

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS
CENTRE REGIONAL RHÔNE-ALPES
CENTRE D'ENSEIGNEMENT DE GRENOBLE

ANNEXES AU MEMOIRE

présenté par **Denis Khalifa**

en vue d'obtenir

LE DIPLÔME D'INGENIEUR C.N.A.M.

en Electronique - Automatique

option : Electronique

**Etude et réalisation d'une instrumentation en vue de
l'analyse du comportement d'une presse haute pression
grand volume**

Soutenu le 24 juin 2014

JURY

Président : Catherine ALGANI
Membres : Claude DELPUECH
Thierry FALQUE

Professeur, CNAM, Paris
Docteur Ingénieur, INSERM, Lyon
Directeur Développement Analogique,
STMicroelectronics, Grenoble
Directeur groupe AAM, ESRF, Grenoble
Docteur Ingénieur, ESRF-AAM, Grenoble

Invités : Yves DABIN
Marc DIOT

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

CENTRE REGIONAL RHÔNE-ALPES

CENTRE D'ENSEIGNEMENT DE GRENOBLE

ANNEXES AU MEMOIRE

présenté par **Denis Khalifa**

en vue d'obtenir

LE DIPLOME D'INGENIEUR C.N.A.M.

en Electronique – Automatique

option : Electronique

**Etude et réalisation d'une instrumentation en vue de
l'analyse du comportement d'une presse haute pression
grand volume**

Soutenu le 24 juin 2014

TABLE DES MATIERES :

1	<u>ANNEXE A : COMPORTEMENT DE L'ACIER– ELEMENTS DE RHEOLOGIE.....</u>	10
1.1	DEFINITIONS	10
1.2	CARACTERISATION D'UN MATERIAU	10
1.2.A	CONTRAINTE VRAIE – CONTRAINTE NOMINALE	12
1.2.B	DEFORMATION VRAIE – DEFORMATION NOMINALE	13
	CONTRAINTE – DEFORMATION : FORMULES DE TRANSFORMATION	13
1.3	COMPORTEMENT DE L'ACIER	14
1.3.A	DEFORMATION ELASTIQUE – LOI DE HOOKE	14
1.3.B	DEFORMATION PLASTIQUE HOMOGENE.....	15
1.3.C	DEFORMATIONS PLASTIQUE HETEROGENE	16
1.4	ELEMENTS DE RHEOLOGIE	19
1.4.A	INTERPRETATION DES DEFORMATIONS ELASTIQUES	20
1.4.B	INTERPRETATION DES DEFORMATIONS PLASTIQUES	20
1.4.C	MODELISATION DU COMPORTEMENT DES MATERIAUX	20
1.4.D	ANALOGIE MECANIQUE - ELECTRIQUE.....	22
1.5	MODELE RHEOLOGIQUE DE L'ACIER.....	22
1.5.A	MODELE DE MAXWELL	22
1.5.B	MODELE DE KELVIN - VOIGT	24
1.6	PROPAGATION DANS LES SOLIDES.....	26
1.6.A	EQUATION D'ONDE (OU DE D'ALEMBERT).....	26
1.6.B	ONDE LONGITUDINALE – ONDE TRANSVERSALE	28
1.7	CHOCES ET VIBRATIONS	28
1.7.A	MODELE D'ANALYSE.....	28
1.7.B	VIBRATIONS :	29
1.7.C	CHOCES.....	30
2	<u>ANNEXE B : NOTION DE TENSEUR - LOI DE HOOKE GENERALISEE.....</u>	31
2.1	LA LOI DE HOOKE	31
2.2	LE TENSEUR DES CONTRAINTES	33
2.3	LE TENSEUR DES DEFORMATIONS	35
2.4	INTERPRETATION PHYSIQUE DES TENSEURS DES CONTRAINTES ET DES DEFORMATIONS	36
2.4.B	CONTRAINTES DE CISAILEMENT	37
2.5	LOI DE HOOKE GENERALISEE	38
2.6	LE TENSEURS DE RIGIDITE.....	39
2.7	LE TENSEUR DE SOUPLESSE	41
2.8	COEFFICIENTS D'ELASTICITE.....	43
2.9	INTERPRETATION MATHEMATIQUE	45
2.9.A	DEFINITIONS	45
2.9.B	GRADIENT DE TRANSFORMATION.....	48
2.9.C	TENSEUR DE DILATATION	49
2.9.D	TENSEUR DE DEFORMATION.....	50
2.9.E	IDENTIFICATION PHYSIQUE DES COMPOSANTES DU TENSEUR DES DEFORMATIONS.....	50
2.10	GENERALITES SUR LES TENSEURS.....	54
3	<u>ANNEXE C : ESSAIS SUR UNE LAME INSTRUMENTEE.....</u>	55
3.1	OBJECTIFS DES ESSAIS	55
3.1.A	MODE OPERATOIRE	56
3.1.B	CONDITIONS DE MESURE ET MOYENS UTILISES	59

3.2 DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DE LA CHAINE D'ACQUISITION.....	63
3.2.A ERREUR DE MESURE DE LA CHAINE D'ACQUISITION	63
3.2.B BANDE PASSANTE DE LA CHAINE D'ACQUISITION	65
3.2.C STABILITE DE LA CHAINE D'ACQUISITION	66
3.2.D BRUIT DE LA CHAINE D'ACQUISITION	66
3.3 ETUDE DE LAME INSTRUMENTEE	66
3.3.A ETUDE MECANIQUE DE LA LAME EN FLEXION	66
3.3.B CALCUL DE LA FREQUENCE DE VIBRATION DE LA LAME ENCASTREE	72
3.4 ACQUISITION ET TRAITEMENTS DES MESURES	74
3.4.A ESSAI N°1 : DETERMINATION DE LA STABILITE	74
3.4.B ESSAI N°1 : DETERMINATION DU BRUIT	77
3.4.C ESSAI N°2 : DETERMINATION DE LA PRECISION	84
3.4.D ESSAI N°2 : DETERMINATION DE LA LINEARITE	88
3.4.E ESSAI N°2 : OBSERVATION DU FLUAGE ELASTIQUE (CREEP)	91
3.4.F ESSAI N°3 : DETERMINATION DE LA REPETABILITE (FIDELITE).....	92
3.4.G ESSAI N°4 : DETERMINATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE	93
3.5 ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS	94
3.5.A STABILITE.....	94
3.5.B BRUIT.....	94
3.5.C PRECISION.....	95
3.5.D LINEARITE	96
3.5.E FLUAGE ELASTIQUE (CREEP)	96
3.5.F REPETABILITE (FIDELITE)	96
3.5.G DYNAMIQUE	96
3.6 CONCLUSION	97
<u>4 ANNEXE D : ANALYSE DES MESURES DE VIBRATIONS</u>	<u>98</u>
4.1 DESCRIPTION DES MESURES	98
4.1.A CONDITIONS :	98
4.1.B MATERIEL UTILISE :	98
4.1.C DISPOSITIONS DES CAPTEURS :	98
4.1.D PROGRAMME DE MESURE :	99
4.2 MESURE DE VIBRATION	101
4.3 FONCTIONNEMENT ET CARACTERISTIQUES DES CAPTEURS	102
4.3.A GEOPHONE MARK PRODUCTS L-4C :	103
4.3.B ACCELEROMETRE PCB PIEZOTRONICS 393B05	113
4.4 FONCTIONNEMENT ET CARACTERISTIQUES DE L'ENREGISTREUR DE SIGNAUX OROS OR36.....	122
4.4.A STRUCTURE ET FONCTIONNEMENT.....	122
4.4.B ADAPTATION DES ENTREES DE MESURE AUX CAPTEURS UTILISES.....	123
4.4.C RESUME DES PRINCIPALES CARACTERISTIQUES	125
4.4.D CONFIGURATION ADOPTEE POUR LES MESURES DE VIBRATIONS SUR LA PRESSE	125
4.5 ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS	126
<u>5 ANNEXE E : CONDITIONNEUR</u>	<u>127</u>
5.1 ROLE DU CONDITIONNEUR	127
5.2 MESURE DE RESISTANCE ELECTRIQUE.....	127
5.2.A MONTAGE POTENTIOMETRIQUE	127
5.2.B MONTAGE EN PONT	129
5.3 PONT DE WHEATSTONE	130
5.3.A MONTAGE QUART DE PONT	130
5.3.B MONTAGE DEMI PONT	134
5.3.C CONFIGURATION PONT COMPLET	137
5.4 MONTAGE 4 FILS	140

5.5	MONTAGE 6 FILS	141
5.6	SYSTEME « KREUZER » HBM	142
5.7	AMPLIFICATEUR.....	142
6	<u>ANNEXE F : CONVERSION ANALOGIQUE-NUMERIQUE</u>	<u>143</u>
6.1	CONSIDERATIONS PRATIQUES DE L'ECHANTILLONNAGE	143
6.2	FILTRE ANTI-REPLIEMENT	145
6.3	ECHANTILLONNEUR-BLOQUEUR	146
6.4	CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-NUMERIQUE.....	148
6.5	LES DIFFERENTS TYPES DE CONVERTISSEURS.....	149
6.6	FONCTION DE TRANSFERT D'UN CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-NUMERIQUE.....	149
6.6.A	APPROXIMATION PAR ARRONDI	149
6.6.B	APPROXIMATION PAR TRONCATURE	151
6.7	PRECISION STATIQUE D'UN CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-NUMERIQUE	151
6.7.A	ERREUR DE ZERO (OFFSET)	152
6.7.B	ERREUR DE GAIN	152
6.7.C	ERREUR DE LINEARITE.....	153
6.7.D	CODES MANQUANTS.....	153
6.7.E	BRUIT DE QUANTIFICATION.....	154
6.7.F	RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT - DYNAMIQUE	155
6.8	CONVERTISSEUR SIGMA DELTA.....	156
6.8.A	SURECHANTILLONNAGE.....	156
6.8.B	MODULATEUR DELTA	157
6.8.C	CONVERTISSEUR DELTA SIGMA	158
6.8.D	MISE EN FORME DU BRUIT DE QUANTIFICATION (<i>NOISE SHAPPING</i>)	160
6.8.E	FILTRE NUMERIQUE	162
6.8.F	DECIMATION.....	163
6.9	CONCLUSION	163
7	<u>ANNEXE G : FILTRAGE NUMERIQUE.....</u>	<u>164</u>
7.1	OBSERVATIONS.....	164
7.2	LE FILTRAGE	164
7.2.A	LE FILTRAGE ANALOGIQUE	165
7.2.B	ECHANTILLONNAGE	169
7.2.C	LE FILTRAGE NUMERIQUE.....	170
7.3	LES FILTRES RII.....	174
7.3.A	STABILITE	175
7.3.B	SYNTHESE.....	176
7.4	LES FILTRES RIF	179
7.4.A	STABILITE.....	179
7.4.B	SYNTHESE.....	180
7.5	CHOIX DU TYPE DE FILTRE	180
7.6	SYNTHESE DU FILTRE COUPE-BANDE SELON UNE STRUCTURE RIF.....	181
7.6.A	FILTRE IDEAL.....	181
7.6.B	FONCTION DE TRANSFERT DU FILTRE IDEAL	182
7.6.C	CONSIDERATIONS PRATIQUES SUR LA MISE EN ŒUVRE D'UN FILTRE RIF.....	182
7.6.D	REPOSE IMPULSIONNELLE.....	185
7.6.E	PHASE DU FILTRE RIF SYNTHETISE	187
7.7	REALISATION DU FILTRE RIF COUPE-BANDE.....	188
7.7.A	DEFINITION DU GABARIT	188
7.7.B	DEFINITION DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE	188
7.7.C	FONCTION DE TRANSFERT DU FILTRE RIF COUPE-BANDE.....	190
7.7.D	CONSEQUENCE DE LA TRONCATURE DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE	193

7.7.E	CHOIX DE LA FENETRE DE TRONCATURE	194
7.7.F	REGIMES TRANSITOIRES	199
7.8	MISE EN ŒUVRE DU FILTRE COUPE-BANDE	199
7.9	REALISATION D'UN FILTRE RIF A MOYENNE GLISSANTE	206
7.9.A	DEFINITION DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE	206
7.9.B	FONCTION DE TRANSFERT DU FILTRE RIF A MOYENNE GLISSANTE	207
7.9.C	REGIMES TRANSITOIRES	210
7.10	MISE EN ŒUVRE D'UN FILTRE RIF A MOYENNE GLISSANTE	211
8	<u>ANNEXE H : CODES MATLAB.....</u>	213
8.1	FONCTION SGR (MATLAB)	213
8.2	FONCTION TFD (MATLAB)	214
8.3	FONCTION REJ (MATLAB).....	215
8.4	TRAITEMENT DES SIGNAUX ISSUS DE L'AUTOMATE MAVO PILOTANT LA PRESSE LVP (MATLAB) 217	
8.5	TRAITEMENT DES SIGNAUX ISSUS DES ROSETTES FIXEES SUR LE D-DIA (MATLAB).....	224
9	<u>ANNEXE I : NOTES TECHNIQUES</u>	235
9.1	CARACTERISTIQUES DE L'ACCELEROMETRE PCB 393B05	235
9.2	CARACTERISTIQUES DE DU GEOPHONE MARK PRODUCTS L-4	236
9.3	CARACTERISTIQUES DE DE LA LAME INSTRUMENTEE HBM	239
9.4	CARACTERISTIQUES DE LA PRESSE MAVO LPO 2000-1000/200.....	240
9.5	RAPPORT D'INTERVENTION DE LA SOCIETE HBM	241

Liste des figures :

Figure 1.2-1 : Différents types d'éprouvettes	10
Figure 1.2-2 : Banc de test de traction	10
Figure 1.2-3 : Déformation d'une éprouvette	11
Figure 1.2-4 : Caractéristique force – allongement.....	11
Figure 1.2-5 : Caractéristique contrainte – déformation	12
Figure 1.2-6 : Contrainte normale.....	12
Figure 1.3-1 : Caractéristique d'un acier	14
Figure 1.3-2: Coefficient de Poisson	15
Figure 1.3-3 : Zone de striction	16
Figure 1.3-4 : Illustration des propriétés de fragilité et de ductilité	17
Figure 1.3-5: Evolution d'une courbe de traction en fonction de la vitesse de déformation.....	17
Figure 1.3-6 : Courbe de relaxation et d'effacement	19
Figure 1.4-1 : Propagation de la déformation plastique.....	20
Figure 1.4-2 : Modèle élémentaire - ressort.....	20
Figure 1.4-3 : Modèle élémentaire – amortisseur non-linéaire	21
Figure 1.4-4 : Modèle élémentaire – amortisseur linéaire	21
Figure 1.4-5 : Modèle élémentaire – patin.....	21
Figure 1.5-1 : Modèle de Maxwell	22
Figure 1.5-2 : Fluage – modèle de Maxwell	23
Figure 1.5-3 : Relaxation – modèle de Maxwell.....	24
Figure 1.5-4 : Modèle de Kelvin-Voigt	24
Figure 1.5-5 : Fluage - Modèle de Kelvin-Voigt	25
Figure 1.5-6 : Relaxation - Modèle de Kelvin-Voigt.....	26
Figure 1.6-1 : Modèle atomique de propagation dans un solide	26
Figure 1.6-2 : Modèle atomique de propagation d'une onde longitudinale dans un solide	27
Figure 1.7-1 : Système à un degré de liberté	29
Figure 1.7-2 : Caractérisation statistique d'un signal aléatoire.....	29
Figure 1.7-3 : Résonance dans un système mécanique	30
Figure 1.7-4 : Réponse temporelle et fréquentielle à un choc.....	30
Figure 2.1-1 : Traction uniaxiale	31
Figure 2.1-2 : Effet du coefficient de Poisson	32
Figure 2.1-3 : Influence du coefficient de Poissons sur les déformations latérales	32
Figure 2.2-1 : Contraintes sur un cube de matière	33
Figure 2.2-2 : Décomposition vectorielle d'une contrainte	33
Figure 2.2-3 : Principe d'action-réaction	34
Figure 2.2-4 : Symétrie des contraintes tangentielles	34
Figure 2.4-1: Elongation sous contrainte uniaxiale	36
Figure 2.4-2 : Déformations sous contraintes tangentielles	37
Figure 2.4-3 : Glissement	37
Figure 2.6-1 : Interprétation physique des composantes du tenseur de rigidité	40
Figure 2.9-1 : Contraintes au sein d'un corps solide.....	45
Figure 2.9-2 : Transformation d'un corps.....	46
Figure 2.9-4 : Vecteur position	47
Figure 2.9-5 : Transformation d'un vecteur élémentaire	48
Figure 2.9-6 : Contraintes tangentielles	52
Figure 2.9-7 : Modification de l'angle entre deux vecteurs.....	52
Figure 3.1-1 : Disposition de la lame lors de l'Essai N° 1 - Tests 1 à 4	57
Figure 3.1-2 : Disposition de la lame lors des Essais N°2 à 4	57
Figure 3.1-3 : Précautions prises en vue d'éviter la transmission de vibrations parasites	58
Figure 3.1-4 : Plan de la lame instrumentée et repère associée.....	61
Figure 3.1-5 : Vue de lame instrumentée.....	61
Figure 3.1-6 : Détail de la jauge de contrainte	61
Figure 3.2-1 : Synoptique d'une chaîne d'acquisition	63
Figure 3.3-1 : Flexion d'une poutre encastrée sous l'effet d'une force	66
Figure 3.3-2 : Hypothèse des petites déformations.....	67
Figure 3.3-3 : Illustration de l'axe neutre	68
Figure 3.3-4 : Effet de la flexion sur la structure du réseau cristallin de la lame métallique	68
Figure 3.3-5 : Moment quadratique d'une section droite.....	69

Figure 3.3-6 : Copie d'écran du logiciel RDM6	70
Figure 3.3-7 : Résultats obtenus au moyen du logiciel RDM6	71
Figure 3.3-8 : Conditions initiales de l'équation différentielle	72
Figure 3.3-9 : Comparaison des déformées en statique et en mode fondamental	73
Figure 3.4-1 : Stabilité du signal ϵ_0 (vert) et sa tendance (noir) – Essai n°1, Test n°1	74
Figure 3.4-2 : Signal ϵ_b , bruit du signal ϵ_0 – Essai n°1, Test n°1	77
Figure 3.4-3 : Histogramme des valeurs du bruit ϵ_b – Essai n°1, Test n°1	78
Figure 3.4-4 : Autocorrélation du bruit ϵ_b – Essai n°1, Test n°1	80
Figure 3.4-5 : Loi normale	80
Figure 3.4-6 : DSP du bruit $y(t)$ – Test n°1, Essai n°1	81
Figure 3.4-7 : Caractérisation de la DSP du bruit ϵ_b , dans la bande 0,01 Hz à 1 Hz – Essai n°1, Test n°1	82
Figure 3.4-8 : Signal ϵ_m – Essai N°2, Test n°1	84
Figure 3.4-9 : Exemple de positionnement d'un curseur afin de déterminer la valeur de ϵ_m	84
Figure 3.4-10 : Courbe d'étalonnage ($F_e = 400\text{Hz}$) – Essai n°2, Test n°1	87
Figure 3.4-11 Courbe d'étalonnage ($F_e = 20\text{Hz}$) – Essai n°2, Test n°2	88
Figure 3.4-12 : Phénomène de fluage élastique	91
Figure 3.4-13 : Signal obtenu lors du test de répétabilité (fidélité)	92
Figure 3.4-14 : Signal obtenu lors du test dynamique Essai N°4	93
Figure 3.4-15 : Valeurs du premier dépassement et de la 23e pseudo-période Essai N 4	93
Figure 4.1-1 : Emplacement des géophones durant les mesures	99
Figure 4.1-2 : Evolution de la pression et de la force vérin / piston principal	101
Figure 4.3-1 : Système mécanique à 1 degré de liberté	102
Figure 4.3-2 : Géophone Mark Products L-4C	103
Figure 4.3-3 : Structure d'un géophone	103
Figure 4.3-4 : Illustration de la loi de Lenz-Faraday	104
Figure 4.3-5 : Modélisation d'un géophone	104
Figure 4.3-6 : Circuit électrique équivalent au géophone shunté	108
Figure 4.3-7 : Module de la fonction de transfert du géophone L4-C	110
Figure 4.3-8 : Phase de la fonction de transfert du géophone L4-C	111
Figure 4.3-9 : Accéléromètre PCB 393B05	113
Figure 4.3-10 : Principe de l'accéléromètre piézoélectrique	113
Figure 4.3-11 : Effet piézoélectrique	114
Figure 4.3-12 : Structure d'un accéléromètre piézoélectrique	114
Figure 4.3-13 : Modélisation d'un accéléromètre	115
Figure 4.3-14 : Convertisseur charge électrique-tension	117
Figure 4.3-15 : Conditionneur pour capteur piézoélectrique	117
Figure 4.3-16 : Module de la fonction de transfert de l'accéléromètre 393B05	120
Figure 4.3-17 : Phase de la fonction de transfert de l'accéléromètre 393B05	121
Figure 4.4-1 : Enregistreur de signaux OROS OR36	122
Figure 4.4-2 : Synoptique d'une voie de mesure enregistreur OROS OR 36	122
Figure 4.4-3 : Géophone L4-C relié à l'entre tension de l'enregistreur OR36	123
Figure 4.4-4 : Interface IEPE	124
Figure 4.4-5 : Caractéristiques du signal de sortie d'un capteur IEPE	124
Figure 5.2-1 : Montage potentiométrique	127
Figure 5.2-2 : Montage en pont de Wheatstone	129
Figure 5.3-1 : Pont de Wheatstone – Montage quart de pont	130
Figure 5.3-2 : Non linéarité du montage quart de pont	131
Figure 5.3-3 : Linéarisation du montage quart de pont	131
Figure 5.3-4 : Non linéarité du montage quart de pont au voisinage de zéro	132
Figure 5.3-5 : Influence de la longueur des fils de raccordement – Montage quart de pont	133
Figure 5.3-6 : Pont de Wheatstone – Montage demi pont	134
Figure 5.3-7 : Exemple d'application du montage demi pont Push Pull	135
Figure 5.3-8 : Montage 3 fils : Troisième fil relié à la source	136
Figure 5.3-9 : Montage 3 fils : Troisième fil relié à l'appareil de mesure	137
Figure 5.3-10 : Pont Wheatstone – Pont complet	137
Figure 5.3-11 : Exemple d'application du montage en pont complet	138
Figure 5.4-1 : Montage 4 fils	140
Figure 5.5-1 : Raccordement 6 fils	141
Figure 5.6-1 : Système « Kreuzer » - Montage quart de pont – 4fils	142
Figure 5.7-1 : Chaîne d'acquisition	143
Figure 6.1-1 : Echantillonnage	143
Figure 6.1-2 : Périodisation du spectre	144

Figure 6.1-3 : Chevauchement de spectres (Aliasing)	144
Figure 6.2-1 : Filtre anti-repliement idéal	145
Figure 6.3-1 : Schéma de principe d'un Echantillonneur-Bloqueur	146
Figure 6.3-2 : Classe d'équivalence distribution de Dirac	146
Figure 6.3-3 : Echantillonnage idéal et réel	147
Figure 6.3-4 : Atténuation du spectre du signal à Fe/2 en fonction du temps de blocage	148
Figure 6.6-1 : Fonction de transfert - CAN approximation par arrondi	150
Figure 6.6-2 : Fonction de transfert - CAN bipolaire approximation par arrondi	150
Figure 6.6-3 : Fonction de transfert - CAN approximation par troncature	151
Figure 6.7-1 : Erreur de zéro – CAN approximation par arrondi	152
Figure 6.7-2 : Erreur de gain – CAN approximation par arrondi	152
Figure 6.7-3 : Erreur de linéarité – CAN approximation par arrondi	153
Figure 6.7-4 : Code manquant – CAN approximation par arrondi	153
Figure 6.7-5 : Erreur de quantification – CAN approximation par arrondi	154
Figure 6.7-6 : Répartition statistique de l'erreur de quantification	154
Figure 6.7-7 : Tension de bruit de quantification	154
Figure 6.8-1 : Schéma de principe du convertisseur sigma-delta	156
Figure 6.8-2 : Bruit de quantification sans et avec suréchantillonnage	156
Figure 6.8-3 : Modulateur delta	157
Figure 6.8-4 : Signaux dans un modulateur delta	158
Figure 6.8-5 : CAN sigma-delta	158
Figure 6.8-6 : Réponse du modulateur sigma delta à un signal constant et centré	159
Figure 6.8-7 : Réponse du modulateur sigma delta à un signal égal à la pleine échelle	159
Figure 6.8-8 : Réponse d'un CAN sigma-delta à un signal sinusoïdal	160
Figure 6.8-9 : Modulateur à temps discret	160
Figure 6.8-10 : Mise en forme du bruit de quantification en fonction de l'ordre du CAN delta-sigma	162
Figure 6.8-11 : Filtrage numérique en sortie du CAN sigma-delta	163
Figure 7.2-1 : Filtre analogique : Système Linéaire Invariant dans le Temps	165
Figure 7.2-2 : Réponse impulsionnelle d'un filtre	166
Figure 7.2-3 : Comportement d'un filtre en fonction des pôles de sa fonction de transfert	167
Figure 7.2-4 : Gabarit de filtre passe-bas	168
Figure 7.2-5 : Etapes de la synthèse d'un filtre analogique	168
Figure 7.2-6 : Peigne de Dirac	169
Figure 7.2-7 : Echantillonnage temporel	170
Figure 7.2-8 : Filtre numérique : Système Linéaire Invariant dans le Temps	170
Figure 7.2-9 : réponse Impulsionnelle d'un filtre numérique	171
Figure 7.3-1 : Structure filtre RII - Structure ARMA	174
Figure 7.3-2 : Filtre RII - Structure AR	175
Figure 7.3-3 : Transformation bilinéaire	176
Figure 7.3-4 : Transformation Bilinéaire	177
Figure 7.3-5 : Etapes de la synthèse d'un filtre numérique par transformation bilinéaire	178
Figure 7.3-6 : Méthode d'optimisation	178
Figure 7.4-1 : Structure filtre RIF - Structure MA	179
Figure 7.6-1 : Gabarit des filtres passe-bas et passe-haut idéaux	181
Figure 7.6-2 : Gabarit d'un filtre coupe-bande idéal	181
Figure 7.6-3 : Association parallèle de filtres	182
Figure 7.6-4 : Fonction porte et sa TF en sinus cardinal	185
Figure 7.6-5 : Exemple de réponse impulsionnelle d'un filtre RIF coupe-bande	186
Figure 7.6-6 : Exemple de réponse impulsionnelle rendue causale	187
Figure 7.7-1 : Gabarit filtre coupe-bande	188
Figure 7.7-2 : Réponse impulsionnelle du filtre RIF coupe-bande	189
Figure 7.7-3 : Gain filtre RIF coupe-bande – Fenêtrage rectangulaire	190
Figure 7.7-4 : Ondulations suite au fenêtrage rectangulaire	191
Figure 7.7-5 : Phase filtre RIF coupe-bande – Fenêtrage rectangulaire	191
Figure 7.7-6 : Phase dans la bande coupée et gain correspondant	192
Figure 7.7-7 : Bande coupée inférieure à $1 / (NsTe)$	192
Figure 7.7-8 : Effet de la troncature de la réponse impulsionnelle	193
Figure 7.7-9 : Allure du gain pour $N=432$ et $N=1488$	194
Figure 7.7-10 : graphe temporel de la fenêtre de Hann	196
Figure 7.7-11 : Allure de la réponse impulsionnelle selon le type de fenêtre de troncation	197
Figure 7.7-12 : Fonction de transfert RIF coupe-bande - fenêtre de Hann	197
Figure 7.7-13 : Régimes transitoires d'amorçage et d'extinction	199
Figure 7.8-1 : Signal de test	200

Figure 7.8-2 : Signal filtré et amorçage	200
Figure 7.8-3 : Régime transitoire (amorçage).....	200
Figure 7.8-4 : Spectre du signal filtré	201
Figure 7.8-5 : Gain filtre coupe-bande - bande coupée 0,2Hz	202
Figure 7.8-6 : Gain filtre coupe-bande – bande coupée 5 Hz	202
Figure 7.8-7 : Signal filtré sans amorçage	203
Figure 7.8-8 : Suppression de l’amorçage	203
Figure 7.8-9 : Auto corrélation du signal non filtré	204
Figure 7.8-10 : Auto corrélation du signal non filtré	204
Figure 7.8-11 : Spectre du signal non filtré	205
Figure 7.8-12 : Spectre du signal filtré	205
Figure 7.9-1 : Réponse impulsionnelle filtre RIF moyenne glissante (N=8).....	206
Figure 7.9-2 : Gain filtre moyenne glissante (N=8).....	208
Figure 7.9-3 : Phase filtre moyenne glissante (N=8)	209
Figure 7.9-4 : Régimes transitoires.....	210
Figure 7.10-1 : Filtrage à moyenne glissante sur N=48 échantillons.....	211
Figure 7.10-2 : Corrélation du signal filtré	211
Figure 7.10-3 : Spectre du signal filtré	212

Liste des tableaux :

Tableau 1.4-1 : Analogies Mécanique – Electrique	22
Tableau 1.6-1 : Célérité des ondes longitudinale et transversale	28
Tableau 3-1 : Configurations des essais	56
Tableau 3-2 : Détermination de la masse M_a d'un écrou par échantillonnage	58
Tableau 3-3 : Liste du matériel utilisé	59
Tableau 3-4 : Principales caractéristiques de la lame instrumentée	60
Tableau 3-5 : Principales caractéristiques de la jauge LY41-1,5/120	62
Tableau 3-6 : Principales caractéristiques de l'amplificateur conditionneur ML801B - AP815i	62
Tableau 3-7 : Valeurs extrêmes des grandeurs mécaniques lors des essais de flexion	69
Tableau 3-8 : Modes de vibration d'une lame encastrée	72
Tableau 3-9 : Résultats des tests de stabilité Essai N°1	76
Tableau 3-10 : Résultats des analyses temporelles du signal de bruit Essai N°1	79
Tableau 3-11 : Résultats des analyses spectrales du bruit Essai N°1	82
Tableau 3-12 : Analyse du test de précision ($F_e = 400$ Hz) Essai N°2 – Test N°1	85
Tableau 3-13 : Analyse du test de précision ($F_e = 20$ Hz) Essai N°2 – Test N°2	86
Tableau 3-14 : Analyse du test de linéarité ($F_e = 400$ Hz) Essai n°2, Test n°1	89
Tableau 3-15 : Analyse du test de linéarité ($F_e = 20$ Hz) Essai n°2, Test n°2	90
Tableau 3-16 : Résultats du test de répétabilité (fidélité)	92
Tableau 3-17 : Conformité de la chaîne d'acquisition associée à la lame instrumentée	96
Tableau 4-1 : Equipements utilisés lors des mesures de vibrations	98
Tableau 4-2 : Conditions et caractéristiques des différentes série d'acquisitions	100
Tableau 4-3 : Type de réponse des capteurs de vibrations en fonction du mesurande	102
Tableau 4-4 : Spécifications du géophones Mark Products L4-C	107
Tableau 4-5 : Principaux types d'accélération	113
Tableau 4-6 : Spécifications de l'accéléromètre PCB 393B05	119
Tableau 4-7 : Spécifications de l'enregistreur OROS OR36	125
Tableau 5-1 : Erreurs de non linéarité de la réponse d'un pont de Wheatstone (montage 1/4pont et $k=2$)	132
Tableau 7.2-1 : Dénormalisation selon la nature du filtre synthétisé	169
Tableau 7.5-1 : Comparatif des principales caractéristiques des structures RIF et RII	180
Tableau 7.7-1 : Gabarit du filtre coupe-bande	188
Tableau 7.7-2 : Caractéristiques des principales fenêtres de pondération	195
Tableau 7.9-1 : Fréquences des extremums d'un filtre à moyenne glissante	209

1 Annexe A : Comportement de l'acier– Eléments de Rhéologie

L'objet de ce chapitre est d'exposer les notions qui nous ont permis d'analyser et d'interpréter les signaux que nous avons recueillis au moyen de l'instrumentation dont nous avons équipé la presse LVP et de réaliser l'étude des jauges de contrainte.

C'est donc volontairement que nous avons limité cette étude aux propriétés de l'acier, matériau constituant les piliers et l'outil D-DIA de la presse LVP sur lesquels ont été apposées les jauges de contrainte.

1.1 Définitions

Loi de comportement des matériaux :

Caractérisation de la relation entre la contrainte à laquelle est soumis un matériau et la déformations de ce matériau.

Rhéologie :

Etude des déformations et de l'écoulement de la matière.

1.2 Caractérisation d'un matériau

Le comportement d'un matériau est caractérisé en réalisant des essais de traction sur des échantillons, appelés éprouvette, dont nous trouverons quelques exemples de formes différentes ci-dessous.

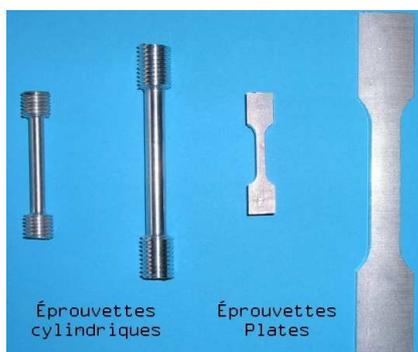


Figure 1.2-1 : Différents types d'éprouvettes

Ces essais sont réalisés selon des procédures normalisées (EN 10002-1 en Europe, ISO 6892-1 internationale) sur des bancs de test comme celui-ci :



Figure 1.2-2 : Banc de test de traction

L'essai consiste à exercer une force de traction \vec{F} à chacune des extrémités de l'éprouvette avec une vitesse de déformation constante correspondant à un régime établi.

Sous cette force de traction, l'éprouvette subira une déformation, sous forme d'un allongement ΔL comme illustré sur la figure ci-dessous.

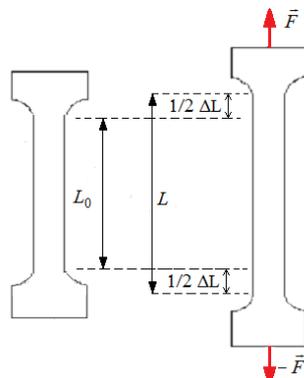


Figure 1.2-3 : Déformation d'une éprouvette

La caractéristique, $F = f(\Delta L)$, est alors obtenue en représentant la valeur de l'allongement ΔL en fonction de l'intensité de la force \vec{F} .

Pour un matériau comme l'acier, nous obtenons une courbe de la forme de celle présentée sur la figure ci-après.

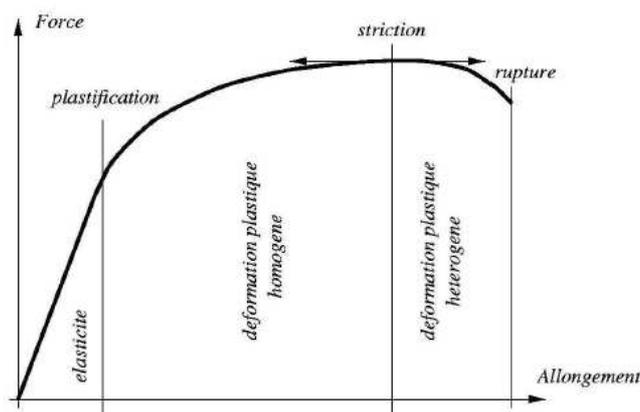


Figure 1.2-4 : Caractéristique force – allongement

Cette caractéristique fait apparaître trois zones correspondant aux différents comportements du matériau que nous étudierons par la suite. Elle est également fonction des dimensions et de la forme de l'éprouvette. L'allongement et la force appliquée étant des grandeurs fonction de la taille de l'éprouvette, le résultat n'est donc pas directement généralisable à toute structure qui serait constituée du matériau étudié.

Afin de palier à cette restriction, nous pouvons utiliser la caractéristique $\sigma=f(\epsilon)$, aussi appelée plan déformation contrainte, figurant ci-après.

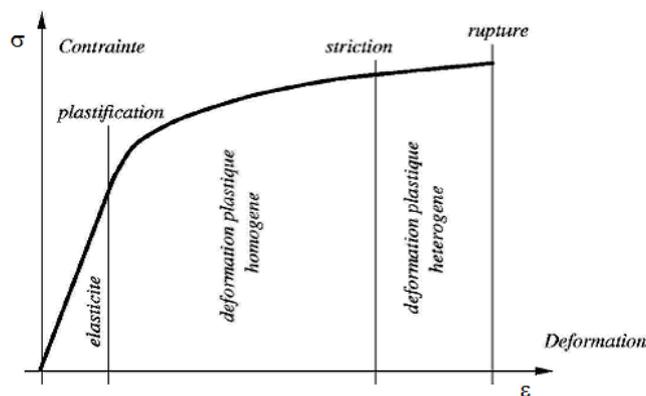


Figure 1.2-5 : Caractéristique contrainte – déformation

Sur cette courbe, σ représente la contrainte subie par l'éprouvette. Elle est fonction de la force appliquée mais également de la surface sur laquelle elle s'applique. La déformation, $\varepsilon = \Delta L / L$, est quant à elle une grandeur relative donc sans dimension. Cette caractéristique n'est donc plus dépendante de la forme de l'objet soumis à l'essai.

La différence entre ces deux caractéristiques au niveau de la zone de « déformation plastique hétérogène » trouvera une explication au paragraphe 1.3.c.

1.2.a Contrainte vraie – Contrainte nominale

Nous nous bornerons ici, à l'étude de contraintes normales, uniformes et monodimensionnelles. Le cas des contraintes de flexion, de torsion ou de cisaillement en trois dimensions est développé à l'annexe B.

La définition mathématique d'une contrainte axiale, uniforme et monodimensionnelle (nous parlerons par la suite simplement de contrainte) est :

$$\sigma = \frac{|\vec{F}|}{S} \quad (1.2-1)$$

C'est la contrainte vraie, rapport d'une force à la surface normale à cette force (unité : N / m^2). Elle est assimilable à une densité surfacique de force. Selon cette définition, une contrainte est homogène à une pression et peut donc être exprimée en Pascal (Pa).

Ainsi :

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} / \text{m}^2,$$

et

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N} / \text{mm}^2$$

Nous pouvons représenter une contrainte ainsi :

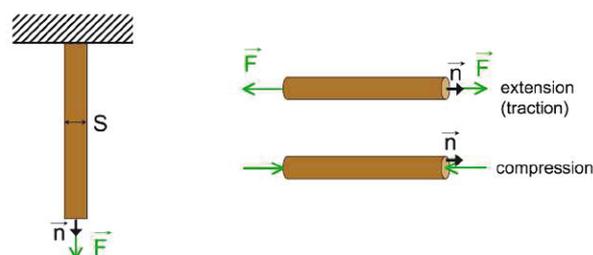


Figure 1.2-6 : Contrainte normale

Selon la direction de la force \vec{F} , il s'agit de traction ou de compression. La contrainte nominale ou conventionnelle est définie par :

$$\sigma_n = \frac{|\vec{F}|}{S_0} \quad (1.2-2)$$

Avec :

- S_o : Section initiale de l'éprouvette.

En effet, nous verrons au chapitre 1.3.c, que la surface S , qui n'est autre que la section de l'éprouvette, n'est pas constante tout au long de l'essai.

1.2.b Déformation vraie – Déformation nominale

Au cours d'un essai durant lequel la force \bar{F} croît de façon continue, la longueur L_o de l'éprouvette, augmente de quantités dL , l'allongement final ΔL est donc la somme des allongements successifs dL .

Nous définissons par conséquent la déformation vraie ε par :

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} \quad (1.2-3)$$

Soit :

$$\varepsilon = \int_{L_o}^L \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L}{L_o}\right) \quad (1.2-4)$$

S'agissant d'une grandeur relative, ε s'exprime sans unité. Par analogie à la contrainte, nous définissons une déformation nominale ε_n telle que :

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta L}{L_o} = \frac{L - L_o}{L_o} \quad (1.2-5)$$

Avec :

- L_o : Longueur initiale de l'élément en l'absence de contrainte.
- L : Longueur de l'élément soumis à une contrainte.
- ΔL : Allongement de l'élément soumis à une contrainte.

Examinons maintenant plus en détail, le comportement de l'acier.

Contrainte – Déformation : Formules de transformation

Les variations de longueur et de section de l'éprouvette, permettent d'écrire qu'à volume constant :

$$V = S_o L_o = S L = S(L_o + \Delta L) \quad (1.2-6)$$

D'où :

$$S = \frac{S_o L_o}{L} = \frac{S_o L_o}{L_o(1 + \Delta L)} = \frac{S_o}{1 + \varepsilon} \quad (1.2-7)$$

Donc :

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_o} (1 + \varepsilon) = \sigma_n (1 + \varepsilon) \quad (1.2-8)$$

De même :

$$\frac{L}{L_o} = 1 + \frac{L - L_o}{L_o} \quad (1.2-9)$$

Soit :

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{L}{L_o}\right) = \ln(1 + \varepsilon_n) \quad (1.2-10)$$

Nous obtenons alors les formules de transformation suivantes :

$$\sigma = \sigma_n (1 + \varepsilon_n) \quad (1.2-11)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_n) \quad (1.2-12)$$

1.3 Comportement de l'acier

L'objet de ce paragraphe est de décrire le comportement mécanique de l'acier. L'acier est un matériau homogène, comme la plupart des métaux. Cela signifie qu'il conserve ses propriétés physiques en tout point. La figure ci-dessous présente la caractéristique $\sigma=f(\varepsilon)$.

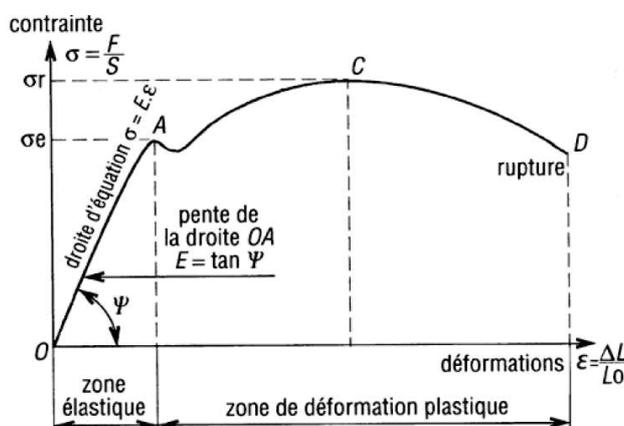


Figure 1.3-1 : Caractéristique d'un acier

Nous retrouvons sur cette caractéristique les différentes zones de comportements déjà identifiées Figure 1.2-4 et Figure 1.2-5. Nous pouvons remarquer qu'elle diffère de la courbe présentée Figure 1.2-5. Réalisons son analyse ci-après.

1.3.a Déformation élastique – Loi de Hooke

Cela correspond à la partie de la courbe caractéristique entre les points O et A (Figure 1.3-1).

Une déformation élastique est réversible. Cela signifie que soumis à une contrainte inférieure ou égale σ_e , le matériau subira une déformation ε qui disparaîtra dès la suppression de la contrainte.

σ_e , délimitant la zone de comportement élastique, est appelée limite d'élasticité vrai.

Pratiquement, nous définissons la limite d'élasticité conventionnelle $\sigma_{e0,2}$ obtenue en augmentant graduellement la contrainte jusqu'à obtenir une déformation inélastique, et donc définitive, de 0,2%.

Dans cette zone, le comportement du matériau suit la loi de Hooke :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1.3-1)$$

Cette loi est la généralisation de loi des ressorts :

$$F = k x \quad (1.3-2)$$

Avec :

- F : Intensité de la force appliquée au ressort
- k : Constante de raideur du ressort.
- x : Allongement du ressort.

E est le module de Young, ou module d'élasticité, s'exprimant en Pascal, ε étant, comme on l'a vu, une grandeur relative. La valeur du module de Young est une constante propre à chaque matériau. Pour l'acier elle est de l'ordre de 200 GPa.

Comme l'indique l'équation (1.3-1), cette portion de la caractéristique est linéaire, de pente E . Elle est symétrique en compression.

Une des constantes élastiques qu'il nous faut connaître dans le cadre de cette étude est le coefficient de Poisson.

1.3.a.1 Le coefficient de Poisson

Lorsqu'un matériau subit une déformation longitudinale $\varepsilon_{//}$, celle-ci est associée à une déformation transversale ε_t . Elles sont reliées entre elles par le coefficient de Poisson ν :

$$\varepsilon_t = -\nu \varepsilon_{//} \quad (1.3-3)$$

Le signe moins dans cette équation, signifie qu'à une traction longitudinale est associée une compression transversale. Définit autrement, le coefficient de Poisson est le rapport de la contraction transversale unitaire à l'allongement axial unitaire.

Cela est représenté sur la figure ci-dessous avec :

- $\varepsilon_{//}$: Déformation longitudinale égale à $\Delta L / L$.
- ε_t : Déformation transversale égale à $\Delta a / a$.

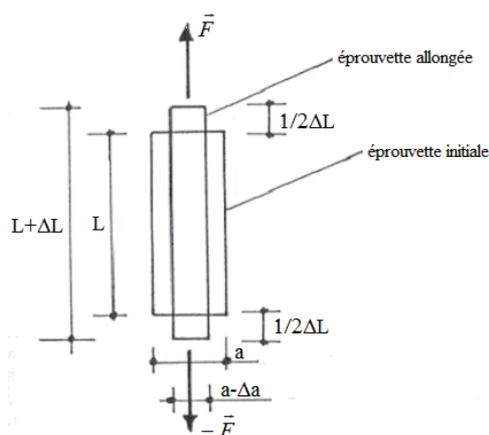


Figure 1.3-2: Coefficient de Poisson

Nous avons :

$$\frac{\Delta a}{a} = -\nu \frac{\Delta L}{L} \quad (1.3-4)$$

Pour l'acier : $\nu \approx 0,30$.

1.3.b Déformation plastique homogène

Nous nous intéressons ici, à la portion de la caractéristique située entre les points A et C (Figure 1.3-1). Une déformation plastique est irréversible. Dans cette zone, la contrainte atteint une valeur limite, σ_e , appelée résistance limite à la traction. Soumis à une contrainte σ telle que : $\sigma_e < \sigma < \sigma_r$, le matériau subit une déformation permanente mais uniformément répartie. C'est pour cette raison que l'on qualifie cette déformation plastique d'homogène ou de répartie.

1.3.c Déformations plastique hétérogène

Sur cette partie de la caractéristique allant du point C au point D (Figure 1.3-1), la déformation devient localisée, sous la forme d'une diminution de la section centrale de l'éprouvette. Il s'agit du phénomène de striction illustré sur la figure ci-dessous :

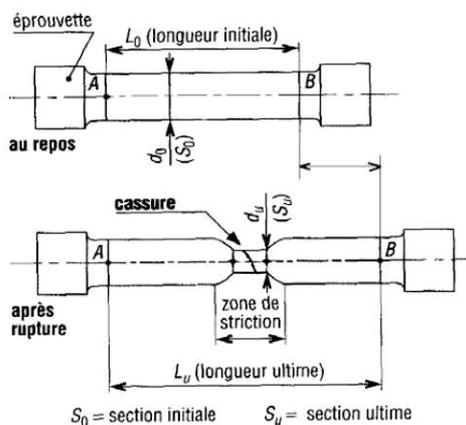


Figure 1.3-3 : Zone de striction

Cela justifie les qualificatifs d'hétérogène, ou de localisée, associés à cette sorte de déformation. C'est également la raison de la différence d'allure constatée plus avant sur les courbes de la Figure 1.2-5 et de la Figure 1.3-1. En ordonnée de cette première courbe, figure la contrainte nominale alors qu'en ordonnée de la seconde, figure la contrainte vraie tenant compte de la diminution de la section. Malgré ce que semble indiquer la courbe de la Figure 1.3-1, la contrainte appliquée à l'éprouvette au-delà de la valeur σ_r est bien croissante.

Au point C, correspondant à la contrainte maximale σ_t (extremum), on note que $d\sigma / d\varepsilon = 0$.

Au point D se produit la rupture de l'échantillon.

On définit, A, l'allongement à la rupture :

$$A(\%) = \frac{L_u - L_o}{L_o} \times 100 \quad (1.3-5)$$

Avec :

- L_o : Longueur initiale de l'éprouvette en l'absence de contrainte.
- L_u : Longueur ultime mesurée en raboutant les deux parties de l'éprouvette.

La valeur du paramètre A est caractéristique d'un matériau et rend compte de sa capacité à se déformer plastiquement sans se rompre. Pour une valeur de A élevée, un matériau est dit ductile et, à contrario, fragile pour une faible valeur de A. Cela est illustré sur la figure ci-après.

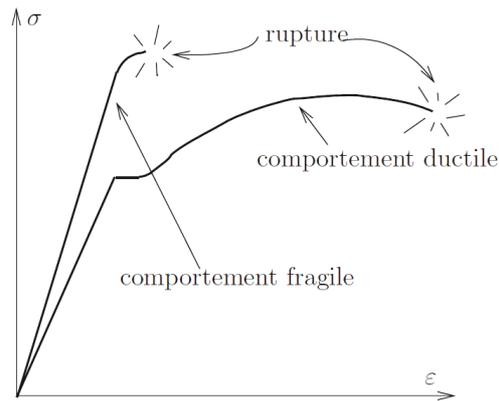


Figure 1.3-4 : Illustration des propriétés de fragilité et de ductilité

Pour l'acier : $8\% \leq A \leq 20\%$.

L'acier initialement utilisé dans la fabrication de l'outil D-DIA de la presse LVP présentait un allongement à la rupture de 3%. Il était donc très fragile, présentant une zone plastique réduite, passant ainsi très rapidement d'un comportement élastique à la rupture. Lors de la fabrication du deuxième outil, un acier plus ductile a été utilisé, présentant un allongement à la rupture de 13%.

Il est à remarquer qu'un essai de traction permettant d'obtenir une courbe de traction telle que celle présentée en Figure 1.2-5, est réalisée pour une vitesse de déformation constante telle que :

$$10^{-6} s^{-1} \leq \dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \leq 10^{-3} s^{-1} \quad (1.3-6)$$

Cependant, cette vitesse de déformation influe sur la courbe de traction obtenue comme présente ci-dessous :

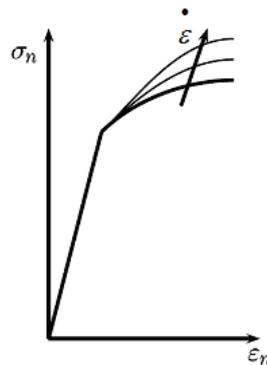
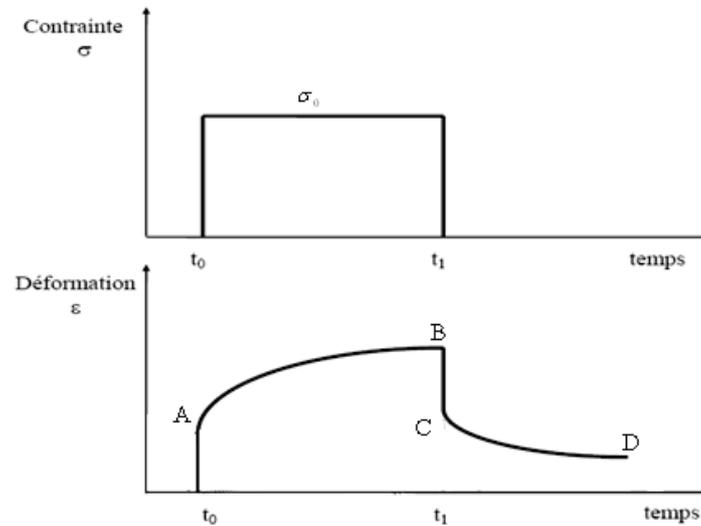


Figure 1.3-5: Evolution d'une courbe de traction en fonction de la vitesse de déformation

Cela met en évidence l'influence de la vitesse de déformation sur la contrainte. On parle ainsi de viscoplasticité. Afin de caractériser cette viscoplasticité, on pratique des essais dont quelques uns sont décrits ci-après.

1.3.c.1 Essai de fluage ou de retard :

Cet essai consiste à soumettre l'échantillon à un échelon de contrainte à un instant t_0 .



- En A : Une déformation instantanée à l'instant t_0 dès l'application de la contrainte σ_0 .
- De A en B : **Zone de fluage**. Une déformation croissante, sur la durée t_0 à t_1 , pendant laquelle la contrainte σ_0 est maintenue. Cette zone met en évidence la déformation lente d'un matériau sous l'effet d'une contrainte constante (et à température constante). La vitesse de déformation est de l'ordre de 10^{-6} s^{-1} à 10^{-4} s^{-1} .
- En C : Une disparition instantanée et partielle de la déformation dès la disparition de la contrainte σ_0 à l'instant t_1 .
- De C en D : **Zone de recouvrance**. Une déformation décroissante au cours du temps. Cette zone met en évidence la récupération plus ou moins parfaite des propriétés initiales.

1.3.c.2 Essai de relaxation

De façon symétrique à l'essai de fluage, c'est un échelon de déformation qui est imposé à l'échantillon à l'instant t_0 .

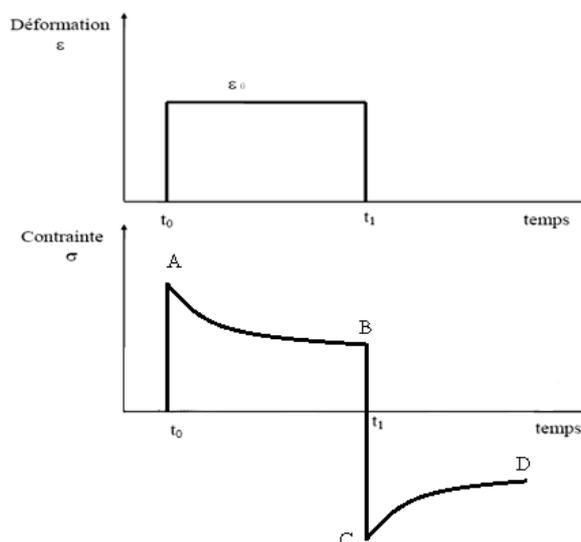


Figure 1.3-6 : Courbe de relaxation et d'effacement

Examinons la figure ci-dessus :

- En A : Une contrainte instantanée à l'instant t_0 dès l'application de la déformation ϵ_0 .
- De A en B : **Zone de relaxation**. Une contrainte décroissante, sur la durée t_0 à t_1 , pendant laquelle la déformation ϵ_0 est maintenue.
- En C : Une inversion instantanée de la contrainte dès la disparition de la déformation ϵ_0 à l'instant t_1 .
- De C en D : **Zone d'effacement**. Une contrainte croissante au cours du temps tendant à s'annuler.

Ces effets différés de fluage, relaxation, et recouvrance mettent en évidence le caractère visqueux de l'acier.

Les essais de traction examinés au paragraphe 1.3, peuvent résumer le comportement de l'acier à :

- Un comportement élastique linéaire pour $\sigma \leq \sigma_e$.
- Un comportement viscoplastique pour $\sigma > \sigma_e$.

Dans ce dernier domaine, nous avons pu voir que le comportement de l'acier dépend du temps et de la vitesse des changements imposés. Cela est dû à la propriété de viscosité qui caractérise l'écoulement de la matière. Nous allons, ci-après, détailler ce phénomène et examiner les moyens de modéliser un comportement élasto-viscoplastique.

1.4 *Eléments de Rhéologie*

Comme cela a été dit plus haut, la rhéologie a pour sujet l'étude des déformations et de l'écoulement de la matière. Pour comprendre ce que recouvre l'expression « écoulement de la matière », il faut analyser ce qui se produit au niveau de la structure cristalline atomique d'un matériau soumis à des contraintes.

1.4.a Interprétation des déformations élastiques

Lors de l'application d'une contrainte, les atomes du réseau cristallin qui forment la structure d'un acier vont s'éloigner les uns des autres quittant ainsi leur position d'équilibre.

Cependant, tant que la contrainte reste inférieure à la limite d'élasticité, ceux-ci, soumis à des forces de rappel d'origine électrostatique, reprendront leur position d'origine au sein du réseau cristallin.

1.4.b Interprétation des déformations plastiques

La déformation plastique se produit sous une contrainte supérieure à la limite d'élasticité.

On pourrait imaginer que cette limite soit associée à la distance interatomique maximale au-delà de laquelle la force de rappel ne permet plus d'effacer la déformation à la disparition de la contrainte.

Cette limite d'élasticité théorique est cependant très supérieure à la limite mesurée lors des tests de traction.

La limite d'élasticité réelle est en fait due à la présence de défaut au sein du réseau cristallin.

La déformation plastique se fait par glissement de plans cristallins comme cela est illustré sur la figure ci-dessous 1.5-1.

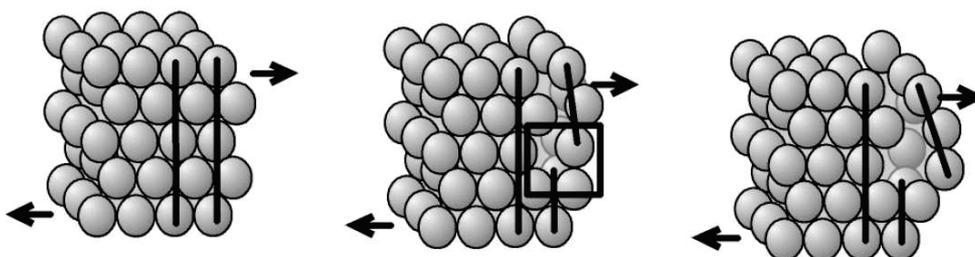


Figure 1.4-1 : Propagation de la déformation plastique

Ce glissement se fait par déplacements des défauts, ou dislocations, du réseau cristallin.

La rhéologie permet également de modéliser le comportement d'un matériau.

1.4.c Modélisation du comportement des matériaux

Cette modélisation est applicable dans le cadre de l'analyse du comportement uni axial d'un matériau. Ils existent trois éléments de base. Leur association permet de modéliser les comportements élastique, viscoélastique et viscoplastique.

1.4.c.1 Le Ressort

Cet élément possède un comportement purement élastique et linéaire. Il emmagasine de l'énergie pour la restituer ensuite.

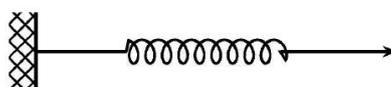


Figure 1.4-2 : Modèle élémentaire - ressort

Il suit donc la loi de Hooke :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1.3-1)$$

1.4.c.2 L'Amortisseur

Cet élément possède un comportement purement visqueux (liquide). Il dissipe de l'énergie. Il peut être non linéaire :



Figure 1.4-3 : Modèle élémentaire – amortisseur non-linéaire

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon^{1/N}}{dt} \quad (1.4-1)$$

Ou linéaire :



Figure 1.4-4 : Modèle élémentaire – amortisseur linéaire

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.4-2)$$

Avec :

- η : Coefficient de viscosité.

1.4.c.3 Le Patin

Cet élément possède un comportement purement plastique. La contrainte appliquée σ doit dépasser un seuil σ_0 pour obtenir un déplacement du curseur.

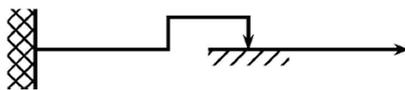


Figure 1.4-5 : Modèle élémentaire – patin

Cet élément modélise l'apparition de déformations permanentes lorsque la charge appliquée est suffisante.

L'association de ces composants élémentaires permet de modéliser le comportement mécanique d'un matériau selon les règles suivantes :

- Association série :

La contrainte apparaissant aux bornes de cette association est identique pour chacun des éléments et la déformation est la somme des déformations apparaissant aux bornes de chaque élément.

- Association parallèle :

La déformation apparaissant aux bornes de cette association est identique pour chacun des éléments et la contrainte globale est la somme des contraintes apparaissant aux bornes de chaque élément.

1.4.d Analogie Mécanique - Electrique

L'analyse des éléments de bases des modèles rhéologiques et des règles d'association de ces éléments nous amène à faire un rapprochement avec les modèles électriques.

Le tableau ci-dessous synthétise les analogies entre les composants et les grandeurs des ces deux domaines.

Domaine Mécanique	Domaine Electrique
m (masse)	L (inductance)
k (raideur)	1/C (inverse d'une capacité)
η (amortissement)	R (résistance)
F (force)	U (tension)
x (position)	Q (charge)
dx / dt (vitesse)	I (intensité)

Tableau 1.4-1 : Analogies Mécanique – Electrique

Cela peut être obtenu rapidement par identification entre l'équation différentielle d'un circuit RLC série et celle d'un modèle rhéologique constitué des trois éléments (amortisseur, masse, ressort) également placés en série :

$$U = R.i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i.dt = R \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{C} Q \quad (1.4-3)$$

$$F = \eta v + m a + k x = \eta \frac{dx}{dt} + m \frac{d^2x}{dt^2} + k x \quad (1.4-4)$$

Tout comme dans le domaine électrique, l'intérêt de construire un modèle rhéologique réside dans le fait de pouvoir étudier le comportement dynamique d'un matériau en régime dynamique établi ou transitoire permettant ainsi l'analyse de du comportement d'une structure soumise à des vibrations ou des chocs.

1.5 Modèle rhéologique de l'acier

Cette méthode d'analyse ne permet toutefois pas d'obtenir un modèle qui pourrait décrire le comportement en toute circonstance d'un matériau tel que l'acier.

Dans les conditions d'utilisation de la presse LVP, et dans le cadre de ce mémoire, qui est l'étude vibratoire et de chocs dans une zone de fonctionnement élastique et à température ambiante, nous considérerons l'acier constituant cette presse comme ayant un comportement viscoélastique que nous modéliserons par un ressort et un amortisseur. Deux modèles sont alors réalisables selon que l'on associe ces deux composants en série ou en parallèle.

1.5.a Modèle de Maxwell

Il consiste en l'association d'un ressort et d'un amortisseur en série.

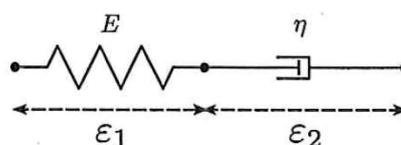


Figure 1.5-1 : Modèle de Maxwell

1.5.a.1 Mise en équation

Les déformations s'ajoutant et la contrainte étant commune aux deux éléments, on a :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (1.5-1)$$

Et :

$$\sigma = E \varepsilon_1 = \eta \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad (1.5-2)$$

En dérivant ε par rapport au temps, nous obtenons l'équation différentielle qui traduit l'évolution temporelle de la contrainte :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma(t) \quad (1.5-3)$$

Le terme $d\varepsilon / dt$ traduit la vitesse de déformation.

1.5.a.2 Etude du comportement du modèle de Maxwell

On peut soumettre ce modèle à deux essais que sont le fluage et la relaxation équivalant chacun à examiner la réponse indicielle respectivement en contrainte et déformation.

- Fluage

Les conditions initiales sont :

$\varepsilon = 0$, application d'un échelon de contrainte à l'instant $t=0$, d'amplitude σ_0 , d'où, pour $t > 0$, nous avons $d\sigma / dt = 0$. Nous cherchons la réponse $\varepsilon(t)$:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\eta} \sigma(t) \quad (1.5-4)$$

En intégrant $\varepsilon(t)$ en fonction du temps :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{\eta} \sigma(t) + \varepsilon_0 \quad (1.5-5)$$

Etant dans le domaine élastique, nous pouvons déterminer la constante ε_0 :

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \frac{1}{\eta} \sigma(t) + \frac{\sigma_0}{E} \\ \varepsilon(0) = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} \end{cases} \quad (1.5-6)$$

Nous obtenons la réponse $\varepsilon(t)$, droite de pente $1 / \eta$ et l'ordonnée à l'origine σ_0 / E :

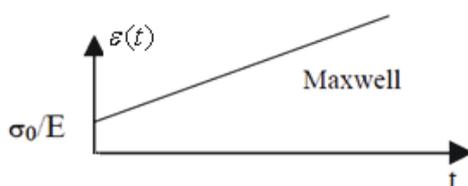


Figure 1.5-2 : Fluage – modèle de Maxwell

- Relaxation :

Les conditions initiales sont :

$\sigma=0$, application d'un échelon de déformation à l'instant $t=0$, d'amplitude ε_0 , d'où pour $t > 0$, nous avons $d\varepsilon / dt = 0$. Nous cherchons à établir la réponse $\sigma(t)$:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{E}{\eta} \sigma(t) \quad (1.5-7)$$

En intégrant $\sigma(t)$ en fonction du temps :

$$\sigma(t) = k \exp\left(\frac{-E}{\eta} t\right) \quad (1.5-8)$$

La constante k est telle que :

$$\begin{cases} \sigma(t) = E \varepsilon_0 \exp\left(\frac{-E}{\eta} t\right) \\ \sigma(0) = \sigma_0 = k = E \varepsilon_0 \end{cases} \quad (1.5-9)$$

Soit la réponse exponentielle de $\sigma(t)$:

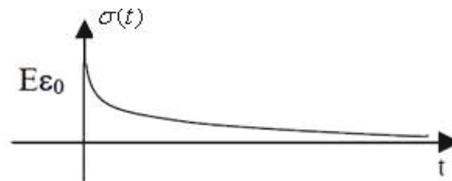


Figure 1.5-3 : Relaxation – modèle de Maxwell

1.5.b Modèle de Kelvin - Voigt

Il consiste en l'association d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle.

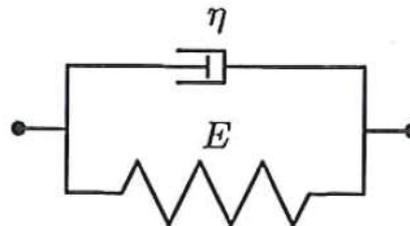


Figure 1.5-4 : Modèle de Kelvin-Voigt

1.5.b.1 Mise en équation

Les contraintes s'ajoutent et la déformation étant commune aux deux éléments, nous avons du fait de ce parallélisme :

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (1.5-10)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (1.5-11)$$

Nous obtenons par substitution l'équation différentielle :

$$\sigma(t) = E \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.5-12)$$

1.5.b.2 Etude du comportement du modèle de Kelvin - Voigt

Nous pouvons soumettre ce modèle à deux essais que sont le fluage et la relaxation équivalant chacun à examiner la réponse indicielle respectivement en contrainte et déformation.

- Fluage :

Les conditions initiales sont :

$\varepsilon=0$, application d'un échelon de contrainte à l'instant $t=0$, d'amplitude σ_0 , d'où, pour $t > 0$, nous avons $d\sigma / dt = 0$. Etablissons la réponse $\varepsilon(t)$:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{E}{\eta} \varepsilon(t) + \frac{\sigma_0}{\eta} \quad (1.5-13)$$

Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre, du type :

$$ay' + by = f(t) \quad (1.5-14)$$

Avec :

$$\begin{cases} y = \varepsilon(t) \\ y' = \frac{d\varepsilon}{dt} \\ f(t) = \frac{\sigma_0}{\eta} \\ a = 1 \\ b = \frac{E}{\eta} \end{cases} \quad (1.5-15)$$

La solution générale de l'équation sans second membre est de la forme :

$$\varepsilon(t) = k \exp\left(\frac{-b}{a} t\right) = k \exp\left(\frac{-E}{\eta} t\right) \quad (1.5-16)$$

A $t=0$, $\varepsilon=0$ d'où :

$$k = -\frac{\sigma_0}{E} \quad (1.5-17)$$

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $\varepsilon(t) \rightarrow \sigma_0 / E$, d'où la réponse $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left[1 - \exp\left(\frac{-E}{\eta} t\right) \right] \quad (1.5-18)$$

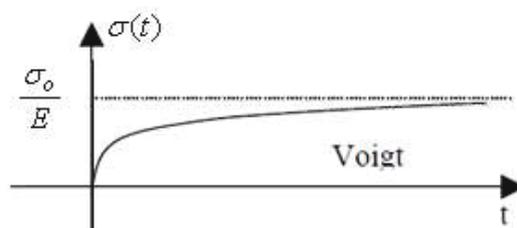


Figure 1.5-5 : Fluage - Modèle de Kelvin-Voigt

- Relaxation :

Les conditions initiales sont :

$\sigma=0$, et l'on impose un échelon de déformation à $t=0$, d'amplitude ε_0 , d'où pour $t > 0$ nous avons $d\varepsilon / dt = 0$. Recherchons la réponse $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = E \varepsilon(t) + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.5-19)$$

Or en $t=0$, $d\varepsilon / dt \rightarrow \infty$, donc $\sigma(0) \rightarrow \infty$

La réponse $\sigma(t)$ est donc non continue et non dérivable en $t=0$. Son allure est donnée ci-dessous :

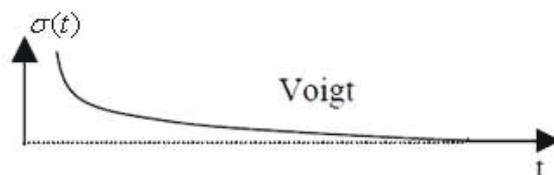


Figure 1.5-6 : Relaxation - Modèle de Kelvin-Voigt

Cela est dû à la présence de l'amortisseur en parallèle sur le ressort empêchant ainsi le système d'avoir un comportement élastique instantané.

L'étude de ces modèles permet de constater qu'à la réponse instantanée, à une sollicitation en contrainte ou déformation, se superpose une réponse variable dans le temps permettant ainsi de retrouver le comportement mis en évidence au moyen des tests de fluage et de relaxation.

Nous pouvons aussi imaginer pouvoir soumettre ces modèles à des sollicitations harmoniques :

$$\sigma = \sigma_o \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.5-20)$$

Ou :

$$\varepsilon = \varepsilon_o \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.5-21)$$

Nous allons donc nous pencher, dans le cadre d'une étude de choc ou de vibration, sur la propagation d'onde de contrainte dans l'acier.

1.6 Propagation dans les solides

Pour décrire la propagation des ondes mécaniques dans un solide, on peut réaliser une étude microscopique, à l'échelle des atomes. On assimile les forces de rappel d'origine électrostatiques évoquées ci-avant à des ressorts de raideur k liant entre eux chaque atome de masse m au sein du réseau cristallin. En l'absence de déformation, les atomes occupent une position d'équilibre et le ressort présente une longueur à vide L . La propagation d'une onde entraînera alors un mouvement des atomes les écartant d'une distance dL de leur position d'équilibre.

Ils sont alors soumis aux forces de rappel d'intensités $k(L+dL)$.

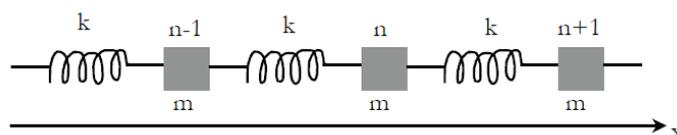


Figure 1.6-1 : Modèle atomique de propagation dans un solide

Nous allons réaliser une étude mesoscopique afin d'établir l'équation d'onde.

1.6.a Equation d'onde (ou de d'Alembert)

Nous nous plaçons dans le cas d'une onde longitudinale se propageant selon l'axe des x .

Considérons une barre constituée d'un matériau élastique comme l'acier. Soit une tranche de cette barre de largeur dx soumise à une force de traction F_{x+dx} et de réaction F_x comme illustré ci-dessous :

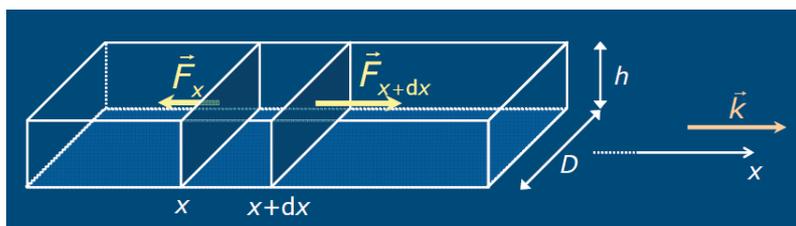


Figure 1.6-2 : Modèle atomique de propagation d'une onde longitudinale dans un solide

Sur la figure ci-dessus, figure le vecteur d'onde \vec{k} , qui, dans le cas d'une onde longitudinale, est de même direction que le vecteur déplacement de matière. Remarquons que dans le cas d'une onde transverse, vecteur d'onde et vecteur déplacement de matière seraient perpendiculaires. Selon le Principe Fondamentale de la Dynamique :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \quad (1.6-1)$$

$$F_{x+dx} - F_x = d_e S dx \frac{\partial^2 U_x}{dt^2} \quad (1.6-2)$$

Avec :

- $S = D h$: Section de la barre (m^2).
- $d_e = m / V$: Densité volumique du matériau (kg / m^3).
- $V = S dx$: Volume de la tranche considérée (m^3).
- U_x : Allongement sous l'action de la force F_x .

Dans le cas de déformations élastiques, la loi de Hooke nous permet d'écrire la relation entre contrainte et allongement relatif (déformation) :

$$\frac{F_x}{S} = E \frac{\partial U_x}{\partial x} \quad (1.6-3)$$

Et

$$\frac{F_{x+dx}}{S} = E \frac{\partial U_{x+dx}}{\partial x} \quad (1.6-4)$$

En reportant dans l'équation (1.6-2), on obtient :

$$E S \left(\frac{\partial U_{x+dx}}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial x} \right) = d_e S dx \frac{\partial^2 U_x}{dt^2} \quad (1.6-5)$$

Nous pouvons remarquer que :

$$\frac{\partial U_{x+dx}}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} \right) dx = \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} dx \quad (1.6-6)$$

Soit :

$$E S \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} dx = d_e S dx \frac{\partial^2 U_x}{dt^2} \quad (1.6-7)$$

$$\frac{\partial^2 U_x}{dt^2} = \frac{d_e}{E} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \quad (1.6-8)$$

En posant c , la célérité, telle que :

$$c = \sqrt{\frac{E}{d_e}} \quad (1.6-9)$$

Nous obtenons l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 U_x}{dt^2} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \quad (1.6-10)$$

Nous établissons ainsi l'équation de propagation d'une onde de déformation dans un milieu solide tel que l'acier. Nous pouvons également remarquer que nous justifions ainsi la formule permettant de calculer la célérité de cette onde, équation (1.6-9), que nous avons employée lors du calcul la bande passante d'une jauge de contrainte (cf chapitre 3.13)

Avec, pour des valeurs typiques de l'acier :

- E : Module de Young (200 GPa).
- d_e : Densité volumique de matière (7850 kg/m³).

Nous calculons une célérité de :

$$c = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^9}{7850}} \approx 5048 \text{ m/s} \quad (1.6-11)$$

Les ondes de choc et vibrations se propagent à la vitesse du son dans l'acier.

1.6.b Onde longitudinale – Onde transversale

Comme cela a été exposé au paragraphe 1.3.a.1, dans le cas de matériau solides et élastiques, le coefficient de Poisson associe, à toute déformation longitudinale, une déformation transversale. Cela implique que la propagation d'une onde longitudinale de déformation engendrera la propagation d'une onde transversale.

La célérité des ondes transversale et longitudinale sont différentes et, pour ce qui concerne une l'onde longitudinale, elle dépend du milieu solide considéré selon que ce dernier est limité ou illimité (objet du calcul réalisé au paragraphe 1.6.a). Le tableau ci-dessous récapitule les valeurs de célérités selon le type d'onde et de milieu solide considéré.

	Onde longitudinale	Onde transversale
Milieu illimité	$c = \sqrt{\frac{2\mu + \lambda}{d_e}}$	$c = \sqrt{\frac{\mu}{d_e}}$
Milieu limité	$c = \sqrt{\frac{E}{d_e}}$	$c = \sqrt{\frac{\mu}{d_e}}$

Tableau 1.6-1 : Célérité des ondes longitudinale et transversale

Avec :

- μ : Module de cisaillement.
- ρ : Module d'incompressibilité.

Ce sont les coefficients de Lamé. Ces coefficients seront explicités dans l'annexe B. A eux seuls, ces deux coefficients résument les propriétés mécaniques élastiques d'un matériau. Ils sont liés au module de Young E et au coefficient de Poisson ν par les relations suivantes :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu) + (1-2\nu)} \quad (1.6-12)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.6-13)$$

1.7 Chocs et vibrations

1.7.a Modèle d'analyse

Pour analyser le comportement dynamique d'une structure, nous utilisons le système « masse-ressort-amortisseur » où système à un degré de liberté.

Ce degré de liberté correspondant au seul déplacement possible selon l'axe x simplifiant ainsi l'analyse d'une structure réelle pouvant comporter jusqu'à six degrés de liberté (translation et rotation sur chacune des trois directions spatiale).

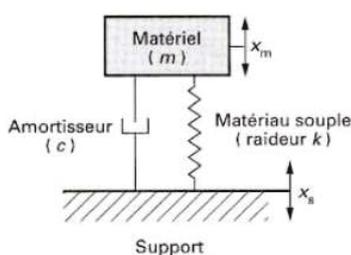


Figure 1.7-1 : Système à un degré de liberté

Un tel système est régi par une équation différentielle du second ordre. Nous pouvons identifier, à partir de cette équation, plusieurs paramètres dont la fréquence propre et le facteur d'amortissement du système (cf annexe D).

1.7.b Vibrations :

Une vibration est un mouvement oscillatoire autour d'une position d'équilibre.

Nous distinguons deux sortes de vibration :

- De nature sinusoïdale.
- De nature aléatoire (stationnaire).

Un signal aléatoire est permanent mais non répétitif. Sa valeur instantanée est imprévisible mais ce signal peut être caractérisé par ses propriétés statistiques temporelles comme illustré figure ci-dessous, ou fréquentielles.

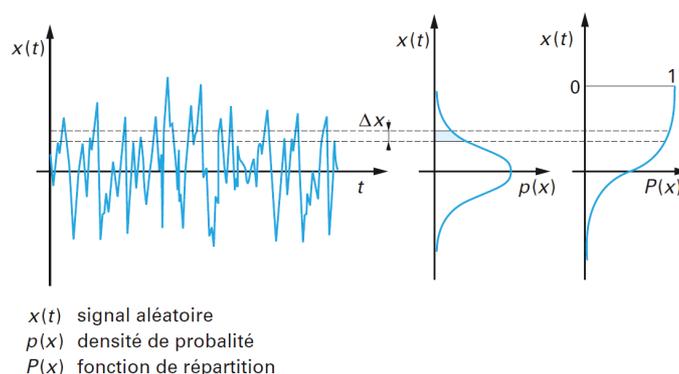


Figure 1.7-2 : Caractérisation statistique d'un signal aléatoire

Nous pouvons le qualifier par :

- Sa valeur instantanée.
- Sa Densité Spectrale de Puissance (DSP).
- Sa valeur efficace.

La Densité Spectrale de Puissance d'un signal permet de déterminer la répartition de la puissance de ce signal en fonction des fréquences de son spectre. Une DSP uniforme caractérise un bruit blanc.

Un système à un degré de liberté soumis à des vibrations peut être le siège d'un phénomène de résonance. Cette résonance se produit lorsque la fréquence du signal vibratoire est égale à la fréquence propre du système. La figure ci-dessous, illustre la réponse d'un tel système mécanique en fonction de son facteur d'amortissement.

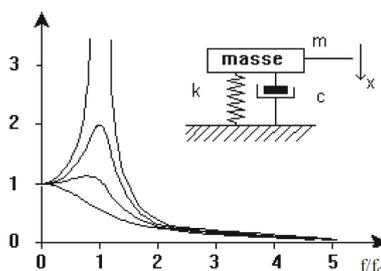


Figure 1.7-3 : Résonance dans un système mécanique

Le facteur d'amortissement permettant de réduire plus ou moins rapidement une sollicitation. Les conséquences de phénomènes de résonance sur une structure mécanique peuvent entraîner des dommages, raison pour laquelle une armée ne marche pas au pas lorsque qu'elle traverse un pont.

1.7.c Chocs

Les paramètres décrivant un choc sont :

- L'amplitude
- La durée
- La forme

Un choc est un phénomène transitoire de durée limitée et donc siège de hautes fréquences. De part cette nature transitoire le spectre de l'onde mécanique de déformation engendrée occupera donc une large bande de fréquence.

Un des outils d'analyse est la méthode de Prony consistant à représenter la réponse à un choc par une somme de sinusoides amorties. On trouvera sur la figure ci-dessous, la réponse à un choc d'un système à un degré de liberté dans le domaine temporel et fréquentiel.

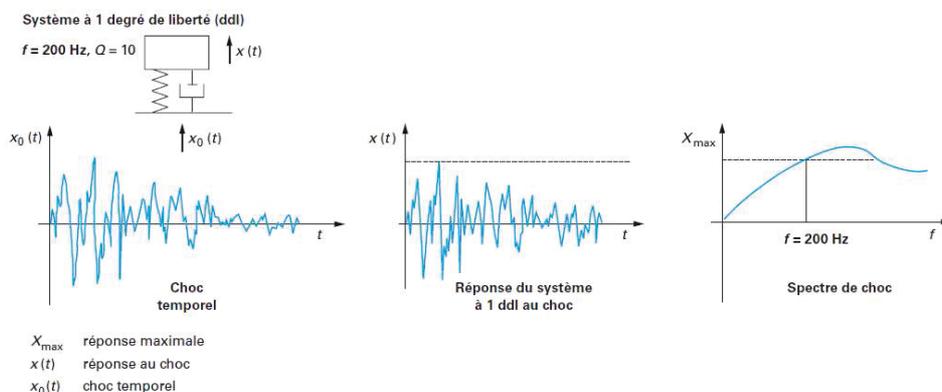


Figure 1.7-4 : Réponse temporelle et fréquentielle à un choc

2 Annexe B : NOTION DE TENSEUR - LOI DE HOOKE GENERALISEE

Nous allons dans cette annexe reprendre la loi de Hooke exposée dans l'annexe B et la généraliser afin de pouvoir la rendre applicable dans l'espace à trois dimensions.

Ce développement nous conduira à présenter un objet mathématique : le tenseur.

Créer pour rendre compte des tensions internes au sein d'un solide, il trouve son nom dans cette origine.

L'objectif de ces quelques pages n'étant pas de développer toutes les mathématiques concernant le domaine du calcul tensoriel, ou de la Mécanique des Milieux Continus, nous trouverons quelques références seront données en bibliographie.

2.1 La loi de Hooke

Rappelons les conditions dans lesquelles nous appliquons la loi de Hooke :

- Le matériau étudié est homogène. Ses propriétés mécaniques sont identiques en tous ses points.
- Le matériau est isotrope. Ses propriétés sont identiques quelque soit la direction selon laquelle nous les observons.
- Les déformations engendrées sont élastiques. Les forces appliquées génèrent des contraintes inférieures à la limite de l'élasticité du matériau ainsi les déformations engendrées disparaîtront dès la suppression des forces.

Nous savons que cette loi, relie de façon linéaire la contrainte appliquée, σ , à la déformation engendrée, ε , selon la relation linéaire ci-dessous :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.1-1)$$

Dans cette relation, nous rappelons que E est le module d'élasticité ou module de Young, σ est la contrainte et $\varepsilon = \Delta L / L$ est la déformation c'est à dire la variation de longueur relative de l'élément considéré.

Sur la figure ci-dessous, le sens des forces appliquées, indique qu'il s'agit d'une traction, la déformation consécutive est donc un allongement.

Cette loi reste valable en compression, la déformation engendrée serait alors une contraction.

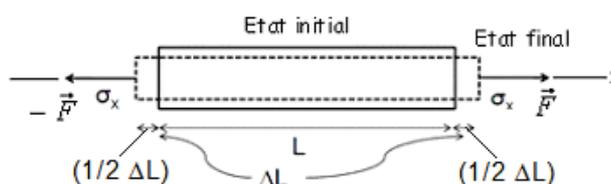


Figure 2.1-1 : Traction uniaxiale

Sur cette figure, nous pouvons faire plusieurs remarques :

- La contrainte est notée σ_x , précisant ainsi que nous sommes dans le cas d'une contrainte dite **uniaxiale** dirigée ici selon un axe repéré x .
- ΔL est la somme des allongements équitablement répartis de part et d'autre de l'objet soumis à contrainte. L'allongement se fait également selon l'axe x , nous pouvons donc noter la déformation ε_x .
- Le corps est soumis à deux forces égales mais de sens opposé ceci garantissant la **condition d'équilibre**.

Pratiquement, dans le cas d'un essai de traction, l'éprouvette est fixée à une de ses extrémités et voit son extrémité opposée soumise à une force de traction \vec{F}_a . Le principe d'Action - Réaction, a pour conséquence que l'extrémité immobilisée se voit soumise à une force \vec{F}_r telle que, $\vec{F}_r = -\vec{F}_a$.

On peut donc réécrire la loi de Hooke :

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad (2.1-2)$$

Nous avons vu également dans l'annexe B, que selon la loi de Poisson, un corps subissant une déformation longitudinale $\varepsilon_{//}$, subit également une compression transversale donnée ε_t telle que :

$$\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_{//} \quad (2.1-3)$$

Avec :

- ν : Coefficient de Poisson.

La figure ci-dessous illustre les effets de la loi de Poisson lors d'une déformation plastique produit par une contrainte normale σ_x , rendant ainsi visibles les déformations transversales ε_y et ε_z , respectivement selon les axes y et z .

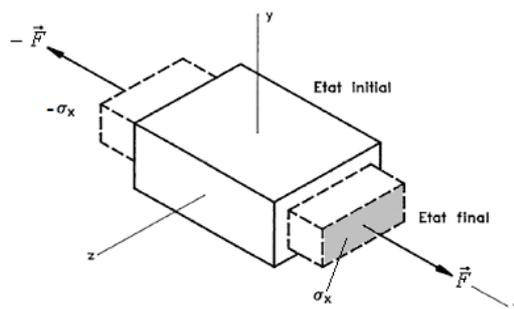


Figure 2.1-2 : Effet du coefficient de Poisson

Nous pouvons relier la variation de volume d'un corps parallélépipédique à la déformation élastique par :

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\nu) \frac{\Delta L}{L} \quad (2.1-4)$$

Ainsi pour l'acier, $\nu = 0,3$, nous pouvons évaluer la variation de volume à 40% de l'allongement relatif.

Généralement, la valeur ν est donnée, de façon restrictive, par :

$$0 \leq \nu \leq \frac{1}{2}$$

En fait :

$$-1 \leq \nu \leq \frac{1}{2}$$

Selon la valeur du coefficient de Poisson du matériau considéré, une traction aura les effets suivants :

- $\nu = 0$:
Pas de déformation latérale (ex : le liège).
- $\nu = 1/2$:
Les déformations latérales n'entraînent pas de variation de volume. Ces transformations sont dites isochores. Ces matériaux sont dits incompressibles (ex : le caoutchouc).
- $\nu = -1$:
Les déformations latérales sont dites sphériques car de valeurs identiques à la déformation principale. Le volume diminue.

Ces différents effets sont illustrés sur la figure ci-dessous :

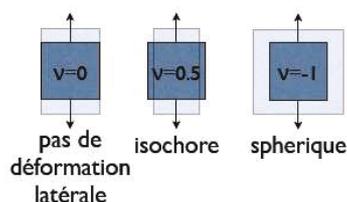


Figure 2.1-3 : Influence du coefficient de Poissons sur les déformations latérales

Le bilan des déformations consécutif à une contrainte normale σ_{xx} est donné par :

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = \sigma_{xx} / E \\ \epsilon_{yy} = -\nu \cdot \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{zz} = -\nu \cdot \epsilon_{xx} \end{cases} \quad (2.1-5)$$

Ces relations sont bien sur symétriques selon les axes y et z . Nous percevons donc la nécessité de prendre en compte les effets des contraintes dans l'espace à 3 dimensions et de devoir écrire différemment la loi de Hooke. De plus, nous souhaiterions pouvoir quantifier les effets de contraintes ayant des directions différentes de celle de la normale à la surface sur lesquelles elles s'appliquent.

2.2 Le tenseur des contraintes

Afin d'essayer de généraliser la loi de Hooke dans un espace à 3 dimensions, considérons un élément cubique de matière au sein d'un corps solide centré au point M de coordonnées (x,y,z) et de côtés $\Delta x = \Delta y = \Delta z$.

Les faces de ce cube représentent les interfaces du point M avec son environnement.

Définissons une base vectorielle $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ telle que les vecteurs correspondent aux normales des faces de ce cube.

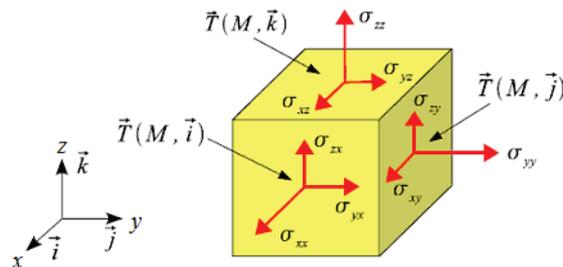


Figure 2.2-1 : Contraintes sur un cube de matière

Il est à remarquer qu'une contrainte appliquée sur une face de cet élément cubique peut être décomposée en deux composantes tangentielle et une composante portée par la normale à cette face.

Ainsi une contrainte $\vec{T}(M, \vec{i})$ s'exerçant sur une surface de normale \vec{i} et munie d'une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ définissant respectivement les axes (x, y, z) comme cela est illustré sur la Figure 2.2-2, pourra se décomposer selon :

$$\vec{T}(M, \vec{i}) = \sigma_i \cdot \vec{i} + \vec{\tau}_i = \sigma_{xx} \cdot \vec{i} + \sigma_{yx} \cdot \vec{j} + \sigma_{zx} \cdot \vec{k} \quad (2.2-1)$$

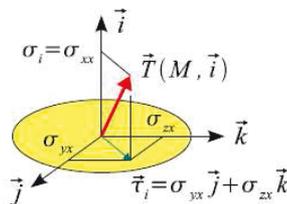


Figure 2.2-2 : Décomposition vectorielle d'une contrainte

σ_{xx} est la contrainte normale, σ_{yx} et σ_{zx} sont les contraintes tangentielles parfois notées τ_{yx} et τ_{zx} .

Nous retrouvons sur la figure ci-après, la décomposition des contraintes agissant sur les trois faces visible d'un élément cubique de matière.

La cohésion d'un corps solide impose que :

- Les forces d'action-réaction entre les faces en contact de deux éléments cubiques de matière jointifs et de dimensions identiques, soient opposées et d'intensités égales. (Figure 2.2-3)

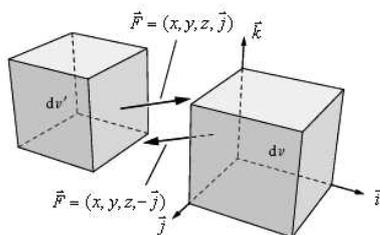


Figure 2.2-3 : Principe d'action-réaction

Cela entraîne que les contraintes normales soient de valeur égale et de sens opposé entre face opposées, empêchant ainsi tout mouvement de translation. D'où :

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \vec{T}(M, -\vec{n}) \quad (2.2-2)$$

- Les contraintes tangentielles entre face adjacentes soient symétriques afin d'empêcher tout mouvement de rotation comme cela est illustré ci-après.

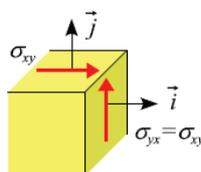


Figure 2.2-4 : Symétrie des contraintes tangentielles

En conséquence :

- Les contraintes prenant naissance sur un élément cubique de matière, compte tenu des symétries exposées ci-avant, seront entièrement décrites par les 9 composantes σ_{ij} apparaissant sur la Figure 2.2-1.

$$\begin{cases} \vec{T}(M, \vec{i}) = \sigma_{xx} \cdot \vec{i} + \sigma_{yx} \cdot \vec{j} + \sigma_{zx} \cdot \vec{k} \\ \vec{T}(M, \vec{j}) = \sigma_{xy} \cdot \vec{i} + \sigma_{yy} \cdot \vec{j} + \sigma_{zy} \cdot \vec{k} \\ \vec{T}(M, \vec{k}) = \sigma_{xz} \cdot \vec{i} + \sigma_{yz} \cdot \vec{j} + \sigma_{zz} \cdot \vec{k} \end{cases} \quad (2.2-3)$$

- Il existe une infinité de base possible permettant la décomposition de ces contraintes.
- Ces contraintes sont différentes en chaque point M du corps solide considéré.

En conclusion nous pouvons pressentir la nécessité d'un objet mathématiques nous permettant de décrire ces contraintes en chaque point du corps solide selon les 9 composantes identifiées ci-dessus et indépendamment du choix de la base vectorielle choisie.

Cet objet est un tenseur. Il s'agit en l'occurrence du tenseur des contraintes. Il est d'ordre 2 car dans sa définition deux axes entre en jeu. L'ordre d'un tenseur fixe le nombre de ses composantes, ainsi un tenseur d'ordre n possédera 3^n composantes. Le point étant dans un espace à 3 dimensions nous avons $3^2=9$ composantes. Son écriture est la suivante :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.2-4)$$

Malgré le fait que l'on représente ce tenseur sous forme d'une matrice et que l'algèbre liée à l'utilisation des tenseurs utilise le calcul matriciel, il est important de noter qu'**il ne faut pas assimiler un tenseur à une matrice**.

De part la symétrie des contraintes sur un élément cubique de matière, le tenseur des contraintes est lui-même symétrique et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ Sym & & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.2-5)$$

Les composantes du tenseur des contraintes, sont notées σ_{ij} avec la convention suivante :

- L'indice i représente la direction de la contrainte.
- L'indice j représente la direction de la normale à la surface sur laquelle s'applique cette contrainte.

Ainsi :

- Les composantes σ_{ij} ($i=j$), dites diagonales, correspondent aux contraintes normales.
- Les composantes σ_{ij} ($i \neq j$), hors diagonale, correspondent aux contraintes tangentielles ou de cisaillement parfois notées τ_{ij} (Figure 2.2-1).

Nous avons maintenant un outil nous permettant de définir en chaque point M du corps solide un ensemble de contraintes $\vec{T}(M, \vec{n})$ qui peuvent être d'orientation et de valeur quelconques et non plus uniquement normales.

Nous souhaiterions disposer d'un objet mathématique nous permettant de calculer les déformations engendrées en tout point du corps solide par de telles contraintes.

Cet objet sera également un tenseur, le tenseur des déformations.

2.3 Le tenseur des déformations

Le tenseur des contraintes étant symétrique, d'ordre 2, et le matériau homogène, le tenseur des déformations est par conséquent symétrique et de même ordre.

Ce tenseur des déformations en un point M de coordonnées (x,y,z) s'écrit :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.3-1)$$

Les composantes du tenseur des déformations sont notées ε_{kl} selon la convention suivante :

- L'indice k représente la direction de la déformation.
- L'indice l représente la direction de la normale à la surface sur subissant la déformation.

Ainsi :

- Les composantes diagonales, ε_{kl} ($k=l$), correspondent aux déformations uniaxiales (allongements, contractions).
- Les composantes hors diagonale, ε_{kl} ($k \neq l$), correspondent aux changements d'angle (glissements).

2.4 Interprétation physique des tenseurs des contraintes et des déformations

2.4.a.1 Contraintes normales

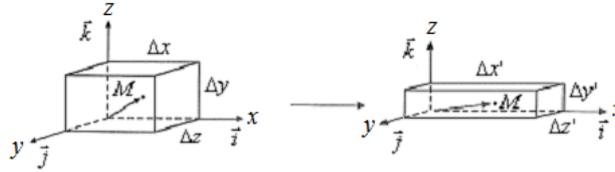


Figure 2.4-1: Elongation sous contrainte uniaxiale

La figure ci-dessus illustre la déformation engendrée par l'application d'une contrainte normale, σ_{xx} , dirigée selon l'axe x . Selon les lois de Hooke et de Poisson vues au paragraphe 2.1, les déformations sont décrites par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} = \sigma_{xx} / E \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\Delta y' - \Delta y}{\Delta y} = -\nu \cdot \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\Delta z' - \Delta z}{\Delta z} = -\nu \cdot \varepsilon_{xx} \end{cases} \quad (2.4-1)$$

Cela se traduit au niveau des tenseurs des contraintes et des déformations par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2.4-2)

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} / E & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \sigma_{xx} / E & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \sigma_{xx} / E \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \sigma_{xx} \end{bmatrix}$$

De façon identique, pour des contraintes normales σ_{yy} et σ_{zz} dirigées selon les axes y ou z , nous avons :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2.4-3)

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} -\nu \sigma_{yy} / E & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} / E & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \sigma_{yy} / E \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \sigma_{xx} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

(2.4-4)

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} -\nu \sigma_{zz} / E & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \sigma_{zz} / E & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} / E \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \sigma_{xx} \end{bmatrix}$$

2.4.b Contraintes de cisaillement

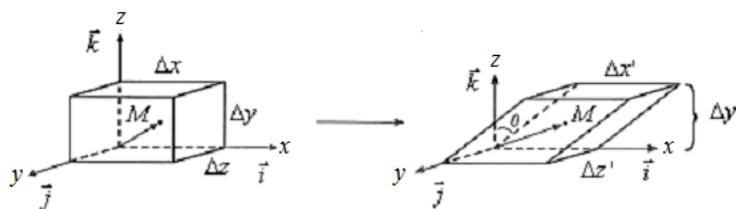


Figure 2.4-2 : Déformations sous contraintes tangentielles

La déformation illustrée ci-dessus est due à des contraintes tangentielles, ou de cisaillement, dirigées selon l'axe x et appliquées sur les deux faces du cube de matière dont les normales sont de direction y . D'après les conventions exposées ci-avant il s'agit des composantes diagonales du tenseur des contraintes notées $\sigma_{xy} = \tau_{xy}$ et par symétrie $\sigma_{yx} = \tau_{yx} = \sigma_{xy}$. Nous observons que la déformation engendrée par ces contraintes consiste en une modification d'angle. Une projection sur le plan (x,y) est illustrée ci-dessous :

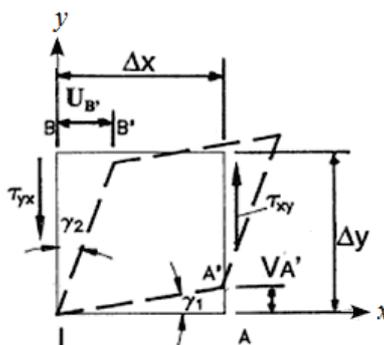


Figure 2.4-3 : Glissement

Evaluons les déformations :

Sur le cube de cotés $\Delta x = \Delta y$, les points A et B, sous l'effet des contraintes τ_{xy} et τ_{yx} , se déplacent respectivement en A' et B'.

On considère que $V_{A'}$ représente l'essentiel du déplacement du point A en A' se faisant selon l'axe y .

Dans l'hypothèse de déformations élastiques, donc de faibles valeurs, l'angle γ_1 est faible.

On a alors :

$$\tan \gamma_1 = \frac{AA'}{IA} = \frac{V_{A'}}{\Delta x} = \varepsilon_{yx} \approx \gamma_1 \quad (2.4-5)$$

De même, le déplacement $U_{B'}$ du point B en B' se faisant essentiellement sur l'axe x , nous avons :

$$\tan \gamma_2 = \frac{BB'}{IB} = \frac{U_{B'}}{\Delta y} = \varepsilon_{xy} \approx \gamma_2 \quad (2.4-6)$$

L'angle droit $A\hat{I}B$ s'est donc transformé en un angle $A'\hat{I}B'$ tel que :

$$\text{mes}(A'IB') = \frac{\pi}{2} - \gamma_{xy} \text{ avec } \gamma_{xy} = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (2.4-7)$$

Par symétrie des contraintes et homogénéité du matériau, $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$, d'où $\gamma_1 = \gamma_2$, donc :

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{\gamma_{xy}}{2} \quad (2.4-8)$$

Enfin, cette déformation étant élastique, elle doit être directement proportionnelle à la contrainte.

Ce coefficient de proportionnalité est le module de cisaillement, noté G , et tel que :

$$\sigma_{ij} = G \cdot \varepsilon_{ij}, (i \neq j) \quad (2.4-9)$$

D'après cette équation, G a la dimension d'une contrainte et sera, par conséquent, exprimé en Pascal.

Pour l'acier, $G = 81 \text{ MPa}$.

On obtient, finalement, le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xy} = \gamma_{xy}/2 = \sigma_{xy}/G \\ \varepsilon_{yx} = \gamma_{xy}/2 = \sigma_{yx}/G \end{cases} \quad (2.4-10)$$

En utilisant la propriété de symétrie, nous pouvons écrire les relations tensorielles suivantes :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{\varepsilon}} &= \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{xy}/2 & 0 \\ \gamma_{xy}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4-11)$$

De façon identique, pour des contraintes tangentielles dirigées selon les axes y ou z, nous avons :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{\varepsilon}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{xz}/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{xz}/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4-12)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ 0 & \sigma_{yz} & 0 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{\varepsilon}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{yz}/2 \\ 0 & \gamma_{yz}/2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ 0 & \sigma_{yz} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4-13)$$

En conclusion :

- Les composantes diagonales du tenseur des déformations, représentent les allongements du corps solide,
- Les composantes hors diagonales correspondent à des mouvements de rotation ou de glissements.

2.5 Loi de Hooke généralisée

Nous intéressant au domaine des déformations élastiques, nous souhaitons avoir entre les tenseurs des contraintes et des déformations une relation linéaire de la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = f(\underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (2.5-1)$$

L'algèbre tensorielle nous indique que cela peut être réalisé au moyen d'un troisième tenseur dont l'ordre sera donné par la somme des ordres du tenseur de contraintes et de celui du tenseur des déformations.

On obtient alors la loi de Hooke généralisée :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\underline{C}}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.5-2)$$

Avec :

- $\underline{\underline{\underline{C}}}$: Tenseur de rigidité d'ordre 4.

Cette loi nous permet alors, connaissant les composantes du tenseur de rigidité, de pouvoir calculer en un point quelconque d'un corps solide, les déformations, provoquées dans chacune des directions spatiales, par une combinaison quelconque de contraintes, formulées au moyen du tenseur associé.

Il est à noter que cette loi peut être également exprimée sous la forme :

$$\bar{\bar{\bar{\varepsilon}}} = g(\bar{\bar{\bar{\sigma}}}) \quad (2.5-3)$$

Nous avons alors :

$$\bar{\bar{\bar{\varepsilon}}} = \bar{\bar{\bar{S}}} \cdot \bar{\bar{\bar{\sigma}}} \quad (2.5-4)$$

Avec :

- $\bar{\bar{\bar{S}}}$: Tenseur de souplesse d'ordre 4.

2.6 Le tenseurs de rigidité

Toujours selon l'algèbre tensorielle, nous pouvons exprimer la loi de Hooke généralisée, pour chaque composante des tenseurs, sous la forme :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (2.6-1)$$

Or que $\bar{\bar{\sigma}}$ et $\bar{\bar{\varepsilon}}$ étant symétriques :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = \sigma_{ji} & (i \neq j) \\ \varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk} & (k \neq l) \end{cases} \quad (2.6-2)$$

Par conséquent :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} \quad (i \neq j \text{ et } k \neq l) \quad (2.6-3)$$

Cela permet de réduire le nombre initial de ses composantes qui est de $3^4=81$ à seulement 36.

Afin de pouvoir simplifier l'écriture des relations de la loi de Hooke, nous allons utiliser la notation de Voigt.

Cette convention permet de réduire le nombre d'indices utilisés pour décrire un tenseur symétrique.

Appliquée aux tenseurs des contraintes et des déformations, nous obtenons :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ Sym & & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.6-4)$$

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ Sym & & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_4 \\ 2\varepsilon_5 \\ 2\varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2.6-5)$$

Le facteur 2 affectant les composantes ε_4 à ε_6 trouve son origine dans l'équation (2.4-8) appliquée aux composantes hors diagonale du tenseur des déformations. Selon cette notation, la loi de Hooke généralisée s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{\bar{C}}} \cdot \bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_4 \\ 2\varepsilon_5 \\ 2\varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2.6-6)$$

La figure ci-après permet de visualiser le rôle mécanique de chaque composante de $\overset{\equiv}{C}$.

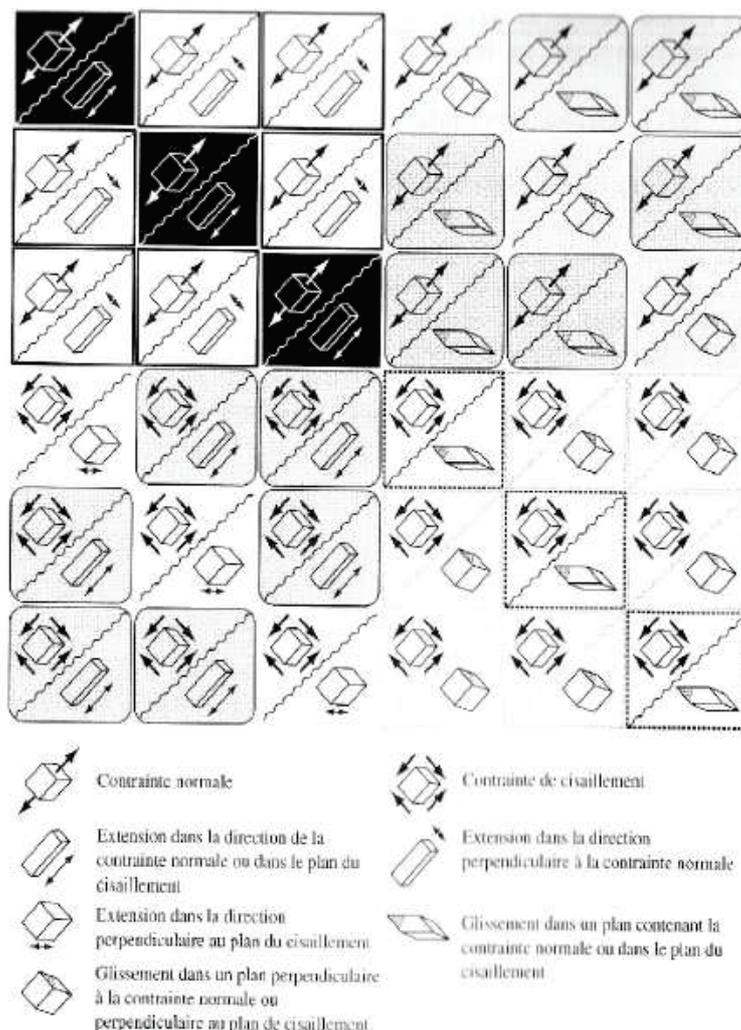


Figure 2.6-1 : Interprétation physique des composantes du tenseur de rigidité

Certaines propriétés des matériaux permettent encore de simplifier l'expression de $\overset{\equiv}{C}$:

- Homogénéité :

Cette propriété a pour conséquences la symétrie du tenseur $\overset{\equiv}{E}$, et entraîne que les composantes de tenseur de rigidité doivent être constantes quelque soit le point M considéré au sein du corps solide.

Cela se traduit par le fait que $\overset{\equiv}{C}$ ne conserve plus que 3 composantes indépendantes, C_{11} , C_{12} , C_{44} .

Il se note alors :

$$\overset{\equiv}{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \quad (2.6-7)$$

- Isotropie :

Les propriétés sont identiques quelque soit la direction selon laquelle nous les observons. En conséquence, les composantes du tenseur de rigidité doivent être invariantes par changement de base orthonormée. D'où la relation :

$$C_{44} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \quad (2.6-8)$$

Au final, le tenseur de rigidité s'écrit :

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.6-9)$$

Nous pouvons constater que ce tenseur ne comporte plus que 2 composantes indépendantes, C_{11} et C_{12} .

2.7 Le tenseur de souplesse

Il est possible grâce aux équations établies au paragraphe (2.1-1) de déterminer les valeurs des composantes du tenseur de

souplesse $\underline{\underline{S}}$:

- Contraintes normales

Considérons une contrainte normale dirigée selon l'axe x , et utilisons la notation de Voigt définie en (2.6-4).

Partant du système d'équation (2.1-5), avec pour $\alpha \neq 1, \sigma_\alpha = 0$ et $\sigma_1 \neq 0$, nous avons :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \sigma_1 / E \\ \varepsilon_2 = -\nu \cdot \varepsilon_1 = -\nu \cdot \sigma_1 / E \\ \varepsilon_3 = -\nu \cdot \varepsilon_1 = -\nu \cdot \sigma_1 / E \\ \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \quad (2.7-1)$$

Par analogie, pour :

$\sigma_\alpha = 0$ pour $\alpha \neq 2$ et $\sigma_2 \neq 0$, nous obtenons :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = -\nu \cdot \varepsilon_2 = -\nu \cdot \sigma_2 / E \\ \varepsilon_2 = \sigma_2 / E \\ \varepsilon_3 = -\nu \cdot \varepsilon_2 = -\nu \cdot \sigma_2 / E \\ \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \quad (2.7-2)$$

Et pour :

$\sigma_\alpha = 0$ pour $\alpha \neq 3$ et $\sigma_3 \neq 0$, nous obtenons :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = -\nu \cdot \varepsilon_3 = -\nu \cdot \sigma_3 / E \\ \varepsilon_2 = -\nu \cdot \varepsilon_3 = -\nu \cdot \sigma_3 / E \\ \varepsilon_3 = \sigma_3 / E \\ \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \quad (2.7-3)$$

- Contraintes tangentielles

De façon analogue, considérons maintenant une contrainte de cisaillement selon l'axe x et parallèle à la face de normale \vec{j} , nous avons :

Partant du système d'équation (2.4-10), et pour $\sigma_\alpha=0$ ($\alpha \neq 6$) et $\sigma_6=\sigma_{xy} \neq 0$:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0 \\ \varepsilon_6 = \sigma_6 / G \end{cases} \quad (2.7-4)$$

Pour :

$\sigma_\alpha=0$ pour $\alpha \neq 4$ et $\sigma_4=\sigma_{yz} \neq 0$:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0 \\ \varepsilon_4 = \sigma_4 / G \\ \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \quad (2.7-5)$$

Et pour :

$\sigma_\alpha=0$ pour $\alpha \neq 5$ et $\sigma_5=\sigma_{xz} \neq 0$:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0 \\ \varepsilon_5 = \sigma_5 / G \\ \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \quad (2.7-6)$$

Selon l'équation de la loi de Hooke généralisée (2.5-4), et en employant la notation de Voigt, nous pouvons écrire :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.7-7)$$

On retrouve toutes les symétries du tenseur de rigidité dans le tenseur de souplesse, ainsi l'équation (2.7-7) devient :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.7-8)$$

Par identification avec les équations (2.7-1) à (2.7-6), nous trouvons :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.7-9)$$

2.8 Coefficients d'élasticité

L'inversion de la matrice représentant le tenseur de souplesse de l'équation (2.7-9), nous permet de calculer les coefficients du tenseur de rigidité. Ce calcul, relativement lourd dans le cas d'une matrice 6x6, conduit aux résultats suivants :

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \frac{1}{\Delta} \times \frac{1-\nu^2}{E^2} \quad (2.8-1)$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{23} = C_{21} = C_{31} = C_{32} = \frac{1}{\Delta} \times \frac{\nu + 2\nu^2}{E^2} \quad (2.8-2)$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \quad (2.8-3)$$

Avec Δ le déterminant de la matrice du tenseur de souplesse, tel que :

$$\Delta = \frac{1-3\nu^2-2\nu^3}{E^3} = \frac{(1+\nu)(1+\nu)(1-2\nu)}{E^3} \quad (2.8-4)$$

D'où :

$$C_{11} = \frac{E^3(1+\nu)(1-\nu)}{(1+\nu)(1+\nu)(1-2\nu)E^2} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.8-5)$$

$$C_{12} = \frac{E^3}{(1+\nu)(1+\nu)(1-2\nu)} \times \frac{\nu + \nu^2}{E^2} = \frac{E^3\nu(1+\nu)}{(1+\nu)(1+\nu)(1-2\nu)E^2} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.8-6)$$

$$C_{44} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} = \frac{E(1-\nu) - E\nu}{2(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{E(1-2\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.8-7)$$

Nous pouvons poser :

$$C_{12} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \lambda \quad (2.8-8)$$

$$C_{44} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} = \frac{E}{2(1+\nu)} = \mu \quad (2.8-9)$$

Ces deux coefficients d'élasticité sont les coefficients de Lamé.

- λ n'a pas de signification physique, mais permet de simplifier la notation des composantes du tenseur de rigidité.
- $\mu=G$ est le module de cisaillement.

Ils s'expriment en Pascal et suffisent à eux seuls à caractériser le comportement d'un matériau homogène et isotrope tout comme le couple de paramètres (E,ν).

Il existe d'autres couples de paramètres possédant cette propriété.

Ayant défini λ et μ , nous avons :

$$C_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{E - E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{E + E\nu - 2E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{E\nu + E(1-2\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.8-10)$$

$$C_{11} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E}{1+\nu} = \lambda + 2\mu \quad (2.8-11)$$

D'où l'écriture du tenseur de rigidité :

$$\overset{\equiv}{C} = \begin{bmatrix} (\lambda+2\mu) & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & (\lambda+2\mu) & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & (\lambda+2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.8-12)$$

Nous avons définis pour les matériaux homogènes et isotropes, tel que l'acier, les tenseurs de souplesse et de rigidité dont nous pouvons calculer les composantes à partir des couples de paramètres (E,ν) ou (λ,μ).

Nous pouvons maintenant exprimer la loi de Hooke généralisée sous les formes suivantes :

$$\overset{\equiv}{\sigma} = \overset{\equiv}{C} \cdot \overset{\equiv}{\varepsilon} = 2\mu \overset{\equiv}{\varepsilon} + \lambda \text{tr}(\overset{\equiv}{\varepsilon}) \overset{\equiv}{I} = \frac{E}{1+\nu} \left(\overset{\equiv}{\varepsilon} + \frac{\nu}{1-2\nu} \text{tr}(\overset{\equiv}{\varepsilon}) \overset{\equiv}{I} \right) \quad (2.8-13)$$

$$\overset{\equiv}{\varepsilon} = \overset{\equiv}{S} \cdot \overset{\equiv}{\sigma} = \frac{1}{2\mu} \overset{\equiv}{\sigma} - \frac{\lambda}{2\mu(3\lambda+2\mu)} \text{tr}(\overset{\equiv}{\sigma}) \overset{\equiv}{I} = \frac{1+\nu}{E} \left(\overset{\equiv}{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\overset{\equiv}{\sigma}) \overset{\equiv}{I} \right) \quad (2.8-14)$$

La trace d'un tenseur $\overset{\equiv}{A}$, notée $\text{tr}(\overset{\equiv}{A})$, étant la somme des ses composantes diagonales.

Le tenseur identité $\overset{\equiv}{I}$ est défini selon l'équation (2.9-21).

La loi de Hooke généralisée exprimée selon l'équation (2.5-2) nous permettra de calculer les contraintes principales à partir des déformations mesurées au moyen de rosette de jauges de contrainte.

2.9 Interprétation mathématique

L'objectif de ces quelques pages n'est pas de développer les mathématiques concernant le domaine du calcul tensoriel. Quelques références seront données en bibliographie permettant de retrouver les démonstrations des résultats et des propriétés que nous utilisons ici.

Nous aborderons quelques notions de base de la Mécanique des Milieux Continus.

Un milieu est continu lorsque les grandeurs physiques en chaque point et à tout instant sont continues.

Les corps solides sont considérés comme des milieux continus.

Un solide est indéformable lorsque les distances entre ses points matériels demeurent constantes au cours du temps lors de l'application de forces extérieures.

Nous avons vu que sous l'action de forces extérieures certains corps solides, selon la nature des matériaux les constituant, peuvent se déformer. Un tel corps solide est dit déformable.

Un solide déformable verra les distances entre ses points matériels évoluer au cours du temps entraînant ainsi un changement de forme

Nous pouvons intuitivement nous représenter cette déformation comme un mouvement des particules constitutives (atomes, molécules) les unes par rapport aux autres.

2.9.a Définitions

Avant de poursuivre, nous allons définir le plus précisément possible certains termes afin de clarifier au mieux cette approche mathématique.

- Contraintes :

Les forces extérieures appliquées à un solide déformable vont se répartir sur chaque particule.

En chaque point matériel M , représentant la position d'une particule, agit une fraction de cette force, $d\vec{F}$, se répartissant sur une surface dS de normale \vec{n} zone d'interface avec le milieu environnant :

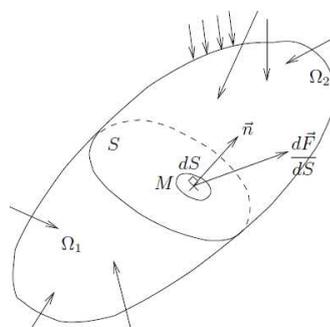


Figure 2.9-1 : Contraintes au sein d'un corps solide

Cette contrainte sera notée $\vec{T}(M, \vec{n})$ et donnée par :

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{d\vec{F}}{dS} \quad (2.9-1)$$

Le flux d'un vecteur ϕ_S étant défini comme le débit de ce vecteur à travers une surface S :

$$\phi_S = \vec{F} \cdot \vec{S} \quad (2.9-2)$$

Nous pouvons reconnaître dans cette dernière l'équation (2.9-1) la définition d'un flux de force, ou d'une densité surfacique de force.

En chaque point d'un corps solide, ces contraintes peuvent être définies au moyen du tenseur associé.

Nous avons vu au paragraphe 2.2, que la décomposition des contraintes appliquées sur un élément cubique de matière menait à un système de 3 équations permettant de définir les 9 composantes du tenseur des contraintes $\vec{\sigma}$ (équations (2.2-3) et (2.2-4)).

- Transformation :

En se déformant, un corps solide voit les coordonnées spatiales des particules le constituant évoluer au cours du temps. Ces déformations consistent en des **changements de forme** (allongement, torsion,...).

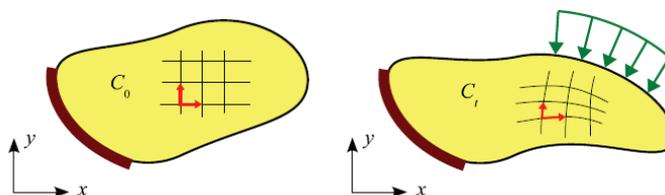


Figure 2.9-2 : Transformation d'un corps

Ces déformations sont consécutives à des modifications de distances entre points matériels ou des modifications d'angles entre des vecteurs.

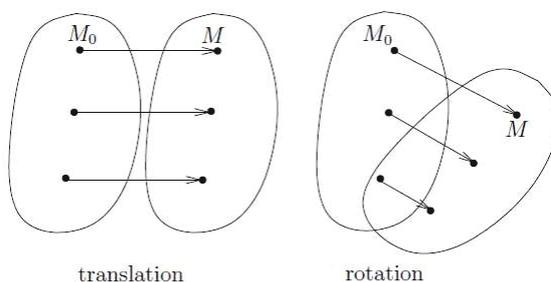
La Figure 2.9-2 ci-dessus illustre la configuration initiale C_0 d'un corps (à l'instant $t=0$), et sa configuration, dite « actuelle », C_t à l'instant t .

Une transformation décrit l'évolution temporelle des coordonnées spatiales d'une particule d'un corps soumis à une contrainte et subissant une déformation.

Il est important de noter que cette transformation s'inscrit dans le temps.

Pour étudier une transformation, nous nous fixons un repère extérieur au corps subissant la transformation.

A ce titre les mouvements de corps rigide que sont la translation et la rotation, ne correspondent pas à des déformations car les positions relatives des points matériels ne sont pas modifiées par ces transformations comme cela est illustré sur la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**



- Vecteur position :

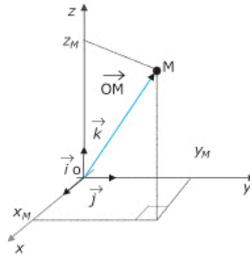


Figure 2.9-3 : Vecteur position

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le vecteur position d'un point M est tel que :

$$\overrightarrow{OM} = x_M \vec{i} + y_M \vec{j} + z_M \vec{k} \quad (2.9-3)$$

Ses composantes étant les coordonnées spatiales de ce point.

$$\overrightarrow{OM} = \begin{Bmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{Bmatrix} \quad (2.9-4)$$

- Vecteur déplacement :

Nous avons vu que la déformation d'un corps solide se traduit par une modification au cours du temps des distances entre ses points matériels. Cela introduit la notion de déplacement et sous-entends que la position spatiale d'un point évoluera au cours du temps.

Le vecteur position à un instant t d'un tel point M est donné par :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM}(t) = \begin{Bmatrix} x_M(t) \\ y_M(t) \\ z_M(t) \end{Bmatrix} \quad (2.9-5)$$

En se reportant à la Figure 2.9-4, nous pouvons écrire à l'instant t_0 :

$$\overrightarrow{OM_0} = \overrightarrow{OM_0}(t_0) = \begin{Bmatrix} x_{M_0}(t_0) \\ y_{M_0}(t_0) \\ z_{M_0}(t_0) \end{Bmatrix} \quad (2.9-6)$$

$$\overrightarrow{OM}(t) = \begin{Bmatrix} x_M(t) \\ y_M(t) \\ z_M(t) \end{Bmatrix} \quad (2.9-7)$$

On définit alors le vecteur déplacement par :

$$\vec{u}(M_0, t) = \overrightarrow{M_0 M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0} \quad (2.9-8)$$

Ce vecteur est ainsi défini par les 2 positions correspondant à la position spatiale du point M à l'instant initial $t = t_0$, notée M_0 , et à un instant t.

- Vecteur élémentaire :

Si maintenant nous considérons deux points infiniment proches M_0 et M_0' , nous pouvons définir à l'instant t_0 le vecteur élémentaire :

$$d\vec{X} = \overrightarrow{M_0 M_0'} = \overrightarrow{OM_0} - \overrightarrow{OM_0'} \quad (2.9-9)$$

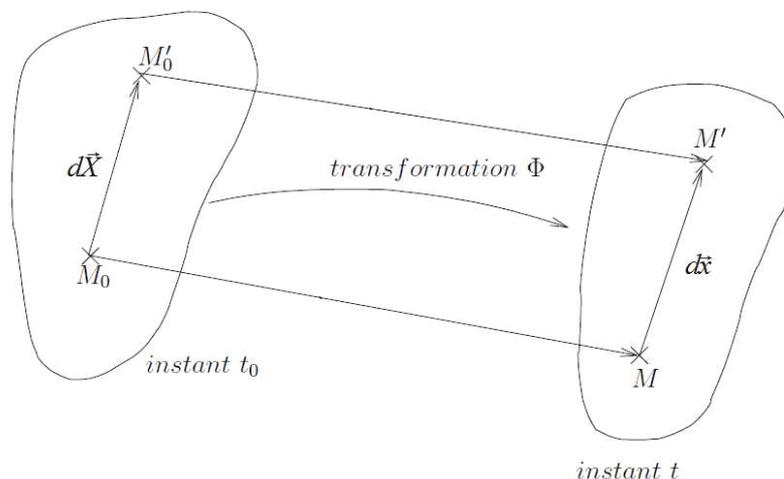


Figure 2.9-4 : Transformation d'un vecteur élémentaire

Ce vecteur devient à l'instant t :

$$d\vec{x} = \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM'} \quad (2.9-10)$$

2.9.b Gradient de transformation

Soit une transformation $\vec{\phi}$.

Considérons un point matériel M au sein du corps solide subissant cette transformation.

Nous avons :

Le vecteur position initial ($t = t_0$) du point M , donné par :

$$\vec{X} = \overrightarrow{OM}(0) = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (2.9-11)$$

Le vecteur position de ce même point M à un instant t , donné par :

$$\vec{x} = \overrightarrow{OM}(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{Bmatrix}, (t \neq 0) \quad (2.9-12)$$

On peut alors définir la transformation $\vec{\phi}$ par :

$$\vec{x} = \vec{\phi}(\vec{X}, t) \quad (2.9-13)$$

Ainsi cette équation représente l'évolution du vecteur position initiale d'un point matériel soumis à la transformation $\vec{\phi}$, en fonction du temps.

Autrement dit, elle détermine la variation du vecteur position du point M à l'instant t , d'où la notation $\vec{\phi}$.

Ce que nous souhaitons obtenir c'est une mesure des déformations en chaque point matériel du corps subissant une transformation vectorielle. Mathématiquement, est défini le tenseur gradient d'un vecteur. Par analogie avec le vecteur

gradient d'une fonction scalaire, nous pouvons en attendre une indication sur le comportement local de la transformation. Pour cela calculons le tenseur gradient, $\overline{\overline{F}}$, de la transformation $\vec{\phi}$.

Il est défini par :

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\overline{\text{grad} \vec{\phi}}} = \frac{\partial \vec{\phi}(\vec{X}, t)}{\partial \vec{X}} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}} \quad (2.9-14)$$

Ces composantes sont :

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (2.9-15)$$

Ce tenseur d'ordre 2 est non symétrique.

Les composantes de $\overline{\overline{F}}$, sont égales à la dérivée du vecteur position du point M à un instant t, par rapport au vecteur position initial à l'instant t=0.

$\overline{\overline{F}}$ dépend ainsi du temps et de la position considérée.

Il caractérise effectivement de façon locale, le comportement spatial de la transformation.

Pour rappel, le développement en série de Taylor à l'ordre k d'une fonction f(x) au point x=a est donné par :

$$f(x) = \sum \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + Rn(x) \quad (2.9-16)$$

Rn(x) étant le reste intégral.

Si l'on considère les vecteurs élémentaires \overrightarrow{dX} et \overrightarrow{dx} , par définition infinitésimaux, nous pouvons écrire le développement limité à l'ordre 1 :

$$\overrightarrow{dx} = \overline{\overline{F}} . \overrightarrow{dX} \quad (2.9-17)$$

Cela nous permet d'observer qu'un tenseur peut être vu comme un objet mathématique transformant un vecteur, ici \overrightarrow{dX} , en un autre vecteur, \overrightarrow{dx} .

Cependant, ce tenseur n'est pas apte à décrire les déformations d'un corps.

En effet, il n'est pas nul pour des transformations de corps rigide en mouvement, translation, rotation.

2.9.c Tenseur de dilatation

Nous cherchons à caractériser les déformations du corps soumis à la transformation $\vec{\phi}$, c'est à dire la variation relative de distance entre deux points au cours du temps.

La variation d'un produit scalaire traduisant une variation de normes et / ou d'angle, il semble légitime de s'y intéresser afin de caractériser une déformation.

Pour cela intéressons nous à l'évolution du produit scalaire de deux vecteurs élémentaires initiaux :

$d\vec{X}_1$ et $d\vec{X}_2$.

Ces vecteurs sont définis à un instant t par :

$$d\vec{x}_1 = \overline{\overline{F}} . d\vec{X}_1 \text{ et } d\vec{x}_2 = \overline{\overline{F}} . d\vec{X}_2 \quad (2.9-18)$$

Etudions le produit scalaire :

$$d\vec{x}_1 . d\vec{x}_2 = (\overline{\overline{F}} . d\vec{X}_1) . (\overline{\overline{F}} . d\vec{X}_2) \quad (2.9-19)$$

En posant $\overline{\overline{F}} . d\vec{X}_2 = \overline{\overline{F}}^T . d\vec{X}_2$, selon les règles de l'algèbre tensorielle, nous définissons le tenseur $\overline{\overline{C}}$, d'ordre 2, tel que :

$$d\vec{x}_1 . d\vec{x}_2 = d\vec{X}_1^T . (\overline{\overline{F}}^T . \overline{\overline{F}}) . d\vec{X}_2 = d\vec{X}_1^T . \overline{\overline{C}} . d\vec{X}_2 \quad (2.9-20)$$

Ce tenseur, nommé « tenseur des dilatations de Cauchy droit », car $\overline{\overline{F}}$ se trouve à droite dans l'écriture du produit $\overline{\overline{F}}^T . \overline{\overline{F}}$, est symétrique. Il permet le calcul du produit scalaire à un instant t de deux vecteurs dont nous connaissons les composantes initiales.

De façon analogue, nous définissons un « tenseur des dilatations de Cauchy gauche », $\bar{\bar{b}} = \bar{\bar{F}} \cdot \bar{\bar{F}}^T$.

Permettant le calcul du produit scalaire $d\bar{X}_1 \cdot d\bar{X}_2 = d\bar{x}_1^T \cdot \bar{\bar{b}} \cdot d\bar{x}_2$.

Ces deux tenseurs ne sont pas de bons descripteurs de déformations, car pour des transformations de corps rigide ils sont égaux au tenseur identité \bar{I} :

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9-21)$$

Ils vont cependant nous permettre de définir deux autres tenseurs.

2.9.d Tenseur de déformation

Nous avons vu que :

$$d\bar{x}_1 \cdot d\bar{x}_2 = d\bar{X}_1^T \cdot \bar{\bar{C}} \cdot d\bar{X}_2 \quad (2.9-22)$$

Intéressons nous maintenant à la variation du produit scalaire. Elle est donnée par :

$$d\bar{x}_1 \cdot d\bar{x}_2 - d\bar{X}_1 d\bar{X}_2 = d\bar{X}_1^T \cdot \bar{\bar{C}} \cdot d\bar{X}_2 - d\bar{X}_1 \cdot d\bar{X}_2 = d\bar{X}_1^T \cdot \bar{\bar{C}} \cdot d\bar{X}_2 - d\bar{X}_1 \cdot \bar{I} \cdot d\bar{X}_2 = d\bar{X}_1^T \cdot (\bar{\bar{C}} - \bar{I}) \cdot d\bar{X}_2 \quad (2.9-23)$$

On définit le tenseur de déformation de Green-Lagrange par :

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{C}} - \bar{I}) = \frac{1}{2}(\bar{\bar{F}} \cdot \bar{\bar{F}}^T - \bar{I}) \quad (2.9-24)$$

D'où :

$$\frac{1}{2}(d\bar{x}_1 \cdot d\bar{x}_2 - d\bar{X}_1 d\bar{X}_2) = d\bar{X}_1^T \cdot \bar{\bar{E}} \cdot d\bar{X}_2 \quad (2.9-25)$$

On peut également définir de façon symétrique, $\bar{\bar{e}}$, le tenseur des déformations de Euler-Almansi tel que la variation du produit scalaire soit donnée en fonction de $d\bar{x}_1$ et $d\bar{x}_2$:

$$\frac{1}{2}(d\bar{x}_1 \cdot d\bar{x}_2 - d\bar{X}_1 d\bar{X}_2) = d\bar{x}_1^T \cdot \bar{\bar{e}} \cdot d\bar{x}_2 \quad (2.9-26)$$

Comme leur nom l'indique, il s'agit de tenseurs rendant compte des déformations et sont donc nuls pour des transformations de corps solides.

2.9.e Identification physique des composantes du tenseur des déformations

Le cadre des déformations élastiques, où les déformations sont négligeables devant les dimensions du corps étudié, est appelé « l'hypothèse des petites déformations » (notée : HPP).

Selon l'hypothèse « HPP », nous pouvons établir le tenseur des déformations $\bar{\bar{E}}$.

- Contraintes normales :

Plaçons nous dans le cas où un corps déformable subit une contrainte normale et choisissons une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ telle que la contrainte ait une direction parallèle à celle de l'axe x de vecteur directeur \vec{i} .

Sous cette contrainte le solide va subir un allongement selon cet axe x (Figure 2.2-1).

Posons dL_x la distance initiale entre deux points matériels au sein du corps déformable, et dl_x cette distance au cours de l'allongement, nous avons :

- à l'instant initial t_0 : $d\bar{X} = dL_x \cdot \vec{i}$
- à l'instant t : $d\bar{x} = dl_x \cdot \vec{i}$

D'après l'équation (2.9-25), nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{2}(d\bar{x}.d\bar{x} - d\bar{X}.d\bar{X}) = \frac{1}{2}(\|d\bar{x}\|^2 - \|d\bar{X}\|^2) = d\bar{X}^T \cdot \bar{\bar{E}} \cdot d\bar{X} \quad (2.9-27)$$

$$\frac{1}{2}(dl_x^2 - dL_x^2) = dL_x \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{E}} \cdot dL_x \bar{i} = dL_x^2 \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \bar{i} \quad (2.9-28)$$

$$\frac{(dl_x^2 - dL_x^2)}{2dL_x^2} = \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \bar{i} \quad (2.9-29)$$

Remarquons que :

$$\frac{(dl_x^2 - dL_x^2)}{2dL_x^2} = \left(\frac{dl_x - dL_x}{dL_x} \right) \times \left(\frac{dl_x + dL_x}{2dL_x} \right) \quad (2.9-30)$$

Le terme $\left(\frac{dl_x - dL_x}{dL_x} \right)$ est une majoration du développement limité au premier ordre de $\frac{(dl_x^2 - dL_x^2)}{2dL_x^2}$.

Selon l'hypothèse HPP, nous pouvons nous limiter à ce développement limité et considérer le tenseur des déformations $\bar{\bar{E}}$ tel que :

$$\frac{(dl_x^2 - dL_x^2)}{2dL_x^2} = \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \bar{i} \approx \frac{dl_x - dL_x}{dL_x} = \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{e}} \cdot \bar{i} \quad (2.9-31)$$

Effectuons le calcul tensoriel suivant :

$$\bar{i}^T \cdot \bar{\bar{e}} \cdot \bar{i} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{Bmatrix} = \varepsilon_{xx} \quad (2.9-32)$$

Au final, nous retrouvons le résultat établis « intuitivement » :

$$\frac{dl_x - dL_x}{dL_x} = \varepsilon_{xx} \quad (2.9-33)$$

L'étude similaire d'une contrainte normale dirigée selon l'axe y ou z nous conduit aux résultats suivants :

$$\frac{dl_y - dL_y}{dL_y} = \varepsilon_{yy} \quad (2.9-34)$$

$$\frac{dl_z - dL_z}{dL_z} = \varepsilon_{zz} \quad (2.9-35)$$

Etablissant ainsi que les composantes diagonales du tenseur des déformations correspondent aux allongements uniaxiaux.

- Contraintes tangentielles :

Plaçons-nous à présent, dans le cas où un corps déformable subisse un couple de contraintes tangentielles et choisissons une base de telle sorte que ces contraintes soient de direction parallèle à celle de l'axe x de vecteur directeur \vec{i} .

Notons les $\sigma_{xy} = \tau_{xy} = \tau_{yx}$.

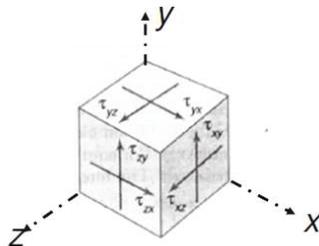


Figure 2.9-5 : Contraintes tangentielles

Sous cette contrainte le solide va subir un glissement.

Ainsi deux vecteurs initialement orthogonaux verront la mesure de leur angle modifiés.

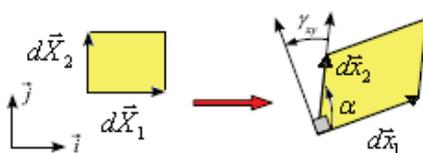


Figure 2.9-6 : Modification de l'angle entre deux vecteurs

Posons :

- à l'instant initial t_0 :
$$\begin{cases} d\vec{X}_1 = dL_1 \cdot \vec{i} \\ d\vec{X}_2 = dL_2 \cdot \vec{j} \end{cases}$$
- à l'instant t :
$$\begin{cases} d\vec{x}_1 = dl_1 \cdot \vec{i} \\ d\vec{x}_2 = dl_2 \cdot \vec{j} \end{cases}$$

D'après l'équation (2.9-25), nous avons :

$$\frac{1}{2}(d\vec{x}_1 \cdot d\vec{x}_2 - d\vec{X}_1 \cdot d\vec{X}_2) = d\vec{X}_1^T \cdot \vec{E} \cdot d\vec{X}_2 \quad (2.9-36)$$

Les vecteurs $d\vec{X}_1$ et $d\vec{X}_2$ étant orthogonaux leur produit scalaire est nul :

$$\frac{1}{2} dl_1 \cdot dl_2 \cdot \cos \alpha = dL_1 \cdot \vec{i}^T \cdot \vec{E} \cdot dL_2 \cdot \vec{j} \quad (2.9-37)$$

Avec $\alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma_{xy}$,

$$\frac{1}{2} \frac{dl_1 dl_2}{dL_1 dL_2} \sin \gamma_{xy} = \vec{i}^T \cdot \vec{E} \cdot \vec{j} \quad (2.9-38)$$

$$\frac{1}{2} \sin \gamma_{xy} \frac{dl_1 dl_2}{dL_1 dL_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{dl_1 - dL_1}{dL_1} + 1 \right) \left(\frac{dl_2 - dL_2}{dL_2} + 1 \right) = \vec{i}^T \cdot \vec{E} \cdot \vec{j} \quad (2.9-39)$$

Selon la définition de l'allongement relatif :

$$\frac{1}{2} \frac{dl_1 dl_2}{dL_1 dL_2} \sin \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \sin \gamma_{xy} (\varepsilon_1 + 1)(\varepsilon_2 + 1) = \vec{i}^T \cdot \vec{E} \cdot \vec{j} \quad (2.9-40)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dl_1 dl_2}{dL_1 dL_2} \sin \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \sin \gamma_{xy} (1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2) = \vec{i}^T \cdot \vec{E} \cdot \vec{j} \quad (2.9-41)$$

Calculons le développement limité de $\sin \gamma$:

$$\sin \gamma = \gamma - \frac{\gamma^3}{3!} + \frac{\gamma^5}{5!} - \dots + \frac{(1)^n \gamma^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(\gamma^{2n+1}) \quad (2.9-42)$$

Dans le cadre de l'hypothèse « HPP », nous pouvons nous restreindre aux développements limités d'ordre 1 et considérer le tenseur des déformations $\bar{\bar{\epsilon}}$ tel que :

$$\frac{1}{2} \frac{dl_1 dl_2}{dL_1 dL_2} \sin \gamma_{xy} = \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{\epsilon}} \cdot \bar{j} \approx \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \bar{i}^T \cdot \bar{\bar{e}} \cdot \bar{j} \quad (2.9-43)$$

Effectuons le calcul tensoriel suivant :

$$\bar{i}^T \cdot \bar{\bar{e}} \cdot \bar{j} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zy} \end{pmatrix} = \epsilon_{xy} \quad (2.9-44)$$

Nous retrouvons le résultat :

$$\frac{1}{2} \gamma_{xy} = \epsilon_{xy} \quad (2.9-45)$$

L'étude similaire de contraintes tangentielles dirigées selon les axes y ou z nous conduirait aux résultats suivants :

$$\frac{1}{2} \gamma_{xz} = \epsilon_{xz} \quad (2.9-46)$$

$$\frac{1}{2} \gamma_{yz} = \epsilon_{yz} \quad (2.9-47)$$

Etablissant ainsi que les termes hors diagonale du tenseur des déformations correspondent aux changements d'angle entre deux vecteurs ou glissements.

2.10 Généralités sur les tenseurs

Cette annexe nous a permis d'appréhender la notion de tenseur.

Nous ne pouvons conclure sans signaler les quelques propriétés fondamentales qui font la particularité de cet objet mathématique.

Le tenseur est la généralisation ou l'extension de la notion de vecteur qui est lui-même un tenseur d'ordre 1.

Comme nous avons pu le voir, il est caractérisé par son ordre fixant le nombre de ses composantes.

Ainsi :

- Un tenseur d'ordre 0 possède $3^0=1$ composante.

C'est un scalaire.

- Un vecteur est un tenseur d'ordre 1 possède $3^1=3$ composantes.

C'est un vecteur spatial.

L'une des principales propriétés des tenseurs, quelque soit leur ordre, est d'être invariants par changement de base vectorielle.

Ainsi la masse, la température, la vitesse de la lumière, sont des scalaires car leur valeur est indépendante du repère choisi.

La vitesse est un vecteur, ses composantes changeront par changement de repère, mais sa direction, son sens et sa norme doivent rester constants.

Nous avons vu que les contraintes et les déformations considérées dans l'espace à 3 dimensions au sein d'un corps solide déformable, sont variables en tout point de cet espace, mais leurs valeurs sont identiques quelque soit le repère choisi à l'extérieur du corps solide.

Nous avons également vu qu'en un point donné, ces grandeurs ne peuvent être représentées par un vecteur.

Toutes ces propriétés font que contraintes et déformations ne peuvent être représentées que par un tenseur d'ordre supérieur à 1.

La décomposition respective, selon les trois directions spatiales, des contraintes agissant sur un volume élémentaire cubique de matière et des déformations engendrées, nous a conduits pour chacune de ces grandeurs à un système de trois équations comportant chacune trois paramètres, soit un total de 9 composantes.

A cela s'ajoute la nécessité d'invariance de ces grandeurs par un changement de repère externe au corps solide.

Cela amène tout naturellement à représenter ces grandeurs par un tenseur d'ordre 2 comprenant $3^2=9$ composantes.

La généralisation de loi de Hooke a nécessité que nous définissions les tenseurs d'ordre 4 de rigidité et de souplesse.

Ces tenseurs sont d'ordre 4, ordre fixé par les règles du calcul tensoriel.

La propriété d'invariance des tenseurs permettent d'exprimer des relations indépendante du repère choisi. Ces relations expriment leur réalité physique essentielle de ne dépendre du repère d'expression des lois qui les gouvernent.

Pour cela, bien que l'utilisation première des tenseurs ait été la Mécanique des Milieux Continus, ils sont également au centre de la Relativité Générale et de l'Electromagnétisme.

3 Annexe C : ESSAIS SUR UNE LAME INSTRUMENTEE

Le système d'acquisition a été livré par le constructeur HBM avant que ce dernier ne puisse réaliser la mise en place des capteurs sur la presse LVP (jauges de contraintes et rosettes). Ceci étant nous avons été confrontés à un retard de l'intervention de la société HBM, de 5 mois. Nous avons alors décidé de mettre ce délai à profit afin de nous familiariser avec l'instrumentation et son logiciel associé.

Peu familier de la mesure de déformations et de contraintes, nous avons acheté auprès de la société HBM, une lame métallique instrumentée d'étude, munie d'une jauge de contrainte, nous permettant ainsi « d'appréhender physiquement » ces grandeurs.

En plus des principes essentiels de Rhéologie exposés dans l'annexe A, les notions de résistance des matériaux dans le domaine de poutres en flexion, indispensables à la quantification des résultats de mesures, seront abordées sommairement.

Il sera également fait référence à des notions de traitement de signal (estimateur, fonction de corrélation, Corrélogramme) et de statistiques qui sont développées au chapitre 5.

3.1 Objectifs des essais

Nous avons soumis la lame instrumentée à des contraintes mécaniques et avons mesuré les déformations engendrées au moyen de la jauge de contrainte dont elle est équipée.

Nous allons dans un premier temps étudier les caractéristiques de la chaîne d'acquisition utilisée en nous basant sur les spécifications du constructeur. Puis calculer les contraintes auxquelles nous allons soumettre la lame instrumentée. Ceci en régime établi, mais également en régime dynamique, par la mise en vibration de lame métallique.

Nous réaliserons ensuite divers traitements sur les déformations recueillies pendant nos essais au niveau de la jauge de contrainte dans le but de quantifier certains paramètres métrologiques comme la stabilité, le bruit, la précision, la linéarité, en régime établi.

A l'issue de ces essais, nous tenterons de quantifier les écarts entre les effets estimés théoriquement et les résultats de mesure obtenus et de vérifier leurs accords avec les caractéristiques techniques de mesure de la chaîne d'acquisition.

Nous tenons cependant à préciser **qu'il ne s'agit pas d'une vérification métrologique**, les modes opératoires et les moyens à mettre en œuvre devant être alors bien différents.

Cette étude devrait nous permettre de pouvoir juger des résultats obtenus sur la presse LVP une fois cette dernière équipée des jauges de contrainte.

3.1.a Mode opératoire

Les conditions spécifiques à chacun des quatre types d'essais réalisés sont résumées dans le tableau ci-dessous. Certains de ces essais ont été réalisés plusieurs fois (nous parlons alors de test) parfois en modifiant la configuration.

Essai N°	Paramètres déterminés	Nombre de tests réalisés	Cadence d'échantillonnage (Fe)	Durée	Nombre d'échantillons (N)	Filtre : Type Fréquence de coupure
1	Stabilité, Bruit	4	400 Hz	5 à 7 min	120 k à 170 k	Butterworth 200 Hz
2	Précision, Linéarité, Fluage	1	400 Hz	30 min	732 k	Butterworth 5 Hz
		1	20 Hz	18 min	22 k	
3	Répétabilité	1	20 Hz	15 min	18 k	Butterworth 10 Hz
4	Mesure de contrainte dynamique	1	2400 Hz	17 s	41 k	Butterworth 5 Hz

Tableau 3-1 : Configurations des essais

3.1.a.1 Procédure de « Mise à zéro »

Avant toute acquisition, une procédure de mise à zéro est systématiquement réalisée. Cette procédure consiste à :

- Réaliser l'acquisition du signal à une fréquence d'échantillonnage de 10Hz durant 5 secondes : soient l'acquisition de 500 échantillons.
- Calculer la valeur moyenne de ces 500 échantillons afin de pouvoir estimer l'erreur de justesse.
- Corriger cette erreur de justesse en ôtant cette valeur moyenne aux acquisitions suivantes considérant ainsi cette valeur comme une erreur systématique de l'instrumentation.

Cette procédure permet, notamment, d'annuler la contrainte due au propre poids de la lame lorsqu'elle est encastrée entre les mâchoires de l'étau.

3.1.a.2 Essai N°1

Cet essai a été réalisé sur quatre acquisitions (4 Tests) afin de s'assurer de la cohérence des résultats obtenus. Le but de cet essai était de déterminer si, en l'absence de toute contrainte sur la lame, le signal recueilli est constant ou s'il dérive dans le temps. Afin de s'assurer que la lame ne soit soumise à aucune contrainte ou flexion, elle est rendue solidaire, au moyen de ruban adhésif, d'un pied colonne en acier, comme cela est illustré ci-dessous. Dans le cas où une dérive est observée, nous tenterons de la modéliser. La soustraction de cette modélisation au signal recueilli devant permettre de caractériser le bruit de la chaîne d'acquisition.



Figure 3.1-1 : Disposition de la lame lors de l'Essai N° 1 - Tests 1 à 4

3.1.a.3 Essai N°2

Cet essai a été réalisé deux fois, avec des paramètres d'acquisition différents (voir **Tableau 3-1**). Afin de pouvoir assimiler la lame à une poutre métallique encastrée en flexion, soumise à des contraintes ponctuelles, celle-ci était serrée entre les mâchoires d'un étau comme nous pouvons le voir sur les photos ci-après. Une marque ayant été tracée sur la lame afin de s'assurer que son serrage dans les mâchoires de l'étau soit réalisée à 14 mm de l'extrémité de la lame. Remarquons que la mesure se fait proche de l'ancrage dans l'étau.

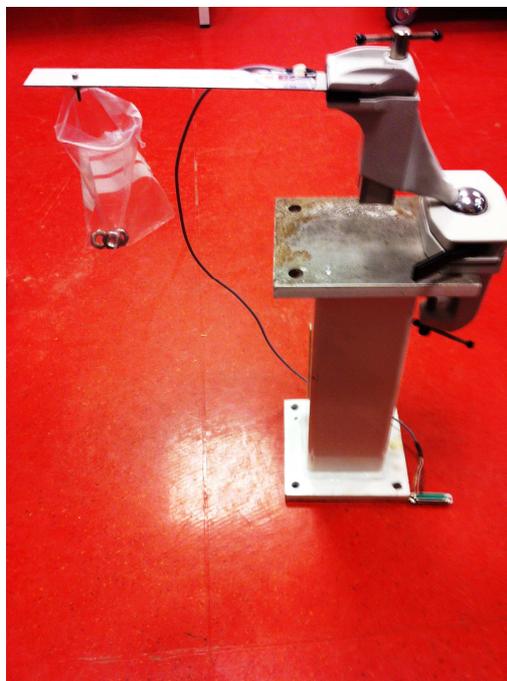


Figure 3.1-2 : Disposition de la lame lors des Essais N°2 à 4



Figure 3.1-3 : Précautions prises en vue d'éviter la transmission de vibrations parasites

L'ensemble lame et étai était fixé sur une pile en acier posée à même le sol, et un bloc de mousse expansée était placé entre le câble de raccordement de la jauge et la table. Ces dispositions ayant pour but de minimiser la transmission de vibrations (ventilateur du rack de l'instrumentation, mouvement de l'opérateur sur la table...) pouvant être transmises directement à la lame par l'intermédiaire de l'étai ou du câble.

Vingt et une masses, sensiblement identiques, ont été successivement déposées dans un sachet plastique suspendu en un point proche de l'extrémité de la lame afin d'exercer sur celle-ci une contrainte en ce point précis. L'utilisation du sachet plastique permettant de minimiser la flexion de la lame en l'absence de masse. Il est à noter que cette contrainte résiduelle est de toute façon annulée par la procédure de mise à zéro. Les masses étaient constituées d'écrous identiques, dont la masse moyenne a été évaluée par la pesée de 5 d'entre eux pris au hasard :

Ecrou 1	10.21	g
Ecrou 2	10.34	g
Ecrou 3	10.23	g
Ecrou 4	10.25	g
Ecrou 5	10.24	g
Moyenne	10.254	g
Ecart type	0.045	g
Valeur retenue (Ma)	10.25	g

Tableau 3-2 : Détermination de la masse M_a d'un écrou par échantillonnage

Lors de cet essai, la dépose d'une masse ($Ma = 10,25$ g) dans le sachet faisant vibrer la lame, ces déposes étaient réalisées à intervalle de 30s, afin de pouvoir obtenir une stabilisation du signal et relever la mesure de déformation. Le deuxième test a été effectué avec une fréquence d'échantillonnage de 20 Hz afin de minimiser les rebonds dus à ces vibrations. La dépose successive des 21 masses devant nous permettre de tracer une courbe d'étalonnage en 21 points de mesures, afin de déterminer la précision de la sensibilité de la chaîne d'acquisition et sa linéarité de celle-ci lors l'augmentation de la charge.

Nous avons pu observer le phénomène de fluage (déformation évoluant sous une contrainte constante, ici nulle) à la suppression de la contrainte exercée par les 21 masses sur la lame.

3.1.a.4 Essai N°3

Cet essai a fait l'objet d'une seule acquisition. La lame instrumentée était disposée dans des conditions identiques à celles l'Essai N° 2. Un peson d'une masse de l'ordre de 130 g a été déposé dans le sachet plastique puis retiré, ceci à dix reprises. La fréquence d'échantillonnage était de 20 Hz soit 0,05 s. La dispersion des résultats obtenus devant permettre de juger de la répétabilité, où fidélité, de la chaîne d'acquisition.

3.1.a.5 Essai N°4

Cet essai a fait l'objet d'une seule acquisition. La lame instrumentée était disposée dans des conditions identiques à celles l'Essai N° 2. Il a consisté à « lâcher » un masse ($Ma = 10,25$ g) dans le sac plastique fixé en bout de lame afin de faire vibrer celle-ci. L'objet de cet essai étant d'observer une déformation dynamique engendrée par un événement soudain sur la lame.

3.1.b Conditions de mesure et moyens utilisés

3.1.b.1 Conditions

Date : 8 et 12 mars 2013

Température : $22^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ conditions ambiantes de la ligne de lumière ID06.

3.1.b.2 Moyens utilisés

Genre	Marque	Type	N° de série	Remarques
Amplificateur	HBM	ML801	B180458048121	
Conditionneur	HBM	AP815i	177740006	8 entrées
Jauge de contrainte	HBM	1-LY41-1.5/120	sn	120 Ω

Tableau 3-3 : Liste du matériel utilisé

Les caractéristiques détaillées de ces équipements figurent en annexe I.

Toutes les mesures ont été réalisées au moyen d'un seul et même amplificateur conditionneur parmi les quatre installés dans le rack. Il s'agit en l'occurrence de celui disposé dans le slot de gauche vue de la face avant. La jauge de contrainte, câblées en 4 fils, était reliée à la voie n° 1 de ce même amplificateur.

3.1.b.3 La lame instrumentée

Elle consiste en une lame métallique en aluminium sur laquelle est collée une jauge de contrainte. Cette dernière est recouverte d'un vernis de protection. Le collage étant une opération très délicate et nécessitant un savoir faire, celui-ci a été confié à la société HBM, la lame nous étant fournie équipée de sa jauge. De même, les colle et vernis utilisés sont ceux préconisés par le constructeur permettant ainsi de garantir les spécifications de la jauge annoncées par ce dernier. Nous trouverons ci-dessous une synthèse des caractéristiques de la lame instrumentée.

	Caractéristique	Valeur	Unité
L	Longueur de la lame	251	mm
λ	Longueur de la lame hors encastrement	237	mm
h	Epaisseur de la lame	1,7	mm
b	Largeur de la lame	30,1	mm
L'	Distance du point d'encastrement au point d'application de la force	198	mm
d	Distance de la jauge au point d'application de la force	152	mm
E	Module de Young de l'aluminium	70	Gpa
μ	Coefficient de poisson de l'aluminium	0,34	----
α_S	Coefficient de dilatation de la structure (lame d'aluminium)	$23,1 \cdot 10^{-6}$	/ °C
d_e	Masse volumique de l'aluminium	2700	kg / m ³
m	Masse de la lame instrumentée	39,5	g

Tableau 3-4 : Principales caractéristiques de la lame instrumentée

Remarques :

Aucune information n'étant disponibles de la part de la société HBM, les valeurs des paramètres E , μ , d_e ont été choisies égales à celles couramment rencontrées dans le cas de l'aluminium. La masse de cette lame a d'abord été dévaluée par calcul au moyen de la masse volumique de l'aluminium ($d_e = 2700 \text{ kg.m}^3$) :

$$m = \lambda h b d_e = 237 \cdot 10^{-3} \times 1,7 \cdot 10^{-3} \times 30,1 \cdot 10^{-3} \times 2700 = 32,7 \text{ g} \quad (3.1-1)$$

Mais elle a été finalement déterminée par pesée afin de tenir compte de la jauge de contrainte, de la colle, du vernis et du système de fixation des masses suspendues pendant les essais. La valeur de la masse m retenue est de 39,5 g.

Une marque de serrage a été tracée à 14 mm de l'extrémité de la lame et la jauge de contrainte a été fixée à 60 mm de ce même bord.

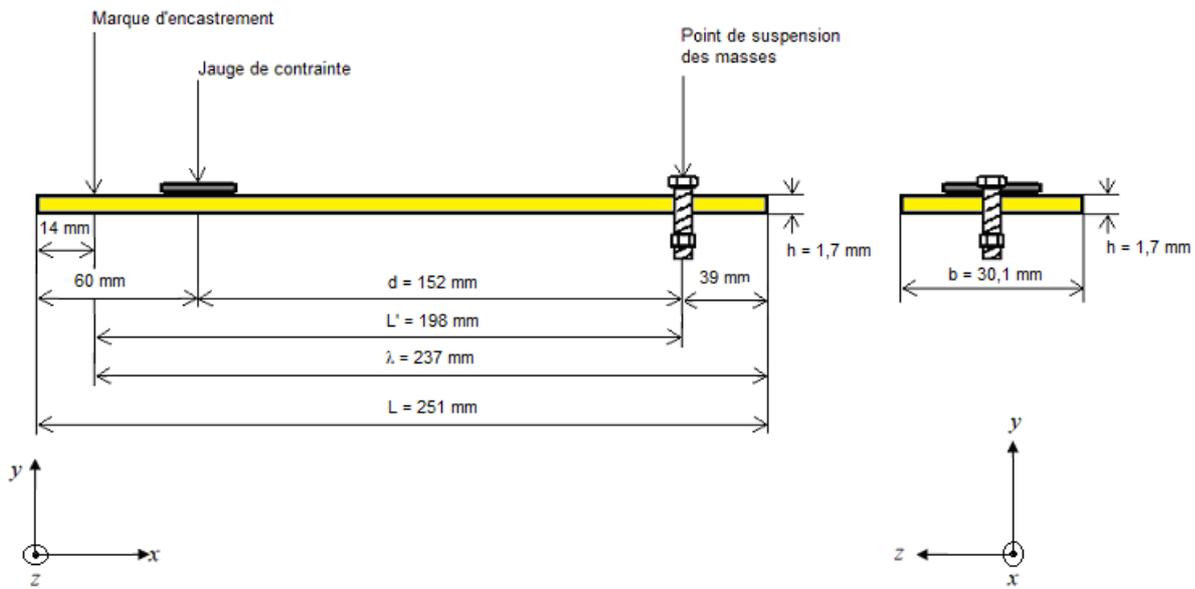


Figure 3.1-4 : Plan de la lame instrumentée et repère associée



Figure 3.1-5 : Vue de lame instrumentée

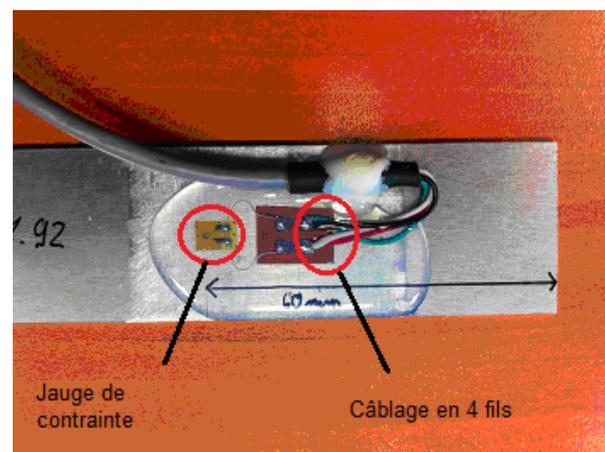


Figure 3.1-6 : Détail de la jauge de contrainte

3.1.b.4 La jauge de contrainte

La lame est équipée d'une jauge de marque HBM et de type LY41-1,5/120. Nous pourrions nous reporter au chapitre 3 pour une étude détaillée du fonctionnement des jauges de contraintes. Toutes les caractéristiques sont données en annexe I et nous ne rappelons ici que les principales.

	Caractéristique	Spécification	Unité
R	Résistance nominale	120	Ω
k	Facteur de jauge	1,92	----
U_e	Tension d'alimentation	2,5	V
α_R	Coefficient de température de la résistance de grille	$93 \cdot 10^{-6}$	/ °C
α_G	Coefficient de dilatation de la grille	$10,8 \cdot 10^{-6}$	/ °C

Tableau 3-5 : Principales caractéristiques de la jauge LY41-1,5/120

3.1.b.5 L'amplificateur conditionneur

De marque HBM et de type respectif ML801B et AP845i, quatre de ces amplificateurs conditionneurs ont été installés à l'intérieur d'un rack de type MGCplus. S'agissant de l'instrumentation définitive destinée à équiper la presse LVP. Les caractéristiques détaillées étant disponibles en annexe I, nous ne rappelons ici que les principales caractéristiques.

	Caractéristique	Spécification	Unité
----	Nombre de voies	8	----
F_e	Fréquence d'échantillonnage	0,02 à 2400	Hz
BP	Bande Passante (-1 dB)	1000	Hz
S_c	Sensibilité du conditionneur pour $U_e = 2,5$ V	16	mV / V

Tableau 3-6 : Principales caractéristiques de l'amplificateur conditionneur ML801B - AP815i

- La valeur réelle du coefficient de jauge a été programmée : $k = 1,92$
- Le filtrage anti-repliement est confié à des filtres de Bessel ou de Butterworth. Lorsqu'il n'est pas spécifié par l'utilisateur, ce filtrage est configuré automatiquement. Il s'agit d'un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure f_c est choisie, parmi celles disponibles, et telle que :

$$10 \leq F_e / f_c \leq 15 \text{ (ex : } f_c = 250 \text{ Hz pour } F_e = 2400 \text{ Hz)}$$
- La conversion des signaux est confiée à des CAN sigma-delta offrant une résolution de 24 bits. La résolution effective de l'amplificateur ML801B annoncée par le constructeur est quant à elle de 20 bits.

3.2 Détermination des caractéristiques de la chaîne d'acquisition

Cette chaîne d'acquisition est formée de la jauge de contrainte associée à l'amplificateur conditionneur. Nous considérons que les déformations de la jauge sont à l'image de celles de la lame grâce à l'emploi de la colle et du vernis préconisés par le constructeur. Cela sous-entend la jauge fait corps avec la lame. Si tel n'est pas le cas, il faut trouver une relation liant la jauge et la lame.



Figure 3.2-1 : Synoptique d'une chaîne d'acquisition

Ici, la grandeur mesurée est une déformation, le capteur est une jauge de contrainte. Dans l'hypothèse où celle-ci est placée suivant l'axe principal x , elle traduit la déformation longitudinale ε_x qu'elle subit en une variation proportionnelle de sa résistance électrique :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \varepsilon_x \quad (3.2-1)$$

L'amplificateur conditionneur traduit cette variation relative de résistance en tension. Cela est réalisé au moyen d'un montage en $\frac{1}{4}$ de pont de Wheatstone dont le fonctionnement est décrit en annexe E.

$$v_m = \frac{e_s}{4} \frac{\Delta R}{R} = \frac{e_s}{4} k \varepsilon_x \quad (3.2-2)$$

e_s est la tension constante d'alimentation du pont. v_m , tension variable mesurée en sortie. L'évolution de $v_m(t)$ traduit celle de $R(t)$. Nous avons :

$$\varepsilon_x = \frac{4}{e_s} v_m \frac{1}{k} = f(k, v_m) \quad (3.2-3)$$

3.2.a Erreur de mesure de la chaîne d'acquisition

La loi de propagation des erreurs nous permet, à partir de l'équation (3.2-3), d'écrire :

$$\Delta \varepsilon_x = \left| \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial k} \right| \Delta k + \left| \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial v_m} \right| \Delta v_m \quad (3.2-4)$$

Avec les coefficients de sensibilités suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial k} \right| = \left| \frac{-4 v_m}{e_s k^2} \right| = \frac{4 v_m}{e_s k^2} \\ \left| \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial v_m} \right| = \left| \frac{4}{e_s k} \right| = \frac{4}{e_s k} \end{array} \right. \quad (3.2-5)$$

Par substitution, nous obtenons :

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{4 v_m}{e_s k^2} \Delta k + \frac{4}{e_s k} \Delta v_m \quad (3.2-6)$$

$\Delta \varepsilon_x$ est l'erreur absolue sur la mesure de déformation.

Nous pouvons aussi écrire l'erreur relative sur la mesure de ε_x :

$$\frac{\Delta\varepsilon_x}{\varepsilon_x} = \frac{k e_s}{4 v_m e_s k^2} \frac{4 v_m}{k} \Delta k + \frac{k e_s}{4 v_m e_s k} \frac{4}{k} \Delta U = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta v_m}{v_m} \quad (3.2-7)$$

Il apparaît que l'erreur relative de la chaîne d'acquisition est donnée par la somme des erreurs relatives de chaque élément de cette chaîne.

3.2.a.1 Contribution de la jauge de contrainte :

La contribution de la jauge de contrainte, à l'erreur de mesure de la chaîne d'acquisition, est la combinaison des caractéristiques spécifiées suivantes :

- Erreur sur le facteur de jauge k : 1,5%
- Sensibilité transversale selon l'axe y perpendiculaire à l'axe x , S_t : 0,3%

Cette dernière induit une erreur sur la mesure de déformation selon l'axe longitudinal :

$$\text{erreur_relative} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon'_x}{\varepsilon_x} = \frac{S_t}{1 - \nu_0 S_t} \left(\nu_0 + \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right) = \frac{-0,03}{1 - 0,285 \times 0,03} (0,285 - 0,34) = 0,17\% \quad (3.2-8)$$

Avec :

- ε'_x : Déformation apparente ou mesurée, ε'_x , qui n'est pas la déformation réelle, ε_x .
- S_t : Sensibilité transversale.
- ν_0 : Valeur normalisée (0,285).
- $-\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$: Coefficient de poisson du matériau sur lequel est fixée la jauge (0,34 pour l'aluminium).

L'erreur relative sur k est obtenue par la somme quadratique de ces deux sources d'erreurs :

$$\frac{\Delta k}{k} = \pm \left(\sqrt{1,5^2 + 0,17^2} \right) = \pm 1,51\% \quad (3.2-9)$$

3.2.a.2 Contribution de l'amplificateur conditionneur :

Elle est le résultat de la combinaison des sources d'erreurs suivantes :

- Classe de précision : 0,1%.PE (PE : Pleine Echelle)

Déterminons la pleine échelle correspondant à notre configuration. Pour une tension d'alimentation du pont de Wheatstone de 2,5 V le constructeur annonce une sensibilité $S_c = 16 \text{ mV} / \text{V}$, soit une pleine échelle, PE :

$$PE = e_s S_c = 2,5 \times 0,016 = 40 \text{ mV} \quad (3.2-10)$$

Ce qui nous donne une erreur de précision de :

$$\text{erreur_precision} = \text{Classe} \times PE = \frac{0,1}{100} \times 40 \cdot 10^{-3} = 40 \mu\text{V} \quad (3.2-11)$$

- Erreur de linéarité : 0,05 %.PE

Elle est également spécifiée en fonction de la pleine échelle, soit une erreur absolue :

$$\text{erreur_linéarité} = \frac{0,05}{100} \times 40 \cdot 10^{-3} = 20 \mu\text{V} \quad (3.2-12)$$

L'erreur absolue due à la contribution de l'amplificateur conditionneur est donc de :

$$\Delta v_m = \sqrt{40^2 + 20^2} = 44,7 \mu\text{V} \quad (3.2-13)$$

3.2.a.3 Erreur de la chaîne d'acquisition :

D'après l'équation (3.2-7) :

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{\Delta k}{k} \varepsilon_x + \frac{\Delta v_m}{v_m} \varepsilon_x \quad (3.2-14)$$

Or, dans le cas d'un montage quart de pont :

$$\frac{\varepsilon_x}{v_m} = \frac{4}{e_s k} \quad (3.2-15)$$

D'où :

$$\frac{\Delta v_m}{v_m} \varepsilon_x = \Delta v_m \frac{4}{e_s k} = 44,7 \cdot 10^{-6} \times \frac{4}{2,5 \times 1,92} \approx 37 \mu m / m \quad (3.2-16)$$

L'erreur de la chaîne d'acquisition sur la mesure de la déformation est donc la somme d'une erreur variable et d'une erreur fixe (talon) :

$$\Delta \varepsilon_x = \pm (1,51\% \varepsilon_x + 37 \mu m / m) \quad (3.2-17)$$

Elle comprend l'erreur de linéarité, cependant nous examinerons séparément, lors de l'analyse de ces essais, la conformité à ce seul paramètre.

3.2.b Bande passante de la chaîne d'acquisition

3.2.b.1 Contribution de la jauge de contrainte :

La fréquence maximale pouvant être mesurée par une jauge de contrainte est fonction de la longueur de sa grille comme cela a été exposé au chapitre 3.

Elle est donnée par :

$$f_M = \sqrt{\frac{E}{d_e}} \times \frac{1}{10L} = \sqrt{\frac{70 \cdot 10^9}{2700}} \times \frac{1}{10 \times 1,5 \cdot 10^{-3}} \approx 340 \text{ kHz} \quad (3.2-18)$$

Avec :

- L : Longueur de la grille (1,5 mm)
- d_e : Densité volumique du matériau sur lequel est fixée la jauge de contrainte (aluminium 2700 kg / m³)
- E : Module de Young du matériau sur lequel est fixée la jauge de contrainte (aluminium 70 GPa)

3.2.b.2 Contribution de l'amplificateur conditionneur :

Elle est spécifiée par le constructeur à 1000 Hz (-1 dB). Il faut cependant tenir compte du paramétrage du filtre anti-repliement. La fréquence de coupure de ce filtre est fonction de la configuration de chacun des essais que nous avons réalisés. Cela est détaillé dans le Tableau 3-1, où nous pouvons constater qu'elle est comprise entre 5 Hz et 200 Hz. C'est la valeur de cette fréquence qui déterminera la bande passante de la chaîne d'acquisition.

3.2.c Stabilité de la chaîne d'acquisition

Aucune stabilité n'est spécifiée par le constructeur.

3.2.d Bruit de la chaîne d'acquisition

Le bruit de l'amplificateur conditionneur est donnée inférieur à :
 $\pm 8 \mu\text{m} / \text{m}$

Ceci pour la configuration suivante : Une jauge de contrainte de résistance nominale de 350Ω , une tension d'alimentation de 2,5 V et un filtre passe bas de type Bessel ou Butterworth ayant une fréquence de coupure comprise entre 200 Hz et 500 Hz. Nous retiendrons cette valeur car la configuration correspondante est la plus proche des différentes configurations de nos essais.

3.3 Etude de lame instrumentée

Une partie des essais va consister à suspendre une masse en un point de la lame encadrée et à mesurer la déformation engendrée au moyen de la jauge de contrainte. Afin de juger de la pertinence des résultats obtenus, nous devons établir la relation mathématique liant la déformation à la masse suspendue. Pour cela, nous allons appliquer les calculs développés dans le domaine d'étude de la Résistance des Matériaux, décrivant la flexion pure d'une poutre encadrée. En effet, la lame est ici assimilable à une poutre encadrée (prise dans les mâchoires de l'étau) de section rectangulaire dont l'extrémité est libre. De même, nous évaluerons également la fréquence propre de cette lame. Nous présentons les formules correspondantes, sans toutefois développer plus avant la théorie correspondante.

3.3.a Etude mécanique de la lame en flexion

Représentons schématiquement la lame et le repère (x,y) associé :

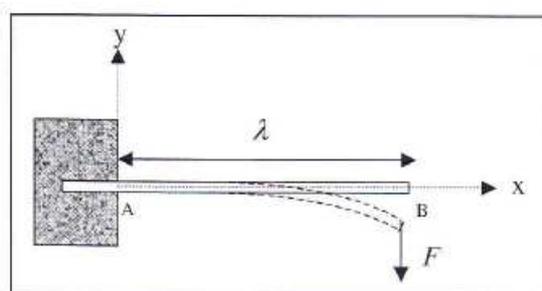


Figure 3.3-1 : Flexion d'une poutre encadrée sous l'effet d'une force

L'étude de la flexion de la lame se fera dans le cadre des hypothèses de Bernoulli :

- 1) Les sections droites restent droites et normales à l'axe neutre, hypothèse des petites déformations illustrée sur la figure ci-dessous

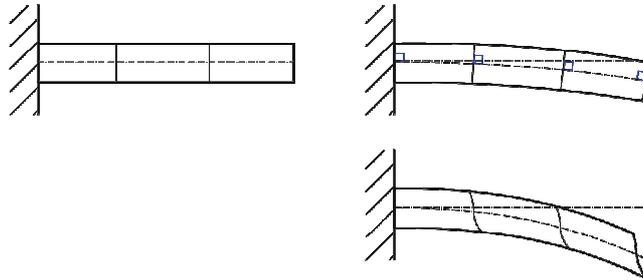


Figure 3.3-2 : Hypothèse des petites déformations

Cela permet de négliger le cisaillement illustré en bas de la Figure 3.3-2.

- 2) La largeur, b , et l'épaisseur de la lame, h , sont très inférieures à la longueur de la lame.

Dans ce cadre, l'application d'une force au point B sur la lame impose en un point de coordonnée (x,y) la contrainte σ_x donnée par l'équation de Navier :

$$\sigma_x = \frac{M y}{I_z} \quad (3.3-1)$$

Avec :

- M : Moment fléchissant (N.m).
- y : Distance à l'axe neutre (m).
- I_z : Moment quadratique (m^4).

Avant d'établir les relations permettant d'obtenir ces trois quantités il nous faut définir la notion d'axe neutre.

Axe neutre :

Il est situé au centre de la lame et passe par son centre de gravité. Il est donc confondu avec l'axe longitudinal x tel qu'il est défini sur la Figure 3.3-1.

Considérons une poutre en bois vue transversalement comme sur la figure ci-dessous.

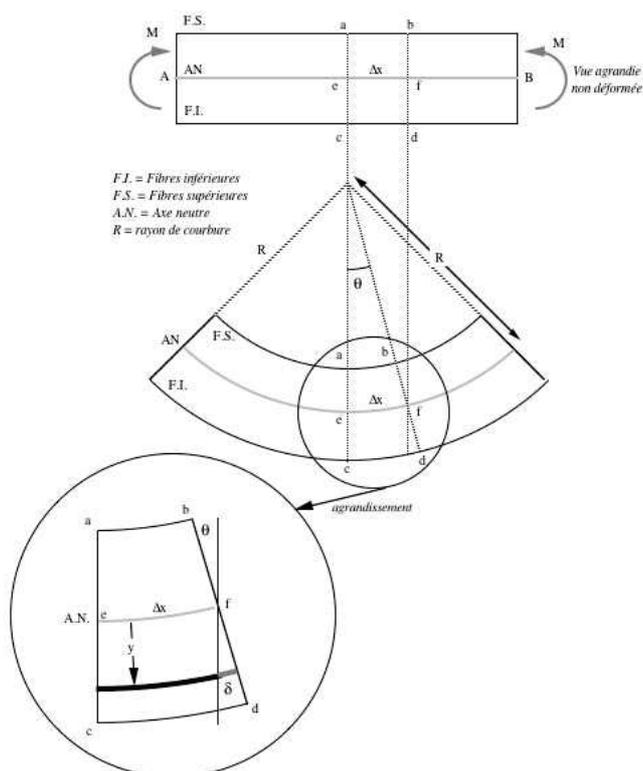


Figure 3.3-3 : Illustration de l'axe neutre

Sous l'action d'une force de moment fléchissant M , la flexion imposée à la poutre produit une compression sur les fibres supérieures et une traction de fibres inférieures. Par convention de signe sur le moment fléchissant ($M > 0$, si les fibres tendues sont vers le bas), la flexion est illustrée vers le haut. Il est à noter que lors de nos essais, sous l'action du poids, elle se produira bien évidemment vers le bas.

Nous pouvons constater deux choses :

- L'axe neutre, figuré en gris sur la Figure 3.3-3, ne change pas de longueur.
- La compression ou la traction des fibres est proportionnelle à leur distance à l'axe neutre

Le risque de rupture est dû à l'extension des fibres supérieures (dans la mesure où nous négligeons le cisaillement).

Dans notre cas, s'agissant d'une lame métallique, les mailles du réseau cristallin métallique vont réagir comme les fibres du bois. C'est ce qu'illustre la figure ci-dessous sur laquelle l'axe neutre est figuré en rouge.

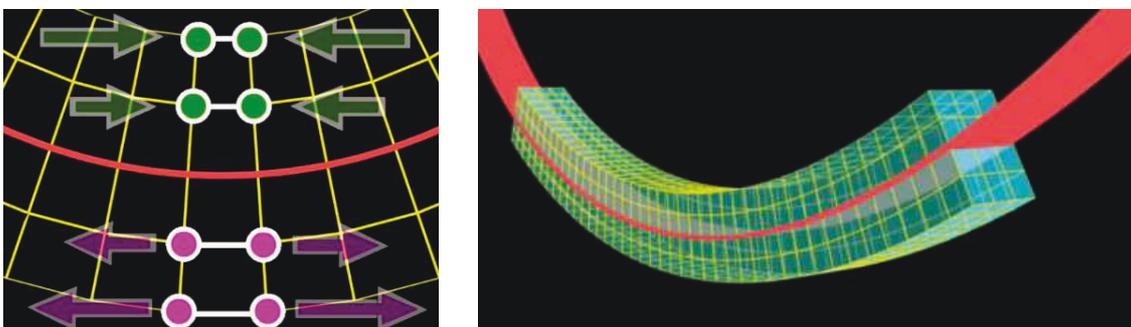


Figure 3.3-4 : Effet de la flexion sur la structure du réseau cristallin de la lame métallique

Dans le repère que nous avons choisi la distance à l'axe neutre est donné par la valeur de y (voir Figure 3.3-1 et Figure 3.3-5).

La jauge de contrainte étant placé sur la surface supérieure de la lame, la contrainte sera proportionnelle à la demie épaisseur de la lame.

Moment fléchissant : Il est donné par :

$$M = F d \quad (3.3-2)$$

Avec :

- F : Intensité de la force appliquée.
- d : Distance séparant le point d'application de la force de la jauge de contrainte.

La nature de la force étant le poids de la masse ajoutée, M_a , suspendue au point de fixation, nous avons :

$$M = M_a g d \quad (3.3-3)$$

Avec :

- g : Accélération de la pesanteur ($9,81 \text{ m.s}^{-2}$).

Moment quadratique :

Il est également appelé « moment d'inertie de flexion ». Nous considérons dans notre cas, le moment quadratique de la section droite, comme cela est illustré ci-dessous :

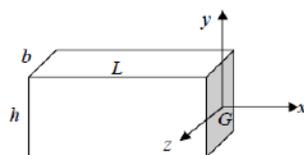


Figure 3.3-5 : Moment quadratique d'une section droite

Il est définis par :

$$I_z = \int_S y^2 dS \quad (3.3-4)$$

Avec :

- S : Section de la lame métallique, égale au produit la largeur, b , par l'épaisseur de la lame, h .

Nous obtenons :

$$I_z = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 b dy = \frac{bh^3}{12} = \frac{301.10^{-3} \times (1,7.10^{-3})^3}{12} \approx 1234.10^{-12} \text{ m}^4 \quad (3.3-5)$$

Au final, la contrainte au point x où est placée la jauge est donnée par :

$$\sigma_x = M_a g d \times \frac{h}{2} \times \frac{12}{bh^3} = \frac{6M_a g d}{bh^2} \quad (3.3-6)$$

La valeur de la masse suspendue à la lame nous assurant de rester dans le domaine des déformations élastiques, la loi de Hooke nous permet de calculer la déformation mesurée par la jauge en fonction de la valeur de M_a :

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{6gd}{Eb^2} M_a = \frac{6 \times 9,81 \times 152.10^{-3}}{70.10^9 \times 30,1.10^{-3} \times (1,7.10^{-3})^2} M_a \approx 1,46927.10^{-3} \times M_a \quad (3.3-7)$$

Pour fixer les idées, ci-dessous figurent les valeurs minimales et maximales des grandeurs définies précédemment, atteintes dans le cadre de ces essais.

nombre d'écrous déposés	M_a (kg)	F (N)	M (N.m)	I_z (m ⁴)	\square_x (Pa)	\square_x (m/m)
1	10.25E-3	-0.1006	-15.3E-3	12.32E-12	-1.05E+6	15.1E-6
21	215.25E-3	-2.1116	-321.0E-3		-22.14E+6	316.3E-6

Tableau 3-7 : Valeurs extrêmes des grandeurs mécaniques lors des essais de flexion

Certaines valeurs sont négatives, relativement à l'orientation du repère choisie.

Nous avons testé la validité de ces calculs au moyen du module « Flexion » du logiciel « RDM6 » (version 6.17). Il s'agit d'un logiciel libre de droits, écrit par Yves Debard du Département de Génie Mécanique de l'IUT du Mans. Ci-après, figure une copie d'écran où nous pouvons voir la lame (figurée en jaune), de section rectangulaire et de dimensions identiques à celles que nous avons utilisée, le repère (x,y) , l'encastrement (figuré en rouge) ainsi qu'une fenêtre « Matériau » où sont rappelées les valeurs des module de Young et coefficient de Poisson que nous paramétrées à l'identiques de celles prises dans nos calculs.

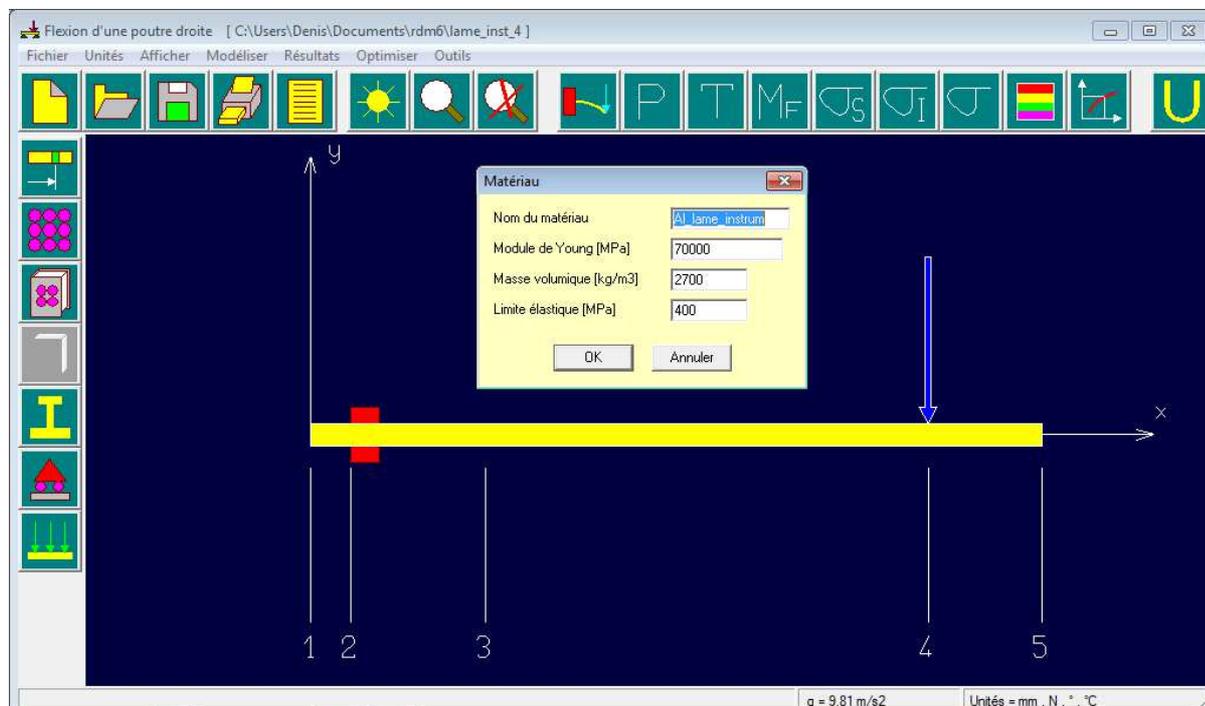


Figure 3.3-6 : Copie d'écran du logiciel RDM6

5 nœuds repérés 1 à 5, ont été disposés :

- 1 - Première extrémité de la lame : 0 mm.
- 2 - Encastrement de la lame dans l'étai : 14 mm.
- 3 - Emplacement de la jauge de contrainte : 60 mm.
- 4 – Point d'application de la force : 212 mm.
- 5 – Deuxième extrémité de la lame : 251 mm

Enfin, la flèche bleu symbolise la force appliquée lorsque les 21 masses ont été suspendues et dont nous avons paramétré l'intensité correspondante égale à $-2,111 \text{ N}$, respectivement à l'orientation du repère. Les résultats sont exportés dans un fichier texte dont nous reproduisons le contenu ainsi que les valeurs remarquables confirmant nos calculs.

Flexion d'une poutre droite |

Utilisateur : inge38

Nom du projet : C:\Users\Denis\Documents\rdm6\lame_instrumentee
Date : 6 mars 2014

Données du problème |

Matériau |

Nom du matériau = Al_lame_instrum
Module de Young = 70000 MPa
Masse volumique = 2700 kg/m³
Limite élastique = 400 MPa

Module de Young
et masse volumique identiques aux
valeurs prises dans nos calculs

Noeuds [mm] |

Noeud 1 : x = 0.000
Noeud 2 : x = 14.000
Noeud 3 : x = 60.000
Noeud 4 : x = 212.000
Noeud 5 : x = 251.000

Première extrémité de la lame

Marque d'encastrement

Position de la jauge de contrainte

Point d'application de la Force

Deuxième extrémité de la lame

Section(s) droite(s) |

Noeuds 1 -> 5

Rectangle plein : LY = 1.7 LZ = 30.1 (mm)
Aire = 0.51 cm²
Moment quadratique : Iz = 0.00 cm⁴
Fibre supérieure : vy = 0.85 mm Wel.z = 0.01 cm³
Fibre inférieure : vy = 0.85 mm Wel.z = 0.01 cm³

Poids de la structure = 0.34 N (g = 9.81 m/s²)

Liaison(s) nodale(s) |

Noeud 2 : Encastrement

Cas de charge(s) |

Charge nodale : Noeud = 4 Fy = -2.11 N Mz = 0.00 N.mm

Résultats |

Intensité de la force
correspondant au poids des 21
masses Ma suspendues

Déplacements nodaux [mm , °] |

Noeud	Flèche	Pente
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000
3	-0.473071	-1.129016
4	-6.333677	-2.749189
5	-8.204991	-2.749189

Dy maximal = 0.00000E+00 mm à x = 0.000 mm
Dy minimal = -8.20499E+00 mm à x = 251.000 mm

Efforts intérieurs [N N.mm MPa] |

Ty = Effort tranchant Mfz = Moment fléchissant Sxx = Contrainte normale

Noeud	Ty	Mfz	Sxx
1	-0.00	-0.00	-0.00
2	0.00	0.00	0.00
2	-2.11	-418.10	28.84
3	-2.11	-320.96	-22.14
3	-2.11	-320.96	-22.14
4	-2.11	0.00	0.00
4	-0.00	-0.00	-0.00
5	-0.00	0.00	0.00

Valeurs du moment fléchissant et de la
contrainte au niveau de la jauge (noeud n°3)
identiques à celles que nous avons calculées

Moment fléchissant maximal = 0.00 N.mm à 212.000 mm
Moment fléchissant minimal = -418.10 N.mm à 14.000 mm

Contrainte normale maximale = 28.84 MPa à 14.000 mm
Contrainte normale minimale = -28.84 MPa à 14.000 mm

Figure 3.3-7 : Résultats obtenus au moyen du logiciel RDM6

3.3.b Calcul de la fréquence de vibration de la lame encastrée

Les différents modes de vibration d'une lame encastrée sont obtenus par la résolution d'une équation différentielle dérivant de l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^4} + \frac{d_e S}{EI_z} \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad (3.3-8)$$

Nous pouvons identifier dans cette équation deux termes traduisant la déformée de la lame selon l'axe y en fonction de la position considérée sur l'axe x , $\frac{\partial^2 y}{\partial x^4}$, et en fonction de l'instant t considéré, $\frac{d^2 y}{dt^2}$, traduisant ainsi le mouvement vibratoire de la lame, donné par $y(x,t)$. La résolution de cette équation différentielle est obtenue en tenant compte des conditions initiales (variable temporelle t) et des conditions aux frontières (variable spatiale x). Dans notre cas, ces dernières sont telles que :

En $x=0$, l'encastrement interdit :	Tout déplacement : $y(0)=0$	Toute rotation : $\frac{\partial y}{\partial x}=0$
$x=\lambda$, l'extrémité laissée libre se traduit par :	Une absence de moment de flexion : $\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}=0$	Une absence de force de cisaillement : $\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}=0$

Figure 3.3-8 : Conditions initiales de l'équation différentielle

La résolution de l'équation différentielle donne cinq modes de vibrations possibles décrits ci-dessous.

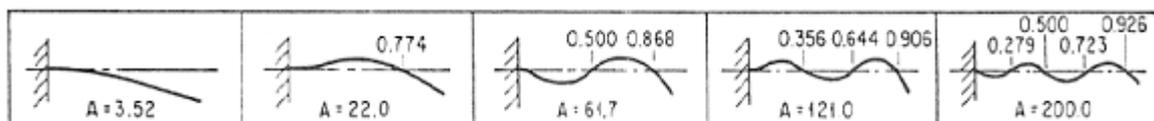


Tableau 3-8 : Modes de vibration d'une lame encastrée

Dans ce tableau sont repérées la position relative à la longueur de la lame des nœuds et la valeur d'une constante A permettant de calculer la pulsation de ces différents modes selon l'équation :

$$\omega_n = A \sqrt{\frac{E}{d_e}} \frac{1}{\lambda^2} \sqrt{\frac{I_z}{S}} \quad (3.3-9)$$

Nous constatons que la pulsation est fonction du terme $\sqrt{\frac{E}{d_e}}$ que nous avons définis dans l'annexe A comme étant la

vitesse de propagation du son dans le matériau constituant la lame, et du terme $\frac{1}{\lambda^2} \sqrt{\frac{I_z}{S}}$, caractérisant la géométrie de la lame.

Le calcul de la fréquence du mode fondamental ($n=0$, $A=3,52$) donne dans notre cas :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3,52}{2\pi} \times \sqrt{\frac{70 \cdot 10^9}{2700}} \times \frac{1}{0,237^2} \times \sqrt{\frac{127 \cdot 10^{-12}}{30,1 \cdot 10^{-3} \times 1,7 \cdot 10^{-3}}} = 2494 \text{ Hz} \quad (3.3-10)$$

Cependant, lors de nos essais, la lame n'a pas été mise en vibration par une impulsion mécanique (un choc) mais par la disposition en un point de la lame, d'une masse, venant donc modifier la masse initiale de cette lame. Afin de simplifier le calcul correspondant, nous allons exposer l'approximation de Rayleigh.

Approximation de Rayleigh :

Cette approximation repose sur le fait que la déformée du mode fondamental est proche de la déformée de la lame en flexion statique comme nous pouvons le constater sur le graphe suivant :

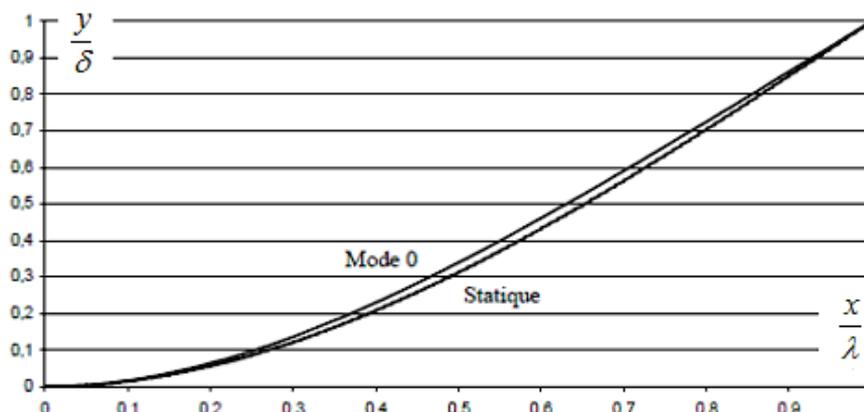


Figure 3.3-9 : Comparaison des déformées en statique et en mode fondamental

En statique, nous pouvons assimiler la lame à un ressort de raideur K :

$$F = K \delta \quad (3.3-11)$$

Avec :

- δ : Flèche d'extrémité, où déformation de la lame à son extrémité équivalent à l'allongement d'un ressort.

La valeur de K est donnée par :

$$K = \frac{3EI}{\lambda^3} = \frac{3 \times 70 \cdot 10^9 \times 12,32 \cdot 10^{-12}}{0,237^3} = 194,7 \text{ N/m} \quad (3.3-12)$$

Nous pouvons également considérer la lame sans masse et déterminer une masse équivalente à la masse uniformément répartie Me et qui, placée à l'extrémité donnerai la même déformation. L'égalité de l'énergie cinétique dans ces deux cas permet de déterminer Me :

$$Me = \frac{33}{140} m \quad (3.3-13)$$

La pulsation est alors donnée par :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{Me}} = \sqrt{\frac{3EI}{\lambda^3} \times \frac{140}{33m}} \quad (3.3-14)$$

Le calcul nous donne une fréquence de :

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times 70 \cdot 10^9 \times 12,32 \cdot 10^{-12}}{0,237^3} \times \frac{140}{33 \times 0,0395}} = 23,01 \text{ Hz} \quad (3.3-15)$$

Nous pouvons chiffrer l'erreur de l'approximation de Rayleigh :

$$\frac{f_R - f_0}{f_0} \times 100 = \frac{23,01 - 24,94}{24,94} \times 100 = -7,74\% \quad (3.3-16)$$

Cette approximation est donc acceptable et cela nous permet de reprendre ce calcul pour les conditions de notre essai dynamique.

En effet, la mise en vibration de la lame est réalisée par l'ajout d'une masse M_a à l'extrémité de la lame. La fréquence obtenue dans ces conditions est donc donnée par :

$$f_{Ma} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3EI_z}{\lambda^3} \times \frac{1}{\frac{33}{140}m + M_a}} \quad (3.3-17)$$

Soit :

$$f_{Ma} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times 70.10^9 \times 12,32.10^{-12}}{0,237^3 \times \left(\frac{33}{140} \times 0,0395 + 0,01025 \right)}} = 15,88 \text{ Hz} \quad (3.3-18)$$

3.4 Acquisition et traitements des mesures

Nous allons exposer les calculs et traitements appliqués aux acquisitions réalisées lors des essais. Ils ont pour but de déterminer les paramètres métrologiques associés à chacun de ces essais, comme cela est indiqué dans le Tableau 3-1.

3.4.a Essai n°1 : Détermination de la stabilité

Afin de caractériser la stabilité du signal numérique, $\varepsilon_0[nTe]$, de longueur N échantillons, recueilli en l'absence de tout contrainte sur la lame, nous avons réalisé l'analyse temporelle suivante pour chacun des quatre tests de l'Essai N°1.

- Estimation de la tendance.

Celle-ci consiste à modéliser l'évolution du signal ε_0 au cours du temps. A la vue du signal numérique $x[nTe]$, le modèle choisi, $\hat{\varepsilon}_0[nTe]$, est une régression polynomiale d'ordre 2 de la forme :

$$\hat{\varepsilon}_0(nTe) = a(nTe)^2 + b(nTe) + c, \quad \text{pour } 0 \leq n \leq N \quad (3.4-1)$$

Une régression a pour objet de définir une courbe analytique passant au plus près des échantillons temporels $\varepsilon_0(nTe)$. Dans notre cas, cela consiste à déterminer la valeur des coefficients a , b et c , de l'arc de parabole défini par l'équation ci-dessus. Pour plus de détails sur le principe de la régression, le cas de la régression linéaire est développé au chapitre 5.

Sur la figure ci-dessus figurent, le signal acquis lors la première acquisition de l'essai n°1, $\varepsilon_0[nTe]$ (tracé vert), la modélisation de la tendance de ε_0 , $\hat{\varepsilon}_0[nTe]$, (tracé noir), ainsi que les valeurs des coefficients a , b , c .

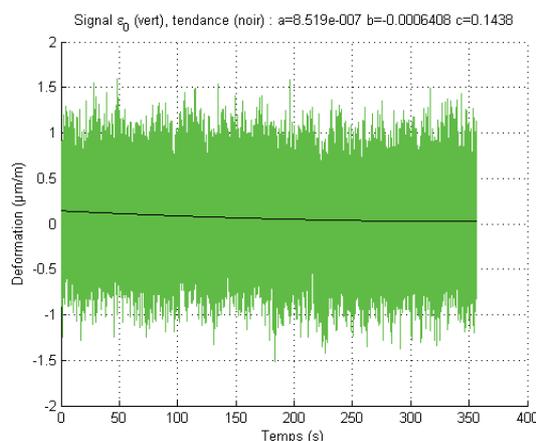


Figure 3.4-1 : Stabilité du signal ε_0 (vert) et sa tendance (noir) – Essai n°1, Test n°1

- Etude statistique du signal sur les 100 premiers et 100 derniers échantillons du signal $\varepsilon_0[nTe]$ de longueur N échantillons. Nous avons réalisé les calculs suivants :

Calcul de la moyenne :

$$\text{Moyenne début} = \bar{\varepsilon}_{0\text{début}} = \frac{1}{100} \sum_{n=0}^{99} \varepsilon_0(nTe) \quad (3.4-2)$$

$$\text{Moyenne fin} = \bar{\varepsilon}_{0\text{fin}} = \frac{1}{100} \sum_{n=N-100}^{N-1} \varepsilon_0(nTe)$$

Calcul de l'écart type :

$$\text{Ecart type début} = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{n=0}^{99} (\varepsilon_0(nTe) - \bar{\varepsilon}_{0\text{début}})^2} \quad (3.4-3)$$

$$\text{Ecart type fin} = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{n=N-100}^{N-1} (\varepsilon_0(nTe) - \bar{\varepsilon}_{0\text{fin}})^2}$$

Calcul des valeurs minimales :

$$\text{Minimum début} = \text{Min}\{\varepsilon_0(nTe)\}, \quad \text{pour} \quad 0 \leq n \leq 99 \quad (3.4-4)$$

$$\text{Minimum fin} = \text{Min}\{\varepsilon_0(nTe)\}, \quad \text{pour} \quad N-100 \leq n \leq N-1$$

Calcul des valeurs maximales :

$$\text{Maximum début} = \text{Max}\{\varepsilon_0(nTe)\}, \quad \text{pour} \quad 0 \leq n \leq 99 \quad (3.4-5)$$

$$\text{Maximum fin} = \text{Max}\{\varepsilon_0(nTe)\}, \quad \text{pour} \quad N-100 \leq n \leq N-1$$

- Quantification de la fluctuation du signal.

La fluctuation du signal $\varepsilon_0[nTe]$, est évaluée en début et fin d'acquisition sur les 100 premiers et 100 derniers échantillons. La valeur de la fluctuation est obtenue par le calcul de la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale.

$$\text{Fluctuation début} = \text{Max}\{\varepsilon_0(nTe)\} - \text{Min}\{\varepsilon_0(nTe)\}, \quad \text{pour} \quad 0 \leq n \leq 99 \quad (3.4-6)$$

$$\text{Fluctuation fin} = \text{Max}\{\varepsilon_0(nTe)\} - \text{Min}\{\varepsilon_0(nTe)\}, \quad \text{pour} \quad N-100 \leq n \leq N-1$$

- Calcul de la dérive sur 1 minute en régime établi.

$$\text{Dérive} = \frac{(\text{Moyenne fin} - \text{Moyenne début})}{\text{durée}} = \frac{(\bar{\varepsilon}_{0\text{fin}} - \bar{\varepsilon}_{0\text{début}})}{\text{durée}} \quad (3.4-7)$$

La durée est celle de l'acquisition du signal exprimée en minute. La valeur de la dérive par minute permet de comparer les acquisitions entre elles.

Les résultats obtenus concernant les quatre tests de l'Essai N°1 figurent dans le tableau ci-après :

Analyse temporelle :

Essai N°1 Test N°	Nombre d'échantillons	Durée (min)	Paramètres de régression polynomiale	Valeurs sur 100 échantillons	Valeurs de début ($\mu\text{m}/\text{m}$)	Valeurs de fin ($\mu\text{m}/\text{m}$)	Dérive ($\mu\text{m}/\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$)	
1	142 674	5,94	a	8,5186E-07	Moyenne	0,1635	0,1858	0,0038
			b	-6,4076E-04	Ecart-type	0,3640	0,3314	
			c	0,1483	Minimum	-0,8333	-0,6597	
					Maximum	0,8941	0,9375	
					Fluctuation	1,7274	1,5972	
2	165 509	6,90	a	-6,4240E-06	Moyenne	-0,0600	0,9394	0,1449
			b	0,0050	Ecart-type	0,2958	0,3161	
			c	-0,1299	Minimum	-1,0677	0,1563	
					Maximum	0,4601	1,5451	
					Fluctuation	1,5278	1,3888	
3	120 857	5,04	a	-5,8025E-06	Moyenne	0,3508	0,0237	-0,0650
			b	-0,0026	Ecart-type	0,2907	0,3455	
			c	0,2278	Minimum	-0,6684	-0,0851	
					Maximum	1,0677	0,7031	
					Fluctuation	1,7361	0,7882	
4	120 379	5,02	a	-8,4523E-07	Moyenne	0,0013	0,7650	0,1523
			b	0,0024	Ecart-type	0,3163	0,3391	
			c	0,0266	Minimum	-0,7726	0,0000	
					Maximum	0,9462	1,6059	
					Fluctuation	1,7188	1,6059	

Tableau 3-9 : Résultats des tests de stabilité Essai N°1

En synthèse, nous pouvons observer que :

- La fluctuation est sensiblement constante d'un essai à l'autre et tend à diminuer entre le début et la fin des acquisitions.
- La dérive sur une durée de une minute est très inférieure à $1 \mu\text{m} / \text{m}$.

3.4.b Essai n°1 : Détermination du bruit

Nous avons réalisé une analyse temporelle et fréquentielle du bruit sur chacune des quatre acquisitions réalisées lors de l'Essai N°1. Ces analyses sont détaillées ci-après.

Analyse temporelle :

- Détermination de signal de bruit $\varepsilon_b[nTe]$.

Le signal de bruit de la chaîne d'acquisition, ε_b , est obtenu par soustraction au signal ε_0 , de la tendance $\hat{\varepsilon}_0$ déterminée au paragraphe 3.4.a.

$$\varepsilon_b(nTe) = \varepsilon_0(nTe) - \hat{\varepsilon}_0(nTe) = \varepsilon_0(nTe) - \left[a(nTe)^2 + b(nTe) + c \right], \quad \text{pour } 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.4-8)$$

Le résultat sur la première acquisition de ε_0 lors de l'Essai N°1 donne le signal ε_b figurant ci-dessous.

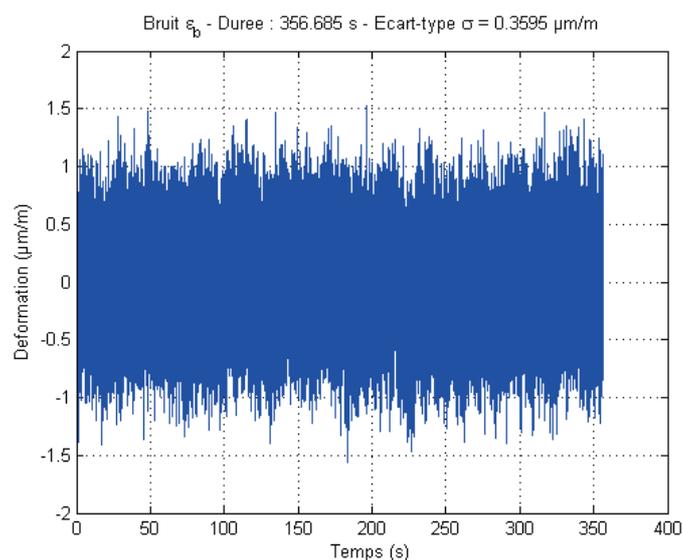


Figure 3.4-2 : Signal ε_b , bruit du signal ε_0 – Essai n°1, Test n°1

- Tracé de l'histogramme des valeurs prises par le signal de bruit ε_b .

L'intervalle des valeurs prises par ε_b a été divisé en 100 classes de largeur identique. Ci-dessous figure l'histogramme du signal ε_b de la Figure 3.4-2 (acquisition de ε_0 lors de l'Essai N°1, Test N°1).

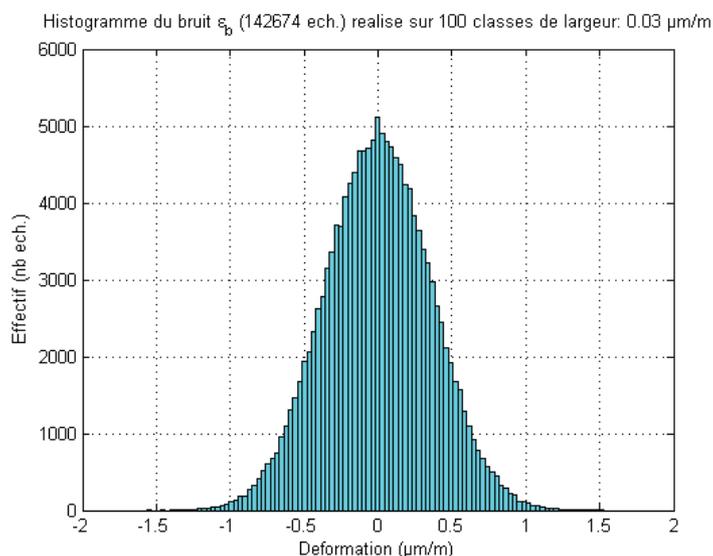


Figure 3.4-3 : Histogramme des valeurs du bruit ε_b – Essai n°1, Test n°1

- Calcul des paramètres statistiques sur toute la durée d'acquisition du signal ε_b .

Calcul de la moyenne :

$$\text{Moyenne} = \bar{\varepsilon}_b = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_b(nTe) \quad (3.4-9)$$

Calcul de l'écart type :

$$\text{Ecart type} = \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (\varepsilon_b(nTe) - \bar{\varepsilon}_b)^2} \quad (3.4-10)$$

Calcul des valeurs minimales :

$$\text{Minimum} = \text{Min}\{\varepsilon_b(nTe)\}, \quad \text{pour } 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.4-11)$$

Calcul des valeurs maximales :

$$\text{Maximum} = \text{Max}\{\varepsilon_b(nTe)\}, \quad \text{pour } 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.4-12)$$

- Calcul de la valeur crête à crête du signal de bruit ε_b .

$$\text{Valeur crête à crête} = \text{Max}\{\varepsilon_b(nTe)\} - \text{Min}\{\varepsilon_b(nTe)\}, \quad \text{pour } 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.4-13)$$

- Recherche du nombre de valeurs en dehors de l'intervalle $[-3\sigma, 3\sigma]$.

Les résultats pour chacun des tests de l'essai n°1 figurent dans le tableau ci-après :

Essai N°1 Test n°	Nombre d'échantillons	Paramètres statistiques ($\mu\text{m/m}$)		Valeur crête à crête ($\mu\text{m/m}$)	6σ ($\mu\text{m/m}$)	Valeurs mesurées > 3σ		Valeurs mesurées < -3σ		Cbb($\tau=0$) ($\mu\text{m/m}$) ²
		Moyenne	Ecart-type (σ)			3 σ ($\mu\text{m/m}$)	nb d'ech. ratio	-3 σ ($\mu\text{m/m}$)	nb d'ech. ratio	
1	142 674	Moyenne	0,0000	3,0944	2,1570	3 σ ($\mu\text{m/m}$)	1,0785	-3 σ ($\mu\text{m/m}$)	-1,0785	0,1292
		Ecart-type (σ)	0,3595			nb d'ech.	190	nb d'ech.	183	
		Minimum	-1,5654			ratio	0,13%	ratio	0,13%	
		Maximum	1,5290							
2	165 509	Moyenne	0,0000	3,2774	2,1870	3 σ ($\mu\text{m/m}$)	1,0935	-3 σ ($\mu\text{m/m}$)	-1,0935	0,1329
		Ecart-type	0,3645			nb d'ech.	252	nb d'ech.	245	
		Minimum	-1,7132			ratio	0,15%	ratio	0,15%	
		Maximum	1,5642							
3	120 857	Moyenne	0,0000	3,0566	2,1540	3 σ ($\mu\text{m/m}$)	1,077	-3 σ ($\mu\text{m/m}$)	-1,077	0,1288
		Ecart-type	0,3590			nb d'ech.	140	nb d'ech.	181	
		Minimum	-1,5815			ratio	0,12%	ratio	0,15%	
		Maximum	1,4751							
4	120 379	Moyenne	0,0000	3,2024	2,1618	3 σ ($\mu\text{m/m}$)	1,0809	-3 σ ($\mu\text{m/m}$)	-1,0809	0,1298
		Ecart-type	0,3603			nb d'ech.	193	nb d'ech.	169	
		Minimum	-1,5661			ratio	0,16%	ratio	0,14%	
		Maximum	1,6363							

Tableau 3-10 : Résultats des analyses temporelles du signal de bruit Essai N°1

- Détermination d'un estimateur de la fonction d'autocorrélation du signal de bruit ε_b .

Les fonctions de corrélation et d'autocorrélation sont présentées en détail dans le chapitre 5. Nous verrons alors que nous ne pouvons qu'estimer la fonction d'autocorrélation C_{bb} de ε_b , car l'acquisition de ce signal est réalisée sur une durée finie :

$$\hat{C}_{bb}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{2N-1-k} \varepsilon_b(n) \varepsilon_b(n-k), \quad \text{pour } 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.4-14)$$

Ci-dessous figure l'autocorrélation du signal ε_b de la Figure 3.4-2.

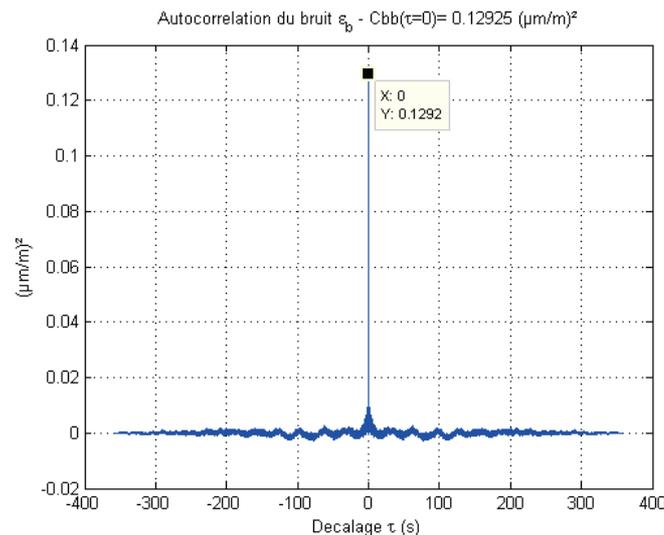


Figure 3.4-4: Autocorrélation du bruit ε_b – Essai n°1, Test n°1

A l'issue de cette analyse temporelle, nous pouvons faire les observations suivantes :

- La tendance semble correctement évaluée car le calcul de la moyenne (Tableau 3-10) donne un résultat nul (en réalité de l'ordre de 10^{-14}). Cela est visible graphiquement par le fait que le signal ε_b semble centré (Figure 3.4-2).
- L'histogramme (Figure 3.4-3) révèle graphiquement une distribution des valeurs du bruit ε_b qui semble gaussienne. Selon la figure ci-dessous, en présence d'une loi normale y , de moyenne μ et d'écart type σ , 99,73 % des valeurs prise par y se trouvent dans l'intervalle $[-3\sigma, 3\sigma]$. Ceci est en accord avec le fait que les valeurs en dehors de cet intervalle représentent environ 0,3% du nombre d'échantillons N de ε_b . Il existe des tests statistiques permettant de vérifier que nous sommes en présence d'une variable suivant une loi normale, comme par exemple la droite d'Henry dont la méthode sera détaillée au chapitre 5.

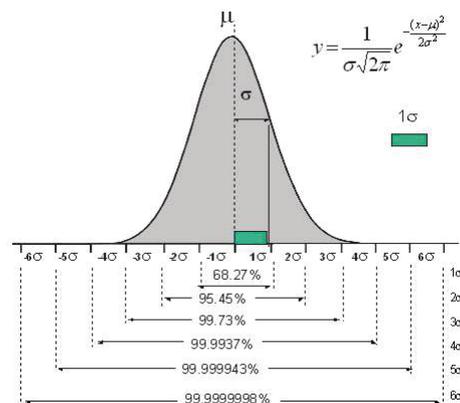


Figure 3.4-5 : Loi normale

- La fonction d'autocorrélation (Figure 3.4-4) ressemble fortement à celle d'un bruit blanc qui est idéalement définie par :

$$C_{bb}(k=0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_b^2(nTe) = P_{moy}(\varepsilon_b) \quad (3.4-15)$$

$$C_{bb}(k \neq 0) = 0$$

Nous constatons que pour le Test n°1 de l'Essai N°1 (Tableau 3-10), l'écart type σ du signal ε_b , vaut $0,3595 \mu\text{m} / \text{m}$, or d'après la figure (Figure 3.4-4) :

$$C_{bb}(k=0) = 0,1292 (\mu\text{m} / \text{m})^2 \approx (0,3595 \mu\text{m} / \text{m})^2 = \sigma^2 \quad (3.4-16)$$

Ceci caractérise une des propriétés d'un bruit blanc gaussien.

Analyse fréquentielle :

- Estimation de la Densité Spectrale de Puissance (DSP) \hat{S}_{bb} du signal ε_b par la méthode du Corrélogramme.

Cette estimation consiste à réaliser la Transformée de Fourier Discrète (TFD) de l'estimateur de la fonction d'autocorrélation du signal ε_b .

$$\hat{S}_{bb}(m) = Ac \times TFD \{C_{bb}(k)\} \quad (3.4-17)$$

Cette méthode d'estimation de la DSP d'un signal est détaillée au chapitre 5, où nous verrons que le facteur de calibration Ac est égal à 1.

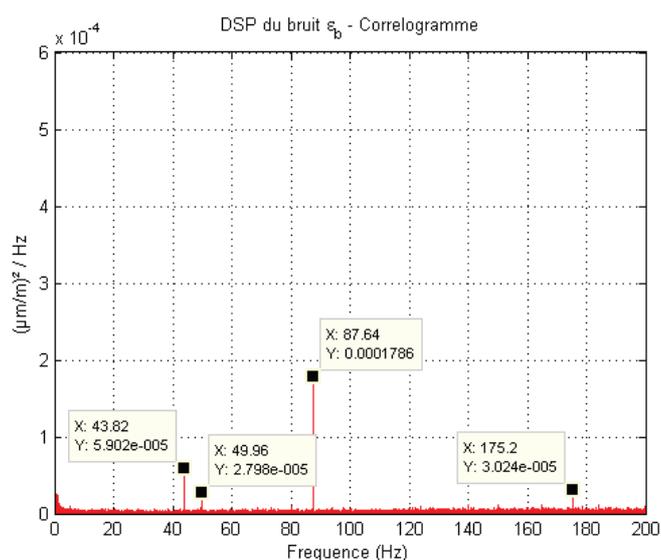


Figure 3.4-6 : DSP du bruit $y(t)$ – Test n°1, Essai n°1

Nous avons repéré les quatre raies principales sur chacun des spectres obtenus lors des quatre Tests réalisés au cours de l'Essai N°1. Les fréquences correspondantes figurent dans le Tableau 3-11.

- Détermination de la nature du bruit d'après son analyse spectrale.

Nous avons étudié plus spécialement le domaine $0,01 \text{ Hz}$ à 1 Hz sur lequel la valeur de l'estimateur de la DSP semble de la forme $1 / f^n$. Partant de cette hypothèse, n étant un paramètre à déterminer, posons :

$$\hat{S}_{bb}(f) = \frac{k}{f^n} \quad (3.4-18)$$

Ce qui nous donne en représentation logarithmique :

$$\log(\hat{S}_{bb}) = \log(k) - n \log(f) \quad (3.4-19)$$

Nous déterminons alors par régression linéaire la droite de pente $-n$, et d'ordonnée à l'origine $\log(k)$. Ci-dessous, est représenté, dans le domaine 0,01 Hz à 1 Hz, le spectre de bruit recueilli (tracé rouge) ainsi que la droite obtenue par régression linéaire (tracé noir). Le repère logarithmique permet de mettre en évidence une pente en $1/f$. Ainsi donc nous avons bien un estimateur de la DSP en $1/f^n$ avec $n=1$.

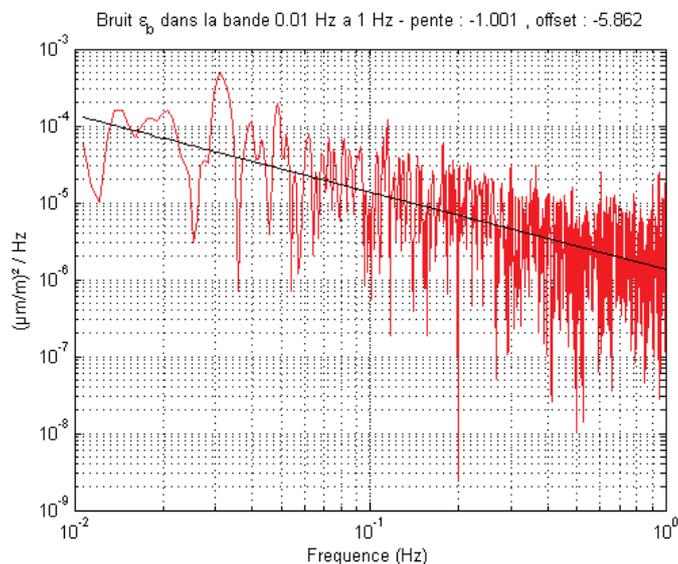


Figure 3.4-7 : Caractérisation de la DSP du bruit ϵ_b dans la bande 0,01 Hz à 1 Hz – Essai n°1, Test n°1

Les résultats pour les quatre tests de l'Essai N°1 figurent dans le tableau ci-après :

Essai N°1 Test N°	Nombre d'échantillons	Raies principales DSP du bruit (Hz)	Tendance de la DSP du bruit 0,01 Hz à 1 Hz	
			$-n$	$\log(k)$
1	142 674	43,82 49,96 87,64 175,2	-1,001	-5,8619
2	165 509	43,81 49,99 87,63 175,3	-1,068	-5,9371
3	120 857	43,84 49,98 87,68 175,3	-0,9604	-5,7771
4	120 379	43,77 50 87,55 175,1	-1,0495	-5,8324
			Moyenne -1,02	Moyenne -5,85

Tableau 3-11 : Résultats des analyses spectrales du bruit Essai N°1

Cette analyse fréquentielle nous permet de faire les observations suivantes :

Figure 3.4-6 :

- L'estimateur de la DSP du bruit ε_b , révèle la présence systématique de 4 raies aux fréquences :
 - 50Hz : traduisant les perturbations provenant du réseau électrique par rayonnement ou couplage.
 - 43,8 Hz et ses deux premières harmoniques (87,6 Hz et 175,4 Hz) sans relation avec les modes vibratoires possibles de la lame et dont l'origine est peut-être à chercher dans les perturbations vibratoires transmises à la lame malgré les précautions prises (ventilateur du rack MGC+, vibrations provenant du sol,...).
- Cette même courbe indique un niveau de puissance constant dans la bande 1Hz à 200 Hz ($F_e / 2$).

Figure 3.4-7 :

- Sur le domaine 0,01 Hz à 1 Hz, la représentation en coordonnées logarithmique de la DSP du bruit ε_b décroît de façon linéaire. Sur les quatre tests réalisés, on trouve les valeurs moyennes des coefficients de cette droite, telles que :

Ordonnée à l'origine :	log(k) = -5,85	soit k = 1,4.10 ⁻⁶
Pente :	-n = -1,02	

D'où :

$$\hat{S}_{bb}(f) \approx \frac{1,4 \cdot 10^{-6}}{f}, \quad \text{pour } 0,01 \text{ Hz} \leq f \leq 1 \text{ Hz} \quad (3.4-20)$$

Dans cette bande de fréquence, nous pouvons considérer être en présence d'un bruit rose (en 1/f), de pente :

$$\hat{S}_{bb}(2f) = \frac{1,4 \cdot 10^{-6}}{2f} = \frac{\hat{S}_{bb}(f)}{2} \quad (3.4-21)$$

$$10 \log \left(\frac{\hat{S}_{bb}(2f)}{\hat{S}_{bb}(f)} \right) = -3 \text{ dB/oct soit } -10 \text{ dB/déc}$$

3.4.c Essai n°2 : Détermination de la précision

L'Essai N° 2 a fait l'objet de deux tests. Les acquisitions correspondantes du signal des déformations mesurées, ε_m [nTe], ont été réalisées avec des cadences d'échantillonnage, différentes : $Fe = 400$ Hz pour le Test N°1 puis, $Fe = 20$ Hz pour le Test N°2. Ci-dessous, figure le signal ε_m recueilli lors du Test N°1 ($Fe = 400$ Hz). Nous pouvons identifier les 21 paliers correspondant aux 21 masses Ma successivement suspendues.

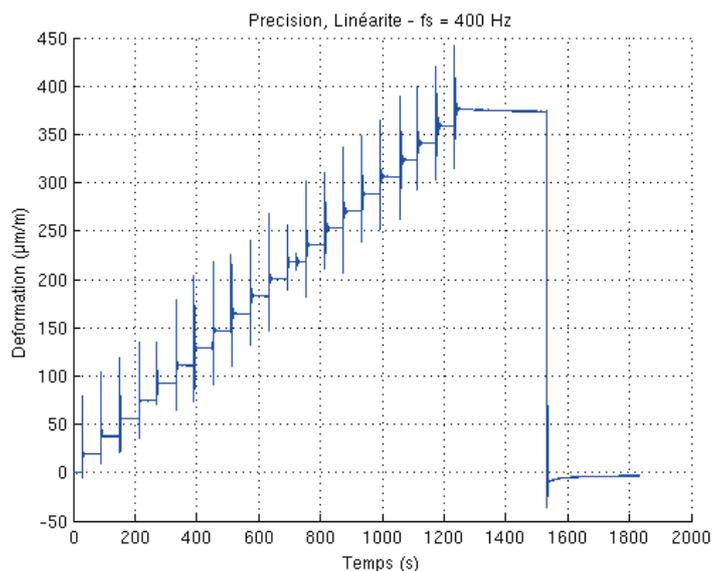


Figure 3.4-8 : Signal ε_m – Essai N°2, Test n°1

Afin de caractériser la précision de la chaîne, nous avons réalisé l'analyse temporelle suivante :

- Calcul de la valeur théorique de la déformation ε_x , au moyen de l'équation (3.3-7) définie lors de l'étude théorique de la lame. Ce calcul est réalisé en fonction du nombre de masses Ma suspendues au point d'attache de la lame.
- Relevé des valeurs de déformation mesurées, ε_m , au moyen des curseurs sur une portion de signal stable comme cela est illustré ci-après.

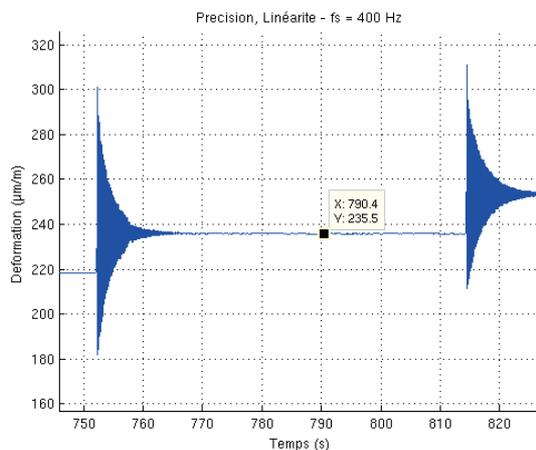


Figure 3.4-9 : Exemple de positionnement d'un curseur afin de déterminer la valeur de ε_m

- Calcul de l'erreur de la chaîne de d'acquisition $\Delta \varepsilon_x$ au moyen de l'équation (3.2-17) pour chacune des valeurs théoriques de déformations ε_x calculées précédemment.
- Vérification de la conformité de la mesure.

Calcul de l'erreur locale :

$$el = \varepsilon_m - \varepsilon_x \quad (3.4-22)$$

Conformité si :

$$|el| \leq \Delta \varepsilon_x = (1,51\% \varepsilon_x + 37 \mu\text{m}/\text{m}) \quad (3.4-23)$$

Les résultats concernant les deux tests de cet Essai N°2 figurent dans les tableaux ci après. Ils sont analysés au paragraphe 3.5.c.

Essai n°2 Test n°1, Fe = 400 Hz

Nombre d'écrous déposés	Déformation calculée ε_x	Déformation mesurée ε_m	Erreur locale: $el = \varepsilon_m - \varepsilon_x$	Erreur de la chaîne d'acquisition : Err = $(1,51\% \varepsilon_x + 37 \mu\text{m}/\text{m})$	Conformité si $ el \leq \text{Err}$
	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	
0	0	0,008681	-0,01	37,00	Conforme
1	15,06	19,24	-4,18	37,23	Conforme
2	30,12	37,87	-7,75	37,45	Conforme
3	45,18	55,97	-10,79	37,68	Conforme
4	60,24	74,81	-14,57	37,91	Conforme
5	75,30	92,68	-17,38	38,14	Conforme
6	90,36	110,9	-20,54	38,36	Conforme
7	105,42	129,0	-23,58	38,59	Conforme
8	120,48	146,8	-26,32	38,82	Conforme
9	135,54	164,8	-29,26	39,05	Conforme
10	150,60	183,1	-32,50	39,27	Conforme
11	165,66	200,9	-35,24	39,50	Conforme
12	180,72	218,5	-37,78	39,73	Conforme
13	195,78	235,7	-39,92	39,96	Conforme
14	210,84	253,3	-42,46	40,18	Non Conforme
15	225,90	270,9	-45,00	40,41	Non Conforme
16	240,96	288,8	-47,84	40,64	Non Conforme
17	256,02	306,2	-50,18	40,87	Non Conforme
18	271,08	323,7	-52,62	41,09	Non Conforme
19	286,14	340,9	-54,76	41,32	Non Conforme
20	301,20	358,8	-57,60	41,55	Non Conforme
21	316,26	376,1	-59,84	41,78	Non Conforme

Tableau 3-12 : Analyse du test de précision (Fe = 400 Hz) Essai N°2 – Test N°1

Essai n°2 Test n°2, Fe = 20 Hz

Nombre d'écrous déposés	Déformation calculée	Déformation mesurée	Erreur locale: $e_l = \varepsilon_m - \varepsilon_x$	Erreur de la chaîne d'acquisition :	Conformité si $ e_l \leq \square \text{Err}$
	ε_x	ε_m		Err = $(1,51 \% \varepsilon_x + 37 \mu\text{m/m})$	
	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	
0	0	-0,1476	0,15	37,00	Conforme
1	15,06	18,82	-3,76	37,23	Conforme
2	30,12	36,58	-6,46	37,45	Conforme
3	45,18	54,51	-9,33	37,68	Conforme
4	60,24	72,73	-12,49	37,91	Conforme
5	75,30	90,69	-15,39	38,14	Conforme
6	90,36	108,9	-18,54	38,36	Conforme
7	105,42	126,9	-21,48	38,59	Conforme
8	120,48	145,3	-24,82	38,82	Conforme
9	135,54	163,6	-28,06	39,05	Conforme
10	150,60	181,6	-31,00	39,27	Conforme
11	165,66	199,9	-34,24	39,50	Conforme
12	180,72	217,8	-37,08	39,73	Conforme
13	195,78	235,2	-39,42	39,96	Conforme
14	210,84	253,5	-42,66	40,18	Non Conforme
15	225,90	270,7	-44,80	40,41	Non Conforme
16	240,96	288,2	-47,24	40,64	Non Conforme
17	256,02	305,6	-49,58	40,87	Non Conforme
18	271,08	323,5	-52,42	41,09	Non Conforme
19	286,14	341,1	-54,96	41,32	Non Conforme
20	301,20	358,8	-57,60	41,55	Non Conforme
21	316,26	376,1	-59,84	41,78	Non Conforme

Tableau 3-13 : Analyse du test de précision (Fe = 20 Hz) Essai N°2 – Test N°2

Nous avons également réalisé l'analyse graphique suivante :

- Tracé des couples de points (déformation mesurée ε_m , déformation calculée ε_x) pour les deux tests.
- Détermination de la droite de régression linéaire (courbe d'étalonnage).

Cette détermination a pour objet de calculer le coefficient directeur, a , et l'ordonnée à l'origine, b , de la droite passant au plus près des points (ε_m , ε_x) au sens des moindres carrés. Le principe de la régression linéaire est développé au chapitre 5. La droite $\varepsilon_{RL}(\varepsilon_m)$ est de la forme :

$$\varepsilon_{RL}(\varepsilon_m) = a \varepsilon_m + b \quad (3.4-24)$$

Cette droite est appelée droite d'étalonnage. Les deux courbes ci-après représentent pour chaque test, les couples de points (ε_m , ε_x) (croix rouges), la droite d'étalonnage ε_{RL} , et les limites d'erreur, $\Delta\varepsilon_x$, positive et négative, de la chaîne d'acquisition (tracé bleu). La valeur, très proche de 1, du coefficient de détermination R^2 figurant sur ces courbes confirme l'alignement des couples de points (ε_m , ε_x).

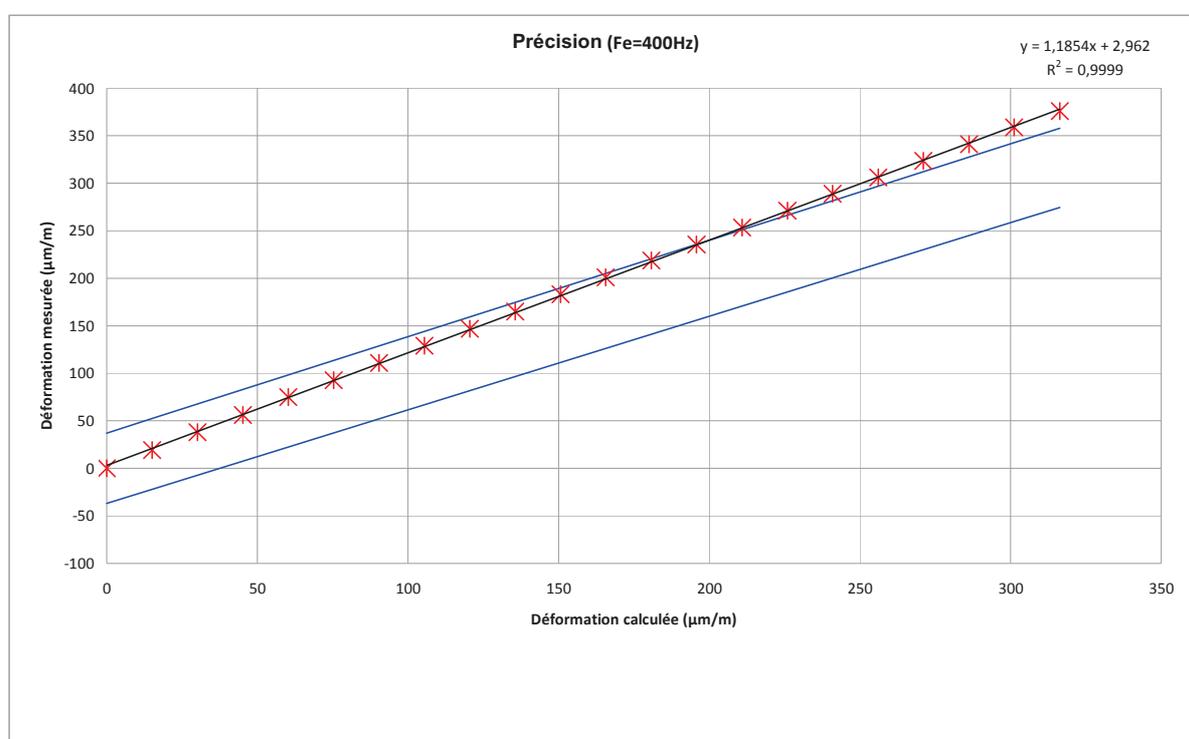


Figure 3.4-10 : Courbe d'étalonnage (Fe = 400Hz) – Essai n°2, Test n°1

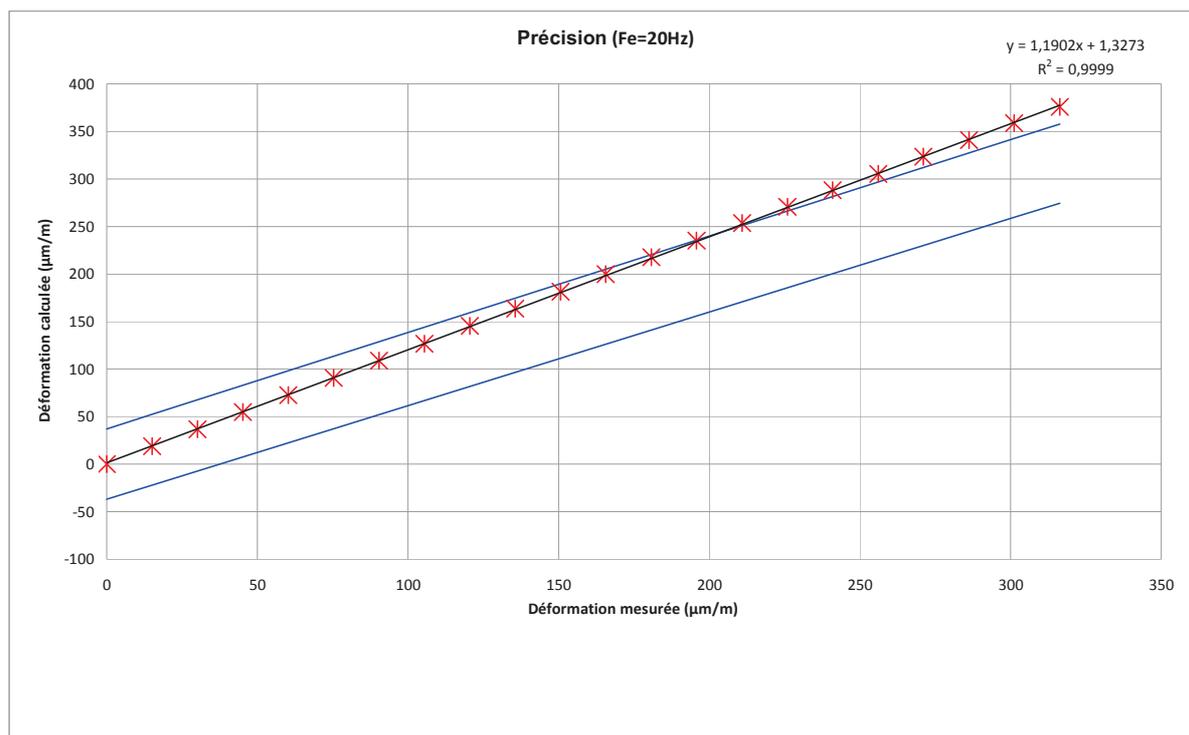


Figure 3.4-11 Courbe d'étalonnage ($Fe = 20\text{Hz}$) – Essai n°2, Test n°2

3.4.d Essai n° 2 : Détermination de la linéarité

Déterminée à partir des traitements précédents, la linéarité est quantifiée par le calcul des écarts Ec , entre les valeurs mesurées, ε_m , et la droite de régression linéaire ε_{RL} .

- Vérification de la conformité de la linéarité.

Ecart à la droite :

$$Ec = \varepsilon_{RL} - \varepsilon_x \quad (3.4-25)$$

Conformité si :

$$|Ec| \leq (0,05\% PE) = 17 \mu\text{m} / \text{m} \quad (3.4-26)$$

Les résultats figurent dans les tableaux ci-après et sont analysés au paragraphe 3.5.d.

Essai n°2 Test n°1, Fe = 400 Hz

Nombre d'écrous déposés	Déformation calculée ϵ_x	Déformation mesurée ϵ_m	Régression Linéaire $\epsilon_{RL}=a \cdot \epsilon_m + b$	Ecart : $E_c = \epsilon_{RL} - \epsilon_x$	Erreur de linéarité : $E_{lin} = 0,05\% PE$	Conformité si $ E_c \leq E_{lin}$
	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	
0	0	0,008681	2,96	-2,95	17,00	Conforme
1	15,06	19,24	20,81	-1,57	17,00	Conforme
2	30,12	37,87	38,67	-0,80	17,00	Conforme
3	45,18	55,97	56,52	-0,55	17,00	Conforme
4	60,24	74,81	74,37	0,44	17,00	Conforme
5	75,30	92,68	92,22	0,46	17,00	Conforme
6	90,36	110,9	110,07	0,83	17,00	Conforme
7	105,42	129,0	127,93	1,07	17,00	Conforme
8	120,48	146,8	145,78	1,02	17,00	Conforme
9	135,54	164,8	163,63	1,17	17,00	Conforme
10	150,60	183,1	181,48	1,62	17,00	Conforme
11	165,66	200,9	199,33	1,57	17,00	Conforme
12	180,72	218,5	217,19	1,31	17,00	Conforme
13	195,78	235,7	235,04	0,66	17,00	Conforme
14	210,84	253,3	252,89	0,41	17,00	Conforme
15	225,90	270,9	270,74	0,16	17,00	Conforme
16	240,96	288,8	288,59	0,21	17,00	Conforme
17	256,02	306,2	306,45	-0,25	17,00	Conforme
18	271,08	323,7	324,30	-0,60	17,00	Conforme
19	286,14	340,9	342,15	-1,25	17,00	Conforme
20	301,20	358,8	360,00	-1,20	17,00	Conforme
21	316,26	376,1	377,85	-1,75	17,00	Conforme
Régression Linéaire						
a	1,1854		max	1,62	($\mu\text{m}/\text{m}$)	
b	2,9620		min	-2,95	($\mu\text{m}/\text{m}$)	

Tableau 3-14 : Analyse du test de linéarité (Fe = 400 Hz) Essai n°2, Test n°1

Essai n°2 Test n°2, Fe = 20 Hz

Nombre d'écrous déposés	Déformation calculée ϵ_x	Déformation mesurée ϵ_m	Régression Linéaire $\epsilon_{RL}=a.\epsilon_m+b$	Ecart : $E_C=\epsilon_{RL}-\epsilon_x$	Erreur de linéarité : $E_{lin}=0,05\% PE$	Conformité si $ E_C \leq E_{lin}$
	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	
0	0	-0,1476	1,33	-1,47	17,00	Conforme
1	15,06	18,82	19,25	-0,43	17,00	Conforme
2	30,12	36,58	37,18	-0,60	17,00	Conforme
3	45,18	54,51	55,10	-0,59	17,00	Conforme
4	60,24	72,73	73,03	-0,30	17,00	Conforme
5	75,30	90,69	90,95	-0,26	17,00	Conforme
6	90,36	108,9	108,88	0,02	17,00	Conforme
7	105,42	126,9	126,80	0,10	17,00	Conforme
8	120,48	145,3	144,73	0,57	17,00	Conforme
9	135,54	163,6	162,65	0,95	17,00	Conforme
10	150,60	181,6	180,58	1,02	17,00	Conforme
11	165,66	199,9	198,50	1,40	17,00	Conforme
12	180,72	217,8	216,43	1,37	17,00	Conforme
13	195,78	235,2	234,35	0,85	17,00	Conforme
14	210,84	253,5	252,28	1,22	17,00	Conforme
15	225,90	270,7	270,20	0,50	17,00	Conforme
16	240,96	288,2	288,13	0,07	17,00	Conforme
17	256,02	305,6	306,05	-0,45	17,00	Conforme
18	271,08	323,5	323,98	-0,48	17,00	Conforme
19	286,14	341,1	341,90	-0,80	17,00	Conforme
20	301,20	358,8	359,83	-1,03	17,00	Conforme
21	316,26	376,1	377,75	-1,65	17,00	Conforme
Régression Linéaire						
a	1,1902		max	1,40	($\mu\text{m/m}$)	
b	1,3273		min	-1,65	($\mu\text{m/m}$)	

Tableau 3-15 : Analyse du test de linéarité (Fe = 20 Hz) Essai n°2, Test n°2

3.4.e Essai N° 2 : Observation du fluage élastique (creep)

Nous avons pu observer le phénomène de fluage élastique décrit dans le chapitre 3 mettant en évidence la non instantanéité de la loi de Hooke :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3.4-27)$$

D'après cette loi, la suppression de la contrainte devrait annuler en même temps la déformation mais en réalité certains phénomènes physiques font que cela ne peut être instantané. Nous avons pu quantifier le fluage à la suppression de la masse des 21 écrous sur la lame. Nous pouvons le détailler sur la figure ci-dessous, zoom du signal de la Figure 3.4-8.

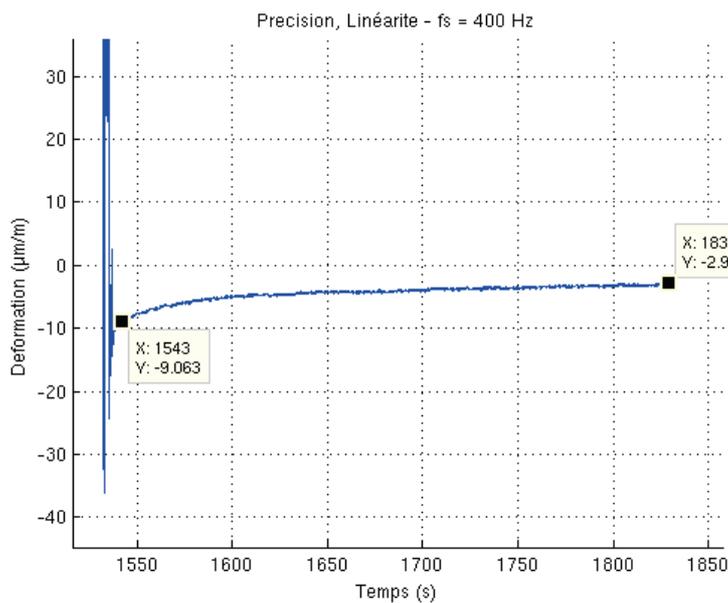


Figure 3.4-12 : Phénomène de fluage élastique

Les valeurs indiquées par les curseurs permettent de quantifier ce phénomène. Une variation de l'ordre de $-6 \mu\text{m} / \text{m}$ sur une durée de 287 s soit 4 minutes et 47 secondes.

3.4.f Essai N° 3 : Détermination de la répétabilité (fidélité)

Le signal obtenu est présenté ci-dessous :

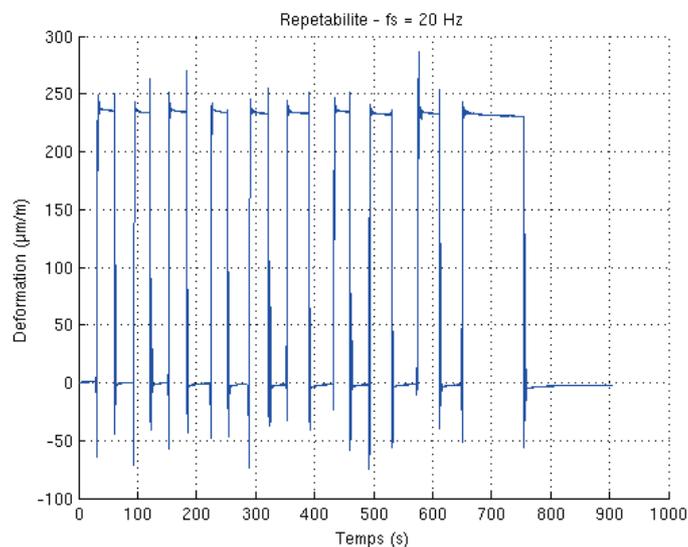


Figure 3.4-13 : Signal obtenu lors du test de répétabilité (fidélité)

Nous avons pris soins de relever la valeur mesurée une fois le signal stabilisé. La valeur théorique de la déformation ϵ_x , est calculée au moyen de l'équation (3.3-7) définie lors de l'étude théorique de la lame. Ce calcul est réalisé en prenant $Ma = 130$ g, masse du peson utilisé lors de cet essai. Les résultats obtenus figurent dans le tableau ci-après.

Essai n°	Déformation calculée ϵ_x ($\mu\text{m/m}$)	Déformation mesurée ϵ_m ($\mu\text{m/m}$)
1	191.01	235.5
2		233.6
3		234.4
4		234.2
5		233
6		233.2
7		234.2
8		232.2
9		232.9
10		232.1
Ma (g) :130	Moyenne	233.53 ($\mu\text{m/m}$)
	Ecart type	1.06 ($\mu\text{m/m}$)

Tableau 3-16 : Résultats du test de répétabilité (fidélité)

Nous trouvons un écart type relatif à la valeur moyenne de $\pm 0,4\%$, ce qui, dans l'hypothèse d'une répartition gaussienne nous permet de conclure à une fidélité à $\pm 1\%$ dans plus de 95% des cas.

3.4.g Essai N°4 : Détermination du comportement dynamique

Nous avons calculé précédemment, dans le cadre de l'approximation de Rayleigh équation (3.3-18) que la fréquence d'oscillation de la lame devrait être de 15,88 Hz. Pour cet essai nous avons adopté la fréquence d'échantillonnage maximale ($F_e = 2400$ Hz). Nous pouvons observer le signal obtenu ci-dessous :

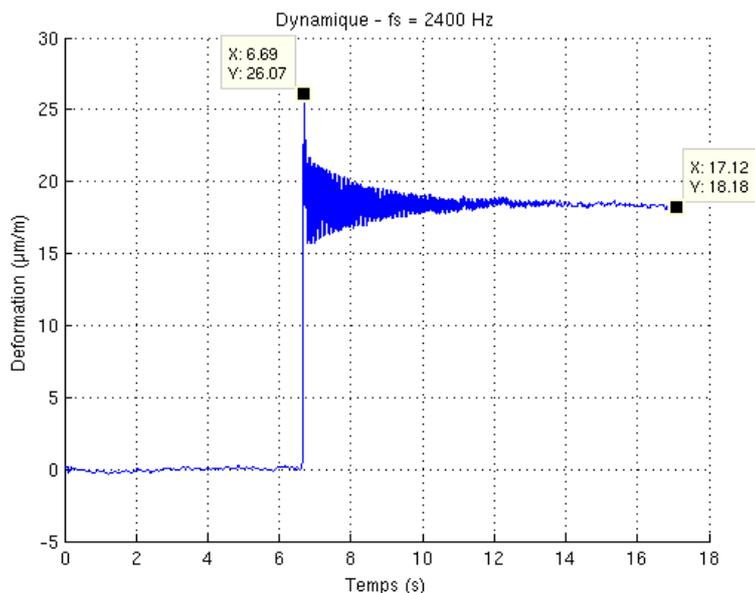


Figure 3.4-14 : Signal obtenu lors du test dynamique Essai N°4

Les curseurs indiquent la valeur du premier dépassement et de la valeur pouvant être considérée proche de la valeur finale. Ce signal peut être considéré comme la réponse indicielle de la lame encastrée à un échelon de contrainte. La fréquence de vibration de la lame est alors mesurée au moyen de curseurs positionnés sur le premier dépassement et le maximum de la 24^e ondulation.

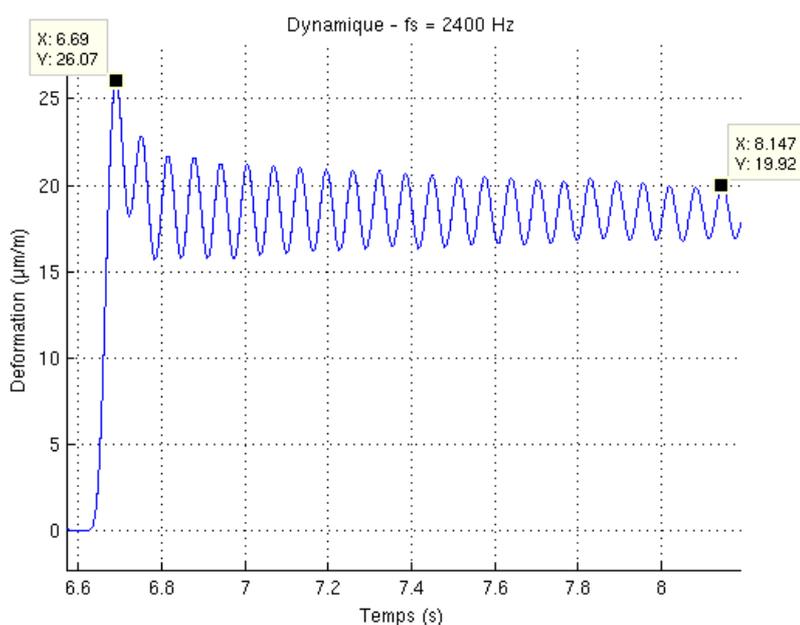


Figure 3.4-15 : Valeurs du premier dépassement et de la 23^e pseudo-période Essai N 4

Nous avons alors :

$$\begin{cases} T = \frac{8,147 - 6,690}{23} = 63,35 \text{ ms} \\ f = \frac{1}{T} = 15,79 \text{ Hz} \end{cases} \quad (3.4-28)$$

Nous pouvons également, à partir des valeurs des curseurs de la Figure 3.4-14 et de la Figure 3.4-15, en déduire la valeur du coefficient d'amortissement ζ grâce à la relation liant sa valeur à celle de l'amplitude du premier dépassement.

$$D = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \Rightarrow \zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln D}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln\left(\frac{26,07 - 18,18}{18,18}\right)}\right)^2}} \approx 0,257 \quad (3.4-29)$$

La valeur de ζ , inférieure à 1, correspond bien à un régime pseudo périodique.

3.5 Analyse des résultats obtenus

Nous allons, au cours de cette analyse, revenir tour à tour sur les valeurs des paramètres métrologiques que nous avons pu déterminer par le traitement des mesures réalisées et vérifier si ces valeurs sont en accord avec les erreurs spécifiées par le constructeur. Comme nous l'avons précisé au début de ce chapitre, il ne s'agissait pas de réaliser une vérification métrologique. Cependant nous tenterons d'expliquer les éventuels écarts par rapports aux tolérances définies au paragraphe 3.2.

3.5.a Stabilité

Aucune spécification n'étant donnée nous pouvons juste considérer les valeurs obtenues comme indicatives. La stabilité observée, ramenée à une durée de 1 min, est très inférieure à $1 \mu\text{m} / \text{m}$. Nous n'extrapolerons cependant pas cette valeur sur la durée moyenne, de l'ordre d'une douzaine d'heures, des enregistrements réalisés des essais sur la presse LVP. En effet, il semble que cette dérive soit plus importante dans les premières minutes d'acquisition.

3.5.b Bruit

Les traitements réalisés ont permis de caractériser ce bruit comme étant un bruit blanc gaussien (rose dans la bande 0,01Hz à 1 Hz). La valeur efficace de ce bruit, déterminée à partir des valeurs des écart types figurant dans le Tableau 3-10, est de l'ordre de $\sigma = 0,36 \mu\text{m} / \text{m}$. D'où une valeur crête à crête de $\pm 3\sigma$ soit $\pm 1,1 \mu\text{m} / \text{m}$, en conformité avec la spécification du constructeur de $\pm 8 \mu\text{m} / \text{m}$ telle que définie au paragraphe 3.2.d.

Nous aurions pu également tenir compte du bruit thermique propre à la jauge de contrainte assimilable à une résistance (bruit de Johnson) :

$$e^2 = 4 k_B T R \Delta f \quad (3.5-1)$$

Avec :

- k_B : Constant de Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$).
- T : Température en Kelvin (295 K pour 22 °C).
- R : Résistance nominale de la jauge (120 Ω).

A titre indicatif, ce bruit, dans une bande de fréquence Δf de 200 Hz correspondant à la fréquence de Nyquist obtenue pour la plus grande fréquence d'échantillonnage utilisée ($F_e = 400$ Hz) lors de l'Essai N°2, serait de l'ordre de :

$$e^2 = 4 \times 1,38.10^{-23} \times 295 \times 120 \times 200 = 3,91.10^{-16} V^2 \quad (3.5-2)$$

$$e = 20 nV$$

Cette valeur ramené à la valeur maximale de la tension de sortie du pont de Wheatstone, $U_{smax} = 40$ mV, représente 0,5 ppm. Soit pour une Pleine Echelle de 33 333 $\mu m / m$, un bruit de valeur efficace égale à 0,017 $\mu m / m$, valeur négligeable par rapport à nos attentes et à la spécification du constructeur.

3.5.c Précision

En synthèse, les résultats figurants dans le Tableau 3-12 et le Tableau 3-13, permettent de constater que les mesures relevées sont non conformes au delà d'une valeur de déformation calculée de 210 $\mu m / m$. Nous pouvons noter qu'en l'absence d'erreur, les points seraient situés sur une droite ayant pour équation $y=x$, la déformation mesurée étant alors égale à la déformation calculée.

La précision de la chaîne d'acquisition définie au paragraphe 3.2.a $\Delta \epsilon_x = \pm (1,51\% \epsilon_x + 37 \mu m / m)$, se traduit au niveau de la droite d'étalonnage par :

- Un coefficient directeur compris entre à 0,9885 et 1, 0151 caractérisant l'erreur en gain de la chaîne d'acquisition.
- Une ordonnée à l'origine, ou erreur de zéro, comprise entre $- 37 \mu m / m$ et $+ 37 \mu m / m$.
- Or, le calcul des droites de régression linéaire que nous avons réalisé fait apparaître :
- Une erreur de gain de l'ordre de 19% (coefficient directeur $\approx 1,19$) :
- Non conforme.
- Une erreur de zéro de l'ordre de $- 3 \mu m / m$ (ordonnées à l'origine maximale de $2,96 \mu m / m$) : Conforme.

Plusieurs points peuvent expliquer les écarts trouvés sur le gain par rapport aux spécifications du constructeur :

- La jauge de contrainte fournie est compensée en température pour une utilisation sur une structure en acier dont le coefficient de dilatation est de $10,8.10^{-6} / ^\circ C$ or elle est ici fixée sur une lame en aluminium possédant un coefficient de dilatation de $23,1.10^{-6} / ^\circ C$. En reprenant le calcul de la déformation apparente vu au chapitre 3, nous obtenons :

$$\epsilon_{app} = \left[\frac{\alpha_R}{k} + (\alpha_S - \alpha_G) \right] \times \Delta T = \left[\frac{93.10^{-6}}{1,92} + (23,1.10^{-6} - 10,8.10^{-6}) \right] \times 2 = 211 \mu m / m \quad (3.5-3)$$

Avec :

- α_R : Spécification constructeur de la jauge utilisée ($93.10^{-6} / ^\circ C$).
- α_S : Coefficient de température de la jauge ($23,1.10^{-6} / ^\circ C$).
- α_G : Coefficient de température de l'aluminium ($10,8.10^{-6} / ^\circ C$).
- ΔT : Régulation de la température sur la ligne de lumière ($\pm 2 ^\circ C$).
- K : Facteur de jauge (1,92).
- Les paramètres mécaniques E , μ , d_e , de l'aluminium constituant la lame ne sont pas connus exactement.
- L'horizontalité de la lame est réalisée visuellement, la mesure de celle-ci ne pouvant être faite sans imposer de flexion à la lame. Cependant cet écart est annulé par la procédure de mise à zéro de la chaîne de mesure.

- La valeur des masses ajoutées est connue par échantillonnage, tous les écrous n'ont donc pas été pesés. Lorsque que nous les avons utilisés, aucun ordre n'a été respecté. Quant aux pesons, leur masse est déterminée au moyen d'une balance de faible résolution.

3.5.d Linéarité

Les écarts de linéarité, déterminées par les écarts des valeurs mesurées à la droite d'étalonnage et figurants Tableau 3-14 et Tableau 3-15, sont inférieurs à $3 \mu\text{m} / \text{m}$. Ces valeurs sont en accord avec la spécification du constructeur telle que définie au paragraphe 3.2.a.2 ($\pm 0,05\%$ PE soient $\pm 17 \mu\text{m} / \text{m}$).

3.5.e Fluage élastique (creep)

Cet effet n'est pas spécifié car dépendant de la nature de la structure étudiée et des contraintes qui lui sont imposées. Cependant son observation nous indique que cet effet est observable et sera à prendre en compte lors des mesures réalisées sur la presse LVP.

3.5.f Repetabilité (fidélité)

Les erreurs de mesures relevées (Tableau 3-16) sont supérieures à la précision de la chaîne d'acquisition définie au paragraphe 3.2.a, $\Delta\epsilon_x = \pm (1,51\% \epsilon_x + 37 \mu\text{m} / \text{m})$. Seul importe lors de ce test, la dispersion des mesures, quantifiée par le calcul de l'écart type. Aucune valeur spécification n'est annoncée par le constructeur. La fidélité mesurée est de l'ordre de $1 \mu\text{m} / \text{m}$ à $\pm 2\sigma$.

3.5.g Dynamique

La fréquence de vibration de la lame relevée est de 15,79 Hz pour une fréquence calculée de 15,88 Hz., soit une erreur relative de :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{15,79 - 15,88}{15,88} \times 100 = -0,57\% \quad (3.5-4)$$

La fréquence mesurée est en accord avec la fréquence calculée mais cela ne permet de statuer, de par sa faible valeur, de la conformité de la bande passante de la chaîne d'acquisition définie au paragraphe 3.2.b.

Le tableau ci-dessous résume les jugements de conformité des mesures réalisées aux caractéristiques de la chaîne d'acquisition pour lesquelles le constructeur garantit des spécifications.

Paramètre	Valeur déterminée	Conformité
Bruit	$\pm 8 \mu\text{m} / \text{m}$	Oui
Précision	$\pm (1,51\% \epsilon_x + 37 \mu\text{m} / \text{m})$	Non
Linéarité	$\pm 0,05\%$ PE	Oui

Tableau 3-17 : Conformité de la chaîne d'acquisition associée à la lame instrumentée

3.6 Conclusion

Lors des essais que nous avons réalisés avec la lame instrumentée, les valeurs de déformations mesurées sont du même ordre de grandeur que celles qui seront atteintes lors des mesures effectuées sur la presse LVP.

Les conditions environnementales de température seront identiques.

Même si les jauges et rosettes de jauges de contrainte installées sur la presse LVP sont de types différents, les caractéristiques annoncées par le constructeur sont très proches de celle de la jauge de contrainte équipant la lame instrumentée.

Enfin, ces jauges seront compensées en température pour une utilisation sur une structure en acier, ce qui est le cas de la presse LVP, et les paramètres E , μ et d_c de cet acier nous sont connus. Cela devant nous permettre d'obtenir une erreur en gain conforme aux spécifications calculées.

Seule la connectique assurant la liaison des jauges aux entrées des amplificateurs conditionneurs sera différente puisque réalisée par des câbles d'une longueur de 30 mètres. La résistance de ces câbles n'est alors pas négligeable par rapport aux variations de résistances des jauges de contraintes.

Nous verrons dans l'annexe E, comment cet effet parasite est compensé par l'électronique des amplificateurs conditionneurs.

Toutes ces conditions devraient garantir que la chaîne d'acquisition délivre des mesures de déformations conformes aux spécifications du constructeur.

4 Annexe D : ANALYSE DES MESURES DE VIBRATIONS

L'objet de ce chapitre est de décrire les conditions et le matériel utilisé lors de la réalisation des mesures de vibrations sur la presse LVP. Nous résumerons les conclusions du rapport délivré à l'issue de ces mesures.

4.1 Description des mesures

4.1.a Conditions :

Date : 21 janvier 2013

Température : $22\text{ °C} \pm 2\text{ °C}$ conditions ambiantes de la ligne de lumière Id06.

Pas de faisceau de rayons X.

4.1.b Matériel utilisé :

Genre	Marque	Type	Remarques
Enregistreur de signaux	OROS	OR36	16 voies
Géophone	MARK PRODUCTS	L4-C	8 verticaux – 4 horizontaux
Accéléromètre	PCB	393B05	1
Marteau de choc	Dynapulse		1

Tableau 4-1 : Equipements utilisés lors des mesures de vibrations

Les caractéristiques détaillées de ces équipements figurent en annexe.

4.1.c Dispositions des capteurs :

Les géophones ont été disposés par groupe de trois, un pour chaque direction spatiale définie telle que :

- La direction 'X' correspond à celle du faisceau de rayons X lorsqu'il est présent. Le sens de cet axe 'X' étant celui de la propagation des rayons X de l'anneau vers la zone d'expérience.
- La direction 'Y' est perpendiculaire à la direction 'X' et dans le même plan.
- La direction 'Z', axe de hauteur, est perpendiculaire au plan (X,Y).

Ces trois axes correspondent aux axes de la table sur laquelle repose la presse LVP. Elle permet de déplacer la presse sur les 3 axes afin d'assurer l'alignement de l'échantillon sur le faisceau de rayons X. Quatre groupes de trois géophones ont été disposés sur :

- La dalle sur laquelle reposent la table et la presse.
- La table d'orientation de la presse.
- L'outil D-DIA.
- Au sommet de la presse.

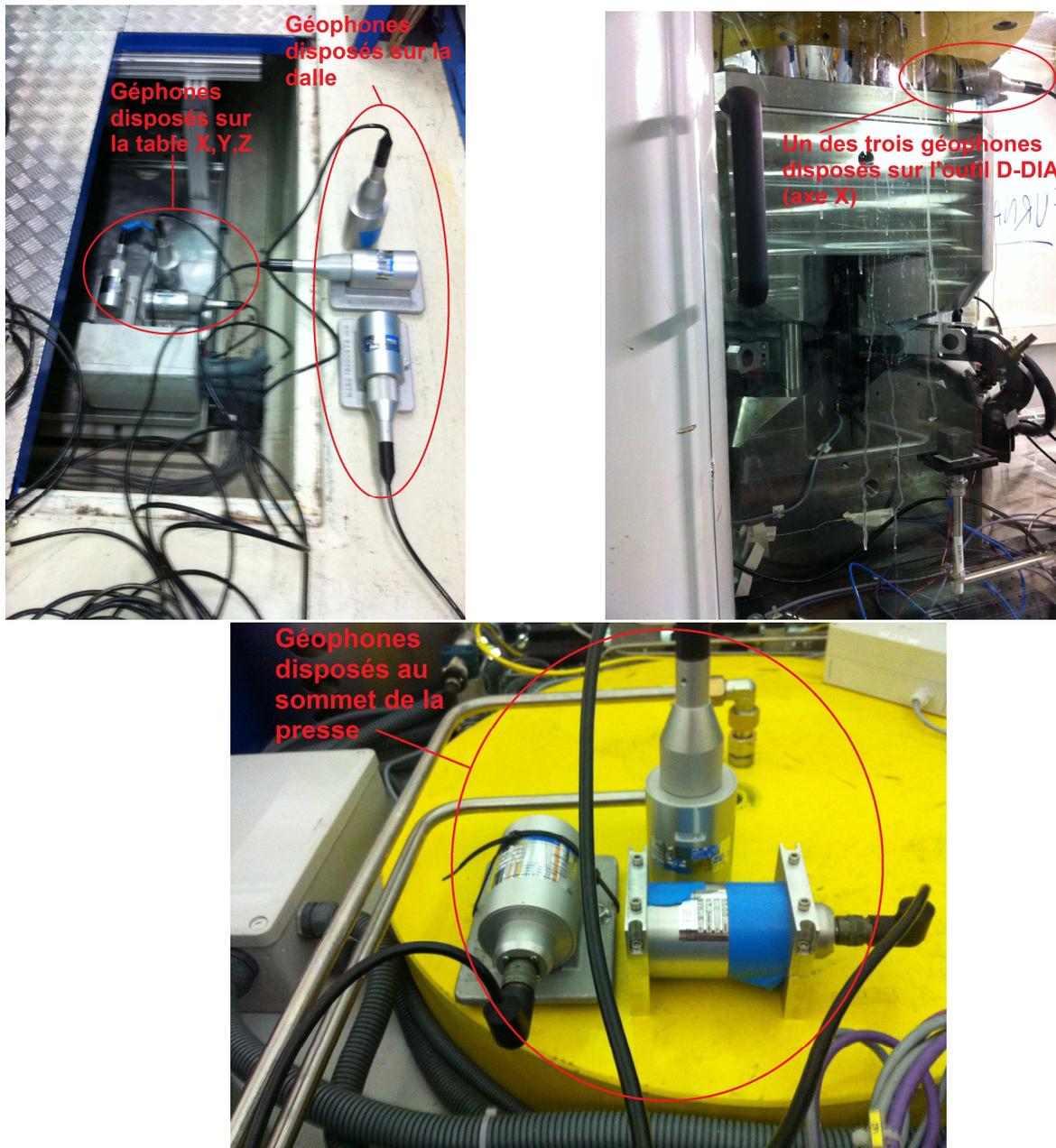


Figure 4.1-1 : Emplacement des géophones durant les mesures

4.1.d Programme de mesure :

Les mesures ont consisté en 10 séries d'acquisitions nommées « capt1 » à « capt10 ». Les conditions et caractéristiques de ces différentes séries de mesures sont résumées dans le tableau ci-après. Au cours de ces mesures, un cube d'aluminium a été placé au centre de la presse en lieu et place d'un ensemble cubique de 8 enclumes secondaire enserrant un échantillon géologique lors d'expériences scientifiques (voir chapitres 5). Cela nous a permis de pouvoir réaliser des mesures sous pression.

Série de mesures	Durée	Cadence d'échantillonnage	Nombre d'échantillons	Position de l'outil D-DIA	Pression huile (bar) - Force (tf)	Commentaires
Capt1	1min 30s	512 Hz	46,1 k	Ouvert, Aligné	Aucune	Capteurs a à b placés dans leur première configuration
Capt2	1min 57s		60,0 k	Fermé	Aucune	Capteurs a à b placés dans leur seconde configuration
Capt3	1h 40min		3,07 M	Fermé	Montée à 70 b (202 tf)	1 bar / min
				Fermé	Palier à 70 b	---
Capt4	3min 07s		95,7 k	Fermé	Descente à 0 b	-1 bar / min
Capt5	3min 29s		107 k	Ouvert, Aligné	Aucune	---
Capt6	1min 22s		42,0 k	Ouvert, Aligné	Aucune	Placement et raccordement de l'accéléromètre
Capt7	1min 22s		42,0 k	Fermé	Aucune	Machine éteinte.
Capt8	1min 03s		32,3 k	Fermé	Aucune	Impacts réalisés au moyen du marteau de choc sur la colonne '1' dans la direction 'y'
Capt9	1min 03s		32,3 k	Fermé	Aucune	Impacts réalisés au moyen du marteau de choc sur la colonne '1' dans la direction 'x'
Capt10	1min 03s	32,3 k	Fermé	Aucune	Impacts réalisés au moyen du marteau de choc sur la table supérieure dans la direction 'y'	

Tableau 4-2 : Conditions et caractéristiques des différentes série d'acquisitions

L'évolution de la pression du vérin actionnant le piston principal et la force développée par ce dernier sont illustrées ci-dessous. Cela correspond aux acquisitions de signaux « capt2 » à « capt4 ». La compression et la décompression ont été réalisées à un taux de 1 bar par minute.

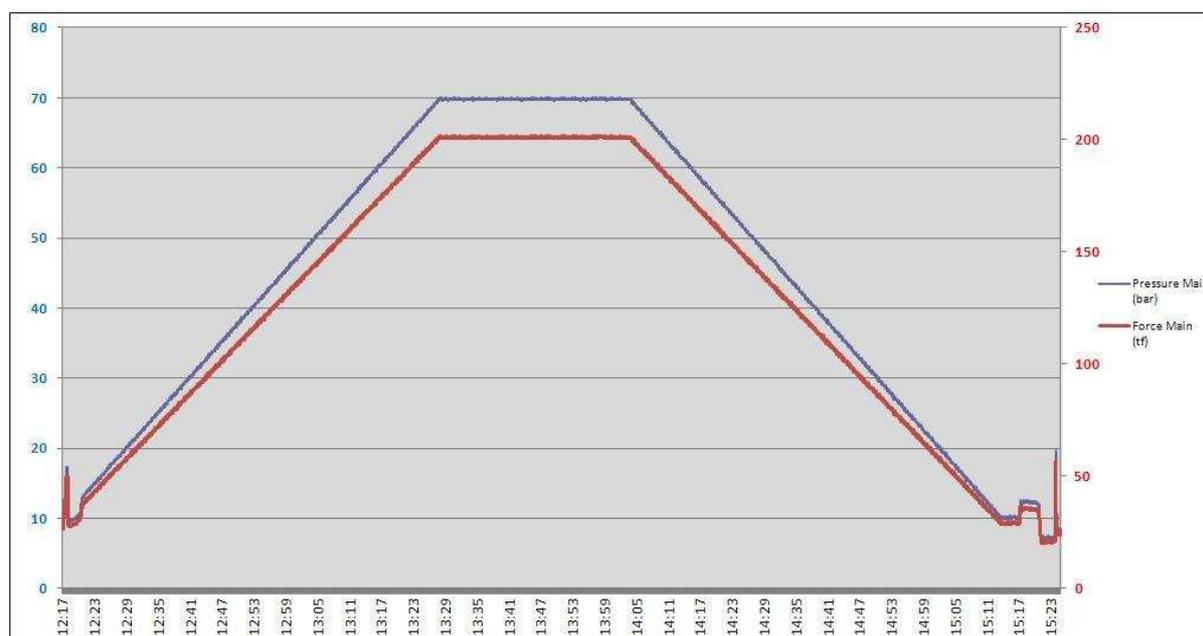


Figure 4.1-2 : Evolution de la pression et de la force vérin / piston principal

Ces courbes sont tracées à partir des données issues de l'automate pilotant la presse LVP. Il s'agit du signal MP mesurant la pression d'huile dans le piston principal. Le traitement de ce signal fera l'objet du chapitre 5.

4.2 Mesure de vibration

Ces mesures offrent la possibilité de réaliser une analyse structurelle de la machine étudiée en identifiant les divers modes de résonance. Nous pouvons alors obtenir un modèle par superposition modale, consistant en une superposition de systèmes élémentaires masse-ressort-amortisseur. Ce modèle permettant à son tour la détermination du comportement dynamique de la machine.

L'intérêt des mesures de vibrations réside dans le fait de pouvoir quantifier ou du moins évaluer à moyen terme son usure, sa fatigue et de détecter d'éventuels défauts à travers l'évolution de la réponse spectrale.

Il réside également dans le fait de pouvoir vérifier qu'un équipement, une machine, une structure, reste dans sa zone de fonctionnement de sécurité.

4.3 Fonctionnement et caractéristiques des capteurs

Les vibrations peuvent être caractérisées par les déplacements, les vitesses et les accélérations des divers points de la structure étudiée où sont placés les capteurs. Les capteurs utilisés pour la mesure de vibrations sont donc de trois types. Ils sont, par contre, tous basés sur un même système mécanique élémentaire à un degré de liberté masse-ressort-amortisseur. Dans cette utilisation, la masse est dénommée masse sismique.

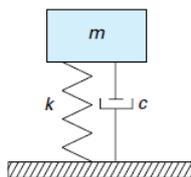


Figure 4.3-1 : Système mécanique à 1 degré de liberté

Un tel système mécanique possède une fonction de transfert $H(p)$ (p , opérateur de Laplace) représentant la transmissibilité du mouvement du support de la base à la masse sismique m de la forme :

$$H(p) = - \frac{\text{Numerateur}}{\frac{p^2}{\omega_o^2} + 2\zeta \frac{p}{\omega_o} + 1} \quad (4.3-1)$$

Selon la grandeur d'entrée que nous souhaitons mesurer (mesurande), le numérateur prend les formes listées dans le tableau ci-dessous :

Grandeur d'entrée (mesurande)	Type de capteur	Numérateur	Type de réponse
Déplacement	Capteur sismique - Géophone	$- p^2 / \omega_o^2$	Filtre passe haut 2 ^e ordre
Vitesse	Vélocimètre	$- p / \omega_o^2$	Filtre passe bande 2 ^e ordre
Accélération	Accéléromètre	$- 1 / \omega_o^2$	Filtre passe bas 2 ^e ordre

Tableau 4-3 : Type de réponse des capteurs de vibrations en fonction du mesurande

Nous avons utilisé des géophones et un accéléromètre, dont nous allons établir ces fonctions de transfert.

4.3.a Géophone Mark Products L-4C :

Ce type de capteur est utilisé pour délivrer une tension électrique image des déplacements dans une direction donnée du sol ou de la structure à laquelle il est solidaire. A cette fin, il intègre une structure mécanique comportant un degré de liberté. Afin d'appréhender son fonctionnement examinons cette structure.



Figure 4.3-2 : Géophone Mark Products L-4C

4.3.a.1 Structure et fonctionnement :

La figure ci-dessous représente la structure d'un géophone.



(a) L'installation de la bobine et de ressort

(b) Une section d'un géophone

Figure 4.3-3 : Structure d'un géophone

Nous pouvons identifier sur cette figure les éléments suivants :

- La masse sismique (*magnet*). Cette masse est un aimant permanent.
- Un ensemble de ressort à lame (*leaf spring*) destiné à maintenir la masse sismique.
- Un bobinage (*coil*) entourant la masse sismique.

Les déplacements du sol et du boîtier imposeront un déplacement à la masse sismique. La mise en mouvement de cet aimant produira une variation du champ magnétique et donc une variation de flux. Au niveau d'une des spires du bobinage cette variation de flux sera donnée par :

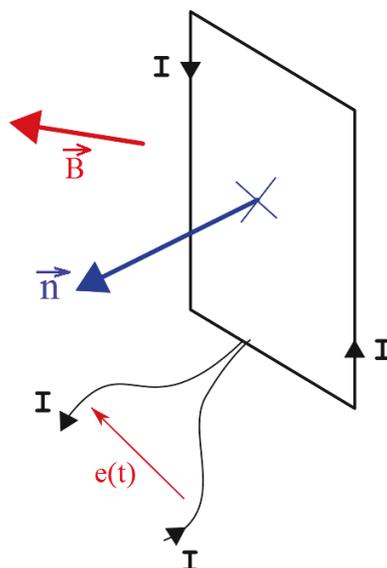


Figure 4.3-4 : Illustration de la loi de Lenz-Faraday

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \theta \quad (4.3-2)$$

Avec :

- θ : Angle entre le vecteur champ magnétique \vec{B} traversant la surface ds délimitée par la spire et la normale \vec{n} à cette surface.

Selon la loi de Lenz-Faraday, une f.e.m. apparaît alors aux bornes du bobinage constitué de N spires, telle que :

$$u(t) = -N \frac{d\phi}{dt} = N e(t) \quad (4.3-3)$$

L'aimant permanent sera choisi pour produire un champ magnétique le plus intense possible afin de maximiser la tension $u(t)$. Nous constatons également que cette induction magnétique sera fonction de la vitesse de déplacement de la masse sismique. Il apparaît qu'un géophone est donc un capteur de vitesse vibratoire. Enfin, notons que la masse sismique peut être le bobinage lui-même l'aimant étant alors solidaire du boîtier.

4.3.a.2 Modélisation et fonction de transfert :

Afin de pouvoir établir la relation mathématique liant les grandeurs d'entrée et de sortie d'un tel capteur, basons-nous sur le schéma de principe ci-dessous.

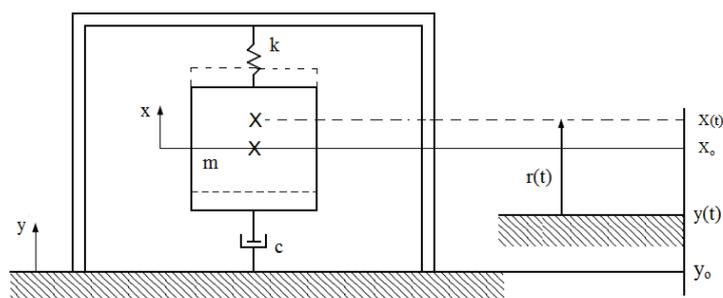


Figure 4.3-5 : Modélisation d'un géophone

Ce schéma modélise la structure mécanique d'un oscillateur harmonique. Ici ne figure pas le bobinage entourant la masse sismique. La masse sismique m est maintenue par un ressort, mais également par un amortisseur mécanique. L'amortissement électrique trouvant son origine dans la force de réaction de Laplace. En effet, la loi de Laplace Biot-Savart énonce qu'une portion de conducteur de longueur L parcourue par un courant I et placé dans un champ magnétique B est soumis à une force en son milieu telle que :

$$\vec{F} = I \vec{L} \wedge \vec{B} \quad (4.3-4)$$

$$F = I L B \sin \alpha \quad (4.3-5)$$

Avec :

- α : Angle entre le vecteur champ magnétique et le vecteur L .

Au repos, le système mécanique est à l'équilibre, et le centre de gravité de la masse m est en position x_o .

La somme des forces extérieures agissant sur ce système est alors nulle :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (4.3-6)$$

$$\vec{P} + \vec{F}_k + \vec{F}_c = \vec{0} \quad (4.3-7)$$

Avec :

- \vec{P} : Poids de la masse m ($P = mg$).
- \vec{F}_k : Force de rappel du ressort ($F_k = kx_o$).
- \vec{F}_c : Force d'amortissement ($F_c = e \frac{dx}{dt}$).

Selon l'égalité vectorielle (4.3-7), les normes respectives de chacune de ces forces vérifient l'équation ci-après :

$$-m g + k x_o + c \frac{dx}{dt} = 0 \quad (4.3-8)$$

Avec :

- g : Constante d'accélération de la pesanteur (9,81 m / s²).

Or à l'équilibre la vitesse de m est nulle :

$$-m g + k x_o = 0 \quad (4.3-9)$$

Si le sol ou la structure, est en mouvement, il entraîne avec lui le géophone. Nous pouvons alors remarquer que si le boîtier suit les mouvements du sol, la masse mobile m tentera de suivre ces mouvements mais avec un retard temporel et une atténuation des amplitudes des vibrations d'entrée venant du sol. L'ensemble ressort-amortisseur correspondra donc à un filtrage des vibrations d'entrée.

Soit $y(t)$ la position du sol à un instant t , et $x(t)$ la position du centre de gravité de la masse m à ce même instant.

Le position $r(t)$ de la masse m à l'intérieur du boîtier est donné par :

$$r(t) = x(t) - y(t) \quad (4.3-10)$$

Par application du Principe Fondamental de la Dynamique, nous obtenons :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{F}_k + \vec{F}_c = m \vec{a} \quad (4.3-11)$$

Avec :

- \vec{a} : vecteur accélération.

$$-m g - k(x(t) - y(t) - x_o) - c \left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (4.3-12)$$

$$k r(t) + c \frac{dr}{dt} = -m \left(\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} \right) \quad (4.3-13)$$

$$m \frac{d^2r}{dt^2} + c \frac{dr}{dt} + k r(t) = -m \frac{d^2y}{dt^2} \quad (4.3-14)$$

Nous avons vu au chapitre 4.3.a.1, que la tension prenant naissance aux bornes du bobinage était proportionnelle à la variation du flux magnétique, et donc à la vitesse de déplacement de la masse m à l'intérieur du boîtier. Nous pouvons donc écrire :

$$u(t) = S \frac{dr(t)}{dt} \quad (4.3-15)$$

Ecrivons les équations (4.3-14) et (4.3-15) dans le domaine de la Laplace en considérant des conditions initiales nulles :

$$m p^2 R(p) + c p R(p) + k R(p) = -m p^2 Y(p) \quad (4.3-16)$$

$$U(p) = S p R(p) \quad (4.3-17)$$

Par substitution, nous obtenons :

$$m p^2 U(p) + c p U(p) + k U(p) = -S m p^3 Y(p) \quad (4.3-18)$$

$$U(p) [m p^2 + c p + k] = -(S m p^2) p Y(p) \quad (4.3-19)$$

Identifions :

- La grandeur d'entrée du système comme étant la vitesse du mouvement du sol $pY(p)$.
- La grandeur de sortie du système comme étant la tension aux bornes du bobinage $U(p)$.

Nous obtenons la fonction de transfert $H(p)$ du géophone :

$$H(p) = \frac{U(p)}{pY(p)} \quad (4.3-20)$$

$$H(p) = \frac{-S m p^2}{m p^2 + c p + k} = -S \frac{p^2}{p^2 + \frac{c}{m} p + \frac{k}{m}} \quad (4.3-21)$$

Posons :

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, la pulsation propre du géophone.
- $2\zeta\omega_0 = \frac{c}{m}$, ζ étant le facteur d'amortissement.

S représente la sensibilité du géophone. Nous pouvons déduire directement de l'équation (4.3-20) que S s'exprime en $V / m / s$.

$$H(p) = -S \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2\zeta \frac{p}{\omega_0} + 1} \quad (4.3-22)$$

Nous reconnaissons, au gain S près, la forme donnée dans le Tableau 4-3. Avec $p = j\omega$ nous obtenons la fonction de transfert en pulsation réduite :

$$H(j\omega) = S \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + j2\zeta \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (4.3-23)$$

Nous identifions la forme canonique d'un filtre passe haut du 2^e ordre dont la pulsation de coupure est ω_0 et le gain S (ou sensibilité) exprimée en $V / m / s$.

Les module et argument sont donnés par :

$$|H(j\omega)| = S \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (4.3-24)$$

$$\text{Arg}(H(j\omega)) = \text{Arg}\left(S\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) - \text{Arg}\left(1 + j2\zeta\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) \quad (4.3-25)$$

D'où la phase Ψ :

$$\psi = \text{Arctg}\left[\frac{2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right] \quad (4.3-26)$$

4.3.a.3 Etude de la fonction de transfert et identification des caractéristiques :

Par analogie entre les domaines électrique et mécanique (cf annexe A), le système mécanique, décrit précédemment, est équivalent à un circuit électrique RLC série dont les paramètres de pulsation propre et de facteur d'amortissement sont définis par :

$$\begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \end{cases} \quad (4.3-27)$$

Le type de géophone utilisé présente les caractéristiques suivantes :

Caractéristique	Spécification
Fréquence propre	1 Hz
Masse sismique	1 kg
Sensibilité	7,02 V / in / s (276 V / m/ s)
Résistance du bobinage (Rc)	5500 Ω
Inductance du bobinage (Lc)	6,05 H
Inductance assimilable par analogie mécanique-électrique à la masse sismique (Lm)	Lm=0,345.Rc=1900 H
Capacité assimilable par analogie mécanique-électrique à l'inverse de la raideur du ressort (CC)	CC = 0,0735 / Rc=13,4 μF
Amortissement mécanique en circuit ouvert (bo)	0,28
Température d'utilisation	-29 °C à 60 °C

Tableau 4-4 : Spécifications du géophones Mark Products L4-C

Nous pouvons, au moyen de ces caractéristiques, déterminer les paramètres suivants du système mécanique :

- La pulsation propre :

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{Lm CC}} = \frac{1}{\sqrt{0,345 Rc \times 0,0735 / Rc}} \approx 6,28 \text{ rad / s} \quad (4.3-28)$$

Correspondant à la fréquence propre annoncée de 1Hz.

- Le facteur d'amortissement :

$$\zeta = b_0 = \frac{Rc}{2} \sqrt{\frac{CC}{Lm}} = \frac{5500}{2} \sqrt{\frac{13,4 \cdot 10^{-6}}{1900}} \approx 0,23 \quad (4.3-29)$$

Pour 0,28 donnée constructeur, écart du aux approximations sur CC et Lm.

La valeur du facteur d'amortissement de 0,28 indique que le système fonctionne en régime pseudopériodique ($\zeta < 1$) ou oscillatoire amorti et présente donc une surtension Q en $f_0 = 1$ Hz.

$$Q = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{Lm \omega_0}{Rc} = \frac{1900 \times 6,28}{5500} \approx 2,17 \quad (4.3-30)$$

Ce facteur de surtension représente l'écart entre la valeur du module de la fonction de transfert, le gain, pour la fréquence de résonance, f_0 , et la valeur moyenne du gain dans la bande passante du système ($f > f_0$), correspondant à la zone de la caractéristique où le gain est constant.

REMARQUE :

Il important de garder à l'esprit que les éléments Lm et CC ne sont que des composants électriques « virtuels » calculés par analogie d'un circuit électrique au circuit mécanique masse-ressort-amortisseur.

Ils nous permettent de calculer les paramètres tels que la fréquence de résonance, le coefficient d'amortissement, le facteur de surtension, caractéristiques du circuit mécanique et correspondant à l'utilisation du géophone en circuit ouvert, c'est à dire relié à un appareil de mesure dont l'impédance d'entrée est très supérieure à Rc.

Afin de linéariser la réponse en fréquence, il serait nécessaire de modifier la valeur du coefficient d'amortissement amenant ainsi le coefficient de surtension à une valeur proche de l'unité.

Cela peut-être réalisé en plaçant en parallèle sur la sortie du géophone une résistance de shunt Rs.

Le circuit électrique réel est alors présenté sur la figure ci-dessous :

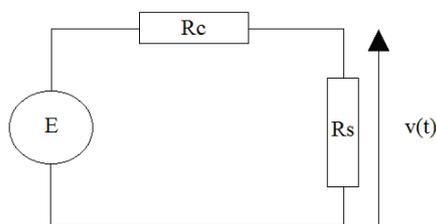


Figure 4.3-6 : Circuit électrique équivalent au géophone shunté

En effet, lorsque la masse sismique aimantée est en mouvement face à l'enroulement, cet ensemble peut être assimilé à un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne Rc.

Les équations (4.3-5) et (4.3-15), vues plus avant, nous permettent d'établir respectivement les relations suivantes :

$$F = S i(t) \text{ avec } S = BL \sin \alpha \quad (4.3-31)$$

$$E(t) = u(t) = S \frac{dr}{dt} \quad (4.3-32)$$

Cela nous permet d'écrire :

$$i(t) = \frac{u(t)}{Rc + Rs} = \frac{S}{Rc + Rs} \frac{dr}{dt} \quad (4.3-33)$$

Par identification avec le terme correspondant à l'amortissement mécanique c dans l'équation différentielle (4.3-14) du système mécanique, nous avons :

$$F = \frac{S^2}{Rc + Rs} \frac{dr}{dt} = c \frac{dr}{dt} \quad (4.3-34)$$

Or :

$$\zeta = \frac{c}{2\omega_0 m} = \frac{S^2}{2\omega_0 m(Rc + Rs)} \quad (4.3-35)$$

Avec :

- ω_0 : Pulsation propre ($f_0 = 1\text{Hz}$, $\omega_0 = 2\pi f_0 = 6,28 \text{ rd / s}$).
- M : Masse sismique (1kg).
- S : Sensibilité (276 V / m / s)

$$\zeta = bc = \frac{276^2}{2 \times 2 \times \pi \times 1 \times 1 \times (Rc + Rs)} \approx 6062 \times \frac{1}{(Rc + Rs)} \approx \frac{1,1 Rc}{Rc + Rs} \quad (4.3-36)$$

Nous établissons ainsi la relation donnée par le constructeur, permettant de calculer l'amortissement bc , d'origine électrique, en fonction de la résistance de shunt Rs . Cet amortissement vient s'ajouter à celui propre au système mécanique du capteur, $bo = 0,28$.

Avec $Rs = 9000 \Omega$, nous obtenons l'amortissement :

$$bc = \frac{1,1 Rc}{Rc + Rs} = \frac{1,1 \times 5500}{5500 + 9000} \approx 0,42 \quad (4.3-37)$$

D'où le facteur d'amortissement total du capteur :

$$\zeta = bo + bc \approx 0,28 + 0,42 = 0,70 \quad (4.3-38)$$

Et le coefficient de surtension :

$$Q = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{1}{2 \times 0,70 \times \sqrt{1 - 0,70^2}} \approx 1,00 \quad (4.3-39)$$

Garantissant ainsi une réponse en fréquence la plus linéaire possible.

De plus, pour $\zeta=0,7$, le temps de réponse à 5% est alors minimal.

Enfin, la tension de sortie du capteur est donnée par :

$$v(t) = \frac{Rs}{Rc + Rs} u(t) \quad (4.3-40)$$

La sensibilité « à vide » du capteur est alors pondérée et devient égale à :

$$S' = \frac{Rs}{Rc + Rs} S = \frac{9000}{5500 + 9000} \times 276 \approx 171 \text{ V / m / s} \quad (4.3-41)$$

Ayant calculé ces valeurs, nous pouvons tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert du géophone (équation (4.3-23)) utilisé selon les deux configurations :

- Sans résistance de shunt, en circuit ouvert.
- Avec résistance de shunt d'une valeur de 9000Ω .

Ci-dessous figure le tracé du module de ces fonctions de transfert obtenues selon l'équation (4.3-24). Sur ces courbes, chaque curseur est associé à un couple de valeurs (X,Y) désignant respectivement la fréquence et le gain.

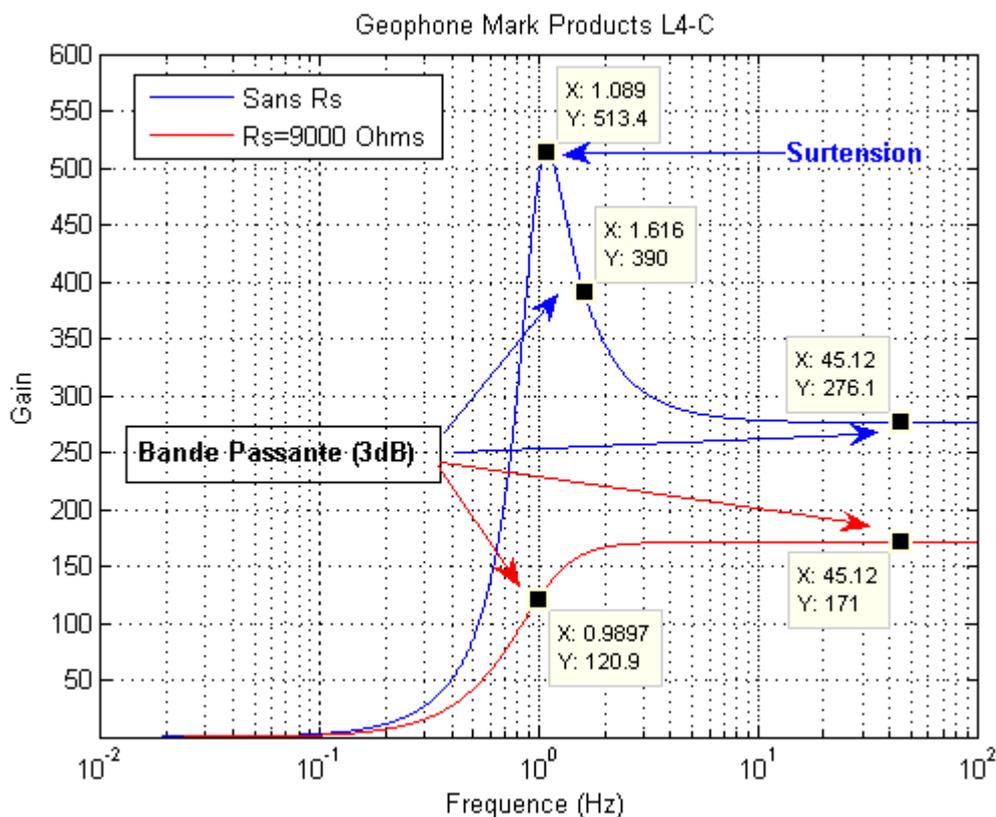


Figure 4.3-7 : Module de la fonction de transfert du géophone L4-C

Les courbes obtenues correspondent à des courbes de gain de filtres passe haut du second ordre. Nous pouvons déterminer graphiquement, pour les deux configurations, le coefficient de surtension et les bornes basses des bandes passantes pour une variation de gain inférieure en valeur absolue à 3 dB. Ainsi définie la bande passante correspond aux plages de fréquence sur lesquelles la sensibilité du capteur (le gain) peut être considérée constante à - 30% / + 40%. La limite supérieure de la bande passante spécifiée par le constructeur est de l'ordre de quelques dizaines de Hertz.

Sans résistance de shunt :

Le gain, ou la sensibilité, est de 276,1 V / m / s pour une valeur nominale de 276 V / m / s. Nous observons une surtension que nous estimons graphiquement au moyen des curseurs.

$$Q = \frac{513,4}{276,1} \approx 1,86 \quad (4.3-42)$$

Le facteur Q obtenu par calcul étant égal à :

$$Q = \frac{1}{2 \times 0,28 \times \sqrt{1 - 0,28^2}} \approx 1,86 \quad (4.3-43)$$

La borne basse de la bande passante est de 1,616 Hz.

Avec une résistance de shunt de 9000 Ω :

- La sensibilité de 171 V / m / s est égale à la valeur nominale.
- La surtension a disparue.
- La borne basse de la bande passante est de 0,9897 Hz.

En conclusion, il apparaît évident que la réponse en fréquence est beaucoup plus linéaire lorsque le géophone est shunté. Ci-après, figurent les tracés de la phase des fonctions de transfert du géophone utilisé respectivement en circuit ouvert et chargé par une résistance de shunt. Ces tracés sont obtenus selon l'équation (4.3-26).

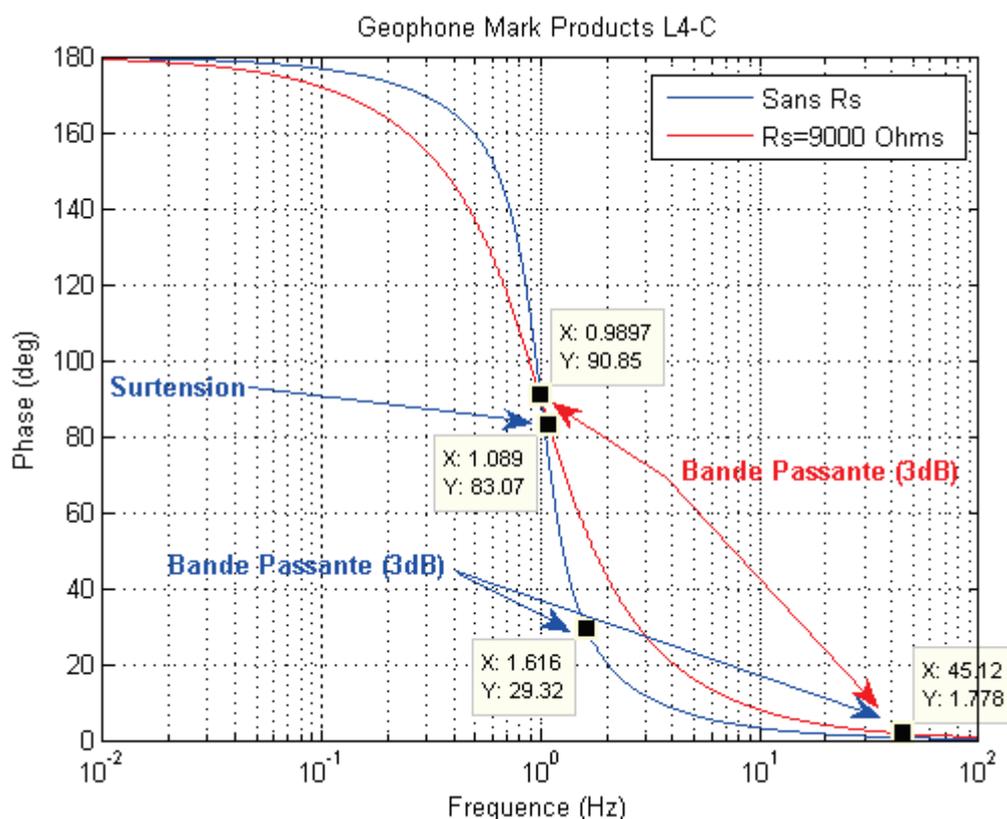


Figure 4.3-8 : Phase de la fonction de transfert du géophone L4-C

Les tracés correspondent à ceux de filtre passe haut du second ordre. Le point proche de 1 Hz, fréquence nominale de résonance, est un point de symétrie.

4.3.a.4 Résumé des principales caractéristiques :

Le géophone est un capteur de vitesse de déplacement de l'onde vibratoire.

Sa bande passante est limitée :

- En basse fréquence : par la fréquence de résonance du système mécanique (de quelques dixième à dizaines Hertz.
- En haute fréquence par l'inertie de la masse sismique ici de 1kg.

La valeur de la masse sismique définit également la finesse du capteur, soit son influence sur la grandeur mesurée (ou mesurande). Les géophones sont généralement utilisés pour la surveillance sismique ou l'étude vibratoire de structures de masse importante au regard de leur masse sismique. Ces capteurs possèdent donc une finesse élevée.

Par conception, peu sensible à la température, le constructeur ne spécifie aucun terme associé à une telle source d'influence.

De part son principe de fonctionnement, le géophone est évidemment très sensible aux champs magnétiques. De plus, les éléments mobiles entraînent une fragilité, et un vieillissement demandant un soin particulier.

Enfin, il est nécessaire de rendre la réponse de ce capteur la plus linéaire possible, ceci au moyen d'une résistance de shunt. Elle permet de modifier le facteur d'amortissement éliminant ainsi la surtension apparaissant à la fréquence de résonance.

Lors des mesures, la résistance de shunt R_s n'est pas physiquement présente.

Les données recueillies (échantillons temporels) sont alors corrigées par traitement logiciel.

Cela présente de nombreux avantages :

- Ne pas à avoir à relier autant de résistances de shunt que de géophones utilisés (ici au nombre de 12).
- Une valeur de correction unique pour chaque géophone et non pas fonction de chaque résistance de shunt.
- Une valeur de résistance de shunt, et donc de correction, stable, ne dérivant pas dans le temps comme tout composant électronique.

4.3.b Accéléromètre PCB Piezotronics 393B05

Le mesurande de ce type de capteur est l'accélération. Selon la technologie utilisée, la grandeur de sortie sera différente. Selon le phénomène mesuré, les types d'accélération rencontrées sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Phénomène	Amplitude de l'accélération	Bande passante du capteur
Accélération d'un mobile (véhicule, avion...)	~ 10 g	~ 10 Hz
Accélération vibratoire	~ 100 g	~ 10 kHz
Chocs	~ 10 000 g	~ 100 kHz

Tableau 4-5 : Principaux types d'accélération

Dans notre cas, s'agissant d'un accéléromètre de type piézoélectrique, la grandeur de sortie est une charge électrique. Il nécessite donc l'utilisation d'un conditionneur permettant de transformer cette charge en une tension proportionnelle.



Figure 4.3-9 : Accéléromètre PCB 393B05

4.3.b.1 Structure et fonctionnement :

La figure, ci-dessous, présente le principe de fonctionnement d'un accéléromètre piézoélectrique.

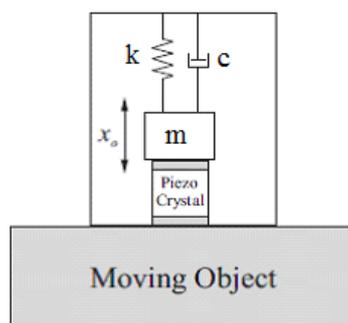


Figure 4.3-10 : Principe de l'accéléromètre piézoélectrique

D'après cette figure, nous pouvons en déduire le fonctionnement du capteur. La double flèche indique le degré de liberté, précisant ainsi la direction des accélérations pouvant être mesurées. La masse sismique soumise à de telles accélérations sera mise en mouvement imposant ainsi une pression sur l'élément piézoélectrique.

La piézoélectricité décrit le phénomène d'apparition de charges de signe opposé sur les faces d'un certain type de cristaux lorsqu'ils sont soumis à une contrainte mécanique.

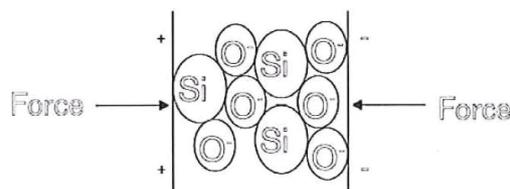


Figure 4.3-11 : Effet piézoélectrique

Les accélérations imposées à la masse sismique entraînent donc l'apparition de charges électriques sur élément piézoélectrique.

Les matériaux piézoélectriques sont repartis en plusieurs grandes familles dont les cristaux de quartz, les polymères, et les céramiques notamment. Les céramiques synthétiques dites « PZT » (pour oxyde de Plomb, Zirconium et Titane ou LZT pour *Lead-Zirconate-Titanate*) sont utilisées dans les accéléromètres piézoélectriques pour les propriétés qu'elles leur confèrent :

- Large plage d'utilisation en température
- Linéarité
- Sensibilité...

Parmi les caractéristiques d'un accéléromètre figure la « geometry sensing » que nous pouvons traduire par la géométrie de détection.

Celle-ci fait référence à la contrainte qui sera imposée à l'élément piézoélectrique sous l'effet de l'accélération à mesurer. Il peut s'agir d'une contrainte dite de :

- Compression
- Cisaillement
- Flexion

C'est sur ce dernier type de contrainte qu'est basé accéléromètre étudié.

La figure ci-dessous présente la structure mécanique d'un tel accéléromètre.

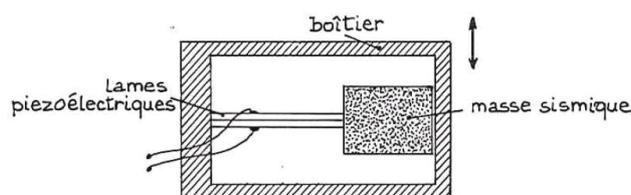


Figure 4.3-12 : Structure d'un accéléromètre piézoélectrique

Nous pouvons identifier sur cette figure les éléments suivants :

- La masse sismique.
- Les lames piézoélectriques.

Ces dernières maintiennent la masse sismique qui, en subissant une accélération dans une des directions de la double flèche, imposera aux lames une contrainte en flexion. Apparaîtront alors des charges électriques aux bornes de ces lames.

L'accéléromètre utilisé est dit « à électronique intégrée ». Les charges électriques apparaissant au niveau des lames piézoélectrique sont converties en tension au moyen d'un étage conditionneur. Ce conditionneur est basé sur l'utilisation d'un Amplificateur OPÉrationnel (AOP) généralement en technologie MOSFET ou JFET pour la grande impédance d'entrée qu'elles permettent d'obtenir. L'avantage de cette architecture réside dans le fait de s'affranchir des effets perturbateurs associés au câble de liaison entre le capteur et l'étage conditionneur.

- Effet triboélectrique :

Création de charges par frottement entre les isolants et les conducteurs d'un câble blindé ou coaxial. Ces frottements peuvent apparaître lorsque le câble est en contact avec des sources de vibrations (moteur, ventilateur...).

- Effet microphonique :

Ce problème est lié à la capacité linéaire formée par le câble blindé alors sensible aux variations de pression lorsque l'on écrase ou que l'on tord le câble. En effet, si la couche de diélectrique varie sous la pression, la capacité globale du câble change. Cette variation donne naissance à un signal qui s'ajoute à celui transmis par le câble.

- Sensibilité aux charges électrostatiques :

Lors du contact entre l'utilisateur, éventuellement porteur de charges électrostatiques, et le câble.

- Sensibilité à l'hygrométrie :

Trop élevée, elle favorise les effets électrochimiques. Ils trouvent leur origine dans le dépôt de sels ou de gras lors du contact manuel avec un conducteur (câble ou connecteur). L'humidité favorise alors l'apparition de résistances de fuite ou de fems parasites. Trop basse, elle favorise la création de charges électrostatiques.

En contre partie, l'intégration de l'électronique au sein du capteur réduit sa plage de température d'utilisation qui, pour un capteur piézoélectrique seul, peut aller de $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ à $+400\text{ }^{\circ}\text{C}$. Cette intégration fige également sa réponse en fréquence.

4.3.b.2 Modélisation et fonction de transfert :

Le fonctionnement mécanique d'un accéléromètre est également basé sur un système mécanique masse-ressort-amortisseur, dont le modèle est identique à celui présenté au chapitre 4.3.

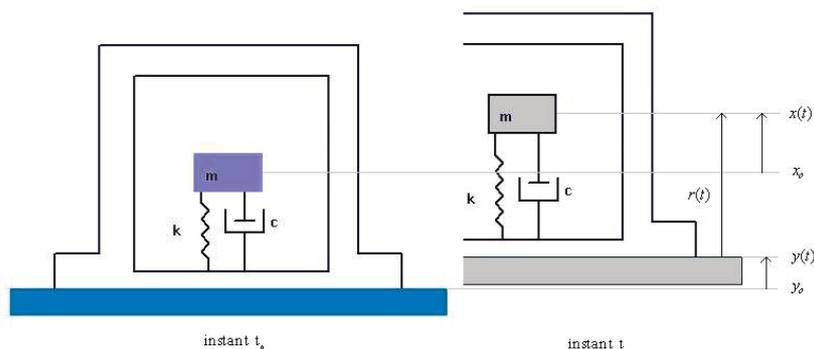


Figure 4.3-13 : Modélisation d'un accéléromètre

L'équation différentielle décrivant la position $x(t)$ de la masse sismique par rapport au boîtier de l'accéléromètre est donnée par l'équation (4.3-14) déjà établie lors de l'étude du géophone.

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} + c \frac{dr}{dt} + k r(t) = -m \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (4.3-14)$$

Partie mécanique :

La charge électrique $q(t)$ délivrée par les lames piézoélectriques est proportionnelle à la force \vec{F} appliquée, elle-même proportionnelle à la position de la masse sismique par rapport au boîtier. Nous avons donc :

$$q(t) = S_1 r(t) \quad (4.3-44)$$

S_1 étant le coefficient de cette proportionnalité.

Ecrivons les équations (4.3-14) et (4.3-44) dans le domaine de Laplace :

$$m p^2 R(p) + c p R(p) + k R(p) = -m p^2 Y(p) \quad (4.3-45)$$

$$Q(p) = S_1 R(p) \quad (4.3-46)$$

Par substitution :

$$m p^2 Q(p) + c p Q(p) + k Q(p) = -S_1 m p^2 X(p) \quad (4.3-47)$$

$$Q(p) [m p^2 + c p + k] = -(S_1 m) p^2 Y(p) \quad (4.3-48)$$

Identifications :

- La grandeur d'entrée du système comme étant l'accélération du mouvement du sol $p^2 Y(p)$.
- La grandeur de sortie du système comme étant la charge électrique sur les faces du cristal piézoélectrique $Q(p)$.

Nous obtenons la fonction de transfert mécanique en p de l'accéléromètre :

$$H_M(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{Q(p)}{p^2 Y(p)} \quad (4.3-49)$$

$$H_M(p) = \frac{-S_1 m}{m p^2 + c p + k} = -S_1 \frac{1}{p^2 + \frac{c}{m} p + \frac{k}{m}} \quad (4.3-50)$$

La pulsation propre ω_o et le facteur d'amortissement, ζ , étant définis comme précédemment :

- $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- $2\zeta\omega_o = \frac{c}{m}$

Nous avons :

$$H_M(p) = -S_1 \frac{\frac{1}{\omega_o^2}}{\frac{p^2}{\omega_o^2} + 2\zeta \frac{p}{\omega_o} + 1} \quad (4.3-51)$$

Posons $S_1 = 1 / \omega_o^2$ représentant la sensibilité mécanique de système masse-ressort-amortisseur. Il s'exprime en Coulomb / m / s². Avec $p = j\omega$, nous trouvons :

$$H_M(j\omega) = S_1 \frac{-\frac{1}{\omega_o^2}}{j^2 \omega^2 + j 2\zeta \omega_o \omega + \omega_o^2} \quad (4.3-52)$$

Soit en pulsation réduite :

$$H_M(j\omega) = \frac{-S_1}{1 + j 2\zeta \frac{\omega}{\omega_o} + \left(j \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2} \quad (4.3-53)$$

Nous reconnaissons la forme canonique d'un filtre passe bas du 2^e ordre, de gain S_1 , dont la pulsation de coupure est ω_o .

Partie électronique:

Le conditionnement du signal issu de l'accéléromètre est réalisé au moyen du montage de la figure ci-dessous.

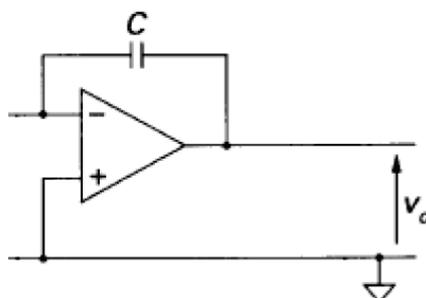


Figure 4.3-14 : Convertisseur charge électrique-tension

Si nous considérons un AOP idéal, son impédance d'entrée est infinie et il ne présente aucun offset (tension d'entrée différentielle nulle). Dans ces conditions, nous avons :

- Une tension nulle sur l'entrée inverseuse $V = 0$
- La tension de sortie $v_o = -v_c$ tension au borne de la capacité C .

Nous pouvons donc écrire :

$$v_o(t) = -Z i(t) = \frac{-1}{C j\omega} i(t) = \frac{-1}{C j\omega} \frac{dq}{dt} \quad (4.3-54)$$

Dans le domaine de Laplace, cette équation devient :

$$V_o(p) = -\frac{1}{C} Q(p) \quad (4.3-55)$$

Cependant, l'AOP étant non idéal, il présente une impédance d'entrée non nulle et donc un courant d'entrée non nul i_e . Il donc nécessaire d'assurer sa polarisation. C'est le rôle de la résistance R placée en parallèle sur C comme illustré sur la figure ci-dessous.

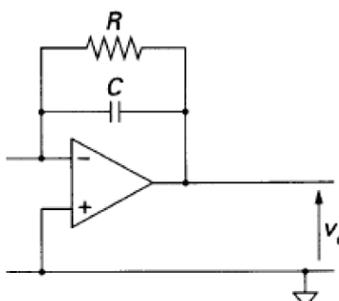


Figure 4.3-15 : Conditionneur pour capteur piézoélectrique

Nous avons alors de manière similaire :

$$v_o(t) = -Z i(t) = \frac{-R}{1 + RC j\omega} i(t) = \frac{-R}{1 + RC j\omega} \frac{dq}{dt} \quad (4.3-56)$$

Par transformation de Laplace, nous obtenons :

$$V_o(p) = -\frac{R}{1 + RC p} p Q(p) \quad (4.3-57)$$

Nous pouvons réécrire cette dernière équation en faisant apparaître le terme $-1 / C$:

$$V_o(p) = -\frac{1}{C} \frac{RC p}{1 + RC p} Q(p) \quad (4.3-58)$$

Posons :

- $S_2 = 1 / C$ la sensibilité électrique du conditionneur exprimée en Volt / Coulomb.
- $\tau = RC = 1 / \omega_c$ la constante de temps.

Finalement, en posant :

- L'accélération du mouvement du sol $Q(p)$ comme étant la grandeur d'entrée du système.
- La charge électrique sur les faces du cristal piézoélectrique $V_o(p)$ comme étant la grandeur de sortie.

Nous obtenons la fonction de transfert électrique du conditionneur :

$$H_E(p) = \frac{V_o(p)}{Q(p)} = -S_2 \frac{\tau p}{1 + \tau p} \quad (4.3-59)$$

$$H_E(p) = -S_2 \frac{\frac{p}{\omega_c}}{1 + \frac{p}{\omega_c}} \quad (4.3-60)$$

Avec $p = j\omega$, nous avons en pulsation réduite :

$$H_E(j\omega) = -S_2 \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad (4.3-61)$$

Nous reconnaissons la forme canonique d'un filtre passe haut du 1^{er} ordre, de gain S_2 , dont la pulsation de coupure est ω_c .

La fonction de transfert de l'accéléromètre, à électronique intégrée, est donnée par le produit des deux fonctions de transfert définies précédemment, soit :

$$H(p) = H_E(p)H_M(p) = \frac{p^2 Y(p)}{Vs(p)} \quad (4.3-62)$$

D'où :

$$H(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \times \frac{A}{1 + j 2 \zeta \frac{\omega}{\omega_o} + \left(j \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2} \quad (4.3-63)$$

Avec $A = (-S_I).(-S_2)$ sensibilité exprimée en Volt / m.s².

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - j \frac{\omega_c}{\omega}} \times \frac{A}{1 + j 2 \zeta \frac{\omega}{\omega_o} + \left(j \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2} \quad (4.3-64)$$

Les module et argument sont donnés par :

$$|H(j\omega)| = A \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \times \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + 4 \zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} \quad (4.3-65)$$

$$\text{Arg}(H(j\omega)) = -\text{Arg}\left(A \left(1 - j \frac{\omega_c}{\omega}\right)\right) - \text{Arg}\left(1 + j 2 \zeta \frac{\omega}{\omega_o} + \left(j \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right) \quad (4.3-66)$$

D'où la phase Ψ :

$$\psi = \operatorname{Arctg}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right) - \operatorname{Arctg}\left[\frac{2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right] \quad (4.3-67)$$

4.3.b.3 Etude de la fonction de transfert et identifications des caractéristiques :

Le type d'accéléromètre utilisé présente les caractéristiques suivantes :

Caractéristique	Spécification
Sensibilité	10 V / g
Bande passante à -3dB	0,2 à 2000 Hz (0,7 Hz à 450 Hz à ±5%)
Fréquence de résonance	$\geq 2,5$ kHz
Facteur d'amortissement	Non spécifié
Température d'utilisation	-18°C à 80°C

Tableau 4-6 : Spécifications de l'accéléromètre PCB 393B05

Aucun facteur d'amortissement, ζ , n'est spécifié par le constructeur, cependant celui-ci est généralement compris entre 0,02 et 0,03 pour un accéléromètre de ce type . Nous choisirons une valeur médiane de 0,025.

La sensibilité, A, de 10 V / g est équivalente à 1,02 V / m.s².

Nous prendrons $f_0 = 2,5$ kHz, soit $\omega_0 = 15\,700$ rd / s.

Ces valeurs posées, nous pouvons tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert de l'accéléromètre (équation (4.3-64)).

Ci-dessous figure le tracé du module de la fonction de transfert telle que définie par l'équation (4.3-65). Chaque curseur positionné sur cette courbe est associé à un couple de valeurs (X,Y) désignant respectivement la fréquence et le gain.

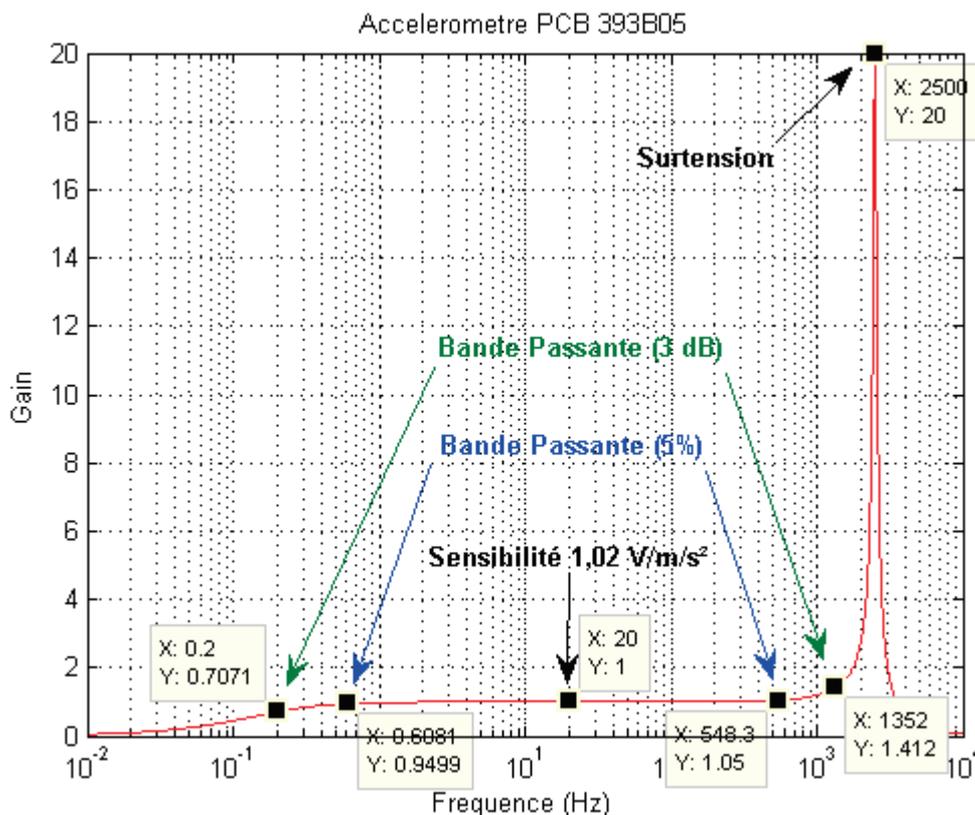


Figure 4.3-16 : Module de la fonction de transfert de l'accéléromètre 393B05

Observations :

La courbe obtenue correspond à l'association d'un filtre passe-haut et d'un filtre passe-bas, correspondant respectivement aux fonctions de transfert de la partie mécanique et de l'électronique intégrée à l'accéléromètre.

Elle présente une surtension à la fréquence $f_0 = 2,500$ kHz. Nous avons déterminé graphiquement deux bandes passantes, à 3dB et 5 %. Elles correspondent à la zone où le gain est égal à la sensibilité spécifiée, A, respectivement à -30 % / +40%, et ± 5 %.

Bande passante à 3dB : 0,2 Hz à 1352 Hz

Bande passante à 5%: 0,6081 Hz à 1,05 kHz

Les écarts avec les spécifications du constructeur sont dûs au choix 'arbitraire' de $\zeta = 0,025$.

Les amplitudes respectives des curseurs repérés « Sensibilité » et « Surtension » permettent de calculer le coefficient de surtension correspondant à ce coefficient d'amortissement :

$$Q = \frac{20}{0,9999} \approx 20,0 \quad (4.3-68)$$

Le facteur Q obtenu par calcul, avec $\zeta = 0,025$, étant égal à :

$$Q = \frac{1}{2 \times 0,025 \sqrt{1 - 0,025^2}} \approx 20,0 \quad (4.3-69)$$

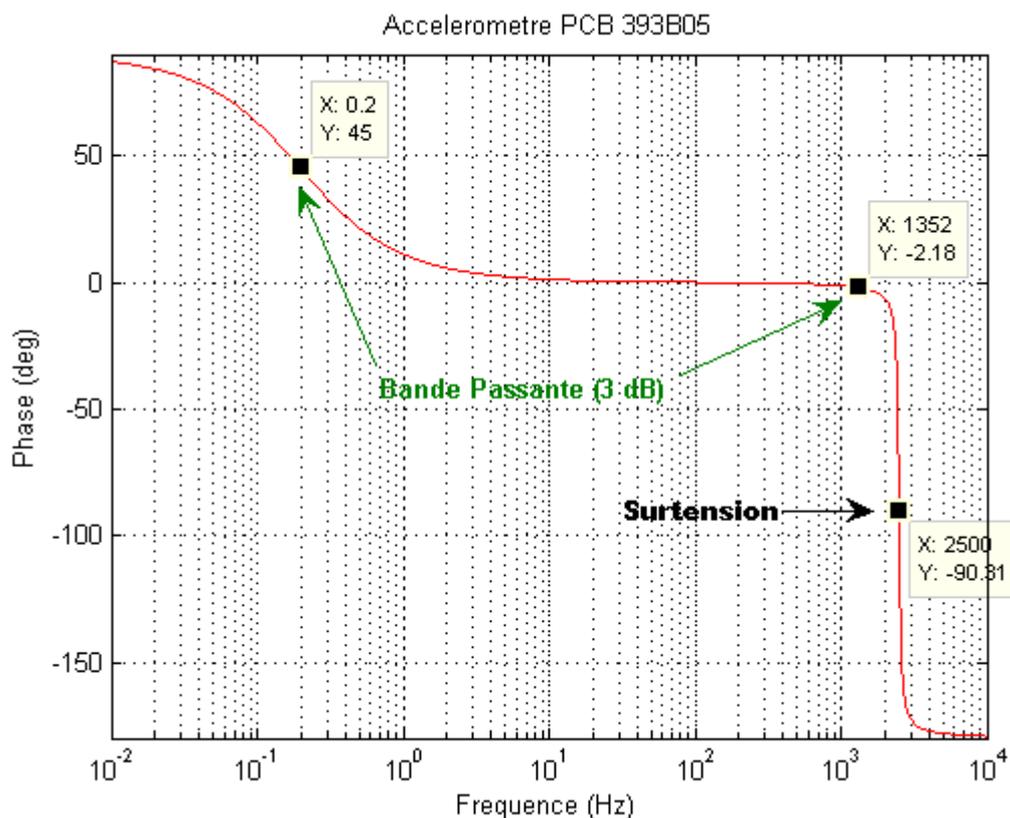


Figure 4.3-17 : Phase de la fonction de transfert de l'accéléromètre 393B05

Sur la courbe de phase de la fonction transfert figurent trois curseurs correspondant aux limites haute et basse de la bande passante à ± 3 dB ainsi qu'à la surtension.

4.3.b.4 Résumé des principales caractéristiques :

Tout d'abord les accéléromètres piézoélectriques ne permettent pas la mesure d'accélérations constantes (DC). En effet, d'un point de vue électrique, l'élément piézo-électrique se comporte comme une capacité coupant donc toute composante continue.

Comme nous pouvons le constater à la vue du Tableau 4-5, la bande passante de ce type d'accéléromètre à structure en flexion est adaptée à la surveillance sismique, de bâtiments et ouvrages d'art mais également aux mesures de vibrations de structures (accélération vibratoire).

La petite taille de la structure mécanique permet d'obtenir un comportement satisfaisant jusqu'à plusieurs centaines de Hertz.

Ces dimensions ainsi que la faible masse sismique, conduisent à la fabrication d'accéléromètre de faible poids (≈ 50 g dans notre cas) améliorant d'autant la finesse du capteur.

Enfin la faible sensibilité transverse (quelques pourcent), et la bonne linéarité de la sensibilité de l'ordre de quelques pourcents, de ces capteurs sont également à noter.

4.4 Fonctionnement et caractéristiques de l'enregistreur de signaux OROS OR36



Figure 4.4-1 : Enregistreur de signaux OROS OR36

4.4.a Structure et fonctionnement

La structure d'une des 16 voies de mesure de l'enregistreur apparaît sur le synoptique ci-dessous :

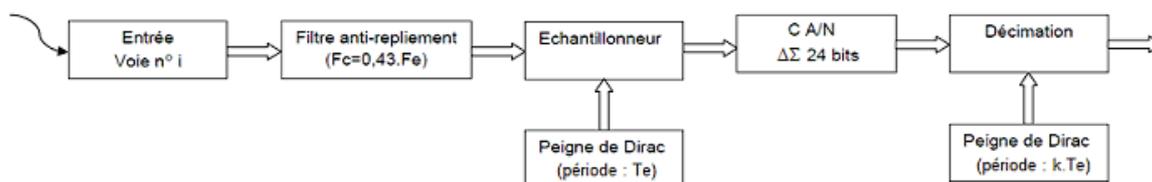


Figure 4.4-2 : Synoptique d'une voie de mesure enregistreur OROS OR 36

Nous pouvons attirer l'attention sur les points suivants :

- Cet enregistreur ne faisant pas appel au multiplexage des voies de mesure, chacune d'entre elles possède son propre Convertisseur Analogique / Numérique (CAN). Cette architecture permet l'acquisition synchrone des signaux.
- La conversion des signaux est confiée à des CAN sigma-delta offrant une résolution élevée et permettant de réduire le bruit de quantification par rapport à d'autres types de convertisseurs.

Ne disposant que de la documentation d'utilisation de cet appareil et non pas d'une documentation technique, ces informations sont déduites des spécifications du constructeur et nous ne pourrions pas approfondir plus avant son fonctionnement.

Cependant, l'instrumentation de la presse LVP utilisant également des convertisseurs analogique / numérique de type delta-sigma, le fonctionnement de ce type de convertisseur sera détaillé dans l'annexe F.

4.4.b Adaptation des entrées de mesure aux capteurs utilisés

Nous allons étudier ci-après, l'adaptation des entrées des voies de mesures de l'enregistreur pour chacun des types de capteur utilisés lors des mesures de vibrations sur la presse LVP.

4.4.b.1 Géophones Mark Products L-4C

Comme nous l'avons évoqué plus haut, lors de l'étude de ce capteur, celui-ci est utilisé sans la présence d'une résistance de shunt à ses bornes. La correction de la courbe de gain étant réalisée par traitement logiciel après l'acquisition des mesures.

Rappelons que le circuit électrique du géophone est un bobinage siège de l'apparition d'une tension proportionnelle au déplacement de la masse sismique. Ce bobinage peut être représenté par une inductance L_c en série avec une résistance R_c . Ce même circuit étant à son tour équivalent à un générateur de tension E dont la résistance de source est R_c .

Ce circuit est directement relié à l'entrée tension de l'enregistreur comme cela est représenté sur le schéma ci-dessous :

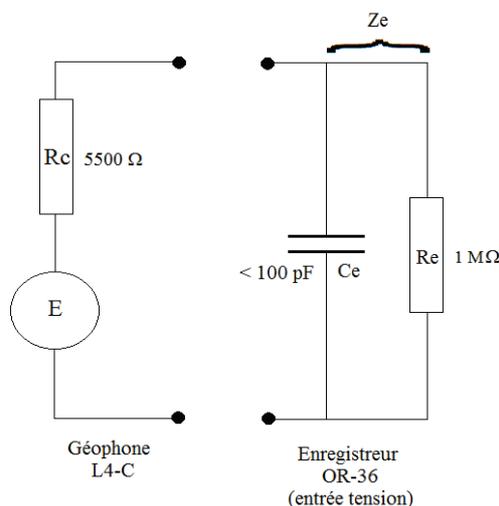


Figure 4.4-3 : Géophone L4-C relié à l'entre tension de l'enregistreur OR36

L'impédance d'entrée de l'enregistreur est spécifiée comme étant équivalente à une résistance, $R_e = 1 \text{ M}\Omega$ en parallèle avec une capacité, $C_e \leq 100 \text{ pF}$. Elle est donnée par :

$$|Z_e| = \frac{R_e}{\sqrt{1 + (R_e C_e 2\pi f)^2}} \quad (4.4-1)$$

La bande passante du géophone étant de l'ordre de 1 Hz à 100Hz. L'impédance d'entrée est sensiblement constante et égale à R_e (écart de -0,2% pour $f = 100 \text{ Hz}$ et $C_e = 100 \text{ pF}$). Elle est, de plus, bien supérieure à la résistance de source R_c , assurant ainsi l'adaptation au capteur.

4.4.b.2 Accéléromètre PCB Piezotronics 393B05

Cet accéléromètre possède un conditionneur intégré permettant ainsi d'obtenir en sortie du capteur un signal en tension proportionnelle à l'accélération mesurée. Afin d'exploiter ce type de capteur le mesureur doit posséder une entrée dite IEPE (Integrated Electronic PiezoElectric) ou ICP (Integrated Circuit Piezoelectric, nom déposé par la marque PCB Piezoelectric).

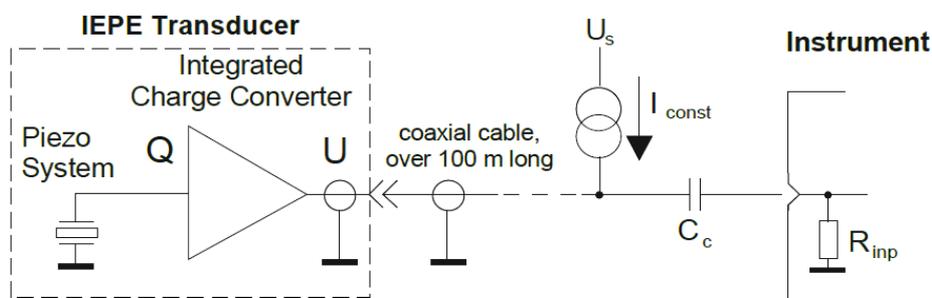


Figure 4.4-4 : Interface IEPE

Les fonctions de cette interface sont :

- Le filtrage anti-repliement est obtenu par sur-échantillonnage du signal. Cela permettant de tendre vers les caractéristiques attendues pour un tel type de filtre : une forte pente et de très faibles ondulations dans la bande passante.
- L'alimentation de l'électronique intégrée au capteur. Elle est assurée par une source de tension continue ($18\text{ V} \leq U_s \leq 30\text{ V}$). Cette alimentation se fait à courant constant au moyen d'un régulateur en courant ($2\text{ mA} \leq I_{const} \leq 20\text{ mA}$).
- L'élimination de la composante continue.

La tension de sortie U du capteur est composée d'un signal variable Vx fonction de l'excitation du capteur et d'une composante continue ($12\text{ V} \leq V_c \leq 14\text{ V}$). Cette tension de sortie n'est jamais négative. Sa borne supérieure est fonction de la tension d'alimentation U_s et sa borne inférieure par la tension de saturation de l'AOP de l'ordre de 0,5V.

Cela est illustré ci-dessous :

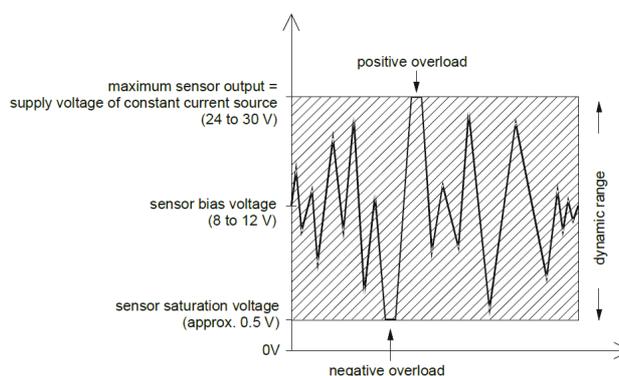


Figure 4.4-5 : Caractéristiques du signal de sortie d'un capteur IEPE

Le rôle de la cellule *Rimp-Cc* est d'éliminer la composante continue du signal de sortie U du capteur en s'assurant que sa fréquence de coupure soit compatible avec la fréquence minimale spécifiée pour le capteur.

Le fait que l'enregistreur OROS OR36 possède une interface IEPE garantit sa compatibilité avec l'accéléromètre utilisé répondant au même standard.

4.4.c Résumé des principales caractéristiques

Caractéristique	Spécification
Fréquence d'échantillonnage	2,048 kHz à 102,4 kHz
CA/N Delta-Sigma	24 bits
Filtre anti-repliement	Pente 400 dB / octave Ondulation : < 0,003dB Fréquence de coupure : $0,43.F_e$
Calibre	$\pm 17,5$ mV à ± 6 V $\pm 17,5$ mV à ± 6 V
Précision	$\pm 0,05$ dB @ 1kHz
Coefficient de température	<0,1 dB/°C
Impédance d'entrée	1 M Ω ($\pm 1\%$) // 100pF (max)

Tableau 4-7 : Spécifications de l'enregistreur OROS OR36

4.4.d Configuration adoptée pour les mesures de vibrations sur la presse

- $F_e = 2,048$ kHz
- Fréquence de coupure du filtre anti repliement : $0,43.F_e = 880,64$ Hz
- Décimation : $k = 4$ soit $f_s = F_e / k = 512$ Hz
- Sensibilité des voies de mesure dédiées aux géophones : 173 V/m/s
- Sensibilité de la voie de mesure dédiée à l'accéléromètre: 10 V/m/s

4.5 Analyse des résultats obtenus

Le rapport émis par les services internes de l'ESRF met en évidence :

- Mode de vibration horizontal :

Les premiers modes de vibration se trouvent à 6,5 Hz et 7 Hz.

Les vibrations de la dalle se retrouvent amplifiées au niveau de la structure, du moins selon l'axe Y, le capteur disposé sur la dalle selon l'axe X se révélant être défectueux.

- Mode de vibration vertical :

Un mode de vibration à 22 Hz a été identifié.

Aucun autre mode n'a pu être clairement identifié, les signaux recueillis étant trop faibles.

L'amplitude des signaux est sensiblement identique au niveau de l'outil D-DIA et au sommet de la presse. Cela indique que la presse se comporte comme un corps solide sans déformation.

- Compression - Décompression :

A la mise en pression de la presse (70 bars), des événements transitoires ont été enregistrés non visibles au niveau de sol ou de la table. Nous pouvons raisonnablement penser que leur origine se trouve liée à la mise en pression.

Peut-être s'agit-il de corrections de pression réalisées par l'opérateur (cf chapitre 5).

Au niveau de la dalle, des modes à 24,5 Hz et 49 Hz ont été mis en évidence et correspondent à la mise en route de machine tournante.

De même, un mode selon l'axe Y à 42 Hz a été identifié probablement lié au fonctionnement de pompes.

En conclusion :

- Ces mesures auront permis de caractériser le comportement de corps solide de la presse et d'identifier quelques modes propres pouvant servir à la modélisation mécanique de celle-ci.
- Elles pourront être à nouveau réalisées à la suite d'un incident sur la presse, à des fins de diagnostics, en examinant l'éventuelle évolution du contenu spectral de ces mesures.

5 Annexe E : Conditionneur

5.1 Rôle du conditionneur

Nous avons étudié au chapitre 3, les types de capteurs dont la presse LVP est équipée : Jauge de contrainte et rosette de jauges de contrainte. Ces capteurs ont pour mesurande la déformation longitudinale de la grille de mesure dont ils sont munis, image de la déformation de la structure sur laquelle ils sont fixés. Leur grandeur de sortie est une variation relative de la résistance de la grille de mesure.

Ces capteurs sont dit passifs, par opposition, aux capteurs actifs dont la sortie est assimilable à une source de tension, de courant, ou de charge électrique. Le conditionneur a pour fonction de transformer la variation relative de résistance électrique de la grille, en une tension continue idéalement proportionnelle à la déformation mesurée. Le conditionneur assure ainsi l'interface entre la source de signal et le reste de la chaîne d'acquisition. Nous verrons que le conditionnement est confié à un montage en pont dit de Wheatstone et que celui-ci permet plusieurs configurations que nous détaillerons car elles sont toutes disponibles sur les amplificateurs conditionneurs que nous utilisons.

5.2 Mesure de résistance électrique

Il existe deux principaux montages permettant de transformer une variation relativement faible de la résistance électrique d'un capteur tel qu'une jauge de contrainte, en une variation de tension électrique. Ils sont présentés ci-après.

5.2.a Montage potentiométrique

Ci-dessous figure le schéma du premier montage le montage potentiométrique.

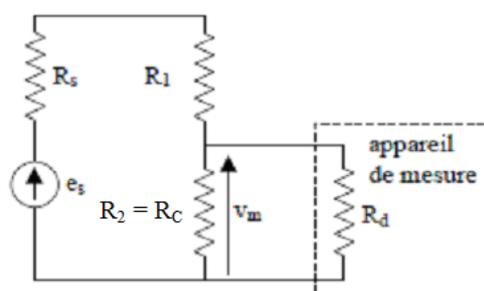


Figure 5.2-1 : Montage potentiométrique

Avec :

- e_s : Source de tension.
- R_s : Résistance de la source de tension.
- R_1 : Résistance fixe.
- $R_2 = R_c$: Résistance capteur présentée par la grille de la jauge de contrainte sous déformation.
- R_d : Résistance d'entrée de l'appareil de mesure.
- v_m : Tension de sortie.

Il s'agit d'un montage diviseur de tension, alimentée par une source de tension e_s . La tension de sortie est mesurée directement. Le rapport de division est alors fonction de la valeur de R_c .

$$v_m = \frac{R_2 R_d / (R_2 + R_d)}{R_s + R_1 + R_2 R_d / (R_2 + R_d)} e_s = \frac{R_c R_d}{R_c (R_s + R_1) + R_d (R_s + R_1 + R_c)} e_s \quad (5.2-1)$$

Pour ce qui est une jauge de contrainte, la résistance nominale R_{co} présentée par sa grille en l'absence de déformation, est telle que :

$$120\Omega \leq R_{co} \leq 1000\Omega \quad (5.2-2)$$

Cette résistance R_{co} se trouve en lieu et place de R_2 . Dans la pratique, il est souhaitable que l'appareil utilisé pour mesurer la tension de sortie v_m , possède une résistance d'entrée R_d très supérieure à R_{co} , permettant ainsi de considérer la tension mesurée comme égale à la tension à vide. C'est le cas lors de l'utilisation d'un voltmètre ou d'un amplificateur dont la résistance d'entrée est de l'ordre de 10 M Ω voire 10 G Ω pour les matériels haut de gamme. De même, il est préférable dans ce montage que la source de tension présente une résistance R_s négligeable devant R_c et R_1 . Nous avons ainsi les deux conditions souhaitables suivantes :

$$\begin{cases} R_s \ll R_c + R_1 \\ R_d \gg R_c \end{cases} \quad (5.2-3)$$

Qui dans ces conditions, nous donnent l'expression du diviseur résistif de tension :

$$v_m = \frac{R_c}{R_1 + R_c} e_s \quad (5.2-4)$$

Généralement R_1 est choisie égale à R_{co} , permettant ainsi de maximaliser la sensibilité du conditionneur $\left(\frac{\partial v_m}{\partial e_s} \right)$

Un des inconvénients du montage potentiométrique est la présence d'une tension continue en sortie lorsque le mesurande est nul. En effet, en l'absence de déformation, la résistance de la grille de la jauge R_c est alors égale à sa valeur nominale, R_{co} , et selon l'équation (5.2-4), v_{mo} n'est pas nulle mais égale à :

$$v_{mo} = \frac{R_{co}}{R_1 + R_{co}} e_s \quad (5.2-5)$$

Le montage potentiométrique présente également le désavantage d'être sensible au bruit et l'instabilité de la source de tension que nous retrouvons aux bornes de R_c .

5.2.b Montage en pont

Le schéma nous présente le deuxième montage dit montage en pont. Ce montage est appelé pont de Wheatstone.

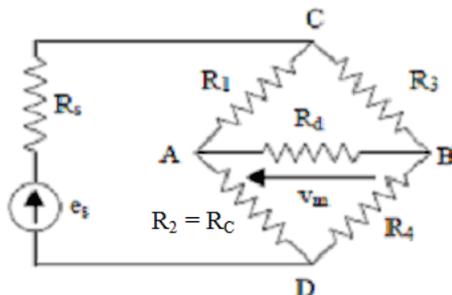


Figure 5.2-2 : Montage en pont de Wheatstone

Avec :

- e_s : Source de tension.
- R_s : Résistance de la source de tension.
- R_1, R_3, R_4 : Résistances fixes.
- R_c : Résistance présentée par la grille de la jauge de contrainte.
- R_d : Résistance d'entrée de l'appareil de mesure.
- v_m : Tension de sortie.

Nous identifions la mise en parallèle de deux diviseurs de tension, soit un double montage potentiométrique. Dans ce montage, deux résistances adjacentes agissent de manière opposée, alors que deux résistances opposées agissent de manière identique. Nous verrons, lors de l'étude des configurations de ce montage, que cette propriété permet d'en augmenter la sensibilité et de s'affranchir de l'influence de la température sur les jauges de contrainte.

Nous nous plaçons de nouveau dans les conditions assurant que la résistance de source soit négligeable devant les résistances du pont, R_1, R_c, R_3 , et R_4 , et que la résistance d'entrée de l'appareil de mesure soit très supérieure à celles-ci :

$$\begin{cases} R_s \ll R_c, R_1, R_3, R_4 \\ R_d \gg R_c, R_1, R_3, R_4 \end{cases} \quad (5.2-6)$$

Nous avons alors au point A :

$$v_A = \frac{R_2}{R_2 + R_1} e_s = \frac{R_c}{R_c + R_1} e_s \quad (5.2-7)$$

Au point B :

$$v_B = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_s \quad (5.2-8)$$

D'où la tension de sortie v_m :

$$v_m = v_A - v_B = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} e_s = \frac{R_c R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_c)(R_3 + R_4)} e_s \quad (5.2-9)$$

La condition d'équilibre permettant d'avoir en sortie du pont une tension nulle en l'absence de déformation de la grille, c'est-à-dire lorsque $R_c = R_{co}$, est obtenue à condition que les rapports de division des deux diviseurs résistifs soient égaux :

$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_{co}} &= \frac{R_3}{R_4} \\ R_1 R_4 &= R_{co} R_3 \end{aligned} \quad (5.2-10)$$

Nous ferons le choix de maximaliser la sensibilité du conditionneur $\left(\frac{\partial v_m}{\partial e_s} \right)$ en choisissant :

$$R_1 = R_3 = R_4 = R_{co} = R \quad (5.2-11)$$

La tension de sortie étant de nature différentielle, elle est bien moins sensible aux bruits et aux dérives de la source de tension alimentant les deux diviseurs puisque se compensant pour tout ou partie mutuellement.

Le montage en pont présente donc les avantages suivants par rapport au montage potentiométrique :

- Une tension de sortie nulle lorsque la déformation subie par la jauge est nulle.
- Une moindre sensibilité au bruit et à la stabilité de la source de tension.

Ceci explique le choix du montage en pont de Wheatstone pour réaliser le conditionnement du signal de sortie des jauges de contraintes.

5.3 Pont de Wheatstone

Trois configurations sont possibles, selon le nombre de jauges placées en lieu et place des résistances fixes constituant le pont :

- Montage quart de pont : 1 jauge.
- Montage demi pont : 2 jauges placées sur une branche du pont.
- Montage pont complet : 4 jauges placées sur les deux branches du pont.

Nous allons étudier ces diverses configurations et leurs propriétés en nous plaçant systématiquement dans les conditions décrites par la relation (5.2-6), considérant ainsi la résistance de source R_s comme nulle et la résistance R_d infinie.

5.3.a Montage quart de pont

Le montage quart de pont est la configuration retenue lors de l'instrumentation de la presse LVP par la société HBM. Le schéma est alors celui présenté ci-dessous :

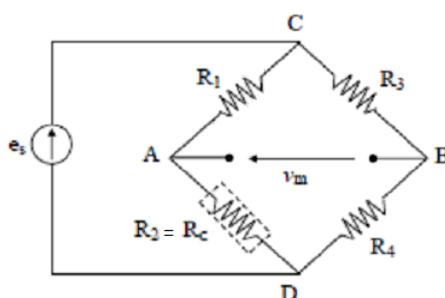


Figure 5.3-1 : Pont de Wheatstone – Montage quart de pont

Lorsqu'elle est soumise à des déformations mécaniques, la grille de la jauge présente une résistance variable telle que :

$$R_2 = R_c = R_{co} + \Delta R = R + \Delta R \quad (5.3-1)$$

La tension de sortie du pont n'est alors plus égale à zéro :

$$v_m = \frac{(R_{co} + \Delta R)R_3 - R_1R_4}{(R_1 + R_{co} + \Delta R_c)(R_3 + R_4)} e_s = \frac{(R + \Delta R)R - R^2}{(2R + \Delta R)2R} e_s = \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R} e_s = \frac{\Delta R}{R} \times \frac{1}{4 + \frac{2\Delta R}{R}} e_s \quad (5.3-2)$$

$$v_m = \frac{e_s}{4} \times \frac{\Delta R}{R} \times \frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R}} \quad (5.3-3)$$

Nous pouvons identifier, dans cette dernière équation, le terme $\frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R}}$ qui traduit la non linéarité du montage quart de

pont. Cette non linéarité est illustrée graphiquement sur la figure ci-dessous, sur laquelle est tracée la variation de la sensibilité du montage quart de pont (v_m / e_s) en fonction de la variation relative de la résistance de la jauge de contrainte ($\Delta R / R$) :

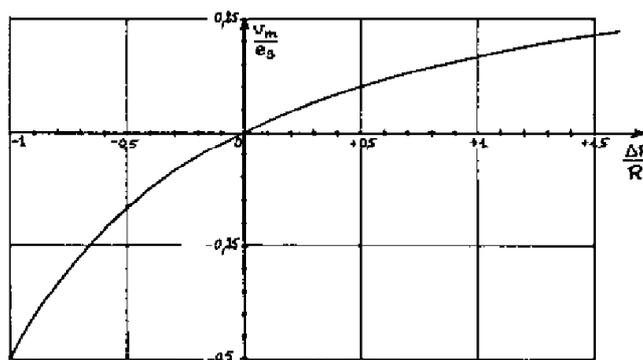


Figure 5.3-2 : Non linéarité du montage quart de pont

Il existe diverses méthodes permettant de s'affranchir de cette non linéarité. Ces méthodes sont soit de nature logicielle (après la numérisation du signal) soit de nature électronique. La méthode électronique la plus simple consiste à insérer la jauge de contrainte dans la boucle de contre réaction d'un Amplificateur Opérationnel (AOP). Le schéma est donné ci-dessous :

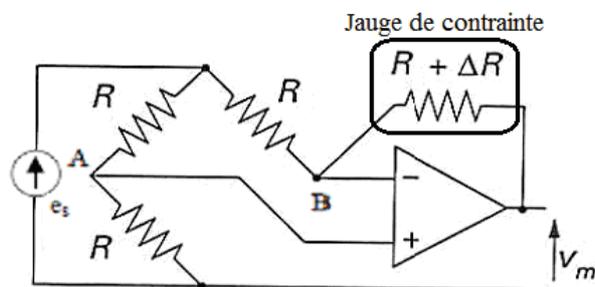


Figure 5.3-3 : Linéarisation du montage quart de pont

En supposant l'AOP idéal, les courants d'entrée et la tension différentielle vérifient :

$$i_{e+} = i_{e-} = 0 \quad (5.3-4)$$

et

$$v_d = v_A - v_B = 0$$

Dans ces conditions, d'après le schéma, nous avons :

$$v_A = \frac{R}{2R} e_s = \frac{e_s}{2} \quad (5.3-5)$$

$$v_B = \frac{(R + \Delta R)}{R + (R + \Delta R)} e_s + \frac{R}{R + (R + \Delta R)} v_m \quad (5.3-6)$$

Or :

$$v_A = v_B = \frac{e_s}{2} = \frac{(R + \Delta R)}{R + (R + \Delta R)} e_s + \frac{R}{R + (R + \Delta R)} v_m \quad (5.3-7)$$

D'où l'obtention d'un montage fournissant une tension de sortie v_m linéaire en fonction de $\Delta R / R$:

$$v_m = e_s \left(\frac{1}{2} - \frac{R + \Delta R}{R + (R + \Delta R)} \right) \frac{R + (R + \Delta R)}{R} = -\frac{e_s}{2} \frac{\Delta R}{R} \quad (5.3-8)$$

Cependant, en restreignant la variation relative de résistance de la grille de la jauge à une plage de $\pm 5\%$ de R , le montage quart de pont peut être considéré linéaire comme l'illustre le graphe ci-après.

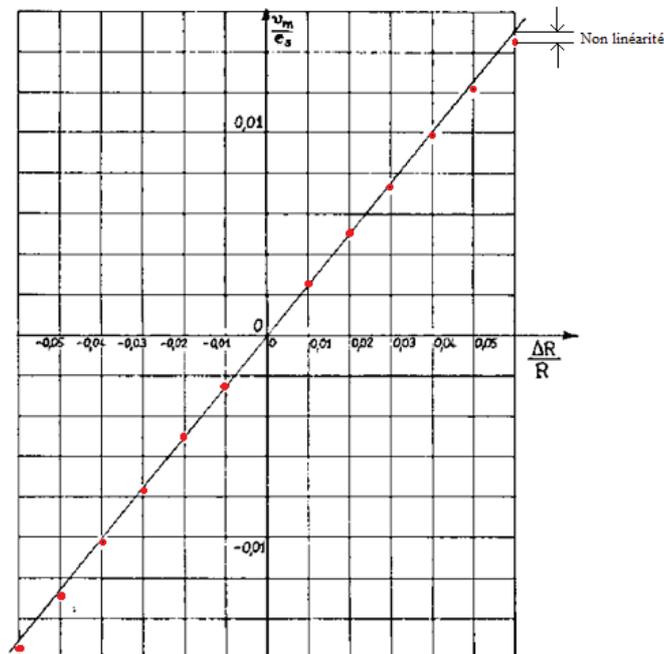


Figure 5.3-4 : Non linéarité du montage quart de pont au voisinage de zéro

Pour fixer les idées, une jauge présentant une variation relative de résistance de grille égale à $\Delta R / R = 0,05$ et un facteur de jauge $k = 2$ (Jauge en constantan, identique à celles installées sur la presse LVP), est soumis à une déformation de :

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \times \frac{\Delta R}{R} = 0,025 \quad \text{soit} \quad 25000 \mu\text{m/m} \quad (5.3-9)$$

Ci-dessous, figurent quelques valeurs d'erreurs de non linéarité en fonction de la déformation mesurée :

Déformation, $\mu\text{m/m}$	$\delta_1, \mu\Omega/\Omega$	Erreur
1000 (0.1%)	2000	0.1%
5000 (0.5%)	10 000	0.5%
10 000 (1%, grande déf.)	20 000	1.0%
100 000 (10%, rare)	200 000	10%

Tableau 5-1 : Erreurs de non linéarité de la réponse d'un pont de Wheatstone (montage 1/4pont et $k=2$)

Nous verrons que cette restriction est largement respectée lors de nos essais. En effet, les déformations maximales mesurées sont inférieures à $550 \mu\text{m/m}$ (soit $\Delta R / R = 0,0011 \ll 0,05$). Dans ces conditions la non linéarité est de :

$$\frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R}} = \frac{1}{1 + \frac{0,0011}{2}} \approx 0,99945 \quad (5.3-10)$$

Soit une erreur de linéarité maximale de $-0,055\%$ que nous pouvons négliger.

La tension de sortie peut alors s'écrire :

$$v_m = \frac{e_s}{4} \times \frac{\Delta R}{R} = \frac{e_s}{4} k \varepsilon \quad (5.3-11)$$

La sensibilité de l'ensemble jauge de contrainte – conditionneur (en supposant la jauge linéaire), est alors donnée par :

$$S = \frac{\Delta v_m}{\Delta \varepsilon} = \frac{e_s}{4} k \left(\frac{V}{\mu m / m} \right) \quad (5.3-12)$$

Nous pouvons également remarquer que le raccordement d'une jauge éloignée du conditionneur quart de pont, n'est pas sans influence.

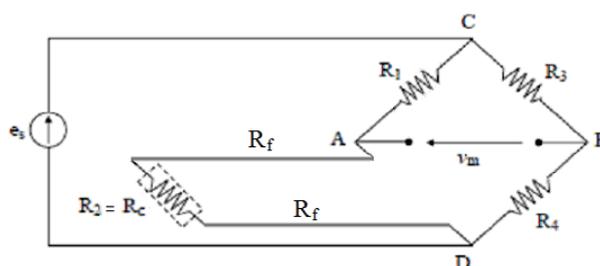


Figure 5.3-5 : Influence de la longueur des fils de raccordement – Montage quart de pont

La résistance, R_f , de chacun des fils est telle que :

- R_f est fonction de la température. Cette influence va se retrouver sur la tension de sortie du pont v_m .
- R_f désensibilise le pont, la résistance des fils s'ajoutant à la valeur de R_2 :

$$\text{ainsi } \frac{\Delta R_2}{R_2} \text{ devient } \frac{\Delta R_2}{R_2 + 2R_f} < \frac{\Delta R_2}{R_2} \quad (5.3-13)$$

La perte en ligne (chute de tension aux bornes de R_f), fait que la tension aux bornes de la jauge est inférieure à la tension, e_s , d'alimentation du pont.

R_f ne permet plus d'avoir une tension de sortie nulle en l'absence de déformation, les rapports de division de chaque diviseur n'étant plus égaux :

$$\frac{R_2 + 2R_f}{R_2} \neq \frac{R_3}{R_4} \quad (5.3-14)$$

Nous verrons comment réaliser la compensation des pertes en ligne dans les paragraphes suivants.

5.3.b Montage demi pont

Le schéma du montage demi pont figure ci-après :

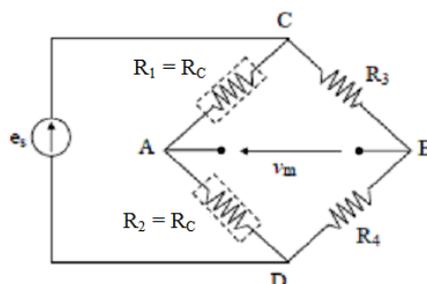


Figure 5.3-6 : Pont de Wheatstone – Montage demi pont

Nous pouvons observer qu'une branche du pont est constitué d'un diviseur fixe formé par R_3R_4 , l'autre branche formant un diviseur résistif variable formé par les résistances des deux grilles des jauges de contraintes R_1R_2 telles que :

$$\begin{aligned} R_1 &= R_c = R_{co} + \Delta R_1 \\ R_2 &= R_c = R_{co} + \Delta R_2 \end{aligned} \quad (5.3-15)$$

Déterminons la tension de sortie v_m d'après l'équation (5.2-9) :

$$v_m = \frac{(R_{co} + \Delta R_2)R_3 - (R_{co} + \Delta R_1)R_4}{(R_{co} + \Delta R_1 + R_{co} + \Delta R_2)(R_3 + R_4)} e_s = \frac{(R + \Delta R_1)R - (R + \Delta R_2)R}{(2R + \Delta R_1 + \Delta R_2)2R} e_s = \frac{\Delta R_1 - \Delta R_2}{4R + 2(\Delta R_1 + \Delta R_2)} e_s \quad (5.3-16)$$

Soit :

$$v_m = \frac{e_s}{4} \times \frac{\Delta R_1 - \Delta R_2}{R} \times \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{2R}} \quad (5.3-17)$$

A nouveau, apparaît dans cette équation, un terme, $\frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{2R}}$, traduisant la non linéarité du montage demi pont.

Examinons maintenant les deux montages associés à cette configuration.

5.3.b.1 Montage Push-Pull

Le montage est dit Push-Pull lorsque les deux jauges de contraintes, de même type, fonctionnent en opposition, c'est-à-dire qu'elles subissent des déformations opposées. Pour illustrer ce fonctionnement, nous pouvons imaginer équiper la lame instrumentée utilisée lors des essais décrits dans l'annexe C, d'une deuxième jauge, J2, fixée sur la face inférieure de la lame comme cela est illustré ci-après :

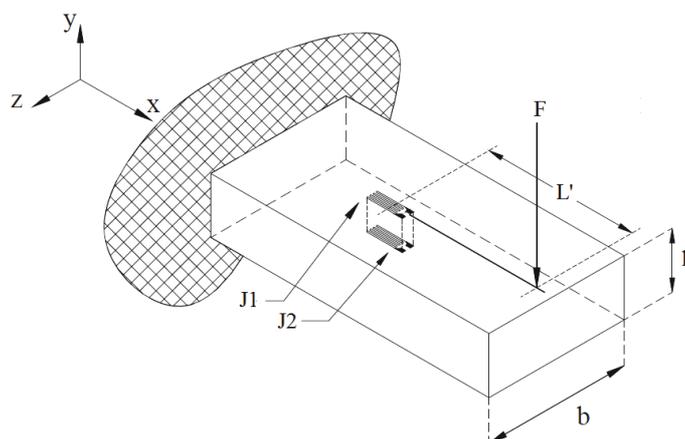


Figure 5.3-7 : Exemple d'application du montage demi pont Push Pull

Sous l'action de la force F, La jauge J1 subira une déformation positive due à la traction des mailles du réseau cristallin du métal constituant la lame. La jauge J2 positionnée symétriquement à J1 par rapport à l'axe neutre, subira une déformation opposée due à la compression des mailles du réseau cristallin. Nous pouvons écrire :

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 \quad (5.3-18)$$

$$\frac{1}{k_1} \times \frac{\Delta R_1}{R} = -\frac{1}{k_2} \times \frac{\Delta R_2}{R} \quad (5.3-19)$$

Or, les jauges étant de type identique, nous avons $k_1 = k_2$.

$$\Delta R_1 = -\Delta R_2 = \Delta R \quad (5.3-20)$$

Etablissons la tension de sortie d'après l'équation (5.3-17) :

$$v_m = \frac{e_s}{4} \times \frac{\Delta R_1 - \Delta R_2}{R} \times \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{2R}} = \frac{e_s}{4} \times \frac{\Delta R_1 + \Delta R_1}{R} \times \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1 - \Delta R_1}{2R}} \quad (5.3-21)$$

$$v_m = \frac{e_s}{2} \times \frac{\Delta R}{R} = \frac{e_s}{2} k \varepsilon \quad (5.3-22)$$

Nous pouvons immédiatement constater que la configuration Push-Pull offre l'avantage de supprimer la non linéarité du montage demi pont. Calculons la sensibilité de l'ensemble jauge de contrainte - conditionneur :

$$S = \frac{\Delta v_m}{\Delta \varepsilon} = \frac{e_s}{2} k \left(\frac{V}{\mu m / m} \right) \quad (5.3-23)$$

La sensibilité est doublée par rapport au montage quart de pont. Enfin s'agissant de jauges de type identique, fixées sur le même matériau et à proximité l'une de l'autre, elles sont soumises aux mêmes variations de température dont les influences respectives s'annuleront. Le montage Push-Pull est ainsi compensé en température.

5.3.b.2 Montage 3 fils

Comme nous l'avons vu au chapitre 5.3.a, dans le cas d'un montage quart de pont, le raccordement d'une jauge éloignée du conditionneur pose problème. La résistance de la connectique non négligeable, venant perturber le fonctionnement du conditionneur. Le montage demi pont et un câblage en 3 fils, permettent d'améliorer le fonctionnement du conditionneur dans ces conditions en intégrant une partie de la résistance des fils de connexion dans deux branches contigües du pont.

Ce montage nécessite que les fils soient de même nature et de même longueur afin que leurs résistances soient identiques, et placés à proximité les uns des autres garantissant ainsi qu'ils soient soumis aux mêmes variations de températures, rendant ainsi les variations de leurs résistances égales. Deux configurations sont possibles.

- Troisième fil relié à la source :

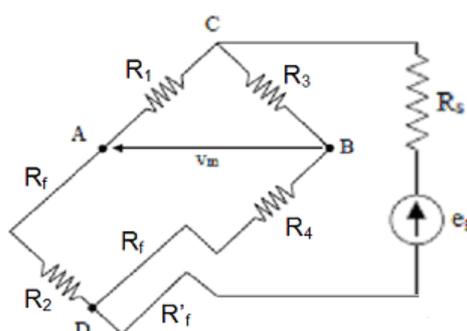


Figure 5.3-8 : Montage 3 fils : Troisième fil relié à la source

Dans cette configuration, chacune des résistances de câblage R_f s'ajoutent respectivement aux résistances R_2 et R_4 . Placées dans des branches contigües du pont, les variations de R_f dues aux variations de température, s'annulent. Ainsi en l'absence de déformation, nous conservons l'équilibre du pont et donc une tension de sortie nulle :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_{co}}{R_{co} + R_f} = \frac{R}{R + R_f} \quad (5.3-24)$$

La résistance R'_f du troisième fil vient s'ajouter à la résistance R_s de la source de tension. La tension parasite, e'_f , pouvant apparaitre au borne de ce fil, vient elle s'ajouter à la tension de sortie de la source e_s . Il faut donc s'assurer que :

$$\begin{cases} R'_f + R_s \ll R_{co} \\ e'_f \ll e_s \end{cases} \quad (5.3-25)$$

Dans le cas contraire, la mesure de la tension de sortie v_m peut être perturbée et la sensibilité du pont diminuée. Cependant, ces conditions sont en général facilement réalisables.

- Troisième fil relié à l'appareil mesurant la tension de sortie :

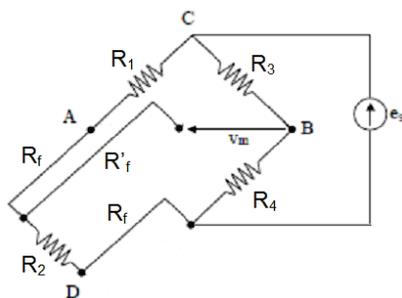


Figure 5.3-9 : Montage 3 fils : Troisième fil relié à l'appareil de mesure

Ici, il faut respecter les conditions suivantes :

$$\begin{cases} R'_f \ll R_d \\ e'_f \ll v_m \end{cases} \quad (5.3-26)$$

La sensibilité n'est pas modifiée avec ce montage car il permet de s'affranchir des pertes en lignes dans les résistances R_f en alimentant le pont aux bornes de R_3 et R_4 et en mesurant v_m tel qu'indiqué. Si la première condition est facile à satisfaire, ce n'est pas le cas de la seconde car la tension de sortie v_m est généralement de quelques dizaines de millivolts.

Pour cette dernière raison, il est préférable, dans une configuration 3 fils, de relier le troisième fil à la source.

5.3.c Configuration pont complet

Le montage en pont complet figure ci-dessous.

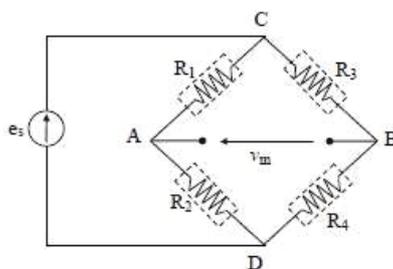


Figure 5.3-10 : Pont Wheatstone – Pont complet

Dans ce montage, quatre jauges de contraintes de même type sont utilisées en lieu et place des résistances fixes. Chacune de ces quatre jauges voit sa résistance de grille varier en fonction de la déformation subie:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_{co} + \Delta R_1 \\ R_2 &= R_{co} + \Delta R_2 \\ R_3 &= R_{co} + \Delta R_3 \\ R_4 &= R_{co} + \Delta R_4 \end{aligned} \quad (5.3-27)$$

Déterminons la tension de sortie v_m à partir de l'équation (5.2-9) :

$$v_m = \frac{(R_{co} + \Delta R_2)(R_{co} + \Delta R_3) - (R_{co} + \Delta R_1)(R_{co} + \Delta R_4)}{(R_{co} + \Delta R_1 + R_{co} + \Delta R_2)(R_{co} + \Delta R_3 + R_{co} + \Delta R_4)} e_s \quad (5.3-28)$$

Soit, avec $R_{co} = R$:

$$v_m = \frac{R(\Delta R_2 + \Delta R_3 - \Delta R_1 - \Delta R_4) + \Delta R_2 \Delta R_3 - \Delta R_1 \Delta R_4}{4R^2 + 2R (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \Delta R_3 + \Delta R_4) + \Delta R_1 \Delta R_3 + \Delta R_1 \Delta R_4 + \Delta R_2 \Delta R_3 + \Delta R_2 \Delta R_4} e_s \quad (5.3-29)$$

Selon la disposition des jauges dans le pont et leur emplacement sur la structure surveillée, de nombreux montages sont envisageables comme celui présentées ci-dessous :

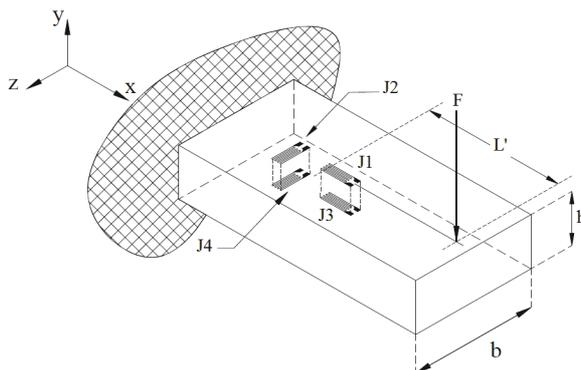


Figure 5.3-11 : Exemple d'application du montage en pont complet

Il s'agit d'une lame en flexion qui, ainsi instrumentée, est dénommée Pont de Poisson. Les déformations mesurées sont :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 = -\varepsilon_3 \\ \varepsilon_2 &= -\varepsilon_4 = -\nu \varepsilon \end{aligned} \quad (5.3-30)$$

Avec :

- ν : Coefficient de Poisson du matériau constituant la lame.

La tension de sortie est :

$$v_m = \frac{e_s}{2} k [(1 + \nu) \varepsilon] \quad (5.3-31)$$

Dans cet exemple, de part leur position dans le pont de Wheatstone, les jauges se compensent en température.

5.3.c.1 Montage Push-Pull

Ce montage fonctionne selon le même principe que le montage Push-Pull en demi pont.

Les jauges de contraintes fonctionnent deux à deux en opposition en mesurant des déformations opposées :

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = \varepsilon_4 \quad (5.3-32)$$

D'où :

$$\frac{1}{k_1} \times \frac{\Delta R_1}{R} = -\frac{1}{k_2} \times \frac{\Delta R_2}{R} = \frac{1}{k_4} \times \frac{\Delta R_4}{R} = -\frac{1}{k_3} \times \frac{\Delta R_3}{R} \quad (5.3-33)$$

Les jauges sont de type identique, nous avons donc $k_1 = k_2 = k_3 = k_4$, ce qui nous donne :

$$-\Delta R_2 = -\Delta R_1 = \Delta R_3 = -\Delta R_4 = \Delta R \quad (5.3-34)$$

Etablissons la tension de sortie à partir de l'équation (5.2-9) :

$$v_m = \frac{(R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3) - (R_1 - \Delta R_1)(R_4 - \Delta R_4)}{(R_1 - \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 - \Delta R_4)} e_s = \frac{(R + \Delta R)(R + \Delta R) - (R - \Delta R)(R - \Delta R)}{(R - \Delta R + R + \Delta R)(R + \Delta R + R - \Delta R)} e_s \quad (5.3-35)$$

Au final :

$$v_m = e_s \frac{\Delta R}{R} = e_s k \varepsilon \quad (5.3-36)$$

La configuration Push-Pull est, par conséquent, linéaire. La sensibilité de l'ensemble jauge de contrainte - conditionneur est :

$$S = \frac{\Delta v_m}{\Delta \varepsilon} = e_s k \left(\frac{V}{\mu m / m} \right) \quad (5.3-37)$$

Elle est doublée par rapport au montage demi pont et quadruplée par rapport au montage quart de pont.

S'agissant de jauges de type identique, fixées sur le même matériau et à proximité l'une de l'autre, elles sont soumises aux mêmes conditions de température dont les influences respectives s'annuleront. Le montage Push-Pull est compensé en température.

5.4 Montage 4 fils

Ce montage est illustré ci-dessous dans une configuration en pont complet. Remarquons que la tension de sortie du pont est appliquée, non pas à un appareil de mesure, mais à un amplificateur.

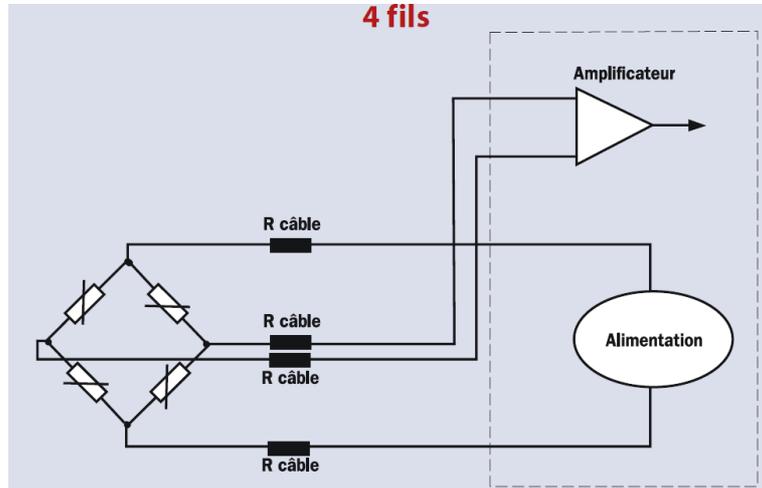


Figure 5.4-1 : Montage 4 fils

Sur ce schéma nous trouvons :

- 2 fils d'alimentation provenant de la source de tension e_s (« Alimentation »).
- 2 fils amenant en entrée de l'amplificateur la tension de sortie du pont v_m .

Dans ce montage, le câblage n'a aucune influence sur l'équilibre du pont. Cependant, comme nous l'avons vu au chapitre 5.3.a, la perte en ligne dans les câbles provenant de l'alimentation vient dégrader la sensibilité du conditionneur.

5.5 Montage 6 fils

Ci-dessous, le schéma de ce montage dans une configuration identique à celui du montage 4 fils (pont complet et amplificateur de mesure).

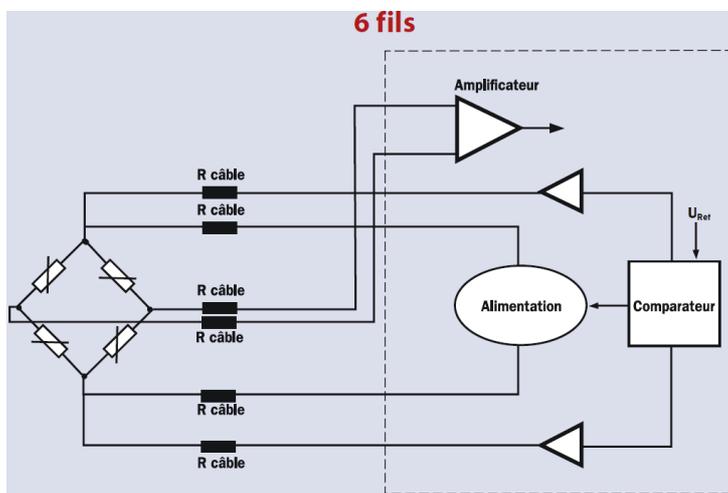


Figure 5.5-1 : Raccordement 6 fils

Nous trouvons :

- 2 fils d'alimentation provenant de la source de tension e_s (« Alimentation »).
- 2 fils amenant en entrée de l'amplificateur la tension de sortie du pont v_m .
- 2 fils s amenant en entrée d'un comparateur la tension d'alimentation aux bornes du pont.

Le rôle de ces deux derniers fils est de fournir une image de la tension d'alimentation e_s réellement présente aux bornes du pont à l'entrée comparateur. En retour, la sortie du comparateur commandera à l'alimentation d'augmenter sa tension de sortie afin que e_s soit égale à la valeur souhaitée U_{Ref} . Nous nous affranchissons ainsi de la perte en ligne du montage 4 fils.

Par son fonctionnement, le câblage 6 fils est disponible sur les amplificateurs conditionneurs HBM équipant la presse LVP, uniquement pour les montages demi pont et pont complet.

5.6 Système « KREUZER » HBM

Ce système de compensation du câblage des jauges a été développé en 1976 par Karl Hoffmann de la société HBM. Il permet, dans la configuration quart de pont, qui est la notre, le câblage des jauges en 4 fils. Le schéma de ce circuit est donné ci-dessous :

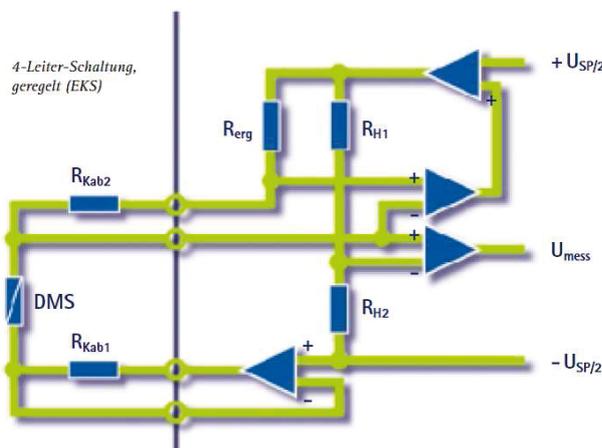


Figure 5.6-1 : Système « Kreuzer » - Montage quart de pont – 4 fils

Ce système est décrit par l'intitulé de la figure ci-dessus, « 4-Leiter-Schaltung-geregelt », comme un circuit en boucle fermée à 4 fils. Il dérive du pont de Wheatstone (trois résistances fixes R_{erg} , R_{H1} , R_{H2} , et du montage 6 fils par l'asservissement de la source de tension. La tension d'alimentation du pont, e_s , (U_{SP}) est symétrique et non plus unipolaire. Les chutes de tension dues aux résistances de câblage R_{KAB1} et R_{KAB2} sont compensées respectivement par comparaison à $-U_{SP2}$ et $+U_{SP2}$. Ce système permet de s'affranchir des résistances de câblage. Il compense également une influence de la température pouvant être différente sur chacun des câbles.

Le système « Kreuzer », associé à un montage quart de pont, est mis en œuvre sur la presse LVP.

5.7 Amplificateur

N'ayant pu obtenir de documentation technique auprès de la société HBM nous permettant de connaître précisément l'architecture de l'amplificateur conditionneur que nous utilisons, nous ne pouvons qu'en donner les caractéristiques qui lui sont demandées théoriquement :

- Une grande impédance d'entrée :
Respectant ainsi la condition sur R_d (équation (5.2-6)) et assurant un fonctionnement correct du conditionneur.
- Une forte rejection de mode commun :
Permettant de ne pas être sensible à la tension $e_s / 2$ présente aux deux points de mesure de la tension de sortie de v_m et due aux choix de maximaliser la sensibilité du conditionneur (équation (5.2-11)).
- Une bande passant de l'ordre de la centaine de kHz afin de ne pas filtrer les signaux issus de la jauge de contrainte

Ces caractéristiques sont très facilement réalisables au moyen des technologies actuelles mises en œuvre dans la réalisation d'amplificateur à semi conducteur.

6 Annexe F : Conversion analogique-numérique

Il s'agit des derniers maillons de la chaîne d'acquisition. Ils ont pour fonction de transformer le signal continu en sortie de l'amplificateur conditionneur, en un signal numérique. Rappelons qu'un signal numérique est signal échantillonné temporellement et dont l'amplitude a été quantifiée.

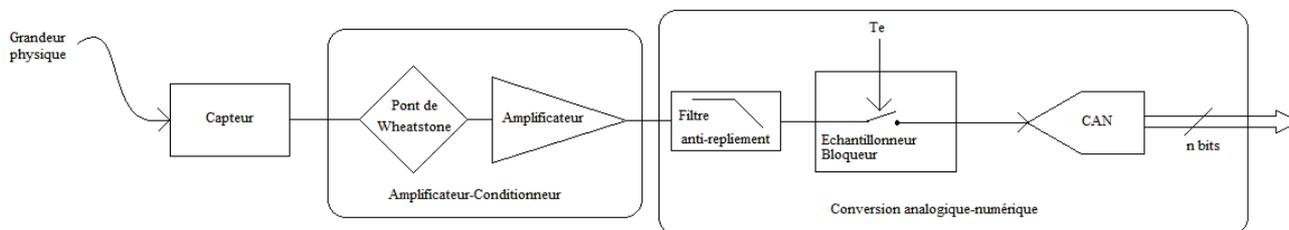


Figure 5.7-1 : Chaîne d'acquisition

Comme cela est illustré ci-dessus, l'obtention d'un signal numérique s'effectue en trois étapes :

- Filtrage du signal continu issu de l'amplificateur conditionneur afin de garantir une borne supérieure en fréquence.
- Échantillonnage du signal continu en sortie du filtre, réalisant ainsi une discrétisation du signal en temps réalisé par l'échantillonneur bloqueur.
- Quantification de l'amplitude du signal échantillonné, réalisant une discrétisation du signal en amplitude réalisée par le Convertisseur Analogique-Numérique (CAN).

Certaines des notions exposées ici (Peigne de Dirac, filtre idéal, échantillonnage...) sont détaillées dans l'annexe G et le chapitre 5.

6.1 Considérations pratiques de l'échantillonnage

Supposons un signal continu $x(t)$, de spectre $X(f)$, à support borné $[-B, B]$. Ceci est théorique car pour qu'il en soit ainsi, le signal temporel $x(t)$ doit être de durée infinie. Or, l'observation d'un signal est de durée nécessairement finie. Cette condition sur l'étendue spectrale n'est donc pas vérifiée. Aussi nous supposons le contenu spectral de $X(f)$ négligeable au delà de B .

L'échantillonnage de ce signal continu, est obtenu en multipliant $x(t)$ par un peigne de Dirac, suite infinie d'impulsions de Dirac espacées d'une durée $\tau = T_e$, dite période ou cadence d'échantillonnage.

$$\tilde{x}(t) = x(t) \times Pgn_{T_e}(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e) \quad (6.1-1)$$

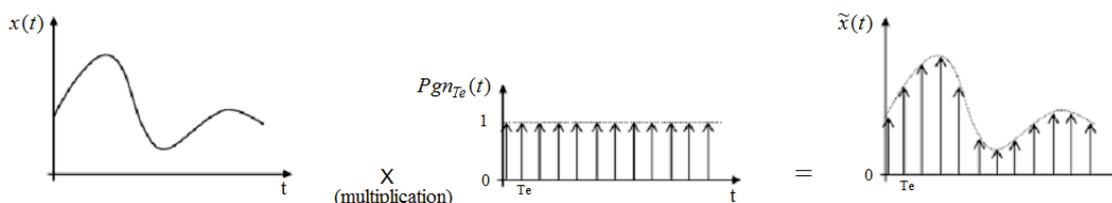


Figure 6.1-1 : Échantillonnage

Nous pouvons calculer le spectre du signal échantillonné :

$$X_{T_e}(f) = X(f) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T_e} \delta\left(f - \frac{n}{T_e}\right) \quad (6.1-2)$$

Le spectre $X_{T_e}(f)$ est continu. L'échantillonnage de $x(t)$ a pour conséquence de périodiser le spectre, $X(f)$ selon une période égale à la fréquence d'échantillonnage $F_e = 1/T_e$.

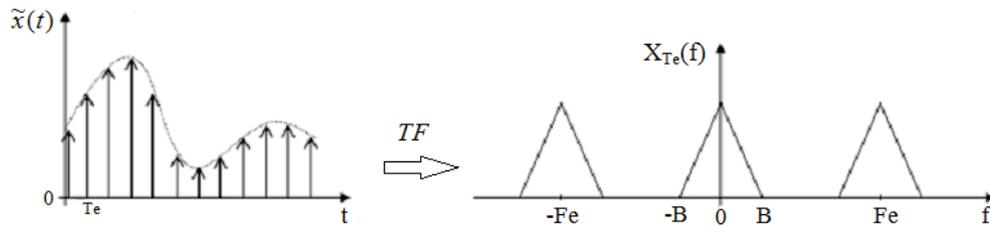


Figure 6.1-2 : Périodisation du spectre

Cela aboutit à deux contraintes :

- Veiller à ce que les spectres périodisés du signal échantillonné ne se chevauchent pas (phénomène d'*aliasing*), assurant ainsi la possibilité de reconstruire le signal continu à partir du signal échantillonné. Pour cela la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure ou égale à deux fois la borne supérieure fréquentielle B soit $F_e \geq 2B$: c'est le théorème de **Cauchy-Shannon**.

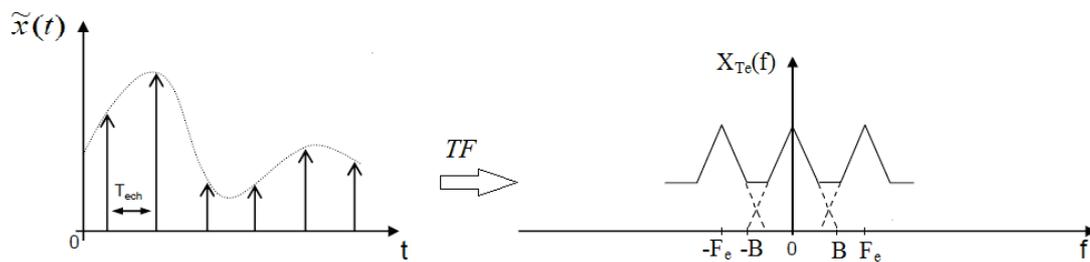


Figure 6.1-3 : Chevauchement de spectres (Aliasing)

- S'assurer qu'aucune fréquence supérieure à $F_e/2$ ne puisse être prise en compte par l'échantillonneur : c'est le rôle du filtre Anti-repliement.

6.2 Filtre Anti-Repliement

Idéalement, la fonction de transfert de ce filtre passe bas est une fonction porte, d'amplitude 1 sur toute l'étendue fréquentielle comprise $-F_N$ et $+F_N$ avec F_N fréquence de Nyquist telle que $F_e = 2 F_N$.

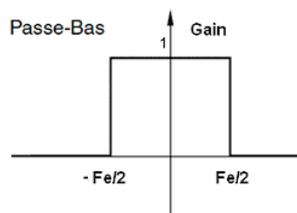


Figure 6.2-1 : Filtre anti-repliement idéal

$$H_{AR}(f) = \Pi_{f_N} = \begin{cases} 1, & |f| < \frac{F_e}{2} = F_N \\ 0, & |f| \geq \frac{F_e}{2} = F_N \end{cases} \quad (6.2-1)$$

Physiquement un tel filtre est irréalisable car sa réponse impulsionnelle est non causale. Le filtre Anti-Repliement de coupure f_c doit donc présenter une réponse la plus plate possible dans la bande passante, de 0 à f_c , et une pente la plus raide possible dans la bande de transition de f_c à $F_e/2 = F_N$, sous peine de transmettre des fréquences supérieures et donc d'entraîner un chevauchement des spectres. Une pente infinie étant irréalisable, il y a toujours un léger chevauchement. Enfin, le temps de retard de groupe, défini dans l'annexe G doit être constant, évitant ainsi de générer de la distorsion en fréquence. Un temps de groupe constant correspond à une phase variant linéairement en fonction de la fréquence.

Les principaux types de filtres passe bas présentent les propriétés suivantes :

- **Bessel** : La phase est très linéaire, mais la coupure n'est pas très raide.
- **Tchebychev** : Une coupure très raide, mais des ondulations dans la bande passante. La phase est moins linéaire que pour les filtres de Butterworth (ce qui introduit une légère déformation du signal).
- **Butterworth** : Dans la bande passante, la réponse est la plus plate possible (il n'y a pas d'ondulation). Quelque soit l'ordre n du filtre, l'affaiblissement à la fréquence de coupure est de -3dB. La phase est assez linéaire (les signaux sont peu déformés).

Lors de nos essais ; le filtrage anti-repliement était confié à un filtre passe-bas de Butterworth. En effet, il présente un bon compromis face aux contraintes que nous avons identifiées. La fonction de transfert d'un filtre d'ordre n de ce type, est de la forme :

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}} \quad (6.2-2)$$

La pente d'un filtre réel ne pouvant être infinie, la fréquence de coupure f_c est en générale inférieure à $F_e/2$.

6.3 Echantillonneur-Bloqueur

Le nom de cet étage décrit ses fonctions : prélever périodiquement la valeur d'un signal et la maintenir durant une durée θ suffisamment longue pour permettre au convertisseur analogique-numérique de réaliser la quantification de l'amplitude.

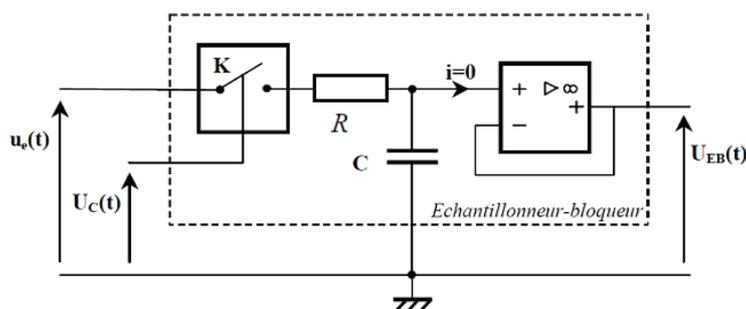


Figure 6.3-1 : Schéma de principe d'un Echantillonneur-Bloqueur

Avec :

- $U_e(t)$: Signal d'entrée issu du filtre anti-repliement.
- $U_c(t)$: Signal de commande de l'interrupteur K.
- $U_{EB}(t)$: Signal de sortie de l'échantillonneur-bloqueur.

A la fermeture de K, la capacité C se charge à une tension égale à celle de l'amplitude du signal présent en entrée $U_e(t)$. L'interrupteur K est en pratique un transistor MOS en commutation, la résistance R est alors la résistance drain source lorsque celui-ci est fermé (R_{DSon}). La valeur de C est choisie afin que son temps de charge (95% de $U_e(t)$ en un temps $t_c = 3RC$) soit le plus rapide possible. Le suiveur de tension constitué d'un AOP permet de présenter aux bornes de C une impédance idéalement infinie afin de ne pas modifier sa tension de charge maintenue jusqu'à la prochaine fermeture de K. Théoriquement, $U_c(t)$ est un peigne de Dirac.

Nous avons vu que l'opération d'échantillonnage se résumait, en théorie, à multiplier le signal par un peigne de Dirac. Or, la réalisation physique d'un peigne de Dirac est impossible. En effet, l'appareil devant générer ces impulsions posséderait un temps de réponse nul.

$U_c(t)$ est donc un signal périodique, d'impulsions rectangulaires de largeur θ et d'amplitude $1/\theta$, pondéré par l'amplitude du signal à échantillonner $x(t) = U_e(t)$ aux instants nT_e . Nous pouvons définir ces impulsions comme des fonctions portes centrées aux instants nT_e pondérées par $x(nT_e)$. Remarquons que lorsque θ tend vers zéro l'impulsion rectangulaire tendra à appartenir à la classe d'équivalence « distribution peigne de Dirac ».

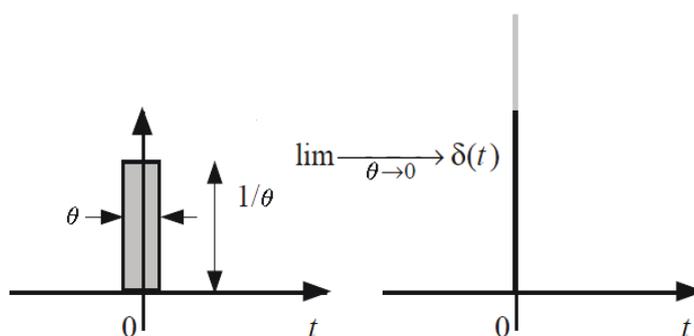


Figure 6.3-2 : Classe d'équivalence distribution de Dirac

Le signal $x_{EB}(t) = U_{EB}(t)$ est alors donné par :

$$x_{EB}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nTe) \times \Pi_{\theta} \left(t - \left(nTe + \frac{\theta}{2} \right) \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nTe) \left[\Pi_{\theta} \left(t - \frac{\theta}{2} \right) * \delta(t - nTe) \right] \quad (6.3-1)$$

Le terme $x(n.Te)$, étant une constante et le produit de convolution étant linéaire, nous pouvons écrire :

$$x_{EB}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(nTe) \times \delta(t - nTe)] * \Pi_{\theta} \left(t - \frac{\theta}{2} \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(t) \times \delta(t - nTe)] * \Pi_{\theta} \left(t - \frac{\theta}{2} \right) \quad (6.3-2)$$

Le signal échantillonné est un signal théorique qui ne représente que les valeurs aux instants d'échantillonnage de $x(t)$ et qui vaut « 0 » en dehors de ces instants. Le signal en sortie de l'échantillonneur est continu :

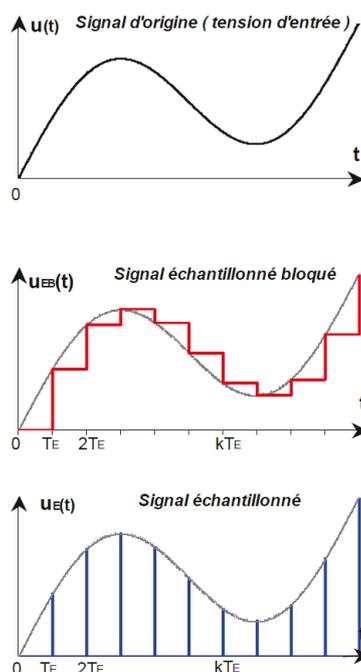


Figure 6.3-3 : Echantillonnage idéal et réel

Le spectre de $x_{EB}(t)$ s'obtient par Transformée de Fourier :

$$X_{EB}(f) = TF \{x_{EB}(t)\} = \left[X(f) * \frac{1}{Te} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta \left(f - \frac{n}{Te} \right) \right] \times \theta \frac{\sin(\pi f \theta)}{\pi f \theta} e^{-j2\pi f \theta} \quad (6.3-3)$$

Nous retrouvons la périodisation du spectre continu $X(f)$, spectre du signal continu $x(t)$. Cependant ce spectre sera pondéré en :

Amplitude par : $\frac{\theta}{Te} \frac{\sin(\pi f \theta)}{\pi f \theta}$, et

Phase par : $e^{-j2\pi f \theta}$

La largeur maximale des impulsions rectangulaires, θ , est de T_e . Dans ce cas le module du spectre $X_{EB}(f)$ sera pondéré par le terme en sinus cardinal centré en $f = 0$. En $f = B$, nous aurons :

$$\frac{\theta \sin(\pi f \theta)}{T_e \pi f \theta} = \frac{T_e \sin\left(\pi B \frac{1}{2B}\right)}{T_e \pi B \frac{1}{2B}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} \approx 0,6366 \quad (6.3-4)$$

Soit une atténuation de -3,9 dB.

Ci-dessous est donnée l'atténuation en fonction du temps de blocage θ relatif à T_e (durée θ/T_e).



Figure 6.3-4 : Atténuation du spectre du signal à $F_e/2$ en fonction du temps de blocage

6.4 Convertisseur analogique-numérique

Un Convertisseur Analogique-Numérique (CNA) assure la quantification c'est-à-dire l'attribution d'un code en fonction de l'amplitude du signal présent à son entrée et issu de l'échantillonneur bloqueur.

Les codages les plus courants sont pour les nombres non signés :

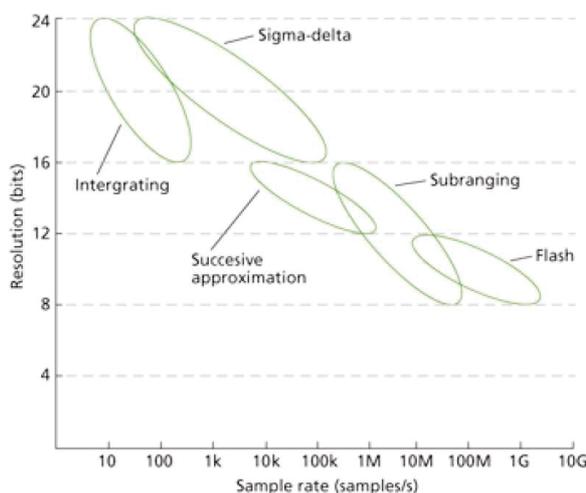
- Le binaire naturel
- Le B.C.D

Pour les nombres signés :

- Le complément à deux
- Le binaire signé (1XX pour les nombres négatifs et 0XX pour les positifs)
- Le binaire décalé

6.5 Les différents types de convertisseurs

Il existe une grande variété de convertisseur numérique-analogique. La figure ci-dessous compare les performances des principaux types de convertisseurs en termes de résolution (liée au nombre de bits de codage) et de vitesse d'échantillonnage (« Sample rate »).



Nous retrouvons les convertisseurs à rampe d'intégration (« Integrating »), approximation successive (« Successive approximation »), flash, semi-flash pipeline (« Subranging ») et Sigma-delta. Ce dernier type de convertisseur étant utilisé au sein de l'instrumentation HBM nous allons en détailler le fonctionnement. Mais avant cela, examinons les caractéristiques d'un CAN et les paramètres associés.

6.6 Fonction de transfert d'un convertisseur analogique-numérique

Nous savons que le signal en entrée du CAN est un signal continu $x_{EB}(t)$ issu de l'échantillonneur-bloqueur. Le signal de sortie du CAN est un code binaire correspondant à l'amplitude du signal x aux instants nTE . C'est donc en sortie du CAN que se fait la discrétisation du signal en temps et en amplitude. Cette opération de quantification consiste à approximer les valeurs de chaque échantillon temporel par un multiple d'une quantité élémentaire q . Deux méthodes existent :

6.6.a Approximation par arrondi

Cette méthode de quantification est dite centrée. L'échantillon $x(nTE)$ se voit attribuer le code nq selon l'approximation suivante :

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)q \leq x(nTE) < \left(n + \frac{1}{2}\right)q \quad \Rightarrow \quad x(nTE) = nq \quad (6.6-1)$$

Un exemple de fonction de transfert correspondant à un CAN fonctionnant par arrondi est donné ci-dessous :

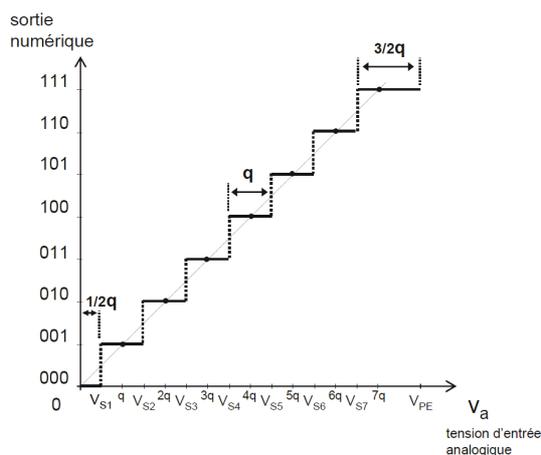


Figure 6.6-1 : Fonction de transfert - CAN approximation par arrondi

Nous pouvons observer que cette caractéristique est symétrique par rapport à la première bissectrice. Ici il s'agit d'un convertisseur unipolaire, la tension d'entrée V_a est positive ou nulle. Ce graphe permet de définir les paramètres suivants :

- Le nombre de bits (n) du code binaire (ici $n=3$ bits) délivré par le CAN.
- Le nombre de niveaux possibles : Au nombre de 2^n (Ici $2^3 = 8$ niveaux possibles).
- La Pleine Echelle (PE) : Tension d'entrée maximale du CAN notée V_{PE} .
- La résolution ou pas de quantification (q): Ce dernier possède plusieurs dénominations telles que quantum, échelon, bit de poids faible ou *Least Significant Bit* (LSB) : C'est la plus petite tension d'entrée que le CAN peut coder. Autrement dit, cela représente la plage de tension d'entrée V_a entre deux codes successifs.

$$q = \frac{V_{PE}}{2^N} \quad (6.6-2)$$

Un CAN peut également avoir un fonctionnement bipolaire acceptant en entrée une tension symétrique. Un exemple de fonction de transfert d'un CAN bipolaire à codage binaire décalé figure ci-dessous :

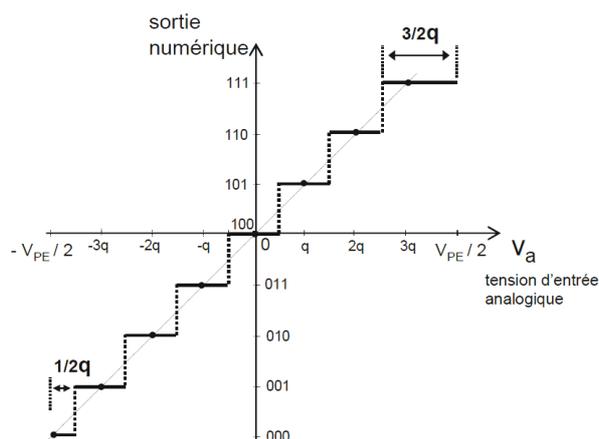


Figure 6.6-2 : Fonction de transfert - CAN bipolaire approximation par arrondi

6.6.b Approximation par troncature

Selon cette approximation l'échantillon $x(nTe)$ se voit attribuer le code nq si :

$$nq \leq x(nTe) < (n+1)q \Rightarrow x(nTe) = nq \quad (6.6-3)$$

La fonction de transfert est située sous la première bissectrice.

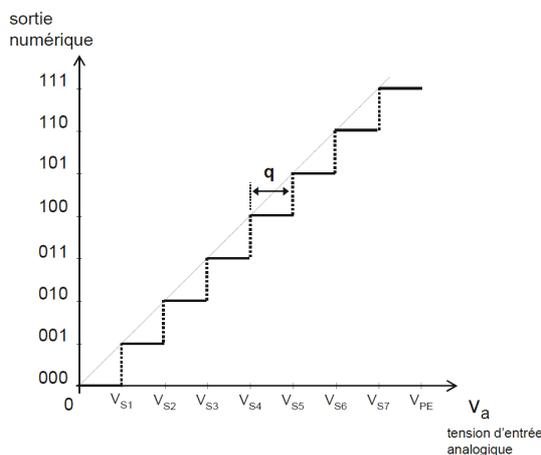


Figure 6.6-3 : Fonction de transfert - CAN approximation par troncature

Nous nous sommes limités ici aux quantifications linéaires. Cela signifie que q est constant (tous les échelons sont égaux). En téléphonie, par exemple, le pas de quantification est fonction du logarithme de la tension d'entrée V_a , ainsi le bruit est-il réduit sur les signaux de faibles amplitudes.

6.7 Précision statique d'un convertisseur analogique-numérique

Nous n'examinerons pas ici les caractéristiques dynamiques d'un CAN. La précision statique d'un CAN pour un code de sortie donné est l'écart entre la tension analogique d'entrée théorique et la tension réelle présente en entrée. La précision peut être exprimée en pourcentage de la valeur de V_{PE} ou en nombre de pas de quantification. Elle est fonction de plusieurs paramètres que nous allons définir en prenant l'exemple du CAN unipolaire par arrondi dont la caractéristique a été donnée en Figure 6.6-1.

6.7.a Erreur de zéro (Offset)

Aussi appelée erreur de décalage, elle traduit le fait qu'une tension d'entrée nulle ne correspond pas au code de sortie 00...0. Cela se traduit par un décalage horizontal de la caractéristique du CAN.

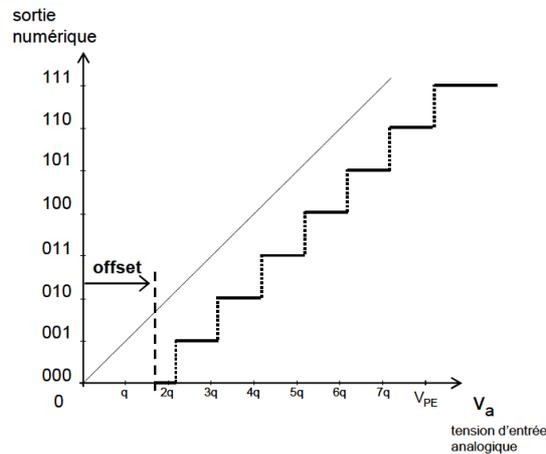


Figure 6.7-1 : Erreur de zéro – CAN approximation par arrondi

6.7.b Erreur de gain

La pente de la caractéristique du CAN n'est plus égale à 1. Cela se traduit par le fait que les centres des paliers ne se trouvent plus sur la première bissectrice.

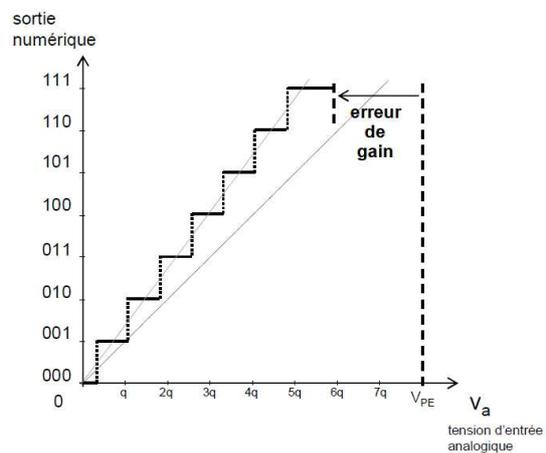


Figure 6.7-2 : Erreur de gain – CAN approximation par arrondi

6.7.c Erreur de linéarité

Nous distinguons deux erreurs de linéarité :

- Non linéarité intégrale ou *Integral Non Linearity* (INL) : Les pas de quantification ne sont pas tous égaux. Elle est quantifiée par l'écart entre le milieu du palier de tension correspondant à une sortie numérique et la première bissectrice.
- Non linéarité différentielle ou *Differential Non Linearity* (DNL) : Elle se mesure, pour une sortie numérique, par l'écart entre le quantum réel L et le quantum théorique q (LSB).

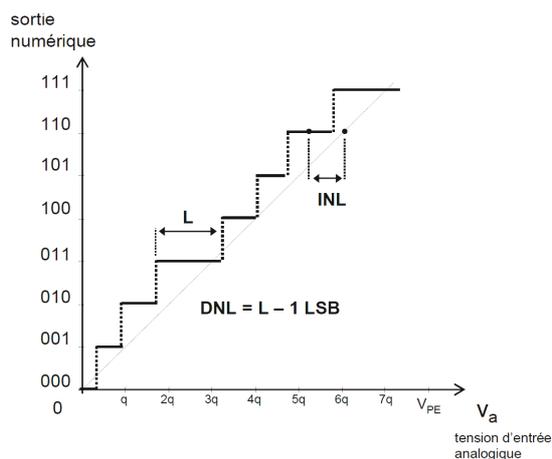


Figure 6.7-3 : Erreur de linéarité – CAN approximation par arrondi

6.7.d Codes manquants

Cette erreur se produit lorsque la non linéarité différentielle (DNL) est supérieure au pas de quantification.

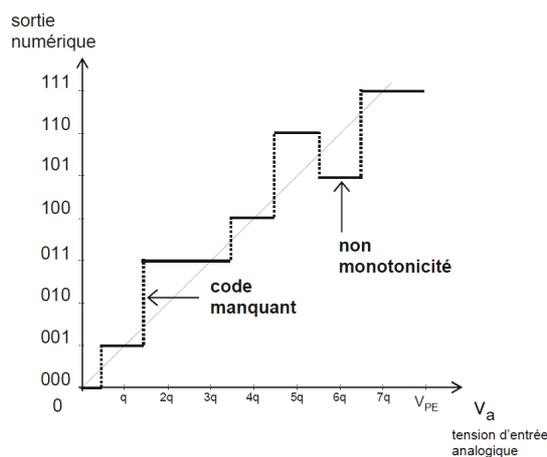


Figure 6.7-4 : Code manquant – CAN approximation par arrondi

6.7.e Bruit de Quantification

Le fait que toutes les valeurs de la tension analogique V_a comprises entre 2 codes numériques successifs sont converties en un seul code entraîne une erreur de quantification. Ainsi pour une rampe de tension allant de 0 à V_{PE} en entrée d'un CAN par arrondi, nous obtenons l'erreur de quantification ci-dessous :

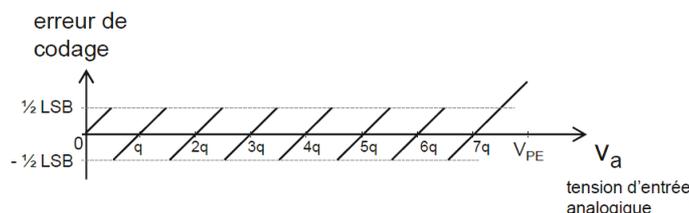


Figure 6.7-5 : Erreur de quantification – CAN approximation par arrondi

Nous observons que l'erreur de quantification a une probabilité égale de se trouver quelque part dans l'intervalle $[-q/2, q/2]$ ou $-1/2\text{LSB}$ à $1/2\text{LSB}$ sur le graphique ci-dessus. La répartition statistique de l'erreur de quantification d'un CAN par arrondi est équiprobable comme cela est représenté sur le graphe ci-dessous où la densité de probabilité $Pr(x)$ est égale à $1/q$.

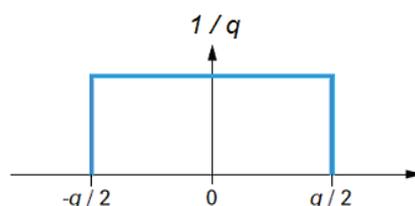


Figure 6.7-6 : Répartition statistique de l'erreur de quantification

Remarquons que pour un CAN par troncature cette erreur est comprise dans l'intervalle $[0, -q]$. L'erreur de quantification est une tension V_b assimilable à un bruit.

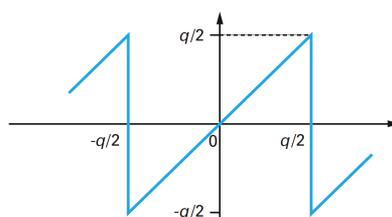


Figure 6.7-7 : Tension de bruit de quantification

Nous pouvons en calculer la puissance donnée par le carré de la valeur efficace de la tension de bruit sur une résistance de 1Ω afin d'être homogène. Cette puissance de bruit est aussi égale à la variance de l'erreur de quantification :

$$P_b = \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} V_b^2 \Pr(V_b) dV_b = \frac{1}{q} \left[\frac{V_b^3}{3} \right]_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} = \frac{q^2}{12} \quad (6.7-1)$$

La tension efficace de V_b est alors égale à :

$$V_b = \sqrt{P_b} = \frac{q}{\sqrt{12}} \quad (6.7-2)$$

6.7.f Rapport signal sur bruit - Dynamique

Le rapport signal sur bruit (RSB ou SNR pour *Signal to Noise Ratio*) d'un CAN s'évalue pour un signal d'entrée de forme sinusoïdale et d'amplitude crête à crête égale à la pleine échelle V_{PE} du convertisseur. Dans ces conditions, la tension efficace V_s de ce signal est égale à $V_{PE} / 2\sqrt{2}$, sachant que $V_{PE} = 2^n q$, nous avons :

$$V_s = \frac{2^n}{2\sqrt{2}} q \quad (6.7-3)$$

La valeur du SNR est donnée par le rapport des puissances du signal et du bruit de quantification.

$$SNR = \frac{V_s^2}{P_b} = \frac{12}{q^2} \left(\frac{2^n}{2\sqrt{2}} q \right)^2 = \frac{3}{2} 2^{2n} \quad (6.7-4)$$

Soit en dB :

$$SNR_{dB} = 10 \text{Log} \left(\frac{3}{2} 2^{2n} \right) = 1,76 \text{dB} + 6,02n \quad (6.7-5)$$

Soit un gain de 6 dB par bit de codage supplémentaire en sortie du CAN.

Il s'agit d'un cas idéal, en pratique la valeur de SNR est inférieure. Elle est dégradée par les non-linéarités du CAN et la présence de sources de bruits supplémentaires. Est défini alors un nombre de bits effectifs, parfois appelée résolution effective, ou encore ENOB pour *Effective Number Of Bits*.

$$ENOB = \frac{SNR_{R\acute{e}el} - 1,76}{6,02} \quad (6.7-6)$$

La résolution d'un CAN est fonction du nombre de bit de quantification. C'est le rapport entre la valeur du niveau d'amplitude le plus élevé et le plus faible qui est 1. Ainsi un CAN 16 bits offre une plage de mesure sur $2^{16}-1=65535$ niveaux soit 96 dB et la résolution est de $1 / 65535$.

La dynamique est fonction du nombre de niveaux possibles en tenant compte du niveau de bruit. Ainsi, dans la dynamique, est pris en compte la dégradation apportée par le bruit ce qui donne une résolution effective du CAN inférieure à la résolution théorique.

6.8 Convertisseur Sigma Delta

Le schéma ci-dessous présente le principe de fonctionnement d'un convertisseur sigma-delta à l'entrée duquel est appliqué le signal analogique (« Analog Input ») issu de l'échantillonneur-bloqueur. C'est donc une tension constante le temps du blocage.

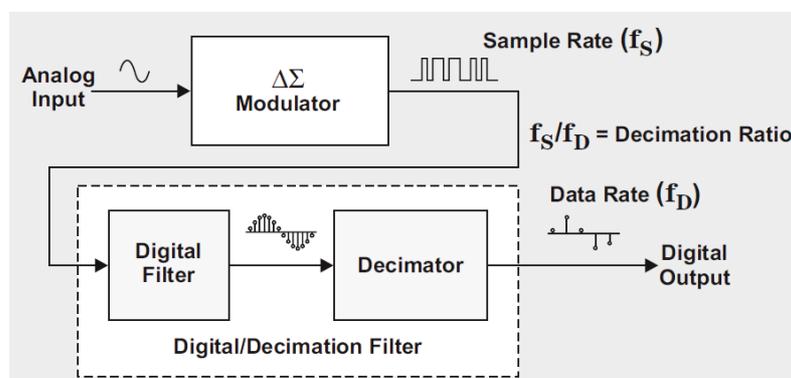


Figure 6.8-1 : Schéma de principe du convertisseur sigma-delta

Celui-ci met en œuvre trois principaux étages :

- Le CAN sigma-delta proprement dit (« $\Delta\Sigma$ modulator ») produisant un signal numérique modulé à une fréquence $F_s = KFe$ (« f_s »), multiple entière de la fréquence d'échantillonnage souhaitée
- Un filtre Numérique (« Digital Filter »).
- Un dernier étage réalisant la décimation du signal de sortie numérique (« Decimator ») et produisant un signal numérique à la fréquence Fe (« f_D »).

Du fait de la mise en œuvre de la techniques du suréchantillonnage et de la vitesse maximale de conversion de l'ordre de quelques Mégahertz, les convertisseurs sigma-delta se rencontrent surtout dans le domaine de l'audio et de l'instrumentation.

6.8.a Suréchantillonnage

Cette technique consiste à réaliser l'échantillonnage à une fréquence $F_s = KFe$, Fe étant la fréquence à laquelle nous souhaitons numériser le signal et K étant un entier. Le signal subit ensuite une décimation par ce facteur K . Son avantage apparaît immédiatement sur la figure ci-dessous :

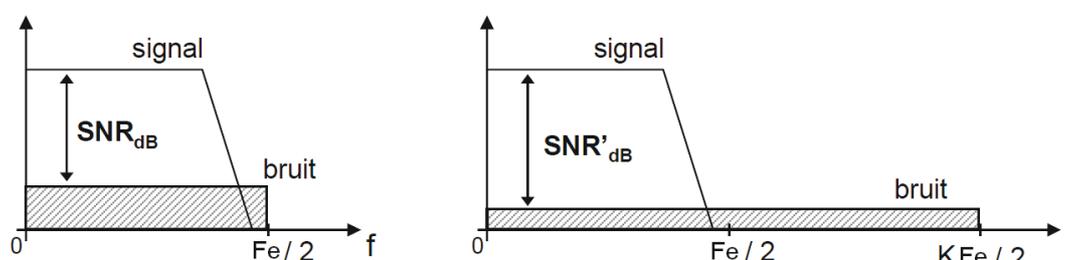


Figure 6.8-2 : Bruit de quantification sans et avec suréchantillonnage

Nous avons vu (§6.7.e) que le bruit de quantification est équiprobable. C'est donc un bruit blanc dont la puissance est égale à $q^2 / 12$ et la densité spectrale de puissance, d_B , égale à :

$$d_B = \frac{q^2 Fe}{12 \cdot 2} = \frac{q^2 Fe}{24} \quad (6.8-1)$$

Le fait de quantifier le signal à une fréquence $F_s = KFe$, permet de diviser la densité spectrale de bruit dans la bande de fréquence 0 à $KFe/2$ par K et d'améliorer d'autant le rapport signal sur bruit.

Ainsi pour $K = 4$, et à niveau de signal égal :

$$SNR'_{dB} = SNR_{dB} + 10 \log(4) = SNR_{dB} + 6,02 dB \quad (6.8-2)$$

Le rapport signal sur bruit est amélioré de 6 dB soit une résolution améliorée de 1 bit. De plus, le filtrage anti-repliement devient moins critique.

6.8.b Modulateur Delta

Son schéma de principe est donné ci-après :

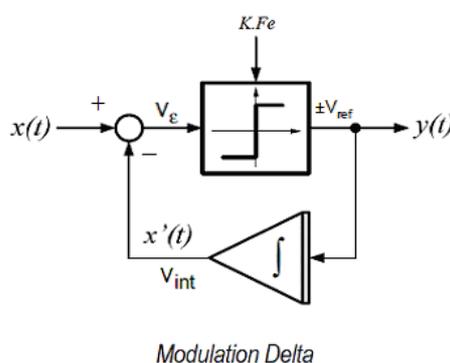


Figure 6.8-3 : Modulateur delta

Le postulat de base est que le signal d'entrée, suréchantillonné, est tel que la variation d'un échantillon au suivant peut être codée sur 1 bit. C'est ce que réalise le comparateur cadencé à la fréquence KFe . En effet, il est assimilable à un CAN 1bit présentant en sortie un signal $y(t)$ prenant les valeurs $\pm V_{ref}$.

Le rôle de l'intégrateur est de reconstruire à partir du code présent en sortie une tension pouvant être comparée à la tension de sortie de l'échantillonneur bloqueur.

La différence entre le signal $x(t)$ et l'intégration du signal numérique précédent $x'(t)$, est présentée à l'entrée du comparateur.

- Si $x(t) > x'(t)$: Nous intégrons positivement de manière à forcer $x'(t)$ à se rapprocher de $x(t)$.
- Si $x(t) < x'(t)$: Nous tendons à faire diminuer $x'(t)$ en appliquant une tension négative à l'entrée de l'intégrateur.

Dans ce montage, le signal $x'(t)$ tend à suivre l'évolution de la tension d'entrée $x(t)$. Ci-dessous, nous trouvons l'allure des signaux $y(t)$ et $x'(t)$ pour un signal $x(t)$ sinusoïdal en entrée du modulateur, la tension $V_{ref} = 1$ V.

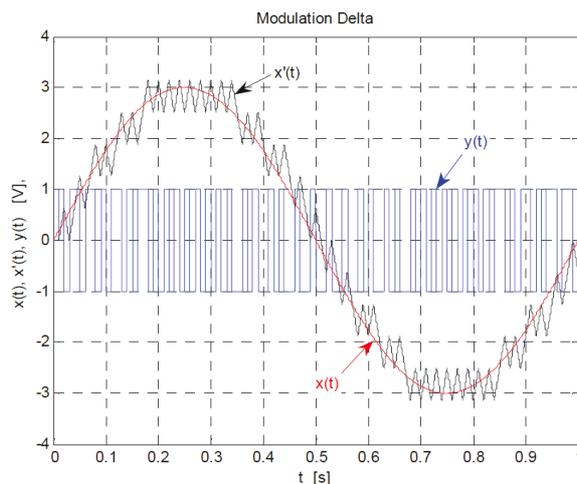


Figure 6.8-4 : Signaux dans un modulateur delta

Cette modulation réalise un codage de la pente (dérivée) du signal. C'est ce que nous pouvons observer dans le cas d'un signal d'entrée sinusoïdal pour lequel lorsque la dérivée est nulle, le signal de sortie présente un rapport cyclique de 50%, tendant respectivement vers 100% pour une évolution positive du signal et vers 0% lorsque cette évolution est négative.

6.8.c Convertisseur Delta Sigma

La structure du CAN delta-sigma est représentée ci-dessous :

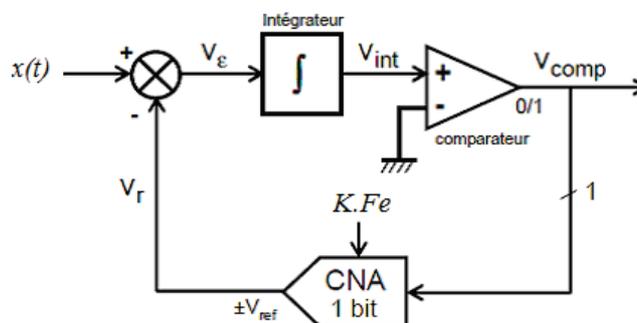


Figure 6.8-5 : CAN sigma-delta

Le Convertisseur Numérique-Analogique (CNA) 1 bit dans boucle de retour délivre une tension $\pm V_{ref}$ égale à la pleine échelle V_{PE} du CAN sigma-delta :

- Si $V_{comp} = 1$ alors $V_r = -V_{ref}$
- Si $V_{comp} = 0$ alors $V_r = +V_{ref}$

Il est à noter que la sortie du comparateur concerne le traitement de l'échantillon de sortie précédent.

Les tensions d'entrée $x(t)$ et V_r sont différenciées, soit $V_\epsilon = x(t) - V_r$, puis V_ϵ est présentée à l'entrée de l'intégrateur. En sortie de l'intégrateur la pente du signal V_{int} dépend du signe et de l'amplitude de V_ϵ . V_{int} est comparée à une tension nulle.

- Si $V_{int} > 0$ alors, au prochain coup d'horloge, $V_\epsilon = x(t) - V_{ref}$
- Si $V_{int} < 0$ alors, au prochain coup d'horloge, $V_\epsilon = x(t) + V_{ref}$

La sortie V_{comp} est un flux de bits de fréquence $F_s = KFe$. Ce système tend à ramener la sortie de l'intégrateur à zéro.

Examinons le fonctionnement du CAN sigma-delta pour deux types de signaux.

1. Soit le signal d'entrée $x(t)$ (trace rouge) tendant vers 0 figurant ci-dessous.
Le signal de sortie, V_{comp} (trace bleue), présente pour $x(t) = V_{\text{PE}}$, une majorité de bits à 1 puis, lorsque $x(t) = 0$, un nombre égal de bits à 1 et à 0 (rapport cyclique de 50%). Le CAN « oscillant » autour de la valeur $x(t) = 0$ en lui ajoutant puis retranchant la tension de référence.

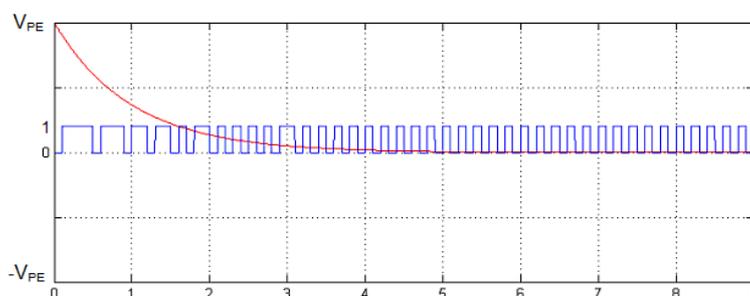


Figure 6.8-6 : Réponse du modulateur sigma delta à un signal constant et centré

2. Soit le signal d'entrée $x(t)$ (trace rouge) tendant vers $V_{\text{PE}} = V_{\text{REF}}$ figurant ci-dessous.
Le signal de sortie, V_{comp} (trace bleue), présente pour $x(t) = 0$, un rapport cyclique de 50%, comme précédemment, puis devient constant et égal à 1 lorsque $x(t) = V_{\text{PE}}$. En effet, malgré l'ajout de la tension de référence, le signal de sortie est toujours inférieur ou égal à la pleine échelle.

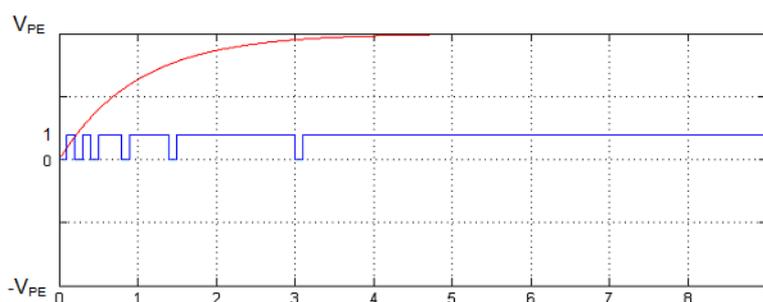


Figure 6.8-7 : Réponse du modulateur sigma delta à un signal égal à la pleine échelle

Réciproquement si $x(t)$ avait tendu vers $-V_{\text{PE}}$, La sortie V_{comp} se serait stabilisée à 0.

Nous pouvons en déduire que le rapport cyclique du signal de sortie traduit non plus l'évolution du signal analogique d'entrée mais son amplitude. Ainsi un signal sinusoïdal en entrée du CAN sigma-delta produit en sortie un signal V_{comp} illustré ci-après que nous pouvons comparer à la Figure 6.8-4.

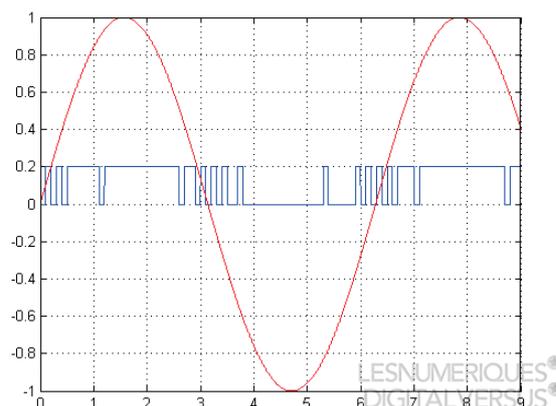


Figure 6.8-8 : Réponse d'un CAN sigma-delta à un signal sinusoïdal

Nous observons une prédominance de bit à 1 lorsque le signal à un niveau élevé et de bit à 0 lorsque son niveau est bas. La valeur moyenne du signal numérisé tend à suivre la valeur moyenne de l'entrée.

6.8.d Mise en forme du bruit de quantification (*Noise Shapping*)

Un des avantages du CAN delta-sigma est d'atténuer le bruit de quantification en basse fréquence et de l'amplifier dans la partie haute du spectre. Il est dit qu'il « repousse le bruit de quantification vers les hautes fréquences ».

Examinons le fonctionnement de son modèle dans le domaine fréquentiel figurant ci-dessous :

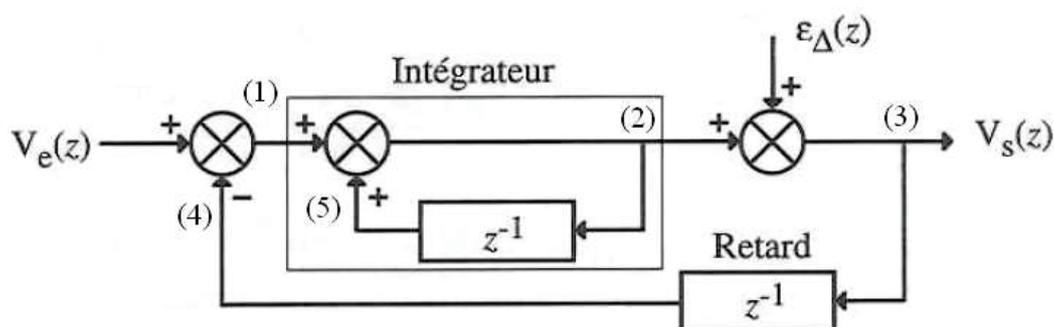


Figure 6.8-9 : Modulateur à temps discret

L'Intégrateur, équivalent à un accumulateur, est modélisé comme un retard ainsi que le CNA qui traite l'échantillon précédent. Le bruit de quantification vient lui s'ajouter en sortie du CAN.

Ecrivons les relations évidentes au point (3) :

$$V_s(z) = V_2 + \varepsilon_{\Delta}(z) \quad (6.8-3)$$

Soit au point (2) :

$$V_2 = V_s(z) - \varepsilon_{\Delta}(z) \quad (6.8-4)$$

Au point (5) :

$$V_5 = z^{-1}[V_s(z) - \varepsilon_{\Delta}(z)] \quad (6.8-5)$$

Reportons au point (2) :

$$V_2 = V_e(z) - z^{-1}V_s(z) + z^{-1}[V_s(z) - \varepsilon_{\Delta}(z)] \quad (6.8-6)$$

D'où l'égalité au point (3), sortie du système :

$$V_s(z) = V_e(z) + (1 - z^{-1})\varepsilon_{\Delta}(z) = V_e(z) + H_b(z)\varepsilon_{\Delta}(z) \quad (6.8-7)$$

Le bruit de quantification est mis en forme par $H_b(z)$, fonction de transfert en z . La variable z en régime établi étant telle que :

$$z = e^{pTs} = e^{j\omega Ts} = e^{j2\pi f / Fs} \quad (6.8-8)$$

Ecrivons alors la fonction de transfert $H_b(jf)$:

$$H_b(jf) = 1 - e^{j2\pi f / Fs} = (e^{j\pi f / Fs} - e^{-j\pi f / Fs}) e^{-j\pi f / Fs} \quad (6.8-9)$$

Les formules d'Euler, nous permettent d'écrire :

$$2j \sin\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) = e^{j\pi \frac{f}{Fs}} - e^{-j\pi \frac{f}{Fs}} \quad (6.8-10)$$

D'où :

$$H_b(jf) = 2j \sin\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) e^{-j\pi \frac{f}{Fs}} \quad (6.8-11)$$

Le module de $H_b(jf)$:

$$|H_b(jf)| = 2 \sin\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) \quad (6.8-12)$$

Nous avons calculé la densité spectral du bruit de quantification d_b équation (6.8-1). En sortie du CAN delta-sigma celle-ci devient :

$$d_{ds} = |H_b(jf)|^2 d_b = 4 \sin^2\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) \frac{q^2}{12} \frac{2}{Fs} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{Fs} \sin^2\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) \quad (6.8-13)$$

La puissance de bruit P_b sur la bande de fréquence 0 à $F_e/2$ vaut :

$$P_{bds} = \int_0^{F_e/2} d_{ds} df = \frac{2}{3} \frac{q^2}{Fs} \int_0^{F_e/2} \sin^2\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) df \quad (6.8-14)$$

D'après la relation trigonométrique suivante :

$$\sin^2\left(\pi \frac{f}{Fs}\right) = \frac{1 - \cos\left(2\pi \frac{f}{Fs}\right)}{2} \quad (6.8-15)$$

Nous pouvons écrire :

$$P_{bds} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{Fs} \frac{1}{2} \int_0^{F_e/2} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{f}{Fs}\right)\right] df \quad (6.8-16)$$

Pour une valeur de K suffisamment élevée et pour une fréquence f comprise dans la bande 0 à $F_e/2$, nous pouvons approximer la fonction sinus par son développement limité à l'ordre 2 au voisinage de zéro :

$$P_{bds} = \frac{q^2}{3Fs} \int_0^{F_e/2} \left[1 - 1 + \frac{\left(2\pi \frac{f}{Fs}\right)^2}{2!}\right] df = \frac{q^2}{3Fs} \frac{1}{2} \int_0^{F_e/2} \left(2\pi \frac{f}{Fs}\right)^2 df = \frac{2q^2\pi^2}{3Fs} \int_0^{F_e/2} \left(\frac{f}{Fs}\right)^2 df \quad (6.8-17)$$

$$P_{bds} = \frac{2q^2\pi^2}{3Fs} \left[\frac{f^3}{3Fs^2}\right]_0^{F_e/2} = \frac{2q^2\pi^2}{3Fs} \frac{F_e^3}{24Fs^2} = \frac{q^2\pi^2}{36K^3} \quad (6.8-18)$$

Calculons le rapport signal sur bruit dans des conditions identiques à celles du chapitre 6.7.f, en n'oubliant pas qu'ici le CAN sigma-delta possède une sortie sur 1 bit. Le signal sinusoïdal en entrée possède donc une valeur crête à crête égale au quantum q . L'équation (6.7-4) nous permet d'écrire :

$$SNR = \frac{V_s^2}{P_{bds}} = \frac{\left(\frac{q}{2\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{q^2\pi^2}{36K^3}} = 9 \frac{K^3}{\pi^2} \quad (6.8-19)$$

Soit en dB :

$$SNR = \frac{V_s^2}{P_{bds}} = \frac{\left(\frac{q}{2\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{q^2 \pi^2}{36K^3}} = 9 \frac{K^3}{\pi^2} \quad (6.8-20)$$

$$SNR_{dB} = 10 \text{Log} \left(9 \frac{K^3}{\pi^2} \right) = 10 \text{Log} \left(\frac{9}{\pi^2} \right) + 30 \text{Log} (K) = -0,4 \text{dB} + 30 \text{Log} (K) \quad (6.8-21)$$

Chaque fois que le coefficient K est doublé, le rapport signal sur bruit se trouve augmenté de 9 dB dans la bande 0 à $F_e / 2$. Ceci améliore également directement la résolution effective.

Nous avons analysé le fonctionnement d'un CAN delta-sigma du premier ordre. Des structures d'ordres supérieurs existent dans lesquelles le numéro d'ordre indique le nombre d'intégrateurs et de boucles de contre-réaction présents au sein du CAN. Toutefois pour des raisons de stabilité, il semble difficile de concevoir des systèmes d'ordre supérieur à 6. Leur principal avantage se trouve dans la mise en forme de la densité spectrale du bruit de quantification comme cela est illustré ci-dessous où $F_e = f_D$ et $F_s = f_s$.

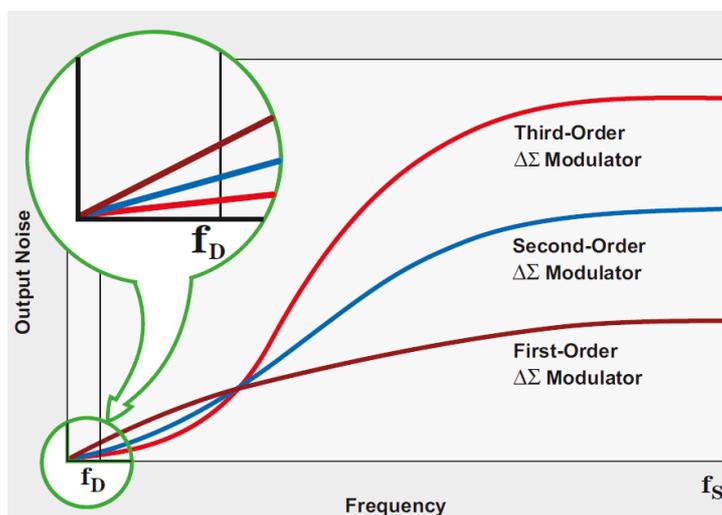


Figure 6.8-10 : Mise en forme du bruit de quantification en fonction de l'ordre du CAN delta-sigma

6.8.e Filtre numérique

L'étude du CAN sigma-delta nous a appris que le signal de sortie est un flux de bits. Sur K périodes d'échantillonnage nous disposons d'une information série de K bits codant l'amplitude du signal analogique d'entrée. Sa résolution est ainsi de $K = 2^n$ bits.

Le filtrage numérique se trouvant en sortie du CAN, comme indiqué en Figure 6.8-1 doit nous permettre de retrouver le code correspondant à l'amplitude du signal analogique. Cette amplitude étant proportionnelle au nombre de bits à 1 dans un mot de K bits, le filtrage est confié à un filtre RIF réalisant une moyenne mobile. En nous référant à l'annexe G, nous savons que la réponse impulsionnelle d'un tel filtre est une fonction porte amplitude $1 / K$ et de largeur K échantillons. L'opération de filtrage réalisée est illustrée ci-après pour $K=16$:

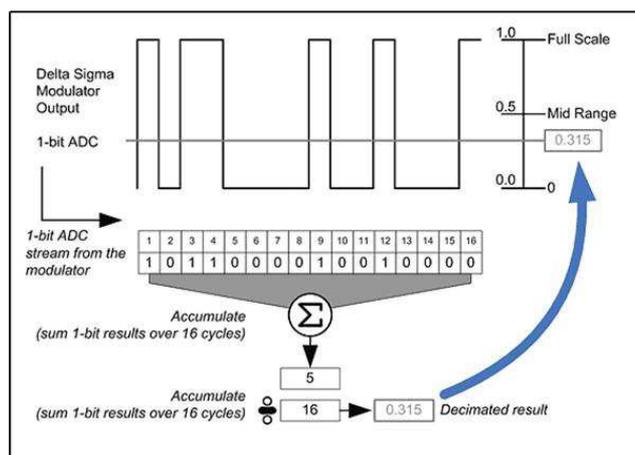


Figure 6.8-11 : Filtrage numérique en sortie du CAN sigma-delta

6.8.f Décimation

Le filtrage décrit précédemment produit une valeur de sortie pour chaque échantillon en entrée.

La décimation consiste à ne prendre qu'une valeur en sortie du filtre tous les K échantillons, générant ainsi un codage à la fréquence $F_e = F_s / K$ et permettant d'alléger d'autant les temps de calculs.

6.9 Conclusion

Les avantages du CAN delta-sigma sont nombreux. Le facteur de suréchantillonnage $K = F_s / F_e$ détermine le nombre d'états de sortie et la résolution du convertisseur. Celui-ci devant être suffisamment élevé afin de permettre de coder la variation du signal analogique sur un seul bit, K a souvent une valeur pouvant atteindre quelques centaines voire quelque milliers. La résolution se trouve alors très largement augmentée par rapport aux possibilités d'autres types de CAN. Le suréchantillonnage permet également un étalement du bruit de quantification. De plus, la structure du CAN delta-sigma permet une redistribution du spectre de bruit de quantification vers les hautes fréquences diminuant ainsi sa puissance dans la bande de fréquence 0 à $F_e / 2$. Enfin, ces avantages caractéristiques permettent de restreindre les contraintes sur le filtrage antirepliement et d'obtenir de très bon rapport signal sur bruit.

7 Annexe G : FILTRAGE NUMERIQUE

Lors de l'étude des signaux provenant des capteurs (jauges et rosettes) installés sur la presse, nous avons tout de suite pu remarquer la présence de composantes de fréquence 50 Hz, altérant la qualité de ces signaux. La nécessité de filtrer ces signaux avant tout traitement s'est naturellement imposée. Restait ensuite à définir un cahier des charges et à réaliser au mieux ce filtrage en préservant au maximum les signaux afin de ne pas perdre les informations utiles contenues.

7.1 Observations

Lors de l'acquisition des premiers signaux, l'étude de leur spectre et de leur corrélation a immédiatement mis en évidence la présence d'une composante 50 Hz. Cela ne nous a pas étonnés au vue de la longueur des câbles réalisant la liaison des capteurs aux amplificateurs conditionneurs et du faible niveau des signaux transitant dans ces câbles. Cependant, si la présence d'une composante à la fréquence du réseau d'alimentation électrique était prévisible par couplage électromagnétique, nous avons pu identifier une étendue spectrale un peu plus large. Après consultation d'experts réalisant les mesures de vibration au sein de l'ESRF, l'origine de ces perturbations peut être attribuée à la transmission de vibrations par des machines tournantes comme les ventilateurs, les moteurs de pompe, etc...

Ces vibrations sont dépendantes de l'état des éléments mécaniques de telles machines (roulements, paliers, réducteurs...) et sont caractérisées par l'étude du Kurtosis, paramètre statistique d'ordre 4, permettant de quantifier aplatissement de la courbe représentative de la densité de probabilité des valeurs d'un tel signal vibratoire. Il est défini par :

$$K = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^4 p(x) dx}{\sigma^4} \quad (7.1-1)$$

Pour un roulement en bon état la distribution de l'amplitude du signal vibratoire x sera gaussienne et la valeur de K sera proche de 3.

Le glissement en fréquence étant dû au couple imposé par les charges mécaniques aux moteurs auxquelles elles sont accouplées ainsi qu'à des phénomènes d'usure et de fatigue.

Il ne s'agit donc pas d'éliminer une composante mais une bande de fréquence.

7.2 Le Filtrage

Le filtrage peut être défini comme une opération de séparation des composantes d'un signal selon leur fréquence, permettant ainsi l'extraction de la partie utile du signal, c'est-à-dire porteuse d'information, et l'élimination de toute information non pertinente couramment appelée bruit.

Nous rappelons ici les principales notions de filtrage analogique et numérique, d'échantillonnage d'un signal, ainsi que les principaux outils d'étude que sont les diverses transformées mathématiques. Ces notions sont en effet indispensables pour réaliser le filtrage souhaité.

7.2.a Le Filtrage Analogique

7.2.a.1 Propriétés

Les filtres analogiques sont supposés être des Systèmes Linéaires Invariants dans le Temps (SLIT).



Figure 7.2-1 : Filtre analogique : Système Linéaire Invariant dans le Temps

La linéarité permet l'emploi du principe de superposition :

$$\begin{aligned}x_1(t) &\rightarrow y_1(t) \\x_2(t) &\rightarrow y_2(t) \\ \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) &\rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)\end{aligned}\tag{7.2-1}$$

L'invariance temporelle traduit la stationnarité du système :

$$\begin{aligned}x(t) &\rightarrow y(t) \\x(t - \tau) &\rightarrow y(t - \tau)\end{aligned}\tag{7.2-2}$$

7.2.a.2 Causalité

La causalité implique que le signal de sortie d'un filtre ne peut précéder le signal d'entrée. Ces signaux, réels, vérifieront donc :

$$x(t) = y(t) = 0, \forall t < 0\tag{7.2-3}$$

En particulier, la réponse impulsionnelle sera causale mais également infinie.

La condition de stabilité imposera :

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) &= 0 \\ \int_0^{\infty} h(t) dt &= H(0) < \infty\end{aligned}\tag{7.2-4}$$

$H(f)$ étant la Transformée de Fourier (TF) de $h(t)$.

7.2.a.3 Convolution

En temps continu, le filtrage d'un signal est réalisé par une opération de convolution dont l'opérateur est noté $*$.

Le signal en sortie du filtre est alors donné par :

$$y(t) = (x(\tau) * h(\tau))_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau\tag{7.2-5}$$

7.2.a.4 Réponse Impulsionnelle

$h(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre c'est-à-dire le signal de sortie obtenu lorsqu'une impulsion de Dirac est appliquée en entrée.

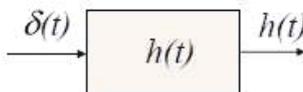


Figure 7.2-2 : Réponse impulsionnelle d'un filtre

L'impulsion de Dirac étant l'élément neutre de la convolution :

$$y(t) = (x(\tau) * h(\tau))_{(t)} = (\delta(\tau) * h(\tau))_{(t)} = h(t) \quad (7.2-6)$$

7.2.a.5 Equation différentielle du SLIT

Le signal de sortie peut être également décrit en fonction du signal d'entrée par une équation différentielle :

$$a'_0 y(t) + a'_1 \frac{dy}{dt} + a'_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \dots + a'_n \frac{d^n y}{dt^n} = b'_0 x(t) + b'_1 \frac{dx}{dt} + b'_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots + b'_m \frac{d^m x}{dt^m} \quad (7.2-7)$$

Equation différentielle linéaire à coefficients constants dans le temps pour respecter l'hypothèse d'invariance temporelle.

La résolution de telles équations est simplifiée par l'utilisation de la Transformée de Fourier. Cependant, la Transformée de Laplace (TL) est préférée car elle prend en compte la causalité, cette notion ne pouvant exister pour la TF qui est basée sur des signaux périodiques donc excluant de fait toute origine des temps.

La TL transforme les opérations de dérivation en multiplications et sa variable est notée $p = \sigma + j2\pi f = \sigma + j\omega$ σ étant l'abscisse de convergence.

7.2.a.6 Fonction de Transfert

En posant $X(p)$, $Y(p)$ et $H(p)$ TL respectives de $x(t)$, $y(t)$ et $h(t)$ nous obtenons les relations suivantes :

$$H(p) = TL\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-pt} dt \quad (7.2-8)$$

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b'_n p^n + \dots + b'_1 p + b'_0}{a'_m p^m + \dots + a'_1 p + a'_0}$$

$H(p)$, fonction de transfert en p , définie qu'avec des conditions initiales nulles, est exprimée sous forme de fraction polynomiale avec $n < m$. L'ordre n du filtre est donné par l'ordre du polynôme du dénominateur et représente le nombre de degré de liberté du SLIT.

L'utilisation de la TF supposant un fonctionnement en régime établi, un avantage supplémentaire apporté par la TL est de pouvoir traiter les régimes transitoires en prenant en compte les conditions initiales. Le terme σ (abscisse de convergence) représentant le régime transitoire, et le terme $j\omega$ la phase de régime établi. Le terme $e^{-\sigma t}$, avec $\sigma < 0$, assurant la convergence de cette transformée.

En régime établis, la condition de stabilité permet de donner au coefficient σ la valeur 0. La variable de Laplace devenant alors $p = j\omega$

Associée à la condition de causalité de la réponse impulsionnelle, nous avons alors équivalence entre la Transformée de Laplace et la Transformée de Fourier :

$$TF\{h(t)e^{-\sigma t}\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-\sigma t} e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} h(t)e^{-pt} dt = TL\{h(t)\} \quad (7.2-9)$$

La fonction de transfert peut donc être obtenue par TF de la réponse impulsionnelle mais également à partir de l'expression de $H(p)$ en posant $p = j\omega = j2\pi f$.

La représentation du module $G(f)$ et de la phase $\Phi(f)$ de $H(j\omega)$ permettent de juger rapidement du comportement en fréquence du filtre étudié.

$$\begin{aligned} G(f) &= |H(f)| \\ \Phi(f) &= \text{Arg}\{H(f)\} \end{aligned} \quad (7.2-10)$$

7.2.a.7 Stabilité

L'étude des pôles p_i de la fonction de transfert, valeurs de la variable p annulant le dénominateur, permet de juger de la stabilité du filtre.

Ci-après est représentée la réponse d'un filtre à une excitation selon la position des pôles dans le plan de la variable $p = \sigma + j\omega$.

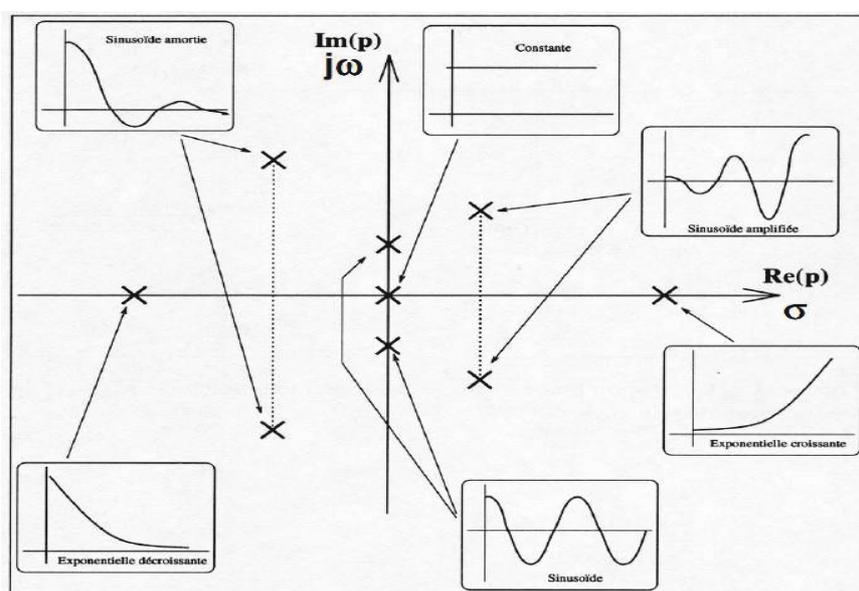


Figure 7.2-3 : Comportement d'un filtre en fonction des pôles de sa fonction de transfert

Nous souhaitons que le signal de sortie d'un filtre n'ait pas un comportement oscillatoire ou divergent c'est-à-dire conforme à l'équation (7.2-4).

D'après la figure ci-dessus, un filtre sera donc stable si les pôles de sa fonction de transfert sont situés dans le demi-plan gauche, axe de imaginaires exclus, soit :

$$\text{Re}\{p_i\} < 0 \quad (7.2-11)$$

7.2.a.8 Synthèse

La synthèse d'un filtre analogique, quelque soit son type, consiste dans un premier temps, à se ramener à celle d'un filtre passe-bas.

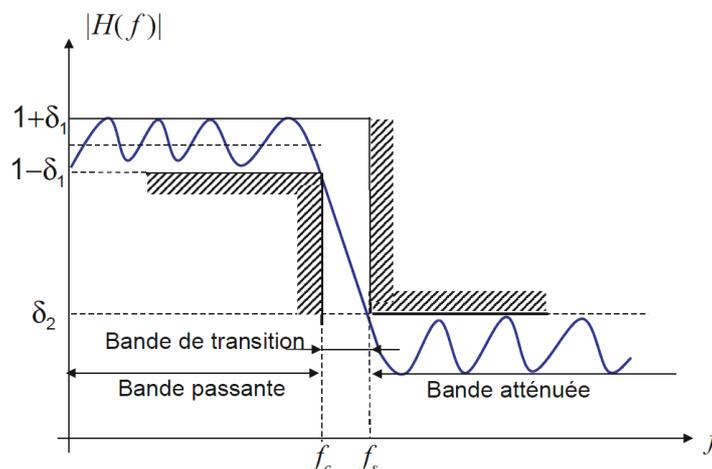


Figure 7.2-4 : Gabarit de filtre passe-bas

- Etablissement de la fonction de transfert souhaitée au moyen du gabarit de celui-ci en définissant :

Bande passante : (0 à f_c)	Ondulation en bande passante : (δ_1)
Bande de transition : (f_c à f_s)	
Bande atténuée : ($f_s \rightarrow$)	Ondulation en bande atténuée : (δ_2)
- La normalisation consiste à exprimer les fréquences non plus en Hertz mais en relatif par rapport à la fréquence de coupure souhaitée.

$$X = \Omega = f/f_c, f_c \text{ fréquence de coupure}$$

$$P = jf/f_c$$
- Approximation de la fonction de transfert au moyen de fonctions de transfert standards (Modèle de Butterworth, Chebychev, Bessel...)
- Dénormalisation de cette fonction de transfert afin d'obtenir le filtre souhaité.

Les principales étapes de la synthèse figurent ci-dessous :



Figure 7.2-5 : Etapes de la synthèse d'un filtre analogique

Ci-dessous figurent les changements de variable permettant de réaliser la dénormalisation.

Avec pour les filtre passe-bande et coupe-bande :

$$\begin{aligned} B &= f_1 - f_2 \\ \omega_o &= 2\pi f_o = \sqrt{f_1 f_2} \end{aligned} \quad (7.2-12)$$

Filtre passe-bas	Filtre passe-haut	Filtre passe-bande	Filtre coupe-bande
$p \rightarrow \frac{p}{f_o}$	$p \rightarrow \frac{f_o}{p}$	$p \rightarrow \frac{1}{B} \left(\frac{p}{f_o} + \frac{f_o}{p} \right)$	$p \rightarrow B \left(\frac{1}{\frac{p}{f_o} + \frac{f_o}{p}} \right)$

Tableau 7.2-1 : Dénormalisation selon la nature du filtre synthétisé

7.2.b Echantillonnage

Il s'agit ici d'assurer le filtrage de signaux numériques c'est-à-dire discrétisés en temps par échantillonnage et en amplitude par Conversion Analogique – Numérique (CAN).

Nous ne nous intéressons ici uniquement à la discrétisation temporelle.

L'échantillonnage idéal (dans la mesure où la réalisation physique d'une impulsion de Dirac est irréalisable) est effectué au moyen d'un peigne de Dirac, constitué d'une série infinie d'impulsions de Dirac régulièrement espacées d'une durée $\Delta t = T_e$, cadence d'échantillonnage.

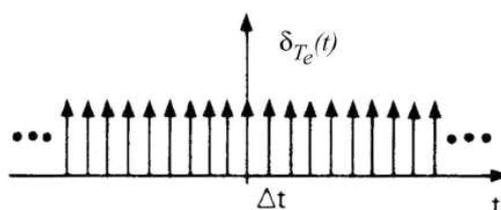


Figure 7.2-6 : Peigne de Dirac

Le peigne de Dirac peut être noté $\delta_{T_e}(t)$ ou Pgn_{T_e} , nous utiliserons cette dernière notation.

Il est défini par :

$$Pgn_{T_e}(t) = T_e \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_e) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{+j2\pi \frac{k}{T_e} t} \quad (7.2-13)$$

La multiplication d'un signal continu $x(t)$ par un peigne de Dirac permettra d'obtenir les valeurs prises par celui-ci aux instant $n.T_e$.

$$x(t) \frac{1}{T_e} Pgn_{T_e}(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e) = \tilde{x}(t) \quad (7.2-14)$$

Nous réalisons ainsi son échantillonnage à la cadence T_e .

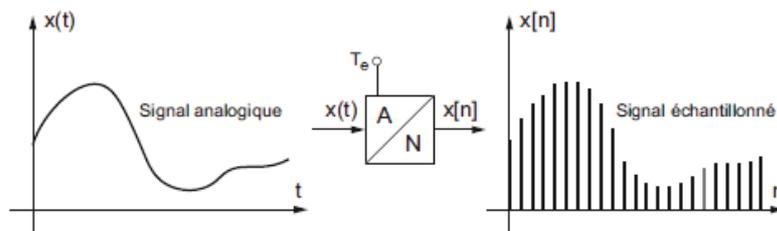


Figure 7.2-7 : Echantillonnage temporel

Précisons les notations suivantes :

Le signal $\tilde{x}(t)$, prend les valeurs en amplitude de $x(t)$ aux instants $t = nTe$ et est égal à zéro ailleurs. $\tilde{x}(t)$ est donc continu en temps. Cette continuité vient de la continuité du Dirac $\delta(t)$.

$x(n) = x(t=n.Te)$ représente la valeur de l'amplitude du signal $x(t)$ à l'instant $n.Te$. $x(n)$ est discrétisé en temps.

$x[n]$ représente l'ensemble des valeurs en amplitude du signal aux instants $n.Te$. Nous pouvons noter que $x[n]$ est un tableau de chiffres mémorisés sur ordinateur, les amplitudes « zéro » de $\tilde{x}(t)$ continu en temps ont disparues. Entre deux chiffres il n'y a rien car il n'y a pas de case mémoire.

La TF d'un peigne de Dirac est :

$$\text{TF}\left\{\frac{1}{Te} Pgn_{Te}(t)\right\} = Pgn_{\frac{1}{Te}}(f) = \frac{1}{Te} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nFe) \quad (7.2-15)$$

D'où la TF du signal échantillonné :

$$\text{TF}\{x(t) \times Pgn_{Te}(t)\} = X(f) * \frac{1}{Te} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nFe) \quad (7.2-16)$$

Faisant apparaître que l'échantillonnage d'un signal a pour conséquence la périodisation de son spectre selon une cadence fréquentielle $Fe = 1 / Te$.

7.2.c Le Filtrage Numérique

Les filtres numériques sont des systèmes à temps discrets traitant des signaux à temps discret. Ce sont des algorithmes de calcul transformant une séquence de nombres en entrée $x[n]$ en une séquence en sortie $y[n]$.

7.2.c.1 Propriétés

Les filtres numériques vérifient également les propriétés de linéarité et d'invariance.



Figure 7.2-8 : Filtre numérique : Système Linéaire Invariant dans le Temps

On retrouve donc sous forme numérique les relations de linéarité et d'invariance temporelles correspondantes.

Linéarité :

$$\begin{aligned}x_1(n) &\rightarrow y_1(n) \\x_2(n) &\rightarrow y_2(n) \\ \alpha x_1(n) + \beta x_2(n) &\rightarrow \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)\end{aligned}\quad (7.2-17)$$

Invariance temporelle :

$$\begin{aligned}x(n) &\rightarrow y(n) \\x(n-k) &\rightarrow y(n-k)\end{aligned}\quad (7.2-18)$$

7.2.c.2 Causalité

De même que dans le domaine analogique, le signal de sortie d'un filtre ne peut précéder le signal d'entrée et ils vérifieront également :

$$x(n) = y(n) = 0, \forall n < 0 \quad (7.2-19)$$

7.2.c.3 Convolution Numérique

L'opération de filtrage numérique consiste, comme dans le domaine des signaux continus, en une opération de convolution :

$$y[n] = (x[k] * h[k])_{[n]} = \sum_{-\infty}^{\infty} x(kTe) h((n-k)Te) = \sum_{-\infty}^{\infty} x((n-k)Te) h(kTe) \quad (7.2-20)$$

Du fait de la nature des signaux numériques, définis aux seuls moments nTe , l'opération d'intégration du produit de convolution en temps continu devient une sommation discrète.

L'échantillonnage du signal étant réalisé à une cadence fixe $Te = \Delta t$, il est coutume de considérer Te comme étant égal à 1, les échantillons étant alors repérés par un indice chronologique.

$$y(n) = (x(k) * h(k))_{(n)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n-k) h(k) \quad (7.2-21)$$

7.2.c.4 Réponse Impulsionnelle

La réponse impulsionnelle d'un filtre numérique est évidemment numérique et elle est obtenue en appliquant un Dirac numérique en entrée. Ce dernier, n'étant pas un Dirac au sens échantillonné du terme puisque si tel était le cas, nous devrions avoir $\delta[n] = \infty$. Ainsi certains auteurs l'appellent à juste titre signal de Kronecker, suite d'échantillons définie comme suit :

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, \forall n \neq 0 \end{cases} \quad (7.2-22)$$

$\delta[n]$ est l'élément neutre du produit de convolution discret :

$$y[n] = (x[k] * h[k])_{[n]} = (\delta[n] * h[n])_{[n]} = h[n] \quad (7.2-23)$$

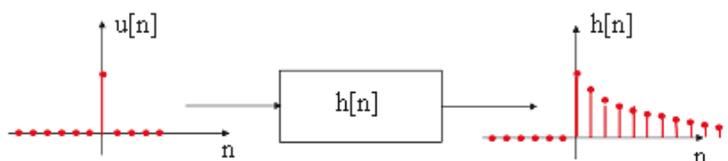


Figure 7.2-9 : réponse Impulsionnelle d'un filtre numérique

7.2.c.5 Equations aux différences

Les opérations de dérivation des variables $x(t)$ et $y(t)$, apparaissant dans l'équation différentielle établie dans le domaine des signaux continus peuvent être approximées par l'équation aux différences entre deux échantillons successifs dans le domaine des signaux discrets :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} \cong \frac{x(t) - x(t - \Delta t)}{\Delta t} \\ \frac{d^q x}{dt^q} \cong \frac{1}{q!(\Delta t)^q} \sum_{k=0}^q \frac{q!}{(q-k)!k!} x(t - k\Delta t) \end{cases} \quad (7.2-24)$$

L'équation aux différences dans le domaine des signaux numériques s'écrit alors :

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j) \quad (7.2-25)$$

Les indices a_i et b_j étant différents des indices apparaissant dans l'équation (7.2-7).

7.2.c.6 Fonction de transfert

La Transformée en z (TZ) est définie de façon générale par :

$$X(z) = TZ\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-n p T e} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad (7.2-26)$$

$$z = e^{2j\pi f T e} = e^{p T e}$$

Il s'agit de la TL pour laquelle on a considéré les signaux stables (régime établi) donc $\sigma = 0$ et $p = j2\pi f T e$, et dans laquelle on a posé $z = e^{p T e}$.

On peut en déduire la TZ d'un signal $x(n)$ retardé :

$$TZ\{x[(n-k)T e]\} = z^{-k} X(z) \quad (7.2-27)$$

z^{-k} est l'opérateur retard, dans lequel le retard vaut $kT e$.

En appliquant la TZ à l'équation aux différences numériques, nous obtenons la fonction de transfert en z d'un filtre numérique :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_M z^{-M} + \dots + b_1 z + b_0}{a_N z^{-N} + \dots + a_1 z + a_0} \quad (7.2-28)$$

En général, on préfère écrire cette équation sous la forme :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_M z^{-M} + \dots + b_1 z + b_0}{a_N z^{-N} + \dots + a_1 z + 1} \quad (7.2-29)$$

Obtenue par division du numérateur par le coefficient a_0 , ce qui revient à avoir $a_0 = 1$.

Pour obtenir la fonction de transfert $H(j\omega)$, dont nous pourrions étudier le module et la phase, il suffit de remplacer l'opérateur retard z^{-1} par :

$$z^{-1} = e^{-p T e} = e^{-j2\pi f T e} \quad (7.2-30)$$

Enfin, remarquons que :

$$H(k) = TFN\{h[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} \quad (7.2-31)$$

$$H(z) = TZ\{h[n]\}$$

La Transformée de Fourier Numérique (TFN) permet d'évaluer le spectre discret d'un signal discret sur une fenêtre de temps finie $T_o = N.T_e$. Les échantillons du spectre sont séparés par intervalle de fréquence F_o , la fréquence ne prend que les valeurs $k.F_o$. D'où :

$$2\pi f t \rightarrow 2\pi(k F_o) (n T_e) = 2\pi n k \frac{T_e}{N T_e} = 2\pi \frac{n k}{N} \quad (7.2-32)$$

Nous verrons plus avant que les fonctions de transfert de tels systèmes numériques sont périodisées et que leur étude peut être réduite au domaine $[0, F_e / 2]$ en supposant l'échantillonnage réalisé selon les conditions de Shannon c'est-à-dire en s'assurant que les signaux échantillonnés ont une occupation spectrale inférieure à $F_e / 2$ (au moyen d'un filtre anti repliement).

7.2.c.7 Stabilité

Elle sera étudiée en fonction des différents types de filtres numériques.

7.2.c.8 Synthèse

Les méthodes de synthèse propre à chaque type de filtre numérique seront également examinées lors de leur étude respective.

7.2.c.9 Les principaux filtres numériques

L'équation aux différences (7.2-25) propre au filtrage des signaux numérisés , permet de déterminer la sortie d'un filtre numérique à l'instant $n.T_e$:

Nous pouvons identifier au moyen de cette équation les deux familles de filtres numériques :

- Les filtres à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII) de structure dite Auto Régressive (AR) ou Auto Régressive à Moyenne Adaptée (ARMA).
- Les filtres à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF) de structure dite à Moyenne Adaptée (MA).

7.3 Les filtres RII

La sortie d'un tel filtre, à l'instant présent $n.T_e$, est donnée par :

$$y(n) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) \quad (7.3-1)$$

Leur structure est obtenue directement à partir de cette équation et elle est représentée ci-dessous.

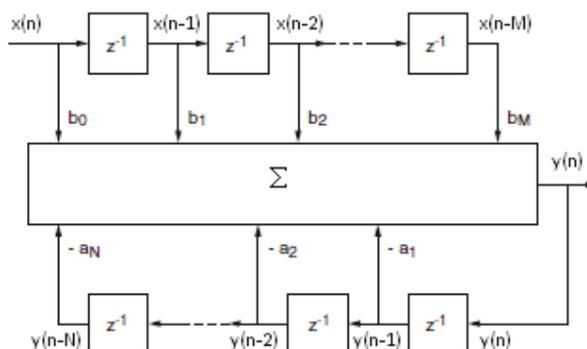


Figure 7.3-1 : Structure filtre RII - Structure ARMA

Nous pouvons constater que le signal de sortie dépend non seulement des M derniers échantillons d'entrée mais également des N précédents échantillons de sortie.

Ces filtres sont aussi appelés filtres récurrents.

Leur structure est dite à processus Auto Régressive et à Moyenne Adaptée (ARMA) :

- Processus AR : Le résultat de ce processus est une combinaison linéaire des $N-1$ résultats précédents ($y(N-1)$ à $y(n-N)$) pondérés respectivement par les coefficients a_1 à a_N .
- Processus MA : Le résultat de ce processus est une combinaison linéaire de l'entrée à l'instant présent $n.T_e$ ($x(n)$) et des entrées précédentes ($x(N-1)$ à $x(n-M)$) pondérées respectivement par les coefficients b_0 à b_M .

Les indices M et N sont appelés horizons du filtres. Ils permettent de définir les zones de fonctionnement transitoires du filtre que sont les zones d'amorçage et d'extinction. Si le signal d'entrée est de longueur suffisante, c'est-à-dire supérieure à N et M , la longueur L en nombre d'échantillons de ces deux zones est définie par :

$$L = \text{Min}\{M, N\} \quad (7.3-2)$$

Le nombre d'échantillons non nuls intervenant dans le calcul de l'échantillon de sortie $y(n)$ est donné par :

$$|M - N| + 1 \quad (7.3-3)$$

On parle de filtre Auto Régressif, lorsque $M = 0$ ce qui revient à ne prendre en compte uniquement l'échantillon d'entrée $x(n)$ à l'instant $n.T_e$ considéré.

L'équation (7.3-1) définissant la sortie à l'instant $n.T_e$ devenant alors :

$$y(n) = b_0 x(n) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) \quad (7.3-4)$$

La structure d'un tel filtre est la suivante :

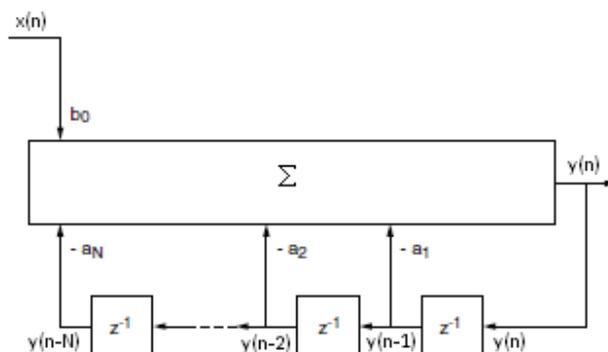


Figure 7.3-2 : Filtre RII - Structure AR

7.3.a Stabilité

Pour un Dirac numérique appliqué en entrée d'un filtre RII, nous obtenons en sortie la réponse impulsionnelle $h[n]$:

$$x[n] = \delta[n]$$

$$h(n) = y(n) = \sum_{j=0}^{+\infty} b_j \delta(n-j) - \sum_{i=0}^{+\infty} a_i h(n-i) \quad (7.3-5)$$

Du fait de la récursivité des filtres RII, la réponse impulsionnelle est infinie et donc potentiellement instable. La stabilité sera assurée si :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} |h(n)| < \infty \quad (7.3-6)$$

La stabilité du filtre est garantie si les modules des pôles de la fonction de transfert en z sont strictement inférieurs à 1 c'est-à-dire si les pôles sont situés à l'intérieur du cercle unité du plan complexe des z .

Remarque :

Les fonctions de transfert en z des filtres numériques RII étant exprimée en fonction de puissance de z , la précision de codage de ses coefficients pourra être éventuellement critique pour la stabilité.

7.3.b Synthèse

Plusieurs méthodes existent.

7.3.b.1 Transformation Bilineaire :

Elle consiste à approximer la fonction de transfert d'un filtre analogique synthétisé selon la méthode vu au chapitre 7.2.a.8. Il faut pour cela passer de l'espace de la variable p à l'espace de la variable z , espaces respectifs des fonctions de transfert du filtre analogique et numérique.

Cela est représenté ci-dessous où figure pour chacun des espaces les zones de stabilité (hachurées) ou doivent se trouver les pôles de fonction de transfert.

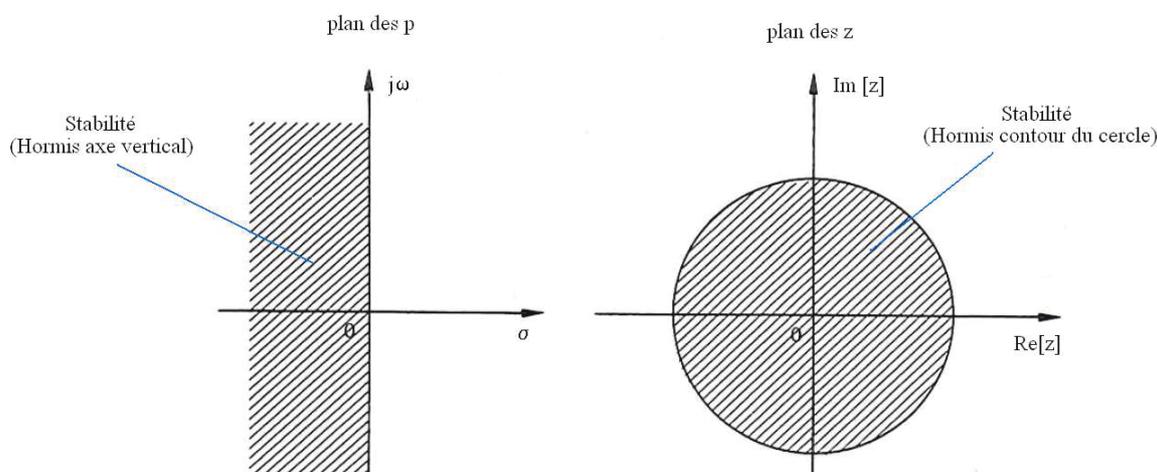


Figure 7.3-3 : Transformation bilinéaire

On sait que :

$$z = e^{pTe} = \frac{e^{p\frac{Te}{2}}}{e^{-p\frac{Te}{2}}} \quad (7.3-7)$$

En considérant le développement limité à l'ordre 1 de e^x étant égal à $1+x$, nous obtenons :

$$z = \frac{1 + \frac{pTe}{2}}{1 - \frac{pTe}{2}} = \frac{2 + pTe}{2 - pTe} \quad (7.3-8)$$

$$p = \frac{2}{Te} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \frac{2}{Te} \times \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{Te} \times \frac{1-e^{-j2\pi fTe}}{1+e^{-j2\pi fTe}} \quad (7.3-9)$$

Soient f , les fréquences du domaine analogique et F celles du domaine numérique :

$$p = j2\pi f = \frac{1}{Te} \times 2 \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{Te} \times \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{Te} \times \frac{1-e^{-j2\pi FTe}}{1+e^{-j2\pi FTe}} \quad (7.3-10)$$

Or, sachant que :

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \times \frac{2}{e^{jx} + e^{-jx}} = j \frac{e^{-jx} - e^{jx}}{e^{jx} + e^{-jx}} = j \frac{1 - e^{j2x}}{1 + e^{j2x}} \quad (7.3-11)$$

Nous obtenons ainsi les relations respectivement entre les fréquences et les pulsations du domaine continu et celles du domaine numérique :

$$2\pi f = \frac{2}{T_e} \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi F}{2}\right)$$

$$\omega = \frac{2}{T_e} \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega}{2}\right)$$
(7.3-12)

En procédant à la substitution de la variable ω selon l'équation ci-dessus dans $H(j\omega)$ on obtient $H(z)$.

Le passage du domaine des fréquences continues au domaine des fréquences numériques est illustré ci-dessous :

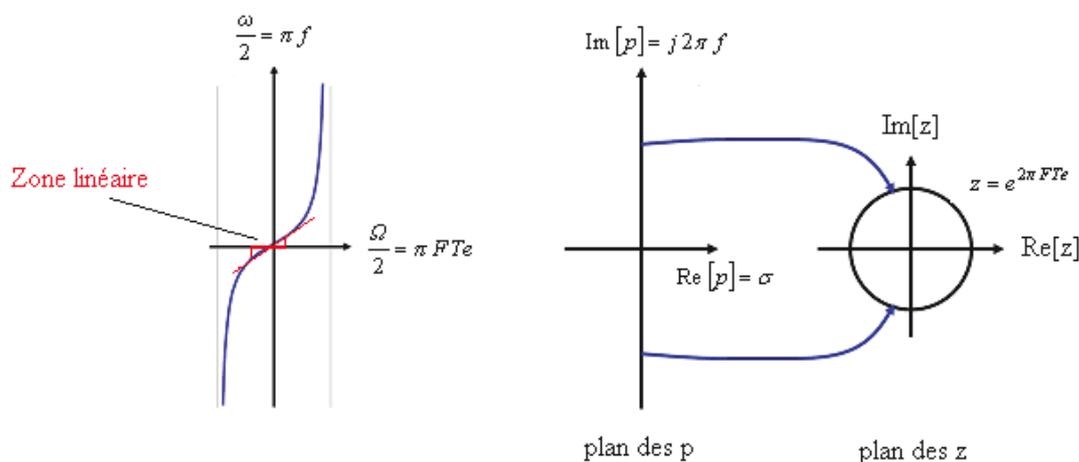


Figure 7.3-4 : Transformation Bilineaire

Nous pouvons constater que la transformation Bilineaire entraîne une distorsion d'autant plus importante des fréquences que nous nous rapprochons de $\Omega / 2 = \pi F T_e$. Par contre celle-ci est d'autant plus linéaire que nous sommes en basse fréquence. L'échantillonnage d'un signal suppose que nous ayons un filtre anti repliement précédant le convertisseur analogique numérique. Nous sommes dans ce cas de figure. Ce filtre possède généralement une fréquence de coupure f_c bien inférieure à la fréquence de Nyquist ($F_e / 2$). Le rapport f_c / F_e est généralement de l'ordre de 5 à 20 afin de suppléer aux performances des filtres réels ne pouvant présenter une pente infinie. Dans ces conditions, choisir une fréquence de coupure égale à la fréquence de Nyquist ne permet pas de supprimer les fréquences proches de $\pi f T_e$, zone non linéaire, et introduit ainsi une distorsion d'autant plus importante que nous avons cette égalité.

De plus, cette distorsion peut être anticipée en remplaçant la fréquence de coupure analogique f_c par la pulsation f_d telle que dans le domaine numérique $f_d = 2 \pi f_c$. On parle alors de pré-distorsion du gabarit analogique.

Les principales étapes de cette méthode sont résumées ci-dessous :

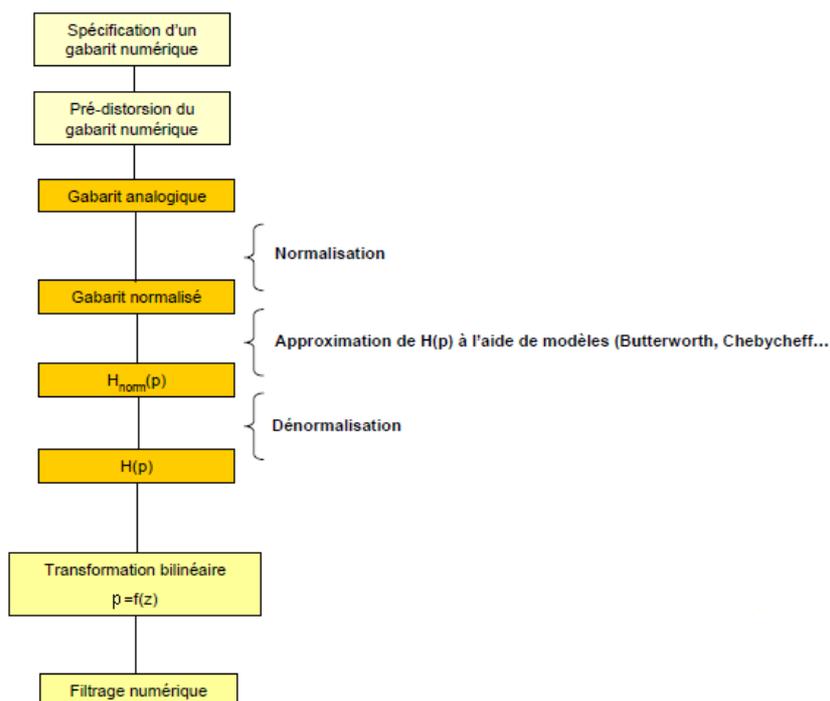


Figure 7.3-5 : Etapes de la synthèse d'un filtre numérique par transformation bilinéaire

7.3.b.2 Invariance de la réponse impulsionnelle

Ici également, nous nous basons sur un filtre analogique préalablement synthétisé selon la méthode vue au paragraphe 7.2.a.8, dont nous connaissons la réponse impulsionnelle. Il s'agit alors d'échantillonner cette dernière pour obtenir la réponse impulsionnelle du filtre numérique correspondant et ce faisant, obtenir par identification les coefficients de la fonction de transfert en z .

7.3.b.3 Optimisation du gabarit

Cette technique est permise par l'utilisation de moyens informatiques et de logiciels réalisant par itération la minimisation d'un critère d'erreur par rapport au gabarit imposé. Comme l'illustre la figure ci-dessous les points de la fonction de transfert échantillonnée n'entrant pas dans les limites du gabarit sont déplacés. Lorsque le critère d'erreur est respecté, la réponse impulsionnelle équivalente est calculée, permettant ainsi d'identifier les coefficients de la fonction de transfert en z .

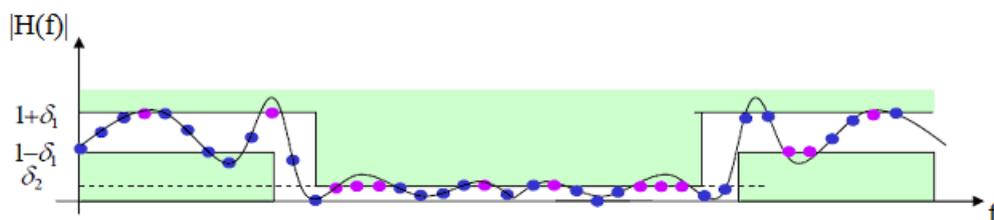


Figure 7.3-6 : Méthode d'optimisation

7.4 Les filtres RIF

La sortie d'un tel filtre à l'instant présent $n.T_e$ est donnée par :

$$y(n) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j) \quad (7.4-1)$$

Leur structure s'en déduit immédiatement :

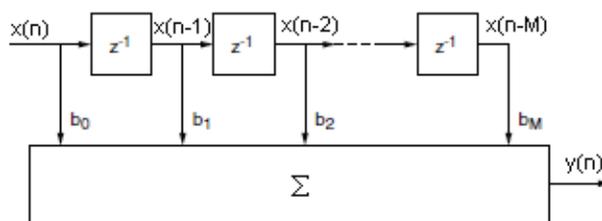


Figure 7.4-1 : Structure filtre RIF - Structure MA

Le signal de sortie ne dépend plus des échantillons de sortie antérieurs, la partie récursive a disparu.

Ces filtres sont également appelés transverses ou non récurifs.

Leur structure est dite à processus à Moyenne Adaptée (MA) :

- Le résultat de ce processus est une combinaison linéaire de l'entrée à l'instant présent $n.T_e$ ($x(n)$) et des entrées précédentes, de $x(n-1)$ à $x(n-M)$, pondérées respectivement par les coefficients b_0 à b_M .

Un type particulier de filtre RIF est celui dont les coefficients b_i sont tous égaux à $1/M$:

La sortie est alors égale à :

$$y(n) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^M x(n-j) \quad (7.4-2)$$

L'échantillon de sortie à l'instant $n.T_e$ est égal à la moyenne des M derniers échantillons d'entrée. Ce filtre qui réalise ainsi une Moyenne Glissante sur M échantillons sera utilisé dans la modélisation de la consigne de l'automate de la presse.

7.4.a Stabilité

L'équation (7.4-1) nous indique que la réponse impulsionnelle est de la forme :

$$h(n) = \sum_{j=0}^M b_j \delta(n-j) \quad (7.4-3)$$

D'où :

$$h[n] = \begin{cases} b_n, & \text{pour } 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.4-4)$$

La réponse impulsionnelle d'un filtre RIF est donc finie et stable. Cette stabilité se retrouve également dans la fonction de transfert ne comportant pas de pôles.

$$H(z) = TZ \{h[n]\} = \sum_{j=0}^M h(j) z^{-j} = \sum_{j=0}^M b_j z^{-j} \quad (7.4-5)$$

Par identification, les termes de la réponse impulsionnelle d'un filtre RIF sont égaux aux coefficients définissant le filtre.

7.4.b Synthèse

La méthode de synthèse d'un filtre RIF est dite « à fenêtrage ». Elle consiste à déduire la réponse impulsionnelle de la fonction de transfert d'un filtre idéal par TF^{-1} .

Nous verrons cette méthode plus en détail lors de la réalisation de notre filtre.

7.5 Choix du type de filtre

Nous présentons ci-dessous un tableau comparatif des principales propriétés et caractéristiques des deux types de filtres numériques.

Critère	RIF	RII
Maîtrise de la phase	Oui	Non
Complexité	Faible	Moyenne
Stabilité	Toujours	Risque selon la précision de calcul
Nombre de coefficients	Moyen	Faible

Tableau 7.5-1 : Comparatif des principales caractéristiques des structures RIF et RII

Les considérations suivantes nous ont amené à opter pour la réalisation d'un filtre RIF :

- Le souhait de maîtriser les calculs lors de la synthèse du filtre :
La rejection de la bande de fréquence devant se faire avec une bande de transition étroite, nous a conduits à choisir un filtre analogique de Tchebychev plus pentu qu'un filtre de Butterworth mais toutefois celui-là présente des ondulations dans la bande passante. L'atténuation de la bande coupée combinée à l'étroitesse de la bande de transition, a imposé un ordre égal à 12. Les tables ne donnant les valeurs de coefficient uniquement jusqu'à l'ordre 9 voire 10 nous amenait à réaliser à des calculs lourds avant même d'avoir entrepris la synthèse numérique à proprement parler.
Cela nous a conduits à éliminer les filtres RII. Bien sûr tout cela peut être obtenu directement grâce à des logiciels mais cela va à l'encontre de ce premier souhait.
- Conserver l'intégrité des signaux que nous recueillons :
L'atténuation de la bande de fréquence indésirable ne devra pas entraîner de distorsion du signal afin de ne pas dénaturer l'information pouvant être présente. Cela est réalisable en garantissant une réponse la plus plate possible en bande passante et en assurant la linéarité de la phase au moyen d'un filtre RIF.
- Le traitement a posteriori des signaux recueillis (Post-traitement) :
Le temps de calcul n'est donc pas contraignant comme cela serait le cas en temps réel.
La relative inefficacité des filtres RIF par rapport aux RII à ordre égal n'est donc pas pénalisante.
- Une relative immunité face aux perturbations
Travaillant sur un horizon fini, le signal de sortie d'un filtre RIF ne sera perturbé que sur une durée définie de M échantillons, moins importante que celle d'un RII.

Enfin

- Leur stabilité sans condition est un atout supplémentaire.

7.6 Synthèse du filtre coupe-bande selon une structure RIF

Comme cela a été dit nous réaliserons cette synthèse par la méthode du fenêtrage basée sur la définition d'un filtre idéal. Nous choisirons un RIF pour ces multiples avantages, en particulier pour son déphasage linéaire.

7.6.a Filtre idéal

Ci-après sont présentées les modules des fonctions de transfert des filtres idéaux passe-bas et passe-haut ;

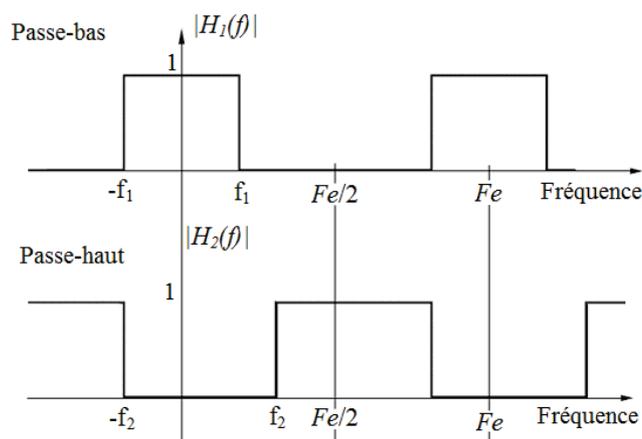


Figure 7.6-1 : Gabarit des filtres passe-bas et passe-haut idéaux

Ces filtres idéaux étant échantillonnés à la cadence Te leur fonction de transfert sont périodisées à la fréquence $Fe = 1 / Te$. On peut également constater la possibilité de réaliser un filtre coupe-bande en associant un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_1 à un filtre passe-haut de fréquence de coupure f_2 .

Cela nous permet de bâtir le gabarit du filtre coupe-bande idéal suivant :

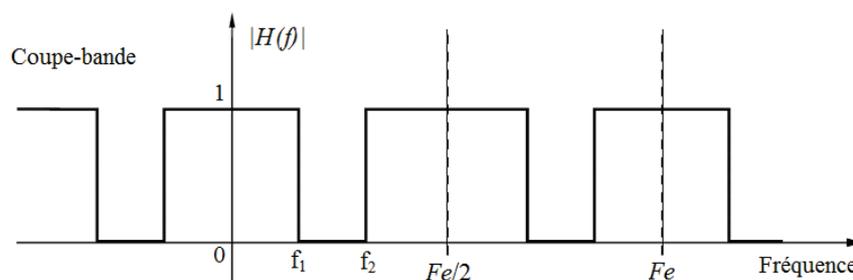


Figure 7.6-2 : Gabarit d'un filtre coupe-bande idéal

Nous avons opté pour les valeurs suivantes de nos paramètres de rejection de bande :

- f_1 : 40 Hz
- f_2 : 60 Hz

Une atténuation de l'amplitude au moins égale à 40dB dans la bande coupée. Cette atténuation est ici figurée infinie (gain nul).

7.6.b Fonction de transfert du filtre idéal

La fonction de transfert correspondant au filtre coupe-bande idéal (Figure 7.6-2) peut être exprimée sous la forme :

$$h[n] = h_1[n] + h_2[n] \leftrightarrow H(jf) = H_1(jf) + H_2(jf) \quad (7.6-1)$$

Ce qui correspond à l'association en parallèle des deux filtres.

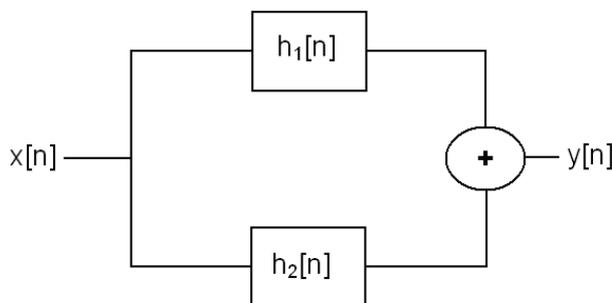


Figure 7.6-3 : Association parallèle de filtres

Avec $H_1(jf)$ et $H_2(jf)$ fonctions de transfert respectives du filtre passe-bas et du filtre passe-haut de fréquence de coupure f_1 et f_2 . En tenant compte du fait que la fonction de transfert d'un filtre passe-haut de coupure f_2 est complémentaire de celle d'un passe-bas de même fréquence de coupure et en posant $H_{2pb}(jf)$ comme étant la fonction de transfert de ce filtre passe-bas de fréquence, nous obtenons :

$$\begin{aligned} H_1(f) &= \Pi_{f_1} = \begin{cases} 1, |f| < f_1 \\ 0, |f| \geq f_1 \end{cases} \\ H_2(f) &= 1 - H_{2pb} \\ H_{2pb}(f) &= \Pi_{f_2} = \begin{cases} 1, |f| < f_2 \\ 0, |f| \geq f_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (7.6-2)$$

Avec :

- Π_{f_0} : Fonction Porte de largeur $\pm f_0$.

7.6.c Considérations pratiques sur la mise en œuvre d'un filtre RIF

Exprimées jusqu'ici dans les domaines des fréquences continues, nous devons tenir compte du fait que les fonctions de transfert sont calculées ponctuellement en utilisant des moyens informatiques. Ceci à deux conséquences :

- 1) Echantillonnage des fonctions de transfert

En effet celles-ci sont calculées pour des valeurs régulièrement espacées en fréquence. Ce qui est équivalent à une opération d'échantillonnage à la fréquence F_e :

$$H(f) \rightarrow \tilde{H}_{Fe}(f) = H(f) \times \frac{1}{F_e} \text{Pgn}_{Fe}(f) \quad (7.6-3)$$

Par dualité temporelle du théorème de Shannon nous avons :

$$T_1 < T_e \quad (7.6-4)$$

T_1 durée temporelle de la réponse impulsionnelle $h(t)$ obtenue par TF^{-1} de la fonction de transfert échantillonnée $H(f)$. Autrement dit, $h(t)$ est supposée finie de durée T_1 ou du moins tendre vers 0 au-delà d'un certain instant $T_1 / 2$ au-delà duquel nous pouvons considérer ses valeurs d'amplitude comme négligeable.

De plus, l'échantillonnage de $H(f)$ entraîne la périodisation de $h(t)$ à une période $Te = 1 / Fe$. Nous sommes donc assuré d'avoir au moins toute la durée T_l dans Te .

Nous noterons cette réponse impulsionnelle périodisée $h_p(t)$. D'où :

$$H(f) \rightarrow \tilde{H}_{Fe}(f) = H(f) \frac{1}{Fe} Pgn_{Fe}(f) = H(f) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kFe) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H(kFe) \delta(f - kFe) \quad (7.6-5)$$

Notons que $\tilde{H}_{Fe}(f)$ est continue en fréquence mais que seule une suite infinie de valeurs de $H(f)$ aux fréquences multiples de Fe est non nulle.

2) Fenêtrage des fonctions de transferts

Les calculs des fonctions de transfert se faisant sur un nombre N fini de valeurs de fréquence cela revient à multiplier $\tilde{H}_{Fe}(f)$ par une fenêtre naturelle rectangulaire de largeur $F_0 = N.Fe$. Nous avons alors :

$$\tilde{H}_{Fe}(f) \Pi_{F_0}(f) = \sum_{k=0}^{N-1} H(kFe) \delta(f - kFe) \quad (7.6-6)$$

La fonction de transfert dont nous disposons est donc une suite finie de valeurs de $H(f)$ aux fréquences $k.Fe$.

La réponse impulsionnelle $h_p(t)$ correspondant à la fonction de transfert échantillonnée $\tilde{H}_{Fe}(f)$ est obtenue par :

$$h_p(t) = TF^{-1} \{ \tilde{H}_{Fe}(f) \} = TF^{-1} \left\{ H(f) \frac{1}{Fe} Pgn_{Fe}(f) \right\} \quad (7.6-7)$$

La multiplication dans le domaine fréquentiel devenant un produit de convolution temporel :

$$h_p(t) = \left(h(\tau) * \frac{1}{Fe} \frac{1}{Te} Pgn_{Te}(\tau) \right)_{(t)} = \left(h(\tau) * Pgn_{Te}(\tau) \right)_{(t)} = \left(h(\tau) * Te \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \delta(\tau - jTe) \right)_{(t)} \quad (7.6-8)$$

Par linéarité de la convolution :

$$h_p(t) = Te \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (h(\tau) * \delta(\tau - jTe))_{(t)} = Te \sum_{p=-\infty}^{+\infty} h(t - jTe) \quad (7.6-9)$$

Cette dernière équation met en évidence la périodisation de $h(t)$ à la cadence de Te .

La réponse impulsionnelle $h_p(t)$ obtenue par TF^{-1} de la fonction de transfert échantillonnée $\tilde{H}_{Fe}(f)$, est donc périodisée à Te mais aussi pondérée par le coefficient Te .

D'autre part :

$$h_p(t) = TF^{-1} \{ \tilde{H}_{Fe}(f) \} = TF^{-1} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} H(kFe) \delta(f - kFe) \right\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H(kFe) e^{+j2\pi k Fet} \quad (7.6-10)$$

La fonction de transfert $H(f)$ étant symétrique et réelle, les coefficients de $H(kFe)$ sont égaux aux coefficients de $H(-kFe)$, $k > 0$. Nous pouvons donc écrire :

$$h_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{-1} H(kFe) e^{+j2\pi k Fet} + H(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} H(kFe) e^{+j2\pi k Fet} = H(0) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} H(kFe) \cos(2\pi k Fet) \quad (7.6-11)$$

La variable temporelle t étant continue, $h_p(t)$ est donc continue et elle est la somme de fonctions continues pondérées par les valeurs de $H(f)$ aux fréquences kFe .

Mais à nouveau nous sommes confrontés aux restrictions imposées par l'emploi d'un ordinateur ceci explique l'intérêt d'avoir considéré la réponse impulsionnelle comme étant de durée finie T_l ou pour le moins comme étant négligeable au-delà de T_l .

3) Echantillonnage de la réponse impulsionnelle

Calculée ponctuellement pour des valeurs régulièrement espacées en temps équivaut à une opération d'échantillonnage. Dans ces conditions, $h_p(t)$ devient alors $\tilde{h}_{Ts}(t)$ échantillonnée à la cadence Ts :

$$\tilde{h}_{Ts}(t) = h_p(t) \frac{1}{Ts} \text{Pgn}_{Ts}(t) \quad (7.6-12)$$

Ce nouvel échantillonnage en temps va périodiser la TF de $h_p(t)$ Avec la condition sur la cadence d'échantillonnage temporel Ts . Il faut donc que la périodisation dans le domaine fréquentiel à la période $1 / Ts$ soit supérieur à 2 fois la plus haute fréquence de $H(f)$. Soit $B_{HF} = F_0 / 2$ cette borne, dans ces conditions nous avons :

$$Fs = \frac{1}{Ts} \geq 2 B_{HF} \quad (7.6-13)$$

Mais comme nous avons aussi :

$$Fe \geq 2 B_{HF} = 2 F_0 \quad (7.6-14)$$

Donc si :

$$Ts > \frac{1}{Fe} \quad (7.6-15)$$

La condition est remplie. D'où l'expression :

$$\tilde{h}_{Ts}(t) = h_p(t) \sum_{i=0}^{n-1} \delta(t - iTs) = \sum_{i=0}^{n-1} h_p(iTs) \delta(t - iTs) \quad (7.6-16)$$

Suite infinie de valeurs de $h(t)$ aux instants iTs . Par substitution de l'équation (7.6-9) dans l'équation (7.6-19) :

$$\tilde{h}_{Ts}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} Te \left[\sum_{p=-\infty}^{+\infty} h(t - jTe) \right] \delta(t - iTs) \quad (7.6-17)$$

4) Fenêtrage de la réponse impulsionnelle

Le calcul de la réponse impulsionnelle est réalisé sur un nombre M fini d'échantillons temporels d'amplitude ce qui est équivalent à sa multiplication par une fenêtre rectangulaire de largeur $T1 = M.Ts$.

$$\tilde{h}_{Ts}(t) \Pi_{T1} = \sum_{i=0}^{M-1} h_p(iTs) \delta(t - iTs) = Te \sum_{i=0}^{M-1} h(iTs) \delta(t - iTs) \quad (7.6-18)$$

La réponse impulsionnelle calculée est donc une suite finie de valeurs de $h(t)$ aux instants $p.Ts$.

Elle-même obtenue par échantillonnage et fenêtrage de la fonction de transfert.

En pratique, on préfère, par facilité de programmation, avoir le même nombre d'échantillons dans chacun des domaines temporel et fréquentiel.

$$\begin{cases} T1 Fe = Ts F_0 \\ \frac{T1}{Ts} = M = N = \frac{F_0}{Fe} \end{cases} \quad (7.6-19)$$

a fréquence d'échantillonnage sera par conséquent identique dans les deux domaines ce qui théoriquement n'est pas obligatoire.

7.6.d Réponse impulsionnelle

Dans le domaine du temps et des fréquences continus, la réponse impulsionnelle d'un filtre est obtenue par la TF^{-1} de sa fonction de transfert. Cette transformée inverse étant linéaire, on obtient pour notre filtre coupe-bande idéal (cf 7.6.b) :

$$h(t) = TF^{-1}\{H_1(f) + H_2(f)\} = TF^{-1}\{H_1(f)\} + TF^{-1}\{H_2(f)\} = h_1(t) + h_2(t) \quad (7.6-20)$$

La TF^{-1} d'une fonction porte centrée de largeur $\pm f_0$ est :

$$TF^{-1}\{\Pi_{f_0}(f)\} = 2f_0 \frac{\sin(2\pi f_0 t)}{(2\pi f_0 t)} \quad (7.6-21)$$

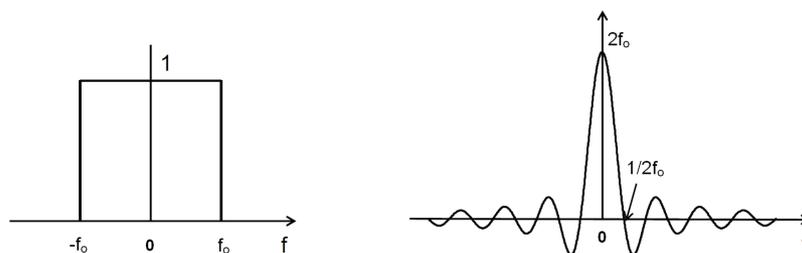


Figure 7.6-4 : Fonction porte et sa TF en sinus cardinal

Observons que cette réponse impulsionnelle est continue en temps et de durée infinie.

Selon la définition des fonctions de transfert vue précédemment :

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = TF^{-1}\{\Pi_{f_1}(f) + 1 - \Pi_{f_2}(f)\} = TF^{-1}\{\Pi_{f_1}(f)\} + TF^{-1}\{1\} - TF^{-1}\{\Pi_{f_2}(f)\} \quad (7.6-22)$$

Or, la fonction de transfert $H(f) = 1$ ayant pour TF^{-1} l'impulsion de Dirac $\delta(t)$, nous obtenons alors :

$$h(t) = 2f_1 \frac{\sin(2\pi f_1 t)}{(2\pi f_1 t)} + \delta(t) - 2f_2 \frac{\sin(2\pi f_2 t)}{(2\pi f_2 t)} \quad (7.6-23)$$

En prenant en compte les limitations imposées par l'utilisation de moyens informatiques (échantillonnage et fenêtrage) on obtient :

$$h(n) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{2f_1}{Fe} \times \frac{\sin\left(2\pi n \frac{f_1}{Fe}\right)}{\left(2\pi n \frac{f_1}{Fe}\right)} + \delta(n) - \frac{2f_2}{Fe} \times \frac{\sin\left(2\pi n \frac{f_2}{Fe}\right)}{\left(2\pi n \frac{f_2}{Fe}\right)} \right] \quad (7.6-24)$$

En $n=0$, nous avons par définition du sinus cardinal :

$$\left. \frac{\sin x}{x} \right|_{x=0} = 1 \quad (7.6-25)$$

Ce qui peut être retrouvé en considérant le sinus cardinal comme le développement limité de la fonction sinus en zéro soit la fonction cosinus, et par conséquent $\cos 0 = 1$.

D'où :

$$h(n=0) = \frac{2f_1}{Fe} + 1 - \frac{2f_2}{Fe} \quad (7.6-26)$$

Nous trouvons, ci-après, une représentation de $h[n]$ d'un filtre RIF coupe-bande tel que :

- $f_1 = 40$ Hz
- $f_2 = 60$ Hz
- $F_c = 100$ Hz
- $L = 2n + 1 = 21$

L étant la longueur temporelle du filtre. Ici :

$$h(n=0) = \frac{2 \times 40}{100} + 1 - \frac{2 \times 60}{100} = \frac{80 + 100 - 120}{100} = 0,6 \quad (7.6-27)$$

La réponse impulsionnelle est présentée ci-dessous :

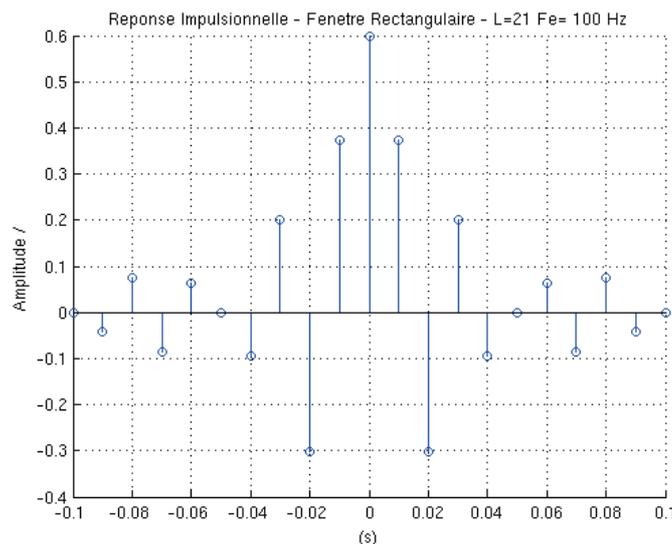


Figure 7.6-5 : Exemple de réponse impulsionnelle d'un filtre RIF coupe-bande

Nous pouvons observer cette réponse est symétrique comme nous pouvions nous y attendre selon l'équation (7.6-11). Elle donc de fait non causale, $h(n) \neq 0$ pour $n \leq 0$. Afin de rendre possible sa réalisation physique, nous allons donc effectuer un décalage temporel de durée $(N_s \cdot T_e)$, le nombre d'échantillons N_s étant donné par :

$$N_s = \frac{L-1}{2} \quad (7.6-28)$$

De manière générale, nous choisirons un filtre d'ordre pair comme dans notre exemple ($L = 21$, $N = 20$) N étant le nombre d'échantillons de la réponse impulsionnelle du filtre. Le nombre de coefficients du filtre sera égal à $N+1$, $h[n]$ sera de longueur $L = N+1$. Cela présentant ainsi l'avantage d'avoir un axe ou un point de symétrie sur $h[n]$ correspondant à une valeur entière de n .

Nous obtenons ainsi :

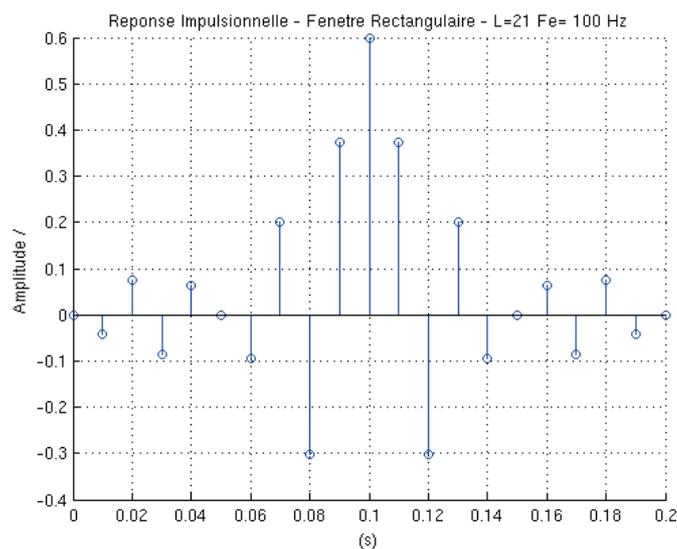


Figure 7.6-6 : Exemple de réponse impulsionnelle rendue causale

7.6.e Phase du filtre RIF synthétisé

Le filtre coupe-bande idéal sur lequel est basée cette synthèse possède fonction de transfert réelle (Figure 7.6-2).

$$H(f) = |H(f)|e^{-j\phi(f)} \quad (7.6-29)$$

La phase est donc nulle :

$$\phi(f) = 0 \quad (7.6-30)$$

Le décalage temporel rendant causale la réponse impulsionnelle du filtre, se traduit par un déphasage en fréquence de la fonction de transfert :

$$h(t - NsTe) = h_{\tau}(t) \quad (7.6-31)$$

$$TF\{h(t - NsTe)\} = TF\{h(t)\delta(t - NsTe)\} = H(f)e^{-j2\pi f NsTe}$$

Ce décalage se fait normalement, dans le cas d'un filtre numérique, par un changement d'indice des échantillons de sa réponse impulsionnelle :

$$h(n) \rightarrow h(n - Ns) \quad (7.6-32)$$

Le module de la fonction de transfert étant inchangé. Quant à la phase, elle n'est plus nulle :

$$\text{Arg}\{H(f)e^{-j2\pi f NsTe}\} = \phi(f) - 2\pi NsTe f = -2\pi NsTe f \quad (7.6-33)$$

Car $\phi(f) = 0$.

Elle est devenue linéaire en fonction de la fréquence, le temps de groupe vaut alors :

$$\tau = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{d\phi}{2\pi df} = -NsTe \quad (7.6-34)$$

Il est constant et indépendant de la fréquence, ce qui signifie que le retard apporté à chaque composante fréquentielle d'un signal d'entrée du filtre sera identique pour l'ensemble de ces composantes spectrales comprises dans la bande passante de ce filtre. Nous garantissons ainsi une absence de distorsion du signal d'entrée du fait du décalage temporel.

7.7 Réalisation du filtre RIF coupe-bande

7.7.a Définition du gabarit

Le filtre que nous voulons synthétiser doit répondre au gabarit suivant :

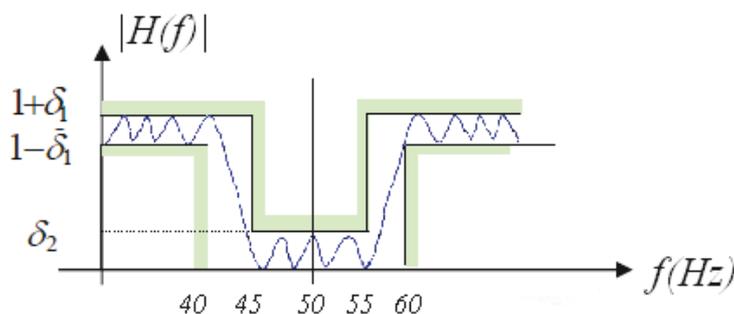


Figure 7.7-1 : Gabarit filtre coupe-bande

Fréquence d'échantillonnage (Fe)	2400 Hz	Gain
1ere bande passante	0...40 Hz	0 dB
Bande coupée	45...55 Hz	-40 dB
2eme bande passante	60...1200Hz	0 dB

Tableau 7.7-1 : Gabarit du filtre coupe-bande

Celui-ci fait apparaître le paramètre δ_1 représentant l'ondulation maximale en bande passante pouvant amener des écarts sur les valeurs mesurées.

Les pentes du filtre synthétisé ne pouvant être infinies, il existe des bandes de transition. Celles-ci sont dans notre cas identiques :

$$\Delta f = 45 - 40 = 60 - 55 = 5 \text{ Hz} \quad (7.7-1)$$

Les fréquences caractéristiques du filtre coupe-bande idéal se trouve au centre des deux bandes de transition soient :

$$f_{c1} = \frac{40 + 45}{2} = 42,5 \text{ Hz} \quad (7.7-2)$$

$$f_{c2} = \frac{55 + 60}{2} = 57,5 \text{ Hz}$$

7.7.b Définition de la réponse impulsionnelle

Il existe une relation permettant de calculer l'ordre du filtre synthétisé lors de la troncature de la réponse impulsionnelle par une fenêtre rectangulaire en fonction de sa largeur de bande de transition exprimée en pulsation réduite par rapport à la fréquence d'échantillonnage F_e :

$$\Delta\Omega = 2\pi \frac{\Delta f}{F_e} = \frac{1,8\pi}{N} = 2\pi \frac{5}{2400} \approx 0,00417\pi \quad (7.7-3)$$

Soit dans notre cas :

$$N \geq \frac{1,8\pi}{\Delta\Omega} = \frac{1,8\pi \times 2400}{2\pi \times 5} = 432 \quad (7.7-4)$$

N est pair, dans le cas contraire nous aurions pris la valeur directement supérieure, afin de respecter la condition de symétrie sur la réponse impulsionnelle que nous avons définie au chapitre 7.6.d, ainsi $N_s=216$. La longueur du filtre sera de $L=2N_s+1 = N+1 = 433$ échantillons. Nous pouvons donc écrire la réponse impulsionnelle :

$$h[n] = \begin{cases} \frac{2f_{c1}}{Fe} \times \frac{\sin\left[2\pi(n-N_s)\frac{f_{c1}}{Fe}\right]}{2\pi(n-N_s)\frac{f_{c1}}{Fe}} - \frac{2f_{c2}}{Fe} \times \frac{\sin\left[2\pi(n-N_s)\frac{f_{c2}}{Fe}\right]}{2\pi(n-N_s)\frac{f_{c2}}{Fe}} & , 0 \leq n \neq N_s \leq N \\ \frac{2f_{c1}}{Fe} + 1 - \frac{2f_{c2}}{Fe} & , n = N_s \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.7-5)$$

Soit en réalisant l'application numérique et en simplifiant :

$$h[n] = \begin{cases} \frac{\sin\left[\pi(n-216)\frac{2 \times 42,5}{2400}\right]}{\pi(n-216)} - \frac{\sin\left[\pi(n-216)\frac{2 \times 57,5}{2400}\right]}{\pi(n-216)} & , 0 \leq n \neq 216 \leq 432 \\ \frac{2 \times 42,5}{2400} + 1 - \frac{2 \times 57,5}{2400} = \frac{2370}{2400} = 0,9875 & , n = N_s = 432 \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.7-6)$$

Ci-dessous figure le tracé de cette réponse impulsionnelle :

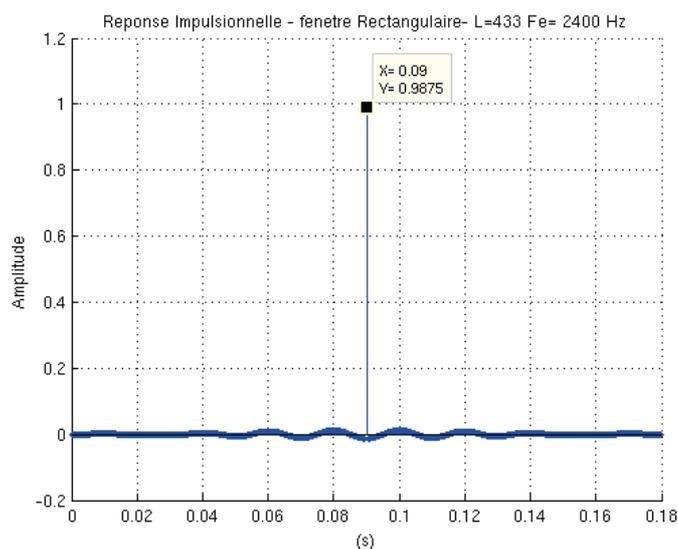


Figure 7.7-2 : Réponse impulsionnelle du filtre RIF coupe-bande

7.7.c Fonction de transfert du filtre RIF coupe-bande

Nous pouvons obtenir informatiquement le module et la phase correspondant à cette réponse impulsionnelle par calcul de la TF numérique (selon un algorithme FFT). Afin d'obtenir des courbes de gain et de phase plus lisibles, nous calculons ces transformées avec un nombre d'échantillons en fréquence bien supérieur aux nombre d'échantillons temporels de la réponse impulsionnelle. Cela est rendu possible en complétant $h[n]$ avec des zéros (« zero padding »). Ce nombre d'échantillon est fixé arbitrairement à 65 536 (2^{16}) avec le seul impératif d'être un puissance de deux afin d'optimiser le calcul par FFT.

Les courbes obtenues sont détaillées ci-après.

7.7.c.1 Gain

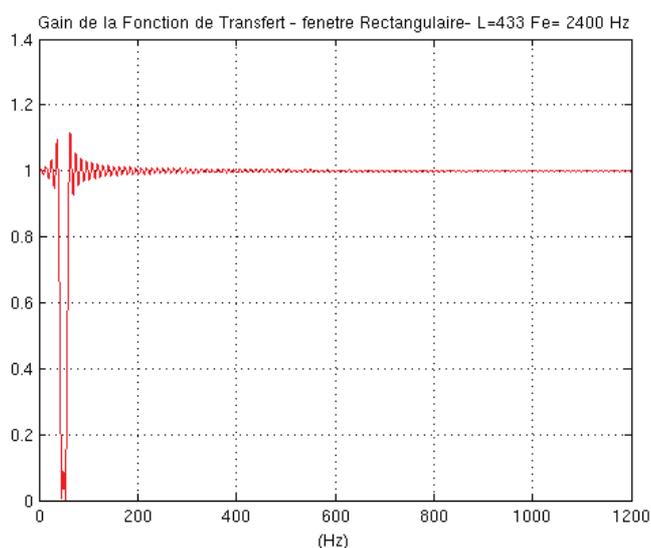


Figure 7.7-3 : Gain filtre RIF coupe-bande – Fenêtrage rectangulaire

Nous pouvons faire les observations suivantes :

- Le module de la fonction de transfert montre des oscillations dans la bande de transition et dans la bande coupée dues à la sommation des oscillations des filtres passe-bas utilisés pour construire notre filtre coupe-bande (voir Figure 7.7-1).

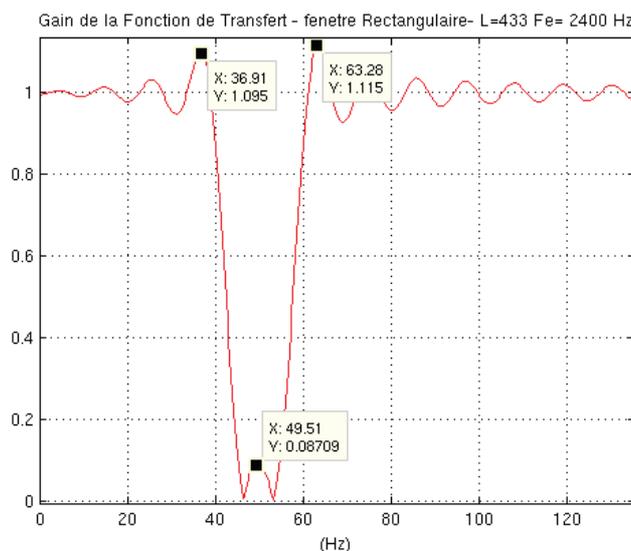


Figure 7.7-4 : Ondulations suite au fenêtrage rectangulaire

- Le niveau maximum des ces ondulations est de l'ordre de : 11,5% soit 0,94 dB ce qui est de l'ordre de la valeur caractéristique de l'ondulation due à l'emploi d'une fenêtre rectangulaire (9% ou 0,74 dB). Cet écart provenant de la sommation des deux fonctions de transfert.
- L'atténuation à 50Hz est de 21 dB ($20 \log 0,08709$) valeur également propre à l'emploi d'une fenêtre rectangulaire.

7.7.c.2 Phase

L'observation de la phase confirme sa linéarité en fonction de la fréquence.

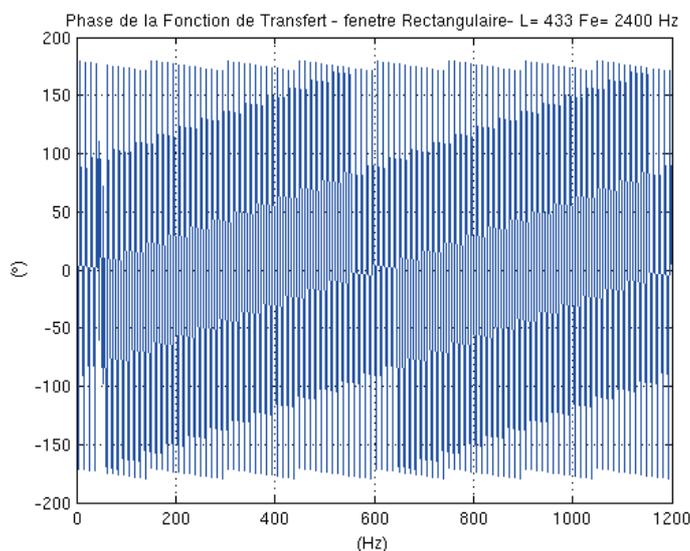


Figure 7.7-5 : Phase filtre RIF coupe-bande – Fenêtrage rectangulaire

Dans la bande passante la discontinuité apparente est due à la périodicité des fonctions trigonométriques (2π radians). Selon l'équation (7.6-33) la phase vaut 2π radian pour une variation de fréquence de :

$$-2\pi = -2\pi N_s T_e f$$

$$f = \frac{1}{N_s T_e} = \frac{F_e}{N_s} = \frac{2400}{216} \approx 11,1 \text{ Hz} \quad (7.7-7)$$

Nous mesurons sur la figure ci-dessous $83,31 - 72,25 = 11,06$ Hz.

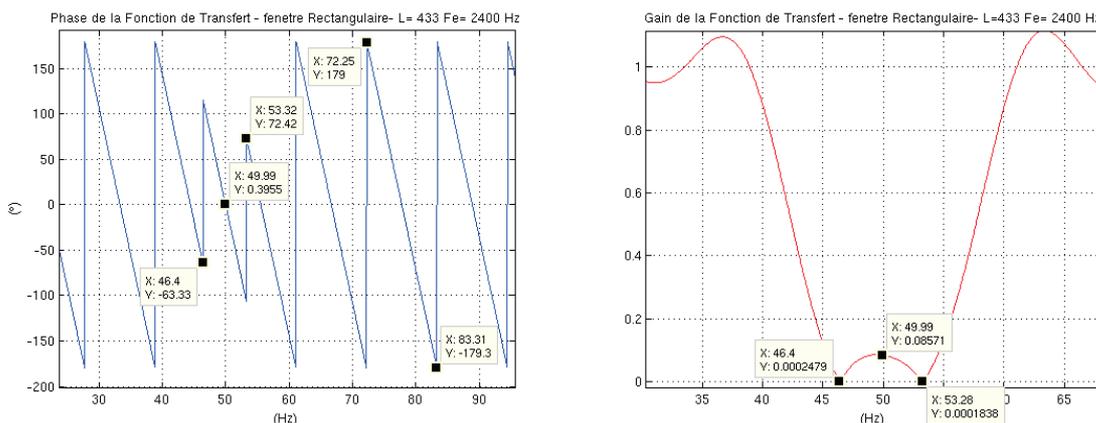


Figure 7.7-6 : Phase dans la bande coupée et gain correspondant

Dans la bande coupée les sauts de phase sont dus aux zéros de transmission de la fonction de transfert. Ces sauts sont mis en regard de l'évolution du gain dans cette bande de fréquence.

Nous avons pu observer, en faisant varier la fréquence caractéristique f_{c2} du filtre passe-haut afin de ne plus avoir d'annulation de la fonction de transfert, que ces incidents de phase n'apparaissent alors plus, ceci pour :

$$f_{c2} - f_{c1} < \frac{1}{NsTe} \approx 11,1 Hz \tag{7.7-8}$$

Cela est illustré ci-dessous pour et $f_{c2} = 49,1 Hz$ et $f_{c1} = 42,5 Hz$ inchangée.

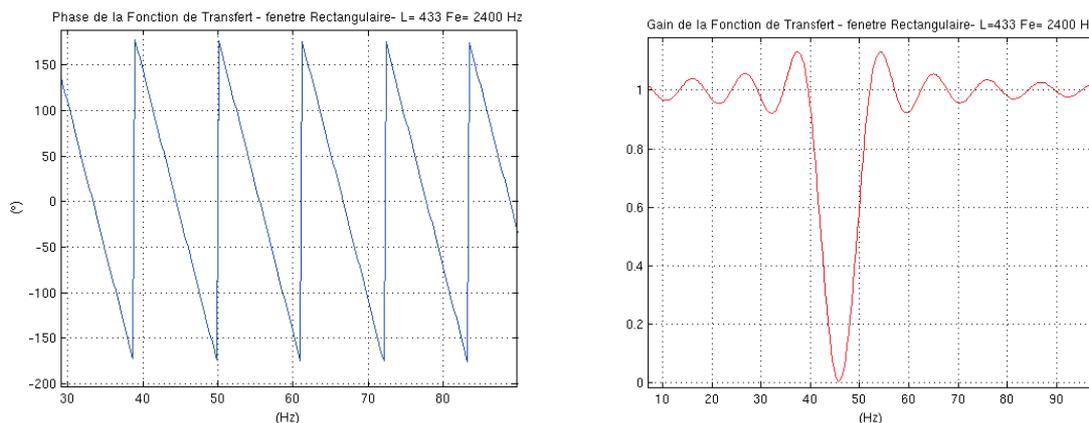


Figure 7.7-7 : Bande coupée inférieure à $1 / (NsTe)$

7.7.d Conséquence de la troncature de la réponse impulsionnelle

La réponse en fréquence obtenue par TF de la réponse impulsionnelle du filtre idéal tronquée au moyen de la multiplication par une fonction Porte, est donnée par le produit de convolution dans le domaine fréquentiel de la fonction de transfert idéale avec le sinus cardinal ceci provoque ainsi l'apparition de ces ondulations.

$$TF\{h[nTe] \times \Pi_L[n]\} = H[kFe] * L \frac{\sin[2\pi L k Fe]}{[2\pi L k Fe]} \quad (7.7-9)$$

L'effet de cette troncature dans le domaine temporel, et de la convolution fréquentielle qu'elle entraîne, est illustré ci-dessous :

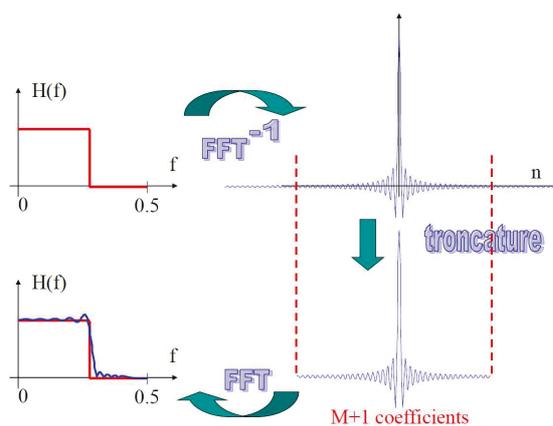


Figure 7.7-8 : Effet de la troncature de la réponse impulsionnelle

Nous pourrions également interpréter ces ondulations par le fait que la troncature réduit le nombre d'harmoniques de rang élevé pris en compte dans la reconstruction de la porte fréquentielle. C'est l'effet de bord ou de Gibbs.

En fait, la reconstruction d'un signal présentant une discontinuité (comme une fonction porte) à partir de sinus cardinaux en relation harmoniques, obtenue par TF^{-1} , donne lieu à un dépassement maximum en ce point de discontinuité qui sera toujours de l'ordre de $\pm 9\%$ du saut d'amplitude et ceci quelque soit le nombre d'harmoniques pris en compte. La valeur de ce dépassement est une limite, parfois appelée *constante de Gibbs-Wilbraham*, ce dernier en étant le premier découvreur en 1848. Les ondulations dans la bande coupée trouvent leur origine dans les zéros de transmission. Une augmentation de la largeur de la fenêtre, autrement dit de la longueur du filtre, n'apporte aucune variation de l'amplitude maximale des ondulations dans les bandes passantes et coupée. Celles-ci sont juste plus nombreuses.

La bande de transition est améliorée par l'augmentation du nombre d'échantillons de la réponse impulsionnelle pris en compte (augmentation de la largeur de la porte), la pente étant bien plus raide.

Ces divers points sont mis en évidence sur les courbes de gain de notre filtre, synthétisé à partir de sa réponse impulsionnelle, définie par l'équation (7.7-6), respectivement pour $N = 432$ et 1488 échantillons (valeur choisie à des fins de comparaison que nous verrons plus loin). L'atténuation à 50Hz est alors de 38 dB ($20\log 0,01203$).

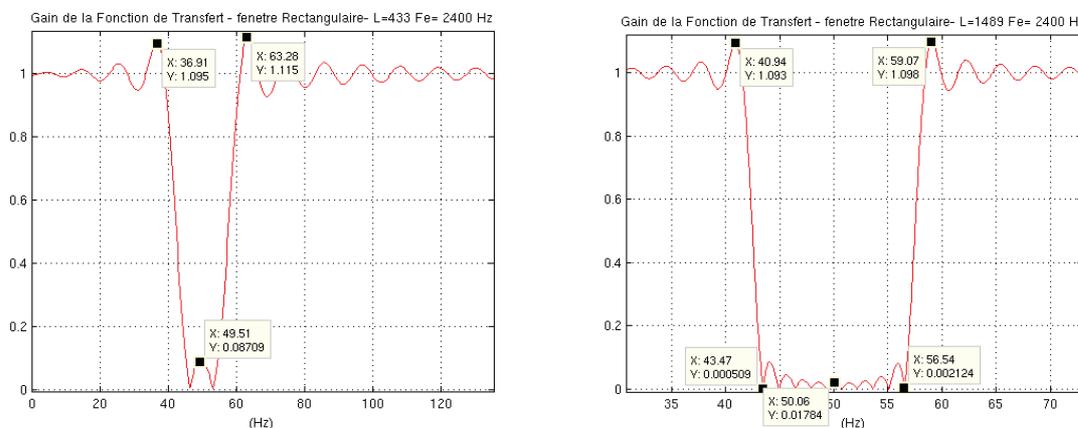


Figure 7.7-9 : Allure du gain pour $N=432$ et $N=1488$

Au final, nous constatons que la troncature de la réponse impulsionnelle par une fonction porte ne nous permettra pas de réaliser un filtre conforme à nos attentes :

- Ondulations dans la bande passante provoquant $\bar{9}\%$ d'écarts sur les valeurs mesurées.
- Atténuation limitée à une valeur théorique de 21 dB pour $N = 1,8\pi / \Delta\Omega$.
- Bande de transition respectée au prix d'une longueur de filtre bien supérieure.

Il nous reste donc à choisir une fenêtre de pondération nous permettant de respecter les caractéristiques que nous nous sommes fixées. Idéalement, celle-ci ne devrait pas présenter de discontinuité et posséder une TF sans oscillation.

7.7.e Choix de la fenêtre de troncature

Le tableau ci-après rassemble les caractéristiques des principales fenêtres que nous pourrions utiliser pour réaliser la troncature de la réponse impulsionnelle du filtre coupe-bande.

Nous pouvons y retrouver les valeurs concernant la fenêtre de troncature rectangulaire que nous avons utilisée jusque-là.

Type de fenêtre	Δf largeur de transition (en fréquence réduite)	Ondulation en bande passante A_p (dB)	Atténuation du 1er lobe secondaire (dB)	Atténuation en bande atténuée A_s (dB)	Fonction fenêtre $w_k, k \leq \frac{N-1}{2}$
Rectangulaire	$1.8/N$	0.7416	13	21	1
Hann (Hanning)	$6.2/N$	0.0546	31	44	$0,5 + 0,5 \cos \frac{2\pi k}{N}$
Hamming	$6.6/N$	0.0194	41	53	$0,54 + 0,46 \cos \frac{2\pi k}{N}$
Blackman	$11/N$	0.0017	57	74	$0,42 + 0,5 \cos \frac{2\pi k}{N-1} + 0,08 \cos \frac{4\pi k}{N-1}$
Kaiser	$5.86/N$ ($\beta=4.54$)	0.0274		50	$\frac{I_0\left(\beta\sqrt{1-(2k/(N-1))^2}\right)}{I_0(\beta)}$ avec $I_0(x) = 1 + \sum_{m=1}^M \left[\frac{(x/2)^m}{m!} \right]^2$ avec $M < 25$
	$8.64/N$ ($\beta=6.76$)	0.00275		70	
	$11.42/N$ ($\beta=8.96$)	0.000275		90	

Tableau 7.7-2 : Caractéristiques des principales fenêtres de pondération

Hormis la fenêtre de Kaiser, mettant en œuvre des calculs assez lourds, la fenêtre la plus avantageuse semble être la fenêtre de Blackman :

- Atténuation de 74 dB \gg 40dB
- Ondulation 0,0017 dB soit 0,02%

La valeur de la bande de transition exprimée en fréquence réduite est approximée par la relation α / N dans laquelle alpha est un coefficient propre à chaque type de fenêtre et N le nombre de coefficient du filtre.

Le calcul du nombre de coefficients pour une fenêtre de Blackman nous donne :

$$N \geq \frac{11\pi}{\Delta\Omega} = \frac{11\pi \times 2400}{2\pi \times 5} = 2640 \quad (7.7-10)$$

Nous choisirons donc une fenêtre de Hann (ou cosinus) :

- Atténuation de 44 dB $>$ 40dB
- Ondulation 0,055 dB soit 0,64%

Et :

$$N \geq \frac{6,2\pi}{\Delta\Omega} = \frac{11\pi \times 2400}{2\pi \times 5} = 1488 \quad (7.7-11)$$

Ns vaut alors 744.

Les écarts de l'ordre de 0,64% sur les valeurs mesurées dans les bandes passantes sont compatibles avec les spécifications de la chaîne d'acquisition que nous utilisons. Le graphe temporel de la fenêtre de Hann et sa réponse en fréquence en pulsation réduite sont présentés ci-dessous :

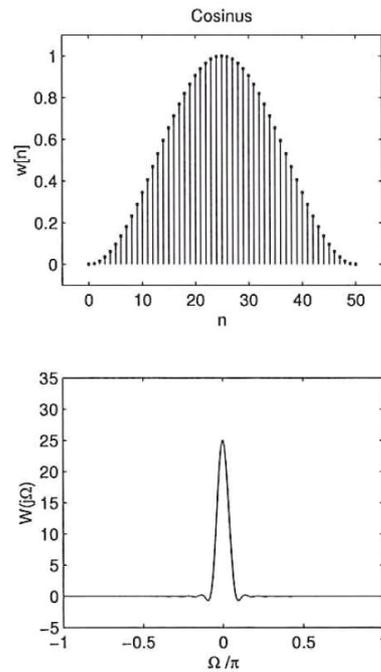


Figure 7.7-10 : graphe temporel de la fenêtre de Hann

Ces courbes sont données en échelle linéaire afin de pouvoir les la fonction Porte et sa TF en sinus cardinal.

Par rapport à celles-ci, nous constatons immédiatement l'absence de discontinuité en temps, la fonction temporelle de cette Porte étant continue, entraînant ainsi de très faibles ondulations en fréquence.

La réponse impulsionnelle de notre filtre est alors obtenue par le produit des fonctions de transfert de la porte de Hann $w[n]$ et de la réponse impulsionnelle de notre filtre $h[n]$ définie par l'équation (7.7-5).Ce produit nous donne l'expression suivante :

$$w[n] \times h[n] = \begin{cases} 0,5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{n}{N} \right) \right) \left(\frac{\sin \left[2\pi (n - N_s) \frac{f_{c1}}{F_e} \right]}{\pi (n - N_s)} - \frac{\sin \left[2\pi (n - N_s) \frac{f_{c2}}{F_e} \right]}{\pi (n - N_s)} \right) & , 0 \leq n \neq N_s \leq N \\ 0,5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{n}{N} \right) \right) \left(\frac{2f_{c1}}{F_e} + 1 - \frac{2f_{c2}}{F_e} \right) & , n = N_s \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.7-12)$$

Soit :

$$w[n] \times h[n] = \begin{cases} 0,5 \left(1 - \cos\left(2\pi \frac{n}{1488} \right) \right) \left(\frac{\sin\left[2\pi(n-744) \frac{2 \times 42,5}{2400} \right]}{\pi(n-744)} - \frac{\sin\left[\pi(n-744) \frac{2 \times 57,5}{2400} \right]}{\pi(n-744)} \right) & , 0 \leq n \neq N_s \leq N \\ 0,5 \left(1 - \cos\left(2\pi \frac{744}{1488} \right) \right) \left(\frac{2 \times 42,5}{2400} + 1 - \frac{2 \times 57,5}{2400} \right) = 0,5 \times (1 - (-1)) \times \frac{2370}{2400} = 0,9875, n = N_s = 744 & \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.7-13)$$

La valeur centrale $h(n=N_s)$ reste inchangée.

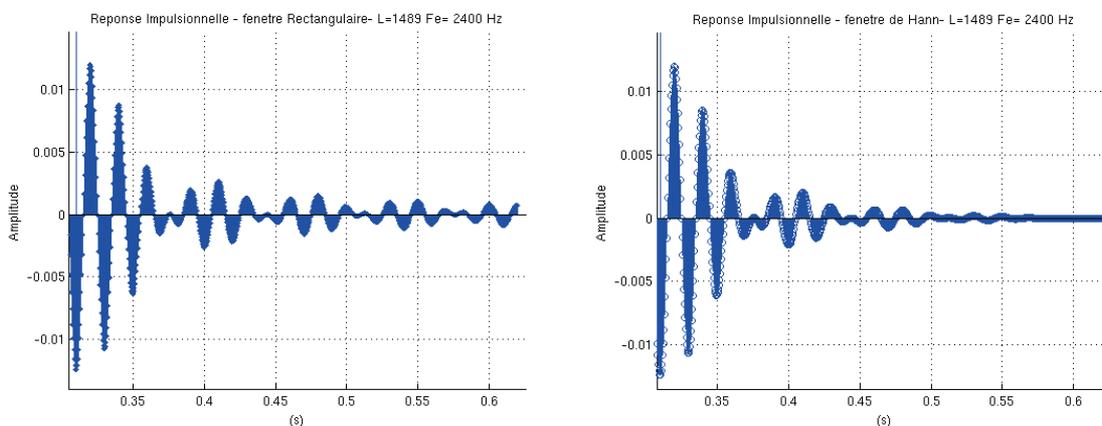


Figure 7.7-11 : Allure de la réponse impulsionnelle selon le type de fenêtre de troncation

On peut comparer les avantages d'une fenêtre de Hann par rapport à une fenêtre rectangulaire en comparant les réponses impulsionnelles du filtre coupe-bande tronquée avec ces deux fenêtres de longueur identique ($N = 1488$, $L = 1489$)

On observe que les ondulations temporelles sont plus rapidement amorties.

Examinons la courbe de gain du filtre obtenu à partir de l'équation (7.7-12).

La phase n'est pas figurée car elle reste inchangée quelque soit le type de fenêtre. En effet, les fonctions de transfert demeurent réelles donc à phase nulle.

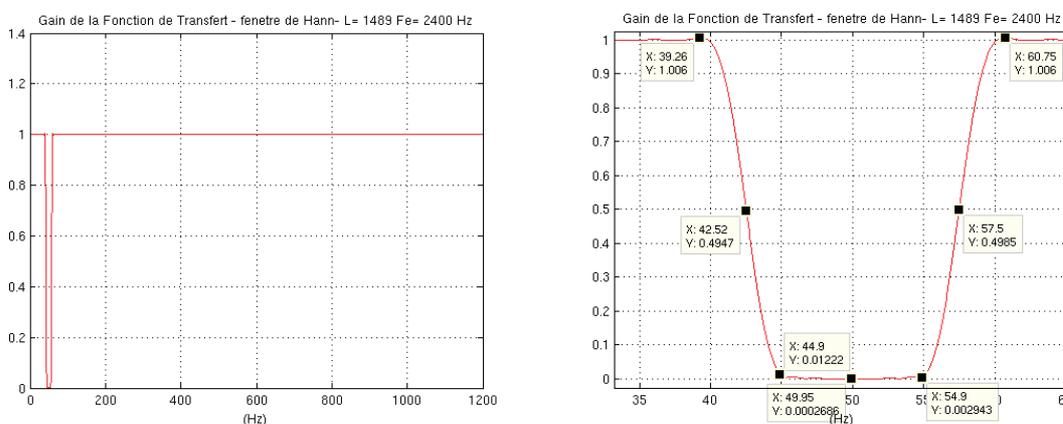


Figure 7.7-12 : Fonction de transfert RIF coupe-bande - fenêtre de Hann

Les ondulations maximales (0,6%), l'atténuation à 50 Hz (-71,3 dB) et dans la bande coupée, ainsi que les bandes de transitions (les fréquences caractéristiques se trouvent sensiblement à une amplitude de 0,5) sont conformes à nos attentes et en accord avec les valeurs théoriques vues ci-avant.

Dans les bandes de transition, les pentes sont de l'ordre de 73 dB à 66 dB environ pour :

$$\log\left(\frac{110}{60}\right) = 0,26 \text{ décade} \quad (7.7-14)$$

Ce qui équivaut à 250 dB / décade soit un ordre d'environ 12 ou 13, valeur identique à de l'ordre estimé lors du calcul du filtre analogique de Tchebychev.

7.7.f Régimes transitoires

Nous nous sommes également intéressé à la réponse du filtre aux régimes transitoires d'amorçage et d'extinction en l'appliquant en entrée du filtre un signal composite de test $s(n)$ tel que :

$$s(n) = \sin(30\pi nTe) + 0,5 \sin(50\pi nTe), 0 \leq n \leq 12000 \quad (7.7-15)$$

Le signal est appliqué en entrée pendant 5 s (12000 échantillons), durée permettant d'observer les régimes transitoires ($N = 1488$) et établis. Le taux de 50% par rapport à la sinusoïde à 30 Hz de composante 50Hz est volontairement élevé. Les signaux d'entrée (en bleu) et de sortie (en rouge) figurent ci-après :

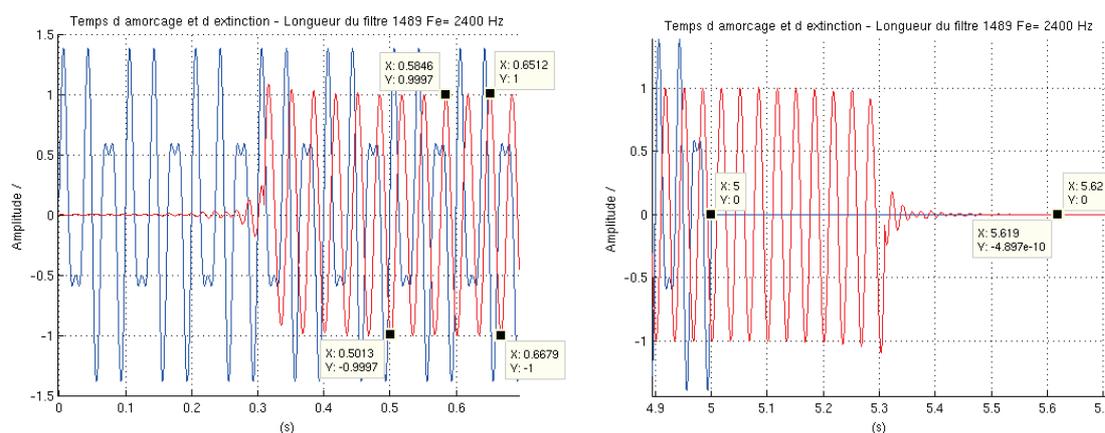


Figure 7.7-13 : Régimes transitoires d'amorçage et d'extinction

Nous retrouvons des régimes transitoires de durées égales à $N.Te$ soit 620 ms et, en régime établi, seul est présente en sortie du filtre la composante à 30 Hz non déformée et d'une amplitude égale à 1. Ceci est conforme à nos attentes.

7.8 Mise en œuvre du filtre coupe-bande

Nous allons appliquer le filtre défini par la réponse impulsionnelle de l'équation (7.7-12) (coupe-bande, $N = 1488$, troncature de la réponse impulsionnelle au moyen d'une fenêtre de Hann), aux signaux recueillis lors des divers essais réalisés sur la presse LVP. Au cours de l'essai considéré ici, la pression hydraulique maximale était de 300 bars atteinte en 5 heures (1 bar / minute). Il s'agit d'une tranche de signal provenant d'une des grilles d'une rosette (SGR) située au niveau de l'outil (D-DIA). Cette tranche comporte 1 million d'échantillons (~7min) acquis au milieu de la phase de compression soit environ 9000 s après son commencement. La pression hydraulique était alors de l'ordre de 150 bars soit une force équivalente de l'ordre de 4,24 MN (432 tf).

Ce signal, ainsi que sa tendance estimée par régression linéaire (courbe verte), est représenté ci-dessous.

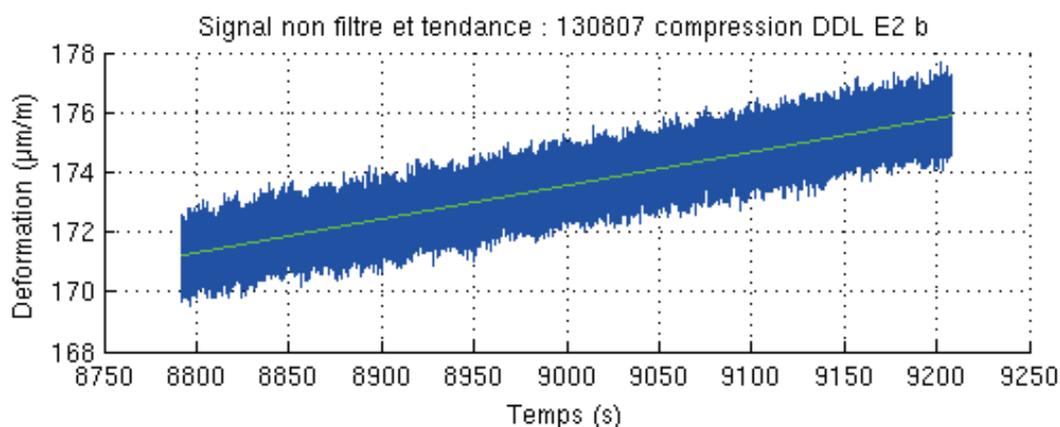


Figure 7.8-1 : Signal de test

Examinons les résultats obtenus avec le filtre coupe-bande que nous avons synthétisé.

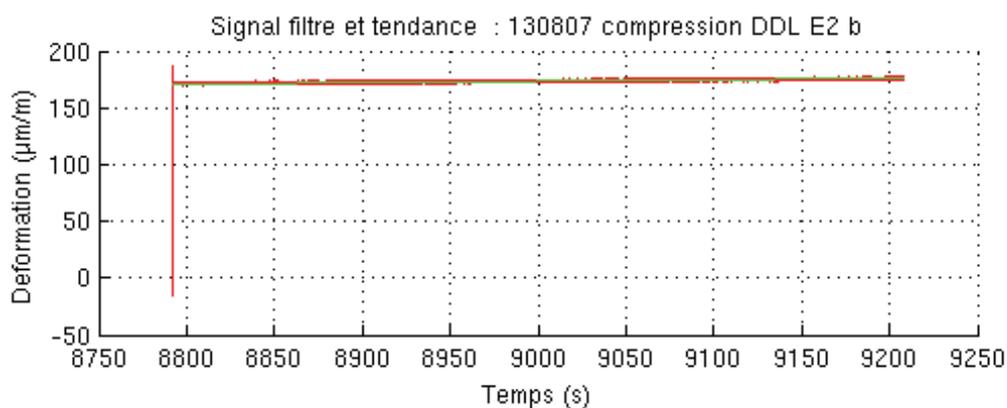


Figure 7.8-2 : Signal filtré et amorçage

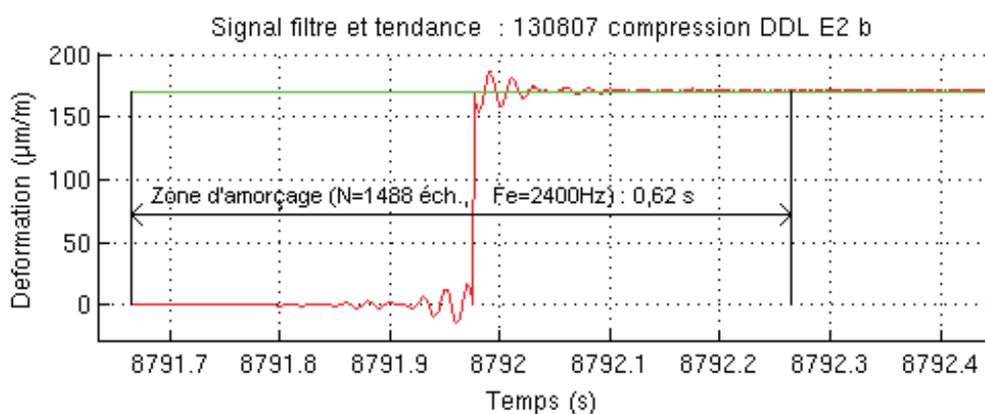


Figure 7.8-3 : Régime transitoire (amorçage)

Nous pouvons identifier sur ces courbes le régime transitoire d'amorçage. Sa durée est donnée par :

$$N T_e = 1488 \times \frac{1}{2400} = 0,62 \text{ s} \quad (7.8-1)$$

Nous pouvons également observer l'écart entre le début du signal de sortie du filtre (en rouge) et son estimation par régression linéaire (en vert).

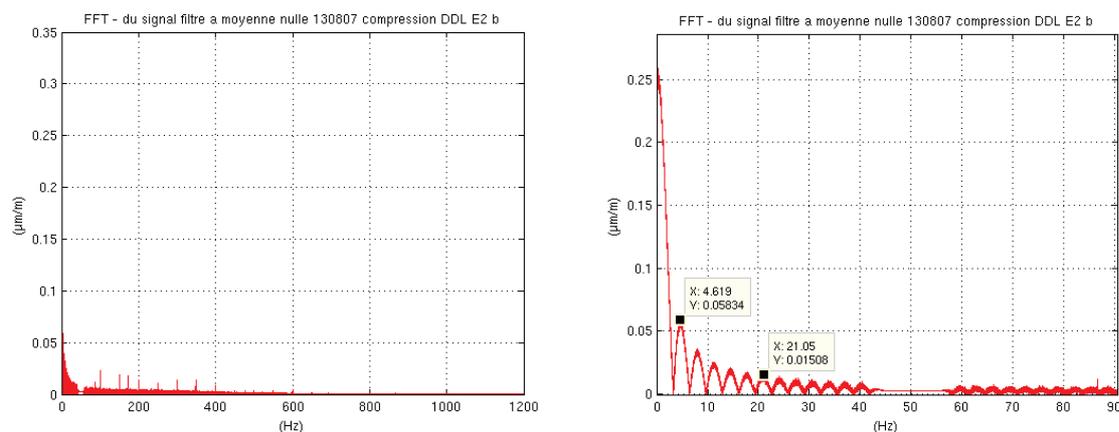


Figure 7.8-4 : Spectre du signal filtré

Nous pouvons voir sur ce spectre une bande coupée d'environ 10 Hz centrée sur 50 Hz conforme à la spécification de notre filtre, mais également des ondulations de période 3,29 Hz soit 304 ms sensiblement la durée d'amorçage.

Ces mesures, si elles confirment le bon fonctionnement du filtre, présentent toutefois certains désavantages :

- Le choix arbitraire d'une bande coupée finalement trop large au vu de l'occupation spectrale des signaux que l'on souhaite éliminer.
- L'influence non négligeable du régime transitoire du fait du nombre important de points du filtre. Ceci étant le nombre d'échantillons par tranche de signal est dans un rapport très supérieur à ce nombre.

Il faut donc prendre garde à ne pas exploiter les N premiers échantillons du signal filtré. Dans la suite de cet exposé, nous nous limiterons à donner aux N premiers échantillons la valeur de l'échantillon $N+1$ ce qui permet de ne pas fausser l'estimation de la tendance du signal.

Nous voulons donc tendre vers un filtre rejecteur plutôt que coupe-bande, ce qui revient à faire tendre la largeur de la bande coupée vers zéro. Cela impose alors des bandes de transitions plus étroites et par là même une augmentation directement proportionnelle de la longueur du filtre, ce que nous ne souhaitons pas.

Nous avons alors choisis de rapprocher les fréquences caractéristiques de la fréquence centrale de 50 Hz.

Cependant, il faut veiller à ne pas choisir des fréquences caractéristiques trop proches l'une de l'autre car alors la fréquence centrale n'est plus suffisamment atténuée comme on peut le constater sur la fonction de transfert ci-dessous où $f_{c1} = 49,9$ Hz et $f_{c2} = 50,1$ Hz. Dans cette configuration, l'atténuation à 50 Hz n'est plus que de 0,56 dB ($20 \text{ Log } 0,9381$) ce qui est loin de l'atténuation recherchée.

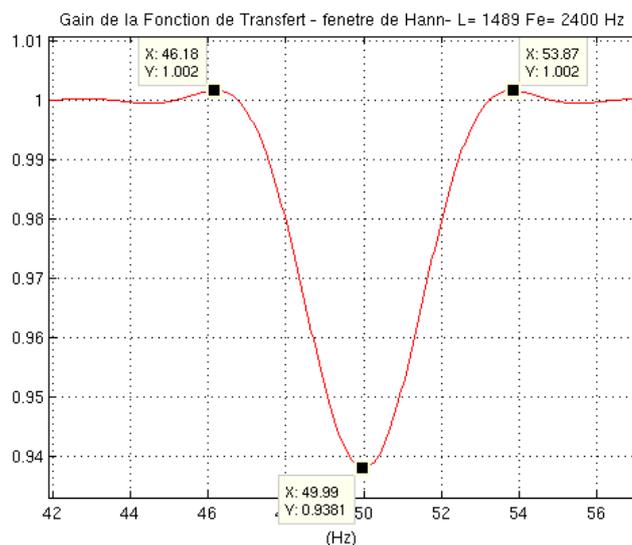


Figure 7.8-5 : Gain filtre coupe-bande - bande coupée 0,2Hz

Par essais successifs, nous avons opté pour des fréquences caractéristiques de 47,5 Hz et 52,5 Hz divisant ainsi par deux la largeur de la bande coupée (10 Hz \rightarrow 5 Hz). La réponse en fréquence correspondante est donnée ci-dessous :

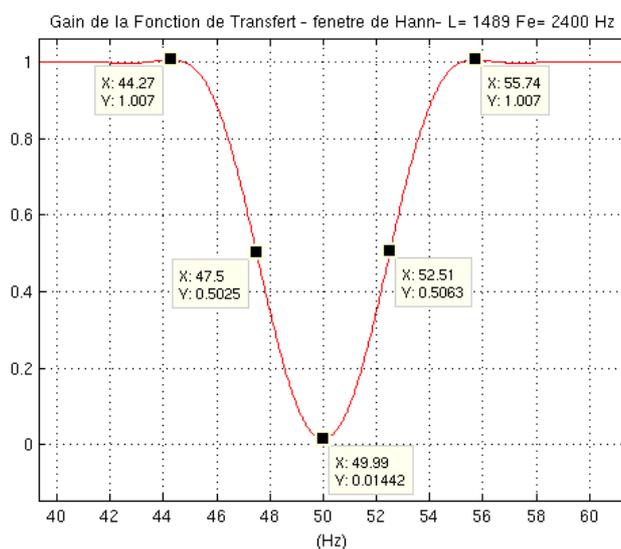


Figure 7.8-6 : Gain filtre coupe-bande – bande coupée 5 Hz

Nous constatons que l'atténuation à 50 Hz est de 36,8 dB ($20 \text{ Log } 0,01442$), ce qui est proche de la valeur de 40 dB souhaitée, et que la bande coupée est quasiment nulle (5 à 6 Hz à -3 dB).

La réponse impulsionnelle devient :

$$h[n] \times w[n] = \begin{cases} 0,5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{n}{1488} \right) \right) \left(\frac{\sin \left[2\pi(n-744) \frac{47,5}{2400} \right]}{\pi(n-744)} - \frac{\sin \left[2\pi(n-744) \frac{52,5}{2400} \right]}{\pi(n-744)} \right) & , 0 \leq n \neq N_s \leq N \\ 0,5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{744}{1488} \right) \right) \left(\frac{95}{2400} + 1 - \frac{105}{2400} \right) = 0,5 \times (1 - (-1)) \times \frac{2380}{2400} = 0,995833... & , n = N_s = 744 \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.8-2)$$

Examinons l'allure des signaux ainsi filtrés, leur corrélation et leur spectre.

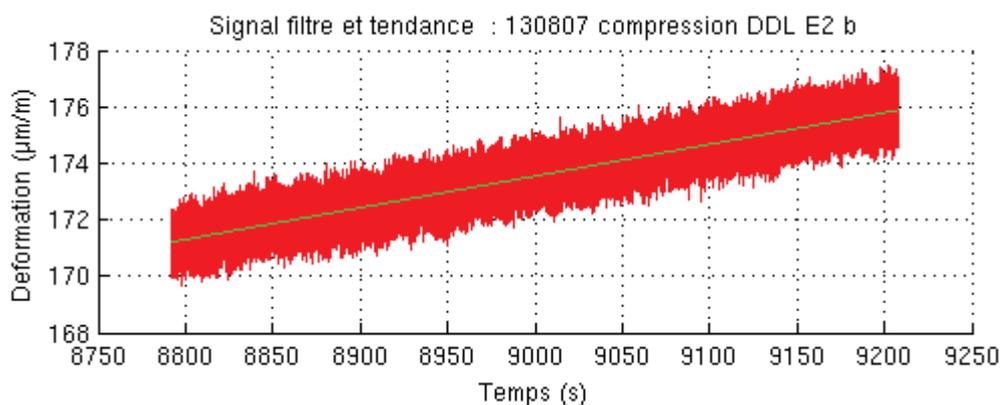


Figure 7.8-7 : Signal filtré sans amorçage

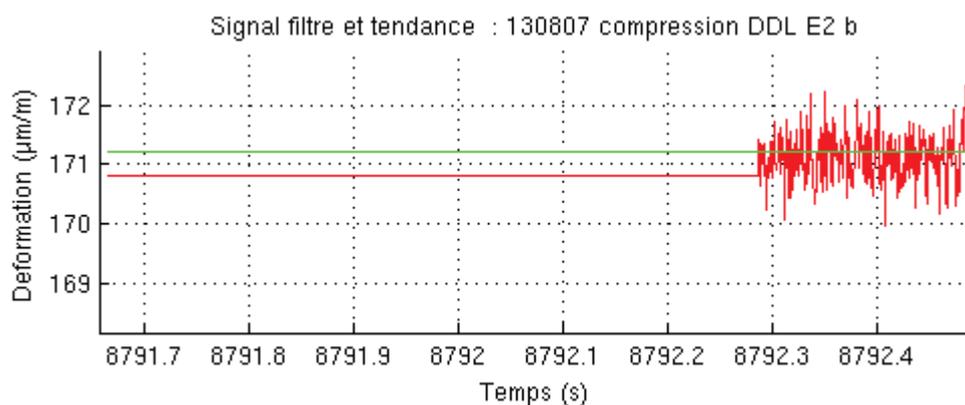


Figure 7.8-8 : Suppression de l'amorçage

Conformément à ce qui a été dit plus avant dans ce chapitre, une des techniques utilisées pour s'affranchir du régime transitoire du filtre consistant à remplacer la valeur des N premiers échantillons par la valeur de l'échantillon $N+1$, permet de réduire l'écart à la tendance.

Le détail des courbes d'auto corrélation révèlent que s'il subsiste une composante de période 20 ms celle-ci est atténuée rendant ainsi l'exploitation de la courbe de corrélation plus aisée en vue de l'extraction du temps de corrélation. Nous pouvons également juger de la méthode employée pour s'affranchir du régime transitoire. Le décalage de la courbe de corrélation tend à prouver que le signal est à moyenne nulle après suppression de l'influence de la consigne (tendance).

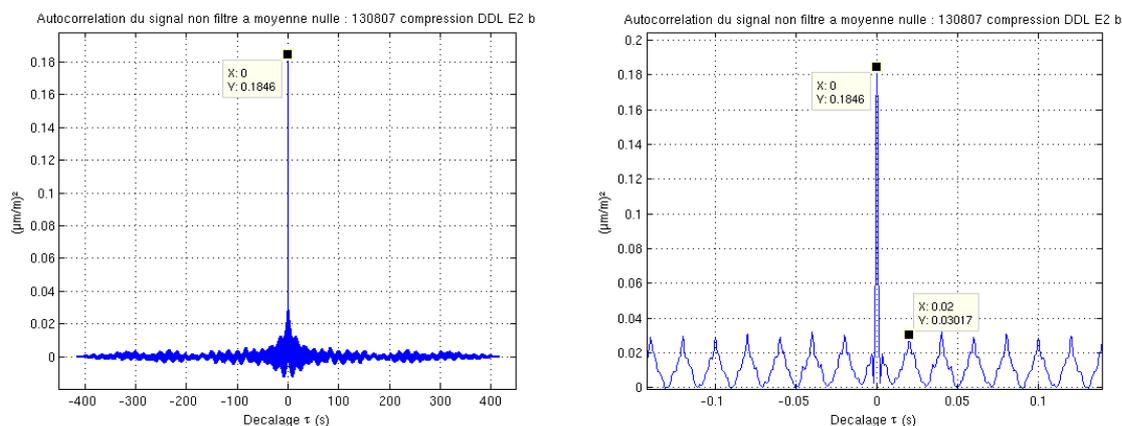


Figure 7.8-9 : Auto corrélation du signal non filtré

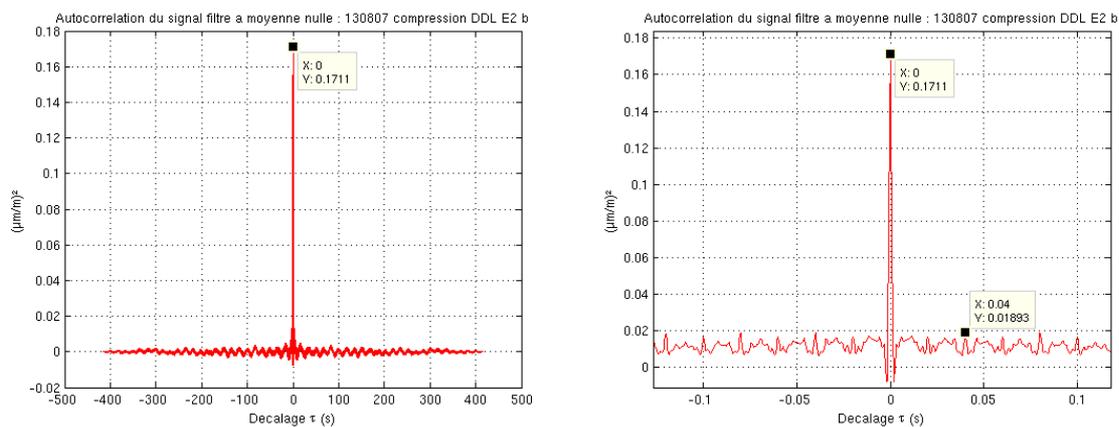


Figure 7.8-10 : Auto corrélation du signal filtré

Le spectre du signal non filtré confirme la présence non pas d'une raie unique à 50 Hz, mais d'une bande de fréquence. Nous observons que la bande coupée est beaucoup plus étroite par rapport à celle de notre premier filtre présentée Figure 7.8-4 . Nous pouvons également voir que l'atténuation à 50 Hz est conforme à celle déduite de la fonction de transfert (36,8 dB) :

$$20 \text{Log} \left(\frac{0,06935}{0,0009618} \right) = 37,2 \text{ dB} \quad (7.8-3)$$

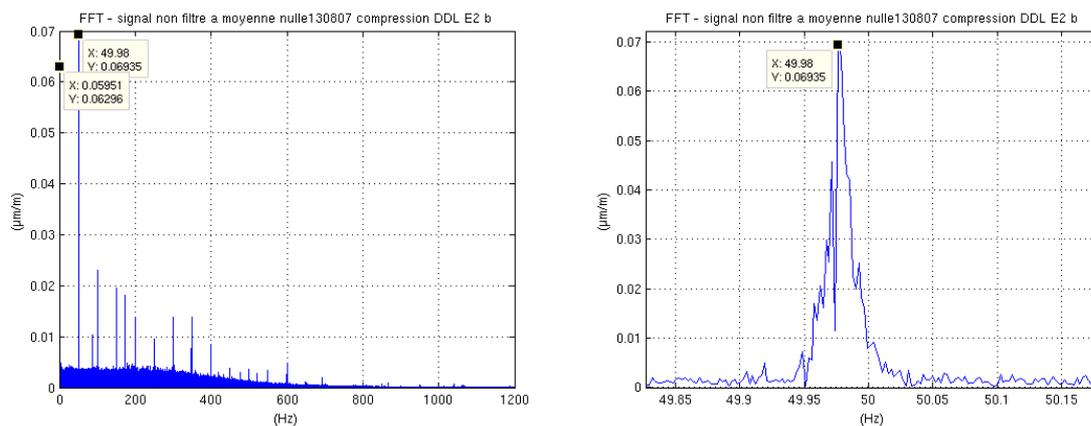


Figure 7.8-11 : Spectre du signal non filtré

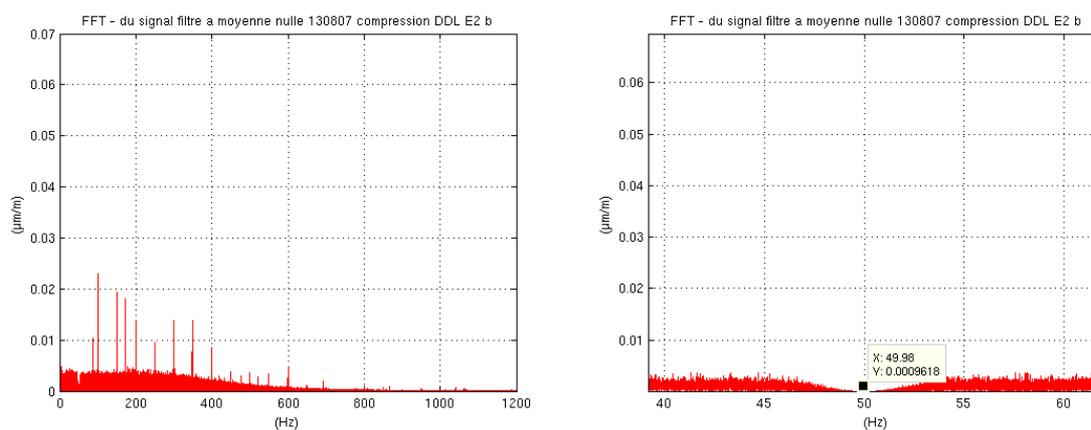


Figure 7.8-12 : Spectre du signal filtré

7.9 Réalisation d'un filtre RIF à moyenne glissante

Nous utiliserons ce type de filtre afin de modéliser la tendance des signaux recueillis.

Ces filtres permettent un lissage du signal en réduisant le bruit superposé au signal ou en gommant l'apparition d'un bruit de type impulsionnel (haute fréquence). Plus le nombre d'échantillons pris en compte pour réaliser cette moyenne est élevé, plus ce lissage est important.

En contre partie, le risque de perdre l'information contenue dans ce même signal augmente également.

7.9.a Définition de la réponse impulsionnelle

Un filtre à moyenne glissante permet d'obtenir la moyenne calculée sur les N valeurs du signal d'entrée à l'instant présent $n.T_e$ et des $(N-1)$ échantillons précédant cet instant présent (processus MA).

L'équation de sortie du filtre est :

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} x(n-p) = \frac{x(n) + x(n-1) + x(n-1) + \dots + x(n-N-1)}{N} \quad (7.9-1)$$

Ce filtrage peut être vu comme le produit de convolution d'une fonction Porte d'amplitude $1/N$ et de durée $N.T_e$ avec le signal $x[n]$.

La fonction de transfert en z s'en déduit immédiatement :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-(N+1)}}{N} \quad (7.9-2)$$

Les coefficients de la réponse impulsionnelle étant égaux à ceux de la fonction de transfert en z :

$$h[n] = \begin{cases} \frac{1}{N} & , 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7.9-3)$$

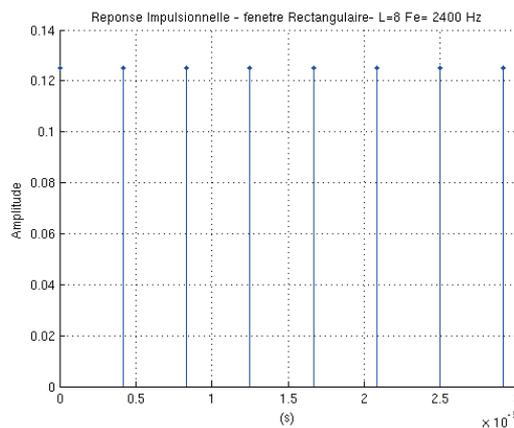


Figure 7.9-1 : Réponse impulsionnelle filtre RIF moyenne glissante ($N=8$)

7.9.b Fonction de transfert du filtre RIF à moyenne glissante

La fonction de transfert se calcule par la TF de $h[n]$:

$$H(f) = TF \{h[n]\} = TF \left\{ \sum_{p=0}^{N-1} h(p) \delta(n-p) \right\} = \sum_{k=0}^{N-1} h(n) e^{-j2\pi f n T_e} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{N} e^{-j2\pi f n T_e} \quad (7.9-4)$$

Or, en nous souvenant que la somme des puissances d'un nombre x est donnée par :

$$S_n(x) = \sum_{n=0}^N x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^N \quad (7.9-5)$$

$$(1-x)S_N(x) = S_N(x) - xS_N(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^N - (x + x^2 + x^3 + \dots + x^{N+1}) = 1 - x^{N+1} \quad (7.9-6)$$

$$S_N(x) = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}, x \neq 1 \quad (7.9-7)$$

Et en posant :

$$x = e^{-j2\pi f T_e}, \quad f \neq 0 \quad (7.9-8)$$

Nous obtenons la fonction de transfert recherchée :

$$H(f) = \frac{1}{N} \times \frac{1 - e^{-j2\pi f N T_e}}{1 - e^{-j2\pi f T_e}} = \frac{1}{N} \times \frac{e^{+j\pi f N T_e} - e^{-j\pi f N T_e}}{e^{-j\pi f T_e} - e^{-j\pi f T_e}} \times \frac{e^{-j\pi f N T_e}}{e^{-j\pi f T_e}} \quad (7.9-9)$$

$$H(f) = \frac{1}{N} \times \frac{e^{+j\pi f N T_e} - e^{-j\pi f N T_e}}{2j} \times \frac{2j}{e^{-j\pi f T_e} - e^{-j\pi f T_e}} \times e^{-j\pi f (N-1)T_e} \quad (7.9-10)$$

$$H(f) = \frac{1}{N} \times \frac{\sin(\pi f N T_e)}{\sin(\pi f T_e)} \times e^{-j\pi f (N-1)T_e} \quad (7.9-11)$$

Il est à noter que $H(f)$ est continue en fréquence.

7.9.b.1 Gain

Le gain se déduit de l'équation (7.9-11) et vaut :

$$|H(f)| = \frac{1}{N} \times \frac{\sin(\pi f N T_e)}{\sin(\pi f T_e)} \quad (7.9-12)$$

Comme les fréquences sont également discrétisée, f n'existe que pour les fréquences $k.F_e$. Le produit $\pi.f.N.T_e$ devient alors :

$$\pi f N T_e \rightarrow \pi k F_e N T_e = \pi k N \quad (7.9-13)$$

Et donc le module est :

$$|H(k)| = \frac{1}{N} \times \frac{\sin(\pi k N)}{\sin(\pi k)} \quad (7.9-14)$$

Pour $k = 0$, le module de la fonction de transfert est de forme indéterminée $0 / 0$.

Nous levons cette ambiguïté en utilisant les développements limités de la fonction sinus en zéro, à savoir :

$$|H(f)| = \frac{1}{N} \times \frac{(\pi k N) - \frac{(\pi k N)^3}{3!} + \frac{(\pi k N)^5}{5!} - \dots}{(\pi k) - \frac{(\pi k)^3}{3!} + \frac{(\pi k)^5}{5!} - \dots} \approx \frac{1}{N} \times N = 1 \quad (7.9-15)$$

La courbe de gain figure ci-dessous pour $N = 8$, ici obtenue par TFD sur 8192 (2^{13}) points.

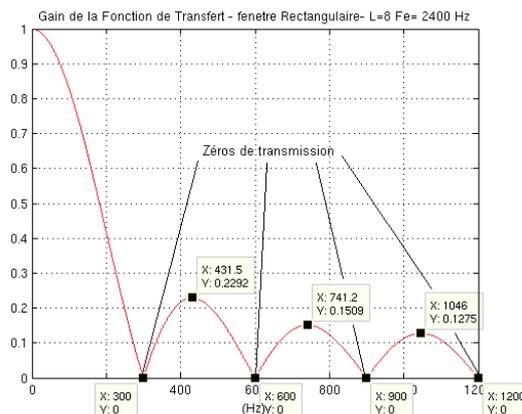


Figure 7.9-2 : Gain filtre moyenne glissante ($N=8$)

Cette forme particulière est dite en peigne. Elle présente globalement une allure de filtre passe-bas correspondant à son action de lissage consistant à éliminer des signaux les hautes fréquences.

Nous pouvons identifier des minimums (zéros de transmission) et maximums, et calculer les fréquences correspondantes :

Maximum :

$$\sin(\pi f N T e) = 1 \quad (7.9-16)$$

$$\pi f N T e = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \quad (7.9-17)$$

Ces fréquences sont données dans l'intervalle $[0, Fe/2]$:

$$f = \frac{2k + 1}{2N} Fe, \quad \frac{2k + 1}{2N} \leq \frac{1}{2} \quad (7.9-18)$$

Soit un nombre de maximum fonction du nombre d'échantillon pris en compte dans le calcul de la moyenne :

$$k \leq \frac{N - 1}{2} \quad (7.9-19)$$

Dans notre cas la valeur entière de k est égale à 3.

Minimum :

$$\sin(\pi f N T e) = 0 \quad (7.9-20)$$

$$\pi f N T e = k\pi \quad (7.9-21)$$

Ces fréquences sont données dans l'intervalle $[0, Fe/2]$ pour :

$$f = \frac{k}{N} Fe, \quad \frac{k}{N} \leq \frac{1}{2} \quad (7.9-22)$$

Le nombre de minimums fonction du nombre d'échantillons pris en compte dans le calcul de la moyenne est donné par :

$$k \leq \frac{N}{2} \quad (7.9-23)$$

Dans notre cas, cette valeur est égale à 4.

Le tableaux ci-dessous détermine les valeurs des fréquences pour lesquelles le gain passe par un extremum et rapproche ces valeurs de celles obtenues sur la courbe de gain (Figure 7.9-2), $k=0$ étant le gain maximum égal à 1 pour $f=0$ Hz déterminé plus haut.

	k	1	2	3	4
Maximums	Fréquence théorique	450 Hz	750 Hz	1050 Hz	----
	Fréquence 'mesurée'	431,5 Hz	741,2 Hz	1046 Hz	----
Minimums	Fréquence théorique	300 Hz	600 Hz	900 Hz	1200
	Fréquence 'mesurée'	300 Hz	600 Hz	900 Hz	1200

Tableau 7.9-1 : Fréquences des extremums d'un filtre à moyenne glissante

7.9.b.2 Phase

La phase est linéaire :

$$\phi(f) = \text{Arg}\{H(f)\} = -\pi (N-1)Te f \quad (7.9-24)$$

Le temps de groupe, défini au chapitre 7.6.e, est constant :

$$\tau = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{d\phi}{2\pi df} = -\frac{(N-1)Te}{2} \quad (7.9-25)$$

La phase tourne de 2π radians pour une variation de fréquence déterminée par :

$$\begin{aligned} -2\pi &= -\pi(N-1)Te f \\ f &= \frac{2}{(N-1)Te} = \frac{2Fe}{(N-1)} = \frac{4800}{7} \approx 685,7 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (7.9-26)$$

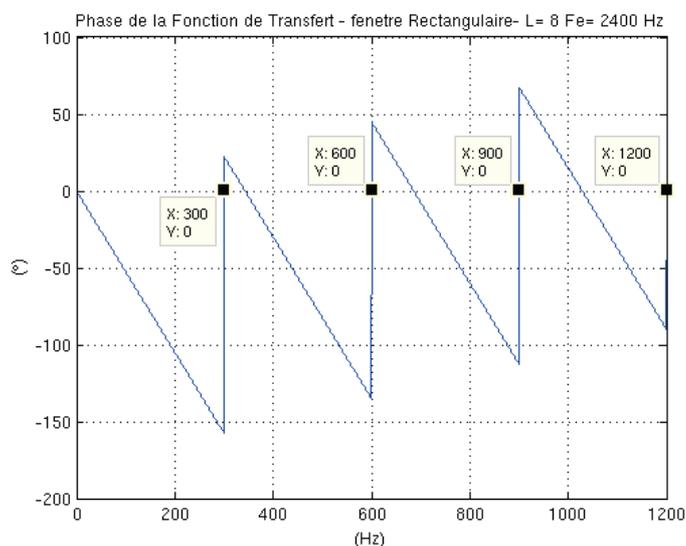


Figure 7.9-3 : Phase filtre moyenne glissante ($N=8$)

Cependant les zéros de transmission identifiés sur la courbe de gain (fig 1.9-2) imposent des annulations de la phase.

7.9.c Régimes transitoires

Nous nous sommes également intéressé à la réponse du filtre dans les régimes transitoires d'amorçage et d'extinction en appliquant en entrée d'un filtre à moyenne glissante ($N = 32$) un signal composite $s[n]$ tel que :

$$s(n) = \sin(1\pi n T_e) + 3\delta((n - 1000)T_e) + \sigma_{0,1} + 5, \quad 0 \leq n \leq 12000 \quad (7.9-27)$$

Ce signal se compose :

- d'un signal sinusoïdal de fréquence 1Hz et d'amplitude 1 (1er terme)
- d'une impulsion de Dirac à l'instant $1000T_e$ soit 0,417 s (2e terme)
- d'un bruit blanc de moyenne nulle et d'écart type 0,1, synthétisé par le logiciel de traitement que nous utilisons (Matlab ®) (3e terme)
- d'un offset d'amplitude 5 (4e terme)

Le signal est appliqué en entrée pendant 5 s (12000 échantillons), durée permettant d'observer les régimes transitoires et établis. Les signaux d'entrée (en bleu) et de sortie (en rouge) figurent ci-dessous :

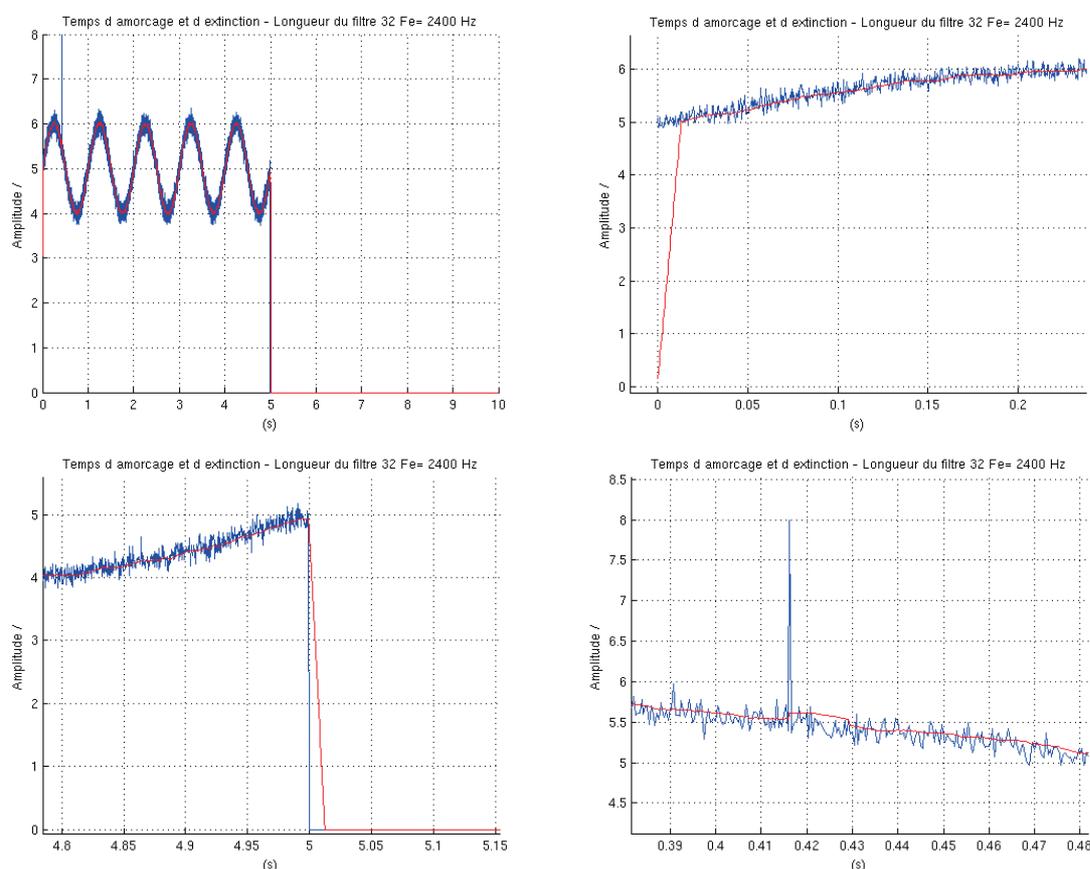


Figure 7.9-4 : Régimes transitoires

Nous retrouvons des régimes transitoires de durées égales à $N.T_e$ soit 13,3 ms.

En régime établi, le bruit superposé au signal est relativement diminué (en théorie d'un facteur $1/\sqrt{N}$).

Enfin l'impulsion de Dirac est presque entièrement gommée. Ce filtrage ayant pour effet d'augmenter le temps de montée des signaux d'entrée rapides et donc de gommer les sauts rapides d'amplitude sur une courte durée et d'étaler les événements brefs de type impulsionnel.

7.10 Mise en œuvre d'un filtre RIF à moyenne glissante

Nous pouvons remarquer que les relations déterminant les fréquences pour lesquelles la fonction de transfert s'annule auraient pu nous permettre de rejeter la fréquence de 50 Hz et ses harmoniques.

Pour indication, nous présentons l'action d'un filtre à moyenne glissante sur $N = 48$ échantillons (temps d'intégration $N.T_e$ de 0,02s / 50Hz), sur un signal provenant de l'instrumentation mise en œuvre sur la presse. Il s'agit du même signal déjà défini au chapitre 7.8 .

La zone d'amorçage du filtre a été éliminée selon la méthode décrite dans ce même paragraphe.

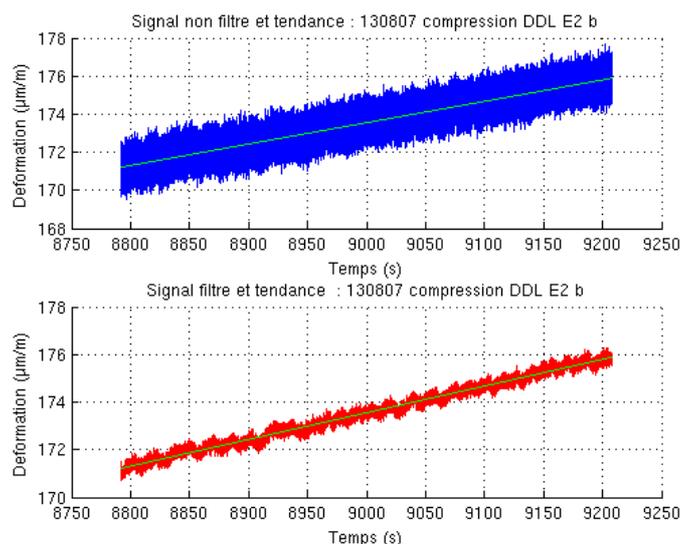


Figure 7.10-1 : Filtrage à moyenne glissante sur $N=48$ échantillons

Nous constatons immédiatement l'action de lissage du signal nous permet de mettre en évidence des ondulations invisible sans ce filtrage.

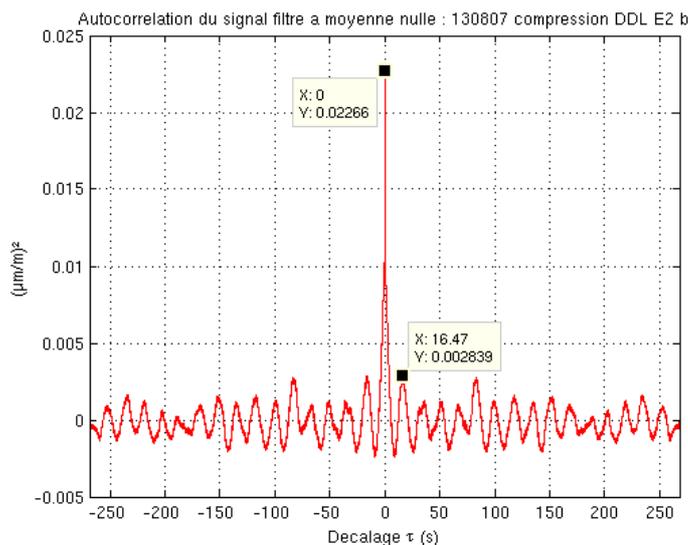


Figure 7.10-2 : Corrélation du signal filtré

Celle-ci met en évidence une composante de périodicité de l'ordre de 16 Hz. Nous y reviendrons plus loin.

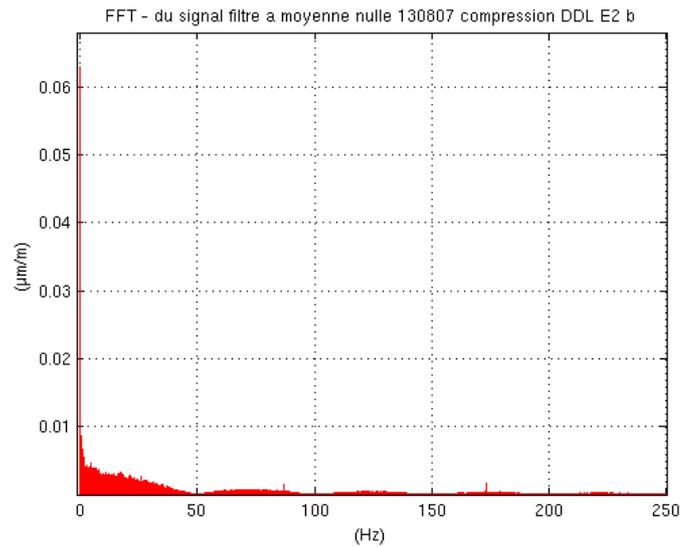


Figure 7.10-3 : Spectre du signal filtré

La composante 50 Hz et ses harmoniques ont effectivement disparu. Nous reconnaissons la forme en peigne du spectre. Cependant la courbe de gain des filtres à moyenne glissante ne permet pas d'exploiter les valeurs mesurées. L'usage d'un tel type de filtre est à réserver pour la détection éventuelle d'incident.

8 Annexe H : Codes MATLAB

8.1 Fonction SGR (MATLAB)

```

% Fonction depouillement rosette 45°
% selon nature du materiau
% axe 'x' selon direction grid 'a'
% axe 'y' selon direction grid 'c'
% [SX,SY,EX,EY,phi]=SGR (a,b,c,Y,nu)
% a   mesures grid a (um/m)
% b   mesures grid b (um/m)
% c   mesures grid c (um/m)
% Y   module de Young (Pa)
% nu  coefficient de Poisson
%-----
% SX, SY contraintes principales e1, e2 (Pa)
% EX, EY deformations principales s1, s2 (um/m)
% phi direction principale (°) de la base (X,Y)

function [SX,SY,EX,EY,phi]=SGR (a,b,c,Y,nu)

% Initialisation des variables
n=length(a);
phi=zeros(n,1);
d=zeros(n,1);
SX=zeros(n,1);
SY=zeros(n,1);
EX=zeros(n,1);
EY=zeros(n,1);

for i=1:n

    % Deformations principales (um/m)
    EX(i)=(a(i)+c(i))/2+1/2*sqrt((a(i)-c(i))^2+(a(i)+c(i)-2*b(i))^2);
    EY(i)=(a(i)+c(i))/2-1/2*sqrt((a(i)-c(i))^2+(a(i)+c(i)-2*b(i))^2);

    % Direction principale phi (rad)
    d(i)=(EX(i)+EY(i))/2;
    N(i)=b(i)-d(i);
    D(i)=a(i)-d(i);
    phi(i)=1/2*atan2(N(i),D(i));

    % Contraintes principales (Pa)
    SX(i)=E/(1-nu^2)*(EX(i)/1e6+nu*EY(i)/1e6);
    SY(i)=E/(1-nu^2)*(EY(i)/1e6+nu*EX(i)/1e6);

end

% Direction principale (°)
phi=180/pi*phi;

end

```

8.2 Fonction TFD (MATLAB)

```

% Fonction fft Matlab
% [Y,F,M]=TFD (x,fs)
% x : signal
% fs : frequence ech.
% X : fft(x)
% F : vecteur frequence
% M : vecteur module
% N : nb de pts

function [X,F,M]=TFD (x,fe)

% Longueur du signal temporel
L=length(x);

% Puissance de 2 directement superieure
nfft = 2^(nextpow2(L));

fftx = fft(x,nfft);
NumUniquePts = ceil((nfft+1)/2);
fftx = fftx(1:NumUniquePts);
mod = abs(fftx);
mod = mod/L;

% Si nfft est impair on rejette Fe/2
if rem(nfft, 2)
    mod(2:end) = mod(2:end)*2;
else
    mod(2:end -1) = mod(2:end -1)*2;
end

% fft sur arrondi sup de {(nfft+1)/2} ech
X=fftx;
F=(0:NumUniquePts-1)*fe/nfft;
M=mod;

end

```

8.3 Fonction REJ (MATLAB)

```

% Filtre RIF Coupe Bande
% Ordre N=1488
% Largeur Bande Coupee : 5 Hz
% Attenuation a fc : 36 dB
% Suppression de la zone d amorcage
%
% [xf,nf,L]= REJ (x,fc,Fe)
% x   Signal en entree du filtre vecteur colonne
% fc   Frequence de coupure
% Fe   Frequence d'echantillonnage
%-----
% xf   Signal en sortie du filtre du filtre vecteur colonne
% Nf   Longueur du signal filtre apres
%      suppression de la zone d amorcage
% L    Longueur du filtre
%

function [xf,nf,L]= REJ2 (x,fc,Fe)
% Longueur du signal d'entree
Nx=length(x);
bc=5;
fc1=fc-bc/2;
fc2=fc+bc/2;
% Ordre pair
N=1488;
% Longueur impaire
L=N+1;
% Echantillon central pair
Ns=(L-1)/2;
% Reponse Impulsionnelle causale
h=zeros(1,L);
for i=1:L
    % i indice vecteur -> nt indice temporel
    nt=i-1;
    h(1,i)=2*fc1/Fe*sin(2*pi*fc1*(nt-Ns)/Fe)/(2*pi*fc1*(nt-Ns)/Fe)...
        -2*fc2/Fe*sin(-2*pi*fc2*(nt-Ns)/Fe)/(-2*pi*fc2*(nt-Ns)/Fe);
end
% i indice vecteur -> n=Ns+1 indice temporel
h(1,Ns+1)=2*fc1/Fe+1-2*fc2/Fe;
% Fenetre
% Hann
    w=hann(L);
    name_win='Hann';
    hw=h.*w';

% % Filtrage x(n)
num=1;
den=hw;
xf=filter(den,num,x);

% Suppression des L premiers echantillons

```

```
% de la zone d'amorçage
xf1(1:Nx-L,1)=xf(L+1:Nx,1);
xf=0;
xf=xf1;
% Nombre d'échantillons du signal de sortie
nf=length(xf);
end
```

8.4 Traitement des signaux issus de l'automate Mavo pilotant la presse LVP (MATLAB)

```

%
% Signaux issus de l'automate LVP-ID06
% Analyse du signal Main Pressure : MP
%

clear all;close all;clc

% datas LVP directory
% cd('/mntdirect/_users/khalifa/dk_Matlab/Catman/MESURES_HBM_LVP/LVP_datas')
cd('G:\dk_matlab')

% Selection d'un fichier de donnees LVP '.dat'
width=280;
height=500;
d = dir;
str = {d.name};
[s,v] = listdlg('PromptString','Selectionnez un fichier LVP:',...
               'SelectionMode','single',...
               'ListSize',[width,height],...
               'ListString',str);
filename=char(str(s));
data=load(filename);

% Nom de l'essai
test_name=strrep(filename,'_','-');
test_name=['Fichier : ', filename];

% Cadence echantillonage
% Fe=1
Fe=1;
Te=1/Fe;

% Definition de la duree d'observation
% Instant de depart :
% signal Essai_1 '130603-_300bar.dat'   td=500s
% signal Essai_2 '130807-_300bar.dat'   td=500s
% Instant de fin :
% 300 bars -> tf=18000s
td=500;
tf=18000;

% Indice premier et dernier ech
% (n=1 pour t=0)
nd=td/Te+1;
nf=tf/Te+1;

% Extraction du signal du fichier de donnees LVP '.dat'
% Signal de pression : Main Pressure col=3
% Signal de deplacement : Main Displacement col=6
col=3

```

```

MP=data((nd:nf),col);

% Longueur du signal MP
N=length(MP)

% Vecteur temps
time(:,1)=td:Te:tf;

% Regression lineaire MP
RL_MP=polyfit(time,MP,1);
a=RL_MP(1);
b=RL_MP(2);
rl=a*time+b;

%
% Modelisation de la tendance
% du signal MP
% selection de la methode de modelisation par
% validation / devalidation des commentaires
% des lignes de code correpondantes
%

%-----
% Estimation de la tendance
% par Regression Lineaire
%-----
% td_MP=rl;
% name_td='Regression Lineaire';
%-----

%-----
% Estimation de la tendance
% par Rampe d Echelons
%-----
% % nb ech / pas
% % Essai_1 stp = 18
% % Essai_2 stp = 15
% stp=15;
% % Nb de pas
% nbstp=fix(N/stp);
% % Amplitude du signal
% pmax=MP(N);
% pmin=MP(1);
% % Amplitude du pas
% dp=(pmax-pmin)/nbstp;
% % Duree du pas
% dt=stp*Te;
% % Initialisation
% r=zeros(stp*nbstp,1);
% dt_MP=zeros(N,1);
% dstp=1;
% fstp=stp;
% for i=1:nbstp+1;

```

```

%
%   midstp=dstp+fix(stp/2);
%   if midstp > N
%       midstp = N
%   end
%   r(dstp:fstp,:)=a*(time(midstp,:))+b;
%   dstp=dstp+stp;
%   fstp=fstp+stp;
%   if fstp > N
%       fstp = N
%   end
% end
% td_MP(1:N,1)=r(1:N,1);
% name_td='Rampe d Echelons';
%-----

%-----
% Modelisation de la tendance
% par Moyenne Glissante
%-----

No=10;
w=1/No*rectwin(No);
MPf=filter (w,1,MP);
% Zone Amorçage : remplacée par valeurs des No premiers ech de MP
% Conservation de la longueur des signaux
MPf(1:No)=MP(1:No);
td_MP=MPf;
name_td='Moyenne Glissante';

% Compensation du retard introduit par
% filtrage Moyenne Glissante
% -----
% Decalage de la tendance de d1 ech.
% -----
% d1=6;
% td1_MP(1:N-d1,1)=td_MP(d1:N-1,1);
% td_MP=0;
% td_MP=td1_MP;
% dec=d1;
% % -----
% % Decalage de la tendance de (d1+d2)/2 ech.
% % d2 > d1
% % -----
d1=5;
td1_MP(1:N-d1,1)=td_MP(d1:N-1,1);
d2=6;
td2_MP(1:N-d2,1)=td_MP(d2:N-1,1);
td_MP=0;
td_MP=(td1_MP(1:N-d2,1)+td2_MP)/2;
dec=d2;
% % -----
% Decalage du signal MP
x(1:N-dec,1)=MP(1:N-dec,1);
MP=0;

```

```

MP=x;
x=0;
% Decalage de la regression lineaire de MP
x(1:N-dec,1)=rl(1:N-dec,1);
rl=0;
rl=x;
x=0;
% Decalage du vecteur time
x(1:N-dec,1)=time(1:N-dec,1);
time=0;
time=x;
x=0;
% recalcul de la longueur des signaux
N=length(MP)
%-----

% Trace signal MP, tendance
figure (1)
hold on
plot(time,MP,'-r')
plot(time,rl,'b')
plot(time,td_MP,'-k')
grid on
xlabel('Temps (s)')
ylabel('Pression (bar)')
title(['Signal MP (rouge) - Tendance : ',name_td,' (noir)'];test_name})

% Definition du signal MPs:
% Suppression de la tendance au signal MP
MPs=MP-td_MP;

% Trace signal MPs
figure (2)
plot(time,MPs,'r')
axis([0 18000 -2.5 1])
grid on
xlabel('Temps (s)')
ylabel('Pression (bar)')
title(['Signal MPs (' ,name_td,')'];test_name})

% Histogramme MPs
% choix arbitraire du nbre de classes
cla=40;
[ni,xout]=hist(MPs,cla);
% Recherche indices valeurs >=0
% classees en ordre croissant
% dans le vecteur xout
first=min(find(xout>=0));
% nb de valeurs positives
pos=sum(ni(first:cla))
% nb de valeurs negatives
neg=sum(ni(1:first-1))
ratio=pos/neg

```

```

% Trace histogramme
figure (3)
bar(xout,ni)
%Change the color of the graph so that the bins are red
% and the edges of the bins are white.
h = findobj(gca,'Type','patch');
set(h,'FaceColor','r','EdgeColor','k');
grid on
ylabel("Effectif (ech.)")
xlabel("Pression (bar)")
title({'Histogramme signal MPs (' ,name_td,')'];test_name;...
      [num2str(neg),' ech. negatifs, ',num2str(pos),' ech. positifs']})

% Statistiques MPs
% affichees a l'ecran
m_MPs=mean(MPs)
et_MPs=std(MPs)
min_MPs=min(MPs)
max_MPs=max(MPs)

% Autocorrelation MPs
% parametre 'biased'  division par 1/N
% parametre 'coeff'  normalisation Cxx(tau=0)=1
[Cxx]=xcorr(MPs,'biased');
nCxx=length(Cxx);
% Vecteur temps correlation
tcorr(:,1)=[(-nCxx+1)/2:(nCxx-1)/2]*Te;

% Trace Autocorrelation
figure (4)
plot(tcorr,Cxx,'r')
axis([-20000 20000 -0.01 0.03])
grid on
xlabel("Decalage \tau (s)")
ylabel("(bar{r}_i^{1/2})")
title({'Autocorrelation signal MPs (' , name_td,')'];test_name})

% Correlogramme MPs
[Xc,Fc,Sc]=TFD(Cxx,Fe);
% Facteur de calibration
Ac=1;
Sc=Ac*Sc;
% Trace Correlogramme
figure (5)
plot(Fc,Sc)
axis([0 0.5 0 2.5e-5])
grid on
xlabel("(Hz)")
ylabel("(bar{r}_i^{1/2})")
title({'Correlogramme signal MPs (' ,name_td,')'];test_name} )

% Segmentation de MPs en blocs de m ech.
% M : nbre d'ech par bloc

```

```

M=256;
% P : Chevauchement des blocs
P=128;
% L: nb de blocs
L=fix(N/(M-P+1));
% Stockage des blocs
seg=zeros(M,L);

% Stockage des moyennes et ecarts types des blocs
m_bloc=zeros(L,1);
et_bloc=zeros(L,1);
nd_1=1;
nf_1=M;
for i=1:L

    seg(:,i)=MPs(nd_1:nf_1,:);
    m_bloc(i,:)=mean(MPs(nd_1:nf_1,:));
    et_bloc(i,:)=std(MPs(nd_1:nf_1,:));

    % Prochain bloc
    nd_1=nf_1-P+1;
    nf_1=nd_1+M-1;

end

% Moyenne et ecart type des ecarts types des blocs
% affichees a l'ecran
m2=mean(et_bloc)
et2=std(et_bloc)

% Vecteur temps segmentation
tseg(:,1)=([0:L-1]*M +M/2)*Te;

% Trace Moyenne des blocs de la segmentation
figure (6)
hold
stem(tseg,m_bloc,'-r')
grid on
xlabel('Temps au milieu des blocs')
ylabel('(bar)')
title(['Moyennes des ',num2str(L),' blocs de ',num2str(M),...
' ech., chevauchement ',num2str(P) ' ech.'];['(',name_td,')'];test_name})

% Trace Ecart Type des blocs de la segmentation
figure (7)
hold on
stem(tseg,et_bloc,'-r')
plot(tseg,m2,'-k')
plot(tseg,m2+2*et2,'-b')
plot(tseg,m2-2*et2,'-b')
grid on
xlabel('Temps au milieu des blocs')
ylabel('(bar)')

```

```

title({'Ecart Types des ',num2str(L),' blocs de ',num2str(M),...
      ' ech., chevauchement ',num2str(P) ' ech.'};['(,name_td,')'];test_name})

% Periodogramme de MPs
for i=1:L

    [Xp(:,i),Fp,S(:,i)]=TFD(seg(:,i),Fe);

end

ntfd=length(Fp);
Sp=zeros(ntfd,1);

for i=1:L

    Sp=Sp+S(:,i).^2;
end

% facteur de calibration
Ap=1;
Sp=Ap/L*Sp;

% Trace Periodogramme
figure (8)
plot(Fp,Sp)
axis([0 0.5 0 8e-4])
grid on
xlabel('(Hz)')
ylabel('(bar{v}_i^{1/2})')
title({'Periodogramme signal MPs (,name_td,')';[num2str(L),...
      ' blocs de ',num2str(M),' ech., chevauchement ',num2str(P),' ech.'];test_name} );

% Temps - Frequence
% ws : fenetre Hamming de 256 ech
ws=256;
% ovlp : chevauchement 240 ech. (94 %)
ovlp=240;
% ns=256 longueur de la FFT
ns =256;
figure (9)
spectrogram (MPs,ws,ovlp,ns,Fe)
title({'Spectrogramme signal MPs (,name_td,')';test_name} );

```

8.5 Traitement des signaux issus des rosettes fixées sur le D-DIA (MATLAB)

```

% Signaux issus des rosettes sur D-DIA LVP-ID06
% Etude des signaux issus des grilles : a,b,c
%

clear all;close all;clc

% Parametres acier
% Y : Module de Young
Y=210e9;
% nu : Coefficient de Poisson
nu=0.3;

% data Catman directory
cd('/mntdirect/_users/khalifa/dk_Matlab/Catman/MESURES_HBM_LVP/Cat_extrac')

% Selection d'un fichier de donnees Catman '.mat'
% contenant les donnees d'une rosette
width=280;
height=300;
d = dir;
str = {d.name};
[s,v] = listdlg('PromptString','Selectionnez un fichier d aquisition!',...
              'SelectionMode','single',...
              'ListSize',[width,height],...
              'ListString',str);
filename=char(str(s));
load(filename);

% Chargement des parametres d'acquisition
% N : nb ech
% nch : nb de voies
% Fe : frequence echantillonnage
N=str2double(File_Header.NumberOfSamplesPerChannel)
nch=str2double(File_Header.NumberOfChannels);
% Separateur millier virgule -> point
Fe=strrep(File_Header.SampleFrequency,',';'.');
Fe=str2double(Fe)

% Chargement des donnees et parametres de chaque voie Catman
for i=1:nch
    % Nom des voies
    eval(['name=Channel_',num2str(i),'_Header.SignalName;']);
    ch_name(i)={name};
    % Donnees
    eval(['data(:,i)=Channel_',num2str(i),'_Data;']);
end

```

```

% Menu
% Selection des 3 grilles 'a','b','c'
% de la rosette selectionnee
width=280;
height=300;
str = char(ch_name);
[somme,v] = listdlg('PromptString','Selectionnez une grille',...
    'SelectionMode','multiple',...
    'ListSize',[width,height],...
    'ListString',str);
str(somme,:);

gda_name=char(str(1,:));
gda_name=strrep(gda_name,'_',' ');

gdb_name=char(str(2,:));
gdb_name=strrep(gdb_name,'_',' ');

gdc_name=char(str(3,:));
gdc_name=strrep(gdc_name,'_',' ');

test_name=filename(1:18)
test_name=strrep(test_name,'_',' ');

% Cadence echantillonnage
Te=1/Fe;

% Definition de la duree d'observation
% Instant de depart :
% signal Essai_1 '130603_comp_DDL_xx_SGR1.mat'   td=500s
% signal Essai_2 '130807_comp_DDL,U_xx_SGR1.mat' td=500s
% Instant de fin :
% 300 bars @ tf=18000s
% Attention la duree d'observation doit etre superieure
% a la longueur des Zones d'amorcages des filtres rejecteurs et a moyenne
% glissante ainsi qu a la duree de calcul des etats de contrainte : 11s
td=16000
tf=16100
duree=tf-td;
% Instant de calcul de la contrainte et direction principales
% au milieu de la duree d'observation
to=(td+tf)/2

% Indice du premier et dernier ech
% (n=1 pour t=0)
nd=fix(td/Te)+1;
nf=fix(tf/Te)+1;

% Extraction des signaux des 3 grilles a,b,c (um/m)
% de la rosette selectionnee
a=data(nd:nf,1);
b=data(nd:nf,2);
c=data(nd:nf,3);

```

```

% Longueur des 3 signaux de grilles extraits
N=length(a);

% Vecteur temps
time(:,1)=td:Te:tf;

% Trace des signaux de deformation a,b,c
figure (1)
subplot 311
hold on
plot(time,a,'r')
grid on
xlabel('Temps (s)')
ylabel('Deformation (um/m)')
title(['Signal grille a (' ,test_name,')'])
subplot 312
hold on
plot(time,b,'g')
grid on
xlabel('Temps (s)')
ylabel('Deformation (um/m)')
title(['Signal grille b (' ,test_name,')'])
subplot 313
hold on
plot(time,c,'b')
grid on
xlabel('Temps (s)')
ylabel('Deformation (um/m)')
title(['Signal grille c (' ,test_name,')'])

%-----
% Filtrage des 3 signaux a,b,c
% Rejection 50 Hz et ses harmoniques jusqu'a 300 Hz
% Utilisation du filtre RIF coupe-bande(fonction REJ)
% La fonction REJ supprime la Zone d'Amorçage
%-----

% Rejection 50 Hz
fc=50;
[af1,naf,L]= REJ (a,fc,Fe);
[bf1,nbf,L]= REJ (b,fc,Fe);
[cf1,ncf,L]= REJ (c,fc,Fe);

% Rejection 100 Hz
fc=100;
[af2,naf,L]= REJ (af1,fc,Fe);
[bf2,nbf,L]= REJ (bf1,fc,Fe);
[cf2,ncf,L]= REJ (cf1,fc,Fe);

% Rejection 150 Hz
fc=150;
[af3,naf,L]= REJ (af2,fc,Fe);
[bf3,nbf,L]= REJ (bf2,fc,Fe);
[cf3,ncf,L]= REJ (cf2,fc,Fe);

```

% Rejection 200 Hz

```
fc=200;
[af4,naf,L]= REJ (af3,fc,Fe);
[bf4,nbf,L]= REJ (bf3,fc,Fe);
[cf4,ncf,L]= REJ (cf3,fc,Fe);
```

% Rejection 250 Hz

```
fc=250;
[af5,naf,L]= REJ (af4,fc,Fe);
[bf5,~,L]= REJ (bf4,fc,Fe);
[cf5,ncf,L]= REJ (cf4,fc,Fe);
```

% Rejection 300 Hz

```
fc=300;
[af,naf,L]= REJ (af5,fc,Fe);
[bf,nbf,L]= REJ (bf5,fc,Fe);
[cf,ncf,L]= REJ (cf5,fc,Fe);
```

% Longueur des 3 signaux a,b,c apres filtrage

```
N1=naf;
```

% Vecteur temps modification No 1

% Instant de depart retarde de l'equivalent

% de la longueur des ZA supprimees

```
td1=td+6*(L)/2*Te;
tf1=td1+(N1-1)*Te;
time1(:,1)=td1:Te:tf1;
```

% Calcul de :

```
% EX, EY: Deformation principales (um/m)
```

```
% SX, SY: Contraintes principales (Pa)
```

```
% phi : Direction principale (°)
```

```
% a partir des signaux filtres issus des 3 grilles
```

```
% (fonction SGR)
```

```
[SX,SY,EX,EY,phi]=SGR (af,bf,cf,Y,nu);
```

% Conversion de Pa en MPa

```
SX=SX/1e6;
```

```
SY=SY/1e6;
```

% Calcul de :

```
% E : Modules des Deformation principales
```

```
% S : Modules des Contraintes principales
```

```
S=sqrt(SX.^2+SY.^2);
```

```
E=sqrt(EX.^2+EY.^2);
```

% Trace E, S et phi

```
figure (2)
```

```
subplot 3 1 1
```

```
plot (time1,E)
```

```
grid on
```

```
xlabel('(s)')
```

```

ylabel('(\u03bcm/m)')
title({'\sigma : Module des deformations principales \sigma_X et \sigma_Y';...
    ['(',test_name,')']})
subplot 312
plot (time1,S)
grid on
xlabel('(s)')
ylabel('(Mpa)')
title({'\epsilon : Module des contraintes principales \epsilon_X et \epsilon_Y';...
    ['(',test_name,')']})
subplot 313
plot (time1,phi)
grid on
xlabel('(s)')
ylabel('(°)')
title({'\phi : Direction principale '};['(',test_name,')']})

%-----
% Modelisation des tendances de E,S et phi
% par Moyenne Glissante (MG) sur No echantillons
% td_E : tendance de E
% td_S : tendance de S
% td_phi: tendance de phi
%-----
No=2400;
w=1/No*rectwin(No);
Ef=filter (w,1,E);
Sf=filter (w,1,S);
phif=filter (w,1,phi);
td_E=Ef;
td_S=Sf;
td_phi=phif;
name_td='Moyenne Glissante';

%-----
% - Decalage des tendances de No/2 ech
% afin de compenser le retard du au filtrage par MG
% supprimant ainsi les No/2 premiers ech. de la Zone Amorcage
% - Suppression des No/2 derniers ech. de la Zone Amorcage
%-----
td1_E(1:N1-No,1)=td_E(No+1:N1,1);
td_E=0;
td_E=td1_E;
%
td1_S(1:N1-No,1)=td_S(No+1:N1,1);
td_S=0;
td_S=td1_S;
%
td1_phi(1:N1-No,1)=td_phi(No+1:N1,1);
td_phi=0;
td_phi=td1_phi;

% Longueur du signal modif (2)
N2=length(td_S);

```

```

% Vecteur temps modif (2)
td2=td1+(No/2)*Te;
tf2=td2+(N2-1)*Te

time2(:,1)=td2:Te:tf2;

% Suppression des No premiers ech
% des signaux E, S, phi, a, b, c
%
E1(1:N1-No,1)=E(No+1:N1,1);
E=0;
E=E1;
%
S1(1:N1-No,1)=S(No+1:N1,1);
S=0;
S=S1;
%
phi1(1:N1-No,1)=phi(No+1:N1,1);
phi=0;
phi=phi1;
%
a1(1:N1-No,1)=a(No+1:N1,1);
a=0;
a=a1;
%
b1(1:N1-No,1)=b(No+1:N1,1);
b=0;
b=b1;
%
c1(1:N1-No,1)=c(No+1:N1,1);
c=0;
c=c1;

% Trace signal S, tendance par MG : So
figure (3)
hold on
plot(time2,S,'-g')
plot(time2,td_S,'k')
grid on
xlabel('(s)')
ylabel('(MPa)')
title(['Signal \sigma (vert)'];...
    ["Tendance moyenne glissante \sigma_t_d sur N_0 = ",num2str(No),' ech. (noir)'];...
    ['(',test_name,')'])

% Definition du signal Eo :
% Suppression de la tendance de au signal E
Eo=E-td_E;

% Definition du signal So :
% Suppression de la tendance de au signal S
So=S-td_S;
% Trace signal So

```

```

figure (4)
plot(time2,So,'r')
% axis([td tf -1 1])
grid on
xlabel('(s)')
ylabel('(MPa)')
title({'Signal \sigma_0';['(',test_name,')']})

% Statistiques sur So
% affichees a l'ecran
m_So=mean(So)
et_So=std(So)
min_So=min(So)
max_So=max(So)

% Detection evenement bref de duree >= Nevt ech
% par Moyenne Glissante sur Nevt ech
Nevt=2;
wevt=1/Nevt*rectwin(Nevt);
Sevt=filter (w,1,S);
% Definition du signal Soevt :
% Suppression de la tendance Sevt au signal S
Soevt=S-Sevt;
% Ecart-type glissant sur tendance contrainte ppale So
etg_S=zeros(N2,1);
somme=zeros(N2,1);
for i=Nevt+1:N2
    for j=1:Nevt
        somme(i)=somme(i)+(S(i-j)-Sevt(i))^2;
    end
    etg_S(i)=sqrt(1/(Nevt-1)*somme(i));
end
sig=2;
Sigp=Soevt+sig*etg_S;
Sigm=Soevt-sig*etg_S;

% Trace signal So, moyenne et ecart type glissants
figure (5)
hold on
plot(time2,Soevt,'-g')
plot(time2,Sigp,'-r')
plot(time2,Sigm,'-b')
grid on
xlabel('(s)')
ylabel('(MPa)')
title({'Signal \sigma_0_e_v_t (noir)';...
    ['Moyenne glissante sur N_e_v_t = ',num2str(Nevt)];...
    ['Ecart type glissant +2\sigma (rouge), -2\sigma (bleu)'];...
    ['(',test_name,')']})

% Etat de deformation et contrainte sur une duree de 1 s
% a l instant to milieu de la duree d'observation
no=fix((to-td2)/Te);
% Indice correspondant a to-0,5s

```

```

no1=fix(no-0.5/Te);
% Indice correspondant a to+0,5s
no2=fix(no+0.5/Te);
% Valeur moyenne de E sur 1s
m_E=mean(E(no1:no2))
% Ecart type non biaisé
et_Eo=std(Eo(no1:no2))
% Valeur moyenne de S sur 1s
m_S=mean(S(no1:no2))
% Ecart type non biaisé
et_So=std(So(no1:no2))
% Moyenne et écart type de la direction principale
m_phi=mean(phi(no1:no2))
et_phi=std(phi(no1:no2))

%% Histogramme So
%% choix arbitraire du nombre de classes
cla=40;
[ni,xout]=hist(So,cla);
% Recherche indices valeurs >=0
% classées en ordre croissant
% dans le vecteur xout
first=min(find(xout>=0));
% nombre de valeurs positives
pos=sum(ni(first:cla))
% nombre de valeurs négatives
neg=sum(ni(1:first-1))
ratio_pos=pos/(pos+neg)*100
ratio_neg=neg/(pos+neg)*100

% Trace histo So
figure (6)
bar(xout,ni)
% Change the color of the graph so that the bins are red
% and the edges of the bins are white.
h = findobj(gca,'Type','patch');
set(h,'FaceColor','r','EdgeColor','k');
grid on
ylabel('Effectif (nb  $\hat{A}$ ch.)');
xlabel('Contrainte (MPa)');
title(['Histogramme signal  $\sigma_0$  (' test_name,')'];...
    [num2str(neg),' ech. négatifs, ',num2str(pos),' ech. positifs'])

% Autocorrelation de So
% paramètre 'biased' division par 1/N
% paramètre 'coeff' normalisation : Cxx(tau=0)=1
[Css]=xcorr(So,'biased');
nCss=length(Css);
% Vecteur temps correlation
tcorr(:,1)=[(-nCss+1)/2:(nCss-1)/2]/Fe;

% Trace Correlation
figure (7)
plot(tcorr,Css,'r')

```

```

axis([-duree duree -0.002 0.01])
grid on
xlabel('Decalage \tau (s)')
ylabel('(MPa)Â²')
title(['Autocorrelation signal \sigma_0 (' , test_name,')'])

% Correlogramme de So
[Sc,Fc,Mc]=TFD(Css,Fe);
% % facteur de calibration
Ac=1;
Mc=Ac*Mc;
% Trace Correlogramme
figure (8)
plot(Fc,Mc)
% axis([0 Fe/2 0 5e-5])
grid on
xlabel('(Hz)')
ylabel('(MPa)Â²')
title(['Correlogramme signal \sigma_0 (' , test_name,')']);

% Segmentation de So en blocs de m ech.
% M : nb d'ech par bloc
M=1024;
% P : Chevauchement des blocs
P=0;
% L : nb de blocs
L=fix(N2/(M-P+1));
% Stockage des blocs
seg=zeros(M,L);

% % Stockage des moyennes et ecarts types des blocs
m_bloc=zeros(L,1);
et_bloc=zeros(L,1);
nd_1=1;
nf_1=M;
for i=1:L

    seg(:,i)=So(nd_1:nf_1,:);
    m_bloc(i,:)=mean(So(nd_1:nf_1,:));
    et_bloc(i,:)=std(So(nd_1:nf_1,:));

    % Prochain bloc
    nd_1=nf_1-P+1;
    nf_1=nd_1+M-1;

end

% Moyenne et ecart type des ecarts types des blocs
% affichees a l'ecran
m_et=mean(et_bloc)
et2=std(et_bloc)

% Vecteur temps segmentation
tseg(:,1)=([0:L-1]*M +M/2)*Te;

```

```

% Trace moyenne des bloc de la segmentation
figure (9)
hold on
stem(tseg,m_bloc,'-r')
grid on
xlabel('Temps au milieu des bloc (s)')
ylabel('(MPa)')
title(['Moyennes des ',num2str(L),' blocs de ',num2str(M),...
' ech., chevauchement ',num2str(P) ' ech.'];['(',test_name,')'])

% Trace Ecart Type des bloc de la segmentation
figure (10)
hold on
stem(tseg,et_bloc,'-r')
plot(tseg,m_et,'-k')
plot(tseg,m_et+2*et2,'-b')
plot(tseg,m_et-2*et2,'-b')
grid on
xlabel('Temps au milieu du bloc (s)')
ylabel('(MPa)')
title(['Ecart Types des ',num2str(L),' blocs de ',num2str(M),...
' ech., chevauchement ',num2str(P),' ech.'];['(',test_name,')'])

% Periodogramme de So
for i=1:L

    [Xp(:,i),Fp,Mp(:,i)]=TFD(seg(:,i),Fe);

end
ntfd=length(Fp);
Sp=zeros(ntfd,1);
for i=1:L

    Sp=Sp+Mp(:,i).^2;

end

% facteur de calibration
Ap=1;
Sp=Ap/L*Sp;

% Trace Periodogramme
figure (11)
plot(Fp,Sp)
% axis([0 Fe/2 0 5e-4])
grid on
xlabel('(Hz)')
ylabel('(MPa)Â²)')
title(['Periodogramme signal \sigma_0 (' ,name_td,')'];[num2str(L),...
' blocs de ',num2str(M),' ech., chevauchement ',num2str(P),' ech.'];...
['(',test_name,')']);

% Temps - Frequence

```

```
% ws : fenetre Hamming de 256 ech
ws=256;
% ovlp : chevauchement 240 ech. (94 %)
ovlp=240;
% ns=256 longueur de la FFT
ns =256;
figure (12)
spectrogram (So,ws,ovlp,ns,Fe)
title({'Spectrogramme signal \sigma_0'};['(',test_name,')'] );
```

9 Annexe I : NOTES TECHNIQUES

9.1 Caractéristiques de l'accéléromètre PCB 393B05



PCB PIEZOTRONICS™

Model 393B05

Product Type: Accelerometer, Vibration Sensor

Seismic, miniature (50 gm), ceramic shear ICP® accel., 10 V/g, 0.6 to 450 Hz, 10-32 top conn.

PERFORMANCE	ENGLISH	SI
Sensitivity ($\pm 10\%$)	10 V/g	1.02 V/(m/s ²)
Measurement Range	0.5 g pk	4.9 m/s ² pk
Frequency Range ($\pm 5\%$)	0.7 to 450 Hz	0.7 to 450 Hz
($\pm 10\%$)	0.5 to 750 Hz	0.5 to 750 Hz
(± 3 dB)	0.2 to 2000 Hz	0.2 to 2000 Hz
Resonant Frequency	≥ 2.5 kHz	≥ 2.5 kHz
Broadband Resolution (1 to 10,000 Hz)	0.000004 g rms	0.00004 m/s ² rms
Non-Linearity	$\leq 1\%$	$\leq 1\%$ [1]
Transverse Sensitivity	$\leq 5\%$	$\leq 5\%$
ENVIRONMENTAL		
Overload Limit (Shock)	± 300 g pk	± 2950 m/s ² pk
Temperature Range	0 to +176 °F	-18 to +80 °C
Base Strain Sensitivity	≤ 0.0005 g/ $\mu\epsilon$	≤ 0.005 (m/s ²)/ $\mu\epsilon$
ELECTRICAL		
Excitation Voltage	18 to 30 VDC	18 to 30 VDC
Constant Current Excitation	2 to 10 mA	2 to 10 mA
Output Impedance	<500 ohm	<500 ohm
Output Bias Voltage	7 to 12 VDC	7 to 12 VDC
Discharge Time Constant	0.5 to 2.0 sec	0.5 to 2.0 sec
Settling Time	<100 sec	<100 sec
Spectral Noise (1 Hz)	0.50 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	4.9 ($\mu\text{m/s}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
(10 Hz)	0.10 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	1.0 ($\mu\text{m/s}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
(100 Hz)	0.07 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	0.7 ($\mu\text{m/s}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
(1 kHz)	0.05 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	0.5 ($\mu\text{m/s}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
PHYSICAL		
Sensing Element	Ceramic	Ceramic
Sensing Geometry	Flexural	Flexural

9.2 Caractéristiques de du géophone Mark Products L-4

Mark Products L-4 Seismometer

1.0 Hz and 2.0 Hz Land or Borehole Seismometer



- Stable Natural Frequency
- Lowest Distortion
- Instrument Quality
- Humbuck Construction
- Very High Output
- No Spring Sag
- Shallow surface hole, borehole and horizontal versions



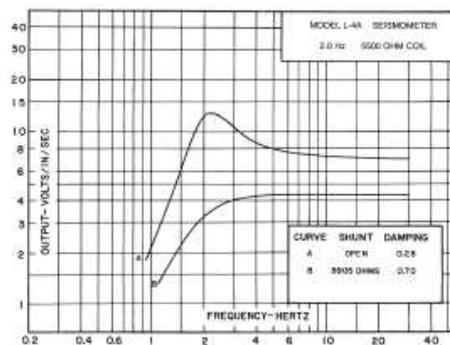
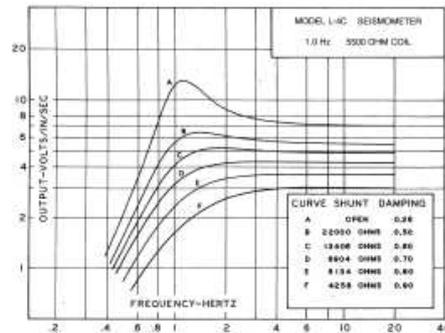
Mark Products L-4 Seismometer

The Mark Products L-4 is an INSTRUMENT QUALITY ONE Hz or TWO Hz multi-purpose seismometer that is small, light, and economical. It is designed to yield the performance needed for scientific studies, yet has the ruggedness required for petroleum exploration work.

The Mark Products L-4 design ELIMINATES the usual causes of failure in VERY LOW FREQUENCY geophones, such as SPRING FATIGUE, OVER-STRESS and INSTABILITY. This seismometer maintains a close frequency tolerance with tilt and temperature and is TRANSPORTED

WITHOUT CLAMPING the moving element.

The Mark Products L-4 is available with or without calibration coils and may be obtained as VERTICAL OR HORIZONTAL elements. A variety of fittings are available for custom application.



Specifications

L-4C 1.0 Hz SEISMOMETER

Type	Moving dual coil, humbuch wound
Frequency	1.0 ± 0.05 Hz measured on 200 pound weight at 0.09 inches/second
Frequency change with tilt	Less than 0.05 Hz at 5° from vertical
Frequency change with excitation	Less than 0.05 Hz from 0 to 0.09 inches/second
Suspended mass	1000 grams
Standard coil resistances	500, 2000, 5500
Leakage to case	100 megohm minimum at 500 V
Transduction power	0.947 √ Rc
Open circuit damping	(b ₀) = 0.28 critical
Current damping	(b _c) = 1.1 Rc Rs + Rc
Coil inductance	L _c = 0.0011 Rc L _c in henries
Case to coil motion	PP 0.250 inches
Electric analog of capacity	CC = 73,500 (microfarads) Rc
Electric analog of inductance	L _m = 0.345Rc (henries)
Case height	5 ^{1/8} inches - 13 cm
Case diameter	3 inches - 7.6 cm
Total density	3.7 grams/cm ³
Total weight	4 ^{3/4} pounds - 2.15 kilograms
Operating temperature	Range : - 20° to 140°F or -29° to 60°C

COIL RESISTANCE, OHMS	500	2000	5500
Transduction, Volts/in/sec	2.12	4.23	7.02
Coil inductance, henries	0.55	2.20	6.05
Analog capacitance, microfarads	147	36.8	13.4
Analog inductance, henries	173	690	1900
Shunt for 0.70 damping, ohm	810	3238	8905

L-4A 2.0 Hz SEISMOMETER

Type	Moving dual coil, humbuch wound
Frequency	2.0 ± 0.25 Hz measured on 200 pound weight at 0.09 inches/second
Frequency change with tilt	Less than 0.10 Hz at 10° from vertical
Frequency change with excitation	Less than 0.10 Hz from 0 to 0.18 inches/second
Suspended mass	500 grams
Standard coil resistances	500, 2000, 5500
Leakage to case	100 megohm minimum at 500 V
Transduction power	0.947 √ Rc
Open circuit damping	(b ₀) = 0.28 critical
Current damping	(b _c) = 1.1 Rc Rs + Rc
Coil inductance	L _c = 0.0011 Rc L _c in henries
Case to coil motion	PP 0.250 inches
Electric analog of capacity	CC = 36,500 (microfarads) Rc
Electric analog of inductance	L _m = 0.17Rc (henries)
Case height	5 ^{1/8} inches - 13 cm
Case diameter	3 inches - 7.6 cm
Total density	2.9 grams/cm ³
Total weight	3 ^{3/4} pounds - 1.7 kilograms
Operating temperature	Range : - 20° to 140°F or -29° to 60°C

COIL RESISTANCE, OHMS	500	2000	5500
Transduction, Volts/in/sec	2.12	4.23	7.02
Coil inductance, henries	0.55	2.20	6.05
Analog capacitance, microfarads	73.0	18.3	6.64
Analog inductance, henries	85.0	340	935
Shunt for 0.70 damping, ohm	810	3238	8905

$$\text{Open Circuit Damping (b}_0\text{)} = 0.28 \text{ Critical}$$

$$\text{Coil Current Damping (b}_c\text{)} = \frac{1.1 R_c}{R_c + R_s}$$

$$\text{Total Damping (b}_t\text{)} = b_0 + b_c$$

9.3 Caractéristiques de de la lame instrumentée HBM

FICHE TECHNIQUE /DATA



measurement with confidence

N° DOSSIER / <i>File Number</i> :	DATE / <i>date</i> :
CLIENT / <i>Customer</i> : ESRF	27/02/2013
PIECE / <i>Type</i> : LAME	NUMERO / <i>Number</i> :
MATIERE / <i>material</i> : Aluminium	X
EQUIPEMENT / <i>equipment</i> : Jauges Quart de pont	

NBRE DE JAUGES ACTIVES <i>Number of active SG</i> : 1	IMPEDANCE ALIMENTATION <i>Input resistance</i> : 120 $\Omega \pm 10\%$
COEFFICIENT DE PONT <i>Bridge coefficient</i> : 1,00	IMPEDANCE MESURE <i>Output resistance</i> : 120 $\Omega \pm 10\%$
TYPE DE JAUGES <i>SG type</i> : LY41-1,5/120	DESEQUILIBRE <i>Zero signal tolerance</i> : < 0,1 MV/V
IMPEDANCE <i>Resistance</i> : 120 Ω	ISOLEMENT <i>Isolation resistance</i> : >50 M Ω
FACTEUR K <i>factor</i> : 1,92 $\pm 1\%$	TEMPERATURE D'UTILISATION <i>Operating temperature range</i> : 40/250 $^{\circ}\text{C}$
COLLE Adhesive <i>Adhesive</i> : Z70	DERIVE THERMIQUE DE ZERO <i>Zero point temperature effect</i> : / % de l'EM
T° polymérisation <i>Curing temperature</i> : AMB	TENSION D'ALIMENTATION <i>Supply voltage</i> : 2,5 V MAX
PROTECTION <i>Coat</i> : PU 140 + SG250	

OBSERVATIONS/Note : Câble 1m

	-Alimentation - Blanc - Excitation - White	Vérifié le/Check the 27-févr.-13 Par/ by NV VISA / Visa
	- Contre Mesure - Rouge - Contrer Measurement signal - Red	
	+ Mesure - Noir + Measurement signal - Black	
	+ Alimentation - Vert + Excitation - Green	
	-BLINDAGE -CABLE SHIELDING	

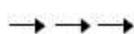
HBM France
46 rue du champoreu
91540 MENNECY FRANCE

tél. : 33 1 69 90 63 70
fax : 33 1 69 90 63 80

hbm.info@hbm.com
web : hbm.com

9.4 Caractéristiques de la Presse MAVO LPO 2000-1000/200

mavo press LPO 2000-1000/200



Technische Daten

technical specification

Technische Daten technical specification	Istwert actual value
Druckbereich pressure range	0 – 700 bar
Presskraft force of pressure	20MN @ 700 bar
Übersetzungsverhältnis des Druckverstärkers transmission ratio of the pressure intensifier	30:1
Stößelhub ram stroke	200 mm
Stößelgeschwindigkeit (Eilgang) ram velocity (rapid traverse motion)	< 30 mm/min
Kompressionsrate des Druckverstärkers compression rate over pressure intensifier	0-100 bar/min (stufenlos über software) 0-100 bar/min (cont. variable via software)
Dekompressionsrate des Druckverstärkers decompression rate over pressure intensifier	0-100 bar/min (stufenlos über software) 0-100 bar/min (cont. variable via software)
Regelgenauigkeit control accuracy	+/-0,5 bar
Strahlhöhe über Boden Beam height from floor	1.380 – 1.420 mm
Montageabstand des Werkzeugs über Flur tool installation height from floor	1.100 mm
Mittlerer Säulenabstand mean column distance	1.115 x 915 mm
Einbaumaß zwischen den Säulen assembly dimension between the columns	800 mm
Tischabmessungen table dimensions	1.530 x 1.330 mm
Gesamtgewicht einschließlich Koordinatentisch und multi-anvil Werkzeug total weight including multi-axis alignment stage and multi-anvil tooling	ca. 38 Tonnen approx. 38 tons
Gesamthöhe einschließlich Koordinatentisch, davon 785 mm unter Flur und 3215 mm über Flur total height including multi-axis alignment stage therefrom approx. 785 mm below floor and 3215 mm above floor	4.000 mm
Aufstellfläche einschließlich Koordinatentisch mit Basisplatte footprint including multi-axis alignment stage with baseplate	3.100 x 2.000 mm
Maximales Gewicht von jedem Einzelstück maximum weight of any single piece	6 Tonnen 6 tons
Presskraft mit ø210 mm Differential Stößel force of pressure with ø210 mm differential rams	6.6 MN @ 1.900 bar

9.5 Rapport d'intervention de la société HBM



Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH

Installation Report Level I

ESRF Large Volume Press monitoring

**Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH,
Measurement Engineering Dept.**

Refers to documents:

D-DIA stress analysis report (Y. Dabin)

Systemes du surveillance Presse ID6 - eng. (M. Diot)

measure and predict with confidence



Introduction

This report documents the first instrumentation phase of the LVP-monitoring campaign for ESRF. Goal of the campaign is the monitoring of the entire press unit also single components. Further details can be taken from the referred mentioned documents.

HBM's responsibility during the first level of the monitoring and test program were consisting the instrumentation of the press frame (four pillars) and the D-DIA named tool, including all linked wiring, protection and cabling works. Furthermore the MGCplus data acquisition system including the software "CatMan AP" was part of the delivered positions.

The instrumentation was successfully tested at a first load test followed by customer basic training, on March 21st.

All services took place from 14th to 21st of March at section ID6, at the ESRF storage ring in Grenoble, France.

HBM Team, involved in the project:

Bernard Vindret (sales)	HBM France
Michael Raffel	HBM Germany
Henning John (PM)	HBM Germany

measure and predict with confidence



Content

Page

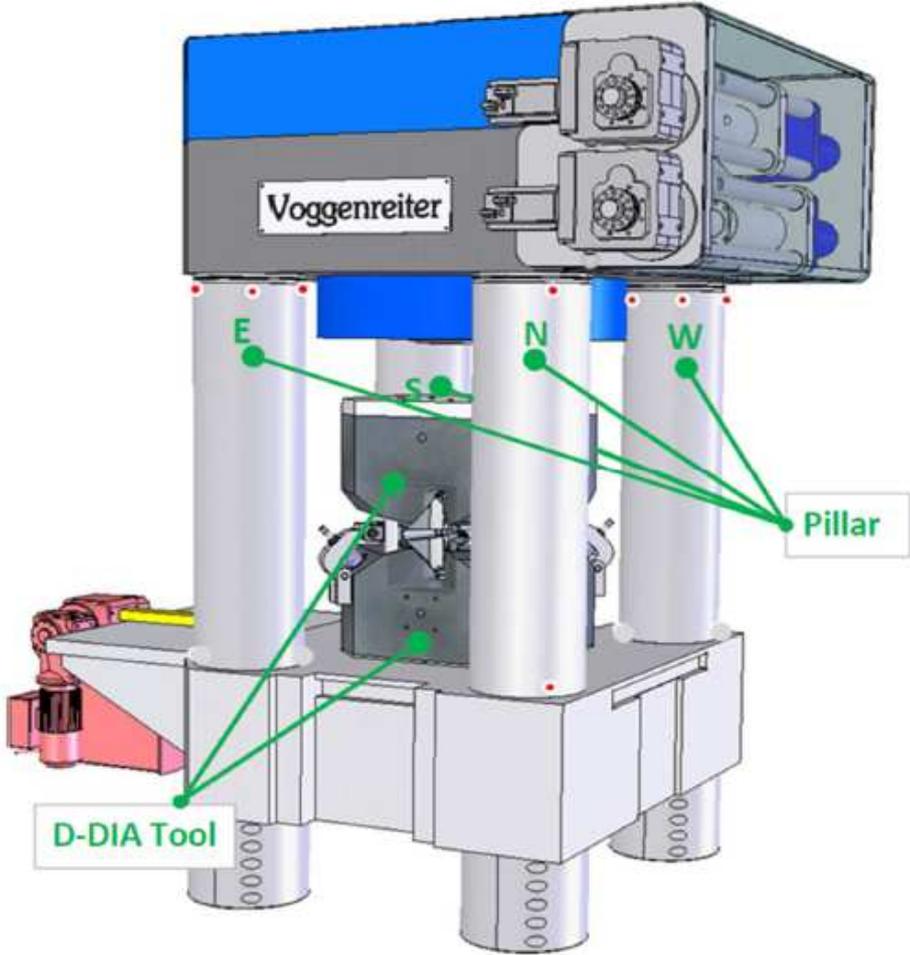
- 4 Large volume press (LVP) sections
- 5 Strain gauge installation on Pillars
- 6 Strain gauge installation on D-DIA tool
- 8 Colorcoding /pinout of connection cables
- 10 Channel table

Appendix

measure and predict with confidence



Large Volume Press (LVP) sections



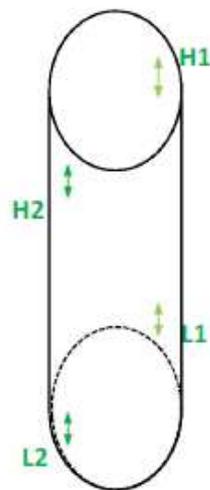
measure and predict with confidence



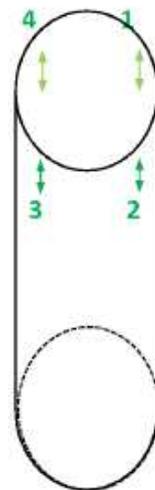
Strain gauge installation on Pillars

The positioning of the 16 uniaxial strain gauges were agreed with Mr. Dabin from ESRF and chosen according to previous performed optical measurements /accessability of position. Naming of the pillars and measuring points was performed as the orientation of the D-DIA tool. Two different instrumentation layouts for the pillars were chosen to gather a wide range of the expected loads at this section of the LVP. All strain gauges were aligned within an accuracy of ± 1 mm.

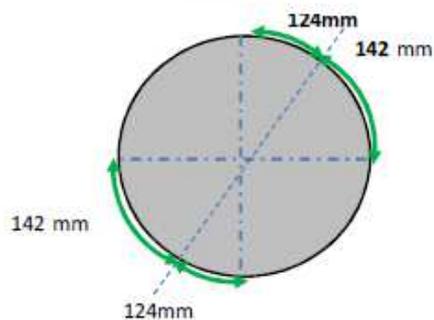
N-S Layout



W-E Layout



Offset shift 124mm /142mm



Distance from edge 150mm



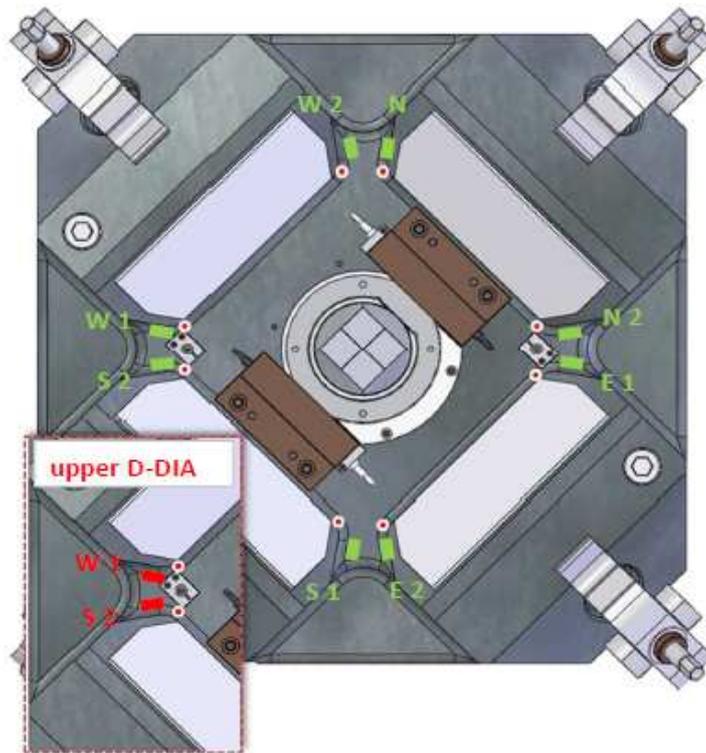
measure and predict with confidence



Strain gauge Installation on D-DIA tool

For instrumentation of the upper and lower tool block, ten strain gauge rosettes were chosen. Rosettes are enabling the calculation of the maximum principal strain / stress including the angle related to grid A.

The position of the strain gauges were ruled by the curved surface inside the D-DIA, milling marks from the manufacturing process were used to align the sensors in identical position.



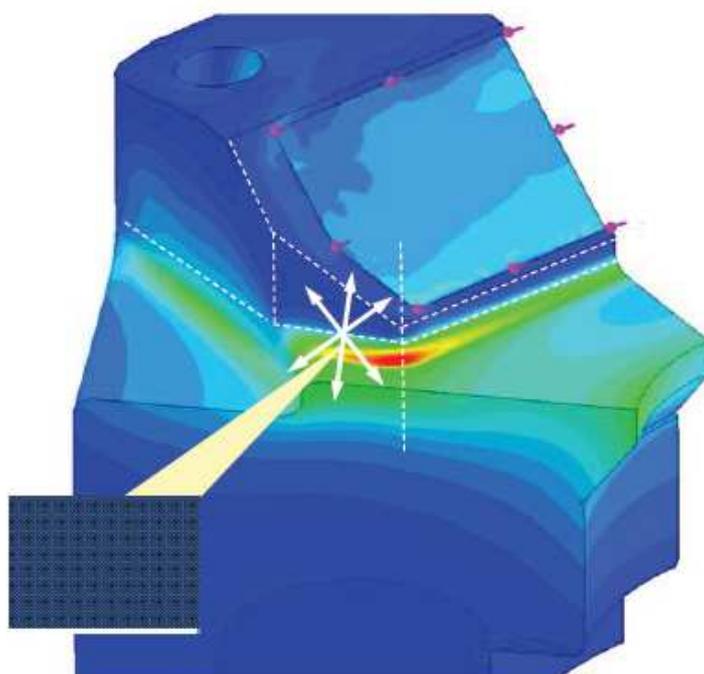
- Strain gauge rosettes un lower D-DIA block (eight)
- Strain gauge rosettes un upper D-DIA block (two)
- ⊙ Stress "hot spot" according to FEM calculation / simulation.

measure and predict with confidence



The strain gauge rosettes were positioned, that the reference grid A is aligned 90° to the glide surface of the tool on all "1" strain gauges, at all strain gauges having a 2 in the designation, grid number C points 90° towards the glide surface.

Electrically the grid pointing towards the glide surface is always connected as grid A.



A B C

Strain gauge procedure

All strain gauges are bonded with the cyanoacrylate based rapid adhesive Z70 from HBM. The surface was prepared by machine and manual grinding with sand paper (grain 220), and cleaned with HBM RMS1 in multiple steps.

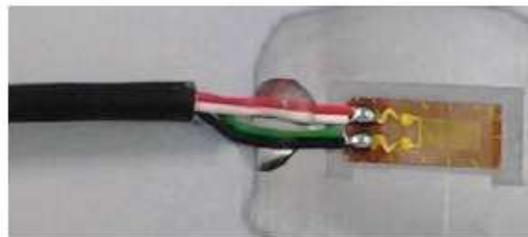
All strain gauges were covered with AK22 and ABM75 putty to protect the installation from mechanical damage and humidity after the function was verified.

measure and predict with confidence

**Color coding / pinout****Uniaxial strain gauges on pillars**

Quarter bridge, 4-wires

SG1	SG color	cable color	pin
Excitation +	red	brown/blue	15
Signal +	white	green	2
Sense -	green	pink/brown	14
Excitation -	black	white	1
SG2	SG color	cable color	pin
Excitation +	red	brown	18
Signal +	white	black	5
Sense -	green	grey/pink	17
Excitation -	black	red	4
SG3	SG color	cable color	pin
Excitation +	red	blue	21
Signal +	white	white/yellow	8
Sense -	green	pink	20
Excitation -	black	white/green	7
SG4	SG color	cable color	pin
Excitation +	red	yellow/brown	24
Signal +	white	white/blue	11
Sense -	green	brown/green	23
Excitation -	black	white/red	10



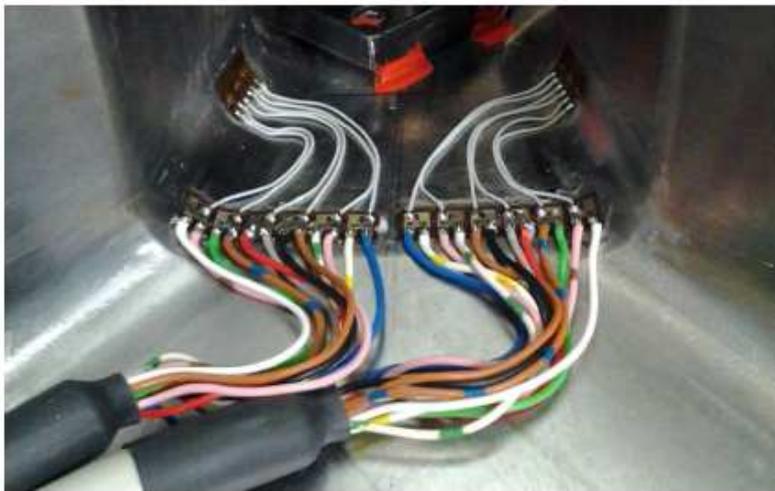
measure and predict with confidence



Strain gauge rosettes on D-DIA tool

Quarter bridge, 4-wire

<i>Grid A</i>	<i>SG color</i>	<i>cable color</i>	<i>pin</i>
Excitation +	white	brown/blue	15
Signal +	white	green	2
Sense -	white	pink/brown	14
Excitation -	white	white	1
<i>Grid B</i>	<i>SG color</i>	<i>cable color</i>	<i>pin</i>
Excitation +	white	brown	18
Signal +	white	black	5
Sense -	white	grey/pink	17
Excitation -	white	red	4
<i>Grid C</i>	<i>SG color</i>	<i>cable color</i>	<i>pin</i>
Excitation +	white	blue	21
Signal +	white	white/yellow	8
Sense -	white	pink	20
Excitation -	white	white/green	7



measure and predict with confidence



Channel Table

Ch.	Cable tag	SG name	SG Type	Gauge res. Ω	Iso. >500M Ω	Section
1	PILLAR N	NH1	LY61/6-350A	349.8	✓	Pillars
2		NH2	LY61/6-350A	349.7	✓	
3		NL1	LY61/6-350A	349.8	✓	
4		NL2	LY61/6-350A	349.6	✓	
5	PILLAR S	SH1	LY61/6-350A	349.7	✓	
6		SH2	LY61/6-350A	349.8	✓	
7		SL1	LY61/6-350A	349.7	✓	
8		SL2	LY61/6-350A	349.8	✓	
9	PILLAR E	E1	LY61/6-350A	349.8	✓	
10		E2	LY61/6-350A	349.5	✓	
11		E3	LY61/6-350A	349.6	✓	
12		E4	LY61/6-350A	349.7	✓	
13	PILLAR W	W1	LY61/6-350A	349.5	✓	
14		W2	LY61/6-350A	349.6	✓	
15		W3	LY61/6-350A	349.7	✓	
16		W4	LY61/6-350A	349.7	✓	
17	DDL N1	Grid A	RY101/1,5-120	120.5	✓	Lower D-DIA
18		Grid B	RY101/1,5-120	120.1	✓	
19		Grid C	RY101/1,5-120	120.1	✓	
20	DDL N2	Grid A	RY101/1,5-120	120.1	✓	
21		Grid B	RY101/1,5-120	120.1	✓	
22		Grid C	RY101/1,5-120	120.0	✓	
23	DDL E1	Grid A	RY101/1,5-120	120.1	✓	
24		Grid B	RY101/1,5-120	119.9	✓	
25		Grid C	RY101/1,5-120	119.9	✓	
26	DDL E2	Grid A	RY101/1,5-120	119.9	✓	
27		Grid B	RY101/1,5-120	119.8	✓	
28		Grid C	RY101/1,5-120	119.8	✓	
29	DDL S1	Grid A	RY101/1,5-120	119.9	✓	
30		Grid B	RY101/1,5-120	119.9	✓	
31		Grid C	RY101/1,5-120	120.0	✓	
32	DDL S2	Grid A	RY101/1,5-120	120.0	✓	
33		Grid B	RY101/1,5-120	119.9	✓	
34		Grid C	RY101/1,5-120	120.0	✓	
35	DDL W1	Grid A	RY101/1,5-120	120.0	✓	
36		Grid B	RY101/1,5-120	119.9	✓	
37		Grid C	RY101/1,5-120	120.0	✓	
38	DDL W2	Grid A	RY101/1,5-120	120.0	✓	
39		Grid B	RY101/1,5-120	120.0	✓	
40		Grid C	RY101/1,5-120	120.0	✓	
41	DDU S2	Grid A	RY101/1,5-120	119.9	✓	Upper D-DIA
42		Grid B	RY101/1,5-120	119.8	✓	
43		Grid C	RY101/1,5-120	119.9	✓	
44	DDU W1	Grid A	RY101/1,5-120	120.0	✓	
45		Grid B	RY101/1,5-120	120.0	✓	
46		Grid C	RY101/1,5-120	119.9	✓	

measure and predict with confidence



Appendix

measure and predict with confidence



Strain gauge data sheet, uniaxial



Dohnungsmessstreifen
Strain gages
Jauges d'extensométrie

Widerstand
Resistance
Résistance: **350 Ω ±0.30 %**

GF-Faktor
Gage factor
Facteur K: **2.05 ±1.0 %**

Quersensitivität
Transverse sensitivity
Sensibilité latérale: **0.1 %**

Temperaturkompensation: Angepasst für
Temperature compensation: Compensated for
Compensation de température: Compensé pour

Fertigleben Stahl A41
steel with
acier A41

Bestellnummer
Order No.
No. de référence: **1-LY61-6/350A**

Typ
Type
Type: **6/350A LY61**

Stärke
Cathode
Quersitz: **10**

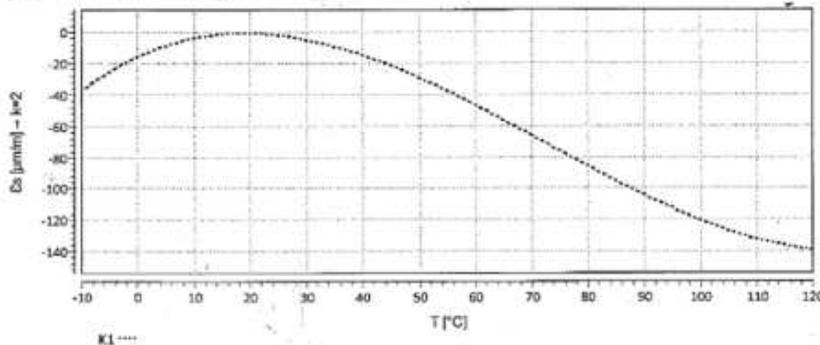
Mit Applikationshilfe
With application aid
Avec support d'usage à l'application

Temperaturkoeffizient
des k-Faktors
Temperature coefficient
of gage factor
Coefficient de température
du facteur K: **93 ±10 [10⁻² / K]**

Folienart
Roll of
Lot de la feuille: **A412/01**

Herstellergüte
Production term
Lot de fabrication: **812056749**

$\alpha = 10.8 [10^{-6} / K]$



$$\epsilon_0(T) = -15.42 + 1.66 * T - 5.04E-02 * T^2 + 2.33E-04 * T^3 \pm 0.30 [\mu\text{m}/\text{m}/\text{K}]$$

Alle Angaben gelten nach DIN 5102, IIR 92, bei Beachtung der einschlägigen Normen und
auch nach VDI/VDE 2235. Dabei Sie bei Rückfragen bitte Bestellnummer und Herstell-Lage Lot
nr.

All specifications in accordance with DIN 5102, IIR 92, also compliant with VDI/VDE 2235 if relevant
tolerance are retained. In case of further inquiries please indicate order no. and batch number.

Tous renseignements techniques relatifs aux normes DIN, IIR 92 et VDI/VDE 2235 pour les indications
officielles ou tolérances. Pour toutes questions, indiquer le no. de référence ainsi que le lot de
fabrication.

Réponse en température des jauges d'extensométrie appliquées sur des matériaux dont les
coefficients de dilatation thermique α sont indiqués au verso. Mesurée au four à haute température
continue de la température.

Curve 1: Jauges sans patine de recouvrement.

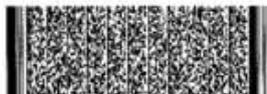
Temperaturgang der Dohnungsmessstreifen bei Applikation mit unendlich angegebener
Wärmeausdehnungskoeffizienten α . Gemessen bei kontinuierlicher Temperaturbelastung.

Curve 1: DSG ohne Anstrichüberziehen.

The temperature response refers to strain gages bonded to materials with the coefficient of
thermal expansion α given on back. Values are measured with continuous temperature
variation.

Curve 1: Strain gages without leads.

Kopfbereich / Header / Titre

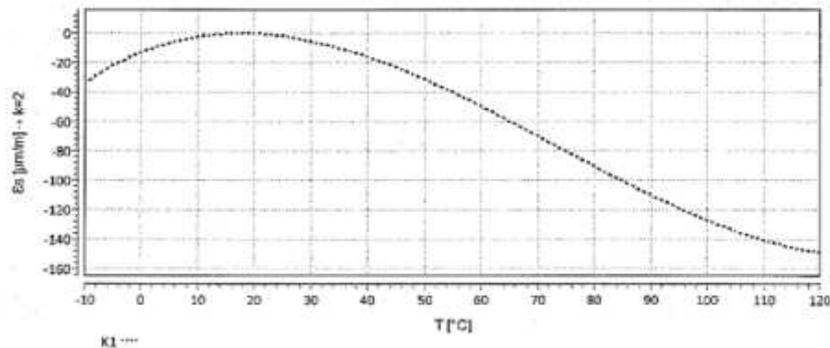


measure and predict with confidence



Strain gauge data sheet, rosette

Dehnungsmessstreifen Strain gages Jauges d'extensométrie		Bestellnummer Order No. No. de référence 1-RY101-1.5/120
Widerstand Resistance Résistance 120 Ω ±0,30 %		Typ Type Type 1,5/120 RY101
K-Faktor Gage factor Facteur K a: 1,90 ±1,5 % b: 1,89 ±1,5 % c: 1,90 ±1,5 %		Spalten Columns Colonnes 5
Quersensitivität Transverse sensitivity Sensibilité latérale a: 0,4 % b: 0,5 % c: 0,4 %		Temperaturkoeffizient des K-Faktors Température coefficient of gage factor Coefficient de température du facteur K 93 ±10 [10⁻⁴ / °C]
Temperaturkompensation Arrangement für Temperature compensation Compensation for Compensation de température Compensation pour		Formel Lot Lot de la feuille A408/28
Fertigung Batch Lot de fabrication 812053658		a = 10,6 [10 ⁻⁶ / °C]



$$\epsilon_s(T) = -13,29 + 1,54 \cdot T - 4,95E-02 \cdot T^2 + 2,27E-04 \cdot T^3 \pm 0,30 [\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}]$$

Alle technischen Daten nach DIN EN 60286, bei Beschädigung der abweichenden Fertigungsdaten auch nach VDI/VDE 2635. Geben Sie bei Rückfragen Ihre Bestellnummer und Herstellungs-Lot an!

All specifications in accordance with DIN EN 60286, also compliant with VDI/VDE 2635 if deviating tolerances are obtained. In case of further inquiries please indicate order no. and batch number.

Toutes caractéristiques techniques selon DIN EN 60286 et VDI/VDE 2635 pour les indications d'écart de tolérance. Pour toutes questions, indiquez le no. de référence ainsi que le lot de fabrication.

Réponse en température des jauges d'extensométrie appliquées sur des matériaux suit les coefficients de dilatation thermique à deux ordres de approximation au lieu de variation continue de la température.

Curve 1: Jauges sans prise de compensation.

Temperaturgang der Dehnungsmessstreifen bei Applikation mit unvollig angepasster Wärmeausdehnungskoeffizienten & Geometrie bei kontinuierlicher Temperaturänderung.

Curve 1: DMS ohne Antriebsausgleich.

The temperature response refers to strain gages bonded to materials with the coefficient of thermal expansion in given order. Values are measured with continuous temperature variation.

Curve 1: Strain gages without leads.



measure and predict with confidence



Strain gauge dimensions

Uniaxial type

LY61

Class SG
Temperature response matched to steel
with $\alpha = 10.8 \cdot 10^{-6} (19.2 \cdot 10^{-6})$

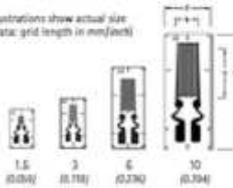
LY63

Temperature response matched to aluminum
with $\alpha = 23 \cdot 10^{-6} (23.8 \cdot 10^{-6})$

LY6x

Temperature response matched to customer's choice
see page 16

Illustrations show actual size
(Data: grid length in mm/inch)



Contents per package: 10 pcs.

Types available ex stock		Variants	Nominal resistance	Dimensions (mm/inch)				Max. perm. effective bridge ex. voltage	Solder terminals
Steel	Aluminum			Measuring grid		Measuring grid carrier			
		Other	Ø	a	b	c	d	V	
1-LY61-1.5/120		1-LY6x-1.5/120	120	1.5 0.060	1.0 0.039	7.8 0.307	4.7 0.185	2.5	-
1-LY61-3/120		1-LY6x-3/120	120	3 0.118	1.5 0.060	8.8 0.346	4.7 0.185	4	-
		1-LY6x-3/120A	120	3 0.118	1.5 0.060	8.8 0.346	4.7 0.185	4	-
1-LY61-6/120	1-LY61-6/120	1-LY6x-6/120	120	6 0.236	2.7 0.106	15 0.591	8.1 0.319	8	-
		1-LY6x-6/120A	120	6 0.236	2.7 0.106	15 0.591	8.1 0.319	8	-
1-LY61-10/120	1-LY61-10/120	1-LY6x-10/120	120	10 0.394	4.7 0.185	22.5 0.886	9.5 0.374	13	-
		1-LY6x-10/120A	120	10 0.394	4.7 0.185	22.5 0.886	9.5 0.374	13	-
1-LY61-3/350		1-LY6x-3/350	350	3 0.118	1.5 0.060	8.8 0.346	4.7 0.185	7	-
		1-LY6x-3/350A	350	3 0.118	1.5 0.060	8.8 0.346	4.7 0.185	7	-
1-LY61-6/350	1-LY61-6/350	1-LY6x-6/350	350	6 0.236	2.7 0.106	15 0.591	8.1 0.319	13	-
		1-LY6x-6/350A	350	6 0.236	2.7 0.106	15 0.591	8.1 0.319	13	-
1-LY61-10/350		1-LY6x-10/350	350	10 0.394	4.7 0.185	22.5 0.886	9.5 0.374	21	-

Rosette type

RY101

U/M/20° rectangular rosette
Temperature response matched to steel
with $\alpha = 10.8 \cdot 10^{-6} (19.2 \cdot 10^{-6})$

RY103

Temperature response matched to aluminum
with $\alpha = 23 \cdot 10^{-6} (23.8 \cdot 10^{-6})$

RY10x

Temperature response matched to customer's choice
see page 16

Illustrations show actual size
(Data: grid length in mm/inch)



Types available ex stock		Variants	Nominal resistance	Dimensions (mm/inch)				Max. perm. effective bridge ex. voltage	Solder terminals
Steel	Aluminum			Measuring grid		Measuring grid carrier			
		Other	Ø	a	b	c	d	V	
1-RY101-1.5/120		1-RY10x-1.5/120	120	1.5 0.060	1.4 0.055	8.2 0.323	13.5 0.531	2.5	15.7
1-RY101-3/120	1-RY103-3/120	1-RY10x-3/120	120	3 0.118	1.5 0.060	9.2 0.362	15.5 0.610	3	15.7
1-RY101-6/120	1-RY103-6/120	1-RY10x-6/120	120	6 0.236	2.7 0.106	16.4 0.646	22.8 0.898	7.5	15.4
1-RY101-3/350	1-RY103-3/350	1-RY10x-3/350	350	3 0.118	1.5 0.060	9.2 0.362	15.5 0.610	5.5	15.7
1-RY101-6/350	1-RY103-6/350	1-RY10x-6/350	350	6 0.236	2.7 0.106	16.4 0.646	22.8 0.898	13	15.4

measure and predict with confidence



MGC plus ML801B amplifier card + AP815i connection board

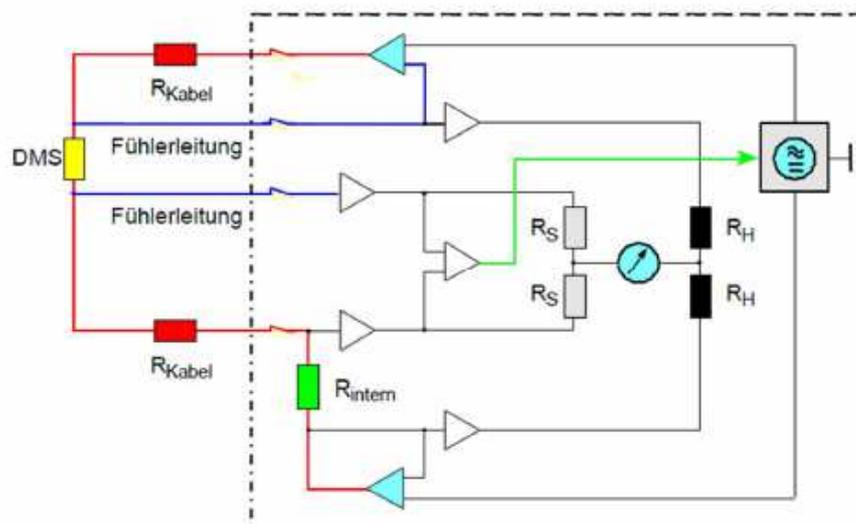
ML801B + Connection board		AP815i
Accuracy class	%	0, \square
Transducers that can be connected		8 S.G. full bridges in six wire technique or 8 S.G. half bridges in six wire technique or 8 S.G. half bridges in five wire technique or 8 S.G. quarter bridges in four wire technique or 2 S.G. rosettes
Internal completion resistors	Ω	120, 350, 700, (optional 1000)
Total transducer resistance with half and full bridges	Ω	240 ... 4000 (2x120 ... 2000 with half bridges; 4x240 ... 4000 with full bridges)
Excitation voltage (DC)	V	5; 2.5; 1; 0.5
Measuring ranges	mV/V	$\pm 8 (V_B=5 V)$ $\pm 16 (V_B=2.5 V)$ $\pm 40 (V_B=1 V)$ $\pm 80 (V_B=0.5 V)$
Control signal (Shunt)	mV/V	1.0078 \pm 0.1 % (at 350 Ω)
Noise at 350 Ω Filter characteristics		Bessel/Butterworth
Filter frequency	Hz	1.25/5 40/80 200/500
$V_B=5 V$	$\mu\text{m/m}$	$< \pm 0.1$ $< \pm 0.6$ $< \pm 4$
$V_B=2.5 V$	$\mu\text{m/m}$	$< \pm 0.2$ $< \pm 1.2$ $< \pm 8$
$V_B=1 V$	$\mu\text{m/m}$	$< \pm 0.5$ $< \pm 3$ $< \pm 20$
$V_B=0.5 V$	$\mu\text{m/m}$	$< \pm 1$ $< \pm 6$ $< \pm 40$
Transducer connection		2 D25 female receptacle (four channels each)
Permissible cable length between transducer and connection board	m	200 \square
Width	mm	20.3 (4 divs)
Linearity deviation	%	0.05
Measurement frequency range	Hz	1000 (-1 dB)
Effect of a 10 K-change of the ambient temperature on zero point (related to full scale)	%	0.1 \square
on sensitivity	%	0.1
Operating temperature range	$^{\circ}\text{C}$ [$^{\circ}\text{F}$]	-20...+60 [-4 ... +140]

\square 0.2 with irradiation according to EN 6100-4-3:1996 + A1:1998

\square 0.2 with 5 V-excitation

\square 100 m max. distance between connection board and T-IQ/TEDS module

Extended Kreuzer circuit



measure and predict with confidence



Z70 rapid adhesive

8 Specifications

Viscosity (at +65 °C [+149 °F])	mPa · s	8...14
Thermal expansion coefficient, α	1/K	70...80 · 10 ⁻⁶
Thermal conductivity	kcal	0,17 (± 0.2 W)
Shrinkage during curing	%	0,5 (max. 2% for impact curing)
Density	g/cm ³	1,07...1,12
Flashpoint according to Abel-Pensky (DIN 53 213)	°C [°F]	+87 [+183,2]
Danger class according to EVO		A III
Thermal stability		
Softening point	°C [°F]	+165 [+329]
Long-term durability	°C [°F]	-30...+100 [-22...+212]
Short-term durability ¹⁾	°C [°F]	-70...+120 [-94...+248]
Upper temperature limits for strain measurements		
for zero-point related measurements	°C [°F]	²⁾ ...+100 [...+212]
for non zero-point related measurements	°C [°F]	²⁾ ...+120 [...+248]
Solubility: dimethyl formamide, acetonitrile, dimethyl sulphoxide, alkali. Swells when stored for long periods in esters (ethyl acetate) and ketones (acetone, methyl ethyl ketone)		

1) at -70 °C [-94 °F], approx. 15 mins
 at -40 °C [-40 °F], approx. 1 hour

2) Lower temperature limits: as above, under "Thermal stability"