



HAL
open science

Les conversions au cycle 3 : comment peut-on lier la numération au domaine grandeurs et mesure ?

Leticia Morassi Benbrik, Laure Pellet, Sophie-Amandine Roujas

► To cite this version:

Leticia Morassi Benbrik, Laure Pellet, Sophie-Amandine Roujas. Les conversions au cycle 3 : comment peut-on lier la numération au domaine grandeurs et mesure ?. Education. 2016. dumas-01409201

HAL Id: dumas-01409201

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01409201>

Submitted on 5 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Master « Métiers de l'Éducation et de la formation »

Mémoire de Master

Année Universitaire 2015-2016

Les conversions au cycle 3

Comment peut-on lier la numération au domaine grandeurs et mesure ?

BENBRIK née MORASSI Leticia

PELLET Laure

ROUJAS Sophie-Amandine

Directeur de mémoire : Mme CHESNAIS Aurélie

Membres du jury de soutenance : Mme CHESNAIS Aurélie, M. RAVIER Jean-Marc

Soutenu le 25 mai 2016

| | |
|--|----|
| INTRODUCTION----- | 4 |
| Partie I – Quelques repères théoriques utiles à notre travail----- | 6 |
| 1- Apports théoriques concernant les processus d'apprentissage----- | 6 |
| 1-1- L'apprentissage par l'action----- | 6 |
| 1-1-1- Le constructivisme et le socio-constructivisme----- | 6 |
| 1-1-2- Influences de ces théories pour notre travail ----- | 7 |
| 1-2- La théorie des situations didactiques----- | 8 |
| 1-3 La transposition didactique : savoirs savants, savoirs enseignés, savoirs sociaux, savoir-faire.----- | 9 |
| 1-4- La dialectique outil-objet ----- | 11 |
| 2- Les conversions au cycle 3----- | 12 |
| 2-1- Dans les programmes de 2002 et de 2008----- | 12 |
| 2-2- Les conversions et la mesure de longueurs ----- | 13 |
| 2-3- Les conversions et le système décimal ----- | 14 |
| 2-4- Les conversions et la proportionnalité----- | 16 |
| 2-5- Les conversions : un lien entre nombre et mesure ----- | 17 |
| 3- Nos hypothèses ----- | 19 |
| Partie II – Méthodologie mise en place----- | 21 |
| 1- Le corpus de manuels----- | 21 |
| 1-1- Sélection du corpus ----- | 21 |
| 1-2- L'origine des auteurs ----- | 25 |
| 1-3 Présentation des manuels ----- | 26 |
| 2- Analyse des manuels----- | 32 |
| 2-1- Analyse des sommaires ----- | 33 |
| 2-2- Choix des leçons ----- | 33 |
| 2-3- Constitution de la grille qualitative----- | 35 |
| 2-4- Constitution de la grille quantitative ----- | 38 |

| | |
|--|----|
| Partie III – Analyse des résultats | 39 |
| 1- Etude de cas 1 : les conversions et les mesures de longueurs..... | 40 |
| 1-1- Les objectifs affichés..... | 40 |
| 1-2- Les phases de recherche | 42 |
| 1-3- Les phases d'institutionnalisation..... | 44 |
| 1-4- Les phases d'application | 45 |
| 2- Etude de cas 2 : les conversions et les fractions décimales | 47 |
| 2-1- Les objectifs affichés au niveau des fractions décimales | 48 |
| 2-2- Les phases de recherche | 49 |
| 2-3- Les phases d'institutionnalisation | 51 |
| 2-4- Les phases d'application | 52 |
| 3- Etude de cas 3 : les conversions et les nombres décimaux | 53 |
| 3-1- Les objectifs affichés..... | 54 |
| 3-2- Les phases de recherche | 55 |
| 3-3- Les phases d'institutionnalisation..... | 57 |
| 3-4- Les phases d'application | 58 |
| CONCLUSION GENERALE :..... | 59 |
| BIBLIOGRAPHIE | 61 |
| ANNEXES | 64 |
| Annexe 1 | 64 |
| Annexe 2..... | 68 |
| Annexe 3..... | 70 |

Introduction

Dans le cadre du mémoire de master, nous avons choisi de nous intéresser à l'enseignement des conversions au cycle 3. Confrontées à cet enseignement, le tableau de conversions nous apparaissait à la fois comme un outil pratique à utiliser pour les élèves mais également comme un outil pouvant les éloigner du sens des différentes unités. En effet, trop rapidement introduit il nous semblait que les élèves pouvaient finir par l'utiliser comme une solution un peu magique sans que la question de la justification de sa construction ou de son utilisation ne soit vraiment posée. Or, arriver à expliquer le fonctionnement du tableau de conversions implique de la part des élèves deux éléments étroitement liés : la connaissance des relations entre unités usuelles et celle du fonctionnement du système de numération décimale de position. Cependant, si la construction du tableau implique ces connaissances, ces connaissances seules permettent de réaliser des tâches de conversion sans avoir à l'utiliser. Ainsi, alors que nous associons étroitement l'enseignement des conversions à l'enseignement du tableau de conversions, nous nous sommes rendues compte que dans toutes les tâches susceptibles d'être demandées à des élèves de cycle 3, la connaissance de ces éléments suffit à les réaliser. Notre interrogation première qui consistait à chercher à quel moment de l'enseignement des conversions nous devions introduire le tableau de conversions s'est donc transformée. En effet, en nous rendant compte que cet enseignement ne se résumait pas à l'enseignement des grandeurs et de leurs mesures mais qu'il faisait intervenir d'autres notions importantes, notre sujet de mémoire s'est peu à peu enrichi. En plus des unités de mesure nous avons ainsi intégré les unités de numération ; unités permettant par la suite de s'intéresser aux fractions décimales et aux nombres décimaux.

A défaut de mener une investigation sur l'enseignement des conversions tel qu'il pouvait être « réellement » réalisé en classe, nous avons choisi de centrer notre travail sur les manuels scolaires. Notre objectif est donc de rendre compte de la manière dont les manuels scolaires abordent l'enseignement des conversions. Cet enseignement se fait-il uniquement à travers des conversions d'unités de mesure, en se limitant même à l'enseignement du tableau de conversions ou est-il un enseignement touchant aussi bien à la proportionnalité, qu'à la numération, qu'à l'enseignement des unités de mesure. Autrement dit, nous avons cherché la place des conversions dans les manuels, la manière dont elles étaient enseignées et les liens éventuels qui pouvaient être faits entre l'enseignement du système décimal et celui du système métrique. Cependant, cette recherche reste limitée. Elle ne peut pas rendre compte de la compréhension qu'ont les enseignants des manuels étudiés, de la manière dont ils vont les

utiliser en classe, ni de la manière dont les élèves vont s'approprier les différentes phases proposées.

Notre mémoire se compose de trois parties. La première cherche à faire un point sur les différentes recherches en didactique susceptibles d'éclairer l'enseignement des conversions au cycle 3. En effet, ce dernier permet un grand nombre de liens entre différentes parties du programme. Les activités liées à la mesure, aux changements d'unités sont à la fois en relation avec des notions de géométrie et des notions numériques ; elles peuvent ainsi contribuer à en renforcer l'acquisition. Il s'agit donc pour l'enseignant d'explicitier au maximum ces différentes notions. Ainsi, il nous semblait important de faire un point sur les différentes recherches traitant de ces aspects afin de nous permettre par la suite d'analyser le plus correctement possible nos données.

Dans la seconde partie du mémoire, nous exposerons nos hypothèses de recherche ainsi que la méthodologie mise en place pour tenter de les valider ou de les invalider.

Enfin, dans une troisième partie, nous décrirons l'analyse de notre corpus à travers l'étude de plusieurs leçons en lien potentiel avec les conversions.

Partie I – Quelques repères théoriques utiles à notre travail

Notre travail s'intéresse à l'enseignement des conversions au cycle 3. Il cherche donc à comprendre comment cette notion complexe, qui fait intervenir plusieurs concepts importants au cycle 3 est transmise aux élèves. Il nous semble donc utile de faire un point sur les théories qui cherchent à modéliser ce qui est susceptible de se passer dans une classe au moment d'un apprentissage.

1- Apports théoriques concernant les processus d'apprentissage

L'apprentissage occupe une place privilégiée pour l'homme puisque une grande partie de son existence y est consacrée. En effet, contrairement à la majorité des êtres vivants, l'homme ne dispose pas à sa naissance d'un comportement adapté : il doit donc tout au long de son enfance acquérir par l'expérience l'ensemble des connaissances qui lui seront utiles. La plupart des recherches actuelles, concernant les processus d'apprentissage se basent sur deux idées fondamentales : la première est que les apprentissages s'effectuent avant tout lors d'interactions entre un individu et l'environnement dans lequel il se trouve ; la seconde est que les connaissances s'organisent progressivement en prenant appui sur les connaissances antérieures d'une part tout en préparant les connaissances futures d'autre part.

1-1- L'apprentissage par l'action

L'apprentissage par l'action est un terme générique qui comprend toutes les formes d'apprentissage où l'acquisition des connaissances peut être attribuée à l'action du sujet. Deux principaux courants ont étudié cette forme d'apprentissage : le constructivisme développé par Piaget et le socio-constructivisme développé par Vygotsky.

1-1-1- Le constructivisme et le socio-constructivisme

Piaget, dans les années 1970, développe une théorie qui vise à expliquer l'acquisition des connaissances chez l'enfant comme la construction d'une théorie scientifique. Il développe une vision dynamique du processus d'apprentissage où l'individu apprend à se confrontant à son environnement. Il distingue deux phases qui se succèdent en permanence.

La phase d'assimilation où l'individu tente de concevoir le monde qui l'entoure à partir des opérations intellectuelles qu'il est capable d'utiliser. Il cherche alors à comprendre une nouvelle situation sans encore modifier ses connaissances. Puis une phase d'accommodation, qui correspond à un mouvement inverse : l'individu modifie, améliore, enrichit ses connaissances en fonction des contraintes du milieu pour résoudre et comprendre une situation et atteindre ainsi un nouveau savoir.

Cette théorie a un rôle important dans l'enseignement actuel. En effet pour la résumer dans une classe : face à une nouvelle notion, l'élève va se trouver en situation de déséquilibre. Il va donc devoir mettre en œuvre un processus d'assimilation- accommodation pour arriver à retrouver un nouvel équilibre pour progresser dans les apprentissages. Le point clé de la théorie de Piaget est de considérer que le développement d'un individu se fait en passant par différents stades qu'il définit en fonction de l'âge. Ce processus d'assimilation- accommodation ne pouvant se faire que s'il existe une adéquation entre l'âge d'un individu et la difficulté de la notion qu'il doit acquérir.

Pour établir son modèle, Vygotsky considère que les possibilités intellectuelles d'un individu ne sont pas déterminées par des facteurs relevant de l'inné mais par le milieu culturel dans lequel il se développe. Partant de ce principe, la société dans laquelle l'enfant est élevé et les expériences qu'il vit sont des facteurs déterminants pour les apprentissages.

Ainsi, si Piaget met l'accent sur le développement biologique de l'enfant, Vygotsky introduit la notion du développement intellectuel de l'individu comme une fonction des groupes humains qu'il fréquente plutôt que comme un processus individuel.

1-1-2- Influences de ces théories pour notre travail

Ces deux théories décrivant les processus d'apprentissage nous ont semblé importantes pour plusieurs raisons. Dans un premier temps, les auteurs des manuels étudiés se revendiquent tous d'une tradition socio-constructiviste, en mettant en avant un travail par groupe afin de permettre aux enfants d'échanger entre pairs et de construire progressivement leurs connaissances sans que celles-ci leur soient apportées « clé en main » par l'enseignant. De plus, les manuels affichent une pédagogie cherchant à provoquer chez les élèves un processus d'assimilation-accommodation. Pour cela, la plupart propose de commencer par une phase de recherche qui doit permettre aux élèves de se confronter à un problème afin de commencer le processus de déstabilisation qui doit amener à la nouvelle connaissance. Ainsi,

l'idée défendue par les auteurs de manuels est qu'une nouvelle connaissance se construit à travers un conflit entre l'élève et l'environnement qui lui est proposé. C'est donc en discutant entre pairs, en se confrontant que les élèves s'approprient le milieu et arrivent à acquérir la nouvelle connaissance

1-2- La théorie des situations didactiques

Si les théories de l'apprentissage mettent l'accent sur le contenu de l'apprentissage, elles ne permettent pas réellement d'analyser les conditions de mise en œuvre. C'est la didactique d'une discipline qui le permet. En effet, d'après Brousseau la didactique :

«C'est la science des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques nécessaires aux occupations des hommes (sens large). Elle s'occupe (sens restreint) des conditions où une institution dite « enseignante » tente (mandatée au besoin par une autre institution) de modifier les connaissances d'une autre dite « enseignée » alors que cette dernière n'est pas en mesure de le faire de façon autonome et n'en ressent pas nécessairement le besoin ». (1998 a .p.1)

La didactique étudie donc les conditions spécifiques de la diffusion des connaissances, des savoirs et des savoir-faire. Ainsi comme l'indique Brousseau, un projet didactique est avant tout un projet social qui consiste à vouloir faire s'approprier par un élève un savoir scolaire. L'enseignement comprend donc l'ensemble des actions qui cherchent à réaliser ce projet didactique.

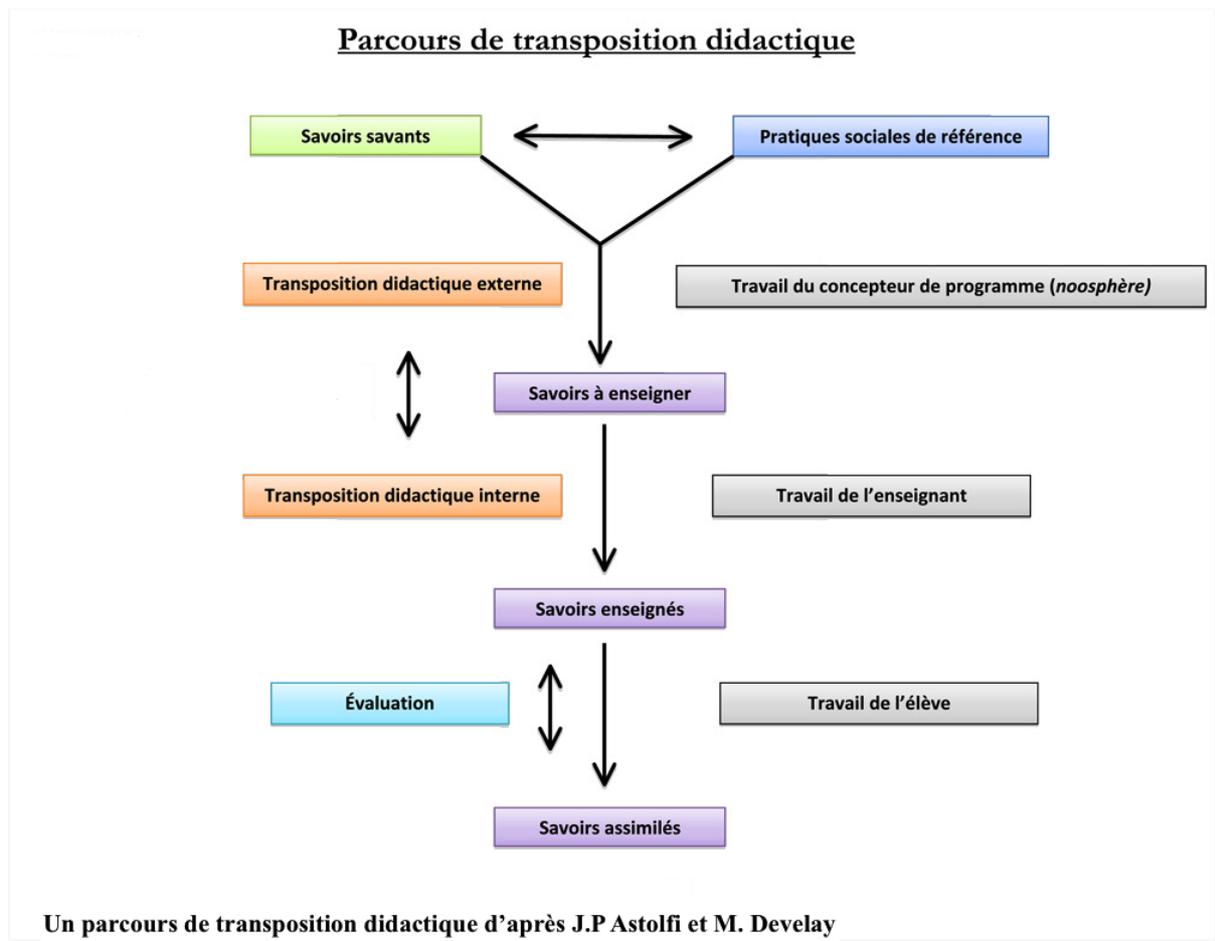
La théorie des situations didactiques permet donc d'analyser les différents dispositifs qui entrent en jeu lors de l'enseignement des mathématiques.

« Une théorie des situations mathématiques modélise les conditions sous lesquelles les êtres humains produisent, communiquent et apprennent les connaissances que nous reconnaissons comme mathématiques » (Brousseau, 2011, p.1)

Dans notre travail, nous avons choisi de nous intéresser uniquement aux manuels scolaires, il ne s'agit donc pas d'étudier une ou des situations didactiques mais d'étudier un support proposant une situation didactique. Notre analyse des manuels va donc chercher à la fois à mettre en évidence le contenu de ces manuels, mais elle va tenter également de rendre compte de leurs messages, qu'ils soient explicites ou implicites.

1-3 La transposition didactique : savoirs savants, savoirs enseignés, savoirs sociaux, savoir-faire.

La transposition didactique est un concept de la didactique des mathématiques qui a pour objectif de mettre en évidence la distance qui peut exister entre un savoir de référence (savoir scientifique) et le savoir enseigné. La transposition didactique c'est l'activité qui consiste à transformer un objet de savoir savant en un objet de savoir scolaire.



Ainsi en 1975, Michel Verret dans son ouvrage *Le Temps des études*, crée le concept de transposition didactique pour expliquer comment se conçoivent les programmes et comment un savoir savant se transforme en savoir universitaire puis en savoir scolaire. Il insiste ainsi sur la distance qui existe entre une notion savante et une notion qui va être enseignée hors du cercle des chercheurs et des initiés. La transposition didactique met donc en évidence le fait qu'un savoir scolaire n'est souvent qu'une petite partie du savoir savant C'est ainsi que Chevallard la définit en 1985 dans *La transposition didactique* :

« Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit [...] un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre sa place parmi les objets d'enseignement.

Le « travail » qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé transposition didactique » (1985, p. 39)

La transposition didactique a pour conséquence de tenir compte du fait que le maître n'enseigne qu'une parcelle du savoir savant et que chaque parcelle enseignée est présentée de manière indépendante aux élèves. Ce qui nous semble important est que la transposition didactique s'opère à deux niveaux du savoir savant au savoir à enseigner et ensuite du savoir à enseigner au savoir enseigné aux élèves. Une analyse des manuels doit tenir compte de la transposition didactique. En effet, un manuel est écrit par des auteurs en fonction des programmes et des contraintes institutionnelles. Ils entendent ainsi faire passer un certain nombre de notions. Ces dernières sont ensuite traduites par un enseignant en fonction de ses propres contraintes. Enfin, le manuel est utilisé par les élèves qui en font leur propre interprétation. Le manuel scolaire participe à certaines étapes de la transposition didactique. Son analyse repose sur la prise en compte de trois données : la connaissance mathématique mise en jeu (ce que l'on sait des notions mathématiques), sa traduction en connaissance scolaire (ce que l'on souhaite que les élèves connaissent) et enfin des pratiques sociales mises en œuvre pour amener les élèves à acquérir la connaissance (comment le manuel présente la notion).

Sur le schéma proposé, la transposition didactique s'opère à deux niveaux, le niveau externe (savoir savant) et interne (savoir enseigné). Le niveau externe de transposition didactique est lié aux attentes institutionnelles, aux programmes et aux recherches en cours. La transposition interne est assurée par l'enseignant qui prépare sa séance.

Le niveau externe de transposition didactique est donc assuré par ce que Martinand (1986) appelle la noosphère, c'est-à-dire par un groupe de personnes qui détermine ce qui doit être enseigné dans les programmes. Généralement ces personnes sont des expertes dans le domaine scientifique étudié et sont donc capables de juger ce qui doit être connu des élèves. Pour l'école primaire, cette noosphère est constituée de chercheurs, d'universitaires mais également d'inspecteurs et de professeurs en charge de l'enseignement. La transposition didactique interne est assurée par l'enseignant à partir d'un savoir sélectionné dans les programmes ; le rôle du maître est double, il doit s'assurer de maîtriser l'intégralité du savoir à enseigner et il doit mettre en place les conditions de son enseignement.

L'analyse des manuels scolaires doit permettre de rendre compte de cette double transposition didactique sans pour autant en cerner toute la complexité. En effet, comme nous le précisons dans la partie 2, nous avons choisi des manuels dont les auteurs sont plus ou

moins en lien avec la noosphère (didacticiens / universitaires / professeurs des écoles) ; analyser leurs manuels doit permettre de comparer leurs transpositions didactiques et donc de définir l'enseignement des conversions qu'ils veulent voir mis en œuvre au cycle 3. De plus, en choisissant de travailler sur les manuels, nous avons considéré qu'ils sont des outils importants en classe : ils servent de supports d'enseignement en proposant un certain nombre de documents destinés à l'apprentissage des notions par les élèves. Les analyser doit donc permettre, compte tenu des limites déjà soulignées, d'avoir accès à la transposition didactique interne.

1-4- La dialectique outil-objet

Introduite en 1986 par Douady, la dialectique outil-objet repose sur l'idée qu'un objet à partir du moment où on lui assigne une fonction est également un outil. Douady met ainsi en avant les rapports dialectiques que ces objets sont susceptibles d'entretenir avec leurs utilisations en tant qu'outils dans la résolution de problèmes. Ainsi, elle distingue, pour chaque concept mathématique, son caractère «outil» et son caractère «objet» :

« Ainsi, nous disons qu'un concept est outil lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème. Un même outil peut être adapté à plusieurs problèmes, plusieurs outils peuvent être adaptés à un même problème. Par objet, nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement. »
(Douady, 1986 p.9)

Il nous semble important de tenir compte de cette théorie en ce qui concerne l'enseignement du tableau de conversions. En effet, comme nous l'avons déjà souligné en introduction, notre interrogation première concernait la place du tableau de conversions dans l'enseignement. Or, il nous semblait que la présence du tableau dans les manuels devait être interprétée en tenant compte de cette dialectique. En effet, une des questions soulevées par la théorie de Douady au niveau de l'enseignement est «doit-on apprendre un concept donné en le rencontrant plutôt sous son aspect "d'objet", ou plutôt sous son aspect "d'outil" ? » (Lombard, 1993, p. 10) Dans notre réflexion initiale, nous nous attendions donc à trouver le tableau présenté et utilisé comme un outil permettant de réaliser des conversions de manière systématique. Or, comme nous le présenterons, sa présence n'est pas aussi évidente à interpréter.

2- Les conversions au cycle 3

Afin d'étudier l'enseignement des conversions au cycle 3, nous avons choisi de faire un point sur les programmes en vigueur au moment de cette recherche (2008) ainsi que sur l'ensemble des notions mathématiques liées aux conversions.

2-1- Dans les programmes de 2002 et de 2008

Les programmes de 2002 préconisaient d'enseigner les conversions en mettant en évidence les notions mathématiques sous-jacentes : la proportionnalité, la connaissance du système métrique et celle du système décimal. L'introduction précoce du tableau de conversions dans les apprentissages avait été signalée comme pouvant être contre-productive dans le document d'accompagnement des programmes de 2002 intitulé « Grandeurs et mesure à l'école élémentaire » (p. 4-5) :

« Les exercices de transformation de mesures par changement d'unités doivent rester raisonnables et reposer sur la mobilisation systématique de connaissances telles que $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$; $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$. Des questions du type « combien de millimètres dans 5 km ? » (s'il s'agit par exemple de compter des pas de fourmis) ne doivent pas faire l'objet d'exercices systématiques : si elles sont posées, les élèves peuvent y répondre à l'aide de procédures personnelles. Le tableau dit de conversion des unités ne doit pas être proposé avant qu'un certain nombre d'exercices de transformation de mesures ait permis aux élèves de prendre conscience des régularités, dues à la compatibilité du système métrique avec l'écriture décimale numérique. »

Les programmes de 2008 pour le cycle 3 découpent l'enseignement des mathématiques en quatre sous domaines : nombres et calcul ; géométrie ; grandeurs et mesure et enfin organisation et gestion de données. A l'inverse de ceux de 2002, ils ne soulignent pas les liens éventuels qui peuvent être faits entre l'enseignement du système décimal et celui du système métrique avec les conversions. Cependant, leur formulation laisse entrevoir une certaine difficulté liée à cet enseignement. En effet, dans la description du contenu des programmes, le mot « conversion » n'apparaît que deux fois : les deux fois dans le domaine « Grandeurs et mesure ». On le retrouve pour la première fois en CM1 sous l'onglet Problème : « résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions » et de nouveau en CM2 « résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions » (BO 2008, p. 39). Ainsi, les conversions sont plus étroitement liées à la résolution de problème qu'à un travail sur les unités de mesure. Les élèves sont donc amenés à réaliser des conversions en

élaborant des raisonnements qui vont mettre en jeu des situations de proportionnalité par exemple. Les programmes de 2002 donnaient des exemples de ce type de problèmes et de la manière dont les élèves pouvaient les résoudre :

« pour résoudre le problème « 2 cm sur le papier représentent 5 km sur le terrain. La distance à vol d'oiseau entre deux villes est de 7 cm. Quelle est la distance réelle ? », le raisonnement peut être du type : 1 cm sur le papier représente 2,5 km (deux fois moins que 2 cm), donc 7 cm sur le papier représentent 17,5 km (sept fois plus que 1 cm) ou 6 cm + 1 cm correspond à 15 km + 2,5 km ». (Document d'application des programmes, 2002, mathématiques cycle 3 p. 16)

Ainsi l'enseignement des conversions est susceptible d'être abordé à différents moments au cours du cycle 3 et revêt un statut différent en fonction des circonstances. Dans un premier temps, il s'agit d'étudier les liens entre les unités. Au CE2, il faut : « Connaître les unités de mesure [...] et les relations qui les lient », en CM1 il s'agit de « connaître et utiliser les unités usuelles [...] et leurs relations ». Au niveau de l'enseignement, il s'agit donc de mettre en évidence des équivalences du type $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ et éventuellement de construire le tableau de conversions en le mettant en relation avec les notions mathématiques qui le soutiennent. En considérant la dialectique outil-objet développée par Douady, on pourrait l'envisager alors comme un objet d'enseignement permettant de lier les unités les unes avec les autres. Quand les programmes utilisent le mot conversion, on peut considérer que les relations entre les unités sont acquises et qu'il s'agit alors d'un réinvestissement en vue d'une systématisation. Le tableau de conversions peut alors être utilisé comme un outil d'apprentissage.

2-2-Les conversions et la mesure de longueurs

Les programmes de 2008 laissent une place importante à l'enseignement des grandeurs. Ils insistent pour que les enseignements permettent de donner du sens et préconisent de bien distinguer la grandeur de sa mesure. Pour cela, les documents d'accompagnement des programmes de 2002 conseillent de démarrer par des activités qui « visent à construire chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne » (document d'accompagnement, Grandeurs et mesure à l'école élémentaire, 2002, p.2).

Les instructions proposent donc de commencer par résoudre des problèmes de comparaison, problèmes qui conduisent à classer des objets selon un critère précis. Par exemple, un crayon de papier peut avoir la même longueur qu'un stylo bille mais il existe des crayons de papier de différentes longueurs. Ainsi, ces problèmes peuvent être résolus par comparaisons directes dans un premier temps, puis par comparaisons indirectes à l'aide d'objets intermédiaires par la suite. Les élèves sont donc capables de comparer des grandeurs (plus grand, plus petit, égale) avant d'être capables de les mesurer.

La seconde étape du processus d'apprentissage est d'associer la grandeur à un nombre. Lors de comparaisons indirectes, les élèves comparent les grandeurs à une grandeur arbitraire. On peut alors dire que « la grandeur arbitraire mesure une unité », on est ainsi capable d'associer à chaque grandeur un nombre qui correspond à sa mesure relative à cette unité. Une fois que les élèves ont intégré le fait que l'on est capable de mesurer en utilisant n'importe quelle unité, il est possible d'introduire les unités usuelles de mesure. Au final, mesurer en mètres c'est simplement utiliser l'étalon reconnu par tous.

Une fois que les élèves ont assimilé que la mesure d'une grandeur c'est le nombre de fois que l'on reporte l'unité, il est possible de travailler les relations entre les unités. Les conversions peuvent donc être étudiées en lien avec la numération de position et la proportionnalité.

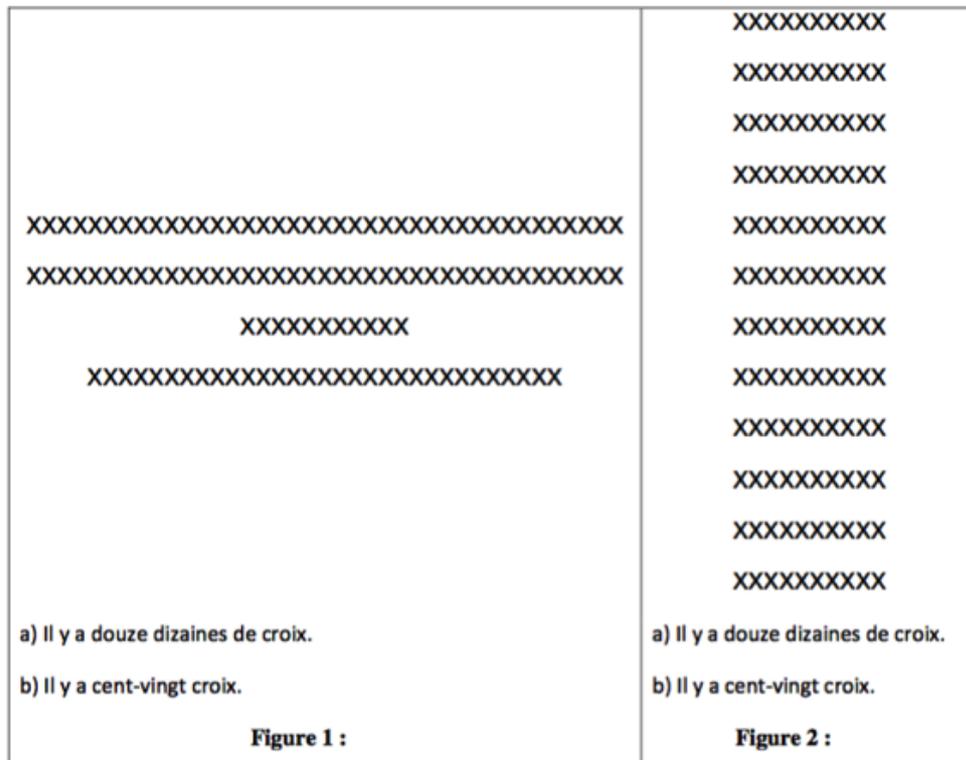
2-3- Les conversions et le système décimal

La contribution de Chambris (2014) aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes met en évidence les liens possibles entre système métrique et système décimal. En effet, il ne s'agit plus seulement de travailler sur les unités de mesure mais d'intégrer ce que Chambris appelle des « unités de numération ».

« J'ai décidé d'appeler unités de numération, les mots ou expressions : unités simples (ou unités quand il n'y a pas d'ambiguïté), dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers, centaines de milliers, millions » (2014, p. 5)

Si on considère que convertir, c'est changer d'unité et qu'une unité est toute chose qui peut être comptée, alors intégrer les unités de numération dans notre étude élargit considérablement le champ d'application de la notion de conversion. Pour justifier cette définition de l'unité, Chambris choisit un exemple de comptage de croix qu'il nous semble intéressant de ré-utiliser ici.

Elle considère le schéma suivant :



Elle affirme ainsi que les deux affirmations a et b sont vraies et en effet, chacune indique le nombre de croix présentes, seulement l'unité change. Cependant, dans le cas de la figure 2, l'organisation spatiale des croix permet d'identifier un groupement de croix comme étant une dizaine, le dénombrement est donc facilité. En revanche, dans la figure 1, il est rendu plus difficile, les croix étant simplement alignées de manière plus ou moins aléatoire. Dans le premier cas, le nombre de croix est exprimé en dizaines de croix, dans le second en croix. Ainsi passer d'une expression à l'autre c'est réaliser un changement d'unités et donc une conversion. Cet élément est fondamental dans notre étude. En effet, rapporter à des notions étudiées en cycle 3 comme les fractions décimales, l'utilisation des conversions ne se résume pas à la partie grandeurs et mesures : ainsi écrire l'équivalence $1 = \frac{10}{10}$ (10 dixièmes) est une conversion.

Face à ce constat, il nous a semblé important d'analyser dans les manuels la présence ou non des unités de numération et l'utilisation des conversions dans des chapitres comme l'introduction des fractions décimales ou celui des nombres décimaux. En effet, il est tout à fait possible d'imaginer des raisonnements du type :

« 6 unités 28 dixièmes 32 centièmes = 6 unités 28 dixièmes 3 dixièmes 2 centièmes = 6 unités 31 dixièmes 2 centièmes = 6 unités 3 unités 1 dixième 2 centièmes = 9 unités 1 dixième 2 centièmes = 9,12 » (Chambris, 2014,p. 7)

L'analogie avec le système métrique est alors évidente puisque le rapport dix existe tout autant entre dixième et centième qu'entre décimètre et centimètre.

« Cette unification par le système d'unités de numération (décimales) ne doit pas surprendre. En effet, d'une part le système métrique a été inventé pour rendre élémentaires les conversions lorsque les nombres d'unités sont donnés en base dix, qui est la base usuelle pour l'écriture des nombres. D'autres part, les décimaux ont été inventés pour pouvoir s'écrire dans le même système de signes que les entiers afin que les techniques de calcul posé pour les entiers se prolongent simplement avec les nombres non entiers ». (Chambris, 2014, p. 8)

Le système international d'unités a fixé comme unité de base le mètre, le kilogramme et la seconde. Nous venons de voir qu'à ces unités usuelles il faut ajouter les unités de numération. Ainsi changer d'unités fait appel à d'autres domaines de compétences que celles relevant du domaine Grandeurs et mesure.

Dès le CE2, les élèves sont rapidement capables d'exprimer des résultats de mesurage en utilisant des expressions comme par exemple : un segment mesure 5 cm et 4 mm. En effet, pour arriver à cette expression, ils n'ont qu'à lire correctement leur règle. Au cours du cycle 3, l'utilisation des nombres décimaux doit se généraliser. Il est donc possible d'utiliser les changements d'unités pour faire apparaître l'équivalence 5 cm et 4 mm = 5,4 cm. Il s'agit donc de jongler entre le passage d'une écriture complexe avec plusieurs unités à une écriture décimale d'un résultat de mesure. L'enseignement des conversions est donc directement lié à l'enseignement des nombres décimaux mais également à celui des fractions décimales. Expliciter les liens qui peuvent exister entre ces différentes notions peut en favoriser les apprentissages.

2-4- Les conversions et la proportionnalité

Au cycle 3, la proportionnalité est une notion importante qui touche éventuellement l'enseignement des conversions. D'après Brissiaud, les problèmes de proportionnalité « conduisent tous à calculer ou à interpréter une valeur totale comme résultant de l'itération d'une valeur à l'unité constante » (2010, p.53). Il est donc possible de trouver des conversions

dans des problèmes de proportionnalité, quand ces problèmes amènent à un changement d'unités de mesure et réciproquement.

« $F(n) = n \times F(1)$ où $F(1)$, qu'on appelle le « coefficient de proportionnalité, s'interprète comme une valeur à l'unité constante. D'un point de vue des mathématiques, la proportionnalité se caractérise par l'existence d'une telle fonction qui à un nombre n fait correspondre le produit de ce nombre par une constante. De manière évidente, les situations de conversion correspondent bien à une telle situation » (2010, p.53)

La proportionnalité est une notion mathématique abordée à l'école primaire dans le cadre de l'enseignement des grandeurs : on associe par exemple un nombre à une quantité. Les premiers problèmes de proportionnalité sont des problèmes de multiplication, le plus souvent en lien avec la monnaie et qui ne font donc pas intervenir des conversions. L'étude des conversions à travers l'enseignement de la proportionnalité ne peut donc être que réduite en cycle 3, ces compétences relevant plutôt du collège :

« Les problèmes mathématiques [ceux du cycle 3] sont alors habillés par des situations de la vie quotidienne (prix à payer pour une masse d'une denrée connaissant le prix au kilo de celle-ci [...]). La notion de proportionnalité peut également être traitée dans le cadre numérique (nombres sans unité : ceci relève plus de l'étude de la proportionnalité faite au collège) » (Nombres au cycle, 2012, p. 64-65)

2-5- Les conversions : un lien entre nombre et mesure

Ainsi, travailler le sens de la mesure permet à la fois l'acquisition de connaissances spécifiques au domaine des grandeurs et mesure mais touche également à des notions numériques. Un travail spécifique sur le sens des conversions peut participer à la construction mais également au renforcement de ces notions les unes par rapport aux autres. Mesurer, c'est dénombrer, c'est découper la grandeur en petit morceaux égaux qui seront par la suite comptés. La nécessité de travailler toutes ces notions en lien les unes avec les autres a été mise en avant dans des documents intitulés « Le nombre au cycle 2 » et « le nombre au cycle 3 » publiés sur Eduscol. Dans le document destiné au cycle 2, une partie est consacrée aux « situations illustrant les propriétés des nombres et les relations entre les unités » (p. 79), les auteurs précisent clairement les liens entre les différentes notions au programme de cycle 3 et que les conversions peuvent mettre en évidence.

« Travailler la distinction entre « le chiffre de » et le « nombre de » dans le domaine des grandeurs mesurées facilitera cette distinction au cycle 3 et permettra aux élèves d'utiliser leurs connaissances sur les nombres dans les problèmes et lors des conversions d'unités. Il est donc essentiel que les élèves comprennent que : convertir c'est trouver « le nombre de... » dans la ou les unités désignées et pour cela, [...] de favoriser les activités des relations entre les différentes unités, que ce soit dans le champ de numération et du calcul ou dans le champ des grandeurs et mesures » (cycle 2, p. 80)

Pour renforcer l'articulation entre le système décimal et les unités de grandeurs, les auteurs proposent de mettre en place un outil de référence dont la construction progressive au fil des apprentissages des nombres, des grandeurs et des mesures permettrait aux élèves de meilleurs apprentissages.

« Ce tableau n'a pas pour fonction d'être rempli pour trouver le résultat d'une conversion, par exemple comme l'est le traditionnel tableau dit « de conversion d'unités ». Il permet aux élèves de prendre conscience que la numération et le système des mesures de longueur, de masse, de contenance appartiennent au même système. Il est un outil de cohérence et de continuité des apprentissages afin que les élèves puissent lier et conforter les savoir-faire de la numération aux grandeurs et mesures et réciproquement.

Enfin, pour mettre en relief ce qui se passe lors d'une conversion, il faut voir ce tableau de manière dynamique en faisant glisser les données du tableau à gauche ou à droite jusqu'à ce que l'unité dans laquelle on souhaite convertir se trouve dans la colonne « unités ». » (Nombre cycle 2, p. 83)

| CE1 | Les nombres et les unités de grandeur | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------------------------------------|--|--|--|--|--------------|-----------|----------|--------------------|--|-------|
| | | | | | | x 1000 | x 100 | x 10 | | | |
| La numération | | | | | | unités | centaines | dizaines | unités | | |
| | | | | | | les milliers | | | les unités simples | | |
| Les préfixes | | | | | | kilo | | | | | centi |
| mesures de longueurs | | | | | | km | | | m | | cm |
| mesures de masses | | | | | | kg | | | g | | |
| mesures de contenance | | | | | | | | | L | | |

| CE2 | Les nombres et les unités de grandeur | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------------------------------------|--|--------------|-----------|----------|--------------|-----------|----------|--------------------|------|-------|--------|
| | | | x 1 000 000 | x 100 000 | x 10 000 | x 1000 | x 100 | x 10 | | : 10 | : 100 | : 1000 |
| La numération | | | unités | centaines | dizaines | unités | centaines | dizaines | unités | | | |
| | | | les millions | | | les milliers | | | les unités simples | | | |
| Les préfixes | | | | | | kilo | | | | déci | centi | milli |
| mesures de longueurs | | | | | | km | | | m | | cm | mm |
| mesures de masses | | | | | | kg | | | g | | | |
| mesures de contenance | | | | | | | | | L | | cL | |

| CM1/CM2 | Les nombres et les unités de grandeur | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------------------------------------|------------------|-----------------|---------------|--------------|-------------|--------------|----------|--------|--------------------|----------|--------|------|-------|--------|
| | Les multiples | | | | | | | | | Les sous-multiples | | | | | |
| | x 100 000 000 000 | x 10 000 000 000 | x 1 000 000 000 | x 100 000 000 | x 10 000 000 | x 1 000 000 | x 100 000 | x 10 000 | x 1000 | x 100 | x 10 | | : 10 | : 100 | : 1000 |
| La numération | centaines | dizaines | unités | centaines | dizaines | unités | centaines | dizaines | unités | centaines | dizaines | unités | | | |
| | les milliards | | | les millions | | | les milliers | | | les unités simples | | | | | |
| Les préfixes | | | | | | | | | kilo | hecto | déca | | déci | centi | milli |
| mesures de longueurs | | | | | | | | | km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| mesures de masses | | | | | | t | q | | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
| mesures de contenance | | | | | | | | | | hL | dL | L | dL | cL | mL |

Dans son article publié dans la revue Grand N, Tempier constate que Théo un élève de CE2, face à un exercice de recomposition « a compris qu'il y avait un lien entre le nombre d'unités de chaque ordre et les chiffres composant le nombre mais ne sait pas comment associer les deux » (p. 60). Il en est de même pour Elisa, une autre élève de CE2. En étudiant leurs productions, Tempier met en évidence la difficulté d'intégrer l'aspect positionnel des chiffres dans notre système de numération. Ainsi, il souligne que quand on regarde l'écriture d'un nombre en chiffres, la notion de groupements successifs de paquets de 10 n'apparaît pas directement : les différentes unités, leurs liens ne sont pas visibles dans l'écriture. Pour intégrer le sens de cet apprentissage, les élèves doivent mettre en perspective les deux aspects de la numération : l'aspect de position et l'aspect décimal. Or, des travaux comme ceux de Bednarz et Janvier cités par Tempier ont montré que les élèves ont une compréhension de la numération qui repose essentiellement sur son aspect positionnel. L'analyse menée par Tempier sur des manuels de CE2 vient conforter ces résultats « les constats faits par Bednarz et Janvier, dans leur article il y a 26 ans, ne semblent, malheureusement, pas si dépassés que cela » (p. 78)

Notre réflexion première était donc qu'inscrire l'étude du système métrique dans d'autres domaines comme l'étude de la numération et celle des grandeurs peut permettre aux élèves de consolider leurs connaissances sur le système de numération et donc d'acquérir deux notions importantes : la valeur positionnelle des chiffres dans un nombre et la conversion d'unités de numération.

« Autrement dit, il s'agit de consolider l'étude du système métrique et d'en faire un outil au service de la numération et du sens des nombres » (Chambris, le nombre au cycle 3, p. 14).

3- Nos hypothèses

La lecture des travaux de Chambris, de l'introduction de Brissiaud nous a permis d'émettre quelques hypothèses sur l'enseignement des conversions susceptibles de se trouver dans les manuels scolaires. Nous en dressons, dans cette partie, la liste :

Hypothèse 1 :

L'enseignement des conversions est essentiellement présent dans la partie Grandeurs et mesure des manuels. L'enseignement des conversions d'unités de mesure consiste à amener les élèves à construire puis très rapidement à utiliser le tableau de conversions. En référence à

la dialectique outil-objet développée par R. Douady, nous nous attendons à trouver un enseignement des conversions reposant sur le tableau de conversions présenté comme un outil d'apprentissage.

Hypothèse 2 :

Dans les manuels, les grandeurs masse, volume etc. sont enseignées après un travail exhaustif sur les longueurs (comparaisons, conversions). Les élèves doivent donc réinvestir leurs connaissances sur les longueurs (rapport entre unités) pour les autres grandeurs. On devrait donc trouver un travail explicite sur les unités de numération au moment de l'étude de la mesure de longueurs afin de réinvestir plus facilement ces connaissances sur les autres grandeurs.

Hypothèse 3 :

Au niveau de la numération, le tableau de conversions peut être utilisé sous une autre forme pour traiter les décimaux. On débaptise les colonnes, on les nomme dixième, centième... et on fait déplacer la virgule. Un lien peut donc être fait entre tableau de numération et tableau de conversions.

Partie II – Méthodologie mise en place

Legendre définit la validité d'une recherche comme la « capacité d'un instrument à mesurer réellement ce qu'il doit mesurer, selon l'utilisation que l'on veut en faire ». (2005, p. 1436). Pour mener notre étude, nous avons choisi d'étudier différents manuels scolaires. En effet, utilisés pour préparer une séquence, exploités par la suite avec les élèves, ils représentent des outils importants en classe. De nombreux manuels à destination d'élèves de CM1 sont disponibles. Les étudier tous est impossible. La collecte des données a donc été divisée en deux parties : la sélection du corpus de manuels (voir partie II-1) et l'analyse de ces manuels (voir partie II-2). Dans l'impossibilité de traiter l'ensemble des thèmes liés aux conversions dans les manuels, nous avons choisi de nous consacrer à quatre notions à savoir : la mesure de longueurs, la proportionnalité, les nombres décimaux, les fractions décimales. Une fois ces leçons sélectionnées, nous avons choisi de les soumettre à différents outils d'analyse. Il nous a semblé qu'une analyse qualitative pouvait être renforcée par une analyse quantitative de certains éléments du corpus. En effet, notre corpus ne contenant que six manuels, il n'est pas possible de prétendre à une analyse quantitative significative. Nous avons donc choisi de mener des analyses quantitatives seulement sur certains éléments afin de les mettre en perspective.

Dans cette partie, nous présenterons la manière dont nous avons sélectionné le corpus de manuels, les leçons étudiées et les grilles d'analyse utilisées pour le faire.

1- Le corpus de manuels

1-1- Sélection du corpus

Pour sélectionner le corpus de manuels, nous avons choisi de procéder en deux étapes. Dans un premier temps, nous nous sommes accordées pour choisir des manuels provenant de maisons d'édition différentes. Puis nous avons sélectionné des auteurs provenant d'origines professionnelles variées (didacticiens, professeurs des écoles, professeurs du secondaire, etc.). Enfin, nous avons tenu à comparer des manuels qui proposent des méthodes différentes (méthodes progressives, méthodes spiralaires). Ces critères établis, nous nous sommes ensuite appuyées sur les recommandations de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) qui en collaboration avec les IREM (Instituts de recherche

sur l'enseignement des mathématiques) ont élaboré une grille d'analyse permettant de choisir un manuel scolaire (annexe 1). Cette grille conseille de s'intéresser à 4 critères : la vue d'ensemble du manuel, les activités préparatoires, les activités de cours et les activités de réinvestissement. Nous avons regroupé ces critères sous la forme d'un tableau que nous avons pu remplir de manière binaire.

Première étape :

- Origine professionnelle des auteurs
- Méthode préconisée
- Maison d'édition

Cette première étape a pour objectif de sélectionner des manuels variés. Notre premier critère a été de choisir des manuels provenant de maisons d'édition différentes. Il existe un grand nombre de maisons d'édition, nous avons sélectionné des manuels de chez Magnard, Retz, Nathan, Hatier, Hachette, Bordas, Belin...

Ce premier critère étant insuffisant, nous nous sommes ensuite intéressées aux statuts des auteurs afin de sélectionner des profils variés (voir partie II-1-1-2). Enfin la lecture des introductions, des préfaces, a été riche d'enseignement et a permis de finaliser la liste des manuels (voir partie II-1-1-3).

Deuxième étape :

Tableau 1 : Critères de sélection des manuels

| | Oui | Non |
|---|-----|-----|
| Vue d'ensemble | | |
| La typographie et la présentation sont-elles agréables ? | | |
| Y a-t-il une table des matières détaillée ? | | |
| Fait-on référence au programme officiel ? | | |
| Existe-t-il un guide du maître ? | | |
| Pour chaque leçon, voit-on clairement apparaître les objectifs, les différentes phases de travail, la leçon, les mots clés... ? | | |
| Existe-t-il un livret mémo ou leçon à destination des élèves ? | | |
| | | |

| | | |
|---|--|--|
| Activités préparatoires | | |
| Y a-t-il des activités préparatoires à une notion ? | | |
| Présence de pré-requis ? | | |
| Présence d'une mascotte qui donne un certain nombre d'indications ? | | |
| Présence de situations problèmes ? | | |
| | | |
| Activités de cours | | |
| Importance relative des différentes notions : place des définitions, des schémas, des tableaux. | | |
| La partie institutionnalisation, leçon est-elle mise en avant ? | | |
| | | |
| Activités de réinvestissement | | |
| Existe-t-il un classement des exercices en fonction de la difficulté (étoiles par exemples) ? | | |
| Ces différents niveaux de difficultés sont-ils explicites pour les élèves ? | | |
| La formulation des consignes est-elle variée ? | | |

Une première recherche sur le catalogue du CRD de Nîmes laissait apparaître 49 documents contenant le mot « maths », destinés au niveau CM1 et édités à partir de 2008. A la suite des deux étapes décrites ci dessus, nous en avons sélectionné six.

Le choix du corpus de manuels est une étape fondamentale du travail. Pour faire partie de la liste finale, le manuel devait être disponible au CRD de Nîmes, s'adresser à des élèves de cycle 3 et si possible en particulier à des élèves de CM1 et il devait être accompagné au minimum d'un guide pour l'enseignant. Nous avons ciblé des manuels destinés à des élèves de CM1 pour deux raisons : un de nos objectifs est d'étudier la place du tableau de conversions dans les apprentissages. Or, le tableau peut être soit un outil d'apprentissage, soit un objet d'apprentissage (Douady, 1986). Il nous semblait donc opportun de choisir un niveau d'étude qui permette d'observer le moment où le tableau est susceptible de changer de statut.

De plus, très rapidement, nous nous sommes rendues compte que l'enseignement des conversions ne se résumait pas à l'enseignement du tableau de conversions, qu'il était autant lié à l'enseignement du système métrique qu'à l'enseignement du système décimal. Il nous semblait donc important de regarder l'enseignement des conversions en lien avec la numération, la proportionnalité, l'introduction des nombres décimaux, des fractions décimales et bien évidemment des mesures de longueurs. Nous avons alors considéré que, compte tenu

des programmes de 2008, le CM1 était le niveau le plus indiqué pour mener à bien cette étude. Au final nous avons sélectionné six manuels provenant de 5 maisons d'édition différentes.

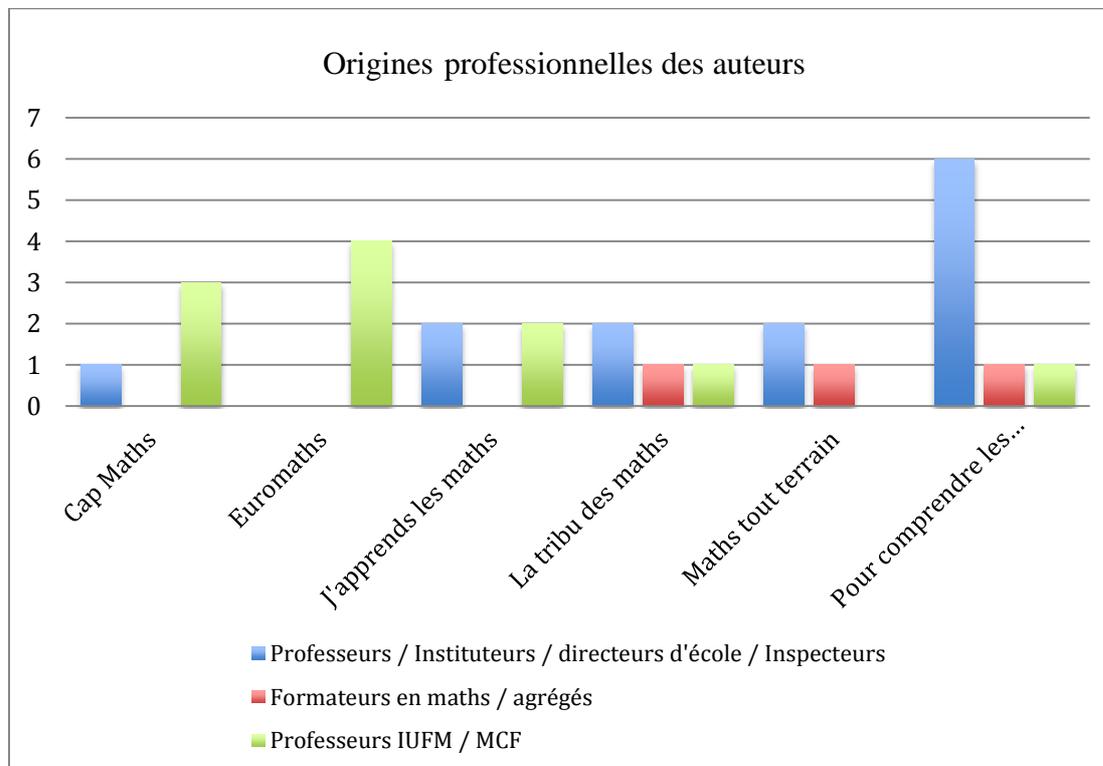
Tableau 2 : Corpus sélectionné

| Titre | Auteur(s) | Maison d'édition |
|----------------------|---|------------------|
| Cap maths | Roland Charnay (professeur de mathématiques en IUFM) Georges Combier ((professeur de mathématiques en IUFM) Marie-Paule Dussuc (professeur de mathématiques en IUFM) Dany Madier (professeur des écoles) | Hatier, 2010 |
| Euro Maths | Marie-Lise Peltier (Maître de conférence – IUFM Rouen) Joël Briand (Maître de conférence – IUFM Rouen) Bernadette Ngono (Maître de conférence – IUFM Rouen) Danielle Vergnes (professeur de mathématiques – IUFM Versailles) | Hatier, 2009 |
| J'apprends les maths | Pierre Clerc (instituteur) François Lelièvre (professeur des écoles) André Ouzoulias (professeur à l'IUFM de Versailles) Sous la direction de Rémi Brissiaud (Maître de conférence à l'Université de Cergy-Pontoise – IUFM Versailles) | Retz, 2010 |
| La tribu des maths | Christophe Demagny (professeur des écoles) Jean-Pierre Demagny (Inspecteur de l'Education nationale honoraire) Thierry Dias (formateur en mathématiques en IUFM) Jean- Paul Duplay (professeur de mathématiques) | Magnard, 2009 |
| Maths tout terrain | Xavier Amouyal (enseignant) Jacques Brun (enseignant) Sous la direction d'Alfred Errera (docteur en didactique des mathématiques, chargé de formation) | Bordas, 2010 |

| | | |
|---------------------------|---|--------------------------|
| Pour comprendre les maths | J.P Blanc (directeur d'école) A. Dubois (Directrice d'école) P. Bramand (professeur agrégé) P. Debû (Professeur d'IUFM) J. Gély (directeur d'école) E. Lafont (professeur des écoles) D. Peynichou (I.M.F) A. Vargas (directeur d'école) | Hachette éducation, 2009 |
|---------------------------|---|--------------------------|

1-2- L'origine des auteurs

Pour constituer notre corpus, nous avons ensuite choisi de nous intéresser aux statuts des auteurs afin de sélectionner des profils différents. Parmi eux, nous trouvons des acteurs directement liés à l'enseignement du premier degré comme des directeurs d'écoles, des instituteurs, des professeurs des écoles, des inspecteurs. Nous trouvons également des acteurs engagés dans la formation des enseignants du primaire (professeurs IUFM, professeurs agrégés) et enfin des chercheurs en didactique (professeurs en IUFM ou maîtres de conférence), acteurs faisant partie de la noosphère (voir partie I-1-3-).



La répartition des auteurs en fonction de leur profession met en évidence deux manuels. *Euro Maths* d'un côté et *Pour comprendre les mathématiques* de l'autre. Le premier a été co-écrit

par trois maîtres de conférence et par un professeur de mathématiques exerçant à l'IUFM ; alors que les auteurs de *Pour comprendre les mathématiques* sont essentiellement des enseignants du premier degré. En effet, sur huit auteurs, on retrouve quatre directeurs d'école, un professeur des écoles, un IMF, un professeur agrégé et un professeur d'IUFM. Ainsi, nous avons choisi de classer notre corpus de manuels en trois sous-groupes : le premier contient des manuels dont les auteurs sont en majorité des chercheurs en didactique ou des auteurs susceptibles d'avoir un lien étroit avec la recherche (*Cap Maths*, *Euro Maths*), le second groupe contient les manuels mixtes avec des auteurs provenant aussi bien de la recherche que des enseignants du premier degré (*J'apprends les maths*, *La tribu des maths*) et enfin le troisième est le contre-pied du premier avec des manuels dont les auteurs sont majoritairement des enseignants.

| Manuels « didactiques » | Manuels mixtes | Manuels « terrain » |
|-------------------------|----------------------|----------------------------|
| Cap Maths | J'apprends les maths | Pour comprendre les maths |
| Euro Maths | La tribu des maths | Mathématiques tout terrain |

1-3 Présentation des manuels

L'origine des auteurs ne nous a pas paru être un critère suffisant pour choisir nos manuels. Afin de valider notre sélection et pour nous permettre d'analyser par la suite leur contenu, nous avons choisi d'étudier leurs présentations. Dans celles-ci, les auteurs précisent à la fois le mode d'emploi du manuel mais ils justifient également les progressions proposées ainsi que la mise en forme de chaque leçon. Dans cette partie nous décrirons rapidement le fonctionnement de chaque manuel étudié afin de mettre en évidence les caractéristiques communes à chaque groupe de manuels ainsi que leurs divergences éventuelles.

- **Cap Maths**

L'ensemble *Cap Maths* étudié se compose de trois éléments : le manuel élève, le guide du maître qui lui est associé, le dico-maths qui contient l'ensemble des leçons.

Les auteurs proposent une démarche pédagogique dans laquelle chaque apprentissage peut être caractérisé par un découpage en quatre phases : une phase de recherche, une phase de synthèse, une phase d'entraînement et enfin une phase de bilan. D'après les auteurs « les

principaux apprentissages de *Cap Maths* sont mis en place à partir de problèmes », (2010a p. VIII). Ainsi ils proposent en début de séance, un problème issu de la vie quotidienne. Ce problème est analysé par les élèves qui sont amenés à se confronter les uns aux autres de manière à expliciter les procédures mises en place pour le résoudre et les erreurs survenues.

Pour permettre aux élèves de repérer et de comprendre l'objectif de chaque séance, le manuel propose des phases de synthèse pendant lesquelles l'enseignant balise le chemin des élèves vers la nouvelle connaissance. A la suite de l'apprentissage, il propose des exercices qui doivent permettre soit « de consolider les connaissances nouvellement acquises [...], soit de revenir sur des connaissances plus anciennes » (2010a p. VIII). Enfin, des phases de bilan doivent permettre de vérifier l'avancement des apprentissages.

Pour atteindre leurs objectifs, les auteurs de *Cap Maths* ont choisi de travailler « dans une démarche spiralaire qui permet, à différents moments de l'année, de revenir sur un apprentissage, de le consolider et de l'enrichir », (2010a, p. IX).

- **Euro Maths**

Euro Maths se compose d'un livre de l'élève, de l'aide-mémoire et du livre du professeur. Chaque période est divisée en deux temps, un premier temps de renforcement de connaissances déjà travaillées lors des années précédentes puis un second temps d'apprentissages de nouveaux savoirs. Le manuel se décompose en quatre parties. Une page de présentation dévoile le travail de la période, une seconde partie composée de trois étapes (consolidation des connaissances, construction et structuration de connaissances et entraînements) et trois pages proposent des exercices pour permettre aux élèves de faire le point sur leurs apprentissages. Enfin une page « Mathématiques et patrimoine » permettant aux élèves de découvrir l'histoire des mathématiques. L'aide-mémoire récapitule les savoirs mathématiques que les élèves doivent maîtriser. Ce manuel propose une approche spiralaire. Le temps d'apprentissage d'une notion est divisé en quatre. Un premier temps durant lequel les élèves travaillent sur des situations leur permettant de construire de nouvelles connaissances. A la suite de la phase de recherche, vient un moment d'institutionnalisation afin de lier les nouvelles connaissances aux anciennes. Un troisième temps est dédié aux exercices d'application qui permettent aux élèves d'investir les savoirs construits, de les faire fonctionner et de se les approprier. Enfin une phase de bilan, sous différentes formes, permet aux élèves comme à l'enseignant de faire le point sur les savoirs acquis.

- **J'apprends les maths**

Dans sa description du manuel, Brissiaud explique qu'il est issu d'une expérimentation de plus de trois ans dans des classes et que la progression proposée provient directement de cette expérimentation. Les auteurs déconseillent « vivement de « sauter » des séquences ou d'en changer l'ordre », (2010a, p. 62). Ainsi, tout comme *Cap maths et Euro Maths*, *J'apprends les maths* propose une progression spiralaire tout en s'appuyant sur des situations de recherche basées sur des problèmes. Le manuel contient 120 séquences découpées de manière identique. Une situation de recherche sous l'onglet « Je découvre » qui contient généralement un problème à résoudre et un encadré jaune et orange intitulé « J'ai appris » qui reprend les notions nouvelles abordées dans la séance. En fonction des séances, il est possible de trouver à la suite de la leçon quelques exercices sous la forme de petits problèmes ou de simples exercices application de la leçon. Dans tous les cas, le manuel proposant une progression spiralaire, un encadré violet et nommé « Je deviens performant » propose des exercices de révisions par rapport à une leçon déjà étudiée au préalable. De plus, régulièrement, afin de réinvestir des notions, le manuel présente des ateliers de résolution de problèmes.

- **La tribu des maths**

La tribu des maths propose une démarche différente. En début de période, une double page thématique est proposée aux élèves. Elle peut traiter de l'énergie, d'histoire des mathématiques etc. Puis en fonction des éléments donnés dans cette page des apprentissages peuvent être déclinés.

« Les doubles pages [...] ont pour objectif d'apporter des connaissances sur l'histoire de la numération et des opérations, ceci afin de mieux comprendre la numération et les opérations apprises à l'école primaire », (2009a, p. IX).

Contrairement à *Cap Maths*, le manuel est construit pour permettre aux enseignants de construire leur propre progression. *La tribu des maths* se distingue également des trois manuels précédents en proposant une démarche que nous pourrions qualifier de linéaire. En effet, les 78 chapitres sont répartis sur les cinq périodes de l'année et la progression proposée, hormis quelques séances de rappel de temps en temps, ne prévoit pas un retour systématique sur des notions déjà étudiées.

Une autre différence importante est que ce manuel propose en début de chaque séance un encadré intitulé « avant de commencer » qui permet aux élèves « une révision de ce que tu

dois savoir avant de commencer », (2009b, p. 7). La présence de cet encadré est un élément important. En effet, si les trois manuels précédents insistaient sur l'autonomie qu'il faut laisser aux élèves pour qu'ils puissent entrer dans l'activité de recherche, *La tribu des maths* choisit de limiter cette autonomie en dirigeant dès le début de la séance les élèves vers la nouvelle connaissance. Ainsi chaque séance est découpée en 3 parties : une partie recherche qui se résume souvent à une question qui permet un échange collectif en classe ; une partie application qui découle directement de la partie « recherche » et enfin une partie « entraînement » qui comprend de 2 à 6 exercices.

- **Maths tout terrain**

Maths tout terrain repose sur une démarche encore différente. En effet, contrairement aux autres manuels, la phase de recherche ne figure pas dans le manuel, celle-ci est décrite dans le livre du maître. Chaque séance est donc découpée en trois parties : une première, la phase de recherche, une seconde intitulée « Je comprends » qui fait la synthèse des connaissances acquises lors de la phase d'expérimentation ou de manipulation collective et une troisième « Je m'entraîne » qui propose un certain nombre d'exercices. Les auteurs revendiquent ainsi une progression linéaire des apprentissages et une prise en compte de l'hétérogénéité des élèves en proposant des exercices marqués par une ou plusieurs étoiles en fonction de leur difficulté.

« Maths tout terrain CM1 repose sur l'application systématique de cinq principes clairs à l'efficacité prouvée : l'apprentissage **du simple au compliqué, du concret à l'abstrait, d'un seul concept à la fois, un réinvestissement permanent** des acquis antérieurs et la **pédagogie différenciée** comme fondement de la démarche », (2011b, avant propos).

Une autre différence fondamentale par rapport aux autres manuels est la place donnée à la résolution de problèmes dans les apprentissages. Ainsi si les autres manuels mettent en avant cette démarche, afin de construire de nouvelles connaissances, *Maths tout terrain* considère que les problèmes sont un moyen de réinvestir des connaissances acquises et non un moyen d'en acquérir de nouvelles.

« Leur objectif [aux pages Problèmes du manuel] est de fournir une véritable méthodologie et de réinvestir les notions mathématiques vues comme moyen de résolution de problèmes », (2011b, avant propos).

- **Pour comprendre les mathématiques**

Pour comprendre les mathématiques est un manuel que les auteurs revendiquent « dans une optique résolument constructiviste : « faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes » », (2009b, p. 2). Si *J'apprends les maths* met en évidence la recherche en didactique dans sa présentation, *Pour comprendre les mathématiques* mise sur l'expérience acquise par des enseignants :

« Nous avons innové avec prudence en nous appuyant sur les travaux des IREM, des chercheurs en didactique et en psychologie cognitive, mais aussi sur la culture pédagogique accumulée par les praticiens au cours du dernier demi-siècle », (2009a, p. 5).

Ce manuel, comme les précédents, met donc en avant la résolution de problèmes à chaque étape du processus d'apprentissage. C'est en se confrontant à un problème, en échangeant avec ses pairs ou avec l'adulte que l'enfant est capable de progresser. C'est sans doute cette perspective socio-constructiviste qui explique la mise en page du manuel. En effet, chaque leçon commence par une partie intitulée « Lire, débattre », activité courte, collective qui doit permettre à l'enseignant de donner l'objectif de l'apprentissage du jour. Une fois la leçon introduite, le manuel propose une phase de « recherche » qui doit permettre aux élèves d'émettre des hypothèses, de tester et d'élaborer des stratégies de résolution. A la suite de cette phase de recherche, nous trouvons un encadré orangé intitulé « Mémo » qui comprend l'essentiel à retenir. Enfin la partie « S'exercer, résoudre » doit permettre aux élèves de tester leurs connaissances sur des exercices d'application. Il convient de noter que les exercices possèdent un code couleur qui permet de les repérer en fonction de leur difficulté.

Tout comme *La tribu des maths* et *Maths tout terrain*, *Pour comprendre les mathématiques* propose une progression linéaire tout au long de l'année.

La lecture des présentations, des introductions des manuels et des guides des maîtres a permis d'affiner notre sélection. En effet, nous pouvons noter que seul *Maths tout terrain* a un discours différent sur la place des problèmes dans les apprentissages. Les cinq autres mettent en avant la résolution de problèmes comme processus d'apprentissage d'une nouvelle notion. Ainsi ils sont tous les cinq découpés en trois phases :

- Une phase de recherche : qui met en avant un problème à résoudre
- Une phase d'institutionnalisation: qui permet à l'enseignant de guider les élèves, de les faire verbaliser, d'explicitier leurs stratégies de résolution

- Une phase d'application

Cependant, on peut noter que le manuel *Pour comprendre les mathématiques* comprend une phase supplémentaire « Lire, débattre » qui doit permettre à l'enseignant d'introduire la nouvelle notion.

De même, le manuel *La tribu des maths* met en avant dans sa présentation la présence d'une double page documentaire. Or, mis à part l'aspect historique, cette page reste très souvent déconnectée des apprentissages qui la suivent. Il est également important de noter que les auteurs n'assimilent pas forcément la phase de recherche à une phase de résolution de problèmes comme peuvent le faire les auteurs de *Cap Maths*, *J'apprends les maths* ou *Euro Maths*. Ils proposent par ailleurs la résolution de problèmes sous l'onglet « Labo Maths ». Ces phases sont décrites par les auteurs comme des phases de recherche dans lesquelles les élèves sont amenés à résoudre des énigmes. Là encore, on peut noter une différence importante avec les manuels comme *Cap Maths*. Si les auteurs ont découpé leur manuel de la même manière, il faut souligner que les types de situations de recherche ne sont pas les mêmes.

« Labo maths : pour mettre les élèves en position de chercheurs face à une « énigme » mathématique. Au cours de cette recherche, ils verbalisent, argumentent, débattent sur leurs résultats et leurs méthodes. C'est aussi l'occasion de découvrir qu'il n'y a pas toujours qu'une seule solution en mathématiques », (2009a, p. VIII).

Ainsi, les définitions différentes données à la notion de problème ont permis d'affiner notre tri de manuels et de les classer en deux catégories. En effet, se placer dans une optique constructive, c'est considérer qu'à chaque étape d'un apprentissage, la connaissance nouvelle doit être rattachée à l'ancienne, qu'elle vient s'y accoler pour former en quelque sorte un réseau étendu de connaissances alors qu'une démarche transmissive considère que les savoirs peuvent se superposer les uns aux autres. Une fois cette distinction établie, nous pouvons néanmoins noter que tous ces auteurs disent confronter les élèves à des situations complexes issues de la vie réelle et courante. La plupart des auteurs décrivent leur manuel comme s'organisant autour de situations-problèmes ; ils essaient de rendre les élèves actifs en leur proposant des phases de recherche dans lesquelles ils peuvent s'impliquer, interagir avec les autres, de manière à favoriser les conflits socio-cognitifs. Les manuels mettent tous en avant une méthode permettant aux élèves de réfléchir sur leurs propres actions, sur les moyens à leur disposition pour résoudre un problème et ainsi acquérir une nouvelle compétence. La constitution du corpus a montré que l'ensemble des manuels vise la recherche de sens dans

chaque phase du processus d'apprentissage. Cependant, les méthodes pour y parvenir diffèrent. Les manuels réalisés avec l'aide de didacticiens insistent sur l'intégration progressive par les élèves du nouveau savoir par la résolution de problèmes. Ils incitent les élèves à faire des liens entre les différents éléments du programme de manière à les mettre en perspective les uns par rapport aux autres. C'est pourquoi on retrouve souvent des progressions spirales dans ces manuels. A l'inverse, les manuels conçus par une majorité d'enseignants accompagnent pas à pas les élèves dans la construction du nouveau savoir, ils proposent donc des progressions linéaires du simple au complexe.

Notre corpus doit permettre d'analyser la manière dont sont amenées les conversions en CM1. Il doit donc, une fois passé au crible de nos grilles d'analyse, permettre de comparer un maximum de situations. Il faut que les manuels choisis proposent des contenus suffisamment variés pour permettre des comparaisons. Nous espérons que ces deux étapes de tri aient permis de sélectionner des manuels pertinents. En effet, le choix des auteurs a permis de trier les manuels en trois catégories, l'étude des introductions a permis de réduire à deux catégories : la catégorie mixte a pu ainsi être supprimée : *J'apprends les maths* se rangeant plus dans la catégorie « manuels didactiques » une ; *Maths tout terrain* dans la catégorie « manuels issus du terrain ».

| Manuels « didactiques » | Manuels « issus du terrain » |
|-------------------------|------------------------------|
| Cap Maths | Pour comprendre les maths |
| Euro Maths | Maths tout terrain |
| J'apprends les maths | La tribu des maths |

2- Analyse des manuels

Afin d'analyser comment le corpus de manuels pouvait rendre compte de ce lien entre numération et système métrique à travers l'enseignement des conversions nous avons choisi dans un premier temps de dépouiller les sommaires pour parvenir à sélectionner quelques leçons pertinentes.

2-1- Analyse des sommaires

La recherche des conversions dans les manuels s'est faite dans un premier temps dans les sommaires, puis dans un deuxième temps plus en détail au sein de chaque chapitre. L'objectif de la recherche est de voir dans quelles parties des manuels les conversions sont étudiées comme objet d'apprentissage. Nous avons donc procédé au dépouillement des sommaires afin d'établir une première grille qui nous a permis de visualiser clairement dans quels chapitres se trouvent les conversions, et ainsi déterminer à quelles pages se référer pour l'analyse ultérieure. Ce tableau (annexe 2) nous a servi par la suite à catégoriser les sous-domaines des mathématiques dans lesquels se trouvent les conversions ainsi qu'à choisir les leçons à étudier.

Afin d'établir le nom des colonnes sous lesquelles nous avons détaillé les titres des séances et les numéros de pages associés, nous avons commencé par un manuel dont les auteurs sont majoritairement des didacticiens. En effet, nous avons émis l'hypothèse que tous les liens pouvant être faits avec les conversions se trouveraient plus facilement dans un manuel de ce type. Le premier analysé a donc été *J'apprends les maths*. Nous avons pu établir les liens avec les sous-domaines des programmes suivants : nombres et calcul, grandeurs et mesure, organisation et gestion de données. Puis, nous avons détaillé le sous-domaine « nombres et calculs » en « Numération », « Fractions décimales », « Nombres décimaux », « Opérations ».

Concernant les grandeurs et mesure, nous avons mis « Mesures de longueurs » dans une colonne, puis nous avons regroupé « Autres grandeurs et mesures ». En effet, en analysant la suite du corpus de manuels, nous avons remarqué que la mesure de longueurs était détaillée par tous les manuels, puis les autres grandeurs étaient souvent regroupées en une seule séance. Cette constatation a été le fondement de la dernière colonne des grandeurs et mesure intitulée « Regroupement des grandeurs ». Finalement, le sous-domaine « organisation et gestion de données » a donné naissance à la colonne « Proportionnalité ». A partir de ce tableau nous avons pu faire le choix des leçons sur lesquelles nous voulions nous baser pour l'analyse du corpus de manuels.

2-2- Choix des leçons

Compte tenu du nombre de leçons et de la diversité de traitement selon les auteurs, nous avons dû faire un choix stratégique afin de concentrer l'analyse sur des moments clés de

l'apprentissage des notions. Pour cela, nous avons décidé de ne traiter que les premières séances liées aux apprentissages de nouvelles notions concernant les conversions. Nous avons cependant fait une exception à cette règle. En effet, *Cap Maths* prévoit des séances relativement courtes par rapport à d'autres manuels où le nombre d'exercices d'application méritant d'être réalisés par les élèves pourrait inviter l'enseignant à mener une séance en deux fois : la première partie comprenant la phase de recherche, l'institutionnalisation et une première série d'exercices d'application, puis une deuxième séance avec des exercices de systématisation. Concernant la séance des fractions décimales de *Cap Maths*, deux séances consécutives sont consacrées à l'introduction de la notion. Les objectifs de séances étant identiques, nous avons donc fait le choix de considérer les deux séances ensemble. Nous avons par la suite généralisé cette prise en compte de séances consécutives pour toutes les séances qui se suivent dans le manuel et qui ont le même objectif d'apprentissage.

Par ailleurs, nous n'avons pas tenu compte de la période à laquelle était introduite la notion alors que, d'un manuel à l'autre, les programmations sont bien différentes. Nous n'avons pas considéré ce point comme important par rapport à la notion de conversion. Cependant nous avons tenu compte, dans un premier temps, de tous les chapitres qui s'y réfèrent. En d'autres termes, si par exemple nous avons trouvé des conversions dans l'introduction de la notion de mesure de longueurs, nous avons complété le tableau récapitulatif avec toutes les pages du manuel faisant référence aux mesures de longueurs liées aux conversions. Par la suite, nous avons décidé de prendre en compte pour l'analyse du corpus de manuels, uniquement la séance d'introduction de la notion. Quand il était possible de choisir deux séances, nous avons privilégié la séance présentée dans le domaine grandeurs et mesure. Ainsi, nous avons pu établir des critères d'analyse sur les trois étapes déterminantes des séances, à savoir la phase de recherche, la phase d'institutionnalisation et finalement la phase d'application. En prenant donc en compte la séance introduisant la notion, nous avons pu analyser les premières phases qui mettent en activité les élèves afin de comprendre comment les auteurs appréhendent les conversions, et sur quels pré-requis elles sont basées.

Ainsi, ce premier tableau que nous avons nommé Tableau des Sommaires (Annexe 2) du corpus nous a permis d'orienter notre analyse sur les domaines relatifs aux colonnes suivantes : fractions décimales, nombres décimaux, mesure de longueurs et proportionnalité.

Afin de repérer comment cette variété d'utilisation des conversions est traitée dans les manuels, nous avons choisi d'analyser précisément quatre leçons :

- Les fractions décimales

- Les nombres décimaux
- La proportionnalité
- La mesure de longueurs

Une fois ces leçons sélectionnées et afin de les comparer nous les avons soumises à deux grilles d'analyse que nous allons décrire et analyser dans la partie suivante.

2-3- Constitution de la grille qualitative

Pour repérer l'utilisation et le traitement de la notion de conversion dans notre corpus de manuels, nous avons choisi de soumettre les leçons sélectionnées à deux types de grilles d'analyse. Ainsi pour chaque manuel, nous avons appliqué une grille de lecture qualitative et une grille quantitative. Le croisement de ces données doit nous permettre de confronter et d'analyser de manière comparative le contenu des manuels sélectionnés.

Pour Chevallard, une situation didactique est une situation sociale dans laquelle quelqu'un (personne ou institution) fait quelque chose pour que quelqu'un apprenne quelque chose. (Chevallard, 2007). Si on choisit de se placer dans un modèle socio-constructiviste, le travail d'un enseignant est de proposer aux élèves une situation d'apprentissage qui leur permette d'acquérir de nouvelles connaissances en prenant pour base leurs connaissances actuelles. La difficulté principale est donc de concevoir une situation de départ suffisamment riche pour amener les élèves à mobiliser des connaissances, un questionnement afin de rompre avec leurs représentations.

Pour favoriser les apprentissages, les programmes de 2008 conseillent de choisir des situations problèmes comme point de départ. Une telle phase est organisée autour du franchissement d'un obstacle par le groupe, obstacle préalablement bien identifié par l'enseignant. Les notions et les procédures de résolution du problème ne sont pas connues à l'avance et dans l'idéal le problème peut être résolu de plusieurs façons. Ainsi, les élèves formulent des hypothèses en réinvestissant leurs connaissances antérieures. A la suite de cette phase de recherche, les travaux réalisés sont présentés, confrontés, discutés... Les élèves doivent expliquer leurs procédures, détailler leurs difficultés et justifier leurs choix. A partir des éléments mis en évidence collectivement, l'enseignant va pouvoir amener le vocabulaire, les méthodes spécifiques pour fixer les savoirs à retenir. Une fois la phase d'institutionnalisation faite, les élèves peuvent tester leurs connaissances lors d'une phase d'entraînement ou d'application. Il est bien évident qu'un enseignant n'a pas la possibilité, ni les capacités d'imaginer toutes les situations problèmes. Dans ce travail, nous avons fait

l'hypothèse que les manuels scolaires jouent un rôle important en proposant ces différentes phases. Nous avons donc choisi de découper notre grille d'analyse qualitative en fonction d'elles. Pour chaque leçon nous avons appliqué la grille ci dessous.

Critère 1 : situations de recherche

| | | |
|----|---|--|
| 1a | Objectifs affichés | |
| 1b | S'agit-il d'une vraie situation de recherche, à savoir si les élèves sont capables de se lancer dans l'activité | |
| 1c | Y a-t-il un moyen d'auto-correction pour valider les étapes | |
| 1d | Quelles sont les aides à la disposition des élèves ? | |
| 1e | Y a-t-il une complexification de la tâche jusqu'à la nouvelle notion ? | |

Critère 2 : phase d'institutionnalisation

| | | |
|----|---|--|
| 2a | La leçon est-elle une institutionnalisation suite à la phase de recherche, ou s'agit-il d'une pédagogie transmissive déguisée ? | |
| 2b | Le tableau de conversions fait-il partie de l'institutionnalisation ? | |
| 2c | Si le tableau est présent, le choix des unités utilisées dépasse-t-il l'institutionnalisation de la phase de recherche ? | |
| 2d | Si le tableau est présent, quel lien est fait avec les conversions ? | |

Critère 3 : exercices d'application

| | | |
|----|---|--|
| 3a | Quels types d'exercices sont proposés : liste de conversions, problèmes de situations courantes | |
| 3b | Quel est le pourcentage de chaque type (problème / liste de conversions) | |
| 3c | Quel est l'ordre de présentation des exercices selon le type : d'abord des listes de conversions puis problèmes, ou l'inverse | |

| | | |
|----|--|--|
| 3d | Dans le cas de problèmes, les conversions sont-elles utilisées pour des données de type nombres décimaux, fractions décimales, proportionnalité, opérations, unités complexes telles que l/dm ³ | |
| 3e | Dans le cas de problèmes, les conversions sont-elles utilisées dans des problèmes de type situations-problèmes, problèmes de réinvestissement, problèmes de transfert, problèmes d'évaluation ou problème ouvert ? | |

Pour la phase de recherche, nous avons regardé si les élèves étaient à priori capables de s'engager seuls dans une démarche de résolution, si les élèves disposaient d'éléments permettant de valider ou non leurs résultats. Nous avons également essayé de repérer si la situation était évolutive, c'est-à-dire si elle se complexifiait au fil du temps. De plus, nous avons tenu à observer quelles aides étaient mises à disposition des élèves. En effet, si on s'en tient aux propos de Brousseau (1986, p .49) :

« Entre le moment où l'élève accepte le problème comme le sien et celui où il produit une réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître ». Il faut donc que les élèves aient à disposition un certain nombre d'indices leur permettant de s'investir dans l'activité.

Au niveau de la phase d'institutionnalisation, c'est le moment où la connaissance change de rôle : elle passe de son rôle de moyen de résolution d'une situation de recherche à un nouveau rôle, celui de savoir auquel l'élève pourra se référer pour résoudre une nouvelle situation de recherche. Le rôle de l'enseignant est primordial. Le contenu des manuels, à ce niveau est difficile à analyser. Nous avons simplement tenu à regarder si la leçon était en adéquation avec la phase de recherche, si le mot conversion apparaissait ou si un tableau de numération ou de conversion d'unités était présenté.

La phase d'application est riche d'enseignement. En effet, les manuels proposent de nombreux exercices. Pour les comparer, nous avons choisi de nous intéresser à la formulation des consignes. En effet, la présence du mot "convertir" dans la consigne incite fortement les élèves à utiliser telle ou telle procédures de résolution. De même, nous avons cherché la part d'exercices techniques (type liste de conversions) par rapport à des exercices de type problème. Nous avons également observé l'ordre des exercices, le type d'unités mises en jeu...

Une fois cette grille d'analyse complétée pour chacune des leçons analysées , nous avons pu procéder à un certain nombre de comparaisons. Cependant, afin d'affiner ces comparaisons, nous avons également construit un grille d'analyse quantitative. Cette grille avait pour objectif principal de mettre en évidence les caractéristiques saillantes de chacun des manuels concernant le traitement des conversions en lien avec les systèmes métrique et décimal.

2-4- Constitution de la grille quantitative

Notre grille quantitative (Annexe 3) cherche à donner plusieurs types de renseignements. D'abord, elle peut se lire de manière binaire : les manuels choisis sont-ils toujours en accord avec les programmes. Ensuite, nous avons tout « simplement » compté le nombre de fois où le mot conversion apparaissait dans les sommaires. Notre hypothèse était la suivante : plus le mot apparaissait, plus il était susceptible d'être relié à un grand nombre de domaines mathématiques.

Dans une même démarche, nous avons repéré combien de fois un rappel sur les préfixes était donné, combien de fois le tableau de conversions apparaissait et à quel niveau etc. Cette grille laisse également apparaître les leçons dans lesquelles la notion de conversion est utilisée.

De plus, nous avons utilisé trois grilles quantitatives pour analyser les exercices présentés dans chaque manuel pour une même leçon. Ces grilles seront détaillées au cours de l'analyse puisque les critères dépendent de la leçon étudiée.

Partie III – Analyse des résultats

Notre étude repose sur l'analyse de quatre leçons dans les 6 manuels sélectionnés (livret analyse de manuels) : celles portant sur la mesure de longueurs, celles sur la proportionnalité, celles portant sur les fractions décimales et celles sur les nombres décimaux. Cependant, il faut noter qu'au niveau de la proportionnalité, seuls deux manuels font un lien avec l'enseignement des conversions.

La mesure de longueurs :

Cap Maths : « Unités usuelles de longueur » p. 22

Euro Maths : « Estimer des longueurs, des distances » p. 76

J'apprends les maths : « Mesure de longueurs : le pouce, le cm, le mm » p. 16

La tribu des maths : « Mesures de longueurs, je complète le tableau des unités de longueur » p. 30

Pour comprendre les mathématiques : « Du mètre au millimètre » p.20

Maths tout terrain : « Les longueurs : du mètre au millimètre » p. 24

La proportionnalité :

Euro Maths : « Proportionnalité : graduations et échelles » p. 134

La tribu des maths : « Situations de proportionnalité, je sais respecter des proportions » p. 142

Les fractions décimales :

Cap Maths : « Fractions décimales » p. 91

Euro Maths : « Fractions décimales (1) » p. 160

J'apprends les maths : « Fractions décimales du m, du dm et du cm » p. 138

La tribu des maths : « Les fractions décimales (1), je sais partager en 10 ou 100 parties égales » p. 94

Pour comprendre les mathématiques : « Fractions décimales (1) » p. 136

Maths tout terrain : « Les fractions décimales » p. 98

Les nombres décimaux :

Cap Maths : « Mesure et nombre décimal » p. 129

Euro Maths : « Nombres décimaux et mesure des longueurs » p. 174

J'apprends les maths : « Les écritures décimales pour exprimer des mesures » p. 140

La tribu des maths : « Les nombres décimaux, je calcule avec les nouveaux nombres et je commence à les comparer » p. 110

Pour comprendre les mathématiques : « Unités de mesure et système décimal » p. 168

Maths tout terrain : « Mesures et nombres décimaux » p. 134

1- Etude de cas 1 : les conversions et les mesures de longueurs

« Connaître, utiliser les unités usuelles de mesure des durées, ainsi que les unités du système métrique pour les longueurs [...], et leurs relations » (2008, p. 39), c'est par cette formulation que le changement d'unités de mesure et donc les conversions, telles que nous les avons définies sont introduites dans les programmes de CM1. Les unités de mesure ne sont pas inconnues aux élèves de cycle 3. En effet, elles sont introduites dès le CE1 : les élèves connaissent déjà la relation entre mètre et centimètre et entre kilomètre et mètre. En CM1, ils doivent connaître les relations qui unissent des unités moins usuelles que le mètre ou le kilomètre. Il s'agit de leur enseigner comment passer directement du décamètre au décimètre par exemple. Il nous paraissait assez commode d'arriver à cet apprentissage en proposant aux élèves un outil simple et pratique à savoir le tableau de conversions. Or, comme le souligne Brissiaud dans son introduction :

« l'enseignement d'une telle règle [comment remplir et utiliser le tableau de conversions],[...] permettait aux élèves de réussir sans avoir développé une quelconque intuition des unités en jeu. » (2010a p.57)

Avec l'analyse du corpus, nous avons cherché à voir si le tableau de conversions était systématiquement proposé, le cas échéant à quel moment et dans quel but.

1-1-Les objectifs affichés

Manuels didactiques

| | Cap Maths | Euro Maths | J'apprends les maths |
|------------------------------------|--|---|---|
| Objectifs affichés par les auteurs | « Connaître le mètre, le décimètre, le décamètre et avoir un | « Utiliser des unités conventionnelles pour mesurer des | Aide aux élèves à la conception du centimètre et du |

| | | | |
|--|---|--|---|
| | ordre de grandeur de ces unités. Aborder les équivalences entre ces unités ». (2010a, p.42) | longueurs, des distances ». (2009a, p.111) | millimètre comme unités de mesure de longueur « favoriser l'intuition de ces unités : « un cm, c'est long comment ? Et un mm ? » » (2010a, p.68) Favoriser une approche des conversions en passant par des conversions d'unités de numération |
|--|---|--|---|

Manuels « de terrain»

| | Pour comprendre les mathématiques | La tribu des maths | Maths tout terrain |
|------------------------------------|---|--|--|
| Objectifs affichés par les auteurs | «Connaître les sous multiples du mètre. Utiliser les équivalences entre les unités. Effectuer des opérations sur les longueurs» (2009a, p.37) | « Vérifier la connaissance des unités de longueur ainsi que les possibilités de conversion. » (2009a, p.39) « Réactualiser et compléter le tableau de conversions des unités de longueur. Savoir changer d'unités. Savoir estimer des | « Connaître et utiliser les unités du système métrique : mètre, décimètres, centimètres, millimètres. Effectuer des conversions. » (2011a, p.23) |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | longueurs et choisir des unités. Commencer à résoudre des problèmes en effectuant des conversions. » (2009a, p.38) | |
|--|--|--|--|

Dans les objectifs, le mot conversion apparaît dans trois manuels. Cependant il n'est pas utilisé pour définir le même type de conversions. Dans *La tribu des maths* et *Maths tout terrain*, il s'agit de conversions d'unités de mesure ; dans *J'apprends les maths*, il s'agit d'amorcer une première approche des conversions mais en passant par la conversion d'unités de numération. Autrement dit, le manuel met l'accent sur la conversion d'unités de numération dans le but de pouvoir, sans procéder à des conversions d'unités de mesure, mettre en évidence les liens entre elles: « En effet, si on considère le millimètre comme unité, le centimètre apparaît comme dizaine, le décimètre comme centaine, le mètre comme millier » (2010a, p. 68)

Les autres manuels *Cap maths*, *Euro Maths* et *Pour comprendre les mathématiques* vont utiliser le terme d'équivalence entre unités, qui peut être interprété comme un synonyme de conversions d'unités de mesure.

1-2- Les phases de recherche

Les phases de recherche sont très proches les unes des autres. La plupart ont pour objectif l'estimation de chaque unité de longueur par des moyens différents. Soit les élèves sont amenés à manipuler des outils de mesure pour associer à un nombre lu sur l'instrument d'unité de mesure, soit ils doivent choisir la bonne unité en fonction de l'objet mesuré.

La tribu des maths et *Euro Maths* ont choisi de débiter la séance par un rappel historique sur la construction du système métrique. Ainsi *Euro Maths* propose un texte d'une vingtaine de lignes expliquant les liens entre les différentes unités :

« Ce système simplifie beaucoup les conversions car chaque unité est dix fois plus grande que celle qui la suit et dix fois plus petite que celle qui la précède » (2009a p.111).

Dans le manuel, on retrouve ainsi un tableau de conversions qui sert à résumer le texte précédemment travaillé.

La tribu des maths propose une phase similaire en demandant aux élèves de lister les unités dont ils se souviennent et éventuellement les liens qui existent entre elles.

Cette différence entre les deux types de phase de recherche a des conséquences sur la présence et l'utilisation du tableau de conversions. En effet, lister les différentes unités et les liens qui les unissent conduit *Euro Maths* et *La tribu des maths* à présenter le tableau de conversions de mesure. *La tribu des maths* (2009b p.30) le présente de manière incomplète et l'objectif de la phase de recherche est de le compléter.

Rappelle-toi

| Kilomètre (km) | | | Mètre (m) | Décimètre (dm) | Centimètre (cm) | Millimètre (mm) |
|-------------------|---|---|--------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | | | |
| | | | 1 | 0 | 0 | 0 |

1 km = 1 000 m
1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm

Maths tout terrain choisit de faire tracer des segments de longueurs données, aucun calcul ni conversion n'est demandé. Entre la première activité de recherche qui consistait à choisir la bonne unité et celle-ci qui fait tracer des segments, la phase de recherche permet d'utiliser différentes unités mais ne permet pas de les mettre en relation. L'aspect conversion n'est donc pas abordé dans cette phase. De plus, l'objectif principal de la séance était d'introduire le décimètre (les autres unités étant normalement déjà connues), or dans l'exemple donné dans le livre du maître, les deux unités sont déjà connues des élèves et le décimètre n'est pas utilisé.

Dans *Pour comprendre les mathématiques*, après le « lire et débattre » basé sur une recherche d'intrus parmi des mesures de longueurs, les élèves sont amenés en groupe à mesurer des longueurs supérieures au mètre avec des outils données par l'enseignant. Puis ils passent à la phase de recherche où la première consigne est de découper une bande de papier d'un décimètre de longueur, la question de « recherche » est la suivante: combien de bandes d'un centimètre faut-il assembler pour former une bande d'un mètre ? Ainsi, le manuel propose deux phases consécutives qui n'utilisent pas les mêmes unités. En effet, lors de la première phase, les élèves manipulent des unités supérieures au mètre alors que lors de la seconde phase elles sont des sous-multiples du mètre. Le manuel finit pas proposer en fin de recherche des listes de conversions comme $1\text{m} = \dots \text{dm}$. Dans cette phase de recherche, les

élèves sont conduits à réaliser des conversions d'unité de mesure avec comme aides principales la bande de papier qu'ils ont construite et « Mathéo » la mascotte du livre qui rappelle dans des bulles que $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ autrement dit qui donne la réponse à la situation dite de recherche.

J'apprends les maths, *Euro Maths* et *Cap Maths* ont des points de départ différents. Pour *J'apprends les maths*, le premier objectif est de faire accepter que le cm et le mm sont des unités de mesures de longueur. Il fait donc le lien entre une unité comme l'allumette ou le pouce anglais et une unité comme le cm en les représentant sous la forme d'un segment. Il espère surmonter l'obstacle décrit dans le livre du maître à savoir : « comme unité de longueur, le mm n'est vraiment pas long ! » (2010a p.68).

Dans *Euro Maths*, l'objectif pour les élèves est d'estimer la longueur de plusieurs éléments qui leur sont familiers, puis mesurer avec un étalon corporel, pour finalement les convertir en unités sous-multiples du mètre. Dans un deuxième temps, en utilisant le manuel, les élèves sont confrontés à des mesures multiples du mètre. Les auteurs proposent de construire l'intuition de grandeur des unités usuelles en passant par des conversions "d'étalons corporels" vers des unités de mesure conventionnelles.

Cap Maths choisit d'utiliser directement les unités usuelles en faisant manipuler différents instruments de mesure aux élèves. Une fois les équivalences entre les différentes unités établies à l'aide des instruments, les élèves sont amenés à faire des conversions d'unités de mesure.

On peut donc différencier deux types de manuels, ceux qui choisissent de partir des connaissances préalables (*La tribu des maths*, *Maths tout terrain*, *Pour comprendre les mathématiques*) des élèves sur les unités m, cm, km et leurs relations, ce qui les amène à présenter dès la phase de recherche le tableau de conversions et les manuels (*Cap Maths*, *J'apprends les maths* et *Euro Maths*) qui font manipuler les élèves et qui les conduisent par recherche d'équivalences entre lecture sur instrument et report de longueurs à réaliser au final des conversions. Cette différenciation vient confirmer le découpage du corpus en deux catégories : « manuels didactiques » et manuels dits de terrain.

1-3- Les phases d'institutionnalisation

Sur les 6 manuels étudiés, 5 font apparaître le tableau de conversions dans la phase d'institutionnalisation de la première leçon sur la mesure de longueurs. Cependant, ils

n'apparaissent pas tous sous la même forme. Certains ne présentent que les sous-multiples du mètre (*Pour comprendre les mathématiques, Maths tout terrain*) alors que d'autres présentent l'ensemble des unités (*La tribu des maths, Cap Maths et Euro Maths*).

La tribu des maths qui a choisi de ne pas faire manipuler les élèves présente en institutionnalisation le tableau de conversions qui découle naturellement de la phase de recherche puisqu'il était déjà présent. En revanche, les auteurs qui ont fait manipuler les élèves arrivent à deux types de trace écrite. *Cap Maths* et *Pour comprendre les mathématiques* proposent un tableau de conversions ; alors que *J'apprends les maths* insiste sur l'acquisition du sens de l'unité en proposant une trace écrite basée sur des comparaisons :

« Quand on mesure une même longueur en pouces, puis en cm, puis en mm, c'est normal de trouver un plus grand nombre de cm que de pouces, c'est normal de trouver un plus grand nombre de mm que de cm. Sur une même longueur, il y a plus de cm que de pouces, il y a plus de mm que de cm »
(2010b, p.17)

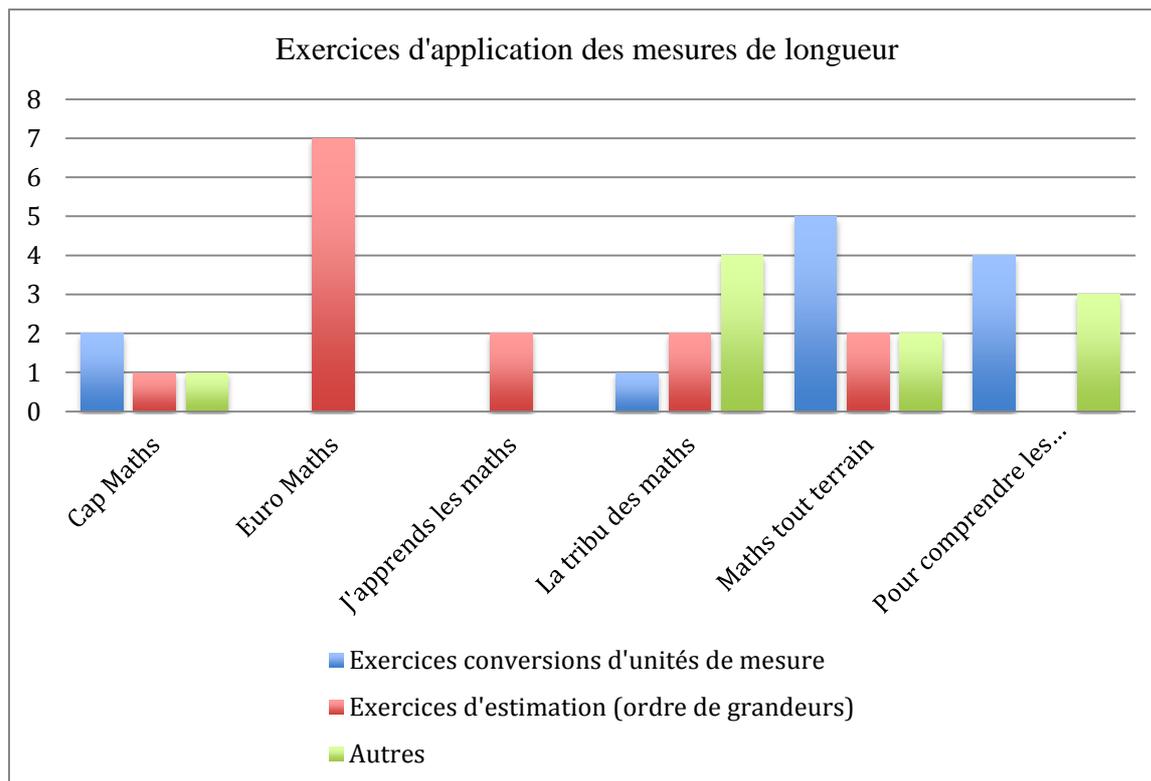
Cependant, il nous semble important de relever que *Cap Maths* présente dans son dico-maths (2010 c. p 47), un tableau de conversions de mesures classique mais enrichi d'un lien explicite entre système décimal et système métrique :

| Les multiples du mètre | | | Les sous-multiples du mètre | | |
|---|--|--|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| kilomètre (km) | hectomètre (hm) | décamètre (dam) | décimètre (dm) | centimètre (cm) | millimètre (mm) |
| 1 000 m | 100 m | 10 m | $\frac{1}{10}$ m un dixième de m | $\frac{1}{100}$ m un centième de m | $\frac{1}{1\,000}$ m un millième de m |
| $1\text{ m} = \frac{1}{1\,000}\text{ km}$ | $1\text{ m} = \frac{1}{100}\text{ hm}$ | $1\text{ m} = \frac{1}{10}\text{ dam}$ | $1\text{ m} = 10\text{ dm}$ | $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ | $1\text{ m} = 1\,000\text{ mm}$ |

On a également : $1\text{ cm} = 10\text{ mm}$ $1\text{ km} = 10\text{ hm}$

1-4- Les phases d'application

On peut relever plusieurs types d'exercices d'application : les exercices d'estimation de longueurs, les exercices de conversions d'unités de mesure conventionnelles et enfin des exercices demandant de mesurer, de tracer des segments....



Il apparaît de manière évidente que les manuels présentant le tableau de conversions proposent des exercices de conversion d'unités de mesure et ce de manière très explicite, comme par exemple *Maths tout terrain* qui demande « utilise le tableau de conversions pour convertir les longueurs suivantes en cm comme dans l'exemple. Pour convertir 2 m en cm, j'écris des zéros jusqu'à la case des cm » (2011b, p. 25). On peut souligner que *J'apprends les maths* et *Euro Maths* ne font que des exercices portant sur l'estimation d'ordre de grandeurs. Si cela correspond à la phase de recherche de *J'apprends les maths*, ce n'est pas le cas pour *Euro Maths*. En revanche, *Pour comprendre les mathématiques* ne traite pas du tout de cet aspect.

On peut également noter que *La tribu des maths* fait exception. En effet, le manuel présente le tableau de conversions dès la phase de recherche mais ne propose pas une majorité d'exercices l'utilisant. Par exemple, quand le manuel demande aux élèves de tracer des segments, selon le livre du maître p.40, les élèves peuvent « tracer deux segments à la suite l'un de l'autre (exemple : 5 cm, puis 3 mm) [ou] convertir (exemple : un segment de 53 mm) ». Or, sachant que les nombres décimaux n'ont pas encore été traités à ce stade de la programmation, et que les élèves ont l'habitude des mesures de longueurs avec les deux unités, aucune contrainte ne les pousse à réaliser les conversions. L'objectif des auteurs était que les élèves réinvestissent le tableau de conversions mais finalement ils n'y sont pas contraints.

Une majorité de manuels proposent encore le tableau de conversions comme l'outil idéal pour réaliser des conversions d'unités de mesure. La manière dont il est présenté dès la phase de recherche ou réinvesti dans les exercices joue sur les notions qui y sont liées. En effet, son utilisation expliquée comme dans *Pour comprendre les mathématiques* : « avec 210 mm : il faut placer 0 dans la colonne des mm, 1 dans celle des cm et 2 dans celle des dm » (2009a, p.38) risque de faire perdre la notion de grandeurs de chaque unité de mesure et leurs relations. Les manuels que nous avons classés en « manuels didactiques » mettent l'accent sur un travail important autour de chaque unité de mesure de la phase de recherche jusqu'aux exercices. *J'apprends les maths* et *Euro Maths* sont les plus explicites puisqu'ils ne proposent pas d'exercices de conversion lors de la première séance. *Cap maths* le fait mais son tableau est présenté comme une explication synthétique des relations entre les unités de mesure et de numération. Il n'a pas pour fonction la réalisation directe de conversions.

Parmi les exercices d'application des mesures de longueur, il nous semble important d'intégrer les exercices de réinvestissement de cette leçon dans les séances de proportionnalité. En effet, nous avons étudié le corpus en nous concentrant également sur les séances portant sur la proportionnalité. Sur nos 6 manuels, seuls deux font un lien entre conversions et proportionnalité (*Euro Maths* et *La tribu des maths*) à travers les unités de mesure de longueur (voir partie I-2-2-4). Cependant, leurs phases de recherche et d'institutionnalisation n'évoquent pas les conversions. Elles ne sont présentes que lors de la phase d'application. Les autres manuels traitent la proportionnalité principalement en utilisant la monnaie et sans conversions car il n'y a aucun changement d'unités.

2- Etude de cas 2 : les conversions et les fractions décimales

Comme nous l'avons souligné, les programmes de 2008 utilisent le mot conversion uniquement dans la partie Grandeurs et Mesure. Cependant les travaux de Chambris ou l'introduction de Brissiaud mettent en évidence l'intérêt d'utiliser les conversions pour travailler le système décimal. Nous avons donc cherché comment ce lien était mis en évidence dans les manuels. Pour cela, nous avons commencé par analyser quels objectifs étaient mis en avant.

2-1- Les objectifs affichés au niveau des fractions décimales

Manuels didactiques

| | Cap Maths | Euro Maths | J'apprends les maths |
|------------------------------------|---|--|--|
| Objectifs affichés par les auteurs | « Comprendre les fractions décimales et connaître et utiliser les relations entre unités, dixièmes, centièmes. » (2010a, p.191) « Comprendre les unités et les relations entre unités dixièmes et centièmes » (2010ap.195) | « Comprendre que l'unité peut être partagée successivement en 10, 100, 1000... Travailler les propriétés spécifiques des fractions décimales » (2009a, p. 182) | Exprimer sous la forme d'une mesure entière les fractions décimales des unités de longueurs privilégiées jusqu'ici (m, dm, cm). Le but est que les élèves comprennent que si 1 cm = 10 mm ; 1 mm = 1/10 cm. (2010a p.182) |

Manuels « de terrain »

| | Pour comprendre les mathématiques | La tribu des maths | Maths tout terrain |
|------------------------------------|---|--|--|
| Objectifs affichés par les auteurs | « Lire, écrire une fraction décimale » (2009a p.158) | « Faire percevoir aux élèves que lorsque l'on a partagé une surface en 10 parties égales, on peut affiner la répartition en partageant à nouveau chaque partie en 10 ». » (2009a p.143) | « Identifier et représenter des fractions décimales » (2011a, p.78) |

La lecture des objectifs affichés par les auteurs au niveau de l'introduction des fractions décimales met en évidence deux objectifs bien différents. *Pour comprendre les mathématiques* et *Maths tout terrain* ne font aucun lien entre l'enseignement des fractions

décimales et les conversions. A l'inverse, *Cap maths*, *Euro Maths* et *La tribu des maths* associent l'enseignement des fractions décimales aux conversions d'unités de numération (voir partie I-2-3). Enfin, *J'apprends les maths* va un peu plus loin, puisqu'il réunit fractions décimales, conversions d'unités de numération et conversions de mesures.

2-2- Les phases de recherche

L'analyse comparée des différentes phases d'introduction des fractions décimales dans les manuels nous a permis de les classer en trois catégories. Les manuels qui choisissent de partir d'une bande unité, qu'ils font partager en parts égales, multiples de 10 et à partir de laquelle les élèves sont amenés à associer mesures de longueurs et fractions décimales. C'est le cas de *Cap Maths*, de *Pour comprendre les mathématiques* et d'*Euro Maths*. *La tribu des maths* utilise la même démarche mais à partir de comptage d'unités d'aires. *Maths tout terrain* associe les deux : partage de longueurs et travail sur les aires. *J'apprends les maths* est différent. En effet, il utilise des sous-multiples du mètre là où les premiers utilisent une unité « u » donnée.

Finalement, ces phases de recherche reposent pour l'essentiel sur de la manipulation qui permet de comprendre que l'unité est divisée en 10 parts égales, puis en 100. Elles intègrent donc toutes un travail de conversion d'unités de numération dès l'instant où on passe de l'unité, au dixième d'unités et/ou au centième d'unités.

On peut cependant noter quelques différences au niveau de la mise en œuvre de l'activité, ce qui peut avoir des conséquences sur la mise en activité des élèves. Ainsi, *La tribu des maths*, *Maths tout terrain* proposent plutôt une activité descriptive menée de manière collective. L'enseignant montre un quadrillage, des camemberts et demande aux élèves d'en colorier les $\frac{6}{10}$ par exemple. *Pour Comprendre les mathématiques*, met en activité les élèves en leur faisant reproduire sur leur cahier une droite graduée en dixièmes, la suite de l'activité est identique à celles proposées dans *La tribu des maths* ou *Maths tout terrain*. En revanche, *Cap Maths* donne simplement une bande de papier et demande aux élèves de construire des segments à partir de mesures exprimées en fractions décimales. Les élèves sont capables de faire ce genre d'activité puisqu'ils ont déjà étudié les fractions. C'est donc un moyen de réactiver les connaissances antérieures et de faire ressortir le vocabulaire spécifique dixième centième. Il en est de même pour *Euro Maths*. Alors que ce vocabulaire est directement donné dans *Comprendre les mathématiques* par exemple.

Cependant, *Cap Maths* va plus loin : il propose un travail explicite de conversions puisqu'il demande aux élèves d'associer des dixièmes à des centièmes. (2010b, p.91)

1 Avec cette bande unité, construis ces cinq segments :

| | segment a | segment b | segment c | segment d | segment e |
|----------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| longueur | $\frac{1}{10} u$ | $\frac{8}{10} u$ | $\frac{10}{10} u$ | $\frac{12}{10} u$ | $\frac{15}{10} u$ |

2 Parmi les segments a, b, c, d et e, lesquels ont aussi pour longueur :

$\frac{4}{5} u$ $\frac{10}{100} u$ $1 u + \frac{1}{2} u$ $\frac{80}{100} u$ $\frac{12}{100} u$

Réponds sans construire de nouveaux segments.

Le fait de faire travailler les élèves sur des conversions est explicité dans le guide du maître puisque la réponse attendue pour justifier les associations demandées est une formulation du type :

« un centième, c'est un dixième partagé en dix, donc avec « huit dixièmes » on peut faire « 80 centièmes » et $\frac{80}{100} u$ correspond aussi au segment b » (2010a p.192)

J'apprends les maths propose de travailler directement avec une bande de papier de 1 m que l'enseignant partage en deux parties égales devant les élèves en leur disant « c'est un $\frac{1}{2}$ m, combien est-ce de dm, de cm et de mm ? » (2010a p. 182). Le seul moyen qu'ont les élèves de relier la fraction $\frac{1}{2}$ m à des dm ou des cm ou des mm est de procéder à une conversion en se rappelant que 1 m = 100 cm par exemple (rappel qui n'apparaît pas dans le manuel) pour ensuite diviser le nombre de cm par deux. Une fois cette étape accomplie, le manuel propose de procéder de la même manière en divisant le ruban encore en deux et en faisant ainsi apparaître le quart de mètre pour au final relier les deux rubans et visualiser $\frac{3}{4}$ mètre.

L'intérêt de cette phase de recherche est de conduire les élèves à « exprimer sous la forme d'une mesure entière des fractions décimales des unités de longueur privilégiés jusqu'ici (m, dm, cm) » (2010a, p. 182). Cette situation de recherche met bien en évidence la nécessité de passer par une étape de conversion.

Ainsi, l'analyse des phases de recherche du corpus étudié montre que le lien entre fraction décimal et conversion n'est pas toujours explicité ni pour les élèves, ni pour les enseignants.

Cependant, il existe toujours dès lors que l'on associe les fractions décimales qui correspondent aux sous-multiples du mètre entre elles. Il est important de noter que seul *J'apprends les maths* fait un lien explicite entre unités de mesure et fraction décimale.

2-3-Les phases d'institutionnalisation

La phase d'institutionnalisation est relativement courte voire absente dans le cas de *La tribu des maths*. Cependant, dans la continuité des phases de recherche, on peut remarquer deux types de trace écrite. Dans *Cap Maths*, on retrouve un lien avec la notion de conversions d'unités de numération avec des encadrés mettant en évidence des équivalences du type : 10 dixièmes = 1 unité ou $\frac{10}{10} = 1$. De plus, il existe un lien avec la mesure de longueurs visible à l'aide d'un segment partagé en 10 parties égales.

Dans *J'apprends les maths*, le système de numération de position est au cœur de la leçon. En effet, elle consiste à retenir que par exemple « Le dm, c'est le $\frac{1}{10}$ du m » (2010b p. 138).

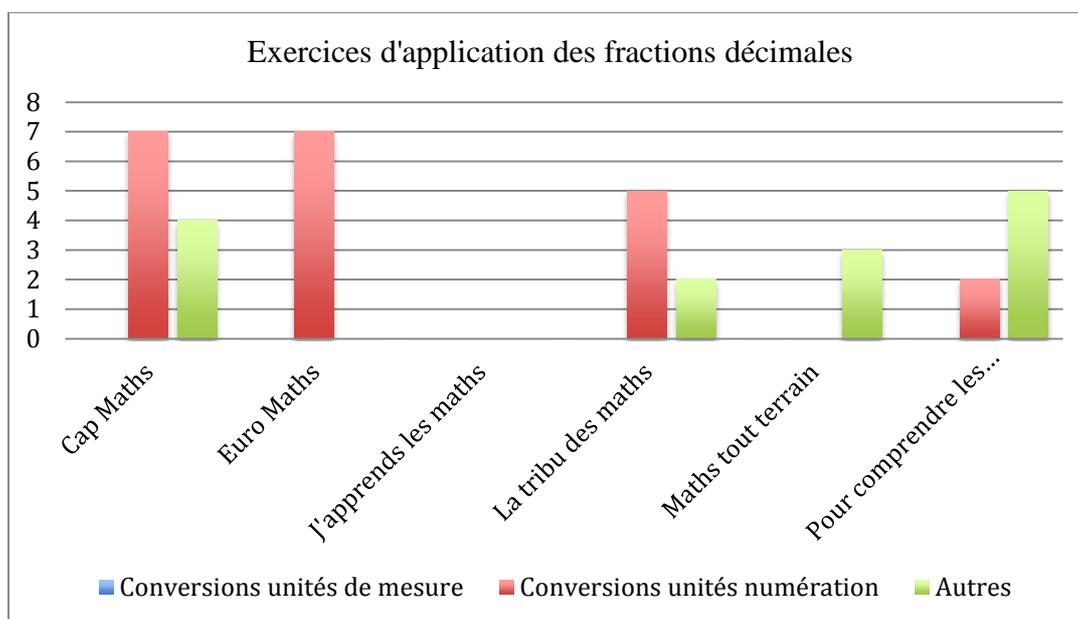
Euro Maths propose une simple définition d'une fraction décimale en soulignant qu'il est facile de l'encadrer avec des nombres entiers. Il ne fait donc aucun lien au niveau de l'institutionnalisation avec les conversions alors que sa phase de recherche le permettait.

Les autres manuels ont des leçons construites sur le même modèle à savoir : nommer les fractions, écrire les fractions, remarquer que le dénominateur est toujours égal à 10, à 100 ou à 1000.

On peut toutefois noter que seul *Cap Maths* propose le tableau tel qu'on peut le trouver dans le document *Le nombre au Cycle 3 (2012, p.107)* ; tableau qui souligne le lien entre fraction décimale et unité de numération.

| | | | | | | | | |
|-----------------------|----------------------|--------------------|-----------|----------|--------|----------------|-----------------|------------------|
| 100 000 | 10 000 | 1 000 | 100 | 10 | 1 | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{100}$ | $\frac{1}{1000}$ |
| Centaines de milliers | Dizaines de milliers | Unités de milliers | Centaines | Dizaines | Unités | Dixièmes | Centièmes | Millièmes |
| | | | 1 | 3 | 4 | 6 | 5 | |
| | 1 | 3 | 4 | 6 | 5 | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 5 | 0 | | | |
| | | | | 1 | 3 | 4 | 6 | 5 |

2-4-Les phases d'application



L'analyse des exercices d'application proposés dans le corpus montre plusieurs éléments. Dans un premier temps, nous pouvons rapidement constater que le manuel *J'apprends les maths* ne propose pas, pour cette leçon, d'exercices d'application. En effet, d'après nos constatations précédentes, seul ce manuel aborde les fractions décimales en lien avec les unités de mesures conventionnelles par l'intermédiaire de conversions. Le graphique vient conforter ces remarques : il n'y a pas non plus d'exercices d'application utilisant des conversions d'unités de mesure dans les autres manuels.

L'analyse de *Maths tout terrain* montre que ce dernier ne traite pas du tout des conversions. De plus, les exercices proposés ne correspondent pas à la notion étudiée : il est tout à fait possible de répondre à ces exercices sans avoir étudié les fractions décimales puisqu'il s'agit de nommer ou d'écrire des fractions, chose possible dès la leçon sur les fractions.

Le manuel *Pour comprendre les mathématiques* propose des exercices de difficulté croissante. Les trois premiers sont identiques à ceux proposés dans *Maths tout terrain* et ne traitent donc pas des fractions décimales. Les conversions d'unités de numération sont abordées de deux manières : par l'intermédiaire d'un vrai ou faux ou d'une liste d'égalités à compléter.

Cap maths et *La tribu des maths* proposent en majorité des exercices faisant intervenir des conversions d'unités de numération. Cependant, on peut noter que *La tribu des maths* met en avant des exercices qui ne correspondent pas au programme. En effet, il demande de

multiplier en ligne des nombres entiers avec des fractions décimales : « ...x $\frac{1}{10} = 1$ » (2009b, p. 95). Ce type d'exercice est reproduit trois fois sur les sept exercices d'application présentés.

Euro maths ne présente que des exercices de conversion d'unités de numération dont des exercices similaire à ceux de *La tribu des maths* donc hors programme, les autres sont de type liste de conversions d'unités de numération : « 10 dixième = » (2009b, p. 161)

Cap Maths présente des exercices variés et en nombre important, tous les exercices répondent à la fois aux objectifs de la séance mais également à l'institutionnalisation proposée dans le dico-maths (2010 c) associé au manuel.

L'analyse comparée de l'ensemble du corpus permet de mettre en évidence que seul le manuel *J'apprends les maths* lie de manière explicite l'enseignement des fractions décimales à celui du système métrique. Pour cela, il propose une série d'activités qui cherchent à mettre en parallèle système décimal et système métrique. *Cap Maths*, *La tribu des Maths* et *Euro Maths* ont quant à eux, recours aux conversions d'unités de numération, cependant ils ne le rendent pas explicite, ni pour les élèves, ni pour les enseignants au niveau des guides du maître. Enfin *Pour comprendre les mathématiques* et *Maths tout terrain* ne traitent pas des conversions en lien avec les fractions décimales.

3- Etude de cas 3 : les conversions et les nombres décimaux

Les élèves ont des difficultés à assimiler la nature des nombres décimaux et ont souvent tendance à les considérer comme deux entiers séparés par une virgule. Or, conceptuellement un nombre décimal ne se rapproche pas d'un nombre entier mais d'une fraction dont le dénominateur est un multiple de 10. Généralement l'apprentissage des nombres décimaux se fait après celui des nombres entiers. L'étude de Chambris (2014, p. 15) conclut que :

« le lien entre fractions, unités et écriture décimale peut être facilité, voire se faire si les écritures à virgule sont lues avec les unités et non en juxtaposant deux entiers, c'est-à-dire trente sept (unités) et soixante deux centièmes et non trente sept virgule soixante deux ».

Notre objectif dans cette partie est d'étudier si les manuels utilisent des conversions de numération pour aider à la compréhension de la valeur positionnelle de chaque chiffre d'un nombre décimal.

3-1- Les objectifs affichés

Manuels didactiques

| | Cap Maths | Euro Maths | J'apprends les maths |
|------------------------------------|---|---|--|
| Objectifs affichés par les auteurs | « Comprendre la signification de l'écriture décimale dans l'expression d'une mesure. Utiliser un nombre décimal pour exprimer une mesure. » (2010a p.278) | « Utiliser les nombres décimaux pour exprimer des mesures de longueurs ». (2009a, p. 195) | Introduction des écritures décimales suivies d'unités conventionnelles. La coordination de deux types de lecture, celle avec les nombres décimaux et la décomposition fractionnaire. Les unités utilisées seront donc des unités d'aire, de longueurs et l'euro. « D'une manière générale, on voudrait que les élèves évitent les mécanismes simplificateurs reposant sur la seule succession des unités ». (2010a, p.184) |

Manuels « de terrain »

| | Pour comprendre les mathématiques | La tribu des maths | Maths tout terrain |
|------------------------------------|---|---|---|
| Objectifs affichés par les auteurs | Faire le point sur les unités de mesure déjà étudiées. Préciser leur originalité et leur universalité. (2009a, p. 192-193) | « Savoir passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale sur des exemples. Aborder la technique d'addition des décimaux ». (2009, p 172-173) | Utiliser les nombres décimaux dans les conversions simples d'unités de mesure. (2011a, p. 104) |

L'analyse des objectifs affichés par les auteurs des manuels montre deux conceptions de l'enseignement des nombres décimaux différentes. *J'apprends les maths*, *Cap maths* et *Euro Maths*, mettent l'accent sur la compréhension de la valeur positionnelle des chiffres dans les nombres décimaux ; les autres *La tribu des maths* et *Maths tout terrain* insistent sur la manipulation des nombres décimaux.

3-2- Les phases de recherche

Dans *Cap maths* et *Euro Maths*, l'accent est mis sur la compréhension de la valeur positionnelle des chiffres dans un nombre décimal. Par exemple dans *Cap Maths* la séance qui précède « Mesure et nombre décimal » avait comme objectif de mettre en évidence les règles du système métrique et son caractère décimal en passant par l'utilisation des fractions décimales. Cette séance préliminaire conduit les élèves à faire le lien entre système métrique et système décimal (numération de position). La première approche est donc fractionnaire, celle de la séance étudiée est basée sur les nombres décimaux en lien avec les unités de mesure conventionnelle.

La situation de recherche constitue véritablement une recherche pour les élèves car ils sont capables à ce stade de faire le lien entre numération de position, fractions décimales et nombres décimaux. La séance a donc comme but d'introduire la notion d'unité de mesure liée à l'unité de mesure de numération. Les multiples et sous-multiples du mètre sont étudiés simultanément.

La première phase de recherche consiste à déterminer ce que représentent 3,4 cm, 3,4m et 3,4 km, afin que les élèves comprennent que bien que la partie chiffrée de la mesure de longueur est la même, c'est en observant les unités de mesure que la mesure prend tout son sens. Puis dans un deuxième temps, une décomposition canonique est proposée aux élèves afin qu'à chaque chiffre soit associée l'unité de mesure correspondante (dixième, centième, etc.), telle la numération de position. Finalement, les élèves doivent passer d'une écriture canonique à une écriture décimale.

Il est spécifié dans le guide du maître que :

« les raisonnements, appuyés sur le sens [...] sont privilégiés par rapport aux techniques systématiques telle que le placement dans un tableau d'unités qui peut cependant être utilisé pour y placer les réponses et faire apparaître des réponses non trouvées », (2010a, p. 278).

J'apprends les maths a une situation de recherche basée lui aussi sur la numération de position. Contrairement à *Cap Maths* ou à *Euro Maths*, il commence par des unités d'aire pour éviter que les élèves interprètent un nombre décimal comme une juxtaposition de nombres entiers et « favoriser la lecture de ces mesures sous forme fractionnaire » (2010a, p. 184). Cependant, nous pouvons noter que l'unité de mesure choisie pour cette phase de recherche (dm^2) est assez complexe pour des élèves de CM1, surtout que le manuel ne fournit pas une surface de référence. Or, dans les programmes de 2008, « mesurer ou estimer l'aire d'une surface [doit être réalisé] grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé » (p.39).

Ainsi, *J'apprends les maths*, *Cap maths* et *Euro Maths* insistent sur les liens entre système décimal et mesures. *La tribu des maths* et *Pour comprendre les mathématiques* donnent également de l'importance à la numération de position. Cependant, *La tribu des maths* ne traite pas du lien qui existe avec le système métrique alors que *Pour comprendre les mathématiques* le fait pour toutes les grandeurs.

Maths tout terrain travaille peu la numération de position. Il met l'accent sur l'utilisation du tableau de conversions pour mener les élèves à établir des équivalences de volumes ou de longueurs. Ainsi dans le livre du maître, les enseignants sont incités à :

« montrer comment écrire le nombre 1,5 L dans un tableau L-dL-cL-mL : le chiffre des unités (1) doit être placé dans la colonne des L, et le chiffre des dixièmes (5) dans la colonne à droite des L, soit celle des dL. On obtient donc : $1,5 \text{ L} = 15 \text{ dL}$. En ajoutant des 0, on trouve les égalités : $1,5 \text{ L} = 150 \text{ cL} = 1500 \text{ mL}$ », (2011a, p. 104).

Ce traitement des nombres décimaux peut éloigner les élèves de la notion intuitive de la grandeur et conduire au traitement systématique de ce genre de problème par l'utilisation d'un tableau. Le manuel pousse à ce type de fonctionnement : en effet, la suite « des activités de découverte » consiste à écrire des nombres dans le tableau « avec ajout de 0 » ou « sans ajout de 0 », « décalage de la virgule pour changer d'unité », etc., (2011a, p. 104).

3-3- Les phases d'institutionnalisation

Dans les leçons précédentes, quand il était présent, le tableau de conversions apparaissait dans la phase d'institutionnalisation. En revanche, pour les nombres décimaux, la place du tableau est variée : on peut le trouver aussi bien dans la phase de recherche (*Maths tout terrain*), dans la phase d'institutionnalisation (*Pour comprendre les mathématiques*) ou dans la phase d'application (*Euro Maths*). Il est absent des manuels *J'apprends les maths* et *Cap Maths*.

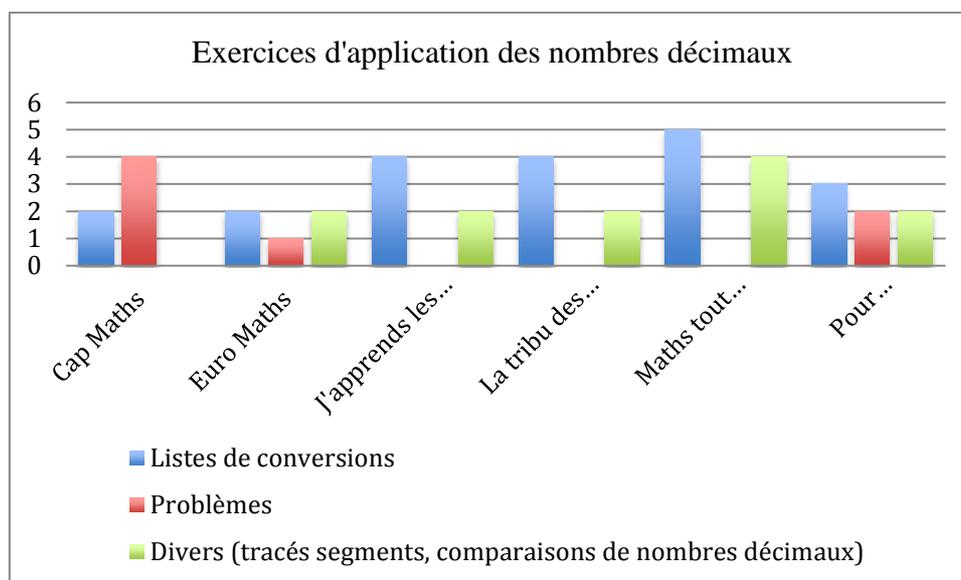
Maths tout terrain met en avant une lecture traditionnelle des nombres décimaux : Plouf, la petite mascotte indique dans une bulle comment on lit un nombre décimal . On dit « huit virgule quatre-vingt-quinze mètres » (2011b, p. 134). En revanche, *J'apprends les maths* choisit d'insister sur la lecture des unités de numération et sur les conversions entre unités de mesure : « Pour savoir ce que veut dire $12,7 \text{ dm}^2$, il faut le lire « douze virgule sept dixièmes de décimètre carré » et chercher l'étendue qui correspond à 1 dixième de dm^2 : $\frac{1}{10} \text{ dm}^2 = 10 \text{ cm}^2$. $12,7 \text{ dm}^2 = 12 \text{ dm}^2 70 \text{ cm}^2$ » (2010b, p. 140).

Cap Maths ne présente pas le tableau de conversions dans cette leçon. Cependant, il faut noter que sa progression implique que la leçon étudiée vient après une séquence sur la mesure de longueurs, une sur les fractions décimales et une sur les nombres décimaux. Le tableau de conversions a donc été présenté antérieurement (2010c, p. 7).

On peut noter que comme tous les manuels liaient conversions et mesures de longueurs, ils font de même entre conversions et nombres décimaux : cependant, *La tribu des maths* est le seul à ne traiter que des conversions d'unités de numération.

3-4- Les phases d'application

Afin d'analyser les exercices proposés dans les manuels, nous avons cherché à comptabiliser le nombre d'exercices faisant intervenir des conversions que ce soit des conversions d'unités de numération ou des unités de mesures.



Maths tout terrain, J'apprends les maths, La Tribu des maths et Pour comprendre les mathématiques proposent une majorité d'exercices de conversion. *Cap Maths* a une majorité de problèmes. Enfin *Euro Maths* a des exercices variés qui demandent tout autant de tracer et de comparer des segments que de réaliser des conversions. Cependant, il nous semble important de noter que pour la première fois, nous voyons apparaître des exercices sous l'item Problèmes, c'est le cas dans *Cap Maths, Euro Maths* et *Pour Comprendre les mathématiques*. La présence de ces problèmes dans ces manuels peut s'expliquer par le fait que la leçon étudiée est une leçon de réinvestissement dans la mesure où les nombres décimaux ont déjà été étudiés lors de la séance précédente, sans lien avec les mesures de grandeurs.

Ainsi, les conversions sont étudiées en lien avec les nombres décimaux uniquement pour les manuels qui proposaient d'étudier les nombres décimaux sous le titre de Grandeurs et Mesure. L'étude des nombres décimaux montre que seul *La tribu des maths* ne fait pas de lien entre Grandeurs et mesure et nombre décimaux

Conclusion générale :

L'étude approfondie des différentes leçons nous a permis de confirmer le pré-découpage de notre corpus en deux sous ensembles. En effet, les auteurs faisant partie de la noosphère utilisent la notion d'unités de numération et la lient explicitement aux conversions d'unités de mesure. Les autres n'utilisent pas cette notion et enseignent les conversions à travers l'utilisation du tableau de conversions d'unités de mesure.

Notre étude du corpus de manuels nous a permis de déterminer deux types d'approches différentes de l'enseignement des conversions au cycle 3.

J'apprends les Maths a une approche spécifique. Il choisit de ne traiter que les conversions d'unités de numération. Ainsi il aborde les conversions d'unités de mesure par le biais de ces dernières. C'est donc le seul manuel qui ne présente pas le tableau de conversions d'unités de mesure : il fonctionne par équivalence entre unités de numération.

Cap Maths, *Euro Maths* utilisent eux aussi le terme de conversion dans un sens élargi aux unités de numération. Ils travaillent dans un premier temps, les conversions d'unités de numération puis ils proposent aux élèves de réinvestir les connaissances acquises pour les conversions d'unités de mesure. Le tableau de conversions est étudié comme un objet d'apprentissage, il s'agit de construire avec les élèves les relations entre les unités et de les faire fonctionner. Dans *Cap Maths* son utilisation systématique pour résoudre les exercices n'est pas encouragée, le tableau n'est jamais présenté comme un outil. Dans *Euro Maths*, il est présent dans la phase d'application de la leçon sur les nombres décimaux, il est donc réinvesti à ce moment de l'année, après avoir été étudié, comme un objet d'apprentissage, dans la leçon sur la mesure de longueurs.

Pour les autres manuels : *La tribu des maths*, *Maths tout terrain*, *Pour comprendre les mathématiques*, aucun lien n'est fait entre unités de numération et unités de mesure. Si des conversions d'unités de numération sont présentes dans le manuel, elles ne sont pas explicitées ni pour les élèves, ni pour l'enseignant dans le guide du maître. Les manuels présentent tous le tableau de conversions mais ils le font comme un outil d'apprentissage. Les notions permettant sa construction sont très vite traitées (voire pas du tout dans le cas de *La tribu des maths*), et les manuels insistent sur son utilisation systématique avec des leçons consacrées à la manière dont il faut le remplir.

Si notre recherche nous a permis de déterminer certaines différences au niveau de l'enseignement des conversions, on peut noter que pour l'ensemble du corpus un travail exhaustif est mené sur la mesure de longueurs (comparaisons, conversions), puis que les

notions acquises sont réinvesties dans l'étude des autres grandeurs (à l'exception *d'Euro Maths* qui commence par étudier les contenances). Il convient de rappeler ici, que cette étude reste limitée à une étude de manuels et qu'elle ne peut donc pas rendre compte de l'enseignement des conversions mis en place en classe.

Ce travail nous a permis d'élargir la première définition que nous avons des conversions qui se limitait principalement aux conversions d'unités de mesure. Nous avons ainsi intégré la notion d'unité de numération pour rendre plus explicite l'enseignement des conversions.

Bibliographie

Ouvrages et articles de didactique.

Brissiaud, R. (2010). *J'apprends les maths. Livre du maître.CM1.Cycle 3.Introduction*.Ed. Retz.Paris.

Brousseau, G. (1986), « *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques* ». *RDM Vol. 7/2*. Ed .La pensée sauvage, Grenoble. (page 33)

Brousseau, G. (1998). « *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques* » [en ligne]. [Consulté le 27 avril 2016]. Disponible sur le web :

http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf (page 5)

Brousseau, G. (2011). « *La théorie des situations didactiques en mathématiques* », *Éducation et didactique, vol. 5, no. 1* [En ligne] mis en ligne le 30 mai 2011, p. 1, [consulté le 17 décembre 2015]. Disponible sur le web :

<http://educationdidactique.revues.org/1005> (page 5)

Chambris, C. (2014). « *Contribution à propos de la numération décimale* ». *Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C 2, C3 et C4*. Laboratoire de didactique André Revuz. Université de Cergy-Pontois.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Ed. La pensée sauvage. (Page 7)

Chevallard, Y. (2007) *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique* .UMR ADEF.Espagne.

Douady, R. (1986). « *Jeux de cadres et dialectique outils-objet* », *RDM 7.2* (manque année et page) (Page 8)

Legendre, R. (2005). « *Dictionnaire actuel de l'éducation* », 3e é. Guérin. Montréal

Lombart, P. (1993). « *Existe-t-il une didactique des mathématiques ?* ». Irem de Lorraine. Saint-Nazaire. (Page 8)

Martinand., J.L. (1986). « *Connaître et transformer la matière* ». Ed. Peter Lang. Berne, (Page 7)

Tempier, F. (2010). *Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2.*[en ligne][Consulté le 26 avril 2016]Grand N. n°86 Université Paris 7. Disponible sur le web :

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/squelettes/fic_N.php?num=86&rang=4

Programmes et Documents d'accompagnement

Ministère de l'éducation nationale. (2002). *Document d'accompagnement des programmes. «Grandeurs et mesure à l'école élémentaire* ». Paris.

Ministère de l'éducation nationale. (2002). *Documents d'application des programmes. Mathématiques. Cycle 3.* Paris.

Ministère de l'éducation nationale. (2008). *Bulletin officiel*, Paris.

Ministère de l'éducation nationale. (2012) *Ressource pour faire la classe. Le nombre au cycle 2.Mathématiques* .Scéren.Paris.

Ministère de l'éducation nationale. (2012) *Ressource pour faire la classe. Le nombre au cycle 3, apprentissages numériques. Mathématiques* .Scéren.Paris.

Manuels

J'apprends les maths. Livre du maître. CMI.Cycle 3. (2010a). Ed. Retz.

J'apprends les maths. Manuel de l'élève. CMI.Cycle 3. (2010b). Ed. Retz.

La tribu des maths. Guide du maître.CMI.Cycle3. (2009a).Ed. Magnard.

La tribu des maths. Manuel de l'élève.CMI.Cycle3. (2009b).Ed. Magnard.

Pour comprendre les mathématiques. Guide pédagogique.CMI .Cycle 3. (2009a)Ed. Hachette éducation.

Pour comprendre les mathématiques. Manuel de l'élève.CMI .Cycle 3. (2009b)Ed. Hachette éducation.

Maths tout terr@in.Livre du maître. CMI.Cycle 3. (2011a) Ed. Bordas.

Maths tout terr@in. Manuel de l'élève. CM1. Cycle 3. (2011b) Ed. Bordas.

Cap Maths. Guide de l'enseignant. CM1. Cycle 3. (2010a) Ed. Hatier.

Cap Maths. Manuel de l'élève. CM1. Cycle 3. (2010b) Ed. Hatier.

Cap Maths. Le Dico Maths. CM1. Cycle 3. (2010c) Ed. Hatier.

EuroMaths. Livre du professeur. CM1. (2009a). Ed. Hatier.

EuroMaths. Manuel de l'élève. CM1. (2009b). Ed. Hatier.

EuroMaths. Aide mémoire. CM1. Cycle 3. (2009c). Ed. Hatier.

Annexes

Annexe 1

Commission INTER-IREM / APMEP "Ouvrages scolaires et apprentissages" mai 2000

COMMENT CHOISIR LE MANUEL ?

I - VUE D'ENSEMBLE

1 - La typographie et la présentation sont-elles agréables ?

2 - Y a-t-il une table des matières (ou sommaire) suffisamment détaillée ?

Commentaire : une table des matières détaillée permet d'avoir une vue d'ensemble de l'organisation du livre.

Trouve-t-on une référence au programme officiel ? sous quelle forme ?

Y a-t-il un guide pédagogique ? (inséré dans le manuel, ou dans un livret séparé, ou une édition spéciale prof)

Est-ce que le livre est accompagné d'un CD-Rom contenant des activités prêtes à l'emploi ? (par exemple des animations géométriques, des simulations statistiques...)

Y a-t-il une référence au programme des classes précédentes ?

3 - Y a-t-il un "mode d'emploi" du livre, rédigé à l'intention des élèves ?

Un élève peut-il retrouver facilement un mot, un résultat ?

Y a-t-il un index de vocabulaire

- un lexique,
- un mini-dictionnaire
- un formulaire
- un index de méthodes (renvoyant par exemple à des fiches-méthodes. Voir ce que contiennent les fiches ou index de méthodes.)

4 - Dans chaque chapitre, présente-t-on clairement;

- la structure
- les objectifs
- les contenus mathématiques

(par exemple en début ou en fin de chapitre une rubrique courte: mots-clés, objectifs, ...)

5 - Le livre contient-il un aspect culturel ?

- y a-t-il des notes biographiques ?
- contient-il des références à l'histoire des mathématiques ?
- contient-il des références bibliographiques pour permettre un approfondissement (revues , livres, romans, logiciels, sites Internet) ?

II - ACTIVITES PREPARATOIRES

Y a-t-il des activités préparatoires à une notion ?

Si, oui, sont-elles opportunes?

Commentaires: les activités préparatoires sont conçues comme une approche à l'étude qui va suivre d'une notion mathématique: elles peuvent inclure des pré-requis, des révisions elles peuvent poser des problèmes montrant l'intérêt de l'outil qu'est la notion qui va suivre elles peuvent faire référence au concret, comporter une approche historique...

III - ACTIVITES DE "COURS"

L'importance relative des différentes définitions et théorèmes est-elle soulignée ? (encadrés, couleurs...)

Les démonstrations des théorèmes figurent-elles :

- dans la partie "cours" (en totalité ou en partie)
- ailleurs (en totalité ou en partie)
- quels sont les critères de choix ?

Le paragraphe "cours" contient-il des exemples, des exercices d'application immédiate ?

Le cours figurant dans le livre est-il conçu comme

- une activité spécifique de l'élève ?
- un ensemble d'informations servant de référence ?

IV - ACTIVITES DE REINVESTISSEMENT

(TP d'application, résolution de problèmes, utiliser, ...) et EXERCICES

Y a-t-il plusieurs rubriques séparées ?

Y a-t-il classement des exercices :

- suivant la notion qu'on fait fonctionner ?
- suivant la difficulté de l'exercice ?
- le double classement ?

Y a-t-il plusieurs niveaux d'activités :

- comment fonctionne la notion qui a été mise en place (exercices techniques, application, entraînement)
- comment ce fonctionnement sera intégré dans la résolution de problèmes

Ces différents niveaux sont-ils explicités pour l'élève ?

La formulation des exercices est-elle suffisamment variée ?

Est-ce que le livre contient des problèmes historiques, problème lié à la physique, à la chimie, à la géographie

Y a-t-il des commentaires visant à faire acquérir des méthodes de recherche ou de résolution? (qui peuvent être sous forme d'exercices résolus - ou d'un questionnaire, ou de "clés" ou "coups de pouce"...)

Y a-t-il des exercices avec réponses ? Des exercices avec solution commentée ?

En vue d'un travail personnel, le livre permet-il à l'élève de contrôler ses acquis?

Quel type d'acquis ?

- acquis technique (savoir-faire)
- acquis de compréhension ?

Sous quelle forme ?

- auto-contrôle (réponse sans explication)
- auto-évaluation (réponse avec explication de la démarche)

Y a-t-il des exercices plus complexes faisant appel à différentes notions pour un problème donné ?

Y a-t-il des exercices différents faisant appel à différentes méthodes pour un problème donné ?

Y a-t-il des problèmes ouverts (énoncé d'un problème un peu complexe dans lequel l'élève n'est pas guidé par une liste de questions) ?

Y a-t-il des problèmes de synthèse (faisant appel à plusieurs chapitres) ?

V. MODULE et AI

Existe-t-il des parties consacrées au contenu des modules, de l'aide individualisée....

Il reste maintenant à étudier le contenu même du livre :

- respecte-t-il le programme ?
- la rédaction et les formulations prennent-elles en compte le niveau des élèves ?
- utilise-t-il les calculatrices ? contient-il des fiches méthodes apprenant à utiliser une calculatrice ?
- contient-il des activités, des exercices utilisant un logiciel ? un tableur ? si oui lequel ? ou lesquels ?
- favorise-t-il la démarche scientifique ?

S'attache-t-il à poser les problèmes dans différents cadres (numérique, graphique, figuratif, algébrique) ?

Cela nécessite une bonne connaissance du programme considéré, puis une analyse approfondie de l'ouvrage...

Pour une étude plus approfondie, on peut se reporter aux travaux antérieurs de la Commission INTER-IREM / APMEP "Ouvrages scolaires et apprentissages", en particulier à la brochure APMEP consacrée à ce sujet, rédigée il y a quelques années mais dont l'analyse, très détaillée, convient parfaitement aux manuels scolaires d'aujourd'hui.

Annexe 2

| <u>Manuels</u> | <u>Numération</u> | <u>Fractions décimales</u> | <u>Nombres décimaux</u> | <u>Opérations</u> | <u>Mesures de longueurs</u> | <u>Autres grandeurs et mesures</u> | <u>Regroupement des grandeurs</u> | <u>Proportionnalité</u> |
|-----------------------------|---|---|---|---|--|---|---|---|
| <u>J'apprends les maths</u> | Groupements de 10 et de 100 : mm, cm, dm P18 Groupement de 1000 : le mètre P26 Numération : les nombres au-delà de 10000 (1&2) p. 71-74 | Fractions décimales du m, du dm et du cm P138 Fraction décimale du dm ² exprimé en cm ² P140 | Les écritures décimales pour exprimer des mesures p. 140 Somme des nombres décimaux P144 | Multiplication pour effectuer des conversions P62 La division pour effectuer des conversions P68 | Mesure de longueurs : le pouce, le cm, le mm P16 Les écritures décimales pour exprimer des mesures P140 | Mesure d'aires : mm ² , cm ² , dm ² et m ² P136 | Unités de masse, capacités et longueurs (kilo, hecto, déca) P64 | La proportionnalité, situations de comparaison p. 122, La proportionnalité : deux modes de calcul p. 133 Proportionnalité et non proportionnalité p. 145 |
| <u>Euro maths</u> | | Fractions décimales p. 160, 162, 163 | Nombres décimaux et mesure des longueurs P174 | | Estimer des longueurs, des distances. P76 Mesurer des longueurs, des distances P 78 | Mesure des contenances P145 Mesure des masses P198 | | |
| <u>La tribu des maths</u> | | Les fractions décimales p. 94 Fractions et nombres décimaux. P102, P104, P128 | Les nombres décimaux p. 110 Additionner des décimaux p. 134 | | Compléter le tableau des unités de longueur. P30, 169-170 | Connaître les unités de masses et les convertir. P70 Mesure des volumes : connaître les unités pour mesurer les contenances et les convertir p.108 | | Situations de proportionnalité p. 142 |

| | | | | | | | | |
|--|--|-------------------------------------|---|--|--|---------------------------------------|--|---------------------------------------|
| <u>Cap maths</u> | | Fractions décimales P91. | Système international de mesure p.128 Mesure et nombre décimal 129 | | Mesures de longueurs : mesure cm et mm P20 Unités usuelles : m, cm, mm, dm P22 Longueurs, lignes brisées et périmètre, m, cm, mm P76 Distance en km, hm, dam P97 | | | |
| <u>Pour comprendre les mathématiques</u> | Les nombres jusqu'à 9 999 p. 12 Les nombres jusqu'à 999 999 p. 18 La classe des millions p. 66 | Fractions décimales p. 136, 140 | Unités de mesure et système décimal p. 168 | | Fractions et mesures p. 144, 153 Du mètre au millimètre p.20, 45, 260 Du mètre au kilomètre p. 54, 82 | Les masses p. 94 Contenances p.138 | | La proportionnalité en cuisine p. 181 |
| <u>Maths tout terrain</u> | | Les fractions décimales p. 98, 154. | Les nombres décimaux p. 130, 131, Mesures et nombres décimaux p. 134 | | Les fractions comme mesures d'aire et de longueur p. 96, Les longueurs du m au mm p. 24, exercice supplémentaire p. 35, Les longueurs du m au km p. 36, | | | |

Annexe 3

| Critère | Lien avec critères qualitatifs | Cap Maths | | | J'apprends les Maths | | | Euro Maths | | | Pour comprendre les Mathématiques | | | Maths tout terrain | | | La tribu des maths | | |
|--|--------------------------------|-------------------|--------|--------|----------------------|-------------------|--------------------|-----------------|--------------------|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------|-------------------|--------------------|-------------------|--------|
| | | L | F | D | L | F | D | L | F | D | L | F | D | L | F | D | L | F | D |
| Cohérence avec les programmes <i>o/n</i> | Intro analyse | O | | | N (décimaux) | | | N (fractions d) | | | O | | | O | | | N (fractions d) | | |
| Nombre de fois où le mon « conversion » figure sur la table des matières | Intro analyse | 0 | | | 2 | | | 0 | | | 0 | | | 0 | | | 2 | | |
| Existence d'explication sur les préfixes <i>o/n</i> | 1b ou 3 | L o | F n | D n | L n | F n | D n | L n | F n | D n | L n | F n | D o | L n | F n | D n | L o | F n | D n |
| Le tableau de conversions figure-t-il dans l'institutionnalisation proposée ? <i>o/n</i> | 2b | L o | F n | D n | L n | F n | D n | L o | F n | D n | L o | F n | D o | L o | F n | D o | L o | F n | D n |
| Présence des unités dans les calculs <i>o/n</i> | 3 | L o | F n | D o | L n | F - | D o | L o | F n | D o | L o | F o | D o | L o | F n | D o | L o | F n | D n |
| Y a-t-il le mot « conversion » dans la consigne ? <i>o/n</i> | 3a | L n | F n | D o | L n | F n | D n | L n | F n | D o | L n | F n | D n | L o | F n | D n | L o | F o | D n |
| S'il y a conversion, s'agit-il de conversions d'unités de numération ? <i>o/n</i> | | L n | F - | D n | L - | F n | D o | L n | F o | D n | L n | F - | D n | L n | F n | D n | L n | F o | D o |
| Y a-t-il des exercices de conversions de type égalité de deux unités de mesures différentes 1m=... dm, 1 dixième=... centièmes ; si oui avec quelle fréquence <i>non/ nombre de fois</i> | 3a | L o 25 % | F n | D n | L n | F o 50 % | D o 100 % | L n | F o 100 % | D o 20 % | L o 43 % | F o 43 % | D o 28 % | L o 56 % | F n | D o 55 % | L o 16 % | F o 57 % | D n |
| Le tableau de conversions apparaît-il, si oui à quelle phase de la séance <i>non/recherche/institutionnalisation/application</i> | 1, 2 ou 3 selon la réponse | L i | F n | D n | L n | F n | D n | L r | F n | D a | L i | F i | D i | L i | F n | D r | L r/i | F n | D n |
| Combien de fois la conversion est proposée sous forme de résolution de problème | 3d | L 0 | F 0 | D 4 | L 0 | F - | D 0 | L 0 | F 0 | D 0 | L 1 | F 0 | D 2 | L 0 | F 0 | D 0 | L 1 | F 0 | D 3 |
| Lien conversion décimaux <i>o/n</i> | 3d | o | | | o | | | o | | | o | | | o | | | o | | |
| Lien conversion calcul ou fractions <i>o/n</i> | 3d | n | | | o | | | o | | | n | | | n | | | o | | |
| Lien conversion mesures de longueurs <i>o/n</i> | 3d | o | | | o | | | o | | | o | | | o | | | o | | |
| Lien conversion proportionnalité <i>o/n</i> | 3d | n | | | n | | | o | | | n | | | n | | | o | | |

L : mesures de longueurs ; F : fractions décimales ; D : nombres décimaux
n : non ; o : oui ; r : recherche ; i : institutionnalisation ; a : exercices d'application