



HAL
open science

Résolution de problèmes au cycle 3 : l'apport de la schématisation

Léa Semanaz

► **To cite this version:**

Léa Semanaz. Résolution de problèmes au cycle 3 : l'apport de la schématisation. Education. 2015. dumas-01286362

HAL Id: dumas-01286362

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01286362>

Submitted on 10 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2014-2015

***Master Métiers de l'enseignement,
de l'éducation et de la formation***

Professeur des écoles

Résolution de problèmes au cycle 3 : l'apport de la schématisation

Présenté par SEMANAZ Léa

Mémoire encadré par BELLIN Isabelle

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord tous les collègues de l'établissement pour leur participation à la réflexion sur cette étude et leur contribution à l'élaboration de la problématique.

Je souhaite remercier plus spécialement l'enseignant de la classe de CE2 pour sa collaboration, son écoute, sa disponibilité et son implication dans cette expérimentation. Sans lui, cette étude n'aurait pas pu avoir lieu car elle aurait impliqué un nombre trop faible d'élèves.

Pour finir, je m'adresse plus particulièrement à deux professionnels de l'éducation, mesdames Isabelle BELLIN et Pauline BROIN-BOYER. C'est grâce à leurs précieux conseils et leur écoute que j'ai pu mener à terme cette expérimentation. Je les remercie donc pour leur accompagnement et leur soutien tout au long de ce travail.

Sommaire

Introduction	1
Partie théorique.....	2
I. LA RESOLUTION DE PROBLEMES MATHEMATIQUES	2
1. La résolution de problèmes et les Instructions Officielles	2
2. Les différents types de problèmes mathématiques.....	3
2.1. <i>Définition du problème.....</i>	<i>3</i>
2.2. <i>Catégorisation des problèmes</i>	<i>3</i>
3. Les compétences développées par les élèves dans la résolution de problèmes.....	5
4. La didactique de la résolution de problèmes	6
4.1. <i>Les étapes de la résolution de problèmes</i>	<i>6</i>
4.2. <i>Les modèles mentaux.....</i>	<i>6</i>
4.3. <i>Des procédures personnelles aux procédures expertes.....</i>	<i>7</i>
4.4. <i>Les interactions sociales entre pairs et la résolution de problèmes.....</i>	<i>7</i>
5. Les obstacles des élèves et les actions de l'enseignant	8
II. LE SENS DES OPERATIONS MATHEMATIQUES.....	10
1. La composition des états	10
2. La comparaison des états.....	10
3. La transformation d'un état.....	11
4. La composition de transformations	11
III. LA SCHEMATISATION	12
1. La comparaison schéma-dessin.....	12
2. La place de la schématisation dans les Instructions Officielles	12
3. Les intérêts de la schématisation.....	12
4. Les limites de la schématisation	14

Partie expérimentale	16
I. METHODE	16
1. Le terrain d'étude.....	16
2. Les participants	16
3. L'organisation.....	17
4. Les procédures et le matériel.....	18
II. RESULTATS	22
III. DISCUSSION ET CONCLUSION	29
1. Recontextualisation	29
2. Mise en lien avec les recherches antérieures	29
3. Limites et perspectives, partie critique.....	30
Bibliographie.....	33
Annexes.....	33

Introduction

Certaines observations réalisées en classe montrent que la plupart des élèves rencontrent des difficultés dans la résolution de problèmes mathématiques, et ce quelque soit leur âge.

Les résultats de l'enquête PISA réalisée en 2012¹ confirment ce constat. En effet, ce programme qui suit les acquis des élèves dans les pays de l'OCDE montre qu'en France, au cours de l'école élémentaire, les élèves français sont en réussite quand on leur demande de résoudre des problèmes dans lesquels ils doivent mobiliser des connaissances préalablement étudiées (« problèmes d'application »), mais qu'au contraire ils rencontrent des difficultés quand il s'agit de répondre à un problème qui exige une prise d'initiative de leur part.

Par ailleurs, le projet d'école de l'établissement où nous réalisons notre étude (école élémentaire P. LANGEVIN, dispositif « Plus de Maitres Que de Classes », située en REP) indique : « Axe 1, amélioration des résultats au regard des compétences du socle commun, mobiliser des raisonnements permettant la résolution de problèmes ».

Il est du devoir de l'enseignant d'adapter sa pratique à son contexte d'enseignement et donc à la particularité de ses élèves. Il nous a donc paru évident, au regard des remarques précédentes, de faire le choix de réfléchir sur la résolution de problèmes mathématiques.

Notre objectif sera d'accompagner les élèves dans leur propre raisonnement mathématique en leur proposant une certaine méthodologie, mais également d'apporter à l'école un document visant à améliorer les résultats de tous les élèves en résolution de problèmes mathématiques.

De manière plus précise, nous avons la volonté de travailler sur la schématisation pour aider les élèves à mieux comprendre l'énoncé du problème et à mieux comprendre le sens des opérations mises en jeu.

En ce qui concerne l'état de l'art, nous commencerons par décrire la résolution de problèmes mathématiques, puis nous expliciterons le sens des opérations et enfin nous apporterons un éclairage sur la schématisation.

Dans la partie expérimentale, nous présenterons l'étude menée en classe, en décrivant la méthode, les participants et les procédures suivies. Nous analyserons ensuite les résultats obtenus pour discuter de l'intérêt de cet apport pour la recherche scientifique.

¹ <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview-FR.pdf>

Partie théorique

I. LA RESOLUTION DE PROBLEMES MATHEMATIQUES

1. La résolution de problèmes et les Instructions Officielles

Au cycle 1, la résolution de problèmes, à proprement parler, n'apparaît pas dans les programmes de 2008, mais on peut lire que l'enseignant doit proposer des situations de recherche pour permettre à l'élève de « chercher, d'essayer, de développer sa curiosité, son envie de réussir et son goût du raisonnement ».

Ces notions sont renforcées au cycle 2 car on observe que les mathématiques permettent de développer « l'imagination, la rigueur, la précision et le goût du raisonnement ». Les élèves, à travers un apprentissage progressif, construisent le sens des opérations et utilisent l'addition, la soustraction et la multiplication pour résoudre des problèmes très simples, y compris des problèmes géométriques, de longueur et de masse. Ces compétences sont attendues au palier 1 du socle commun de connaissances et de compétences.

Au cycle des approfondissements (cycle 3), il s'ajoute l'idée que les mathématiques développent la capacité d'abstraction c'est-à-dire la capacité à raisonner en l'absence de tout support concret. Les élèves continuent d'apprendre à résoudre des problèmes de plus en plus complexes dans le but d'atteindre le palier 2 du socle commun dans lequel on peut lire : « l'élève doit être capable de résoudre des problèmes relevant des quatre opérations [...] et faisant intervenir différents objets mathématiques ». La résolution de problème est donc présente dans les quatre domaines mathématiques, à savoir, nombres et calculs, grandeurs et mesures, géométrie et gestion des données numériques.

En conclusion, dans les instructions officielles de 2008, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique et doit être proposée à tous les niveaux de l'école primaire avec une progressivité qui mène à exiger des élèves un raisonnement de plus en plus complexe et pouvant faire appel à plusieurs types d'opérations.

Au regard de la grande place que les problèmes occupent dans les instructions officielles, il est indispensable de s'interroger sur leur nature.

2. Les différents types de problèmes mathématiques

2.1. Définition du problème

D'une manière générale, un problème est une situation (réelle ou imaginaire) dans laquelle des questions sont posées de sorte qu'on ne puisse y répondre de manière immédiate. D'après Guy BROUSSEAU « il y a problème lorsqu'on peut apporter des réponses par des raisonnements. Il faut qu'il y ait quelque chose à chercher et qu'il ne soit pas possible d'utiliser la mémoire seule ». Le problème peut être perçu comme une situation qui comporte plusieurs données à prendre en compte et qui demande de réaliser plusieurs opérations mentales. Comme le dit Gérard VERGNAUD, « c'est une situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer l'exploration, poser des hypothèses et les vérifier afin de produire une solution ». Le problème est donc une activité complexe qui fait appel à des procédés scientifiques et discursifs.

Après avoir défini ce qu'est un problème, il convient d'observer les différents types de problèmes.

2.2. Catégorisation des problèmes

En mathématiques, il est possible de travailler sur différents types de problèmes.

Tout d'abord, si l'on décide de prendre en compte les opérations mises en jeu, donc les notions mathématiques, on peut catégoriser les problèmes en deux types : les problèmes relevant de l'addition ou de la soustraction dans le champ additif et les problèmes relevant de la multiplication ou de la division dans le champ multiplicatif.

Ensuite, si l'on regarde les objectifs pédagogiques d'apprentissage, quatre types de problèmes sont proposés. Ces problèmes sont décrits par Evelyne TOUCHARD, conseillère pédagogique de circonscription, selon la catégorisation suivante :

- les problèmes qui introduisent une nouvelle notion, appelés « *situations problèmes* ».

Ces situations permettent soit de construire une nouvelle connaissance soit d'aborder un nouvel aspect d'une connaissance antérieure. Les élèves analysent les différentes procédures utilisées et leurs limites. Ces problèmes permettent donc aux élèves de se rendre compte que leurs connaissances évoluent.

- les problèmes qui mettent en jeu des acquis antérieurs :

-les « **problèmes d'application** » : ce sont des exercices d'entraînement sur une notion préalablement étudiée afin d'en maîtriser le sens.

-les « **problèmes de réinvestissement** » (appelés aussi problèmes de transfert) : ils demandent à l'élève d'utiliser ses connaissances dans un autre contexte, différent de celui dans lequel la notion a été construite et apprise, d'étendre le champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée. Ce sont des problèmes complexes nécessitant l'utilisation de plusieurs connaissances construites dans des contextes différents.

- les problèmes de recherche dits « **problèmes ouverts** ».

Dans ces situations, les élèves développent leur capacité à raisonner et à utiliser des procédures variées car ils ne maîtrisent pas la procédure experte. Ils doivent construire des hypothèses, les expérimenter, les tester, élaborer des solutions et vérifier leur résultat. Ils vont utiliser différentes procédures personnelles (dessins, calculs partiels, ...). Le but des problèmes ouverts est que l'élève utilise ses connaissances pour s'engager dans une activité de recherche.

Ainsi, la résolution de problème est à la fois un but (les notions enseignées sont construites comme des outils pour résoudre des problèmes), un moyen (celui de s'approprier des connaissances afin d'en garantir le sens) et un objet (quand elle est travaillée pour elle-même, pour développer un comportement de recherche et des compétences méthodologiques).

Quelque soit la situation proposée par l'enseignant, elle doit poser problème au sujet. Elle doit donc être étroitement liée aux connaissances du sujet et à son apprentissage et doit permettre de faire du lien entre la vie de tous les jours et le contexte de l'exercice proposé.

Ainsi, en fonction du niveau de développement, un problème pour un élève donné peut ne pas être un problème pour un autre élève. Ceci implique d'observer les élèves et de mettre en place une différenciation en résolution de problèmes, comme dans tous les autres domaines.

Ces définitions des problèmes nous permettent de décrire quelles compétences les élèves développent en résolution de problèmes.

3. Les compétences développées par les élèves dans la résolution de problèmes

FAGNANT A., DEMONTY I., et HINDRYCKX G (2013) évoquent le fait que « la résolution de problème est une démarche à privilégier pour développer des compétences et des connaissances durables chez les élèves car cela peut leur permettre de donner du sens aux concepts mathématiques ». Cette idée est retrouvée dans les documents d'accompagnement du cycle 3 de 2002 où l'on peut constater que la résolution de problème est le moyen principal de s'approprier des connaissances mathématique, sur les opérations et sur les nombres.

La résolution de problèmes a aussi pour effet de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émission et test d'hypothèses, argumentation. Elle permet donc d'acquérir de nombreuses compétences telles que : chercher ; utiliser ses connaissances antérieures ; raisonner ; articuler les différentes étapes d'une solution ; produire une solution originale ; abstraire ; communiquer sa démarche et ses résultats par écrit ; les formuler oralement ; discuter la pertinence d'une solution ; argumenter ; contrôler la vraisemblance d'un résultat ; identifier des erreurs relatives au choix d'une procédure (exemple : choix de l'opération) et repérer les erreurs relatives à la mise en œuvre de la procédure (exemple : erreur de calcul).

Si l'on considère plus spécifiquement les élèves du Réseau d'Education Prioritaire, la résolution de problèmes doit faire l'objet d'un travail soutenu pour permettre la construction et le réinvestissement des compétences et des connaissances mathématiques. C'est ce qu'indique la loi d'orientation pour les Réseaux d'Education Prioritaire (janvier 2014), qui spécifie les connaissances et les compétences donnant lieu à de fortes inégalités.

Les documents d'accompagnement du cycle 3 de 2002 indiquent que « chaque élève progresse et gagne en autonomie s'il arrive à résoudre des problèmes inédits ». Mais ces objectifs sont atteints uniquement si l'enseignant peut faire de la résolution de problème un moment de plaisir et de réussite. Sinon, les élèves se convainquent que « c'est trop dur », selon leurs propres mots. Dans cette perspective, l'enjeu de l'enseignant sera de faire progresser les élèves en leur proposant des situations adaptées à leurs difficultés.

Il importe alors de s'interroger sur la didactique de la démarche de résolution de problèmes.

4. La didactique de la résolution de problèmes

4.1. Les étapes de la résolution de problèmes

Le problème se présente généralement sous la forme d'un texte (énoncé et/ou tableau) définissant une situation où l'élève doit accomplir une démarche pour répondre à une ou plusieurs questions.

FAGNANT A., DEMONTY I., et HINDRYCKX G (*p.9, 2013*) considèrent que la résolution de problèmes est un processus complexe en plusieurs étapes qui peuvent être résumées de la manière suivante :

- lecture de l'énoncé, découverte du problème
- représentation de la situation à l'aide de représentations appropriées
- résolution du problème à travers différentes démarches
- communication des résultats pour répondre clairement à la question posée
- vérification des résultats

Ce « modèle » met en évidence l'idée selon laquelle il est toujours possible de revenir en arrière sur les étapes précédentes. C'est donc un modèle circulaire, puisque la vérification peut avoir lieu à n'importe quel moment.

Dans une approche didactique, nous expliciterons en premier lieu la notion de modèle mental.

4.2. Les modèles mentaux

La théorie des modèles mentaux développée par JOHNSON-LAIRD et reprise à plusieurs reprises par Michel FAYOL successivement en 1996 et 2000 indique que celui qui traite un problème doit parvenir à élaborer un modèle mental de la situation. Un modèle mental est « une représentation analogique de la situation décrite » (JOHNSON-LAIRD, 1983). Un modèle mental représente donc fidèlement les relations entre les différents éléments présents dans le problème.

La représentation mentale s'élabore par le recueil des informations utiles, leur organisation et leur mise en relation afin d'aboutir à un schéma opérationnel.

4.3. Des procédures personnelles aux procédures expertes

Les textes introductifs des documents d'application pour les cycles 2 et 3 évoquent deux types de solutions dans la résolution de problèmes mathématiques. Ce sont les solutions personnelles et les solutions expertes. Ici, le terme de « solution » ne désigne pas la réponse à une question mais la procédure, démarche, stratégie utilisée par l'élève.

On appelle « solution experte » celle qu'un expert donnerait, en définissant l'expert comme une personne capable d'identifier les différentes procédures possibles, et de juger de l'économie de chacune afin de choisir celle qui est la plus efficace.

La « solution personnelle » est l'ensemble des stratégies qui dépendent de l'individu et de la manière dont il se comporte face à l'énoncé. L'élève a recours à une solution personnelle quand il ne perçoit pas la solution experte attendue.

Les documents d'accompagnement indiquent que, quand l'élève reconnaît rapidement le traitement à opérer, il doit opter pour la solution experte, la plus efficace et donc la plus économe d'un point de vue cognitif. Au contraire, face à un problème plus complexe pour lui, il doit être capable d'imaginer diverses solutions pour ensuite les tester.

Par ailleurs, l'enseignant doit garder en tête l'idée qu'il n'existe pas nécessairement une seule et unique solution experte face à un problème donné et il doit rendre évident aux élèves que, parfois, plusieurs solutions ont la même efficacité.

Le passage d'une solution personnelle à une solution experte nécessite un apprentissage de longue haleine, avec des situations d'enseignement construites dans ce but.

On peut s'interroger sur le rôle des interactions sociales entre pairs dans le cadre de cet apprentissage.

4.4. Les interactions sociales entre pairs et la résolution de problèmes

En répondant aux « pourquoi ? » et aux « comment ? » des autres élèves ou du maître, chacun est amené à revenir sur ses propres actions, à les décrire, à les défendre et à prendre conscience de leur pertinence et de leur validité. En interrogeant les démarches des autres, chaque élève peut (si la distance cognitive n'est pas trop grande) élargir le champ de ses possibles et faire sienne une nouvelle procédure. C'est en ce sens que, pour Roland CHARNEY (1995), le débat entre élèves est une des voies de la différenciation pédagogique.

Grâce à l'exigence collective de confrontation, instaurée par le maître, l'élève prend peu à peu conscience de son activité mentale. En effet, l'élucidation de la pensée et la justification de point de vue se construisent de manière interactive.

En explicitant ses démarches, l'élève identifie ses acquis (« je sais ce que je sais », « je sais ce qu'il faut que j'apprenne encore »). Ainsi les confrontations entre élèves les engagent sur la voie de la métacognition. Et l'on sait que cette dernière est un puissant levier de progrès dans les apprentissages parce qu'elle donne des lignes d'action et diminue l'anxiété.

La résolution de problème implique que les élèves se confrontent à de nombreux obstacles. Si les élèves ne sont pas en mesure de passer ces obstacles avec réussite, une image négative de l'activité de résolution de problèmes s'installe dans leur esprit, ce qui les met plus encore en difficulté dans l'activité.

Il est donc indispensable de s'interroger sur les obstacles auxquels sont confrontés les élèves et sur les actions correspondantes de l'enseignant.

5. Les obstacles des élèves et les actions de l'enseignant

Cinq grands obstacles inhérents à la résolution de problèmes peuvent être évoqués, avec les actions correspondantes de l'enseignant.

-Le premier obstacle concerne la représentation mentale de la situation à partir de la lecture de l'énoncé. Les divers éléments de l'énoncé forment un contexte sémantique. L'élève doit interpréter ce contexte pour envisager une procédure de résolution. Un énoncé de problème est un texte particulier car il comporte une partie informative (qui décrit la situation et pose le cadre) et une partie injonctive (les « questions »). Si la représentation mentale construite par l'élève n'est pas fonctionnelle, elle le conduit à l'abandon du travail ou à l'utilisation d'un modèle mathématique non adapté. Ce passage de la forme langagière à la représentation mentale est la difficulté majeure. On notera sur ce point, avec Michel FAYOL, que les performances en résolution de problèmes sont fortement corrélées aux performances en lecture (ONL, 2000). Pour limiter les difficultés de compréhension de l'énoncé, l'enseignant peut s'appuyer sur des situations issues de la vie de classe. Il privilégie des contextes « motivants » et porteurs de sens pour les élèves. Il peut, comme cela se pratique dans le domaine de la langue, donner en amont des éléments du contexte, avant de proposer la lecture de l'énoncé. Après la lecture, il fait reformuler par les élèves la situation. Il peut de plus proposer à ce stade un travail de schématisation, de théâtralisation ou de manipulation.

-Le second obstacle, inclus dans le premier, est celui du vocabulaire employé dans l'énoncé. Concernant le vocabulaire classique, l'enseignant peut prévoir des illustrations (exemple : la photo d'un deltaplane lorsque le problème exige de calculer la surface de sa voile). Concernant le vocabulaire mathématique, l'enseignant doit envisager un travail sur les synonymes (exemple : retirer, enlever, soustraire, perdre, supprimer ...), les mots polysémiques (exemple : sommet du triangle / sommet de la montagne) et les « petits mots » (connecteurs temporels et spatiaux). Il conduit le groupe classe à analyser les mots inducteurs dans l'énoncé.

-Le troisième obstacle est celui de la forme et de la place de la « question ».

Pour ce qui est de la forme, les « questions » ne se terminent en effet pas toutes par un point d'interrogation. L'enseignant doit faire identifier et reformuler les « questions » (*Calcule combien coûtera le pique-nique de la classe pour la sortie de ski. / Indique combien coûtera le pique-nique de la classe pour la sortie de ski. / Combien coûtera le pique-nique de la classe pour la sortie de ski ? / Le pique-nique de la classe pour la sortie de ski coûtera combien ?*). Il fait alors travailler les élèves sur les consignes explicites, semi-explicites ou implicites. Il peut faire reconstituer des « énoncés-puzzles » ou faire écrire un énoncé de problème à partir d'une situation réellement vécue par les élèves. Il peut proposer aux élèves d'indiquer les questions que l'on pourrait poser à partir d'un énoncé donné.

En ce qui concerne la place de la question, il est intéressant de faire apparaître la question en première ligne. Les élèves découvrent ainsi l'énoncé en sachant déjà ce qu'ils doivent chercher.

-Le quatrième obstacle concerne l'appropriation des données de l'énoncé par l'élève. La forme des données numériques, littérale ou chiffrée (deux mille/2000) induit plus ou moins les élèves en erreur. Il en va de même pour la taille des données numériques (de grands nombres minorent la possibilité de représentation dessinée). Se pose aussi le problème des données inutiles, que l'élève doit apprendre à repérer dans un énoncé.

-Le cinquième obstacle que les élèves peuvent rencontrer concerne la compréhension des différentes étapes de résolution du problème. Il est souvent difficile pour les élèves de réaliser des calculs intermédiaires et de les mettre en relation les uns avec les autres afin de résoudre le problème, ils s'arrêtent donc souvent « en chemin ».

Il importe maintenant de s'interroger sur le sens des opérations mathématiques.

II. LE SENS DES OPERATIONS MATHEMATIQUES

Les conceptions des enfants sont façonnées par les premières situations de la vie ordinaire. Ces conceptions « premières » peuvent constituer un frein à la construction des concepts mathématiques. Il est donc indispensable que l'enseignant maîtrise le sens des différentes opérations.

Nous nous appuyerons ici sur la typologie de G.VERGNAUD

Celui-ci prône l'usage par l'enseignant d'une grande variété de problèmes, avec des procédures de résolution différentes, afin de ne pas « stéréotyper » les élèves dans un type de procédure et leur permettre de construire le réel sens des opérations. G. VERGNAUD, concernant l'école élémentaire, classe les divers problèmes des champs additif et multiplicatif en quatre catégories. Nous décrirons les catégories uniquement sur le champ additif, sujet de notre recherche.

1. La composition des états

Ici, on recherche le composé, autrement dit le résultat, ou un élément de la composition. Quoi qu'il en soit, la situation est statique. On peut dire qu'elle est équilibrée. C'est le cas des problèmes suivants :

« Dans la classe, il y a 14 filles et 12 garçons. Quel est l'effectif de la classe ? »

« Léo et Juliette ont 54 billes ensemble. Juliette en a 34. Combien Léo en a-t-il ? ».

2. La comparaison des états

Ici encore, aucune transformation n'a lieu mais il s'agit de trouver soit l'un des états de la comparaison soit la comparaison elle-même. C'est le cas des problèmes suivants :

« Pour aller de l'école à la piscine notre bus roule 5km. Puis, pour aller de la piscine à la station de ski, il roule 32 km. Quelle est la distance entre l'école et la station de ski ? »

« Anna a 4 voitures et Paul en a 18. Combien Paul a-t-il de voitures de plus qu'Anna ? ».

On notera que les énoncés qui contiennent le mot « plus » mais se résolvent par une soustraction sont toujours difficiles à appréhender pour les élèves.

3. La transformation d'un état

-La troisième catégorie est celle de la « transformation d'un état ». Dans cette situation, on part d'un état initial pour arriver à un état final. Ainsi, on peut dire que la situation est dynamique, car il y a une transformation d'un état à un autre. On peut ici rechercher soit l'état initial soit l'état final soit la transformation subie, qui peut être positive ou négative. Ce sont par exemple les problèmes suivants :

« Combien pesait un éléphant qui a grossi de 110 kg et qui pèse maintenant 200 kg ? »

« Martin a 25 autocollants, il en donne 4 à son frère. Combien lui en reste-t-il ? »

« Ryad avait ce matin 42 billes. Ce soir il en a 57. Combien de billes a-t-il gagné ? »

4. La composition de transformations

C'est la catégorie la plus complexe et la plus difficile à aborder avec les élèves car plusieurs transformations se succèdent. Il est possible de rechercher le résultat des transformations successives ou l'une des composantes. C'est le cas des problèmes suivants :

« Notre ficus a grandi de 5 cm au 1^{er} trimestre, de 1 cm au 2^e trimestre et de 8 cm au 3^e trimestre. De combien a-t-il grandi pendant les trois trimestres ? »

« Lola a 7 images. Nicolas lui en donne. Elle possède maintenant 120 images. Combien d'images Nicolas a-t-il donné à Lola ? ».

On notera que, quand la soustraction « enlève beaucoup », les élèves ne parlent plus « d'enlever » mais « d'aller à ». La référence à la droite numérique permet là aux élèves de visualiser la situation en « faisant des bonds de dizaine en dizaine ».

Nous faisons l'hypothèse que la schématisation peut être une aide aux élèves dans la résolution de problèmes mathématiques. Que savons-nous de la schématisation ?

III. LA SCHEMATISATION

Nous allons ici évoquer quelques caractéristiques de la schématisation et présenter ses limites et son intérêt dans l'enseignement des mathématiques. L'objectif est d'avoir, en tant qu'enseignant, des connaissances claires et structurées sur la schématisation afin de maîtriser son utilisation.

1. La comparaison schéma-dessin

Le schéma est une façon de représenter un principe, un concept. Derrière le schéma on retrouve l'intention de démontrer quelque chose, de « rendre compte » d'un fait en évitant de rentrer dans les détails. Autrement dit, schématiser c'est réduire, c'est enlever ce qui n'est pas nécessaire à l'identification du concept. Ainsi, le schéma n'est en aucun cas une copie conforme de la réalité. C'est un tracé qui ne représente que les éléments essentiels d'un objet ou d'un processus afin d'en faire comprendre la structure et le fonctionnement. Pour J. JULO (1995) le schéma permet de représenter un problème pour « non seulement se représenter un objet particulier défini par un ensemble d'informations qui nous est fourni mais aussi se représenter la tâche particulière qui est associée à cet objet ».

Le dessin d'observation, lui, est une représentation formelle de la réalité, et a comme intention particulière d'en rendre compte le plus fidèlement possible. Il existe donc une différence majeure entre le schéma et le dessin.

2. La place de la schématisation dans les Instructions Officielles

Dans les programmes de 2008, la schématisation n'apparaît qu'une seule fois. Il est indiqué que l'élève a la liberté d'utiliser ou non la schématisation comme une procédure personnelle de résolution, qu'elle ne peut en aucun cas être imposée. Le recours à la schématisation peut donc faire partie d'un apprentissage mais ne peut être une obligation pour les élèves.

On peut donc conclure que la schématisation est un moyen de résoudre des problèmes et non une finalité. Comment la schématisation va-t-elle aider l'élève dans la résolution de problèmes ?

3. Les intérêts de la schématisation

Jean JULO (1995), cité par N. MONNIER (Grand N, n°71, 2003) témoigne de l'importance du concept de représentation dans la démarche de résolution de problème mathématique.

Il évoque le fait que la représentation est une aide majeure à l'enseignement des mathématiques car elle permet d'aider les élèves en difficulté à sortir de représentations souvent « rigides et vulnérables » (JULO, 1995). JULO, soutenu par J. TARDIF (1997), affirme que « l'enseignant doit montrer à l'élève la nécessité d'une représentation adéquate du problème avant de se lancer dans la mise en application d'une solution ». Les deux auteurs mettent en avant le fait que la schématisation commence quand l'individu possède les premières informations et qu'elle se poursuit jusqu'à la fin sa réflexion.

On peut donc dire en premier lieu que schématiser c'est « donner du sens à la situation, en lien avec le vécu. C'est développer une compréhension globale de la situation » (*Résoudre des problèmes, pas de problème, p.22, 2013*). Le schéma peut ainsi aider l'enfant à se construire une représentation mentale correcte du problème à traiter. En effet, le schéma reflète une structure, ce qui lui confère une fonctionnalité dans la recherche de solution. C'est pour cette raison que schématiser n'est pas une fin en soi mais un moyen de parvenir à la solution.

Le schéma est aussi un précurseur majeur de résolution. En effet, la schématisation permet aux élèves de mieux se représenter les opérations mises en jeu afin de trouver le calcul à opérer, de mieux identifier le sens des opérations et « de mieux comprendre les concepts mathématiques sous-jacents ». L'élève identifie mieux le point de départ, la situation initiale et sait ce qu'il doit chercher. Il est donc « guidé » dans sa réflexion.

Le schéma permet aussi d'identifier les données utiles. En effet, le schéma donne à l'élève la possibilité d'illustrer un énoncé en disposant les données de manière visuelle et non plus textuelle. Ces données sont donc plus accessibles puisqu'elles ne sont plus « noyées » dans la linéarité du texte. Il est alors plus aisé pour l'élève d'identifier les données essentielles et de supprimer les données inutiles.

Le schéma, par cette présentation des données utiles, permet de réduire considérablement la charge de la mémoire de travail. C'est donc une aide particulièrement importante pour les élèves en difficulté.

Le schéma est également un outil de vérification des résultats.

C'est enfin une aide à la communication de la démarche de résolution et du résultat.

Quelles sont alors les limites de la schématisation dans la résolution de problèmes ?

4. Les limites de la schématisation

Une première limite de la schématisation réside dans sa complexité. On définit souvent le schéma comme une représentation d'adulte peu accessible à des élèves d'école primaire. Ils le décrivent comme trop abstrait, trop symbolique, difficile à construire. Certains vont même jusqu'à dire que la schématisation ne devrait apparaître qu'en fin d'activité. Ils lui préfèrent la manipulation, plus accessible.

Cette critique de la schématisation nous pousse à poser un principe de précaution, celui d'accorder le temps nécessaire à cette activité. Il faut en effet du temps pour que les élèves évoluent du dessin à la symbolique de la schématisation. On notera sur ce point que le schéma est aussi utilisé en science et en géographie. Il peut être intéressant de le travailler dans sa transversalité. On peut dire qu'il ne faut pas se contenter de « travailler avec » les schémas mais qu'il faut « travailler sur » les schémas.

Un risque, en s'appuyant sur la schématisation, serait d'imposer aux élèves une seule et unique représentation du problème. L'enseignant devra donc garder à l'esprit que l'élève a le droit de bâtir le schéma qui correspond à sa représentation de la situation. Ces diverses schématisations seront exploitées lors des phases de discussion collective, explicitées et justifiées par les élèves.

Cette exploitation des schémas est indispensable car le schéma n'est pas une évidence. On ne peut donc se contenter de le « donner à voir ». C'est lors de ces échanges oraux que la réorganisation que le schéma opère sur le monde sera explicitée.

Quels points sont donc à traiter lors des échanges collectifs ?

En premier lieu, il faut contrôler que tout schéma fixe les données de l'énoncé. Par conséquent, en passant du schéma d'un élève à celui d'un autre, on vérifiera que les données sont exactes, en se référant systématiquement à l'énoncé. Il faut aussi faire observer que la simplification du dessin ne modifie pas le problème. Il faut de plus mettre en avant que, puisque les objets du monde ne sont pas fidèlement reproduits, le schéma peut être ambigu, ce qui fera émerger la nécessité de le légènder.

Les temps collectifs seront aussi l'occasion de vérifier que le problème est correctement posé. L'enseignant veillera là à ne pas laisser les problèmes de relation des parties au tout se transformer en problème de transformation d'état, par le mode discursif (« puis..... puis... »).

Sur ce point, le schéma est un atout intéressant puisqu'il montre que les divers paramètres existent les uns par rapport aux autres, et non pas les uns après les autres.

Cette démarche d'analyse des schémas de chacun est une façon de respecter l'apprenant et de prendre en compte sa singularité dans les apprentissages scolaires. Dans cet ordre d'idée, il paraît évident que l'élève à même de résoudre un problème par une procédure experte perdra son temps si l'on exige de lui qu'il trace un schéma de la situation-problème.

On notera que la schématisation ne peut être une aide que si l'élève se questionne sur le sens de l'opération. On touche là au contrat didactique. En effet, si l'élève a observé que tous les problèmes en cours se résolvaient par la même opération (celle travaillée dans la leçon), il ne se questionnera pas et posera cette opération (d'autant plus aisément que l'énoncé ne présente pas de données inutiles).

De ces différentes lectures nous retenons que la résolution de problèmes mathématiques est au cœur des programmes de 2008, car elle permet le développement cognitif des élèves et favorise leur capacité de raisonnement. La résolution de problèmes confronte les élèves à des activités complexes, et les élèves qui s'y trouvent en difficulté sont souvent nombreux, plus particulièrement dans les écoles sensibles. La plus grande partie des élèves en difficulté en résolution de problème ne maîtrise pas le sens des opérations.

Il est du devoir de l'enseignant de réfléchir aux remédiations à mettre en place pour aider les élèves en difficulté. Nous avons donc fait le choix de travailler, au cours de notre expérimentation, la représentation schématique comme aide à la compréhension du sens de l'opération. Nous faisons l'hypothèse que le schéma permet de se représenter mentalement l'énoncé afin de comprendre quelle opération est à effectuer pour résoudre le problème.

Ainsi, nous allons, dans cette deuxième partie, tenter de répondre à la problématique suivante :

**« En quoi la schématisation peut-elle aider les élèves à comprendre
le sens des opérations dans la résolution de problème mathématique »**

Partie expérimentale

I. METHODE

Afin de répondre à la problématique précédemment énoncée et de voir l'impact de l'expérimentation réalisée dans cette école, il nous semble nécessaire de contextualiser la situation. En effet, la présentation de l'établissement, des caractéristiques des élèves, du matériel utilisé et des méthodes de travail proposées par l'enseignant facilitera la compréhension de l'étude et permettra de la reproduire dans des conditions semblables.

1. Le terrain d'étude

L'étude s'est déroulée à l'école élémentaire Paul LANGEVIN située à Saint Martin d'Hères, une ville de la banlieue grenobloise. Cette école publique est située dans un quartier populaire. Elle comporte sept classes et accueille ainsi 170 élèves. Elle est classée en REP (réseau d'éducation prioritaire) depuis plusieurs années et fait partie du dispositif « plus de maitres que de classes » depuis deux ans. Notre thème d'étude s'inscrit intégralement dans l'un des axes de travail de cet établissement scolaire car un des constats du projet d'école est que la grande majorité des élèves rencontre des difficultés en résolution de problèmes mathématiques. En effet, les évaluations nationales témoignent dans cette école que les résultats des élèves en résolution de problèmes mathématiques sont en dessous de la moyenne nationale. Nous avons fait le choix d'aider les élèves en difficulté au début du cycle 3 (CE2) afin d'éviter que leurs difficultés ne s'ancrent durablement. Nous avons également fait le choix de travailler sur ce thème car nous pensons que la méthodologie de résolution de problèmes mathématiques permet d'apporter des savoirs qui peuvent être réinvestis dans d'autres domaines scolaires. Le contexte d'intervention est donc propice à notre étude car un travail spécifique sur la résolution de problèmes mathématiques permettra de répondre aux besoins des élèves et aux exigences institutionnelles.

2. Les participants

Comme dans toute expérimentation, les résultats obtenus peuvent différer en fonction du contexte d'intervention dans lequel on se trouve mais également en fonction des caractéristiques des participants. Dans notre cas, l'étude s'adresse à 29 élèves de CE2, 15 filles et 14 garçons, tous âgés de 7 à 8 ans.

Ces élèves de CE2 sont scolarisés dans deux classes différentes mais suivent les mêmes activités grâce à un travail d'équipe de la part des deux enseignants. Concernant les caractéristiques de ces enfants, on peut dire que la grande majorité d'entre eux est issue de milieux socioculturels défavorisés. Beaucoup d'enfants ne sont pas en grande réussite sur le plan scolaire, d'autant plus que certains d'entre eux n'ont pas comme langue maternelle le français. Les élèves en difficulté affichent de faibles résultats en lecture-compréhension et en résolution de problèmes mathématiques. Nous avons fait le choix de ne pas proposer l'expérimentation aux élèves allophones-arrivants de CE2 car nous avons considéré que ce travail était trop compliqué pour eux. Nous avons préféré les exclure de l'étude pour ne pas fausser les résultats et nous avons estimé qu'il était préférable de faire, avec eux, un travail sur la langue française et sur la compréhension des énoncés.

Sur le plan scolaire, les différentes observations réalisées en classe montrent que les élèves sont plutôt motivés pour apprendre mais qu'ils ont généralement du mal à travailler en autonomie. Face à un problème ou à une difficulté, ces élèves abandonnent rapidement le travail. Ils manquent de persévérance car ils manquent de confiance en eux et ont du mal à se convaincre qu'ils sont capables de réussir. Le constat est qu'ils ont besoin d'être très souvent rassurés, encouragés et soutenus par les enseignants dans leurs apprentissages.

3. L'organisation

Cette étude porte sur l'ensemble des élèves de CE2 de l'école (excepté les trois élèves allophones-arrivants). Comme les élèves de CE2 sont répartis dans deux classes différentes, un travail d'équipe était obligatoire pour obtenir des résultats plus généraux et faire que cette étude soit plus juste. L'étroite collaboration entre les deux enseignants était donc au cœur de cette étude. Ainsi, la préparation, l'organisation et le déroulement des différentes séances d'évaluation ont été pensés par les deux professionnels dans le but de placer les élèves dans les mêmes conditions d'expérience. Les évaluations ont été réalisées le même jour, au même moment de la journée dans les deux classes afin que les capacités d'attention et de concentration soient identiques. Après l'évaluation diagnostique, tous les élèves en difficulté (quelque soit leur classe d'appartenance) ont été pris en charge par l'enseignant à l'origine de cette étude pour réaliser un travail spécifique autour de la schématisation, une fois par semaine de 11h30 à 12h15 (45 minutes) pendant six semaines.

4. Les procédures et le matériel

Afin de répondre à la problématique de départ, nous avons décidé de construire une expérimentation composée au total de huit séances : une évaluation diagnostique, six séances de travail et une évaluation finale (voir annexe 1).

Les évaluations diagnostique et sommative (réalisée sept semaines plus tard) proposent les mêmes problèmes, fondés sur la catégorisation de VERGNAUD. On retrouve ainsi :

Composition de deux états		Transformation d'un état	
Recherche d'une partie	<p><i>Problème 1</i> Combien d'enveloppes lui manque-t-il ? La directrice d'une école doit envoyer 18 lettres, mais elle n'a que 5 enveloppes.</p>	Recherche de l'état final	<p><i>Problème 3</i> Combien d'élastiques Elodie possède-t-elle maintenant ? Elodie a 24 élastiques. Elle en donne 9 à sa copine Léa ?</p>
Recherche du composé	<p><i>Problème 2</i> Combien y-a-t-il d'élèves en tout ? Dans une classe il y a 15 filles et 9 garçons.</p> <p><i>Problème 5</i> Combien a-t-elle payé ses achats ? Au marché, Madame Martin a acheté des pommes de terre à 2€ 50c et des tomates à 1€ 25c.</p>	Recherche de l'état initial	<p><i>Problème 4</i> Combien de fleurs avais-je avant ? J'ai ajouté 6 fleurs à mon bouquet. Il a maintenant 18 fleurs.</p>
Recherche de l'un des deux états	<p><i>Problème 6</i> Combien de billes possède Marie ? Paul possède 15 billes. Il a 7 billes de plus que Marie.</p>	Recherche de l'un des états	<p><i>Problème 7</i> Que s'est-t-il passé ? Pierre avait 12 images ce matin. Il en a 4 ce soir.</p>

Nous avons fait le choix de proposer les deux évaluations (diagnostique et sommative) sous des formes identiques (voir annexe 2) :

- pour chacun des sept problèmes, la question figure en première ligne, avant l'énoncé
- la consigne, donnée oralement, est de résoudre chaque problème pour rédiger une phrase réponse à l'endroit prévu
- un espace vierge d'une demi-page est laissé à disposition de l'élève.

Les élèves sont libres dans l'utilisation de cet espace vierge. Ils ont l'entière liberté d'écrire ou non l'opération à effectuer, de réaliser un schéma, un dessin ou toute autre procédure susceptible de les aider. La mise en page de ces évaluations permet donc aux élèves de répondre à la question posée en étant libres dans leur raisonnement.

A partir de l'évaluation diagnostique nous avons fait le choix de proposer six séances aux élèves perçus comme les plus en difficulté en résolution de problèmes mathématiques.

Ces séances de travail se déroulent en classe et n'exigent pas de matériel particulier. L'enseignant doit simplement disposer d'une table de regroupement et d'un tableau. La procédure privilégiée est celle d'une démarche active dans laquelle les élèves sont acteurs de leur apprentissages et participent pleinement aux différentes tâches qui leur sont proposées pour s'approprier les savoirs.

Par ailleurs, nous avons fait le choix du travail de groupe afin que les élèves puissent confronter leurs idées, échanger sur leur manière de faire et apprendre « de l'autre ». La démarche active et le conflit sociocognitif entre les élèves sont des aspects centraux des séances proposées.

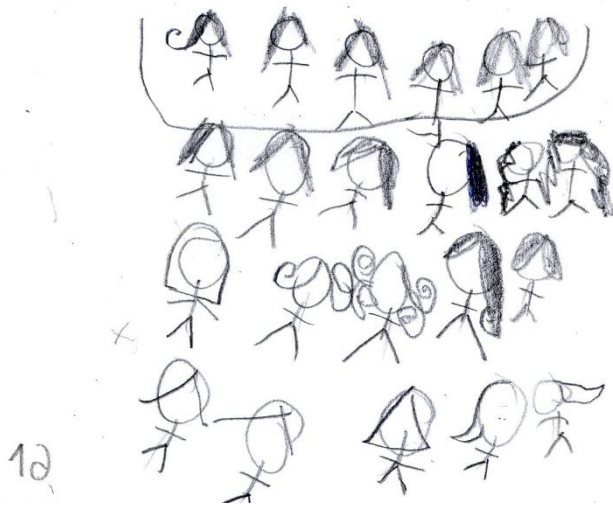
Les activités proposées s'organisent en plusieurs « sous-thèmes » et permettent un travail spécifique sur la schématisation.

Les deux premières séances (n°1 et n°2) permettent aux élèves d'apprendre à schématiser un énoncé donné. Pendant 30 minutes, les élèves travaillent seuls et essaient de représenter l'énoncé grâce à un schéma. Puis l'enseignant instaure une phase de mise en commun de 15 minutes pour faire découvrir aux élèves les différentes façons de représenter un même problème. Les productions des élèves sont exposées afin que tous puissent discuter de la pertinence de telle ou telle représentation (différences entre les représentations, intérêt du schéma ou du dessin, conformité avec l'énoncé).

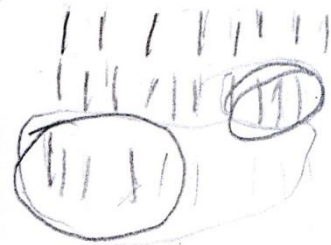
Voici deux productions qui illustrent la possibilité, pour les élèves, de représentations personnelles :

Problème 1 : Combien de papiers cadeaux lui manque-t-il ?

Le vendeur d'un magasin a 22 poupées à emballer mais il n'a que 6 papiers cadeaux.



il lui manque 16 papiers

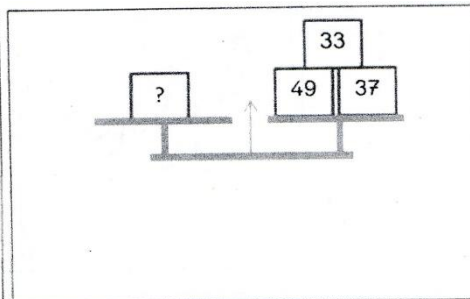
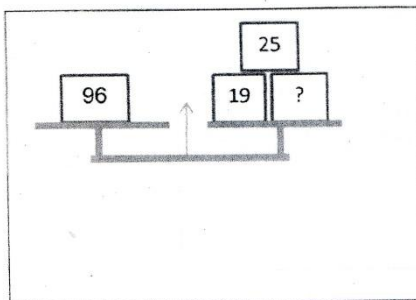
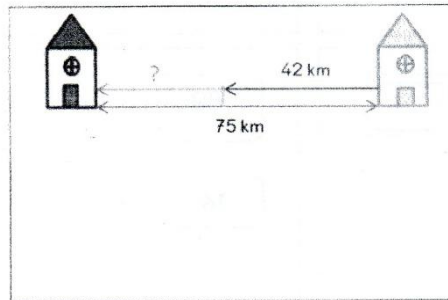
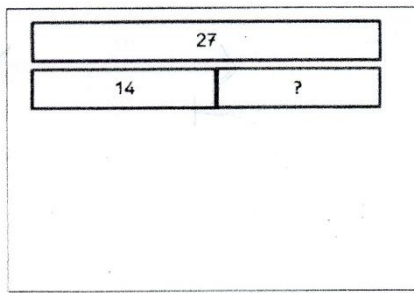


Ces deux séances permettent aux élèves de faire la distinction entre le schéma et le dessin dans la représentation d'un énoncé mathématique. Le but est que les élèves prennent conscience que le dessin prend plus de temps que le schéma alors qu'il n'apporte aucune connaissance mathématique supplémentaire. Ces deux séances permettent également aux élèves de découvrir plusieurs façons de représenter un énoncé afin que chacun se constitue un « répertoire » mental de schémas possibles dans lequel il puisera le schéma avec lequel il se sent le plus à l'aise.

Les problèmes impliqués dans ces deux séances sont des problèmes du même type que les problèmes présentés dans les évaluations à savoir des problèmes de composition de deux états et de transformation d'un état (voir annexe 3).

La séance n°3 permet, elle, de faire travailler les élèves sur l'association entre le schéma et l'opération à effectuer. L'idée est de présenter plusieurs schémas et de demander aux élèves de réfléchir à l'opération qui en découle. L'enseignant veut montrer que le schéma oriente l'opération à poser et guide le raisonnement. Au cours de la séance, les élèves travaillent seuls et sont libres de traiter les schémas dans l'ordre qu'ils souhaitent. L'enseignant passe dans les rangs afin d'observer le travail des élèves et les accompagne dans leur réflexion. Au cours de cette séance, aucune phase collective n'est réalisée car le but est que chacun puisse individuellement associer l'opération au schéma qui l'inspire le plus. Les élèves continuent donc à « enrichir » leur répertoire mental de schémas.

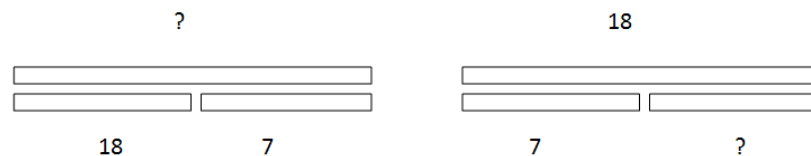
Voici quelques exemples de schémas proposés.



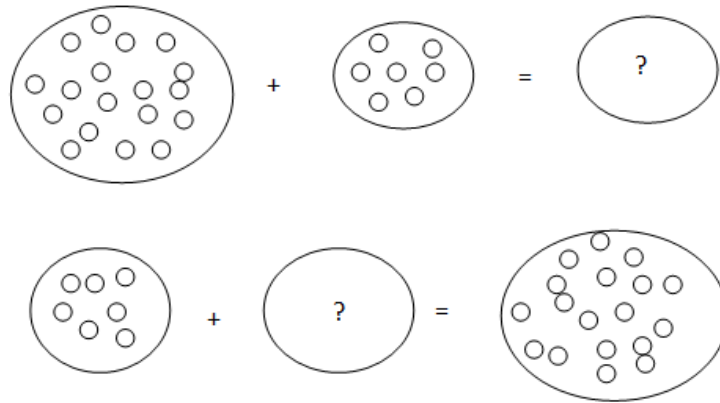
Des exemples d'opérations posées par les élèves pour quelques schémas sont présentés en annexe (voir annexe 4).

Les séances n°4, n°5 et n°6 abordent un troisième thème, la capacité à associer un schéma à un énoncé donné. L'enseignant commence par proposer une évaluation formative. Il observe les schémas produits par les élèves pour résoudre le problème posé au tableau. Il constitue alors trois binômes sur la base de ses observations. Les binômes ont les trois mêmes énoncés de problème mais ils n'ont pas les mêmes représentations schématiques. Deux types de représentation schématique sont prévus, soit en barres, soit en « bulles ».

Les élèves qui ont produit lors de l'évaluation formative des « barres » sont confrontés à ce type de schéma :



Ceux qui ont produit des « bulles » sont eux confrontés à ce type de schéma :



Ainsi, lors des trois dernières séances (n°4, n°5 et n°6), les élèves doivent se mettre d'accord sur une association « schéma-énoncé » grâce à des échanges, des discussions et une argumentation juste. Au cours de ces trois séances, les neuf types de problèmes du champ additif proposés par VERGNAUD sont abordés de manière progressive. Ainsi, dans la séance n°4, l'enseignant propose les types de problèmes suivants : « recherche du composé, recherche d'une partie, recherche de l'état final, recherche de la transformation ». Dans la séance n°5, il propose les problèmes de type : « recherche de l'état initial, recherche de la transformation composée, recherche de l'une des composante ». Et, pour finir, dans la séance n°6, il propose les problèmes de type : « recherche d'un état, recherche de la comparaison ».

Nous avons fait le choix, dans cette expérimentation, de travailler tous les types de problèmes même si tous n'étaient pas évalués en phases diagnostique et finale. Nous avons exclu des évaluations les problèmes les plus complexes (recherche de la transformation composée, recherche de la comparaison dans une transformation) et également les problèmes d'ordre ordinal car beaucoup d'élèves se trompent en comptant la case de départ ou d'arrivée et nous avons considéré ne pas avoir le temps d'aborder cet aspect là dans cette étude, bien que sa résolution soit importante pour les élèves de CE2.

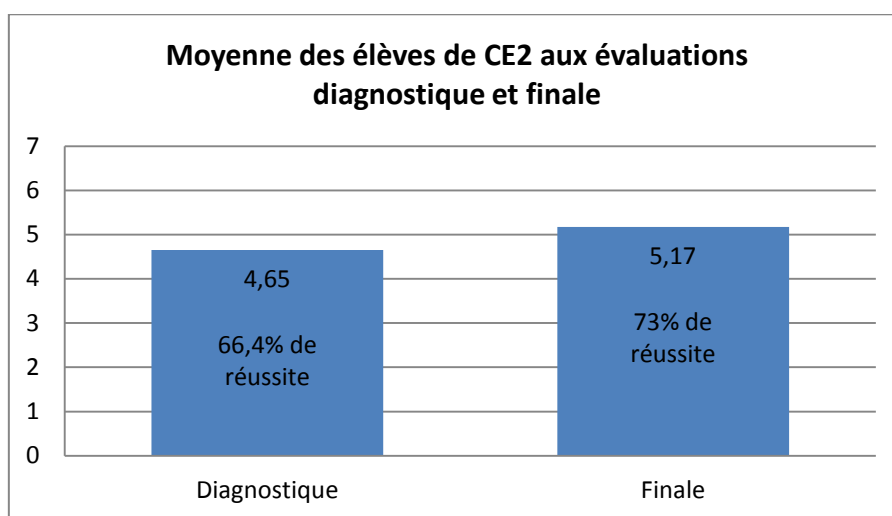
II. RESULTATS

Afin d'évaluer l'intérêt de la schématisation dans la résolution de problèmes mathématiques, il faut comparer les progrès des élèves qui ont travaillé spécifiquement l'utilisation de la schématisation avec les progrès de ceux qui ne l'ont pas fait. La comparaison des résultats entre ces deux groupes d'élèves repose sur les données de l'évaluation diagnostique et celles de l'évaluation sommative réalisée sept semaines plus tard.

Les deux groupes d'élèves ont été constitués grâce à l'évaluation diagnostique, sur la base du nombre de problèmes résolus par rapport au nombre total de problèmes proposés. Nous avons considéré que les élèves qui avaient résolu moins de trois problèmes sur sept n'avaient pas « la moyenne » et étaient donc des « élèves en difficulté en résolution de problèmes mathématiques », et ce quelque soit la procédure utilisée (experte ou personnelle). Sur la base de ce critère, un groupe de 6 élèves a été constitué, destiné à travailler la schématisation durant six séances. Ce groupe, appelé groupe « schéma » représente 21% des élèves de CE2 de l'école (6/29 élèves).

Le groupe « témoin », constitué des élèves ayant résolu quatre problèmes (ou plus) représente 79% des élèves de CE2 de l'école (23/29 élèves).

-Le premier constat est que, de l'évaluation diagnostique à l'évaluation finale, les 29 élèves de CE2 qui ont participé à l'expérimentation ont globalement progressé en résolution de problèmes mathématiques. En effet, la moyenne de l'ensemble des élèves a augmenté, passant de 4,65 problèmes correctement résolus à 5,17 problèmes correctement résolus, sur les sept problèmes proposés. Cette observation s'illustre dans le graphique ci-après :

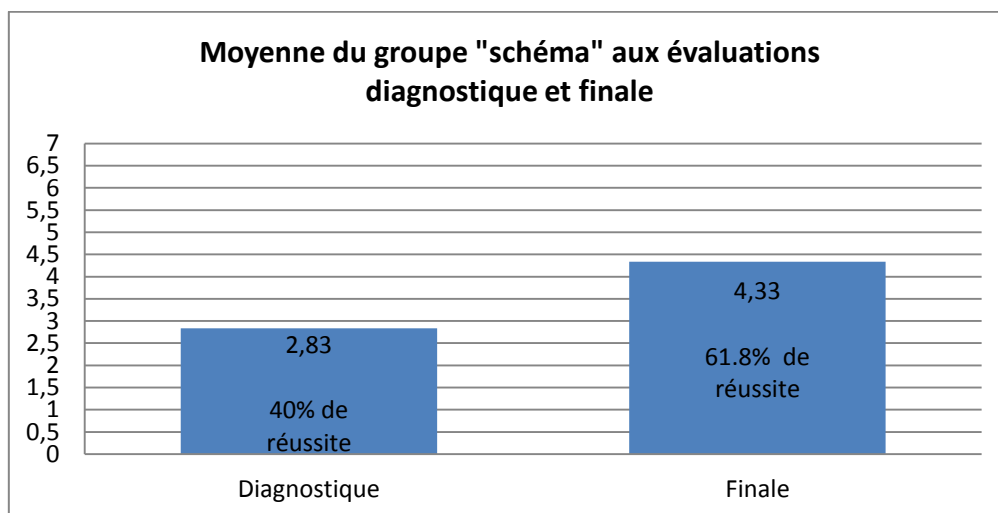


Graphique 1 : moyenne des élèves de CE2 aux évaluations diagnostique et finale

En termes de pourcentages, les résultats des élèves de CE2 qui ont participé à cette étude affichent une progression de 66,4 % à 73,8% de réussite. Mais à qui est dû ce progrès ?

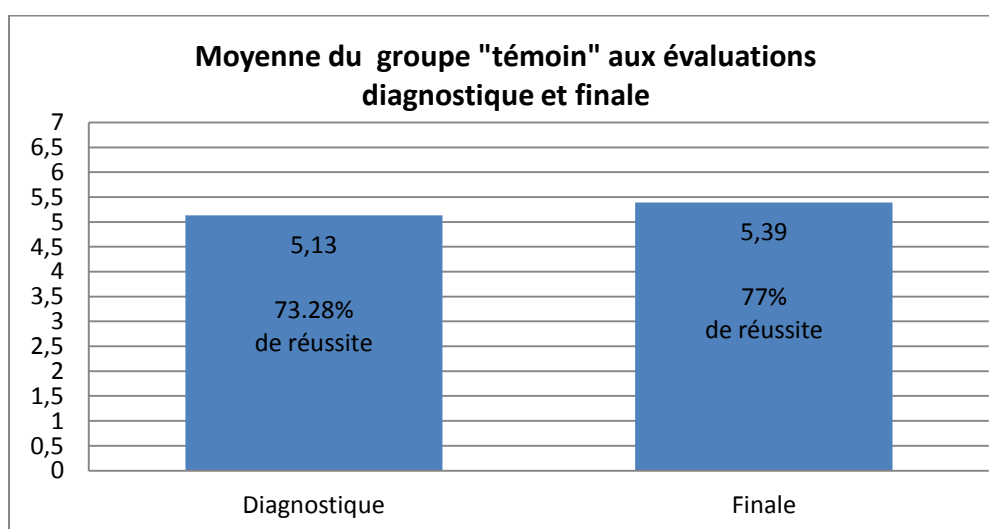
Pour répondre à cette question il convient de comparer les résultats des deux groupes d'élèves.

Pour le groupe « schéma », la moyenne des problèmes réussis est passée de 2.83 à 4.33 points soit un progrès de 1.5 points entre l'évaluation diagnostique et l'évaluation finale. Cette progression peut se traduire en termes de pourcentages par un passage de 40% à 61.8% d'items réussis. Le graphique suivant témoigne de cette progression des élèves du groupe « schéma » :



Graphique 2 : moyenne du groupe « schéma » aux évaluations diagnostique et finale

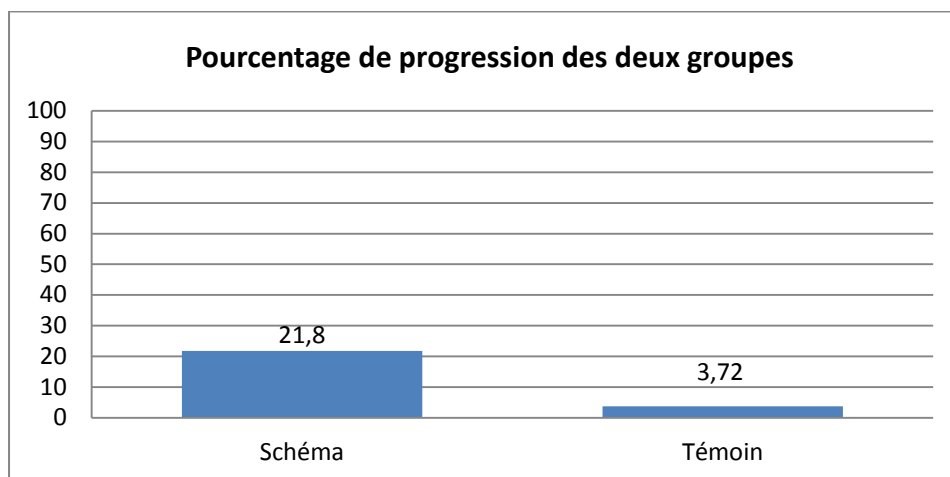
En ce qui concerne le groupe « témoin », la moyenne des problèmes réussis est passée de 5.13 à 5.39 points soit une augmentation de 0.26 points. En matière de pourcentage cela se traduit par un passage de 73,28% à 77% d'items réussis. Cette progression peut ainsi être visible sur le graphique suivant :



Graphique 3 : moyenne du groupe « témoin » aux évaluations diagnostique et finale

Sur la base de ces deux graphiques, il est possible de dire que le progrès observé pour l'ensemble des CE2 est principalement porté par le groupe « schéma » puisque le groupe « schéma » a beaucoup plus progressé que le groupe « témoin ».

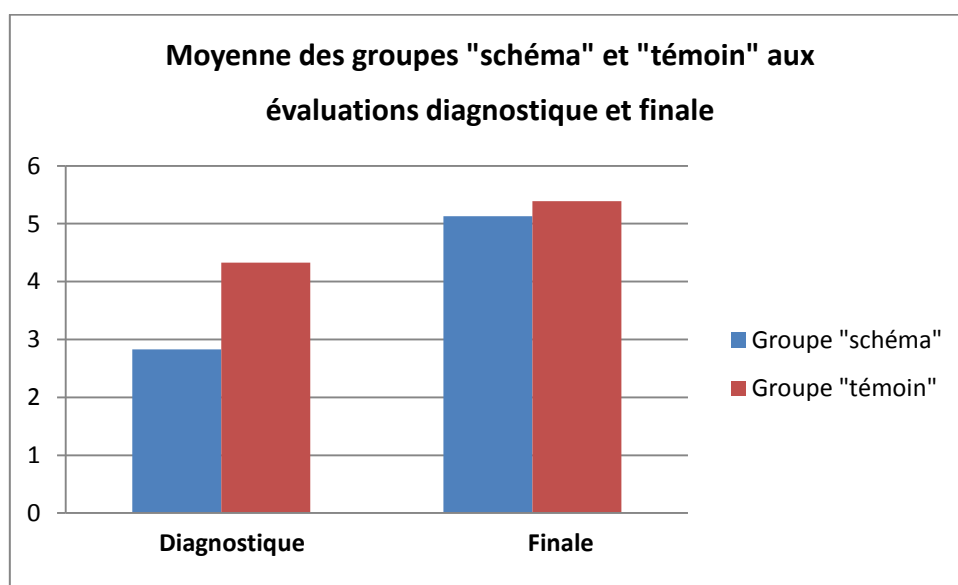
Plus précisément, le groupe « schéma » affiche 21,8% de progrès, contre seulement 3,72% de progrès pour le groupe « témoin ». Cette progression s'illustre dans le graphique suivant :



Graphique 4 : pourcentage de progression des groupes « schéma » et « témoin »

Ainsi, l'on peut conclure que le progrès est plus important chez les élèves du groupe « schéma » que chez les élèves du groupe « témoin ».

Les six séances de travail sur la schématisation ont donc permis de réduire l'écart entre les élèves en difficulté et les autres élèves, comme on peut le lire dans le graphique ci-dessous :

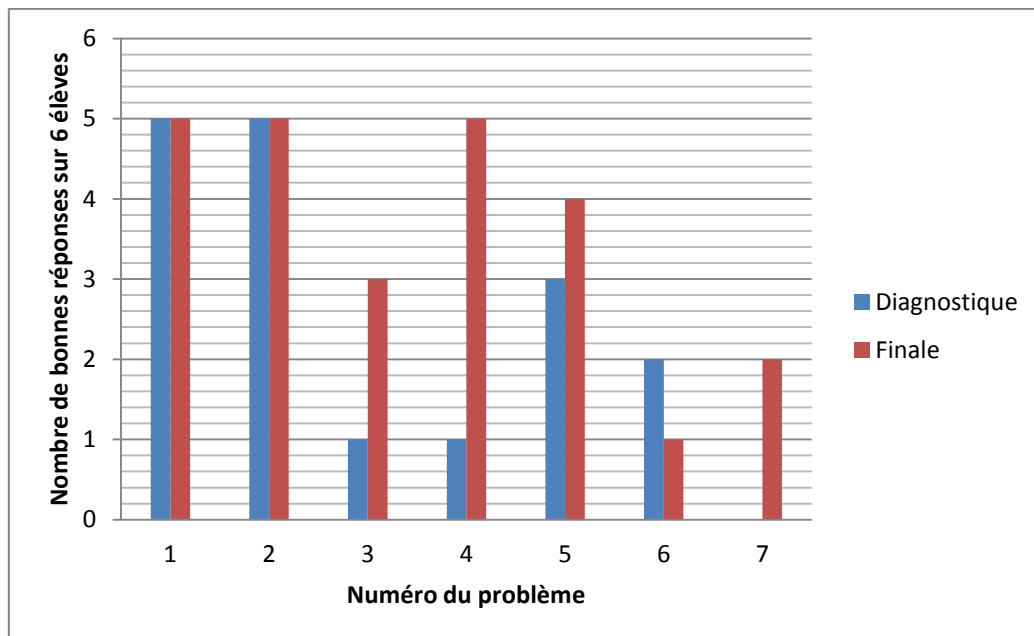


Graphique 5 : moyenne des groupes « schéma » et « témoin » aux évaluations

Nous pouvons également analyser la progression des élèves du groupe « schéma » selon le type de problème à résoudre. On rappelle ici les sept problèmes proposés :

Composition de deux états		Transformation d'un état	
Recherche d'une partie	<i>Problème 1</i>	Recherche de l'état final	<i>Problème 3</i>
Recherche du composé	<i>Problème 2</i> <i>Problème 5</i>	Recherche de l'état initial	<i>Problème 4</i>
Recherche de l'un des deux états	<i>Problème 6</i>	Recherche de l'un des états	<i>Problème 7</i>

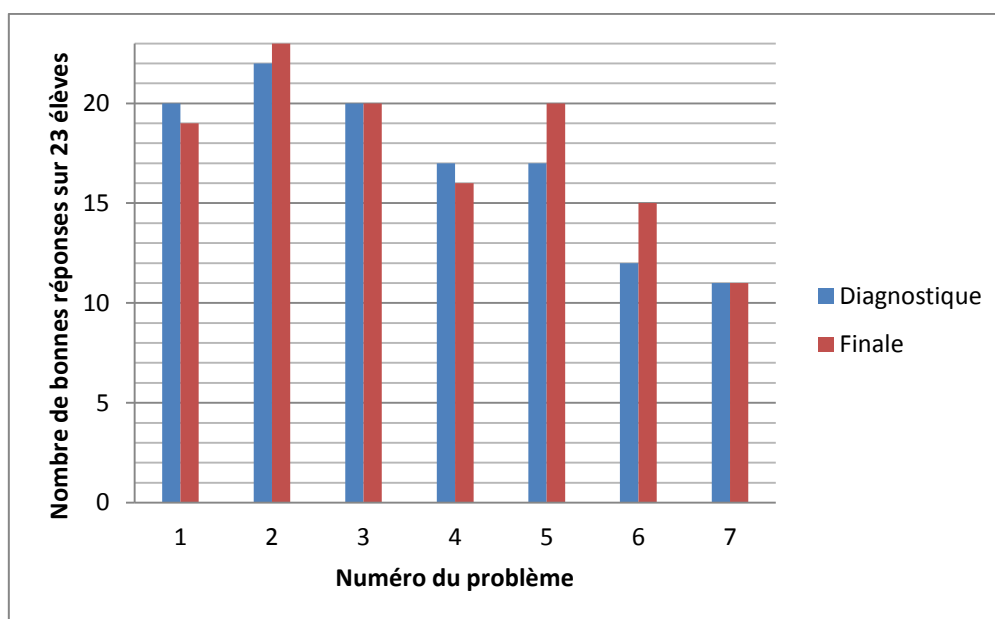
L'analyse des résultats des six élèves du groupe « schéma » pour les sept problèmes, entre l'évaluation diagnostique et l'évaluation finale aboutit au graphique suivant :



Graphique 6 : réussite du groupe « schéma » selon le type de problème et le type d'évaluation

Le graphique met en évidence le fait que les élèves du groupe « schéma », initialement en difficulté en résolution de problèmes mathématiques, ont énormément progressé sur les problèmes relevant de la transformation d'un état, que ce soit sur la recherche d'un état final (problème n°3), d'un état initial (problème n°4) ou de l'un des deux états (problème n°7).

Pour le groupe « témoin » les résultats donnent le graphique suivant :

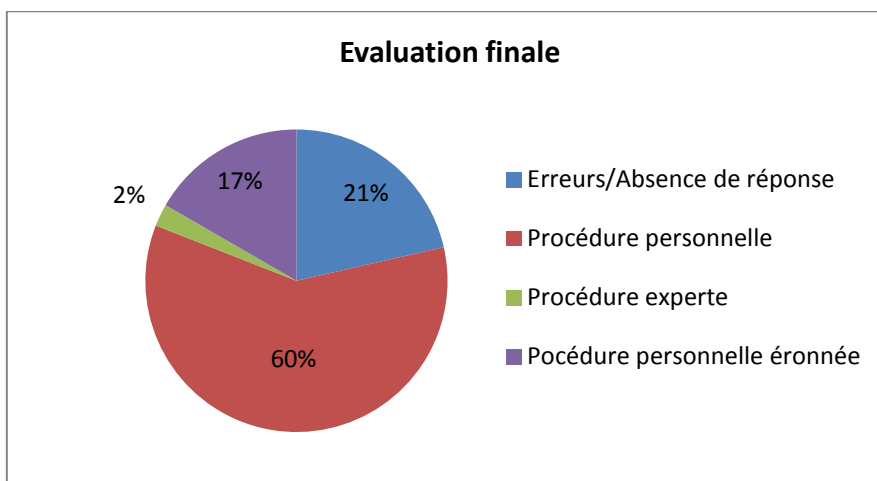
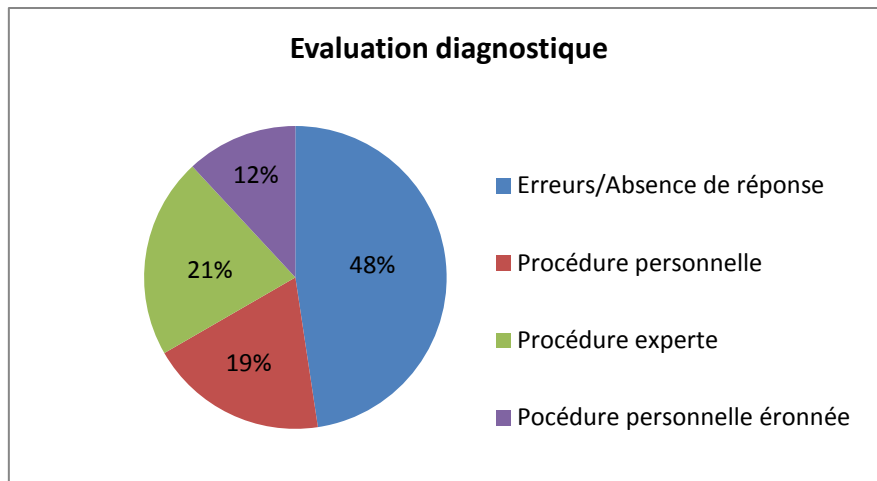


Graphique 7 : réussite du groupe « témoin » selon le type de problème et le type d'évaluation

Ce graphique du groupe « témoin » montre que la progression des élèves est cette fois moins marquée en fonction du type de problème à résoudre. La progression est la plus importante pour les problèmes n°5 (recherche du composé) et n°6 (recherche de l'un des deux états). Ces deux problèmes ne sont pas ceux dans lesquels les élèves du groupe « schéma » ont progressé.

En conclusion, on peut dire que les élèves du groupe « schéma » ont particulièrement progressé sur les problèmes de transformation d'un état alors que les élèves du groupe « témoin », eux, ont plutôt progressé sur les problèmes de type « composition des états ».

Si l'on analyse les procédures des élèves du groupe « schéma » aux évaluations diagnostique et finale, sur les 42 problèmes proposés à chaque évaluation (6 élèves fois 7 problèmes) on observe que les progrès sont surtout liés à la mise en place de procédures personnelles de résolution (schéma + calcul) et peu à la mise en place de procédures expertes (opération ou calcul mental). Ces résultats peuvent se lire dans le graphique ci-après :



*Graphique 8 : procédures de résolution du groupe « schéma »
aux évaluations diagnostique et finale*

De l'évaluation initiale à l'évaluation finale, le pourcentage d'erreurs et d'absence de réponse des élèves du groupe « schéma » a diminué de moitié tandis que l'utilisation d'une procédure personnelle «juste » a plus que triplé car elle est passée de 19% à 60%. Les élèves du groupe « schéma » ont donc amélioré leur résolution de problème mathématique en s'appuyant sur la production de schémas.

III. DISCUSSION ET CONCLUSION

1. Recontextualisation

L'expérimentation réalisée porte sur l'apport de la schématisation aux élèves en difficulté en résolution de problèmes mathématiques. L'hypothèse que nous tentons de vérifier est la suivante : la schématisation aiderait ces élèves à comprendre le sens de l'opération. Pour tester cette hypothèse et répondre à la problématique de départ, nous avons suivi six élèves (sur 29) de CE2 durant six séances afin de travailler l'utilisation de schémas en résolution de problèmes mathématiques dans le champ additif. Au cours de cette étude, ces élèves ont appris à représenter un énoncé à l'aide d'un schéma, à écrire le calcul correspondant à un schéma donné ou bien encore à associer un énoncé à une représentation schématique. Ces différentes activités ont été réalisées en travail de groupe afin que les élèves puissent échanger entre eux et construisent ensemble leurs connaissances. Le principe est de mesurer la progression de ces élèves et de la comparer à celle des autres élèves de CE2 afin de déterminer, ou non, l'intérêt de la schématisation en résolution de problèmes mathématiques.

2. Mise en lien avec les recherches antérieures

A la lecture des résultats obtenus au cours de cette expérimentation, nous pouvons dire que notre hypothèse a été vérifiée car nous avons observé une nette progression des élèves en difficulté en résolution de problèmes mathématiques suite à un travail spécifique sur la schématisation.

Plus précisément, nous pouvons dire que la schématisation a permis de réduire les écarts entre les élèves de CE2 de cet établissement, en résolution de problèmes mathématiques, dans le champ additif. Le pourcentage de problèmes résolus grâce à la schématisation est passé de 40% à l'évaluation diagnostique à 61.8% à l'évaluation finale pour les élèves ayant spécifiquement travaillé la schématisation. Ces résultats témoignent de l'apport positif de la schématisation pour les élèves en difficulté.

Ainsi, le travail sur la schématisation a permis d'aider les élèves en difficulté à construire leur raisonnement mathématique, en les menant à associer les données d'un énoncé à un schéma et un schéma à l'opération mathématique correspondante. Certains propos d'élèves, recueillis au cours de l'avant dernière séance de travail, témoignent de leur intérêt pour les schémas dans la résolution de problèmes mathématiques.

En effet, quand nous leur avons demandé ce qu'ils avaient appris à faire au cours de ces différentes séances et pourquoi, les élèves ont donné les réponses suivantes :

- P.O « nous avons schématisé pour faire des petits dessins qui nous aident »
- E.O : « on a fait des petits traits pour compter »
- A.P « on a fait des schémas, c'est pour s'aider quand on est coincé sinon on calcule avec les nombres »
- N.R « les schémas c'est que quand on bloque mais moi j'en fais tout le temps »

Ces propos montrent que les élèves utilisent les schémas comme une aide. Le schéma est pour eux un outil pour être en réussite dans la résolution de problèmes mathématiques. Ainsi, notre expérimentation valide l'hypothèse de départ et confirme les données de la littérature. La schématisation donne effectivement la possibilité aux élèves de se représenter la situation pour lui donner du sens. Elle permet également aux élèves de rendre accessibles les données de l'énoncé afin qu'ils puissent les utiliser plus aisément.

Il faut noter que notre expérimentation a été originale en ce qu'elle n'imposait pas de schéma prototypique aux élèves, et ce dans le but de permettre à chacun de représenter l'énoncé de façon purement personnelle. Cette appropriation personnelle de la situation problème s'est effectivement opérée et est illustrée par la grande variété des schémas produits lors de l'évaluation finale.

Ainsi, notre étude confirme qu'une utilisation du schéma favorise la représentation mentale du problème.

3. Limites et perspectives, partie critique

Nous pouvons considérer que notre expérimentation est bénéfique pour la recherche car ses résultats confirment la problématique et les hypothèses de départ. Cependant, certaines limites et obstacles à notre étude ont été identifiés.

Ainsi, nous avons pu observer que le groupe « témoin » avait progressé entre l'évaluation diagnostique et l'évaluation finale sept semaines plus tard. Cette progression, aussi faible soit elle (3.72%), peut être expliquée par le fait que tous les élèves ont travaillé, dans les deux classes, sur la lecture de l'énoncé, pendant les semaines de l'expérimentation. Ils ont ainsi réalisé des activités telles que : associer une question à un énoncé donné, rédiger une question pour un énoncé donné ou bien encore trier les données utiles/inutiles d'un énoncé.

Ces différentes tâches ont peut-être introduit un biais aux résultats de notre étude. Cependant, il nous paraissait inapproprié de ne pas travailler la résolution de problèmes mathématiques durant sept semaines, d'autant plus que les élèves de cet établissement sont fragiles sur cette compétence et que la résolution de problèmes fait partie intégrante du projet d'école.

En conséquence, le progrès observé chez les élèves en difficulté et que nous attribuons à la schématisation est peut-être, en fait, le résultat de l'association entre la schématisation et le travail sur les énoncés. Cela nous mène à nous questionner sur l'éventuel lien entre la résolution de problèmes mathématiques et les compétences en lecture.

Une autre critique peut être formulée sur cette étude. Les six séances de travail ont porté sur tous les types de problèmes. Il aurait été préférable de les centrer sur les problèmes les plus échoués lors de l'évaluation diagnostique, en omettant les plus réussis, en particulier les problèmes n°1 et n°2 pour lesquels un effet « plafond » peut être observé.

Des perspectives : Au cours de l'élaboration de cette expérimentation, nous n'avons pas pensé à associer lecture et résolution de problèmes mathématiques. Or il semble que ces deux compétences peuvent être liées. Ce serait donc un aspect à prendre en considération dans la construction d'une étude semblable. D'autant plus que, en concertation avec les enseignants de l'établissement, nous nous sommes rendus compte que, globalement, les élèves en difficulté en résolution de problèmes mathématiques le sont aussi en lecture. Une perspective de travail serait de mesurer les poids respectifs de la schématisation et du travail de lecture des énoncés en résolution de problèmes.

Toujours dans les perspectives de travail, nous proposons de modifier un aspect de cette étude si celle-ci devait être reproduite. Le taux de réussite du groupe « témoin » à l'évaluation diagnostique est de 73.28%. Ce taux est à la limite du seuil requis (si l'on se base sur les prescriptions en vigueur lors des évaluations nationales).

Il aurait donc été intéressant de mettre en place la séquence sur la schématisation avec l'ensemble des élèves de CE2 de cette école et non pas seulement avec les élèves en très grande difficulté. Nous n'avons malheureusement pas eu le temps de le faire dans le contexte de l'étude. Nous avons tout de même eu la satisfaction de voir que les résultats du groupe « témoin » avaient évolué avec un pourcentage de réussite de 77% à l'évaluation finale.

Une évaluation de l'impact pour le métier d'enseignant : Les résultats obtenus au cours de cette expérimentation montrent que les élèves peuvent progresser si l'enseignant leur apporte des méthodes et des aides adaptées à leurs besoins. Ainsi, ici, le fait de laisser la liberté aux élèves de produire le schéma de leur choix pour représenter la situation leur a permis d'être acteurs de leur apprentissage, de construire le sens des opérations et d'être en réussite. Nous avons également pu constater que, dans une recherche scientifique, toutes les variables sont à prendre en considération car elles peuvent introduire des biais, comme ici le lien entre le travail de schématisation et le travail parallèle sur la lecture des énoncés. L'enseignant retiendra de cette observation qu'il doit toujours finement anticiper son action pour obtenir des résultats « lisibles » et être à même, ultérieurement, d'infléchir son scénario d'enseignement dans telle ou telle direction.

Les progrès observés chez les élèves initialement en difficulté sont en lien avec leur utilisation de la schématisation. L'enseignant devra mener une réflexion sur la démarche didactique qui permettra à ces élèves de mettre en place une procédure experte.

En conclusion de cette étude, nous retiendrons que nous devons toujours nous appuyer sur des bases théoriques et mesurer les progrès des élèves afin d'évaluer la pertinence du travail qui a été mené. Nous retiendrons de plus qu'il est important de favoriser au maximum les interactions entre les élèves et de rendre explicite ce que nous travaillons avec eux afin qu'ils puissent savoir ce qu'ils vont apprendre. La clarification des buts est centrale dans l'apprentissage. Nous terminerons cette conclusion en disant que le travail en équipe d'école est efficace pour les élèves car il permet aux enseignants de travailler ensemble, par cycle, dans la progressivité et pour la réussite des élèves qui en ont le plus besoin.

Bibliographie

BASSIS O. (2004). *Concepts clés et situations-problèmes en mathématiques*. Tome 2. Hachette Education. Pédagogie pratique pour tous.

DESCAVES A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. Hachette Edition.

FAGNANT A., DEMONTY I., HINDRYCKX G. (2013). *Résoudre des problèmes : pas de problème*. Maths et sens. Guide méthodologique et documents reproductibles en ligne.

FAGNANT A., DEMONTY I., LEJONG M., (2004), *Résoudre des problèmes : pas de problème*. Guide méthodologique et documents reproductibles, Edition de Boeck.

HERVE P. (2005), *La résolution de problèmes arithmétiques à l'école*. Hatier pédagogie.

PRIOLET M., REGNIER JC. (2012), *Grand N*, n°90, Les problèmes de mathématiques dans les instructions et programmes officiels de l'école primaire, de 1833 à nos jours.

Repères IREM, n°96 (2014), La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation, , p. 24

BULTEZ A., (2012). *Le schéma peut-il être une aide chez l'élève en difficulté dans la résolution de problèmes ?*, Mémoire de Master 2 MEEF, Professeur des écoles.

COUCHOUX C., (2005). *Les aides à la schématisation en résolution de problèmes*. Concours de recrutement Professeurs des écoles.

POCHET S., (2012). *La résolution de problèmes en mathématiques au cycle 3 : l'aide par la schématisation*. Mémoire de Master 2 MEEF, Professeur des écoles.

POMME M., VALENTIN D., (2002), *Des problèmes pour le cycle 3. Les Maths, un outil pour comprendre le Monde*. Collection Mosaique. HATIER.

Ministère Education Nationale (2005) *Documents d'accompagnements des programmes*, Paris.

Ministère Education Nationale (2008), *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*, hors-série n° 3

Ministère Education Nationale, (2012), *Le nombre au cycle 3 - Apprentissage numériques*, ressources pour faire la classe, SCEREN, CNDP, CRDP

Annexes

<i>Annexe 1 : résumé synthétique des thèmes de travail de la séquence réalisée.....</i>	<i>1</i>
<i>Annexe 2 : exemple de présentation de la mise en page des évaluations.....</i>	<i>2</i>
<i>Annexe 3 : problèmes proposés aux séances n°1 et n°2.....</i>	<i>4</i>
<i>Annexe 4 : quelques productions d'élèves à la séance n°3.....</i>	<i>5</i>

Annexe 1 : résumé synthétique des thèmes de travail de la séquence réalisée

Evaluation diagnostique

Séance n°1 : apprendre à schématiser un énoncé

Séance n°2 : apprendre à schématiser un énoncé

Séance n°3 : associer une représentation schématique à une opération mathématique

Séance n°4 : associer un schéma à un problème

Séance n°5 : associer un schéma à un problème

Séance n°6 : associer un schéma à un problème

Evaluation finale

Annexe 2 : exemple de présentation de la mise en page des évaluations diagnostique et finale.

Séance 1 : résolution de problèmes mathématiques

Résous les problèmes suivants :

- **Ecris tout ce qui t'aide à résoudre le problème**
- **Indique la réponse sur la ligne réponse en faisant une phrase**

Problème 1 : Combien d'enveloppes lui manque-t-il ?

La directrice d'une école doit envoyer 18 lettres, mais elle n'a que 5 enveloppes.

Réponse : _____

Problème 2 : Combien y-a-t-il d'élèves en tout ?

Dans une classe il y a 15 filles et 9 garçons.

Réponse : _____

Séance 7 : évaluation – résolution de problèmes

Résous les problèmes suivants :

- **Ecris tout ce qui t'aide à résoudre le problème**
- **Indique la réponse sur la ligne réponse en faisant une phrase**

Problème 1 : Combien de garages lui manque-t-il pour ranger toutes ses voitures ?

Mathias possède 22 voitures mais il n'a que 8 garages pour les ranger.

Réponse : _____

Problème 2 : Combien Charlotte a-t-elle de billes en tout ?

Charlotte a 18 billes blanches et 7 billes vertes.

Réponse : _____

Annexe 3 : problèmes proposés aux séances n°1 et n°2.

Problème 1 : Combien de moutons blancs y-a-t-il dans le troupeau ?

Dans un troupeau de moutons, il y a 30 moutons.

7 de ces moutons sont noirs, les autres moutons sont blancs.

Problème 2 : Combien reste-t-il d'essence dans mon réservoir ?

Le réservoir de ma voiture est plein : il contient 32 litres d'essence.

Ensuite, au cours du voyage, je consomme 18 litres d'essence.

Problème 3 : Quel âge a Charly ?

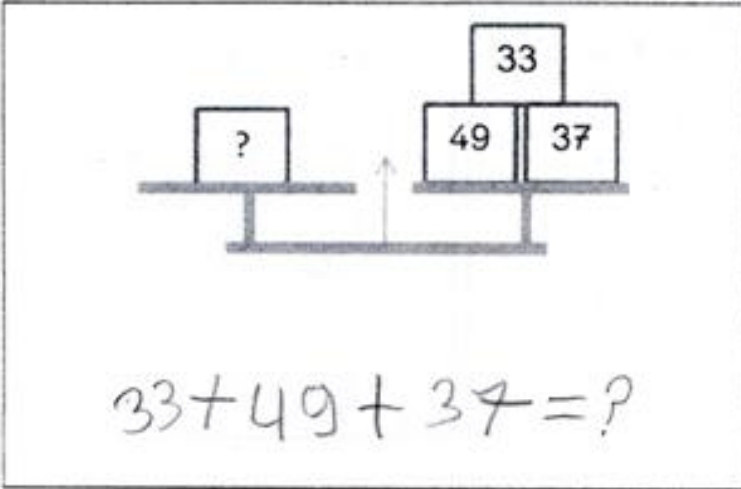
Ma cousine a 28 ans. Elle a 6 ans de plus que son frère Charly.

Problème 4 : Combien y-avait-il de livres avant que la maitresse en jette ?

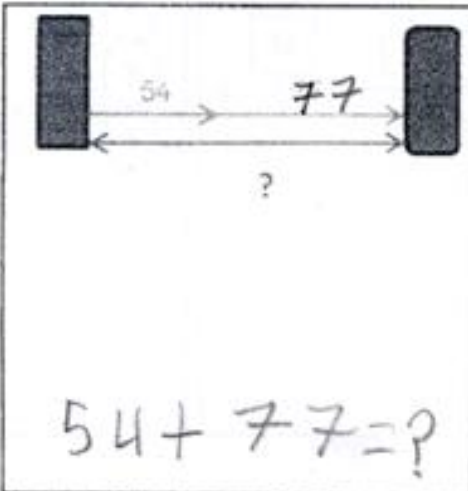
Aujourd'hui la bibliothèque de la classe contient 27 livres.

Hier la maitresse a jeté 15 livres de la bibliothèque à la poubelle.

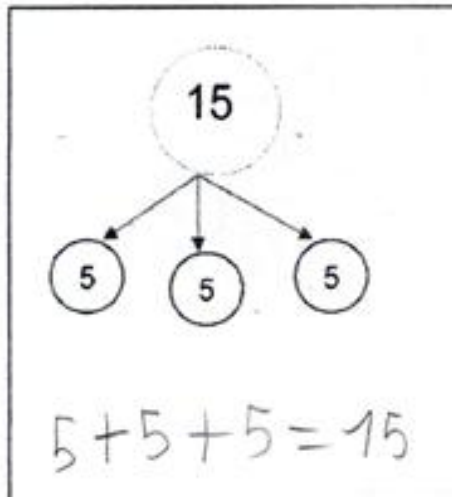
Annexe 4 : quelques productions d'élèves à la séance n°3



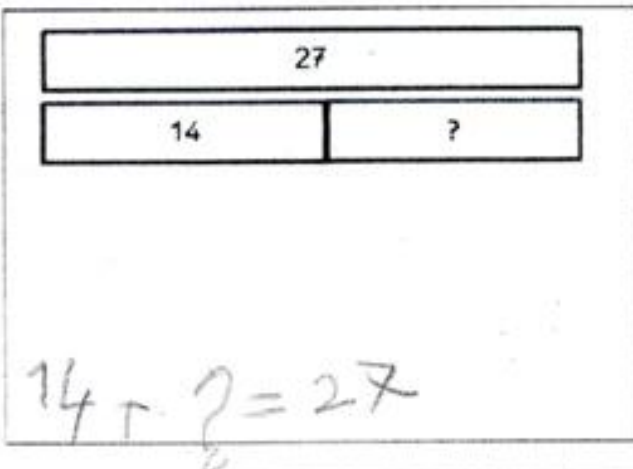
$33 + 49 + 37 = ?$



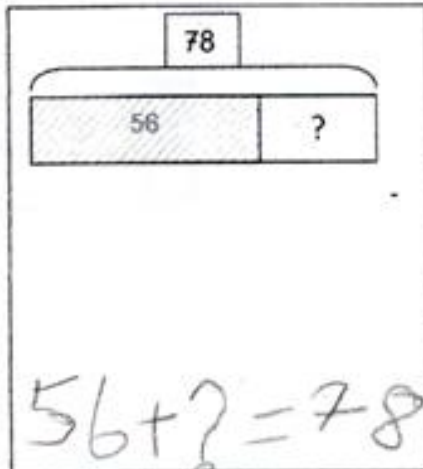
$54 + 77 = ?$



$5 + 5 + 5 = 15$



$14 + ? = 27$



$56 + ? = 78$

Résumé / Summary

L'objet de notre étude est l'influence de la schématisation dans la résolution de problèmes mathématiques, dans le champ additif, pour des élèves de CE2 (cycle 3) en difficulté. Les constats à l'origine de ce travail soulignent que, face à un énoncé de problème mathématique, certains élèves ont des difficultés à comprendre le sens de l'opération à effectuer. Nous avons essayé d'étudier en quoi la schématisation peut être une aide à la représentation mentale du problème et donc à l'identification de l'opération mathématique adaptée. Par conséquent, nous avons proposé diverses activités aux élèves afin qu'ils apprennent à représenter un problème et se construisent une procédure personnelle de résolution. Nous n'avons pas imposé de représentation « prototypique » mais nous avons au contraire permis aux élèves de travailler avec leur support préférentiel. Les résultats de l'étude témoignent du progrès des élèves en difficulté dans la résolution de problèmes mathématiques : ils utilisent davantage la schématisation et réalisent des opérations en adéquation avec l'énoncé. Les progrès des élèves de l'étude sont par ailleurs supérieurs à ceux des élèves non concernés. La schématisation apparaît donc comme une aide efficace à la résolution de problèmes pour des élèves de CE2 en difficulté dans le champ additif.

The main focus of our study is the importance of the mapping of mathematical problems in the fields of addition and subtraction with 3rd graders who have maths learning difficulties. It is based on the fact that when some pupils are faced with a particular mathematical problem, they have trouble identifying the nature of the operation. This study explores how mapping can help pupils come up with a mental representation of a mathematical problem and thus identify the correct operation involved. To research this, we came up with different activities to help pupils come up with their own representations and thereby develop their own method of resolution. We decided not to impose any particular mental representation but on the contrary left the pupils free to work with their preferred representation. The results of our study underline the progress of pupils who had difficulties with the resolution of mathematical problems: they use mapping more frequently and are successful in choosing the relevant operation. In addition, the pupils involved in the study made more progress than the rest of the class. In conclusion, the mapping of mathematical problems is an effective way to help 3rd graders with maths learning difficulties solve mathematical problems in the fields of addition and subtraction.

Mots clés : mathématiques, résolution de problèmes, schématisation, cycle 3, CE2