à dire 8 petits cubes pour n'importe quel cube - On compte le nombre de cube entre deux sommets et on multiplie ce nombre par 12 - On ajoute 8 au résultat (les sommets) et on a le nombre total de petits cubes 	<p><i>Pour calculer le nombre de petits cubes dans un cube il faut :</i></p> <p><i>On met les sommets de côté c'est à dire 8 petits cubes pour n'importe quel cube et on compte le nombre de cube entre deux sommets et on multiplie le nombre de cube obtenu par 12, et on ajoute 8 au résultat (les sommets) et on trouve le nombre de cube.</i></p> <p style="text-align: right;"><i>total</i></p>

Annexe 2 : Proposition de correction de la fiche « Quelques propositions des autres groupes... »

Remarque : Cette correction est destinée à être collée dans la continuité de la fiche présentée en annexe 1 (de façon à ce que les lignes coïncident).

<u>Ce qu'il faut comprendre...</u>
<p><u>Cette méthode est fausse :</u></p> <p>Si on calcule le côté d'une face au carré on obtient l'aire d'une face, si on multiplie ensuite l'aire d'une face par 6 on obtient l'aire total des six faces du cube. L'aire n'est pas égale au périmètre.</p> <p>Contre-exemple : le « grand » cube d'arête 2 cm ; Il est fait de 8 petits cubes, pourtant en calculant avec cette méthode on obtiendrait $2^2 \times 6 = 4 \times 6 = 24$ petits cubes.</p> 
<p><u>Cette méthode est erronée :</u></p> <p>L'erreur vient que chaque petit cube des huit sommets est en fait compté trois fois (une fois pour chaque arête dont il est extrémité).</p> <p>On veut les compter une fois seulement (et pas 3 fois !) il faut donc retirer 16 et pas 8 (les deux fois en trop).</p>
<p><u>Cette méthode est juste :</u></p> <p>Dans un premier temps on compte le nombre de petits cubes dans quatre arêtes qui ne partagent aucun sommet, il s'agit donc d'arêtes complètes.</p> <p>On ajoute ensuite le nombre de petits cubes dans les huit arêtes restantes (dans ces arêtes on a déjà compté les deux cubes aux extrémités)</p>
<p><u>Cette méthode est correcte :</u></p> <p>On compte tout d'abord le nombre de petits cubes en ignorant les 8 sommets, pour cela on multiplie le nombre d'arête (12) par la taille des arêtes sans leurs extrémités.</p> <p>On ajoute ensuite 8 (les sommets qu'on avait ignorés : ceux qui étaient grisés lors de l'explication du groupe).</p>

Annexe 3 : Fiche visant à introduire la notion d'expression littérale via les formules du tableur

Avec un tableur...

Afin de pouvoir connaître le nombre de petits cubes nécessaires en sachant le côté en cm du grand cube nous avons retenu deux propositions de groupes qui nous paraissent justes :

Méthode A

- On multiplie la longueur du côté par 4
- On soustrait deux à la longueur du côté et on multiplie ce nombre par 8
- On somme le tout

Méthode B

- On multiplie la longueur du côté moins 2 par 12
- On ajoute 8 au résultat

On souhaite compléter le tableau ci-dessous dans un tableur.

Quelle formule vas-tu inscrire dans B3 et C3 que tu pourras étirer pour connaître le nombre de petits cubes nécessaire grâce à chacune des méthodes ?

B3 =

C3 =

Fais-le et complète :

	A	B	C
1	Côté en cm du grand cube	Nombre de petits cubes nécessaires (Méthode A)	Nombre de petits cubes nécessaires (Méthode B)
2	1	1	1
3	2	8	8
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
	A	B	C
151	150		
152	151		
153	152		
154	153		
155	154		
156	155		

On obtient bien les mêmes résultats avec les deux méthodes.

Annexe 4 : Grille d'évaluation de l'activité

Élève :

Évaluation activité « Squelettes de cubes »

Implication lors du travail de recherche (j'ai cherché)	/2
J'ai travaillé en groupe (j'ai collaboré)	/1
La proposition faite est juste	/3
Lors des présentations des groupes j'ai argumenté pourquoi une proposition me paraît correcte ou incorrecte	/2
A l'écrit j'ai reconnu les deux propositions incorrectes	/2
puis j'ai justifié pourquoi elles étaient incorrectes	/2
A l'écrit j'ai reconnu les deux propositions correctes	/2
J'ai traduit les deux méthodes de calcul par des formules de tableur	/1
TOTAL	/15

Annexe 5 : Tableau permettant d'analyser la compréhension des différentes réponses par les élèves

eleve	groupe	Reconnait que la Proposition 1 est fausse	Reconnait que la Proposition 2 est fausse	Reconnait que la Proposition 3 est juste	Reconnait que la Proposition 4 est juste	TOTAL
An R	1	0	0	1	PC	1
Zo G	1	1	0	1	1	3
Sa A	1	0	1	PR	PR	1
Lo V	2	1	0	1	1	3
Ch P	2	1	1	1	1	4
Ch F	2	0	0	1	1	2
Na B	3	0	0	1	1	2
Ba LAN	3	1	0	1	1	3
EI L	3	1	1	1	1	4
Hu M	3	0	1	1	1	3
Ch S	4	1	1	PC	1	3
Lo F	4	1	0	1	1	3
Ga D	4	0	0	1	1	2
AI B	-	1	1	1	1	4
La P	-	1	1	1	1	4
Ma D	-	0	1	1	PC	2
Ma A	-	0	0	1	0	1
Ma P	-	0	0	1	1	2
AI O	-	0	0	PC	1	1
Ch M	-	1	1	1	1	4
Oc B	-	0	0	1	1	2
Ba LAR	-	1	1	1	1	4
TOTAL		11	10	19	18	
%		50	45,4545454545	86,3636363636	81,8181818182	
% MOY		47,7272727273		84,0909090909		2,63636

PC : pas compris
PR : pas de réponse

8 Résumé

Résumé : Je liste dans un premier temps les critères permettant de choisir un énoncé pour une activité d'introduction. Par la suite je m'intéresse à comment mettre en œuvre un problème ouvert pour permettre aux élèves de découvrir une nouvelle notion et de travailler la démonstration. Dans une deuxième partie je présente une activité que j'ai mise en place dans une classe de collège. J'analyse comment cette activité a permis d'introduire la nouvelle notion, avec certaines limites, et de travailler la démarche de preuve. Je conclus qu'un des objectifs de l'activité n'a pas été complètement atteint mais que les élèves ont travaillé le raisonnement et l'argumentation ce qui était également un des objectifs.

Mots clés : enseignement des mathématiques, collège, problème ouvert, activité d'introduction, enseignement de la preuve

Summary : First, I list the criteria for choosing an introductory activity. After I present how to implement open problems to allow students to discover new knowledges and make proofs. Following I present an activity that I set up in a secondary school class. I analyze how this activity permit to introduce the new concept, with some limitations, and work the process of proof. I conclude that one of the objectives of the activity has not been fully achieved, but the students have worked reasoning and argumentation, which was also one of the objectives.

Keywords : mathematics school teaching, secondary school, open problem, introductory activity, teaching of proof

Resumen : Empiezo este trabajo enumerando los criterios que permiten al profesor escoger una actividad introductoria. Luego describo cómo llevar a cabo un problema abierto para que los alumnos descubran nuevos conocimientos y aprendan a demostrar. En la segunda parte presento una actividad que realice con mis alumnos. Analizo cómo esta actividad ayudó a introducir un nuevo concepto, con algunas limitaciones, y permitió trabajar el mecanismo de la demostración. Mi conclusión es que uno de los objetivos de la actividad no se ha alcanzado plenamente, pero que los alumnos han trabajado el razonamiento y la argumentación.

Palabras claves : enseñanza de las matemáticas, colegio, problema abierto, actividad introductoria, enseñanza de la demostración