



HAL
open science

La multiprésentation comme une aide dans la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité

Marine Collet-Beillon

► To cite this version:

Marine Collet-Beillon. La multiprésentation comme une aide dans la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité. Education. 2015. dumas-01232768

HAL Id: dumas-01232768

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01232768>

Submitted on 24 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2014-2015

**Master *Métiers de l'enseignement, de l'éducation
et de la formation*
Professeur des écoles, 2^{ème} année**

La multiprésentation comme une aide dans la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité

« Un problème sans solution est un problème mal posé. » Albert Einstein

**Présenté par Collet-Beillon Marine
Mémoire encadré par Gandit Michèle**

Remerciements

Dans un premier temps, je souhaite adresser mes remerciements à mon encadrante, Michèle Gandit pour sa disponibilité et ses conseils concernant la rédaction de mon mémoire. Ses compétences m'ont beaucoup aidée à enrichir mon travail.

Dans un second temps, je souhaite remercier mes élèves, sans qui, ce mémoire n'existerait pas.

Sommaire

Introduction.....	4
--------------------------	----------

1. Première partie théorique : introduction, état de l’art et problématique

1.1 Les problèmes et la résolution de problèmes

Les problèmes : recherche d’une définition	5
La résolution de problème	5
La résolution de problème dans les IO	7

1.2 La proportionnalité

Définition	8
La proportionnalité dans les IO	9
La proportionnalité et ses procédures de résolution	10
Les problèmes relevant de la proportionnalité et leurs difficultés	11

1.3 Les difficultés et les aides possibles pour se représenter un problème

1.4 La multiprésentation de Jean Julo

1.5 Présentation de la problématique.....

2. Seconde partie expérimentale : méthode, analyse et discussion

2.1 Mes élèves

2.2 Analyse à priori.....

2.3 Résultats et analyse à postériori

2.4 Discussion et conclusion

Introduction

« Les derniers résultats concernant les évaluations nationales en France mettent en avant les faiblesses des élèves concernant la résolution de problèmes du CE1 au CM2. Ils préconisent la confrontation régulière à des problèmes de la vie courante pour ainsi systématiser leurs résolutions », extrait du rapport sur les évaluations nationales, Education Nationale 2013.

L'étude sur laquelle je me suis portée concerne le domaine des mathématiques, et plus précisément celui de la résolution de problèmes. Etant professeur stagiaire cette année dans une classe de CM1 CM2, j'ai pu constater que ce domaine des mathématiques pouvait être complexe. En effet, j'ai remarqué qu'un certain nombre de mes élèves avait des difficultés à se représenter un énoncé lors de la lecture de celui-ci. Je me suis alors posée la question : comment les aider ?

De nombreux chercheurs donnent des pistes de réflexion concernant ses aides à proposer aux élèves. J'en ai retenue une : celle de la multiprésentation de Julio, découverte lors d'une formation sur la résolution de problèmes.

Etant en cycle 3, je vais aborder avec les cm1 et approfondir avec les cm2 la notion de proportionnalité. Il m'a donc semblé intéressant de lier cette notion à ma recherche : la multiprésentation peut-elle être une aide dans la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité ?

Cette interrogation met donc en relation plusieurs notions : la résolution de problèmes, les aides et plus particulièrement la multiprésentation et la notion de proportionnalité au cycle 3.

1. Première partie théorique : introduction, état de l'art et problématique.

1.1 Les problèmes et la résolution de problèmes.

Les problèmes : recherche d'une définition

Le Larousse (2015) définit un problème comme étant une « Question à résoudre par un raisonnement scientifique et constituant un exercice ». Cette définition qui semble un peu limitée mérite d'être complétée. Mes recherches m'ont amenée à trouver différentes définitions.

Vergnaud (1991) définit un problème comme étant « toute structuration dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration d'hypothèses et de vérification pour produire une solution ».

Cette définition met donc en avant le fait que l'énoncé proposé doit poser un vrai « problème » à la personne qui le découvre, c'est-à-dire qu'il doit être dans une démarche de recherche.

Pour Pernoux.D (2012), « Est un problème, pour un élève donné, toute situation (réelle ou imaginaire) dans laquelle des questions sont posées, ces questions étant telles que l'élève ne peut y répondre de manière immédiate ». Pernoux met ici en avant l'aspect « cognitif » du problème. Comme Vergnaud nous l'explique, le problème amène à une démarche complexe de recherche intellectuelle.

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes est un processus complexe qui fait appel à diverses compétences. Descaves (1992) propose un schéma permettant de comprendre les étapes essentielles à la résolution d'un problème pour un élève.

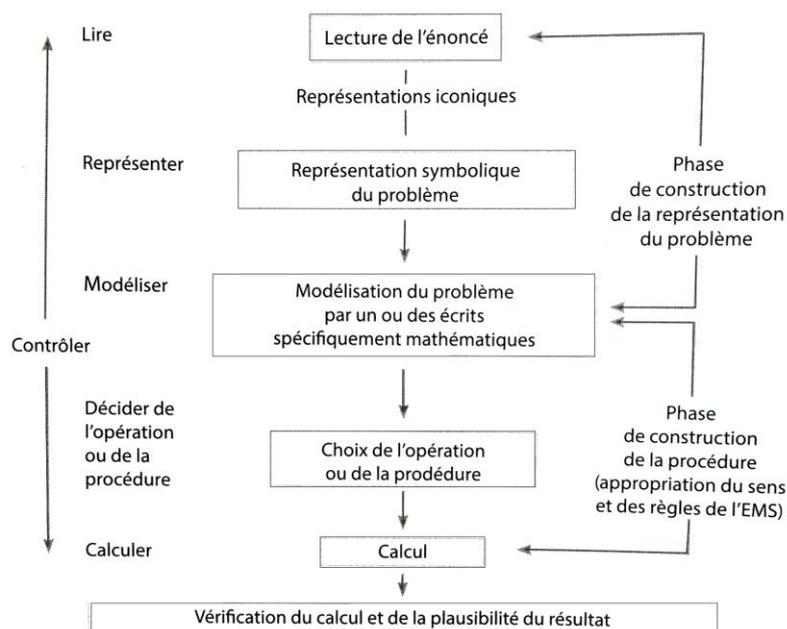


Schéma de Descaves issu du livre « Remédiation en mathématiques au quotidien- Nolwenn Guedin »

Si l'on veut approfondir sur la phase de construction de la représentation, Julo (1995) l'organise en plusieurs étapes successives :

Étapes	Selon Julo
1	Le processus de représentation
2	Le processus de structuration
3	Le processus d'opérationnalisation

Le processus de représentation

Le processus qui entraînera la compréhension du problème est lié à la représentation mentale que l'on se fait de celui-ci. Selon Julo (ibid.), « se représenter un problème c'est non seulement se représenter un objet particulier, mais c'est aussi se représenter la tâche particulière qui est associée à cet objet ».

C'est en fonction de la représentation globale du problème que l'élève va pouvoir déterminer les connaissances utiles pour rechercher les solutions. Plusieurs composantes sont ici mises en jeu : la compréhension de l'énoncé en fonction du contexte sémantique, l'organisation et la sélection des informations données, la recherche mentale des connaissances requises selon nos connaissances antérieures. La représentation permet donc de donner du sens à un énoncé, à une situation.

Le processus de structuration.

La structuration, c'est la mise en forme mentale d'un problème. Il peut être reformulé et repensé dans le but de le résoudre. C'est une étape que l'on pourrait aussi appeler « appropriation » du problème. Elle est en lien étroit avec l'étape précédente. Cette phase permet de « structurer » la représentation.

Le processus d'opérationnalisation

Cette étape amène à trouver la solution du problème. L'élève structure les données et les met en relation avec ses connaissances. Il utilise ses acquis et expériences mathématiques, fait le lien avec d'autres problèmes pouvant être similaires dans les procédures de résolution, utilise des stratégies (règles mathématiques, calculs) et vérifie ses hypothèses.

La résolution de problème dans les IO

« L'apprentissage et la pratique des mathématiques développent l'imagination, la rigueur et la précision des élèves. Plusieurs objectifs : la connaissance des nombres et le calcul, la résolution de problèmes, l'approche de la géométrie et des mesures. En partant de situations proches de la réalité, les élèves acquièrent les bases d'une première culture scientifique. » (Eduscol, 2008).

Telles sont les premières lignes des dernières instructions officielles concernant les mathématiques de 2008. Le terme « résolution de problèmes », présent dans cette partie introductive, montre bien son importance dans le programme scolaire.

En 2012, une progression concernant les mathématiques et appliquant les programmes de 2008 est publiée. Dès l'introduction, la résolution de problème est mise en avant : « La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages. »

Au cycle 1 :

Le programme de mathématiques portant sur la résolution de problèmes ne concerne que les quantités : « Résoudre des problèmes portant sur les quantités ».

Au cycle 2 :

Domaines	CP	CE1
Nombres et calcul	Résoudre des problèmes simples à une opération	Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication
Grandeurs et mesures	Résoudre des problèmes de vie courante	Résoudre des problèmes de longueur et de masse
Organisation et gestion des données		Organiser les informations d'un énoncé.

Au cycle 3 :

Domaines	CE2	CM1	CM2
Nombres et calcul	Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations	Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations	Résoudre des problèmes de plus en plus complexes
Grandeurs et mesures	Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs	Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions.	Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure
Organisation et gestion des données	Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.	Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.	Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.

1.2 La proportionnalité

Définition

« Une situation de proportionnalité est une situation dans laquelle deux ou plusieurs grandeurs sont liées par des relations linéaires ou multilinéaires. On parle alors de conservation de rapport entre ces deux grandeurs. » (Julo & al, 1994). Bien souvent, la proportionnalité intervient dans des situations de grandeurs mais aussi dans des situations de la vie quotidienne.

A l'école élémentaire, la proportionnalité est introduite dès le CM1 à partir de la notion de situation de proportionnalité dans le champ multiplicatif. Les problèmes sont alors au service

de l'acquisition de la notion. On apprend par la résolution de problèmes. On ne peut comprendre la notion de proportionnalité sans résoudre de problèmes.

ERMEL liste des notions qui sont étudiées dans le cadre de la proportionnalité : « la relation entre les grandeurs, la relation entre les nombres, la multiplication, la division, les pourcentages et l'agrandissement de figures » (Equipe Ermel, 1999). Cette notion peut être source de difficultés pour les apprenants puisqu'elle demande une reconnaissance de situation (une situation est proportionnelle ou non).

La proportionnalité dans les IO

La notion de proportionnalité est présente dans le pilier 2 du socle commun des connaissances et compétences : « Résoudre un problème mettant en jeu une situation de proportionnalité » (livret personnel, p10, 2006).

On la retrouve également dans les programmes 2008 au cycle 3: « Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité, en utilisant des procédures variées (dont la "règle de trois") ». Cependant, cette notion est travaillée depuis la maternelle si l'on prend l'exemple des jeux d'échanges qui traitent déjà de cette celle-ci.

Au cycle 3, la notion de proportionnalité porte sur :

- La résolution de problèmes dans des contextes porteurs de sens avec des relations simples entre les nombres
- La prise de conscience, dans certaines situations mettant en relation 2 grandeurs, que si on multiplie une grandeur par un nombre, l'autre est multipliée par le même nombre (linéarité)
- La rencontre de situations de proportionnalité dans lesquelles on découvre un rapport entre 2 grandeurs (recettes)
- L'utilisation de différentes représentations de la situation : tableau, graphique.

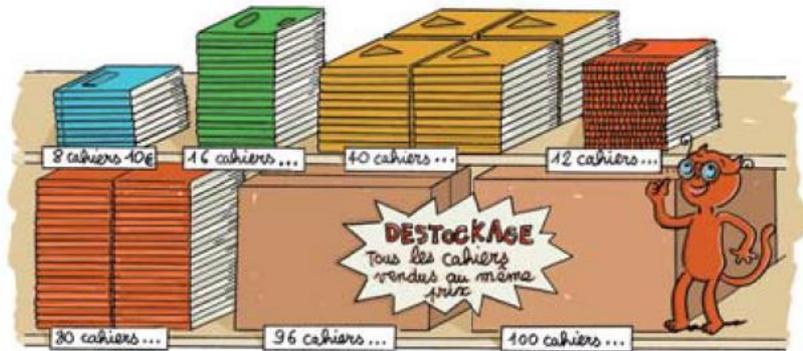
Cette notion évoluera par la suite au collège et jusqu'au lycée.

La proportionnalité et ses procédures de résolution

« Deux suites de nombres réels sont proportionnelles si on peut passer de chaque terme de la première suite au terme correspondant de la deuxième suite par un même opérateur multiplicatif : le coefficient de proportionnalité » (Charnay, 2011).

Les propriétés qui caractérisent la proportionnalité sont également des procédures pouvant être utilisées dans la résolution de problème sur cette notion. La présentation des différentes procédures va s'appuyer sur le problème suivant :

Quel est le prix de chaque paquet de cahiers ?



Problème issu du livre *Cap Maths cm1*

Cherchons le prix de 96 cahiers

Je sais que 96, c'est 12 fois 8 ($96 = 12 \times 8$). Comme 8 cahiers coûtent 10 €, le prix de 96 cahiers va être 12 fois le prix de 8 cahiers. $10€ \times 12 = 120 €$

						X 12
Nombre de cahiers	1	8	16	80	96	
Prix des cahiers (€)	1,25€	10 €	20€	100€	120€	

Propriété de linéarité multiplicative

Je cherche le prix d'un seul cahier : je partage 10 € équitablement entre 8 cahiers, 10 divisé par 8. Un cahier coûte 1,25 €. Je calcule alors le prix pour 96 cahiers : $1,25 \times 96 = 120€$

Nombre de cahiers	1	8	16	80	96	
Prix des cahiers (€)	1,25€	10 €	20€	100€	120€	

$$\begin{array}{r} 120 : 96 \\ = \\ 1,25 \end{array}$$

Propriété de la règle de 3 ou du retour à l'unité

Le coefficient de proportionnalité

A l'école, j'entends par « règle de 3 » un raisonnement qui consiste à revenir à l'unité.

Je sais que $80 + 16 = 96$. J'ai déjà calculé le prix de 80 cahiers et de 16 cahiers. Je peux additionner les deux prix pour trouver le prix de 96 cahiers.

80 cahiers coûtent 100 € et 16 cahiers coûtent 20 €. $100 + 20 = 120$ €

Nombre de cahiers	1	8	16	80	96
Prix des cahiers (€)	1,25€	10 €	20€	100€	120€

Propriété de linéarité additive

Il existe d'autres procédures de résolution mais elles ne sont pas attendues en cycle 3 : les rapports égaux », le « produit en croix » (la règle de 3 avec le calcul adéquat) et les graphiques (alignement des points sur une droite passant par l'origine des axes).

Les problèmes relevant de la proportionnalité et leurs difficultés

Vergnaud (1991, p146) définit « un champ conceptuel comme un ensemble de situation dont la maîtrise requiert une variété de concepts, de procédures ou de représentations symboliques en étroite connexion ».

Problèmes de proportionnalité simple et directe	J'ai 5 sacs de 32 billes. Combien ai-je de billes ?
Problèmes de proportionnalité simple composée	Un train a 5 wagons. Chaque jour, il transporte 30 passagers par wagon. Combien-aura-t-il transporté de passagers au bout de 10 jours ?
Problèmes de proportionnalité double	Julie a 3 tee-shirts et 4 pantalons différents. De combien de manières différentes peut-elle s'habiller ?
Problèmes de comparaison multiplicative de longueurs / grandeurs	J'ai 40 billes et Tom en a 80. Tom en a combien de fois plus que moi ?

La classification de ces problèmes (qui ont des structures proches) doit permettre à l'élève de reconnaître le modèle de problème auquel il a déjà été confronté et lui permettre de résoudre rapidement le problème. C'est ce que Julo appelle des « invariants opératoires ».

Pour résoudre un problème, l'élève doit identifier les unités de grandeurs qui sont en lien dans le problème. Ensuite, il doit identifier que le problème donné relève bien d'une situation de proportionnalité. Pour finir, il doit mettre en œuvre une procédure de résolution faisant appel à ses connaissances. La difficulté ici est de ne pas utiliser de procédures additives.

1.3 Les difficultés et les aides possibles pour se représenter un problème

Les élèves sont confrontés à des difficultés fréquentes au cours du processus de représentation. En effet, la lecture et la compréhension de l'énoncé est un des premiers obstacles à franchir. Dès lors, l'élève n'identifie pas la tâche à accomplir. Ces difficultés peuvent être liées à la formulation de l'énoncé, au vocabulaire utilisé ou à une surcharge cognitive d'informations présentes dans l'énoncé. Selon Julio (2002), « il faut aider ni trop, ni trop peu ». En effet, l'enseignant ne peut pas donner une représentation d'un problème, puisque ce processus est personnel. Il ne doit pas non plus trop guider l'élève dans les procédures. Il faut donc aider au niveau de la représentation du problème sans en donner la solution en proposant des aides diversifiées.

Des variables didactiques peuvent répondre aux besoins des élèves. La place de la question dès le début du texte, l'ordre des données qui correspondent ou non à l'ordre du traitement, le nombre de données à traiter, la présence de données inutiles, la difficulté du vocabulaire employé, le nombre d'étapes nécessaires à la résolution, le contexte familier de l'énoncé, les mots inducteurs (en plus, en moins, de fois, chacun, perdre, enlever, gagner, distribuer, ...), jouer sur le support du problème (tableau, texte), les nombres utilisés (grands, petits), la schématisation et la théâtralisation du problème.

Pour aider à cette activité de compréhension et d'interprétation, le didacticien Gamo (2001) conseille également de faire reformuler verbalement ou schématiquement un énoncé aux élèves. Cela pourrait amener l'élève en difficulté à franchir l'étape de la représentation mentale.

1.4 La multi présentation de Jean Julio

Une autre aide possible concernant la représentation de problèmes a été proposée par Jean Julio. Elle consiste à proposer aux élèves le même problème mais avec un habillage différent, un contexte sémantique changeant. Demandant le même type de traitement (mêmes données

numériques), ces problèmes sont identiques. Rappelons que l'étape de représentation doit permettre aux élèves de donner du sens au problème.

La théorie de Julo consiste à penser que l'habillage, le contexte sémantique influe sur la représentation du problème. Pour cela, l'enseignant propose à l'élève trois problèmes identiques d'un point de vue numérique, mais avec trois déguisements différents.

D'après Julo, (1994) pour qu'une aide à la représentation soit efficace, elle « doit répondre aux trois critères suivants :

- l'aide ne contient pas d'indices sur la solution,
- l'aide n'oriente pas vers une procédure de résolution,
- l'aide ne suggère pas une modélisation du problème. »

1.5 Présentation de la problématique

Après de nombreuses recherches concernant la résolution de problème, la problématique retenue est la suivante :

La multi présentation-peut-elle être une aide dans la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité ?

Le choix de cette problématique me permet de traiter un axe principal de mon projet d'école qui s'oriente autour de la résolution de problème, et plus particulièrement des aides possibles à mettre en œuvre au sein de la classe. Avant de débiter mon mémoire, je ne connaissais pas la multiprésentation. Ce sujet m'a donc intriguée, et après de nombreuses recherches, il m'a semblé intéressant de l'appliquer en classe pour voir si les effets décrits par Julo pourraient être bénéfiques. Ayant une classe de cycle 3 avec quelques élèves en difficulté, j'ai donc souhaité expérimenter ma problématique autour de l'aide par la multiprésentation.

Il me semblait alors judicieux de trouver des aides permettant aux élèves qui ont du mal à se représenter un problème de surmonter cet obstacle.

Plusieurs hypothèses ressortent :

- Les élèves sont plus performants quand il s'agit d'un énoncé proche de leur vécu, plus particulièrement des énoncés traitant de l'argent.

- Lorsqu'un élève est en difficulté face à la résolution d'un problème de proportionnalité, le changement d'habillage facilite la compréhension de l'énoncé et donc permet la résolution de celui-ci.

L'expérimentation en classe doit ainsi mettre en application la multiprésentation et permettre de répondre aux hypothèses de départ.

2. Seconde partie expérimentale : méthode, résultats et discussion

2.1 Mes élèves

25 élèves d'une classe de CM1-CM2 ont participé à l'expérimentation : 7 CM2 et 18 CM1. Dans ma classe, je pratique la résolution de problème régulièrement et parfois comme rituel du matin, mais des difficultés persistent pour certains élèves. Cette année, pour motiver les élèves à participer à l'activité de résolution de problèmes ouverts, la classe est inscrite au concours « maths Isère ». Des habitudes de travail sont présentes ainsi qu'une motivation importante. Les « ateliers problèmes » ont été mis en œuvre dès le début de l'année et ils se poursuivront jusqu'à la fin de celle-ci. Le niveau de la classe en mathématiques est hétérogène.

2.2 Analyse a priori de la séquence sur la proportionnalité

Pour vérifier si ce dispositif peut venir en aide aux élèves, j'ai décidé de l'appliquer dans ma classe de CM1-CM2 au cours d'une séquence sur la proportionnalité. Celle-ci est une découverte et une première approche de la proportionnalité pour les élèves de cm1, et une consolidation pour les CM2.

Les compétences mises en œuvre dans cette séquence s'inscrivent dans le BO 2008 : « Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des procédures variées (dont la règle de 3) » ainsi que dans le socle commun de connaissances et compétences « Connaître la propriété de linéarité, la représentation graphique, le tableau de proportionnalité, la règle de trois, les pourcentages, les échelles..... ».

Les programmes de l'éducation nationale sont présentés en première partie.

La séquence a pour objectifs de permettre aux élèves d'être capable d'identifier des problèmes relevant de la proportionnalité, d'expliciter et comparer les différentes stratégies de résolution, de comprendre et manipuler les relations entre les nombres pour résoudre les problèmes de proportionnalité et d'identifier le sens de la règle de trois par le passage à l'unité dans la résolution de problèmes relevant de la proportionnalité.

Comme dans tout apprentissage, des pré-requis sont nécessaires : les quatre opérations doivent être maîtrisées tant du point de vue du sens que de la technique opératoire ainsi que les rapports entre les nombres (double, moitié...). La construction d'un graphique doit également être maîtrisée pour une éventuelle construction graphique d'une situation relevant de la proportionnalité.

La séquence s'articule en six séances dont voici le plan de séquence associé :

Séances	Thèmes	Objectifs
1 Evaluation diagnostique	Identifier les connaissances, les méthodes et les obstacles des élèves	Evaluer les connaissances et compétences des élèves sur les problèmes de proportionnalité Evaluer l'impact du contexte de l'énoncé sur la représentation.
2 les propriétés de linéarité	Découverte de la proportionnalité	Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité
3 Proportionnalité ou non	Proportionnalité ou non ?	Reconnaître une situation de proportionnalité et une situation ne relevant pas de la proportionnalité
4 Le retour à l'unité	Le retour à l'unité ou la règle de 3	Utiliser la règle de 3 pour résoudre une situation problème.
5 Entraînements	Entraînements sur des situations problèmes diverses	Amener les élèves à utiliser les diverses procédures étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité : linéarité, retour à l'unité...
6 Entraînements	Entraînements sur des situations problèmes diverses	Amener les élèves à utiliser les diverses procédures étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité : linéarité, retour à l'unité...

L'expérimentation va s'articuler en deux étapes. La première étape aura lieu en séance 1 et sera composée de deux phases. La seconde étape se déroulera en séance 5.

- **1^{ère} étape d'expérimentation**

Est-ce que l'habillage du problème a un impact sur la représentation et donc la résolution ? Cette expérimentation doit permettre de savoir si par la suite, la multiprésentation pourra être envisagée pour aider les élèves dans la notion de proportionnalité. On sait par ailleurs que lorsque le contexte des problèmes se rapproche de l'environnement familial des élèves (argent), ceux-ci arrivent plus facilement à se le représenter. Cette séance doit permettre de mettre en avant des obstacles à la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité pour ainsi envisager une remédiation. Elle pourra également évaluer l'impact du contexte de l'énoncé sur la représentation du problème.

Séance 1 : première phase

Le professeur explique aux élèves qu'ils ont à résoudre un problème parmi les trois qui leurs sont proposés sur une même feuille. Ils doivent d'abord bien lire les trois énoncés avant de commencer leur résolution.

« Il faut bien lire les énoncés et les comprendre avant de commencer la résolution.

- Réfléchis bien avant d'écrire un calcul.
- Tu peux utiliser tout ce qui peut t'aider à comprendre.
- Ecris tous les calculs que tu veux faire sur la feuille où se trouve l'exercice.
- N'oublie pas d'écrire la réponse à la question posée. »

Pour s'aider, les élèves peuvent utiliser tous les moyens qu'ils désirent (schémas ou autre). La notion étudiée, la proportionnalité, n'est pas communiquée aux élèves.

Problème 1	Pour préparer un rallye automobile, on mesure la longueur du circuit. 8 tours du circuit mesurent en tout 10 km de longueur. Quelle est la longueur de 24 tours ?
Problème 2	Le maître de CM1 prépare sa commande de cahiers pour la prochaine rentrée. 8 cahiers coûtent 10€. Combien vont coûter 24 cahiers ?
Problème 3	Marie prépare une boisson avec du sucre et des oranges pour son anniversaire. Pour 8 oranges, il faut 10 morceaux de sucre. Elle utilise 24 oranges. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?

Figure 1 : problèmes proposés aux élèves

Le choix des données permettra de débiter la séquence sans obstacles majeurs : des petits nombres, des multiples, des énoncés assez simples et un lexique employé qui est abordable. Rappelons que les trois problèmes ont la même structure mathématique, seul l’habillage est différent.

Pour cette phase d’expérimentation, j’ai fait le choix de ne pas différencier la « présentation » des problèmes (schémas, dessins, etc.) pour n’avoir qu’une variable à analyser : celle du contexte. Les problèmes sont mélangés, « 1,2,3 » ne correspondent pas à un ordre de difficulté. Les élèves répondent sur une petite feuille de papier qu’ils me remettront dès la fin de la phase 1. Le temps donné est de 15 minutes.

Les procédures attendues : (exemple du problème 2)

L’utilisation de la linéarité additive	8 cahiers coûtent 10 € donc 16 (8 + 8) cahiers coûtent 20 € (10+10) 24 (8+8+8) cahiers coûtent 30 € (10+10+10) Ou $2 \times 8 = 16$ $3 \times 8 = 24$ $24 + 16 = 30$		
L’utilisation de la linéarité multiplicative	$3 \times 8 = 24$ donc $3 \times 10 = 30$		
Le retour à l’unité (nécessité de manipuler la calculette pour les CM1 car manipulation d’un nombre décimal : 0.8)	8 cahiers coûtent 10 € donc 1 cahier : 8 divisé par 10 = 0.8 Donc 24 cahiers : $0.8 \times 24 = 30$		
L’utilisation d’un rapport scalaire, ou tableau	Cahiers (€)	8	24
	Prix (€)	10	
	8 cahiers coûtent 10€. Je cherche le prix pour 24 cahiers. Ici, on utilise la seconde propriété de linéarité en cherchant à passer directement de 8 à 10 par un rapport scalaire (ici en multipliant par 3). Ou $8 \rightarrow 10$ $24 \rightarrow 30$ $8 \times 3 = 24$ $10 \times 3 = 30$		

Certaines procédures permettent également de répondre au problème telles que : le produit en croix, l'utilisation d'un graphique ou encore le coefficient de proportionnalité mais elles ne sont pas attendues à ce niveau.

Les procédures erronées :

- Le choix de l'opération
- L'utilisation de mauvaises données numériques (toutes les données numériques ou certaines)

Les hypothèses envisagées concernant la phase 1

Les trois problèmes ont la même structure mathématique, seul l'habillage est différent : un énoncé portant sur une recette, un autre sur des achats faisant appel à de l'argent et le dernier est un énoncé plus géométrique.

L'hypothèse concerne le choix du problème par l'élève après la lecture de tous les énoncés proposés.

Par ordre de choix :

1. l'énoncé sur les cahiers ; le contexte qui utilise la notion d'argent est très prisé par les enfants
2. l'énoncé sur la recette : le contexte est également familier
3. l'énoncé sur le circuit de rallye : plus difficile, le contexte n'est pas très familier et il traite de grandeurs et longueurs. Plusieurs notions réunies qui peuvent devenir un obstacle.

L'ordre de choix met aussi en avant la difficulté des problèmes. C'est pour cela qu'il faudra veiller aux choix du second problème selon la réussite ou l'échec du premier.

Séance 1 : deuxième phase

Le professeur explique aux élèves qu'ils ont à résoudre un deuxième problème figurant dans la liste des trois problèmes précédents. Le choix du second problème est fait par le professeur, selon les hypothèses émises auparavant.

Le tableau suivant permettra de faire un choix sur le nouveau problème à résoudre. Il s'appuie sur les ordres de choix, qui selon mon hypothèse, seraient également liés à la difficulté.

Choix du problème à la phase 1	Problème donné en phase 2
Problème 1 résolu ou non	Problème 3
Problème 2 résolu	Problème 3
Problème 2 non résolu	Problème 1
Problème 3 résolu	Problème 2
Problème 3 non résolu	Problème 1

Les hypothèses envisagées concernant la phase 2

L'hypothèse principale de cette seconde phase amène à penser que si l'élève n'a pas réussi à résoudre le problème choisi en phase 1, il pourra le résoudre en phase 2 car l'habillage sera différent.

De plus, en seconde hypothèse, on peut également se dire que si l'élève a réussi à résoudre le premier problème lors de la phase 1, il n'aura pas de difficulté à résoudre celui de la phase 2 étant donné que la structure mathématique est identique.

Pour terminer la séance 1, une phase de mise en commun permettra de recenser toutes les procédures des élèves au tableau pour ainsi aborder les différentes propriétés liées à la proportionnalité. Les problèmes seront donc résolus collectivement. Il est également possible que des élèves mettent en évidence la similitude mathématique entre les trois problèmes.

- **2^{ème} étape d'expérimentation : la séance 4**

L'entraînement consiste à consolider les apprentissages. Lors de cette séance, les élèves auront déjà vu diverses procédures permettant de répondre à des problèmes relevant de la proportionnalité. Ces procédures ont été synthétisées sous la forme d'une affiche lors des séances précédentes. La difficulté pour le professeur est de prévoir l'aide qu'il va pouvoir mettre en œuvre pour certains élèves en difficulté.

A la suite de l'expérience menée en séance 1, la multiprésentation sera utilisée pour aider ces élèves. Le plus compliqué dans cette séance est de prévoir une multiprésentation pour chaque problème préposé. Il faut donc avoir pensé tout cela en amont.

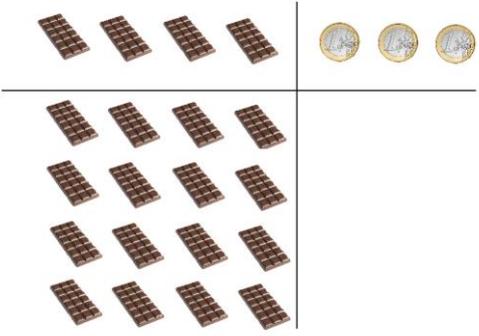
Nous incluons également une présentation différente : le schéma, le dessin ... Deux variables seront donc utilisées : le contexte sémantique et le mode de présentation.

Le professeur explique aux élèves qu'ils vont devoir résoudre le problème donné. Ils peuvent utiliser les procédures qu'ils souhaitent pour répondre à la question posée. Un rappel des séances précédentes est fait. Les consignes de résolution sont toujours les mêmes :

« Il faut bien lire les énoncés et les comprendre avant de commencer la résolution.

- Réfléchis bien avant d'écrire un calcul.
- Tu peux utiliser tout ce qui peut t'aider à comprendre.
- Ecris tous les calculs que tu veux faire sur la feuille où se trouve l'exercice.
- N'oublie pas d'écrire la réponse à la question posée. »

La notion de proportionnalité est abordée sans utiliser de tableau jusqu'à la séance 3. Pour les élèves, ce n'est pas le tableau qui va leur permettre de résoudre le problème. C'est uniquement le sens de la situation qui va les guider. Le tableau aura donc été introduit en fin de 3^{ème} séance pour visualiser toutes les procédures. En séance 4, des élèves peuvent donc utiliser un tableau pour résoudre le problème si besoin.

<p style="text-align: center;">Problème 1</p> <p>Marie prépare une boisson avec du sucre et des citrons pour son anniversaire. Pour 4 citrons, il faut 3 morceaux de sucre. Elle utilise 16 citrons. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?</p>	<p style="text-align: center;">Problème 1Aide</p> <p>Au supermarché, maman achète des tablettes de chocolat. 4 tablettes coûtent 3 €. Elle achète 16 tablettes. Combien va-t-elle payer ?</p>	<p style="text-align: center;">Problème 1Aide2</p> 
<p style="text-align: center;">Problème 2</p> <p>Max et son père marchent côte à côte. Quand son père fait 9 pas, Max en fait 12. Combien son père aurait-</p>	<p style="text-align: center;">Problème 2Aide</p> <p>9 gâteaux coûtent 12 €. Combien coûtent 36 gâteaux ?</p>	<p style="text-align: center;">Problème 2Aide2</p>

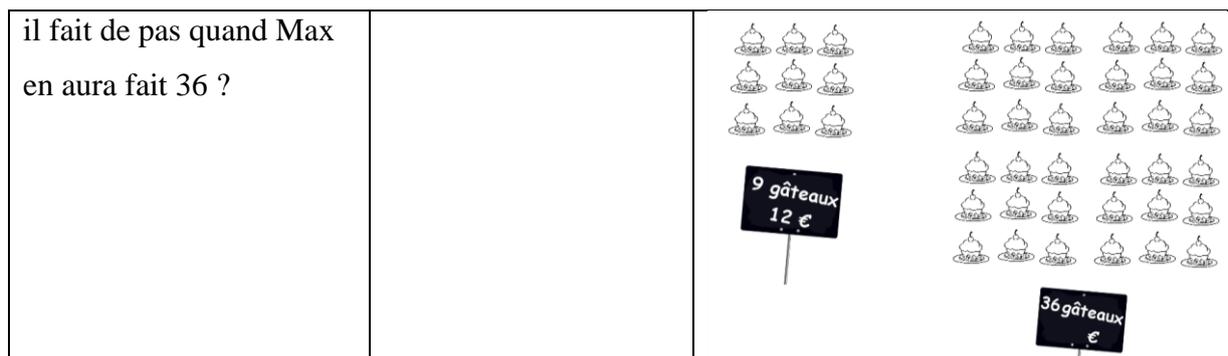


Figure 2 : problèmes proposés en multiprésentation lors de la séance d'entraînement

Durant cette phase, les élèves en difficulté sollicitent l'enseignant pour avoir une aide. Les élèves connaissent déjà l'aide par le biais de la multiprésentation puisqu'ils l'ont découverte et utilisée tout au long de la séquence. Lors de cette étape, certains élèves n'auront pas recours à cette aide.

Lorsque le professeur vient en aide à l'élève en difficulté, il lui propose un second problème où la situation sémantique varie. L'élève poursuit alors sa réflexion. Dans un second temps, si l'élève ne parvient toujours pas à résoudre le problème, l'enseignant va lui proposer une présentation du problème sous la forme d'un dessin. Avec ces deux aides, l'élève doit parvenir à répondre à la question.

Les procédures attendues : (exemple du problème 2)

- L'utilisation de la *linéarité additive* :

Problème 1 : Pour 4 citrons il faut 3 sucres. $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ donc $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

Problème 2 : Pour 9 pas, Max fait 12 pas. $12 + 12 + 12 = 36$ donc $9 + 9 + 9 = 27$

- L'utilisation de la *linéarité multiplicative* :

Problème 1 : Pour 4 citrons il faut 3 sucres. $4 \times 4 = 16$ (16 citrons) donc $3 \times 4 = 12$

Problème 2 : Pour 9 pas, Max fait 12 pas. $12 \times 3 = 36$ donc $9 \times 3 = 27$

- *Le retour à l'unité*

Problème 1 : 4 divisé par 3 = 1,33333333333333 ; le retour à l'unité n'est pas attendu pour résoudre ce problème.

Problème 2 : 12 divisé par 9 = 3. Quand Max fait 1 pas, son père en fait 3. Donc, $9 \times 3 = 27$

- L'utilisation d'un *rapport scalaire, ou tableau*

Problème 1 :

Nombre de sucre(s)	3	12
Nombre de citron(s)	4	16

Comment je fais pour passer de 4 à 16 ? $4 \times 4 = 16$ donc $3 \times 4 = 12$

Problème 2 :

Pas de Max	12	36
Pas de son père	9	27

Comment je fais pour passer de 12 à 36 ? $12 \times 3 = 36$ donc $9 \times 3 = 27$

Les hypothèses envisagées concernant la deuxième expérimentation

Lorsqu'un élève est en difficulté face à un problème qu'il n'arrive pas à se représenter, la multiprésentation est une aide qui lui permettra de résoudre un problème identique en terme mathématiques.

La multiprésentation par le biais du schéma sera envisagée en dernière aide car son impact semble faciliter la résolution de problèmes par le dessin, et la représentation mentale de l'énoncé est par conséquent un peu biaisée.

• **Les critères de réussite**

Il est important, avant l'analyse, de définir les critères qui permettront de dire si le résultat du problème est correct ou non.

- *Le problème est réussi si* : les procédures utilisées sont correctes.
- *Le problème n'est pas réussi si* : l'élève ne répond pas à la question posée, la procédure utilisée n'est pas correcte.
- *Le problème est partiellement réussi si* : l'élève utilise une procédure pouvant justifier une réponse correcte à la question posée, mais l'erreur se trouve dans le calcul.

Les résultats ont été recensés dans un tableau permettant de mettre en relation toutes les phases de l'expérimentation et de comparer la progression entre deux étapes (*annexe 1*). De plus, le tableau permet une meilleure visibilité concernant les réussites et les non-réussites pour ainsi mettre en œuvre de la différenciation.

2.3 Résultats et analyse a posteriori

Séance 1 : première phase

Rappelons les hypothèses émises précédemment :

L'hypothèse concerne le choix du problème par l'élève après la lecture de tous les énoncés proposés.

Par ordre de choix :

1. **Le problème 2** : L'énoncé sur les cahiers ; le contexte sémantique fait appel à la notion d'argent qui est très prisée par les enfants.
2. **Le problème 3** : L'énoncé sur la recette : le contexte est également familier
3. **Le problème 1** : L'énoncé sur le circuit de rallye : le plus difficile, le contexte sémantique n'est pas très familier et il traite de grandeurs et longueurs. Plusieurs notions réunies qui peuvent devenir un obstacle.

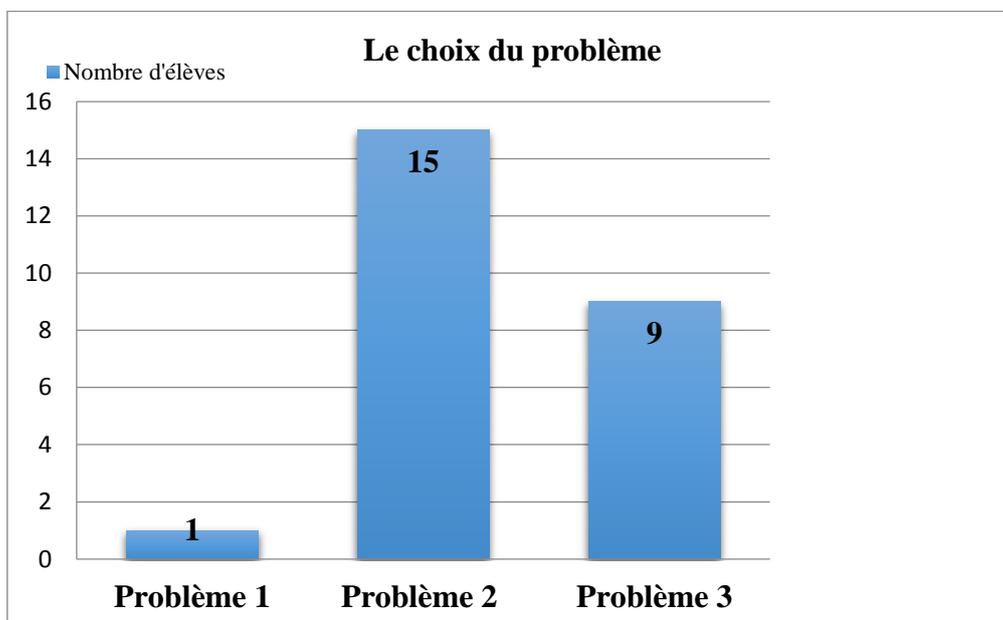


Figure 3 : choix du premier problème à résoudre

L'hypothèse concernant le choix du problème est validée. En effet, 15 élèves ont choisi le problème 2 en premier, 9 élèves le problème 3 et 1 élève seulement a choisi le problème 1. Il

semblerait que le contexte familial d'un problème influence les élèves, notamment des problèmes portant sur l'argent ou les recettes.

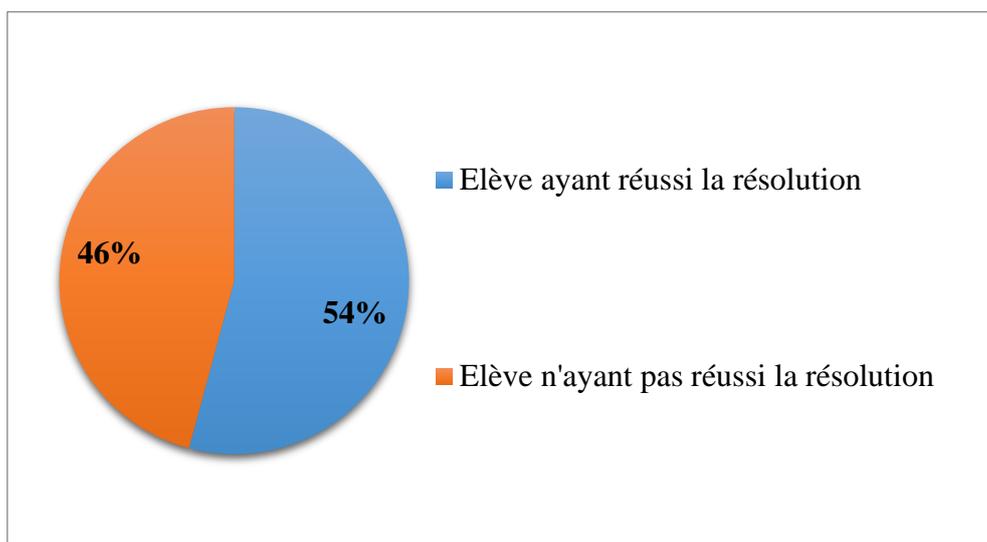


Figure 4 : bilan de la résolution du premier problème ; phase 1

Dans un second temps, les données et énoncés choisis devaient faciliter la résolution du problème. Je pensais que le taux de réussite serait supérieur à 60 % étant donné la régularité des ateliers de résolution de problèmes au sein de la classe. Il semble donc que la notion de proportionnalité soit une difficulté. 54 % des élèves de la classe ont réussi la résolution, 46 % n'ont pas réussi la résolution.

Cette séance d'évaluation diagnostique devait permettre de mettre en avant des obstacles à la résolution de problèmes portant sur la notion de proportionnalité pour ainsi envisager une remédiation. Voici quelques productions d'élèves :

Problème 3
~~8 x 10 = 80 x 24 = 1920~~
 $8 \times 24 = 192$
 elle utilise ~~1920~~ ¹⁹² morceaux de sucre

Figure 5 : production non réussie CMI

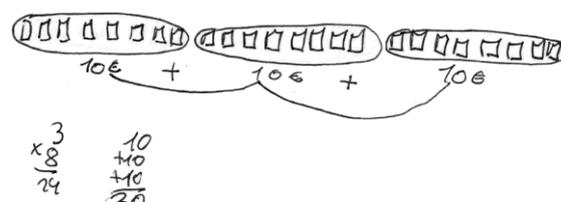
Problème 2

 $3 \times 8 = 24$
 $10 + 10 + 10 = 30$
 24 cahiers vont coûter 30€.

Figure 6 : production réussie avec dessin CMI



Figure 7 : production non réussie CM1

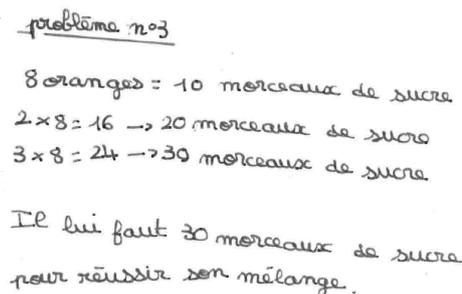


Figure 8 : production réussie CM2

Après l'analyse des productions d'élèves, voici ce qu'il en ressort :

Parmi les 7 élèves de CM2, seule une n'a pas réussi à résoudre le problème. La notion ayant déjà été travaillée l'année dernière en CM1, des acquis et méthodes sont présents. Parmi les 18 CM1, 12 élèves n'ont pas réussi à résoudre le problème proposé.

Après la lecture des 3 problèmes, 3 élèves ont manifesté le fait qu'ils étaient identiques !

Plusieurs constats : un grand nombre d'élèves utilise le schéma pour s'aider à se représenter le problème. La majorité de ces élèves parviennent à résoudre le problème (figure 6). Une élève utilise le schéma pour se représenter le problème sous forme de scène (figure 7) mais ne parvient pas à le résoudre correctement.

L'analyse des productions montre une utilisation des nombres du problème très aléatoire. L'énoncé semble faire sens, mais la méthode de résolution ne prend pas en compte les données nécessaires.

La seconde phase d'expérimentation aidera-t-elle les 46 % des élèves à résoudre le second problème ?

Séance 2 : seconde phase

Dans cette seconde partie, l'hypothèse amenait à penser que si l'élève n'avait pas réussi à résoudre le problème choisi en phase 1, il pourrait le résoudre en phase 2 car l'habillage serait différent.

De plus, l'élève qui aurait réussi à résoudre le premier problème lors de la phase 1, n'aurait pas de difficulté à résoudre celui de la phase 2 étant donné que la structure mathématique était identique.

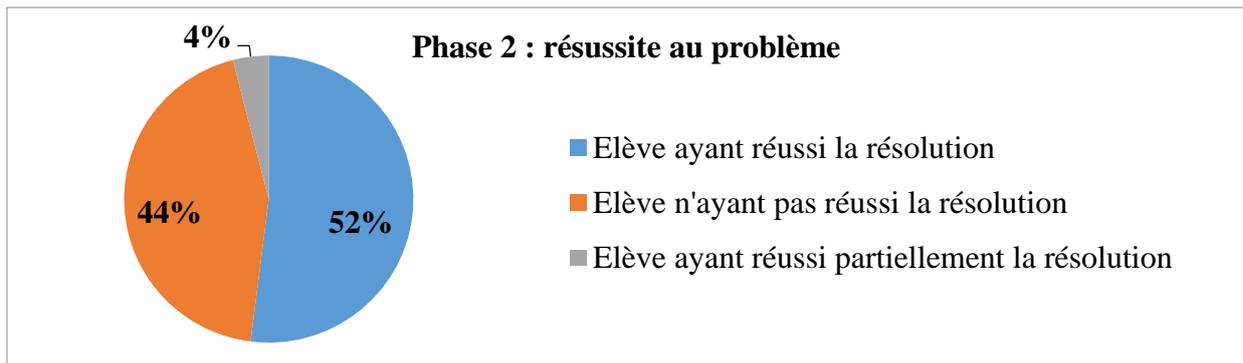


Figure 9 : bilan de la résolution du second problème ; phase2

Problème 2 phase 1

$10 \times 8 = 80$

24 cahiers vont coûter 80€

Problème 3 phase 2

Calcul:

$10 + 8 = 18$

Elle doit prendre 18 morceaux de sucres pour son mélange

Figure 10 : production non réussie ; résultats différents aux 2 phases

Problème 3 phase 1

$24 \times 10 = 240$ $10 \times 8 = 80$
 $24 \times 8 = 192$

Il lui faut 240 morceaux de sucres.

Problème 2 phase 2

$24 \times 10 = 240$ $24 \times 8 = 192$

24 cahiers vont coûter 240€

Figure 11 : production non réussie ; résultats identiques aux 2 phases

~~Problème 3~~ phase 1

Problèmes 3 phase 2

$10 \times 2 = 20$

0000 → 10
0000

Marie ne a avoir besoin de 30 morceaux de sucre

0000 → 30
0000
0000

20 morceaux de sucre

Figure 12 : production non réussie en phase 1 partiellement réussie en phase 2

enzo Problème 2 phase 1

Les 24 cahiers coûteront ?

phase 2

Problème 3

8 8 8
1 1 1
 $10 \times 10 \times 10 = 30$

Il lui faudra 30 morceaux de sucre.

Figure 13 : production non réussie en phase 1 et réussie en phase 2

L'hypothèse concernant l'impact de l'habillage dans la résolution de problème n'est pas validée dans cette seconde phase. En effet, si l'on s'attarde sur les pourcentages de réussite, 52 % des élèves de la classe ont réussi le problème, soit 13 élèves, un peu moins qu'en phase 1 (54% de réussite). Le pourcentage d'élèves n'ayant pas réussi à résoudre le nouveau problème proposé s'élève à 44%, soit 11 élèves sur 25. 1 élève a réussi à résoudre partiellement le problème en utilisant une procédure pouvant justifier une réponse correcte à la question posée, mais l'erreur se trouve dans le calcul final (*figure 12*).

La multiprésentation a eu un réel impact pour 2 élèves. Ceux-ci n'avaient pas réussi à résoudre le problème en phase 1 et sont parvenus à le résoudre en phase 2. (*Figure 13*).

Concernant les productions, on peut également se poser la question de la représentation mentale d'un problème faisant appel à la proportionnalité. Celle-ci semble être un obstacle pour résoudre le problème, les élèves ne se représentant pas le problème clairement, l'opération et le calcul adéquat ne sont donc pas maîtrisés. On retrouve cela dans la *figure 10*, où l'élève a un résultat et une procédure différente à chaque phase.

Une hypothèse n'avait pas été émise et ressort ici, elle concerne les effets non attendus de la multiprésentation. L'élève a perçu la similitude mathématique entre les 3 problèmes proposés donc répond de façon identique aux problèmes. Cependant, la résolution est fautive. L'élève peut percevoir que les données mathématiques sont constantes et refaire la même chose que précédemment, même si ce n'était pas correct. La réflexion concernant le sens de l'énoncé est donc abandonnée au profit d'une réponse type. Cet effet non désiré se retrouve chez 3 élèves (*figure 11*). Il est la conséquence de ce nouveau contrat didactique.

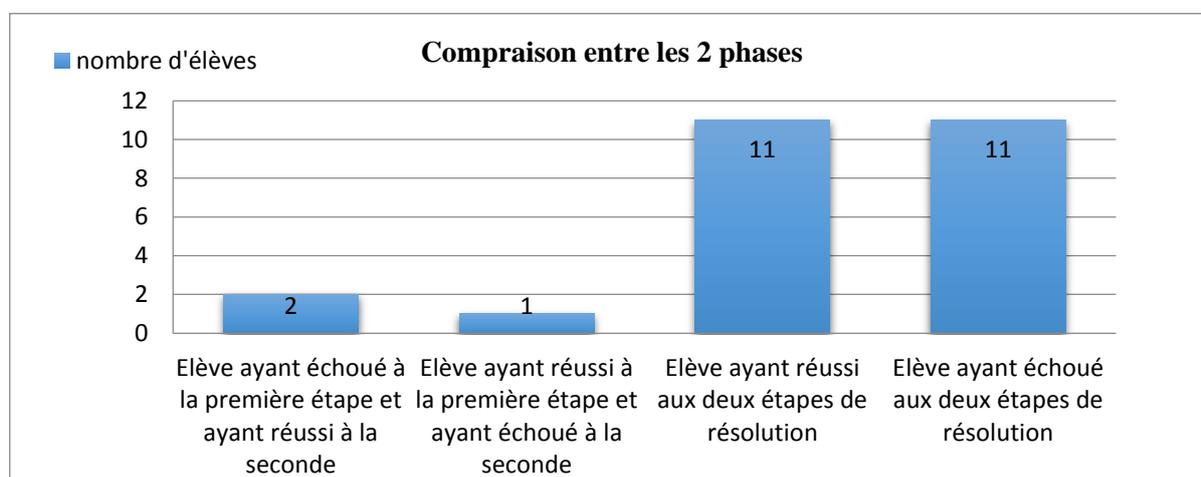


Figure 14 : comparaison entre les 2 phases

La seconde hypothèse concernait les élèves qui auraient réussi à résoudre le premier problème lors de la phase 1. En phase 2, ceux-ci n'auraient pas de difficulté étant donné que la structure mathématique des deux problèmes est identique. Pour valider cette hypothèse, il nous faut donc comparer les pourcentages de réussite entre la phase 1 et la phase 2. 54 % en phase 1, 52 % en phase 2. Seul un élève a réussi à résoudre le premier problème mais n'a pas réussi la résolution du second. 12 élèves ont réussi en phase 1 contre 13 en phase 2 (*le second graphique, figure 9, prend en compte l'élève qui a réussi partiellement*). On peut donc valider cette hypothèse.

Séance 5 : deuxième étape d'analyse

Dans cette seconde expérience, les élèves ont été amenés à utiliser diverses procédures étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité : linéarité, retour à l'unité... Cette séance arrive donc en fin de séquence pour réinvestir les connaissances et compétences et permettre une automatisation de celles-ci. Les prérequis sont donc plus riches que ceux présents lors de la première expérience. La charge cognitive est donc réduite.

L'hypothèse soulevée est la suivante : lorsqu'un élève est en difficulté face à un problème qu'il n'arrive pas à se représenter, la multiprésentation est une aide qui lui permettra de résoudre un problème identique en termes mathématiques. La multiprésentation par le biais du schéma sera envisagée en dernière aide car son impact semble faciliter la résolution de problème par le dessin, et la représentation mentale de l'énoncé est par conséquent un peu biaisée.

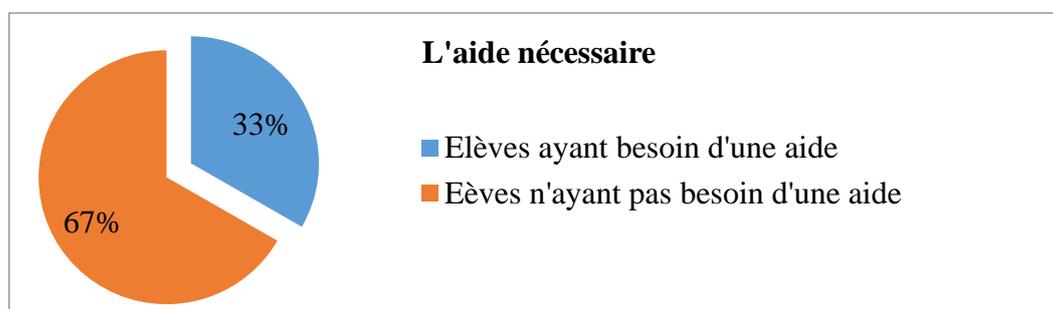


Figure 15 : élèves ayant recours à une aide

Rappelons que cette aide a été proposée aux élèves ne parvenant pas à résoudre le premier problème proposé, soit 8 élèves sur 24 (une élève absente), 33% des élèves.

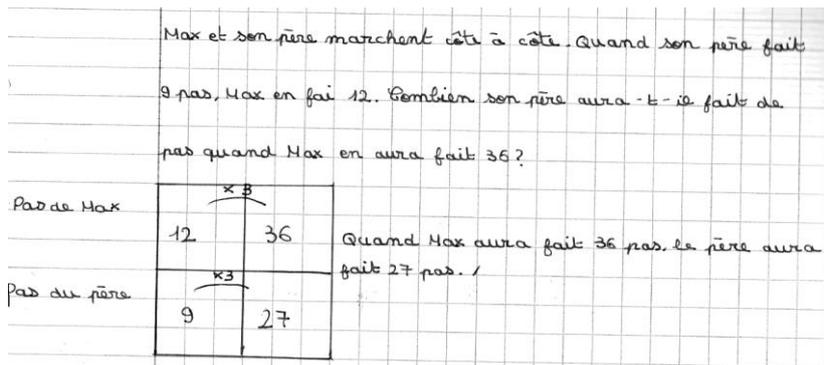


Figure 16 : résolution correcte sans aide

Les élèves n'ayant pas eu recours à l'aide ont tous réussi à résoudre les deux problèmes proposés.

Deux cas de figures apparaissent alors pour les élèves ayant recours à une aide.

Tout d'abord, les élèves qui arrivent à résoudre le nouveau problème proposé juste avec un habillage textuel et sémantique différent, c'est le cas d'un seul élève. Il semblerait que pour lui, l'habillage du problème est un réel impact (figure 17).

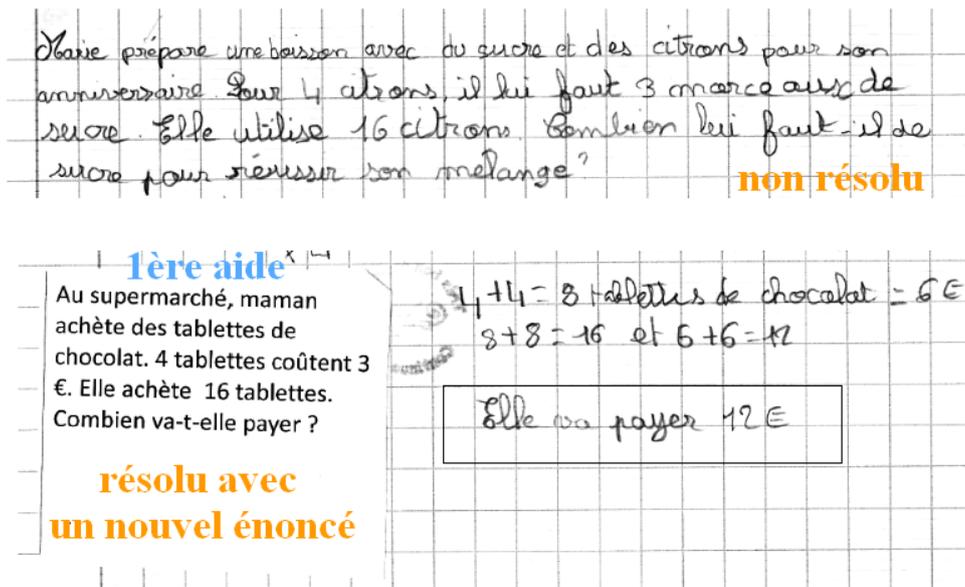


Figure 17 : problème résolu avec un nouvel énoncé sémantiquement différent

Ensuite, on retrouve des élèves qui ne parviennent toujours pas à résoudre le nouveau problème même s'il est sémantiquement différent. Un dessin du problème est alors donné pour aider cette nouvelle résolution. (Figure 18)

Maria prépare une boisson avec du sucre et des citrons pour son anniversaire. Pour 4 citrons, il faut 3 morceaux de sucre. Elle utilise 16 citrons. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?

non résolu

1ère aide

Au supermarché, maman achète des tablettes de chocolat. 4 tablettes coûtent 3 €. Elle achète 16 tablettes. Combien va-t-elle payer ?

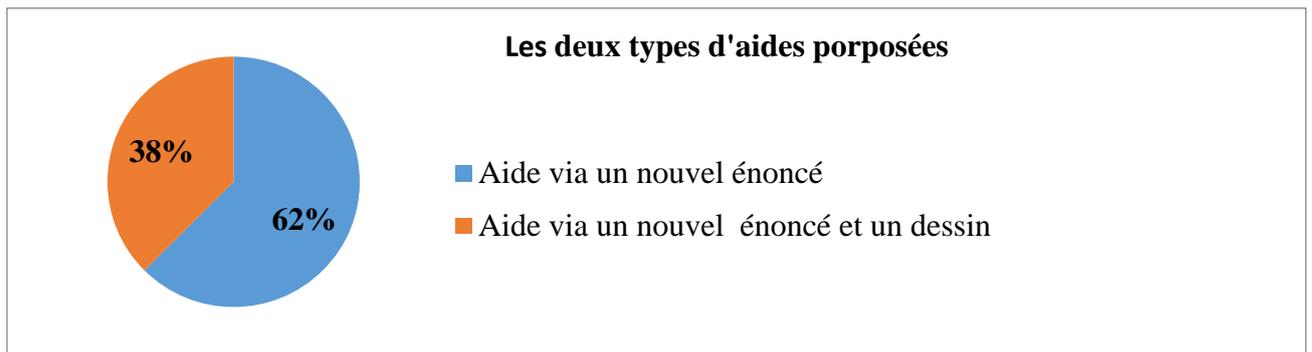
non résolu avec le texte seul

2ème aide

résolu avec le dessin

Sa ... Sa coûte 12€

Figure 18 : problème résolu avec une seconde aide, le dessin.



5 élèves sur 8 ne sont pas parvenus à résoudre le nouveau problème et ont eu recours à la seconde aide, le dessin. Cette aide semble avoir un impact important puisqu'elle permet de se représenter le problème via un schéma et entraîne une résolution correcte du problème sans avoir recours au calcul posé. Avec le dessin, tous ont résolu correctement le problème.

2.4 Discussion et conclusion

Mon mémoire avait pour objectif de savoir si la multiprésentation pouvait être une aide dans la résolution de problèmes portant sur des situations de proportionnalité au cycle 3.

L'analyse des expériences vécues met tout d'abord en avant la difficulté à aborder la notion de proportionnalité, qui s'avère être déjà complexe en elle-même. En effet, même si les énoncés et les données mathématiques paraissaient simplistes, c'est la notion en elle-même qui semble être un obstacle à la première séance, d'où le besoin d'un apport théorique riche lors des séances qui suivent. Ce constat se vérifie en phase d'entraînement où une grande majorité d'élèves arrivent à résoudre les problèmes proposés en utilisant toutes les procédures déjà étudiées.

Dans un second temps, il semblerait que la multiprésentation ait été bénéfique pour certains enfants, en particulier la présentation faisant appel au dessin. Le simple fait de changer l'habillage du texte n'a aidé que 3 élèves sur 8 en difficulté. La question que l'on peut alors se poser concerne le dessin qui a été une seconde aide. Celui-ci n'est pas seulement l'énoncé retranscrit en dessin mais laisse apparaître d'autres variables qui pourraient faciliter la résolution telles que le positionnement des objets, le « tableau » etc.

Pour finir, la multiprésentation induit une règle du contrat didactique mis en œuvre avec la classe dès le début de la séquence. En effet, après une mise en commun, les élèves ont fait émerger le fait que les données mathématiques des énoncés étaient similaires avec des résultats identiques. Ce constat a été biaisé par certains élèves qui ont utilisé la même procédure pour deux problèmes, mais l'une n'étant pas correcte, la seconde l'était donc également. Pour monter son efficacité, ce dispositif d'aide ne doit pas être utilisé constamment mais occasionnellement, avec par exemple l'insertion d'autres problèmes numériques différents pour ne pas laisser s'installer ce contrat didactique.

J'ai mené cette expérience dans le cadre de mon projet d'école dont l'axe principal concerne l'aide à la résolution de problèmes. Il semblerait que la multiprésentation soit une aide, à utiliser occasionnellement pour ne pas entraîner une nouvelle règle de contrat, permettant à l'élève de faciliter l'étape de la représentation mentale de l'énoncé. Le passage par le schéma apparaît également comme une aide importante à la représentation mentale.

Bibliographie

Brissiaud, R. (2002) *Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques, le développement des activités numériques chez l'enfant*, Paris, Ed.Hermes.

Charnay, R. GRAND N, *Apprendre par la résolution de problèmes*, n°42

Charnay, R. (2011), *Professeur des écoles, préparation au CRPE*, Paris, Ed.Hatier

Descaves, A. (1992), *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*, Paris, Ed.Hachette.

Douaire, J. et Emprin, F. (2012), *Le nombres au cycle 3, La résolution de problèmes*, Ministère de l'Education nationale, CNDP.

Ermel. (1997), *Apprentissages numérique et résolution de problèmes – CM1*, Paris, Ed.Hatier pédagogie

Gamo, S. (2001), *Résolution de problèmes*, Paris, Ed.Bordas pédagogie

Guedin, N. (2013), *Remédiation en mathématiques au quotidien*, Dijon, Ed. CRDP Bourgogne

Julo, J. (1995), *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Rennes, Ed. PUF

Julo, J. (2002), Grand N, *Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?*, n°69, p 31-52.

Julo & co. (1994), *La proportionnalité et ses problèmes*, Paris, Ed.Hachette éducation

Nguala, JB. (2005), Grand N, *La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes*, n°76

Tardif, J. (1992), *Pour un enseignement stratégique: L'apport de la psychologie cognitive*, Paris, Les éditions logiques.

Vergnaud, G. (1991), *La théorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques*, Ed. La Pensée Sauvage.

Vergnaud, G. GRAND N, *Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques*, n°38

Pernoux, D. (2012), formateur IUFM Alsace

<http://pernoux.pagesperso-orange.fr/Problemes/problemes.pdf>

Programmes officiels de 2008, BO du 19 juin

2008<http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm>, consulté le 2/02/2015

Le socle commun de connaissances et de compétences, décret du 11 juillet 2006

<http://www.education.gouv.fr/cid2770/le-socle-commun-de-connaissances-et-de-competences.html>, consulté le 2/02/2015

Sommaire des annexes

Annexe 1 : Tableau d'analyse.....	34
Annexe 2 : Séquence.....	35
Annexe 3 : Autres productions d'élèves.....	47

Annexe 1 : Tableau d'analyse

<i>Séance 1 : Etape 1</i>					<i>Séance 5 : 2ème étape</i>	
Prénoms	choix du 1er problème	Phase 1 : réussite ou échec	Phase 2 : réussite ou échec	lien entre les problèmes	Besoin ou non d'une aide à la résolution	Réussite ou échec avec l'aide
Elève 1	2	R	NR	/	A1 A2	R
Elève 2	2	NR	NR	/	abs	abs
Elève 3	3	R	R	L	A1	NR
Elève 4	3	R	R	/	/	/
Elève 5	2	R	R	/	/	/
Elève 6	3	NR	R	/	/	/
Elève 7	1	NR	NR	/	/	/
Elève 8	3	NR	NR	L	A1	R
Elève 9	2	NR	NR	/	A1 A2	R
Elève 10	3	R	R	/	/	/
Elève 11	2	R	R	/	/	/
Elève 12	3	R	R	L	/	/
Elève 13	2	R	R	/	/	/
Elève 14	3	R	R	/	/	/
Elève 15	2	NR	R	/	/	/
Elève 16	2	R	R	/	/	/
Elève 17	3	NR	NR	/	A1	NR
Elève 18	2	NR	NR	/		
Elève 19	2	NR	PR	/	A1 A2	R
Elève 20	2	R	R	/	/	/
Elève 21	2	NR	NR	/	/	/
Elève 22	2	NR	NR	/	A1 A2	R
Elève 23	2	R	R	/	/	/
Elève 24	3	NR	NR	/	/	/
Elève 25	2	NR	NR	/	A1 A2	R

Légende	1 : problème 1	R : réussi	R : réussi	L : fait le lien	A1 : aide 1 nouveau problème	R : réussi
	2 : problème 2	NR : non réussi	NR : non réussi	/ : pas de lien	A2 : dessin du nouveau problème	NR : non réussi
	3 : problème 3	PR : partiellement réussi	PR : partiellement réussi		/ : pas d'aide nécessaire	PR : partiellement réussi
					abs : absent	

Annexe 2 : séquence

La proportionnalité

Compétences :

- BO : Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des procédures variées (dont la règle de 3)
- Socle C : Socle commun : Connaître la propriété de linéarité, la représentation graphique, le tableau de proportionnalité, la règle de trois, les pourcentages, les échelles.....

Objectifs généraux

- Les élèves seront capables d'identifier des problèmes relevant de la proportionnalité, d'expliquer et comparer les différentes stratégies de résolution.
- Ils seront capables de comprendre et manipuler les relations entre les nombres pour résoudre les problèmes de proportionnalité
- Les élèves identifieront le sens de la règle de trois par le passage à l'unité dans la résolution de problèmes relevant de la proportionnalité

Pré-requis :

- Les quatre opérations doivent être maîtrisées tant du point de vue du sens que de la technique opératoire
- Connaître les rapports entre les nombres (double, moitié...),
- Construction d'un graphique.

Séances	Thèmes	Objectifs
1 Evaluation diagnostique	Identifier les connaissances, les méthodes et les obstacles des élèves	Evaluer les connaissances et compétences des élèves sur les problèmes de proportionnalité Evaluer l'impact du contexte de l'énoncé sur la représentation.
2 les propriétés de linéarité	Découverte de la proportionnalité	Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité
3 Proportionnalité ou non	Proportionnalité ou non ?	Reconnaître une situation de proportionnalité et une situation ne relevant pas de la proportionnalité
4 Le retour à l'unité	Le retour à l'unité ou la règle de 3	Utiliser la règle de 3 pour résoudre une situation problème.
5 Entraînements	Entraînements sur des situations problèmes diverses	Amener les élèves à utiliser les diverses procédures étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité : linéarité, retour à l'unité...

Séance 1 : évaluation diagnostique

Objectifs :

- Evaluer les connaissances et compétences des élèves sur les problèmes de proportionnalité
- Evaluer L'impact du contexte de l'énoncé sur la représentation.
- Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité
- Mettre en évidence que l'habillage des 3 problèmes était identique.

(Cette séance peut être décrochée, toutes les phases peuvent être proposées à différents moments.)

Activités	Mode de regroupement	Matériel
<p>- Phase 1: première recherche (individuel : 15 min)</p> <p>Le PE explique aux élèves qu'ils ont à résoudre un problème parmi les 3 qui leurs sont proposés sur une même feuille. Ils doivent d'abord bien lire les trois énoncés avant de commencer leur résolution.</p> <p><i>Il faut bien lire les énoncés et les comprendre avant de commencer la résolution.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Réfléchis bien avant d'écrire un calcul.</i> - <i>Tu peux utiliser tout ce qui peut t'aider à comprendre.</i> - <i>Ecris tous les calculs que tu veux faire sur la feuille où se trouve l'exercice.</i> - <i>N'oublie pas d'écrire la réponse à la question posée.</i> <p>Pour s'aider, les élèves peuvent utiliser tous les moyens qu'ils désirent (schémas ou autre).</p> <p><i>Choix d'utiliser des petits nombres, multiples et des problèmes assez simples pour débiter la séquence. Le lexique employé est abordable. Les 3 problèmes ont la même structure mathématique, seul l'habillage est différent Pour cette phase d'expérimentation, j'ai fait le choix de ne pas différencier la « présentation » des problèmes (schémas, dessins, etc) pour n'avoir qu'une variable à analyser : celle du contexte.</i></p> <p><u>1^{er} problème :</u> Le maître de CM1 prépare sa commande de cahiers pour la prochaine rentrée. 8 cahiers coûtent 10€. Combien vont coûter 24 cahiers ?</p> <p><u>2^{ème} problème : texte ;</u> Pour préparer un rallye automobile, on mesure la longueur du circuit. 8 tours du circuit mesurent en tout 10 km de longueur. Quelle est la longueur de 24 tours ?</p> <p><u>3^{ème} problème : texte ;</u> Marie prépare une boisson avec du sucre et des oranges pour son anniversaire. Pour 8 oranges, il faut 10 morceaux de sucre. Elle utilise 24 oranges. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?</p>	<p>Individuel puis binôme</p>	<p>Fiche avec les 3 problèmes</p>

<p>A la fin de cette phase, l'enseignante ramasse toutes les productions des élèves pour ainsi pouvoir les analyser</p> <p>- Phase 2: seconde recherche (individuel : 15 min)</p> <p>Le PE explique aux élèves qu'ils ont à résoudre un deuxième problème. Le choix du second problème est fait par le PE, selon les hypothèses émises auparavant.</p> <table border="1" data-bbox="183 577 1042 801"> <thead> <tr> <th>Choix du problème à la phase 1</th> <th>Problème donné en phase 2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Problème 1 résolu ou non</td> <td>Problème 3</td> </tr> <tr> <td>Problème 2 résolu</td> <td>Problème 3</td> </tr> <tr> <td>Problème 2 non résolu</td> <td>Problème 1</td> </tr> <tr> <td>Problème 3 résolu</td> <td>Problème 2</td> </tr> <tr> <td>Problème 3 non résolu</td> <td>Problème 1</td> </tr> </tbody> </table> <p>A la fin de cette phase, l'enseignante ramasse toutes les productions des élèves pour ainsi pouvoir les analyser</p> <p>- Phase 3 : Mise en commun</p> <p>Le PE recense les procédures des élèves au tableau</p> <p>- les différentes propriétés de linéarité: multiplicative, additive, retour à l'unité..</p>	Choix du problème à la phase 1	Problème donné en phase 2	Problème 1 résolu ou non	Problème 3	Problème 2 résolu	Problème 3	Problème 2 non résolu	Problème 1	Problème 3 résolu	Problème 2	Problème 3 non résolu	Problème 1	collectif	Affiche A3 au tableau
Choix du problème à la phase 1	Problème donné en phase 2													
Problème 1 résolu ou non	Problème 3													
Problème 2 résolu	Problème 3													
Problème 2 non résolu	Problème 1													
Problème 3 résolu	Problème 2													
Problème 3 non résolu	Problème 1													

Séance 2 : Découverte de la proportionnalité (cap maths cm1)		
<p>Objectifs :</p> <p>Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité</p>		
Activités	Mode de regroupement	Matériel
<p>- Phase 1: Recherche (individuel puis par binôme).</p> <p>Quel est le prix de chaque paquet de cahiers ?</p> 	Individuel puis binôme	Fiche avec problème dessin « cap maths »

<p>Lecture individuelle du problème puis travail par deux. Dans un premier temps, les élèves lisent et réfléchissent seuls Ils mettent leur travail en commun par la suite en confrontant leur recherche.</p> <p><i>Consigne : « Vous faites une recherche à deux. Ecrivez les calculs que vous faites, noter vos résultats. A la fin de votre recherche, vous allez devoir présenter les méthodes que vous avez utilisées ». « Vous allez commencer par chercher le prix des paquets de 16/40 et 80. »</i></p> <p>Dans ce problème, le prix du cahier à l'unité n'est pas donné. Les nombres sont choisis pour que soient privilégiés les raisonnements de type « si j'achète 3 fois plus d'objets, je paie 3 fois plus cher ».</p> <p>Remédiation : pour certaines équipes, limiter le nombre de paquets dont le prix doit être cherché : paquets de 16/40/80</p> <p>- Phase 2: Mise en commun, synthèse</p> <p>1/Commencer par les étiquettes pour lesquelles la plupart des équipes ont répondu correctement. 2/Recenser les réponses reconnues immédiatement comme erronées. Mise en débat et transcription écrite sur feuille A3 des procédures.</p> <p>Les différents types de raisonnement :</p> <ul style="list-style-type: none"> - 16 cahiers : 8 cahiers coutent 10 € → $8 \times 2 = 16$ $10 \times 2 = 20€$ $8 + 8 = 16$ donc $10 + 10 + 20$ - 40 cahiers : 5 fois le prix de 8 cahiers - la moitié du prix de 80 cahiers - 80 cahiers : 1 à fois le prix de 8 cahiers – ou 2 fois celui de 40 - 12 cahiers : recherche du prix de 4 cahiers + le prix de 8 cahiers / prix de 4 cahiers x3 - 96 cahiers : somme du prix de 80 cahiers + 16 cahiers - 100 cahiers : prix de 96 cahiers c + prix de 4 cahiers / 25 fois 4 cahiers <p>On ne vise pas l'utilisation du tableau de proportionnalité qui pourrait être un obstacle au raisonnement. Il est préférable de travailler sur les écrits des élèves.</p> <p><i>Garder sous forme de traces écrites les différentes procédures de la séance.</i></p> <p>Pour l'institutionnalisation : <u>faire un répertoire de procédures</u></p>	collectif	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------	--

Séance 3 : Proportionnalité ou non (cap maths cm1)

Objectifs :

Reconnaître une situation de proportionnalité et une situation ne relevant pas de la proportionnalité

Activités	Mode de regroupement	Matériel
<p>- Phase 1: Recherche (individuel puis par binôme).</p> <p>Il y a une anomalie dans certains énoncés de problèmes : les informations fournies ne permettent pas de trouver la réponse ! Trouve lesquels et explique pourquoi. Pour les autres donne la réponse.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Léo a 3 ans et mesure 0,94 mètre. Aujourd'hui il a 6 ans et mesure 1,14 mètre. Combien va-t-il mesurer à 10 ans ? 2. Le poids total de 10 encyclopédies toutes pareilles est de 30 kilos. Combien pèsent 50 encyclopédies identiques aux précédentes ? 3. Marie a acheté 4 kg d'oranges. Elle a payé 3 €. Franck a acheté 20 kg des mêmes oranges. Combien a-t-il payé ? 4. Dans un magasin de CD, 1 CD coûte 15€, et 2 CD coûtent 28€. Quel est le prix de 3 CD ? <p>Phase de recherche en binôme. : pour comparer ses recherches, échanger sur ses procédures.</p>	individuel puis par binôme	Fiche exercices
<p>- Phase 2: Mise en commun, synthèse</p> <p>Pourquoi les informations fournies ne permettent pas de trouver la réponse ? Les situations ne sont pas toutes « proportionnelles ». Pour certains problèmes, il manque des informations.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Le problème 1 ne relève pas d'une situation de proportionnalité. L'âge et la taille ne sont pas proportionnels. $3 \times 2 = 6$ mais $0,94 \times 2 = 1,88$ 2. Le poids est proportionnel à l'encyclopédie. L'énoncé précise que toutes les encyclopédies pèsent le même poids. $10 \rightarrow 30 \text{ kg}$ donc $50 (10 \times 5) \rightarrow 30 \times 5 = 150 \text{ kg}$. Retour à l'unité : $10 \rightarrow 30 \text{ kg}$ donc $1 \rightarrow 3 \text{ kg}$ donc $1 \times 50 \rightarrow 3 \times 50 = 150 \text{ kg}$ 3. Marie a acheté 4 kg d'oranges. Elle a payé 3 €. Franck a acheté 20 kg des mêmes oranges. Combien a-t-il payé ? Les oranges achetées sont identiques, donc le prix du kilo est le même. Le problème relève de la proportionnalité. $4 \text{ kg d'oranges} \rightarrow 3 \text{ €}$ donc $20 \text{ kg} (4 \times 5) \rightarrow 3 \times 5 = 15 \text{ €}$ 	Collectif	

4. 1 CD coûte 15€, et 2 CD coûtent 28€. Le prix des CD n'est pas proportionnel. On ne peut donc pas connaître le prix de 3 CD, il manque des informations sur l'offre réservée à l'achat de plusieurs CD.

Confronter et compléter avec les procédures des groupes. Observer et dégager les éléments qui permettent de reconnaître une situation faisant appel à la proportionnalité.

Pour justifier les réponses, le tableau de proportionnalité est introduit.

- **Phase 3 : Institutionnalisation**
Pour savoir si une situation est proportionnelle ou non

Retenons ensemble
Pour savoir si une situation est proportionnelle, on peut utiliser un tableau.

Exemples de situations proportionnelles :

situations	 6 pour 18 €	 60 pour 180 €	 3 pour 2,30 €	 9 pour 6,90 €
justifications	$\begin{array}{cc} 6 & 60 \\ 18 & 180 \end{array}$ <p style="text-align: center;"> $\times 10$ (top arrow), $\times 10$ (bottom arrow) </p>	$\begin{array}{cc} 3 & 9 \\ 2,30 & 6,90 \end{array}$ <p style="text-align: center;"> $\times 3$ (top arrow), $\times 3$ (bottom arrow) </p>		

Pour passer de la première à la deuxième colonne, je multiplie en haut et en bas par le même nombre.

Exemples de situations non proportionnelles :

situations	 2 pour 4 €	 6 pour 10 €	 3m pour 0,94m	 6m pour 1,14m
justifications	$\begin{array}{cc} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{array}$ <p style="text-align: center;"> $\times 3$ (top arrow), $\times 3$ (bottom arrow) $4 \times 3 = 12$ </p>	$\begin{array}{cc} 3 & 6 \\ 0,94 & 1,14 \end{array}$ <p style="text-align: center;"> $\times 2$ (top arrow), $\times 2$ (bottom arrow) $0,94 \times 2 = 1,88$ </p>		

Pour passer de la première à la deuxième colonne, je ne peux pas multiplier par le même nombre.

(Tous en Maths CM1 ; Nathan)

- **Phase 4: entraînements**

1. Dans une boulangerie, le prix d'un croissant est de 1 €. Combien coûtent 5 croissants ? 10 croissants ?
 2. Est-ce une situation de proportionnalité ?
 3. Le boulanger place une étiquette : PROMOTION ; 5 croissants pour 4€ ; 10 croissant pour 7€.
- Est-ce une situation de proportionnalité ?

Individuel

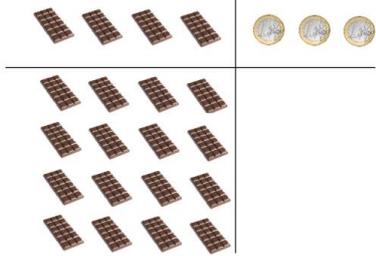
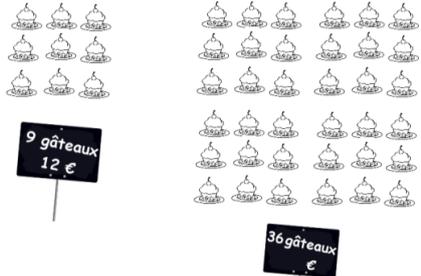
Séance 4 : Le retour à l'unité ou la règle de 3

Objectif :: Utiliser la règle de 3 pour résoudre une situation problème.

Activités	Mode de regroupement	Matériel										
<p><i>Pour introduire le passage à l'unité, il est important de choisir les données du problème de manière à ce qu'il n'y ait pas d'autre solution que de passer par l'unité.</i></p> <p>Proposer aux élèves une situation problème relevant de la proportionnalité.</p> <p><i>Léa souhaite s'acheter des CD. Les 8 CD coûtent 120 € Combien coûtent 5 CD? Combien coûtent 11 CD ?</i></p> <p>Phase 2: Mise en commun, synthèse</p> <p>Comment avez-vous fait pour répondre à ces questions ? recenser toutes les procédures des élèves. Les données choisies dans le problème orientent les élèves vers la procédure « du retour à l'unité » Avec les élèves, identifier le passage à l'unité et arriver à la présentation des données dans un tableau (insérer le passage à l'unité entre les 2 colonnes)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td align="center">Nombre de classeurs</td> <td align="center">8</td> <td align="center">1</td> <td align="center">5</td> <td align="center">11</td> </tr> <tr> <td align="center">Prix en €</td> <td align="center">120</td> <td align="center">15</td> <td align="center">75</td> <td align="center">165</td> </tr> </table> <p>120 / 8 = 15 DONC 1 CD coûte 15 €. 5 x 15 = 75 11 x 15 = 165</p> <p>- Phase 3 : Institutionnalisation</p> <p>Rédiger une trace écrite sur la résolution de la situation de proportionnalité en utilisant le passage par l'unité <i>Dans cette trace écrite doivent apparaître le passage à l'unité, la mise en évidence des 3 valeurs connues et la recherche de la quatrième proportionnelle.</i></p> <p><u>Répertoire de procédures</u></p> <p>- Phase 4: entraînements</p> <p>« Un maître achète 3 livres identiques de poésie, il paie 18 euros. Combien paiera-t-il s'il achète 5 livres identiques ? 8 livres identiques? »</p>	Nombre de classeurs	8	1	5	11	Prix en €	120	15	75	165	Individuel puis binôme	problème
Nombre de classeurs	8	1	5	11								
Prix en €	120	15	75	165								

<p>Énoncé :</p> <p>3 livres → 18 € 5 livres → ? €</p> <p>Résolution :</p>	<p>1^{ère} étape 3 livres → 18 € 1 livre → 18 € : 3 = 6 €</p>		
<p>4 ampoules basse consommation coûtent 12 €. Combien coûtent 9 ampoules de même qualité ?</p>			

Séance 5 : Entraînements		
<p>Objectif : Amener les élèves à utiliser les diverses procédures étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité : linéarité, retour à l'unité...</p>		
Activités	Mode de regroupement	Matériel
<p><i>L'entraînement consiste à consolider les apprentissages. Lors de cette séance, les élèves ont déjà vu diverses procédures permettant de répondre à des problèmes relevant de la proportionnalité. La difficulté pour le PE est de prévoir l'aide qu'il va pouvoir mettre en œuvre pour certains élèves en difficulté.</i></p> <p>Remédiation : Les élèves en difficulté se voient attribuer une aide.</p>	<p>Individuel</p>	<p>Exercices</p>

<p>Problème 1 Marie prépare une boisson avec du sucre et des citrons pour son anniversaire. Pour 4 citrons, il faut 3 morceaux de sucre. Elle utilise 16 citrons. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?</p>	<p>Aide 1 Au supermarché, maman achète des tablettes de chocolat. 4 tablettes coûtent 3 €. Elle achète 16 tablettes. Combien va-t-elle payer ?</p>	<p>Aide 2</p> 
<p>Problème 2 Max et son père marchent côte à côte. Quand son père fait 9 pas, Max en fait 12. Combien son père aurait-il fait de pas quand Max en aura fait 36 ?</p>	<p>Aide 1 9 gâteaux coûtent 12 €. Combien coûtent 36 gâteaux ?</p>	<p>Aide 2</p> 

Trace écrite : le répertoire de procédures

(Ce répertoire a été construit avec les élèves, je l'ai ensuite retranscrit à l'ordinateur)

La proportionnalité :

Nos différentes procédures utilisées pour répondre au problème « des cahiers »

Quel est le prix de chaque paquet de cahiers ?



8 cahiers coûtent 10 €, tous les cahiers sont au même prix.

Le prix de 16 cahiers :

- Je sais que 16, c'est 2 fois 8 ($16 = 2 \times 8$). Comme 8 cahiers coûtent 10 €, le prix de 16 cahiers va être 2 fois le prix de 8 cahiers.
 $10€ \times 2 = 20 €$
- Je cherche de prix d'un seul cahier : je partage 10 € en 8 cahiers, 10 divisé par 8. Un cahier coûte 1,25 €. Je calcule alors le prix pour 16 cahiers : $1,25 \times 16 = 20€$

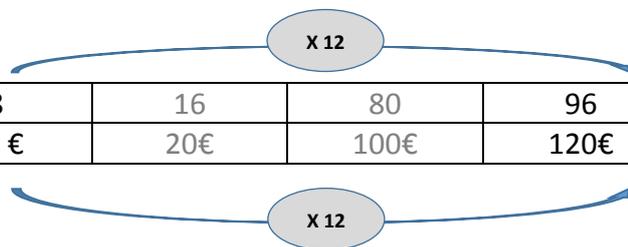
Le prix de 80 cahiers :

- Je sais que 80, c'est 10 fois 8 ($80 = 10 \times 8$). Comme 8 cahiers coûtent 10 €, le prix de 80 cahiers va être 10 fois le prix de 8 cahiers.
 $10€ \times 10 = 100 €$
- Je cherche de prix d'un seul cahier : je partage 10 € en 8 cahiers, 10 divisé par 8. Un cahier coûte 1,25 €. Je calcule alors le prix pour 80 cahiers : $1,25 \times 80 = 100€$

Le prix de 96 cahiers :

- Je sais que 96, c'est 12 fois 8 ($96 = 12 \times 8$). Comme 8 cahiers coûtent 10 €, le prix de 96 cahiers va être 12 fois le prix de 8 cahiers.
 $10€ \times 12 = 120 €$

Nombre de cahiers	1	8	16	80	96
Prix des cahiers (€)	1,25€	10 €	20€	100€	120€



- Je cherche le prix d'un seul cahier : je partage 10 € en 8 cahiers, 10 divisé par 8. Un cahier coûte 1,25 €. Je calcule alors le prix pour 96 cahiers : $1,25 \times 96 = 120€$

Nombre de cahiers	1	8	16	80	96
Prix des cahiers (€)	1,25€	10 €	20€	100€	120€

$$\begin{array}{l} 120 : 96 \\ = \\ 1,25 \end{array}$$

- Je sais que $80 + 16 = 96$. J'ai déjà calculé le prix de 80 cahiers et de 16 cahiers. Je peux additionner les deux prix pour trouver le prix de 96 cahiers.
80 cahiers coûtent 100 € et 16 cahiers coûtent 20 €.
 $100 + 20 = 120$ €

			16+80		
Nombre de cahiers	1	8	16	80	96
Prix des cahiers (€)	1,25€	10 €	20€	100€	120€
			16+80		

Comment faire pour savoir si une situation est proportionnelle ?

- Pour savoir si une situation est proportionnelle, on peut utiliser un tableau.

Exemples de situations proportionnelles :

situations				
justifications	$\begin{array}{c} \times 10 \\ \begin{array}{ c c } \hline 6 & 60 \\ \hline 18 & 180 \\ \hline \end{array} \\ \times 10 \end{array}$		$\begin{array}{c} \times 3 \\ \begin{array}{ c c } \hline 3 & 9 \\ \hline 2,30 & 6,90 \\ \hline \end{array} \\ \times 3 \end{array}$	

Pour passer de la première à la deuxième colonne, je multiplie en haut et en bas par le même nombre.



Exemples de situations non proportionnelles :

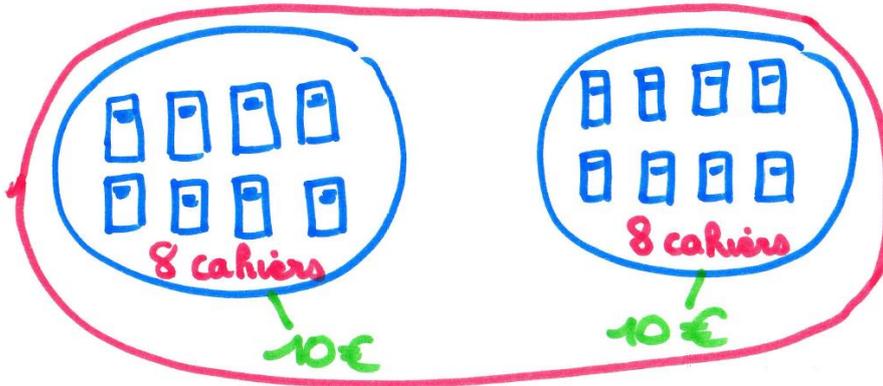
situations				
justifications	$\begin{array}{c} \times 3 \\ \begin{array}{ c c } \hline 2 & 6 \\ \hline 4 & 10 \\ \hline \end{array} \\ \times 3 \end{array}$ $4 \times 3 = 12$		$\begin{array}{c} \times 2 \\ \begin{array}{ c c } \hline 3 & 6 \\ \hline 0,94 & 1,14 \\ \hline \end{array} \\ \times 2 \end{array}$ $0,94 \times 2 = 1,88$	

Pour passer de la première à la deuxième colonne, je ne peux pas multiplier par le même nombre.



Tous en maths, Nathan

Mise en commun sous forme schématique (séance 3)



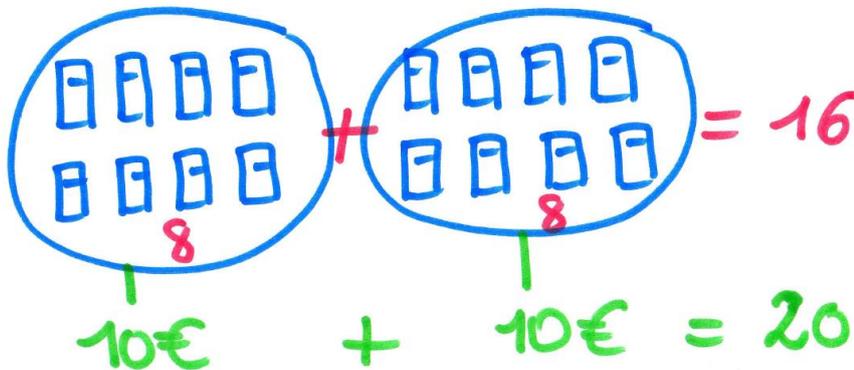
$$8 \text{ cahiers} + 8 \text{ cahiers} = 16 \text{ cahiers}$$
$$10 \text{ €} + 10 \text{ €} = 20 \text{ €}$$

$$8 \text{ cahiers} \rightarrow 10 \text{ €}$$

(x2)

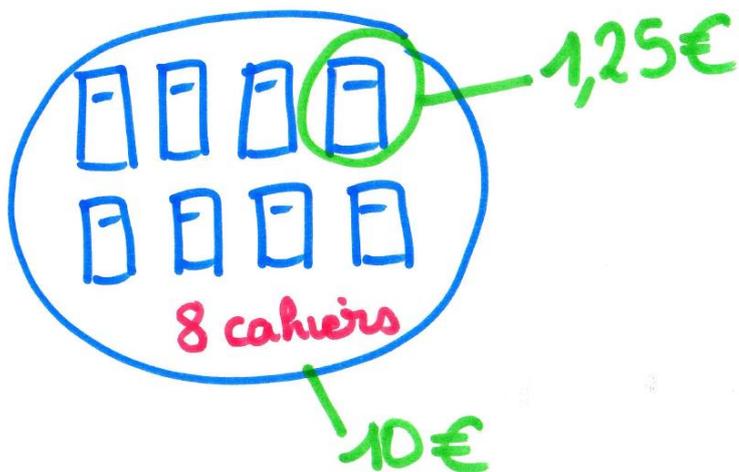
$$16 \text{ cahiers} \rightarrow 20 \text{ €}$$

(x2)



$$\begin{array}{r}
 \textcircled{80} \text{ cahiers} \rightarrow \\
 + \\
 \textcircled{16} \text{ cahiers} \rightarrow \\
 \hline
 \textcircled{96} \text{ cahiers} \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{100 \text{ €}} \\
 + \\
 \textcircled{20 \text{ €}} \\
 \hline
 120 \text{ €}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 80 + 16 \text{ cahiers} = 96 \text{ cahiers} \\
 100 \text{ €} + 20 \text{ €} = 120 \text{ €}
 \end{array}$$



Chercher le prix d'un cahier :

$$\begin{array}{r}
 \overline{10} \quad 8 \\
 2 \overline{) 10} \\
 \underline{4} \\
 4 \\
 \underline{4} \\
 0
 \end{array}$$

1 cahier coûte 1,25 €

(à la calculatrice)

Annexe 3 : autres productions d'élèves

Le maître de CM1 prépare sa commande de cahiers pour la prochaine rentrée. 8 cahiers coûtent 10€. Combien vont coûter 24 cahiers ?

Problème N°2

Aïla

8 = 10€
24 cahiers

$$\begin{array}{r} 8 \text{ cahier} \\ + 8 \text{ cahier} \\ \hline 16 \text{ cahier} \end{array}$$

et donc comme 8 cahier coûte 10€ on fait $8+8 = 16$ donc on fait 20€ après on fait $8+8+8 = 30$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 8 \\ + 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

Phrase réponse :
Les 24 cahiers vont coûter 30€

Marie prépare une boisson avec du sucre et des oranges pour son anniversaire. Pour 8 oranges, il faut 10 morceaux de sucre. Elle utilise 24 oranges. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?

Alyssa

Problème 3

$$\begin{array}{r} 8 + 8 + 8 = 24 \\ \swarrow \quad | \quad \searrow \\ 10 \quad 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

Il faut 30 morceaux de sucre pour réussir le mélange.

Résumé

Ce mémoire traite de la notion de proportionnalité à travers la résolution de problèmes en cycle 3. Il propose une piste d'aide à la résolution de problèmes : la multiprésentation. En effet, ce dispositif permet de proposer un même problème (données numériques identiques) mais avec un habillage différent, un sens sémantique nouveau. Ce mémoire permet donc de s'interroger sur les effets de cette aide à travers une expérimentation dans une classe de CM1-CM2. A travers les résultats, on constate plusieurs points. Tout d'abord, lors de la multiprésentation, les élèves choisissent des problèmes avec un énoncé plus proche de leur vécu, dans un second temps, la multiprésentation peut aider les élèves dans la résolution de problèmes mais peut également être biaisée par ce contrat didactique. Pour finir, il semblerait que le dessin ou schéma ait plus d'impact en termes d'aide.

Mots clés : résolution de problèmes, proportionnalité, cycle 3, multiprésentation, mathématiques, aides

Summary

This report deals with the concept of proportionality through the resolution of problems in “cycle 3”. It suggests a possible way of solving problems: “multiprésentation”. Indeed, with this kind of method we can propose a same problem (same digital data) but with a different look and a new semantic meaning. Through this report, we can consider the effects of this help thanks to an experimentation in a “CM1-CM2” class. Considering the results, we can note several points. First of all, when we use “multiprésentation” method, pupils choose a problem with a statement that looks like their background, then, the “multiprésentation” method can helps pupils to solve the problems. However, they also can be biased by the didactic contract. Finally, it seems that the design or pattern is more impactful regarding help.

Keywords: problem solving, proportionality, Cycle 3, multiprésentation, mathematics, aids