



**HAL**  
open science

# La grandeur aire en CM1 (cycle 3) : étude de l'importance des manipulations, comparaisons directes et comparaisons indirectes dans l'introduction de la grandeur aire

Maurane Youssefi

## ► To cite this version:

Maurane Youssefi. La grandeur aire en CM1 (cycle 3) : étude de l'importance des manipulations, comparaisons directes et comparaisons indirectes dans l'introduction de la grandeur aire. Education. 2016. dumas-01412214

HAL Id: dumas-01412214

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01412214>

Submitted on 19 Jan 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

**UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE – ESPÉ de l'académie de Versailles**

Site de SAINT-GERMAIN-EN-LAYE

Année universitaire 2015-2016

## **MÉMOIRE**

présenté en vue d'obtenir le **Master**

**Mention : « Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation 1<sup>er</sup> degré »**

**Parcours : « Professeur des écoles »**

---

# **La grandeur aire en CM1 (cycle 3)**

Etude de l'importance des manipulations, comparaisons directes et comparaisons indirectes  
dans l'introduction de la grandeur aire

**Maurane YOUSSEFI**

## AUTORISATION DE DIFFUSION ÉLECTRONIQUE D'UN TRAVAIL UNIVERSITAIRE

Je soussigné(e) **Maurane YOUSSEFI**

Courriel pérenne :

Téléphone portable :

Titre du mémoire : La grandeur aire en CM1 (cycle 3)

### CERTIFIE QUE :

- la version électronique déposée en version PDF (cd-rom, clé USB ou envoi électronique) est conforme à l'exemplaire imprimé remis au jury ;
- le mémoire ne comporte pas de documents ou d'informations pour lesquels je n'aurais pas obtenu les autorisations écrites de reproduction, de représentation ou de diffusion nécessaires. Si le mémoire porte sur un établissement ou une entreprise révélant des informations sur celle-ci, j'ai obtenu l'autorisation de l'établissement. Dans le cas contraire, j'aurai anonymisé les noms des personnes citées ainsi que les noms des entreprises ;
- les documents non libres de droits figurant dans mon mémoire (en particulier extraits, images, figures, graphiques, tableaux) seront signalés et pourront être retirés de la version qui sera diffusée sur la base DUMAS.

Agissant en l'absence de toute contrainte, et sachant que je bénéficie de la liberté de permettre ou non la diffusion de mon mémoire,

**J'AUTORISE SA DIFFUSION**, sans limitation de temps dans DUMAS :

\*Base nationale de diffusion de travaux universitaires de niveau bac+4 et bac+5 : <http://dumas.ccsd.cnrs.fr>

**JE N'AUTORISE PAS SA DIFFUSION.**

Conformément à la loi "Informatique et libertés" du 6 janvier 1978 modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier l'autorisation de diffusion que j'ai donnée par l'envoi d'une simple lettre ou d'un courriel à la bibliothèque

Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.

Fait à Le Vésinet , le 01 mai 2016.....**Signature** de l'étudiant(e)

### • TUTEUR DU MÉMOIRE

Je soussigné(e) ..... tuteur du mémoire précité, certifie avoir pris connaissance des conditions de diffusion définies par l'auteur ci-dessus et prononce un :

**AVIS FAVORABLE** à la diffusion du mémoire dans les conditions définies par l'auteur

Je suis informé(e) que le mémoire a vocation à être diffusé sur la base DUMAS et que mon nom apparaîtra sur la base en tant que tuteur de mémoire.

**☐ AVIS DÉFAVORABLE** à la diffusion du mémoire dans les conditions définies par l'auteur

Fait à ....., le.....

**Signature** du tuteur du mémoire

***NB** : la diffusion institutionnelle (DUMAS ou GED) en texte intégral est soumise à l'avis favorable du directeur de recherche*

## Déclaration anti-plagiat

Je soussigné(e) Maurane Youssefi

- déclare que ce mémoire est un document original fruit d'un travail personnel ;
- suis au fait que la loi sanctionne sévèrement la pratique qui consiste à prétendre être l'auteur d'un travail écrit par une autre personne ;
- atteste que les citations d'auteurs apparaissent entre guillemets dans le corps du mémoire ;
- atteste que les sources ayant servi à élaborer mon travail de réflexion et de rédaction sont référencées de manière exhaustive et claire dans la bibliographie figurant à la fin du mémoire ;
- déclare avoir obtenu les autorisations nécessaires pour la reproduction d'images, d'extraits, figures ou tableaux empruntés à d'autres œuvres.

Fait à Le Vesinet, le 01 mai 2016

Signature :

## *REMERCIEMENTS*

---

J'adresse mes remerciements aux personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je remercie Mme Radzynski, professeur à l'Espe, sur le site de Saint Germain En Laye. En tant que tutrice de mémoire, elle m'a apporté de précieux conseils et m'a guidé dans mon travail de recherche.

Je remercie aussi toute l'équipe pédagogique de l'Espe de Saint Germain En Laye, et notamment les professeurs de mathématiques qui ont répondu à mes questions et m'ont orienté tout au long de l'année, lorsque j'en avais besoin.

Je n'oublie pas ma tutrice terrain, Mme Vanel, qui, à de nombreuses reprises, m'a donné des idées et conseils pour la mise en place de mon dispositif.

Pour terminer, je souhaite également remercier mes proches pour leurs nombreuses relectures.

## *SOMMAIRE*

---

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Partie Théorique :</b>	<b>2</b>
I.    Quelques éléments historiques	2
II.   Les aires dans les instructions officielles, de 1887 à aujourd’hui	3
III.  Définitions concernant les grandeurs, mesures, aire	5
1.  Grandeurs et mesures	5
2.  La grandeur aire	6
3.  Les niveaux de pensée de Van Hiele	7
IV.  Apports didactiques des lectures entreprises	8
<b>Partie Pratique :</b>	<b>12</b>
I.    Présentation	12
II.   Constats et diagnostics relatifs aux élèves : les difficultés rencontrées	12
III.  Remédiation au problème rencontré : objectif de l’expérimentation	13
IV.  Dispositif mis en place : méthodologie	14
V.    Description de la séquence	15
1.  Première séance	16
2.  Deuxième séance	17
3.  Troisième séance	19
4.  Quatrième séance	20
5.  Cinquième séance	22
6.  Sixième séance	23
<b>Partie Analyse :</b>	<b>25</b>
I.    Résultats et analyse du dispositif	25
II.   Bilan et limites	27
<b>Conclusion générale :</b>	<b>29</b>
I.    Conclusion	29
II.   Ouverture	30
<b>Références bibliographiques et sitographiques</b>	<b>32</b>

## *INTRODUCTION*

---

J'ai décidé d'effectuer mon mémoire sur l'étude de la grandeur aire en classe de CM1, classe que j'ai à charge à mi-temps pour mon stage filé.

Je me suis rendue compte, lors de mes stages d'observation, lors de discussions avec mes collègues ou lors de sessions de classe, que la notion de grandeur et de mesure était très floue pour la plupart, et que ces deux termes étaient bien souvent confondus. Bien souvent, les formules de calculs sont appliquées mécaniquement pour mesurer une grandeur (ce qui est important, certes) ; mais la compréhension du sens de cette grandeur l'est tout autant.

Je vais donc orienter ce mémoire sur le thème des grandeurs et mesures à l'école élémentaire, plus principalement en cycle 3, en m'appuyant sur certains diagnostics réalisés sur mes élèves de CM1. J'ai décidé d'étudier spécifiquement la grandeur aire, car je la trouve particulièrement intéressante, puisque difficile à visualiser pour la plupart des élèves.

Suivant ma progression en grandeurs et mesures, j'ai déjà travaillé avec mes élèves les grandeurs longueur et masse. Ces grandeurs ont été introduites en lien avec leur mesure, ce qui a causé des difficultés pour la plupart des élèves, notamment dans la compréhension de l'utilité de ces grandeurs, la masse ayant été laborieuse à étudier.

Ces éléments me permettent de mettre en exergue la problématique sur laquelle je souhaite travailler :

**En quoi les comparaisons directes et indirectes des aires avant leurs mesures permettent-elles de donner davantage de sens aux apprentissages ?**

Pour ceci, je vais tout d'abord présenter une partie théorique, qui reprendra les données des instructions officielles, ainsi que les savoirs didactiques concernant les grandeurs et mesures. Puis la partie pratique explicitera la situation de ma classe de CM1 et le dispositif qui sera mis en place pour pallier aux difficultés rencontrées. Enfin, une dernière partie analysera les résultats du dispositif et détaillera son bilan.

## *PARTIE THEORIQUE*

---

### I. Quelques éléments historiques

Il existe des traces de systèmes de mesure d'aires dans les anciennes civilisations. En effet, mesurer des aires est une activité aussi vieille que le monde. Ainsi, les anciens Egyptiens ont été perpétuellement confrontés à la nécessité de telles mesures, notamment à cause des crues du Nil, qui effaçaient chaque année les limites des parcelles qu'ils cultivaient. De plus, les anciens Grecs faisaient un usage constant de la notion d'aire et les démonstrations originelles des théorèmes de Thalès et de Pythagore l'utilisent.

Depuis l'antiquité, les unités de mesure pour les longueurs étaient choisies en relation avec les dimensions du corps humain, comme la coudée (longueur entre le coude et les doigts tendus). L'unité d'aire courante était alors le verger, égal à un ninda-carré, soit l'aire d'un carré de 12 coudées de côté. L'arpent valait 100 vergers et l'ubu était un demi-arpent. Le bur valait lui 18 arpents. Ces unités ont été utilisées par les babyloniens, les grecs, les égyptiens, et même en Europe par certains bâtisseurs de cathédrale.

D'autres informations sur les unités de longueurs et d'aires ont été retrouvées dans le payrus rhind, qui date du moyen empire. A cette époque, l'unité principale de la mesure d'aire était l'aroure. Il s'agissait de l'aire d'un carré de 1 khet (ou verge) de côté.

Il fallut attendre plusieurs siècles pour homogénéiser l'ensemble des mesures. Jusqu'au XVIIIème siècle il n'existait aucun système de mesure unifié. Malgré les tentatives de Charlemagne et de nombreux rois après lui, visant à réduire le nombre de mesures existantes, la France comptait parmi les pays les plus inventifs et les plus chaotiques dans ce domaine. En 1795, il existait en France plus de sept cents unités de mesure différentes.<sup>1</sup>

C'est en 1790 que l'Assemblée Nationale française décide d'établir un système de mesure unique et le 26 mars 1791 naissait le mètre. Pour cela, le projet est confié à des savants de renom (*Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace, Lavoisier et Monge*) qui proposent de définir le Mètre comme le **dix millionième du quart du méridien terrestre**. Le mètre concrétisait

---

<sup>1</sup> <http://www.metrologie-francaise.fr/fr/histoire/histoire-mesure.asp>

l'idée d'une " unité qui dans sa détermination, ne renfermait rien ni d'arbitraire ni de particulier à la situation d'aucun peuple sur le globe ". L'esprit des Lumières est donc très présent dans cette « naissance » du mètre. Ce sont les géodésiens Pierre Méchain et Jean-Baptiste Delambre qui établissent la longueur exacte du méridien, en s'appuyant sur la mesure de la distance entre Dunkerque et Barcelone.

Le mètre-carré, et donc la mesure de l'aire, découle de cette unité.<sup>2</sup>

## II. Les aires dans les instructions officielles, de 1887 à aujourd'hui :

Les aires ont toujours fait partie des programmes, et ce depuis 1887. A l'époque, une rubrique était mentionnée « calcul arithmétique du mètre, du franc, du litre. ». Dans les programmes de 1945<sup>3</sup>, les mesures sont abordées dès le cours préparatoire et « le calcul en  $\text{cm}^2$  et en  $\text{m}^2$  d'un rectangle » se fait en cours élémentaire.

Petit à petit, les programmes essaient de développer la compréhension des termes fondamentaux, et cela se ressent à partir de 1970 où la signification mathématique du mot mesure est introduite : « en mathématique, une mesure d'un objet est un nombre. ». Pour la mesure de l'aire, il est attendu des élèves qu'ils trouvent un encadrement pour exprimer l'aire d'une surface quelconque, grâce à l'utilisation d'un fond quadrillé. Dans les programmes de 1980, en dehors de la mesure d'aires à l'aide de formules et d'unités du système légal, le classement et le rangement par comparaison directe et indirecte d'objet selon leur aire entrent en jeu ; et les activités de mesurages doivent « faire dégager les notions de grandeur et de mesure d'une grandeur. » Dans les programmes de 1995, l'accent est mis sur la distinction entre périmètre et aire, et sur la mesure de l'aire d'un rectangle.

Les programmes de 2002, quant à eux, reprennent ceux de 1995 en insistant sur la résolution de problèmes pour aborder et comprendre les différentes grandeurs.<sup>4</sup> Un item des documents d'accompagnement des programmes en mathématiques précisent d'ailleurs l'importance de la grandeur avant sa mesure. « Les premières activités visent à construire

---

<sup>2</sup> Apprentissages numériques et résolution de problèmes, p 293/294, Hatier Ermel

<sup>3</sup> Les grandeurs à l'école élémentaire dans les manuel de maths et physiques depuis 1945, Favrat et Munier, IREM N°68

<sup>4</sup> Apprentissages numériques et résolution de problèmes, p 297/298, Hatier Ermel

chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne ». <sup>5</sup>

Dans les programmes encore en vigueur jusqu'à la rentrée prochaine (2008), la grandeur aire est abordée en CM1. Il est attendu des élèves de « mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé » ainsi que de « classer et ranger des surfaces selon leurs aires. ». La mesure de l'aire à proprement parlé intervient en CM2 où les élèves doivent « calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, en utilisant la formule appropriée » ainsi que « connaître et utiliser les unités d'aires usuelles ( $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{km}^2$ ) ». <sup>6</sup>

Concernant les nouveaux programmes de 2015, qui entreront en vigueur à la rentrée 2016, ils stipulent que « au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà fréquentées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir la notion de grandeur en abordant la notion d'aire d'une surface et en la distinguant clairement de celle de périmètre. ». De plus « Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes. » Il est ainsi attendu en fin de cycle (fin 6<sup>ème</sup>) de :

- comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle.
- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs.
- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

Il faudra amener les élèves à « superposer, découper, recoller des surfaces ; utiliser des pavages afin de mieux comprendre l'action de mesurer une aire et adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée ou en

---

<sup>5</sup> Grandeurs et mesures à l'école élémentaire, Documents d'accompagnement des programmes de 2002

<sup>6</sup> BO du 18 juin 2008, p 39

fonction du domaine numérique considéré. ». Ces programmes insistent alors sur la compréhension de la grandeur par le biais de manipulation.<sup>7</sup>

### III. Définitions concernant les grandeurs, mesures, aire :

#### 1. Grandeurs et mesures :

Le concept de grandeur est difficile à définir. Sur différents objets de notre espace, proche ou lointain, nous pouvons identifier différentes grandeurs qui servent à décrire ces objets. « Ainsi, pour un objet aussi simple qu'une table, diverses grandeurs sont identifiables : hauteur, longueur, largeur, masse, couleur, surface, volume, etc. ». <sup>8</sup> D'après l'APMEP (1982), la grandeur est un caractère d'un objet qui est susceptible de variations chez cet objet, ou d'un objet à un autre.

Cependant, sur certaines grandeurs, il est possible de définir des relations d'équivalence, des relations d'ordre, des opérations internes ou externes. Ces grandeurs sont alors qualifiées de **grandeurs mesurables**.

Ainsi, des grandeurs comme les longueurs, les masses, les aires et les volumes sont des grandeurs mesurables. La couleur, quant à elle, ne l'est pas.

Par ailleurs, certaines grandeurs sont dites discontinues ou discrètes (comme les faces d'un cube) et on a recours au comptage pour les quantifier. Ainsi, les objets qui les représentent, dans l'usage que l'on en fait, ne peuvent pas être indéfiniment divisés en parties égales.

Certaines sont dites continues (longueur, volume, aire...) et pour celles-ci, on examine le nombre de fois qu'une grandeur unitaire de même nature y est contenue. De plus, ces grandeurs sont représentées par des objets qui peuvent être indéfiniment divisés en parties égales.

Pour quantifier les grandeurs continues, on utilise une grandeur unitaire de même nature que la grandeur à mesurer, et une unité de mesure est ainsi définie. Le nombre de fois que

---

<sup>7</sup> Programmes 2015, BO du 26 novembre 2015, p 211

<sup>8</sup> Apprentissages numériques et résolution de problèmes, p 289, Hatier Ermel

l'unité de mesure est contenue dans la grandeur est la mesure. Une distinction doit ainsi être faite entre objet, grandeur à mesurer, et mesure de cette grandeur (exprimée dans une unité déterminée). En effet, mesurer une grandeur consiste à « associer à cette grandeur un nombre exprimant un rapport entre cette grandeur et une grandeur de même espèce prise comme référence, c'est-à-dire un nombre tel qu'en multipliant cette grandeur de référence par ce nombre, on obtienne la grandeur en question. »<sup>9</sup>

Les grandeurs sont donc des caractères quantitatifs d'un objet.

Pour simplifier l'usage des grandeurs, des dispositifs ont été inventés, permettant d'utiliser les nombres afin de les comparer ou de les ajouter, ou de les multiplier ou diviser par un entier : il s'agit de la mesure d'une grandeur. Mais cette simplification peut induire une conséquence, qui peut devenir un obstacle : la confusion entre une grandeur (qui n'est généralement pas un nombre) et sa mesure qui est, elle, un nombre.

Les élèves éprouvent souvent cette difficulté, d'autant plus que la mesure des grandeurs arrive généralement tôt dans le processus d'apprentissage. Les enseignants ont tendance à aller très vite sur des activités de mesurage, et ne laissent pas la place aux activités de comparaison ou de classement. Il n'y a qu'à visualiser certains manuels de mathématiques pour se rendre compte que certaines grandeurs sont directement abordées par le biais de mesure (maths +, petit phare...). La mesure, qui est un nombre, peut aisément masquer la grandeur physique qu'elle représente, et donc rendre difficile la compréhension. Les programmes depuis 2002 énoncent clairement l'importance de de construire le sens de la grandeur, avant que la mesure n'intervienne.

## 2. La grandeur aire :

L'aire d'une surface quantifie son « occupation d'espace ». C'est donc une grandeur. L'aire d'une figure géométrique plane correspond à la mesure de la surface sur laquelle elle s'étend. Dans le langage général, l'aire est souvent perçue comme le synonyme de surface. Or l'aire est pourtant **la grandeur associée à la surface**. D'ailleurs les documents d'accompagnements des programmes de 2002 précisaient « Le mot « aire » est utilisé en mathématiques de préférence à celui de « surface ». Il doit être différencié de ses homonymes :

---

<sup>9</sup> Enseigner les mathématiques à l'école primaire, Annie Noïrfalise et Yves Matheron

l'air qu'on respire, l'air qu'on fredonne, l'aire de repos sur l'autoroute ou une aire géographique (toutes deux plutôt apparentées à une surface), l'ère (l'époque). » .

### 3. Les niveaux de pensée de Van Hiele :

Bien que l'aire est assimilée au domaine grandeurs et mesures dans les programmes, je trouve intéressant de résumer les travaux de Van Hiele qui sont précieux d'informations.

La taxonomie de van Hiele, développée par les hollandais Dieke van Hiele-Geldof et Pierre Marie van Hiele, est un modèle utile en pédagogie de la géométrie. Ce modèle permet d'explicitier le niveau d'abstraction géométrique atteint par une personne.

Van Hiele distingue cinq niveaux de pensée, repérés en géométrie :

- Le niveau 1 : C'est la reconnaissance visuelle. Devant une figure géométrique, il n'y a pas d'analyse. Elle est reconnue par sa forme. C'est le stade typique en maternelle.
- Le niveau 2 : Il s'agit du stade d'analyse, et plus particulièrement analyse des propriétés. Les figures ont des propriétés, mais ce n'est pas ordonné. C'est le stade de l'élémentaire. L'élève repère les propriétés des différentes figures, mais ne les relie pas entre elles. A ce niveau, le carré n'est pas un rectangle particulier.
- Le niveau 3 : Il s'agit de l'ordre et de la hiérarchie. À ce niveau de pensée, l'élève est capable d'organiser de façon hypothético-déductive les propriétés qu'il a listées au niveau précédent
- Le niveau 4 : Le raisonnement se fait avec déduction et preuve. C'est à ce niveau de pensée que l'élève maîtrise la distinction entre les définitions, les conditions nécessaires et suffisantes, les réciproques, la nécessité d'axiomes. Ici, la seule preuve acceptable est la démonstration formelle, peu importe son format. On est alors dans la géométrie euclidienne. C'est le stade typique du collège
- Le niveau 5 : Il s'agit de la rigueur. L'apprenant part dans des déductions formelles et la manipulation des symboles.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> <http://www.amq.math.ca/bulletins/mar14/06b-maitre-van-Hiele.pdf>

#### IV. Apports didactiques des lectures entreprises:

J'ai effectué de nombreuses lectures sur la didactique des mathématiques, l'introduction des grandeurs et mesures, et plus précisément sur la grandeur aire. Plusieurs ouvrages s'intéressent à l'enseignement des grandeurs et mesures à l'école élémentaire.

Lors de mes diverses lectures, un point m'a interpellé. Quel que soit l'ouvrage (programmes officiels, livres de didactique, manuels scolaires, articles scientifiques...), les avis concernant l'étude des grandeurs et mesures à l'école élémentaires sont assez unanimes. L'accent est mis sur l'importance de donner du sens aux élèves concernant les grandeurs, de leur faire comprendre à quoi correspond réellement la grandeur en question, comment la qualifier ; avant d'établir sa mesure. Le document d'accompagnement des programmes de 2002 est d'ailleurs très explicite, guidant de façon précise l'enseignant dans sa progression.

Voici, au fil des lectures entreprises, ce que je peux résumer concernant les grandeurs et leurs mesures, et ce qui peut m'être utile pour mettre en place un dispositif me permettant de répondre à cette problématique. Ces lectures m'ont également permis de réfléchir sur la façon avec laquelle j'avais abordé certaines grandeurs avec mes élèves.

- **Importance de la manipulation d'objets : les élèves doivent manipuler pour comparer des grandeurs**

L'ouvrage de De Boeck intitulé *Explorer les grandeurs et se donner des repères*, m'a apporté de nombreuses informations théoriques sur le thème des grandeurs, en détaillant la notion globale, puis les grandeurs mesurées et celles non mesurées. Par ailleurs, les activités proposées permettent de comprendre l'enchaînement de procédés dans l'étude des grandeurs avant leurs mesures. Ce manuel explicite l'idée de comparer avant de mesurer. Il explique les différentes méthodes de comparaison, en précisant qu'il est utile de « comparer, sans devoir quantifier ». Il insiste sur la manipulation. Par ailleurs, ce livre m'a été utile pour savoir de façon exacte le vocabulaire que je souhaitais développer chez mes élèves lors de la mise en place de mon dispositif en classe. Les termes « aussi ... moins... plus étendu » « aire aussi... plus... moins grande que » sont ressortis.

Plusieurs situations sont développées, notamment des situations de rangement et de classement, avec le comportement attendu des élèves, important pour l'anticipation quant à mon dispositif. Cependant, les situations les plus détaillées sont celles concernant la mesure d'une superficie avec des étalons naturels.

- **Comparaisons directes et indirectes, ordre de grandeurs, comparaison avec mesurage et donc nécessité d'une unité commune : tels sont les étapes à mettre en place dans l'apprentissage d'une grandeur.**

Ce point didactique est bien expliqué dans l'ouvrage *Enseigner les mathématiques à l'école primaire*, Annie Noïrfalise et Yves Matheron.

Ce livre présente un chapitre complet destiné aux grandeurs et à leur mesure, avec un appui non négligeable sur les données du bulletin officiel et des exemples précis concernant l'étude des aires et l'étude des durées. Il s'agit de ressources précieuses pour la formation initiale et continue des professeurs des écoles. Une synthèse des éléments donnés est effectuée pour organiser l'étude du thème grandeurs et mesures. Cette synthèse donne des exemples de techniques de comparaison de grandeurs mesurables (dont fait partie l'aire), en détaillant les manipulations perceptives (comparaison directe, comparaison indirecte, comparaison par déformation) et en expliquant qu'elles sont basées sur la perception. D'après l'ouvrage, ces techniques sont suivies par une « évaluation de la mesure de chaque objet et la comparaison des deux mesures (choix d'une grandeur étalon et calcul du nombre de fois que la grandeur unité est contenue dans la grandeur à mesurer).

- **Problèmes de comparaison et de situations vécues par les élèves : les problèmes doivent s'apparenter à ce que vivent les élèves au quotidien, afin d'illustrer de la meilleure manière qui soit les notions concernant les grandeurs**
- **Influence de la perception : notamment au début du processus d'apprentissage, où la perception visuelle amène les élèves à avoir un ordre d'idée lors de comparaison de deux grandeurs**

Pour ces deux points didactiques importants, je peux citer plusieurs articles scientifiques qui les illustrent :

*Les grandeurs à l'école élémentaire dans les manuels de maths et physiques depuis 1945*, Favrat et Munier, IREM N°68

*Problèmes d'apprentissages de la mesure au primaire et éléments d'apprentissages pertinents*, Bednarz et Janvier, UQAM

*Le poids d'un récipient : étude du mesurage en CM (GD N n°50)*, Brousseau

*La progression d'une situation d'enseignement sur la mesure*, Giroux, cahier de la recherche en éducation, vol 6 n°1

Ces articles, lus l'an dernier et étudiés, m'ont permis d'étoffer ma compréhension du sujet, par l'étude de situations concrètes en classe. J'ai souhaité élargir mes recherches et ne pas exclure les articles concernant les autres grandeurs, par risque de passer à côté d'informations précieuses. Voilà pourquoi j'ai intégré des articles (comme celui de Brousseau), en dehors de leurs précisions sur ces deux points didactiques.

- **Relation avec les unités usuelles (tableau de conversion par exemple) : ceci vient petit à petit au fil des séances, notamment par la mise en place de comparaison directe et indirectes, puis utilisation d'un étalon arbitraire**

Le livre *Grandeurs et mesures cycle 3*, Outils pour les cycles, de Sceren étudie de nombreuses situations liées aux grandeurs telles que les longueurs, les angles, et bien sûr les aires. Les situations de travail proposées m'ont permis de comprendre l'intérêt de comparer les surfaces selon leur aire, notamment en utilisant leurs propriétés géométriques. Je trouve intéressant le fait de réaliser ces comparaisons sur fond uni, plutôt que d'intégrer tout de suite une aide par l'intermédiaire d'un fond quadrillé. Par ailleurs, ce manuel distingue de façon très claire les notions suivantes : surface plane, aire, et mesure. Une progression est également établie pour un travail en cycle 3, avec de nombreuses situations exemples, et une relation avec les unités usuelles qui arrive tardivement. Ce livre m'a inspiré, m'a donné des idées pour créer un dispositif le plus efficace possible, même si je n'ai pas utilisé terme pour terme une des situations proposées.

Par ailleurs, je souhaite ajouter deux lectures pour lesquelles je n'ai pas retenu un point didactique bien précis, mais un apport d'information global sur le thème des grandeurs et mesures.

Tout d'abord *Apprentissages géométriques et résolutions de problèmes cycle 3*, Hatier Ermel : Les ouvrages de la collection Ermel sont souvent considérés comme des institutions, et celui-ci ne déroge pas à la règle : le module 1 (mesurer des grandeurs) du thème 5 (mesures, fractions et décimaux) m'a été d'une grande aide puisque je me suis inspirée de l'activité « ces rectangles ne manquent pas d'aire » (p 348) pour les premières séances du dispositif détaillé ci-après. Cet ouvrage apporte de plus de nombreux savoirs théoriques sur l'histoire des mesures (des systèmes de mesure anciens à l'invention du système métrique),

sur les grandeurs et mesures dans les programmes, mais également sur ce qu'est une grandeur, ce qu'est la mesure d'une grandeur, en donnant des exemples pour différentes grandeurs.

Outre cela, cet ouvrage donne quelques lignes directrices pour une progression en classe de CM1 qui tiennent compte des possibles difficultés rencontrées par les élèves. Ermel met en évidence la problématique des activités de mesure et cite pour cela Brousseau : « les activités de mesure proposées traditionnellement aux élèves ne sont pas effectivement réalisées dans des situations d'action (l'élève doit raisonner sur des situations représentées) et amènent trop rapidement à des problèmes d'opération sur les nombres. ». Cela me conforte dans l'idée que la mesure doit arriver avec un but précis, et de façon progressive et m'apporte des appuis pour l'élaboration de mon dispositif.

Je pense également à l'article *Réflexions sur l'articulation entre didactique et épistémologie dans le domaine des grandeurs et mesures dans l'enseignement primaire et secondaire*, Valérie Munier et Dominique Passelaigue. J'ai étudié cet article l'an dernier et je trouve qu'il définit très précisément les notions dont j'ai besoin (grandeur, mesure, étalon..). Il explique ainsi que concept de grandeur a de nombreuses définitions. « Nous avons donc défini « grandeur » comme propriété, attribut, qui permet de décrire les objets ou les phénomènes. Cette première description des phénomènes peut conduire à comparer les objets selon un point de vue, la propriété choisie. Ainsi, il est possible de comparer directement deux objets allongés et de déterminer s'ils sont équivalents ou non du point de vue de la longueur, c'est-à-dire d'une espèce de grandeur. »

Toutes les lectures entreprises me permettent de créer un dispositif le plus adapté possible aux besoins de mes élèves.

## *PARTIE PRATIQUE*

---

### I. Présentation de la classe :

Comme dit plus haut, je m'occupe d'une classe de CM1, dans une école plutôt classique composée de 10 classes. Concernant les mathématiques, je suis en charge de la géométrie et des grandeurs et mesures. Depuis le début de l'année, et pour effectuer ma progression dans cette matière, je m'appuie sur le manuel *Petit Phare*, des éditions Hachette Education. Nous disposons dans la classe de 30 exemplaires, ce qui est très pratique. Cependant, il m'arrive parfois de puiser dans d'autres ressources pour enrichir mes séquences, comme Ermel, ou Cap Maths.

J'ai débuté l'année par la grandeur « longueur », avant de m'attarder sur la grandeur « masse ». Pour cela j'ai donc suivi le manuel de la classe, et ai donc abordé ces grandeurs dépendamment de leur mesure, les séances s'intitulant par exemple « Utiliser des mesures de longueur » « reporter une longueur au compas », ou encore « connaître et utiliser des mesures de masse ». Pour ces deux grandeurs, j'ai pris le parti d'inclure dans les traces écrites une définition de la grandeur étudiée et un tableau de conversion (km, hm, dam, m, dm, cm et mm pour la mesure de la grandeur longueur).

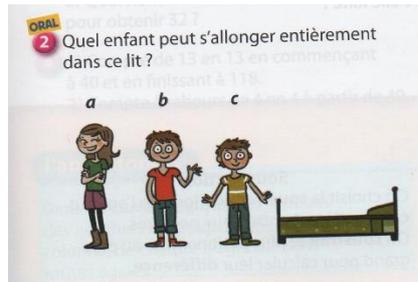
Nous sommes en période 3 et le moment est venu d'introduire une troisième grandeur : l'aire.

### II. Constats et diagnostics relatifs aux élèves :

Le premier constat que je fais est que je ressens beaucoup de difficultés de la part des élèves à comprendre réellement l'utilité des mesures. D'ailleurs, j'ai pu m'apercevoir que la mesure de longueur a été plus facile à réaliser pour les élèves que la mesure de masses. Cependant, j'ai cette impression que les élèves réalisent les activités sans réellement y comprendre l'intérêt. En effet, les exercices sont bien réalisés, les consignes bien suivies, mais ont-ils réellement compris l'intérêt du travail ?

Par exemple, pour la longueur, j'ai introduit l'étude de cette grandeur directement par des mesures, notamment des mesures de lignes brisées, de « contour » de figures (le périmètre n'ayant pas été revu à ce moment-là). Les élèves avaient généralement bon aux questions, car leur technique opératoire était correcte. Mais quand je posais des questions plus pratiques

avec des dessins, les élèves semblaient perdus, comme s'ils ne comprenaient pas ce que la question venait faire ici. Je l'ai bien ressenti lors de l'exercice suivant :



J'ai, pour ma part, ressenti une difficulté à introduire la notion de mesure sans passer par un système de tableau de conversion, peu ludique pour les élèves. Ainsi, que ce soit pour la grandeur longueur, ou pour la grandeur masse, mes traces écrites faisaient apparaître un tableau de conversion, et de nombreux exercices visaient à développer la faculté des élèves à savoir convertir les unités de mesure.

J'ai également compris qu'il était très important de procéder à un apprentissage structuré comprenant des étapes, notamment des étapes de comparaison de grandeurs.

### III. Remédiation au problème rencontré : objectif de l'expérimentation

L'objectif principal est de comprendre que **la grandeur existe, indépendamment de sa mesure**. Celle-ci ne suffit pas à définir la grandeur : c'est un enjeu qui ne concerne qu'une partie seulement du travail sur la grandeur.

Au-delà de ça, l'objectif du dispositif est d'aborder le thème des grandeurs et mesures autrement que ce qui a été fait jusqu'à là dans ma classe. J'ai saisi les limites sur mes élèves de la méthode que j'entreprenais, et je prends en compte le fait que les élèves doivent manipuler avant d'aller vers les mesures des grandeurs, d'autant plus que celles-ci peuvent être complexes.

Nb : Il y a d'ailleurs beaucoup de difficultés liées à la mesure : comprendre les unités de mesure, les propriétés de ce qu'est une mesure (la mesure est différente selon la précision : on parle d'incertitude). Les incertitudes de mesure sont également à prendre en compte : ce que l'on obtient par le mesurage d'un instrument n'est qu'un intervalle de confiance (*cf. docs*

*d'accompagnement 2002, grandeurs et mesures*). Tout ceci apporte des difficultés aux élèves, d'autant plus si cela est introduit trop tôt dans une séquence sur une grandeur.

Même si les grandeurs exprimées autour de nous sont la plupart du temps quantifiées, et donc mesurées, elles sont appréhendables indépendamment de l'idée de mesure et l'appréhension d'une grandeur se réalise surtout par des actions de **comparaison**.

#### IV. Dispositif mis en place : méthodologie :

J'ai décidé d'étudier cette problématique spécifiquement sur la **grandeur « aire »**. A l'école, les problèmes que les élèves résolvent ne concernent que les surfaces planes. Selon *Explorer les grandeurs et se donner des repères, maths et sens, de boeck*, plusieurs étapes sont indispensables pour construire l'idée de grandeur.

« Etape 1 : Les premières résolutions s'appuient sur des manipulations qui permettent de distinguer l'aire d'autres caractéristiques attachées aux objets, comme le périmètre par exemple. Cette distinction s'opère d'abord, avant même que la mesure n'intervienne, par comparaison d'aires de surfaces planes par :

- Superposition
- Décomposition
- Recomposition de celles-ci sans perte, ni chevauchement »

L'objectif de ceci est que les élèves doivent donner à la grandeur aire sa « signification ».

« Etape 2 : comparaison de surface plane sur fond de quadrillage : les carreaux ne sont pas là pour être dénombrés mais pour identifier des formes complémentaires ou égales.

Etape 3 : choix d'une surface de référence qui va servir d'étalon dont l'aire sera prise comme unité de base. Les élèves pourront donc établir des rapports entre cette unité et l'aire des surfaces planes. Ce n'est seulement qu'à cette étape que les unités d'aires conventionnelles sont introduites. »

L'objectif est que les élèves comparent sans quantifier, sans mesurer la grandeur de chaque objet. Les élèves vont classer et ranger les objets, selon la grandeur choisie, ici l'aire.

Des actions vont permettre d'effectuer ce travail. Pour ranger et classer les objets en fonction de leur aire, les élèves vont juxtaposer, superposer, découper, plier.

Un vocabulaire spécifique va être développé lors de ces étapes : « aussi étendu que » « moins étendu que » « plus étendu que », « a une aire aussi grande que » « moins grande que » « plus petite que »

Le dispositif mis en place est donc **une séquence portant sur la grandeur aire** (Voir annexe p 35), introduite de façon à donner du sens à celle-ci, avant d'y intégrer une quelconque mesure. Ce dispositif s'attarde plus particulièrement sur le début d'une séquence portant sur les aires. En effet, je souhaite développer de façon poussée l'étape de comparaison directe et indirecte chez les élèves. Compte tenu de toutes les lectures que j'ai effectué, je me suis rendue compte que la comparaison devait avoir sa place bien avant l'idée de mesure. J'ai donc décidé d'appuyer mon dispositif sur le plan suivant :

- 1) Faire des estimations perceptives
- 2) Faire des comparaisons directes
- 3) Faire des comparaisons indirectes
- 4) Faire entrer un étalon arbitraire
- 5) (Introduire la notion d'unité : prolongement de la séquence)

#### V. Description de la séquence :

Cette séquence est composée de 6 séances. Elle se déroule pendant la période 3 (janvier et février 2016), à raison d'une séance par semaine. Ces séances concernent donc l'intégration et l'apprentissage de la grandeur aire, et plus spécifiquement les étapes de manipulation par comparaison. Il ne s'agit pas de séances « classiques » d'apprentissages, avec phase de découverte, institutionnalisation et exercices d'application. Pour ce dispositif, je mets en place des séances où la manipulation est le maître mot. Les élèves, par un processus de manipulations successives, vont découvrir ce à quoi correspond la grandeur aire.

Les objectifs de cette séquence sont :

- Amener les élèves à utiliser différentes comparaisons pour introduire la notion d'aire
- Amener les élèves à comprendre la grandeur aire et son utilité, indépendamment de sa mesure

## 1. Première séance :

### ➤ Analyse factuelle :

Dans cette séance, les élèves vont découvrir pour la première fois de leur scolarité la grandeur aire. Cependant, ils ne vont pas la découvrir de façon classique, mais vont eux-mêmes provoquer cette découverte. Dans la séquence, cette séance permet d'établir un recueil des conceptions des élèves sur les grandeurs en général. Le but est d'estimer de façon perceptible les aires de différentes figures, et de donner du sens au concept d'aire par opposition à ceux de longueur, périmètre ou encore encombrement.

Pour cela, je me suis inspirée de l'activité décrite par le livre *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CMI* de Ermel et intitulée « ces rectangles ne manquent pas d'aire » (voir annexe p 39).

La séance se déroule par groupe de 3 à 4 élèves. Une feuille avec des figures représentées est distribuée à chaque groupe. La feuille représente 3 rectangles : A (10cm x 9cm), B (10cm x 14 cm) et C (20 cm x 4 cm). Les dimensions sont telles que A est directement inclus dans B, C se décompose en deux rectangles 10x4 qui s'incluent dans A et B, B et C ont le même périmètre, bien qu'ayant des aires très différentes et A a la plus petite aire mais pas le plus petit périmètre. Une question est écrite au tableau numérique et les élèves tentent d'y répondre : « Quelle figure est la plus grande ? Quelle figure est la plus petite ? ». L'emploi des termes flous « grande » et « petite » est intentionnel pour faire émerger une problématique chez les élèves. Pour cela, les instruments de mesure sont interdits, et les élèves réfléchissent ensemble à comment répondre aux questions. Ils vont devoir développer des procédures pour tenter de trouver une réponse, et donc se mettre d'accord sur le critère pris en compte pour la comparaison (la figure est plus grande car elle a les plus longs côtés, ou la figure est plus grande car elle occupe le plus d'espace...).

A la suite de ce temps de réflexion, une mise en commun est effectuée. Les élèves exposent alors leurs procédures, et justifient leurs propos. C'est à ce moment-là que l'imprécision de la question demandée doit être mise en avant.

### ➤ Analyse à posteriori :

Dès l'annonce de l'activité, les élèves ont été enchantés par le travail qui les attendait. Le fait de travailler en groupe, dans une atmosphère de « défi » leur a plu. J'ai pu observer deux

cas différents : certains groupes étaient sur la réserve quant au travail demandé. Ils observaient le tableau numérique à plusieurs reprises, et regardaient les autres groupes démarrer. D'autres groupes, plus dynamiques, ont foncé tête baissée dans la réponse à la question. Plusieurs méthodes ont été entreprises. Certains ont directement pensé à la longueur, et ont répondu que le rectangle A était le plus petit, au vu de ses côtés. C'est ainsi que pour beaucoup de groupes, la figure C était la plus grande. D'autres ont inconsciemment pris comme critère l'aire, sans pour autant s'en rendre compte. Ainsi, certains groupes ont annoncé que la figure C était la plus grande, car elle « prenait plus de place que les autres ». Ces groupes se sont retrouvés bloqués pour déterminer la figure la plus petite, et n'ont pas pris l'initiative de découper les figures pour vérifier leur propos. De nombreux élèves m'ont interpellé plusieurs fois en me disant qu'il était impossible de savoir « sans mesurer », et ont demandé la permission d'utiliser la règle graduée, ce que j'ai refusé.

Lors de la mise en commun, les groupes ont expliqué, chacun leur tour, comment ils avaient fait. Certains ont directement choisi un critère de comparaison, d'autres ont été perdus car ils ne savaient pas à partir de quoi comparer les figures. La plupart des groupes ayant sélectionné le critère longueur des côtés ont vérifié leur réponse avec les doigts. En effet, les instruments de mesure étant interdits, ils ont utilisé leur phalange comme étalon. Dans tous les cas, nous avons rapidement mis en avant le fait que la question demandée était trop imprécise, et qu'avant de comparer, il fallait savoir sur quelle grandeur se baser. Les élèves étaient étonnés et ravis de voir que l'exercice allait continuer la semaine suivante.

Cette séance a démontré que les élèves comparent parfois des figures sans comprendre réellement sur quels critères ils se basent.

## 2. Deuxième séance :

### ➤ Analyse factuelle :

Il s'agit, dans cette seconde séance, de reprendre le travail effectué en séance 1 en le développant et en intégrant une nouvelle consigne. L'objectif est d'isoler la grandeur aire et de comprendre à quoi elle correspond. Cette séance doit permettre, cette fois-ci, de comparer plus aisément les figures.

Les élèves se repositionnent en groupe, comme pour la séance précédente. Je redistribue le même matériel (une feuille représentant trois rectangles A, B et C). Une nouvelle consigne est inscrite au tableau numérique : « Audrey a le rectangle A, Bastien a le rectangle B et Caroline

a le rectangle C. Quel enfant a le moins de papier ? ». Je demande aux élèves de répondre à la question sur la feuille blanche distribuée et d'expliquer comment ils ont fait. J'explique que pour cette fois-ci, les instruments de mesure sont toujours interdits mais qu'il est possible de découper les rectangles. Il est attendu des élèves qu'ils développent des procédures correctes de comparaison d'aires de rectangles et ce, sans faire intervenir du tout la mesure. Le but est de développer des comparaisons directes des aires des rectangles. Ainsi, en étant découpés, il est facile de constater les inclusions.

Une mise en commun est également effectuée, avec un passage de chaque groupe et un débat sociocognitif des élèves. C'est ici que l'activité sur les rectangles se conclut et où j'introduis le mot « aire », en faisant référence à la quantité de papier : « Caroline a le moins de papier, le rectangle C a donc la plus petite aire. »

➤ Analyse à postériori :

Les élèves étaient curieux de voir en quoi consistait la suite de l'activité. Lorsqu'ils ont découvert la nouvelle consigne sur le tableau, un moment de flottement et de réflexion s'est mis en place, avant un départ dans l'activité dynamique. Les élèves ont eu moins de mal que lors de la première séance à découper les différents rectangles. De plus, je n'ai pas ressenti de groupe perdu, comme ce fut le cas précédemment. La quasi-totalité des groupes a procédé à une comparaison directe par superposition, ce vers quoi je voulais mener mes élèves. Certains groupes ont comparé les rectangles en les plaçant côte à côte, puis sont partis sur une superposition après un étayage de ma part.

Lors des superpositions, la plus évidente et celle réalisée en premier a été la superposition du rectangle A sur le B. Le rectangle B a été éliminé très rapidement par la totalité des groupes. Le rectangle C a été le plus difficile à analyser pour les élèves, certains ont eu l'idée de le découper en deux pour le positionner à deux endroits sur le rectangle A, d'autres non. Cependant, les élèves ont dans l'ensemble trouvé la bonne réponse (rectangle C, Caroline). Les élèves ont tout de même eu du mal à trouver leurs mots pour expliquer la procédure qu'ils avaient développé. Ainsi, beaucoup ont noté la bonne réponse sur la feuille blanche, sans détailler comment ils avaient fait pour trouver cela. C'est à la fin de la mise en commun que j'ai introduit la notion d'aire, en expliquant que cela correspondait en quelque sorte à la quantité de papier que possédait chaque enfant. Les élèves ont réagi à mes propos, me disant qu'ils avaient déjà entendu ce nom. Certains n'ont pas compris, en me demandant si l'aire n'était pas plutôt le contour de la figure en question. Un obstacle bien connu de confusion

avec le périmètre s'est dessiné, et les prochaines séances seront précieuses pour dépasser cet obstacle et isoler complètement la grandeur aire.

### 3. Troisième séance :

#### ➤ Analyse factuelle :

Cette séance est la première après l'identification de la grandeur aire. Des premières comparaisons directes par superposition ont été effectuées lors de la séance précédente et l'objectif ici est de comparer des aires de façon indirecte, toujours par un travail de manipulation. Cette séance est appelée « les papiers peints » et le matériel utilisé est issu du matériel photocopiable du manuel cap maths et plus précisément la fiche 11 (voir annexe p 44).

Pour cette séance, les élèves travaillent individuellement même s'ils peuvent réfléchir à deux. Une feuille par élève est distribuée. La séance débute par un rappel collectif de ce qui a été vu jusque-là. Sur la fiche, les élèves ont un rectangle A et plusieurs morceaux de papiers peints autour. Il est demandé aux élèves de recouvrir le rectangle A avec du papier peint et de trouver, parmi les morceaux proposés, ceux qui permettraient de recouvrir entièrement le rectangle A. Il est également précisé que les papiers ne doivent pas être mélangés pour recouvrir le rectangle A. Les élèves ont à disposition une paire de ciseaux ainsi qu'un modèle agrandi au tableau, où la consigne est clairement énoncée. Il est attendu des élèves qu'ils comprennent l'intérêt du découpage du rectangle et des morceaux de papiers dans le but de superposer les seconds sur le premier.

A la suite des manipulations, une mise en commun est réalisée pour synthétiser le travail demandé, expliquer et montrer les procédures des élèves, et procéder à une institutionnalisation, la première du dispositif.

#### ➤ Analyse à posteriori :

Les élèves se mettent très rapidement à découper les figures et les rectangles. Lorsque je passe dans les rangs, ils m'expliquent que « c'est pour pouvoir les superposer et voir si ça rentre ou si c'est trop petit ». Les manipulations se font aisément mais de nombreux élèves se retrouvent bloqués au moment de répondre. En effet, si certaines figures comme la 3 sont vite éliminées par superposition, d'autres posent davantage de problèmes aux élèves. De plus, certains hésitent à découper les papiers peints en plusieurs morceaux pour faire des

décompositions-recompositions sur le rectangle A et se retrouvent bloqués. J'ai constaté que ma consigne n'était pas assez explicite, puisque certains ont compris qu'il fallait prendre en compte les papiers peints avec exactement la même aire que le rectangle A, tandis que d'autres ont compris qu'il fallait sélectionner ceux avec la même aire ET ceux avec une aire plus grande. Le terme « recouvrir entièrement » n'a pas été assez claire pour les élèves. J'ai donc dû demander aux élèves de séparer ces deux critères pour qu'ils puissent trier les papiers peints.

La mise en commun a été l'occasion de discuter de ce classement. Il a été mis en évidence que, contrairement à la séance 1, ici la grandeur sur laquelle il fallait se baser pour réaliser le travail était clairement défini (l'aire) et pour expliciter le fait, j'ai créé un tableau à trois colonnes : surfaces dont l'aire est plus petite que celle du rectangle A, surfaces dont l'aire est égale à celle du rectangle A, surfaces dont l'aire est plus grande que celle du rectangle A. Certains élèves ont donc re-manipuler durant cette mise en commun pour répondre au classement demandé. Par ailleurs, j'ai donc demandé aux élèves de m'expliquer les deux grandes méthodes pour comparer des aires, ce qui nous a amené à la trace écrite : « Pour pouvoir comparer des surfaces en fonction de leur aire, on peut superposer les deux surfaces ou découper l'une pour recouvrir l'autre. »

Le but de cette séance était de faire comprendre qu'une figure peut avoir la même aire sans avoir la même forme.

#### 4. Quatrième séance :

##### ➤ Analyse factuelle :

Cette séance intervient après la séance de manipulation par comparaison indirecte des aires des figures. Elle vise à l'imprégnation des manipulations, qui n'ont pas toujours été évidentes lors de la séance précédente. Pour cette séance, j'utilise une fiche d'activité du cahier grandeurs et mesures CM aux éditions Retz. La fiche en question est la fiche nommée « classer, ranger des surfaces selon leur aire. » (Voir annexe p 50). Deux activités de manipulation sont proposées aux élèves. Cette séance se déroule en binôme, pour faciliter les échanges de procédés entre les élèves. Pour chaque activité les élèves ont plusieurs figures à comparer (4 pour la première activité, 5 pour la seconde). Le but est de ranger les surfaces par ordre croissant (activité 1) et ordre décroissant (activité 2). Les élèves doivent réinvestir les

techniques découvertes et utilisées lors des séances précédentes, à savoir la superposition ou la décomposition-recomposition.

Pour mettre en avant le travail des binômes, je distribue à chacun d'eux une feuille cartonnée de couleur, ou sera exposée le classement des figures. L'étayage, lors de cette séance, se fait principalement de façon individuelle, lorsque je passe dans les rangs ou lorsque les élèves m'interpellent. Il leur est demandé de me montrer le classement trouvé avant de coller les figures, afin de valider ou non les réponses et d'en discuter ensemble. Une mise en commun est faite en fin de séance pour corriger les classements et répondre aux interrogations d'il y en a.

➤ Analyse à posteriori :

Les élèves, forts de l'expérience de la séance sur les papiers peints, ont vite compris comment procéder pour arriver à obtenir un classement des figures proposées. Tous les binômes ont commencé par découper l'intégralité des figures de l'activité 1. Puis, les superpositions se sont enchaînées pour la plupart des groupes, sauf un ou deux qui se sont retrouvés bloqués à cette étape, comme si les méthodes de comparaison n'avaient pas été comprises précédemment. Toutes les comparaisons par superposition ont débuté par l'utilisation de la figure C. En effet, cette figure se repère déjà visuellement comme ayant une aire plus petite que les figures D et A, il était logique que les élèves commencent par elle pour leur manipulation. La comparaison entre D et A a également été assez aisée pour la plupart des groupes. Cela a été plus difficile pour comparer la figure B avec la figure C, puisque ses bords n'étaient pas réguliers et qu'elles avaient une aire semblable visuellement. Cependant, tous les groupes ont trouvé le classement croissant suivant : C,B,D,A.

J'ai noté des disparités de compréhension plus évidentes lors de cette séance, notamment au passage de l'activité 1 à l'activité 2, où certains étaient très en avance tandis que d'autres avaient du mal à terminer la première activité. La deuxième activité a posé plus de réflexion aux élèves. En effet, cette activité avait pour but de mettre en avant la technique de décomposition-recomposition par découpage. Si certains ont dégrossi le classement par le biais de superpositions, d'autres ont tout de suite pensé à faire des recompositions. Ces recompositions ont été réalisées à l'aide de papier calque, pour permettre de garder intactes les figures afin qu'elles soient collées sur la feuille de couleur. Dans l'ensemble, les techniques ont été assez bien maîtrisées par les élèves, sauf pour quelques groupes pour qui ça n'a pas été une évidence d'utiliser celles-ci. Cela m'amène à me questionner sur les

manipulations, qui ne sont pas logique pour la totalité des élèves, même si pour la plupart elles sont intégrées et ont un sens.

## 5. Cinquième séance :

### ➤ Analyse factuelle :

Voilà déjà quatre séances d'effectuées avec pour maître mot : la manipulation. D'après mes diverses lectures, la manipulation est essentielle à la compréhension de la notion d'aire, et cette séance a pour but de continuer dans ce sens en mettant à profit la créativité des élèves.

Pour effectuer cette séance, j'utilise le cahier de géométrie et mesure de Cap Maths, dans la lignée de l'activité sur les papiers peints. Le but de cette séance est de développer la réflexion des élèves, par le biais de manipulation. Dans un sens, l'intégration d'un étalon de référence est réalisée. La séance est intitulée « les aires doubles et moitiés ». Pour cela, la séance de manipulation est réalisée individuellement. Chaque élève reçoit une fiche d'activité (Voir annexe p 55), du papier calque, et il a à sa disposition un crayon à papier, des ciseaux et une règle non graduée. Sur cette fiche d'activité est présent un carré. La consigne est de construire 6 surfaces où chacune a une aire double de celle du carré. Bien entendu, les surfaces représentées doivent toutes avoir des formes différentes. Il est attendu des élèves qu'ils comprennent que le carré doit servir d'étalon, et que des manipulations peuvent les aider à construire ces surfaces. Pour cela, ils doivent avoir acquis le fait que le carré peut être composé par exemple de deux triangles rectangles identiques (qui pourront également servir de gabarit.).

Les élèves réalisent cette activité seuls et une mise en commun est effectuée au milieu de la séance et à la fin, pour valiser ou non les propositions et apporter des explications.

### ➤ Analyse à posteriori :

Cette séance est sans aucun doute celle qui a posé le plus de problèmes de réflexion aux élèves. En effet, dès la lecture de la consigne, les élèves ont fait part de soucis de compréhension. Un rappel de ce qu'est une surface et de ce qu'est l'aire a dû être mis en place très rapidement. Ce moment passé, les élèves ont pour la plupart réussi à se mettre au travail, et ont très vite trouvé une première surface. Pour quasi-tous, cette première surface correspondait à l'accolement de deux carrés-étalons. Passée cette première étape, il a été difficile pour eux de trouver d'autres surfaces à créer. De nombreux élèves se sont retrouvés

bloqués à ce moment, car ils ne visualisaient pas de quoi était composé le carré-étalon. Peu d'élèves ont utilisé le calque, c'est pourquoi j'ai pris l'initiative de faire une mise en commun afin de rappeler les objectifs de l'activité et donner des indices sur comment y parvenir.

Ainsi, nous avons listé au tableau ce qui pouvait avoir la même aire que le carré, en le divisant en plusieurs parties : deux triangles rectangles identiques, ou encore deux rectangles identiques. Passé ce cap, les élèves ont compris que, si pour un carré il faut deux triangles rectangles, alors pour avoir une surface qui fait le double du carré, il faut utiliser quatre triangles rectangles. La suite de l'activité a été plus fluide, plus intégrée, mais j'ai noté que les diverses manipulations réalisées avant cette séance ne leur ont pas permis de comprendre de quoi était composé l'aire de carré-étalon.

## 6. Sixième séance :

### ➤ Analyse factuelle :

Cette séance est la dernière du dispositif. Afin de finaliser cette séquence sur le début de la notion d'aire, il m'est apparu important de faire un bilan des méthodes entreprises : de retravailler ainsi sur la perception de l'aire, la comparaison des aires de plusieurs surfaces, et pour finir la mise en place d'un étalon. Cette séance a pour but d'évaluer en quoi les comparaisons ont donné du sens aux élèves, avant d'introduire par la suite la mesure par le biais du système métrique. En effet, il s'agit de la fin du dispositif concernant ma problématique, mais pas de la fin de la séquence globale sur les aires en CM1. Pour cela, j'ai trouvé important de m'appuyer sur des documents parlants pour les élèves. Le document d'appui est une fiche avec plusieurs figures géométriques représentées (voir annexe p 60). Dans ces figures se trouve un carré, nommé A. Un tableau apparaît avec trois colonnes : « figures ayant une aire plus petite que celle de la figure A », « figures ayant la même aire que celle de la figure A » et « figures ayant une aire plus grande que celle de la figure A ». Les élèves, de façon perceptive d'abord, doivent émettre leurs hypothèses quant aux trois colonnes. Puis, par le biais de superpositions, de décompositions-recompositions aidées par la mise en place d'un quadrillage, les élèves doivent vérifier eux-mêmes leurs hypothèses.

Tout comme les autres séances, celle-ci se caractérise par, rapidement, une mise en activité des élèves avec un travail important de manipulation ; puis une mise en commun à la fin pour confronter les idées, les réponses.

➤ Analyse à postériori :

Cette dernière séance a permis aux élèves de remobiliser les différentes activités pratiques réalisées tout au long de ce dispositif. En effet, par cette activité, ils ont tout d'abord estimé de façon perceptive les aires des figures proposées. Ensuite, pour vérifier leurs hypothèses, les élèves ont comparé les aires en les superposant, en les découpant et les repositionnant parfois. La mise en place d'un quadrillage sous les figures en deuxième partie de séance avait pour but de faciliter certaines manipulations, et de vérifier en comptant pour certains élèves. La perception visuelle des différentes aires n'a pas posé de problèmes aux élèves, qui se sont lancés très rapidement dans l'analyse. Certains ont eu l'envie d'utiliser l'écartement entre leur doigts pour estimer, avant de se rappeler qu'on ne cherchait pas ici à savoir quelle figure avait les côtés les plus longs, mais quelle(s) figure(s) avai(en)t la même aire que A (et par la même occasion la(les) figure(s) qui avai(en)t une aire plus petite que A et la(les) figure(s) qui avai(en)t une aire plus grande que A.). Lors des vérifications, j'ai pu constater deux cas de figures : certains élèves, forts de l'expérience des séances précédentes, ont joué sur les comparaisons directes et indirectes. D'autres n'ont même pas pris la peine de superposer quelques figures, mais ont directement compté les carreaux présentes dans la figure A, et ceux présents dans les autres figures, comme si les comparaisons avaient été oubliées, et qu'elles n'avaient pas d'intérêt ici.

## *PARTIE ANALYSE*

---

### I. Résultats et analyse du dispositif :

Afin d'analyser de façon globale et poussée le dispositif que j'ai décidé de mettre en place, il m'est apparu essentiel, au-delà des observations que j'ai pu faire, de savoir si celui-ci a eu un impact réel sur les élèves et sur leurs résultats. Pour cela, une comparaison avec la classe de mon collègue de CM1 me parut une bonne idée. En effet, il y a deux classes de CM1 dans l'école où j'enseigne. Pour ces deux classes, il a été choisi d'utiliser le manuel « Petit Phare » des éditions Hachette. Comme dit plus-haut, j'ai utilisé ce manuel tout au long de l'année, et ai donc abordé les grandeurs longueurs et masse en suivant celui-ci. Pour les aires, j'ai mis en place mon dispositif, radicalement différent de l'approche du manuel concernant cette grandeur. Mon collègue a, quant à lui, décidé d'utiliser comme à son habitude le manuel pour aborder les aires. Le manuel propose ainsi 3 séances (Voir annexe p 65 à 69) dans l'ordre suivant :

- 1) Mesurer une aire à l'aide d'un pavage
- 2) Mesurer une aire à l'aide d'un quadrillage
- 3) Comparer, ranger des aires

Ces titres montrent bien que le déroulé de la séquence est totalement différent, et que les comparaisons directes et indirectes avant la mesure n'ont pas lieu. Nous avons, chacun de notre côté, élaboré notre séquence, mais nous avons décidé de faire une évaluation commune des élèves à la fin (Voir annexe 71). Par cette évaluation, le but est ainsi de voir si les élèves ont acquis les compétences du dispositif, et si, au final, les comparaisons directes et indirectes des grandeurs (plus précisément des aires) avant leurs mesures ont un impact sur la compréhension. Pour cela, une analyse des résultats des élèves à cette évaluation a été élaborée. **La classe A est celle de mon collègue, la classe B est la mienne.** Les critères de réussite ont été élaborés ensemble.

<u>Exercice 1</u>		
<i>Classer et ranger des surfaces selon leur aire</i>		
	<b>Classe A (30 élèves)</b>	<b>Classe B (29 élèves)</b>
Elèves ayant totalement réussi l'exercice	16 soit 53% environ	18 soit 62% environ

Elèves ayant partiellement réussi l'exercice (2 erreurs maximum)	12 soit 40%	7 soit 24% environ
Elèves n'ayant pas réussi l'exercice (Plus de 2 erreurs)	2 soit 7% environ	4 soit 14% environ

<u>Exercice 2</u>		
<i>Tracer une figure dont l'aire est donnée dans une surface de référence</i>		
	<b>Classe A (30 élèves)</b>	<b>Classe B (29 élèves)</b>
Elèves ayant totalement réussi l'exercice	16 soit 53% environ	16 soit 55% environ
Elèves ayant partiellement réussi l'exercice (1 erreur sur les 4 figures à tracer)	8 soit 27% environ	7 soit 24% environ
Elèves n'ayant pas réussi l'exercice (Plus d'1 erreur sur les 4 figures à tracer)	6 soit 20%	6 soit 21% environ

<u>Exercice 3</u>		
<i>Tracer des figures ayant la même aire mais qui ne sont pas superposables.</i>		
	<b>Classe A (30 élèves)</b>	<b>Classe B (29 élèves)</b>
Elèves ayant totalement réussi l'exercice	19 soit 63% environ	20 soit 69% environ
Elèves ayant partiellement réussi l'exercice (1 erreur sur les 2 figures à tracer)	6 soit 20%	5 soit 17% environ
Elèves n'ayant pas réussi l'exercice (Plus d'1 erreur sur les 2 figures à tracer)	5 soit 17% environ	4 soit 14% environ

D'après ces résultats, l'évaluation s'est relativement bien passée pour les deux classes. En effet, le pourcentage des élèves ayant totalement réussi est, pour chaque exercice, majoritaire. Cependant, il est à noter que l'exercice 2 est celui qui a requis le plus de difficultés. Pour ma classe, à peine un peu plus de la moitié des élèves l'a réalisé correctement. C'est déjà ce qui avait été observé lors du dispositif avec la séance 5. Toujours concernant ma classe, on trouve d'un côté, des résultats satisfaisants, avec un part importante d'élèves qui ont réussi pour chaque exercice. Mais il est à noter que pour 15 à 20% des élèves, les résultats ne sont pas concluants. Cela veut dire que pour ces élèves-là, la part importante de manipulation par le biais de comparaisons directes et indirectes n'a pas permis de réussir

l'évaluation. J'en conclus que ces élèves n'ont pas développé de compréhension de la grandeur aire. Par ailleurs, l'élément qui m'interpelle le plus est la différence de résultats entre ma classe et celle de mon collègue. En effet, si l'on observe les résultats des deux classes comparativement, la classe B (la mienne) a toujours des pourcentages meilleurs, mais la différence est minime avec la classe A. Cela se ressent notamment pour les exercices 2 et 3 (55% d'élèves ayant réussi pour la classe B contre 53% pour la classe A.). De plus, le pourcentage d'élèves ayant échoué pour ces deux derniers exercices est quasiment le même entre les deux classes. Ainsi, je constate que les résultats sont semblables pour les deux classes, du moins beaucoup plus que ce à quoi je m'attendais.

## II. Bilan et limites :

Concernant mon dispositif, j'émetts tout de même un bilan positif car j'ai pu remarquer, tout au long du déroulé de la séquence, un investissement non négligeable de la part des élèves. En effet, pour chaque manipulation, j'ai senti un intérêt pour l'activité de leur part, avec toujours une attente de la séance suivante afin de découvrir la nouvelle activité. De plus, les élèves prenaient le temps, lors de chaque manipulation, d'essayer de comprendre ce qui leur était demandé, avec des reformulations fréquentes, ce qui n'avait pas été le cas lors de l'étude des grandeurs longueur et masse, où je n'avais pas senti chez eux un intérêt quelconque à part l'idée de répondre juste aux questions demandées. Les comparaisons ont toujours été bien réalisées, et les ont intéressés.

Par ailleurs, les élèves, dans l'ensemble, ont bien retenu ce qu'est l'aire, ont vite arrêté de la confondre avec le périmètre, et ont assez vite compris que **des figures de formes différentes pouvaient avoir la même aire, et que des figures de même formes (deux rectangles par exemple) pouvaient avoir des aires différentes.**

Cependant, le dispositif ne m'a pas entièrement donné satisfaction et j'émetts des limites sur certains points. Tout d'abord, je trouve que le dispositif n'a pas fonctionné sur la totalité des élèves, et cela s'est ressenti dans les résultats de l'évaluation sommative commune de fin de séquence. En effet, avoir 15 à 20% des élèves pour qui les exercices ne sont pas bien réalisés signifie que pour ces élèves, la grandeur aire n'a pas de sens, et que les comparaisons directes et indirectes n'ont pas permis d'instaurer cette compréhension.

De plus, les résultats comparatifs entre les deux classes de CM1 de l'école n'ont pas démontré une grande différence de réussite, même si ceux-ci sont toujours un peu meilleurs concernant ma classe. Cela m'amène à me questionner sur le réel apport des comparaisons dans la compréhension d'une grandeur. En effet, j'ai ressenti une « cassure » dans mon dispositif, au moment où j'ai intégré un étalon, lors de la séance 5. A ce moment, la réflexion des élèves n'a pas été aussi fluide que lors du début de la séquence, et j'ai ressenti un manque de compréhension de certains, qui n'ont pas réinvesti les travaux qui avaient été faits jusque-là pour nourrir leur réflexion. C'est un peu comme si tout ce qui avait été réalisé jusque-là ne comptait plus. Malgré tout je reste persuadée que les comparaisons permettent aux élèves d'intégrer d'une meilleure façon les notions concernant une nouvelle grandeur, et que l'important est de se fixer sur la compréhension de la grandeur et non pas sur la réalisation d'exercices de mesures, où les problèmes de techniques opératoires prennent parfois le dessus sur les caractéristiques de la grandeur étudiée.

## *CONCLUSION GENERALE*

---

### I. Conclusion :

Après plusieurs semaines de préparation de séances, une période de mise en place, et quelques mois d'analyse, il est temps de faire le point sur tout le travail accompli, et bien entendu répondre à la problématique que je me suis posée il y a maintenant plusieurs mois.

Sur le plan du mémoire, mon intérêt s'est rapidement porté pour le thème des grandeurs et mesures, et les nombreuses observations réalisées dans ma classe m'ont vite fait prendre conscience que c'est un domaine où les difficultés des élèves sont moins évidentes à repérer qu'en géométrie ou en numération. Je ne regrette pas d'avoir élaboré mon travail de recherche sur la grandeur aire, notamment par le fait qu'elle soit abordée pour la première fois en CM1.

Je peux conclure sur le fait que l'introduction de la grandeur aire peut poser des soucis, notamment de compréhension, de la part des élèves et qu'il est important de soigner sa progression afin d'éviter ces problèmes. Lors de mon dispositif, les manipulations successives de surfaces avaient pour but d'isoler cette grandeur puis d'en comprendre les caractéristiques. Force est de constater que la plupart des élèves ont rapidement compris à quoi l'aire correspondait. Les premières séances du dispositif ont été très satisfaisantes, et me permettent de valider leur rôle important dans l'appréhension de cette nouvelle grandeur. J'ai observé de la part des élèves de nombreuses reformulations du travail effectué, ainsi qu'un intérêt non négligeable pour ces comparaisons d'aires. Il est à noter que bon nombre d'élèves avaient le réflexe des instruments de mesure, et souhaitaient les utiliser pour répondre aux diverses consignes que je posais. Il a été difficile pour eux de s'en détacher, ce qui signifie que la mesure a un fort impact sur les procédures des élèves, habitués très vite à mesurer les différentes grandeurs. La manipulation, dans un premier temps, leur a permis de visualiser clairement l'aire, de se l'approprier, et même de la « toucher » (lorsque les élèves ont découpé les rectangles et ont ainsi eu entre les mains les « quantités de papier »).

Là où ma réflexion émet des doutes est lors de l'introduction d'un étalon, donc lors des dernières séances de mon dispositif. En effet, sans l'expliquer, j'ai constaté que les élèves ont abordé ces séances sans se nourrir de tout le processus de compréhension des séances précédentes. Le fait d'intégrer un étalon a donné l'impression aux élèves d'étudier un fait nouveau, et ils n'ont pas eu le réflexe d'utiliser les comparaisons vues en amont pour résoudre ce qui leur était demandé.

Cependant, les résultats aux évaluations ont démontré une bonne réussite générale de la part de ces élèves, ce qui me conforte dans l'idée que ces comparaisons ont tout de même un impact sur la compréhension de la grandeur aire. En effet, elles structurent les caractéristiques liées aux grandeurs, et le fait d'apporter des comparaisons directes puis indirectes permet d'apporter une progression dans l'apprentissage de cette nouvelle grandeur. Je pense que la manipulation est indispensable car elle permet de s'attarder sur les éléments importants, et elle évite de rester fixé sur des problèmes de technique opératoire lors de mesures. Elle permet de surcroît de passer de la perception à l'abstraction. Je pense également que l'expérimentation aide à la compréhension générale de la notion.

Malgré tout, j'effectuerai des modifications dans mon dispositif, en introduisant l'étalon arbitraire d'une autre façon ; en essayant ainsi de trouver une activité qui lie davantage étalon et comparaisons directes et indirectes que celle que j'ai proposée ici. J'utiliserai davantage le jeu, comme par exemple le tangram, qui aurait permis aux élèves d'aborder les aires de façon plus ludique, tout en utilisant la manipulation.

## II. Ouverture :

Ce dispositif mis en place m'a permis par la suite de développer la grandeur aire par le biais de sa mesure grâce à un étalon arbitraire. Les élèves ont ainsi pu s'entraîner à la réalisation d'activités présentes lors de l'évaluation.

A la suite de cette séquence, dans le domaine grandeurs et mesures, les élèves vont aborder les angles ainsi que le volume. Pour ces deux grandeurs, mon objectif est de continuer à aborder les notions par le biais de comparaisons directes et indirectes. Ainsi, je souhaite mettre en place deux grosses séances pour les angles : « reconnaître un angle aigu, droit, obtus » et « comparer des angles » ; avant d'introduire une comparaison à l'aide d'un gabarit.

Par ailleurs, je pense que le dispositif élaboré et détaillé plus haut est idéal pour amorcer la notion d'aire en CM1, afin de la poursuivre en CM2. Ainsi, la mesure est inévitable, et les programmes de 2008 stipulent que les élèves de CM2 doivent savoir calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée ; et connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup> et km<sup>2</sup>). Les nouveaux programmes de novembre 2015 stipulent quant à eux qu'en fin de cycle, on attend des élèves qu'ils sachent calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, différentes formules. »

Cela prouve que les textes officiels restent unanimes quant à l'utilité de la manipulation et des comparaisons de grandeurs avant l'introduction de leur mesure.

D'un point de vue professionnel, cette expérience a été très enrichissante. Faire travailler les élèves avec une méthode tournée vers la manipulation permet un meilleur apprentissage et les erreurs commises permettent de réfléchir et d'apprendre, tant pour les élèves que le maître. Pour les mathématiques, matière scientifique, il faut développer des connaissances –qui en dehors du fait d'être apprises, doivent être comprises – mais également des attitudes : la recherche, le raisonnement et la pensée critique. C'est le rôle de l'école de développer ceci, dès le plus jeune âge, et c'est ce que je veux continuer à développer dans ma pratique professionnelle tout au long de ma carrière.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ET SITOGRAPHIQUES

---

### ➤ Bibliographie :

*Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, Hatier Ermel

*Grandeurs et mesures à l'école élémentaire, Documents d'accompagnement des programmes de 2002*, Ministère de l'Education Nationale

*BO du 18 juin 2008*, Ministère de l'Education Nationale

*Programmes 2015, BO du 26 novembre 2015*, Ministère de l'Education Nationale  
*Enseigner les mathématiques à l'école primaire*, Annie Noïrfalise et Yves Matheron

*Grandeurs et mesures cycle 3, Outils pour les cycles*, Sceren

*Explorer les grandeurs et se donner des repères, maths et sens*, De Boeck

*Réflexions sur l'articulation entre didactique et épistémologie dans le domaine des grandeurs et mesures dans l'enseignement primaire et secondaire*, Valérie Munier et Dominique Passelaigue

*Problèmes d'apprentissages de la mesure au primaire et éléments d'apprentissages pertinents*, Bednarz et Janvier, UQAM

*Le poids d'un récipient : étude du mesurage en CM (GD N n°50)*, Brousseau

*La progression d'une situation d'enseignement sur la mesure*, Giroux, cahier de la recherche en éducation, vol 6 n°1

*Grand N 39-40 : Aires de surfaces planes en CM et 6ème*, Grenoble, IREM de Grenoble.  
Douady R., Perrin M-J., 1986,

### ➤ Sitographie :

<http://www.metrologie-francaise.fr/fr/histoire/histoire-mesure.asp>: L'histoire de la mesure

<https://www.erudit.org/revue/ncre/1999/v6/n1/1017012ar.pdf> : Progression d'une situation d'enseignement sur la mesure, de Mme Giroux

<http://www.amq.math.ca/bulletins/mar14/06b-maitre-van-Hiele.pdf>: Les travaux de Van Hiele

<http://guy-brousseau.com/?s=aire>: Le site de Guy Brousseau

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_x/fic/24/24x1.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/24/24x1.pdf): L'aire et la mesure, de Mme Perrin-Glorian

<http://eduscol.education.fr/cid47903/aire-et-perimetre.html>: Les recommandations d'Eduscol

<http://math34.ac-montpellier.fr/spip.php?article79>: Une séquence sur les aires, Maths 34

# **ANNEXES**

## *SOMMAIRE DES ANNEXES*

---

Fiche séquence	35
Fiche d'activités, appui pour la réalisation des 2 premières séances	39
Support de travail des séances 1 et 2	41
Quelques photos de la séance 1	42
Quelques photos de la séance 2	43
Support de travail de la séance 3	44
Quelques productions d'élèves de la séance 3	45
Quelques photos de la séance 3	49
Support de travail de la séance 4	50
Quelques productions d'élèves de la séance 4	51
Quelques photos de la séance 4	54
Support de travail de la séance 5	55
Quelques productions d'élèves de la séance 5	56
Quelques photos de la séance 5	59
Supports de travail de la séance 6	60
Quelques productions d'élèves de la séance 6	61
Quelques photos de la séance 6	64
Documents tirés du manuel Petit Phare, utilisés par la classe A	65
Evaluation commune (classe A et classe B) de fin de séquence sur les aires	71

Fiche séquence

**LA GRANDEUR AIRE**

<b>Cycle : 3</b> <b>Classe : CM1</b>	<b>Compétence 3</b> : La culture scientifique et technologique	<b>Champ disciplinaire</b> : Mathématiques	<b>Domaine</b> : grandeurs et mesures	<b>Nombre de séance</b> : 6
<b>Compétences de fin de cycle (socle commun de connaissances et de compétences)</b> - Utiliser les unités de mesure usuelles ; utiliser des instruments de mesure ; effectuer des conversions (en terme de prolongement à la suite de cette séquence)			<b>Objectifs de la séquence :</b> - Amener les élèves à utiliser différentes comparaisons pour introduire la notion d'aire. - Amener les élèves à comprendre la grandeur aire et son utilité, indépendamment de sa mesure	
<b>Compétences du BO 2008 : les aires</b> - Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé - Classer ou ranger des surfaces selon leur aire				

Séances	Objectifs de séance	Phases de la séquence	Déroulement des séances	Matériel et supports	Modes de groupement
Séance 1  (30 min)	Etre capable de réaliser des estimations perceptibles concernant les	Recueil et analyse des conceptions des élèves sur les grandeurs en général.	Etape 1 : Introduction de la séquence avec visualisation des figures à étudier  Etape 2 : Recueil des conceptions : les élèves, par groupe, comparent les 3 figures présentées et tentent de répondre à la question « floue » posée :	Feuilles avec figures représentées  Feuilles avec figures, une feuille blanche par groupe, crayons,	Travail collectif, oral  Travail collectif, écrit

	aires de différentes figures	Emergence d'hypothèses permettant d'identifier les obstacles de la perception visuelle.	« quelle figure est la plus grande ? Quelle est la plus petite ? »  Etape 3 : Débat sociocognitif sur les réponses des élèves : mise en avant de toutes les grandeurs utilisées par les élèves. Constat : question trop imprécise. Il est impossible d'y répondre sans sélectionner la grandeur à prendre en compte.	instruments de mesure interdits  Feuille de chaque groupe, avec passage des groupes au tableau pour expliquer leur démarche	Activités langagières en classe entière.
Séance 2  (25 min)	Isoler la grandeur « aire » et comprendre à quoi elle correspond  Comparaison directe par superposition	Reprise de l'activité de la séance 1 avec une nouvelle consigne	Etape 1 : Rappel de la séance 1 avec reprise des feuilles-figures  Etape 2 : L'enseignant fait découper les rectangles et donne la nouvelle tâche : « Audrey a le rectangle A, Bastien le B et Caroline le C. Quel enfant a le plus de papier ? Quel enfant a le moins de papier ? »  Etape 3 : Mise en commun : chaque groupe passe pour exprimer son point de vue et son résultat  Etape 4 : Introduction de la notion d'aire : L'enseignant conclut l'activité en introduisant le mot « aire » en lien avec la quantité de papier. « Seulement en visualisant, il est difficile de savoir qui a le plus de papier et donc quelle est la figure à la plus grande aire. Nous verrons à la prochaine séance qu'on peut être plus précis. »	Feuilles-figures  Pour chaque groupe : feuilles-figures de la séance 1 et une feuille blanche seulement, instruments de mesures interdits  Feuilles-figures	Travail collectif, oral  Travail de groupe, écrit  Travail en classe entière, oral  Travail oral, classe entière

Séance 3 (45 min)	Comparaisons indirectes : les papiers à motifs	Comparaison indirectes par manipulation  Développement de la compréhension : superposition, décomposition, recomposition	Etape 1 : Rappel des séances précédentes  Etape 2 : Activité comparaison d'aire Cap Maths unité 4 : « les papiers à motifs »  Etape 3 : mise en commun et explication des procédures  Etape 4 : institutionnalisation	- une fiche « papier à motifs » par élève (Cap maths, modifiée) - un exemplaire agrandi affiché au tableau - des ciseaux - des feuilles pour noter ses hypothèses, puis ses résultats.	Travail en classe entière  Binôme, travail de manipulation  Classe entière  Binôme, travail de manipulation
Séance 4 (50 min)	Comparaisons indirectes 2	Imprégnation des manipulations, classement des aires	Etape 1 : Rappel de la séance précédente et notamment du travail « les papiers à motifs »  Etape 2 : « range ces surfaces par ordre croissant : tu peux procéder par superposition ou en découpant » (deux exercices du même type à réaliser)  Etape 3 : mise en commun et correction	Matériel de la séance 4  Fiche 8 « grandeurs et mesures CM » ed Retz, ciseaux  Même matériel qu'étape 2	Travail collectif, oral  Travail individuel, écrit  Travail en classe entière
Séance 5 (35 min)	Les aires doubles et moitiés	Manipulation de figures géométriques et première utilisation d'un étalon de référence	Etape 1 : rappel de toutes les séances vues jusqu'à présent  Etape 2 : analyse du matériel et construction de surfaces « dessine ou construis des surfaces qui ont pour aire le double de celle de ce carré »  Etape 3 : mise en commun et analyse des procédures des élèves	Cahier de mathématiques  Cahier de géométrie-mesure cap math p 34/35  Production des élèves	Travail en classe entière  Travail individuel  Travail collectif



### Comparaison de rectangles selon leur aire

Cette activité, **Ces rectangles ne manquent pas d'aires !**, est détaillée dans *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, ERMEL CM1, HATIER.

L'objectif de cette activité est de donner du sens au concept d'aire par opposition à ceux de longueur, périmètre ou encore encombrement (la plus grande distance séparant deux points de la figure).

#### Matériel

- Trois rectangles dessinés sur des feuilles A4 avec des fonds différents pour que les morceaux puissent être distingués. Des rectangles témoins sont aussi prévus.

Rectangle A : 10 cm x 9 cm périmètre : 38 cm aire : 90 cm<sup>2</sup>

Rectangle B : 10 cm x 14 cm périmètre : 48 cm aire : 140 cm<sup>2</sup>

Rectangle C : 20 cm x 4 cm périmètre : 48 cm aire : 80 cm<sup>2</sup>

- Le matériel usuel de géométrie : crayon, gomme, règle, équerre, compas

- des ciseaux et du ruban adhésif

#### Variables

Les dimensions des rectangles sont telles que :

- A est directement inclus dans B ;

- C se décompose en deux rectangles 10 x 4 qui s'incluent dans A et dans B ;

- B et C ont le même périmètre bien qu'ayant des aires très différentes ;

- A a la plus petite aire mais pas le plus petit périmètre.

#### Étape 1 : recherche

**Consigne : « Quelle est la figure la plus petite ? Quelle est la figure la plus grande ? »**

Par petits groupes, les élèves cherchent à répondre à cette question sans que l'enseignant ne la précise davantage. Ils n'ont pas le droit de découper les rectangles à cette étape. Les élèves peuvent interpréter cette consigne de différentes manières, en comparant les longueurs, l'encombrement, le périmètre ou l'étendue (l'aire).

## **Étape 2 : mise en commun**

Les élèves devront exposer leurs réponses (sur des affiches par exemple) et les raisons qui les y ont amenés.

Les comparaisons par estimation perceptive seront rejetées comme imprécises ainsi que celles de couples de dimensions.

Pourront être retenues, les comparaisons de longueurs (les plus grands côtés), de périmètres (ou demi-périmètre), d'aires (par comparaison directe ou découpage-recomposition). On aboutira au constat que le rangement n'est pas le même selon le critère retenu et que par conséquent la consigne donnée n'était pas assez précise.

## **Étape 3 : nouvelle recherche**

L'enseignant fait découper les rectangles et donne la nouvelle tâche :

« Audrey a le rectangle A, Bastien le B et Caroline le C. Quel enfant a le plus de papier ? Quel enfant a le moins de papier ? »

## **Étape 4 : mise en commun**

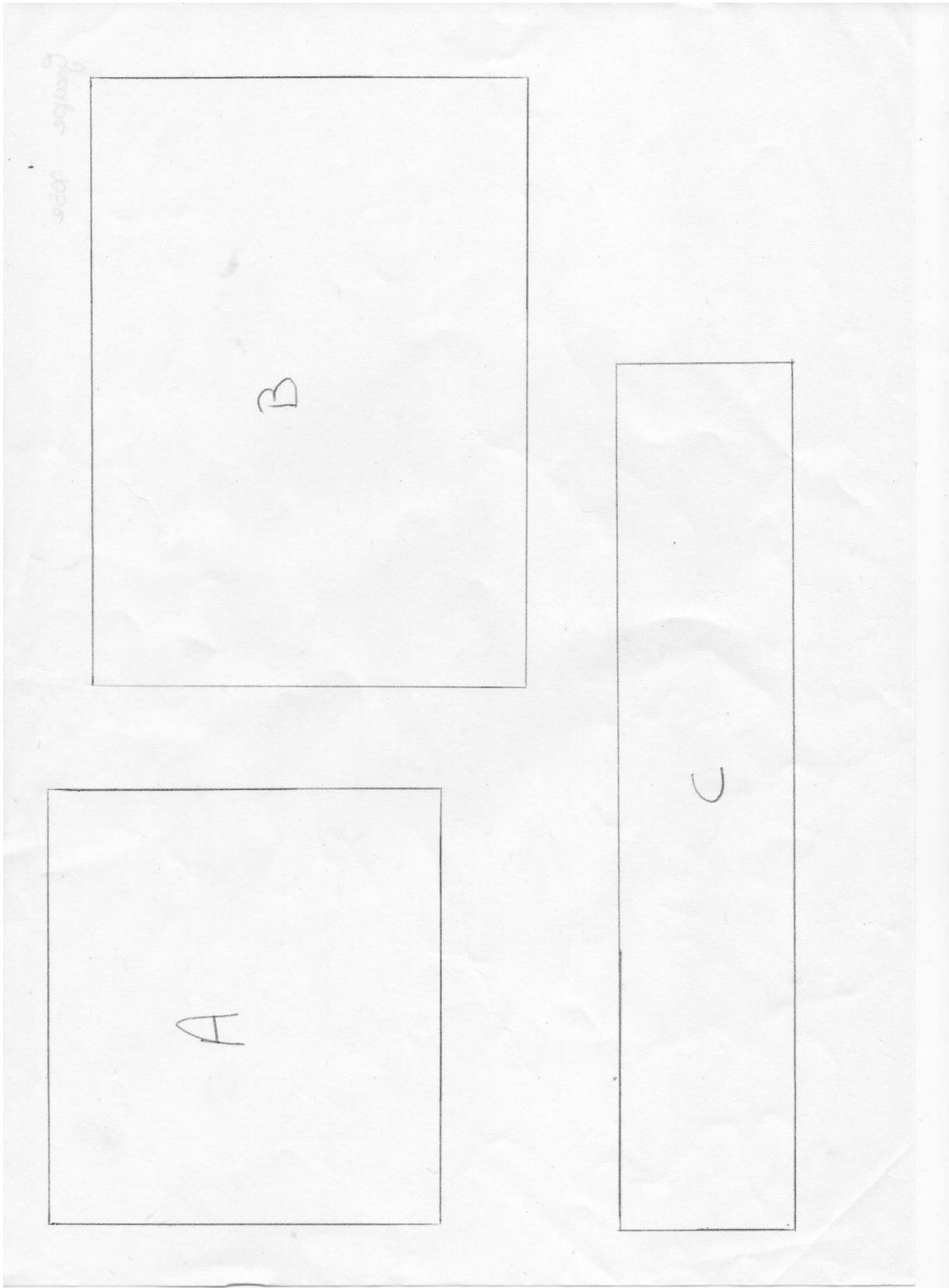
Les élèves exposent leur démarche et leurs réponses. Toute démarche n'amenant pas à une comparaison des aires est invalidée. Les rectangles pourront être effectivement découpés pour constater les inclusions.

L'enseignant conclut l'activité en introduisant le mot « aire » en lien avec la quantité de papier.

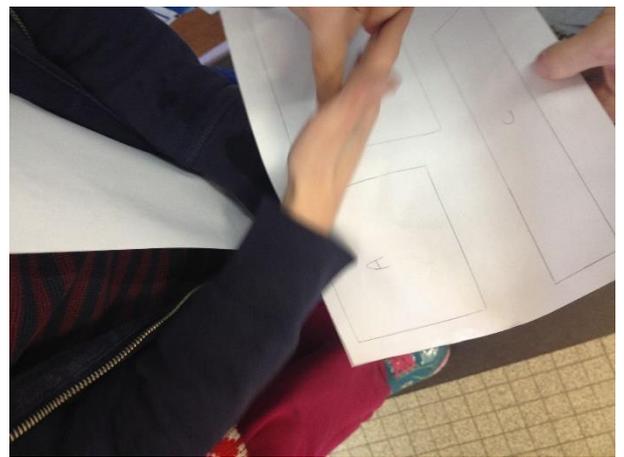
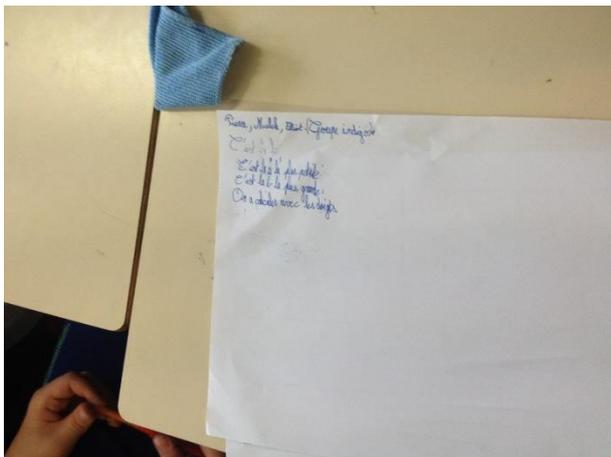
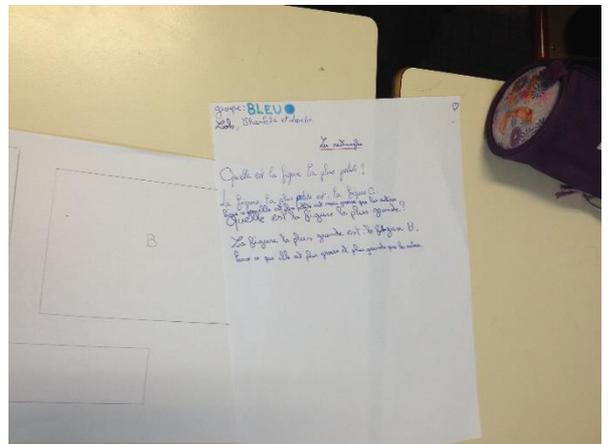
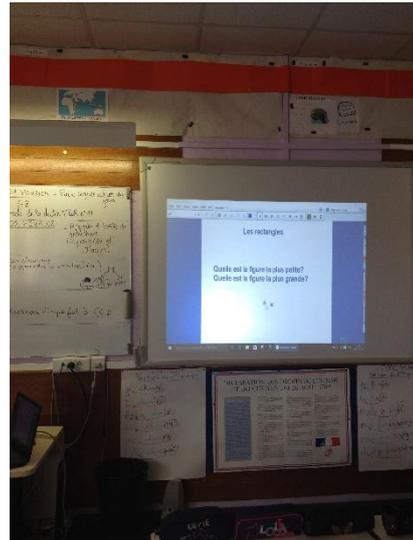
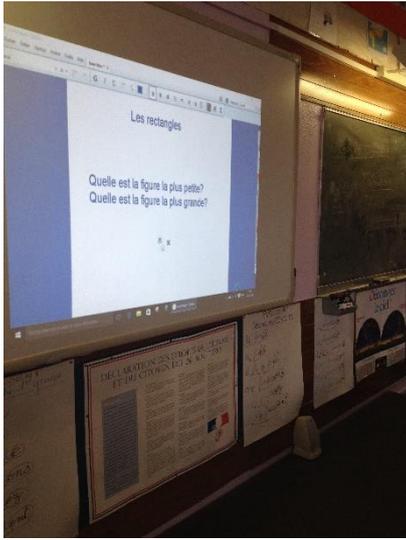
« Caroline a le moins de papier, le rectangle C a la plus petite aire ».

D'autres phases amenant les élèves à s'appuyer sur l'inclusion et la décomposition-recomposition effectives en ne se contentant pas de la perception visuelle, puis à les schématiser, sont décrites dans l'ouvrage cité ci-dessus.

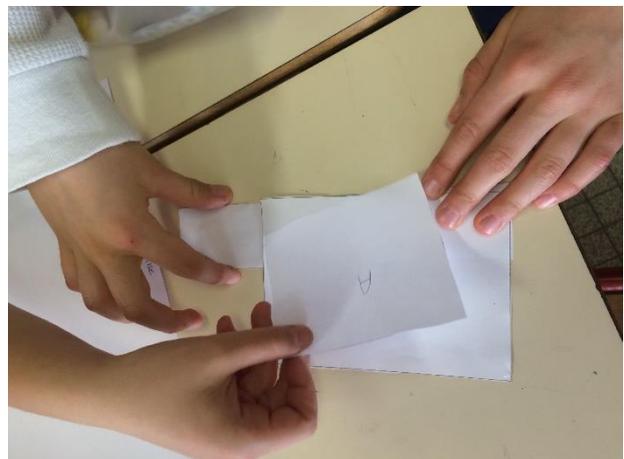
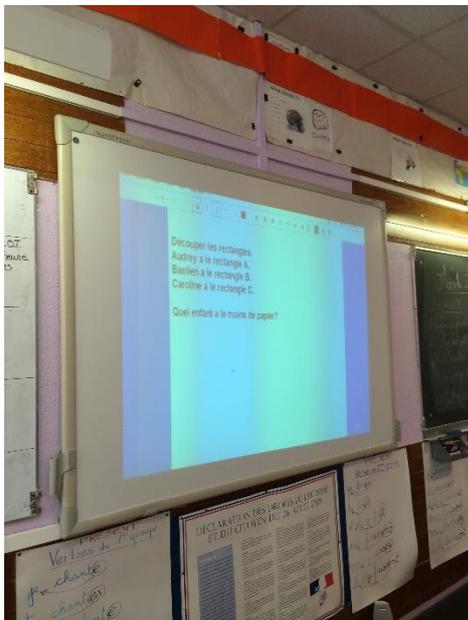
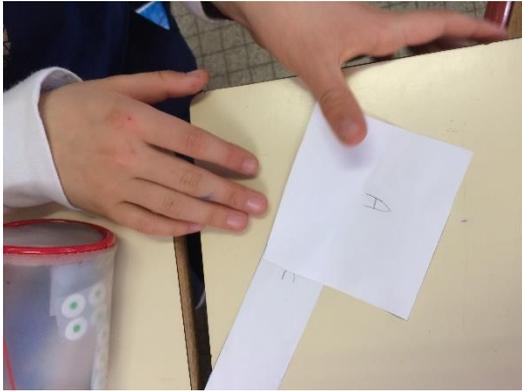
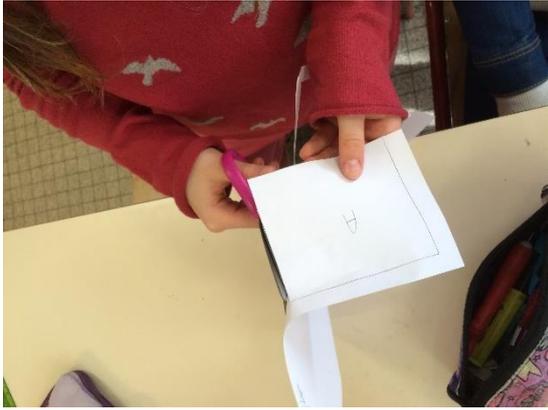
**Marie-Sophie Mazollier (2011)**



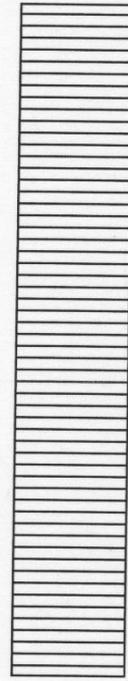
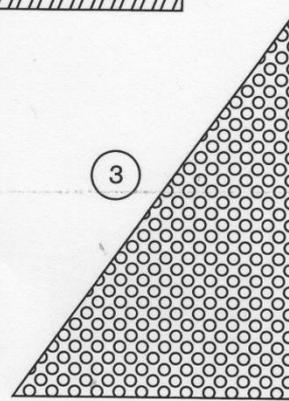
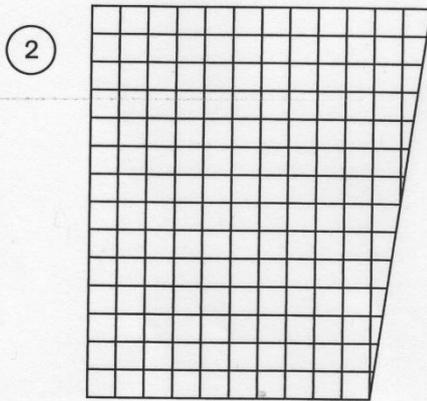
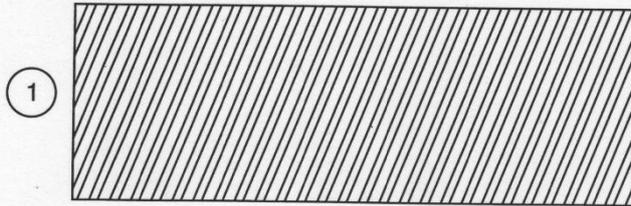
Quelques photos de la séance 1 :



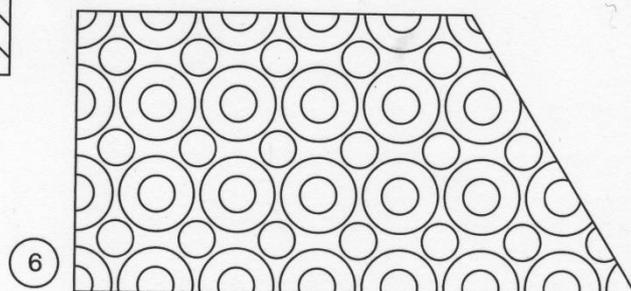
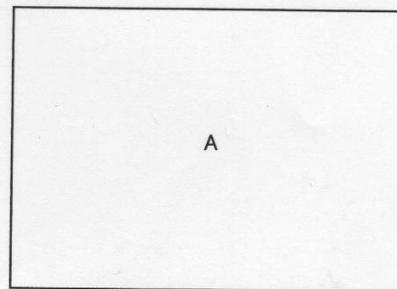
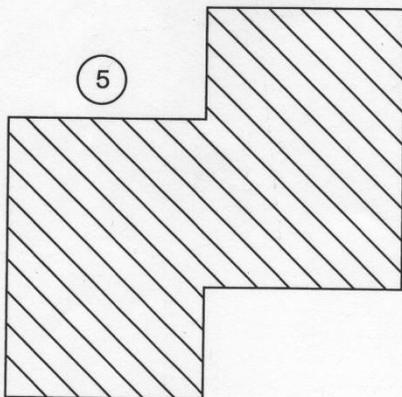
Quelques photos de la séance 2 :



## Les papiers à motifs



④



Quelques productions d'élèves de la séance 3 :

Auxanna

Le papier peint:

À ton avis, parmi ces morceaux, lesquels permettraient de recouvrir  
entièrement le rectangle A ?

Attention le rectangle A doit être décoré entièrement d'un seul  
motif.

Je pense que le rectangle 5 et le 1, 2

OK

OK OK OK

Apolline

Les papiers peints :

à ton avis, parmi ces morceaux, lesquels permettraient de recouvrir entièrement le rectangle A?

Attention, le rectangle A doit être décoré entièrement et d'un seul motif.

Je pense que c'est le six car il est juste en dessous et j'ai cru qu'il est un peu décalé et je calculé avec les ronds je les placés

Et aussi le deux j'ai regardé à l'œil nu. OK

Il y a le cinq car il y a les deux moitiés.

Il reste 1 X

Charlotte

## Les papiers peints

À trois ans, parmi ces morceaux, lesquels permettraient de recouvrir entièrement le rectangle A?

Attention, le rectangle A doit être décoré entièrement et d'un seul motif.

Je pense que 5, 1, 2, 4, et le 6 peut recouvrir le A.

~~1~~ 1 = OK

~~2~~ 2 = OK

~~4~~ 4 = NON

~~6~~ 6 = OK

5 = OK

Les motifs qui recouvrent entièrement le rectangle A sont: 1, 2, 5, 6

Les motifs qui ont une aire plus grande: 2 et 6.  
Les motifs qui ont exactement la même aire:  
sont: 1 et 5

Marine

Les papier pens :

À ton avis, parmi ces morceaux, lesquels permettraient de recouvrir entièrement le rectangle A

attention, le rectangle A doit être décoré entièrement et d'un seul motif

Je pense que la forme 2 peu remplir le A. OK

Je pense que la forme 5 peu remplir le A. OK

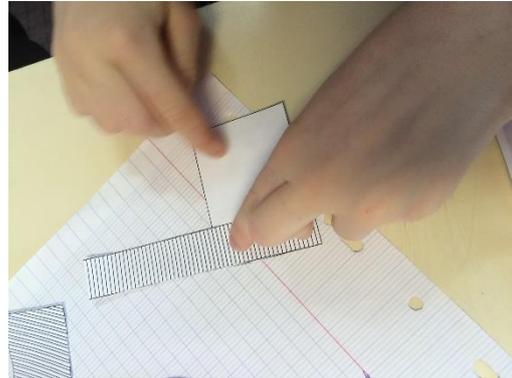
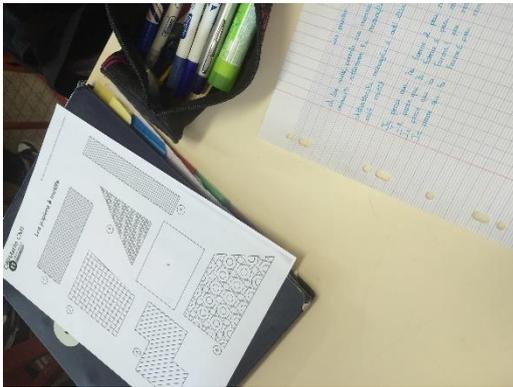
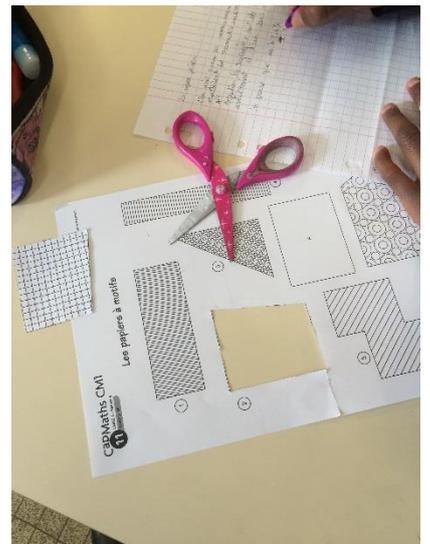
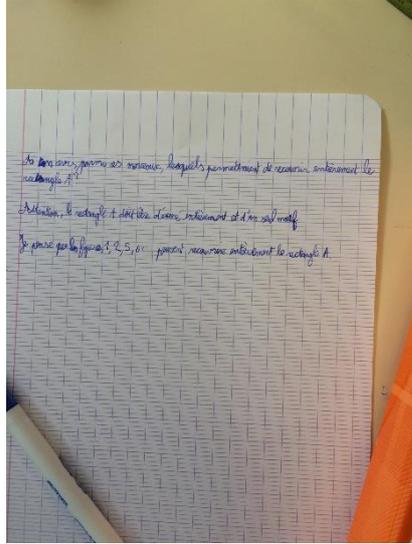
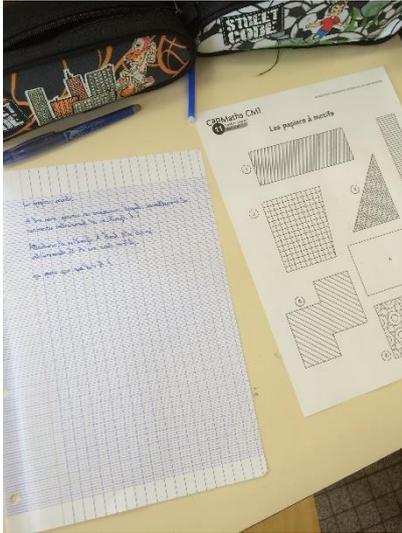
Je pense que la forme 1 peu remplir le A. OK

Je pense que la forme 6 peu remplir le A. OK

Les motifs qui ont une aire plus grande : 2 et 6

Les motifs qui ont exactement la même aire : 1, 5

### Quelques photos de la séance 3 :



Nom : .....

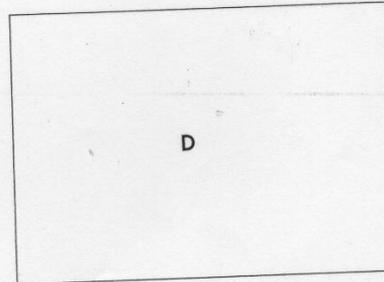
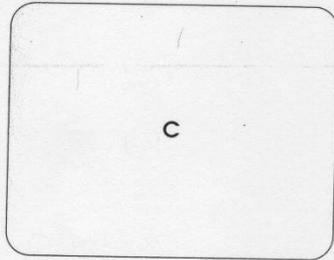
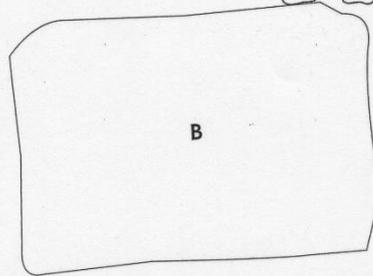
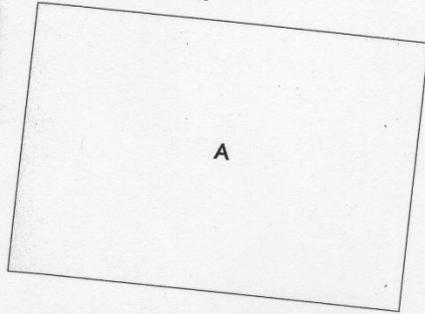
Date : .....

Dans cette fiche, tu apprends à classer et à ranger des surfaces selon leur aire.

Tu as besoin d'une paire de ciseaux

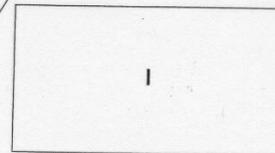
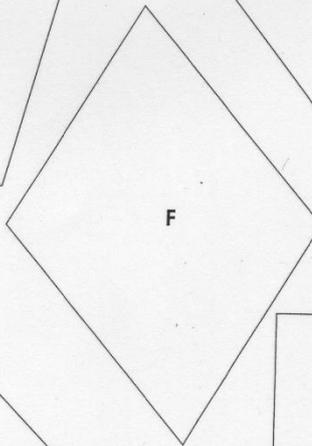
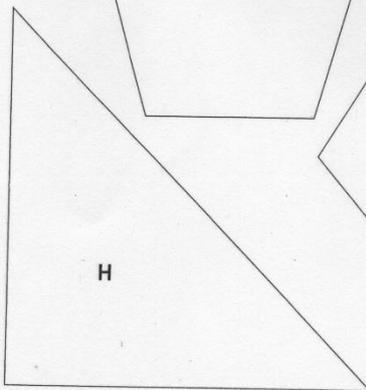
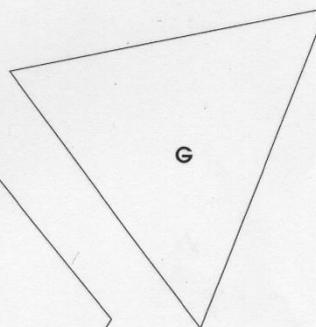
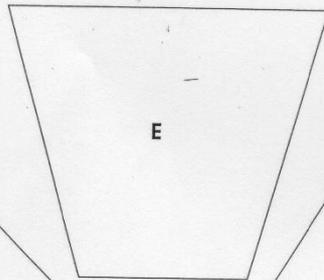


1 Range les surfaces par ordre croissant. Tu peux procéder par superposition en découpant



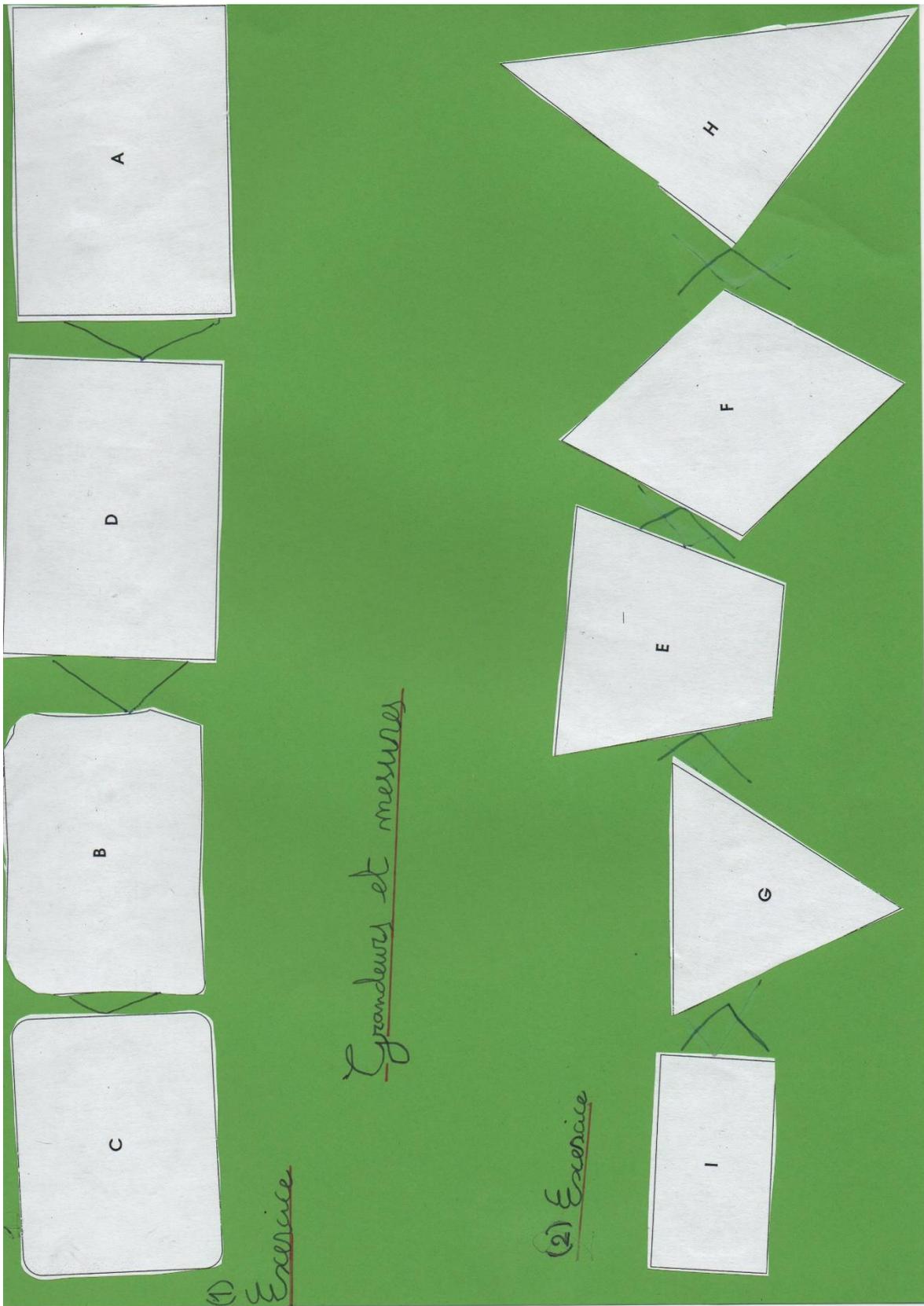
Surface ..... < surface ..... < surface ..... < surface .....

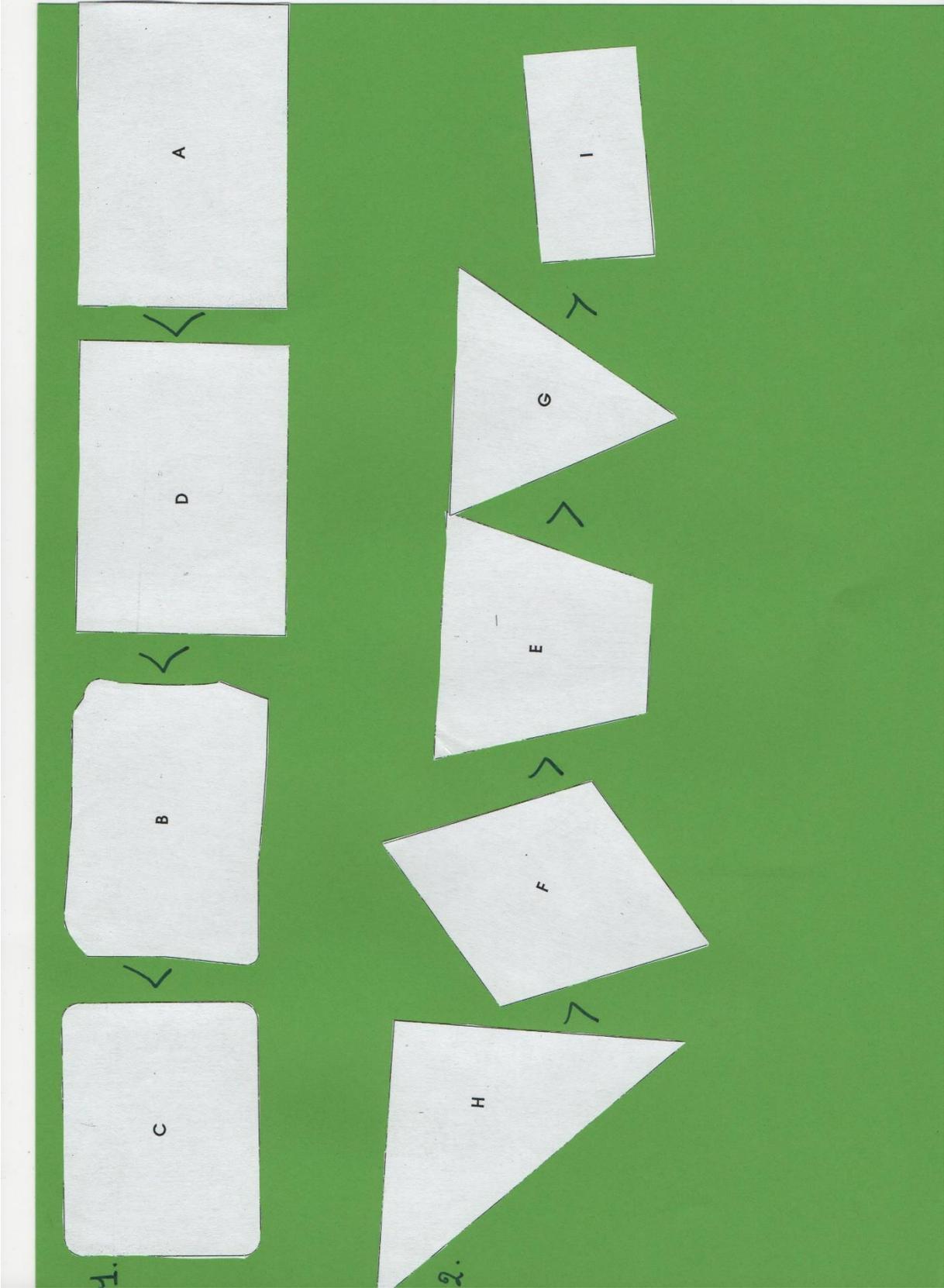
2 Range les surfaces par ordre décroissant en les découpant.

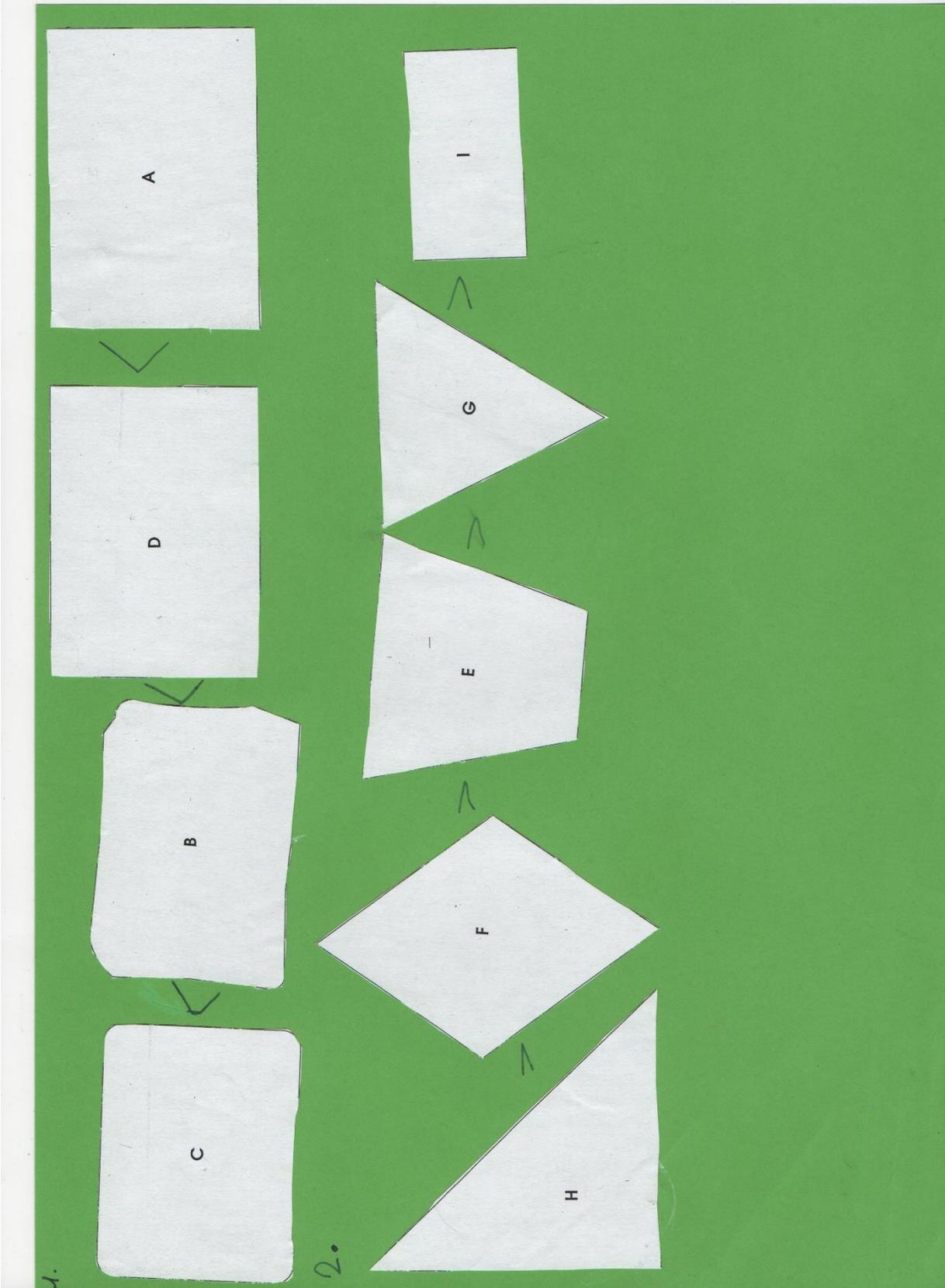


Surface ..... > surface ..... > surface ..... > surface ..... > surface .....

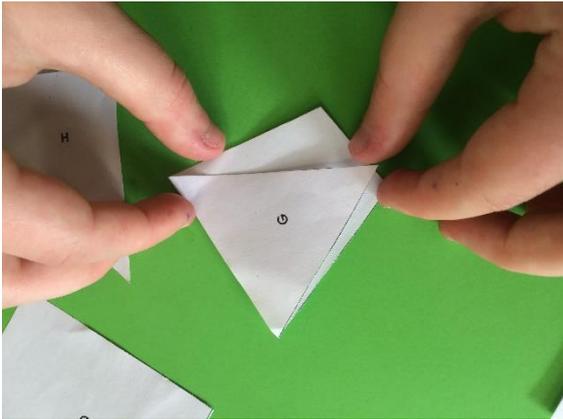
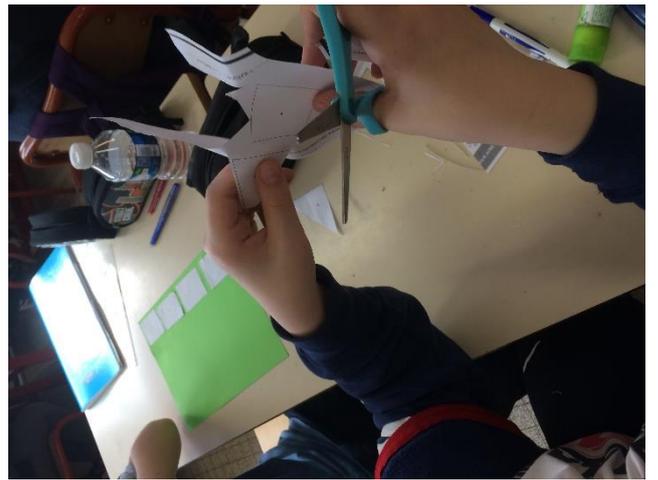
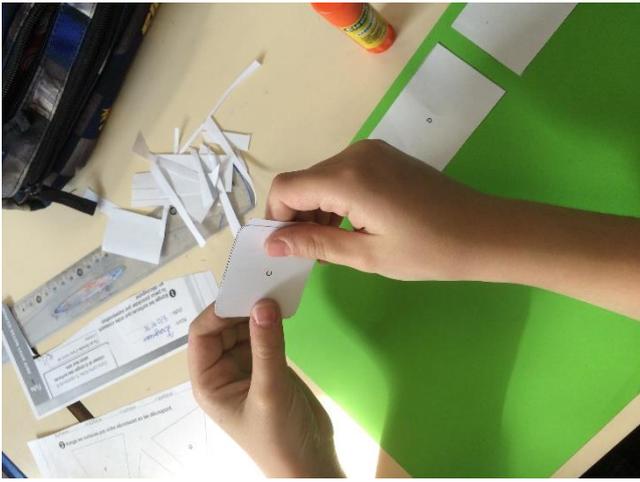
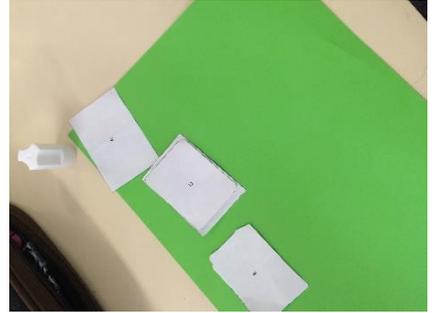
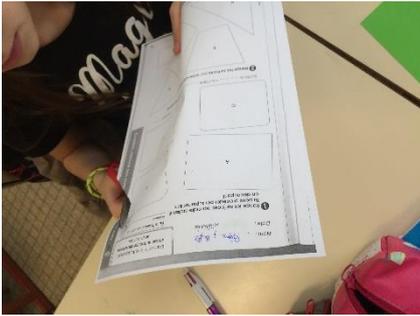
Quelques productions d'élèves de la séance 4 :







Quelques photos de la séance 4 :



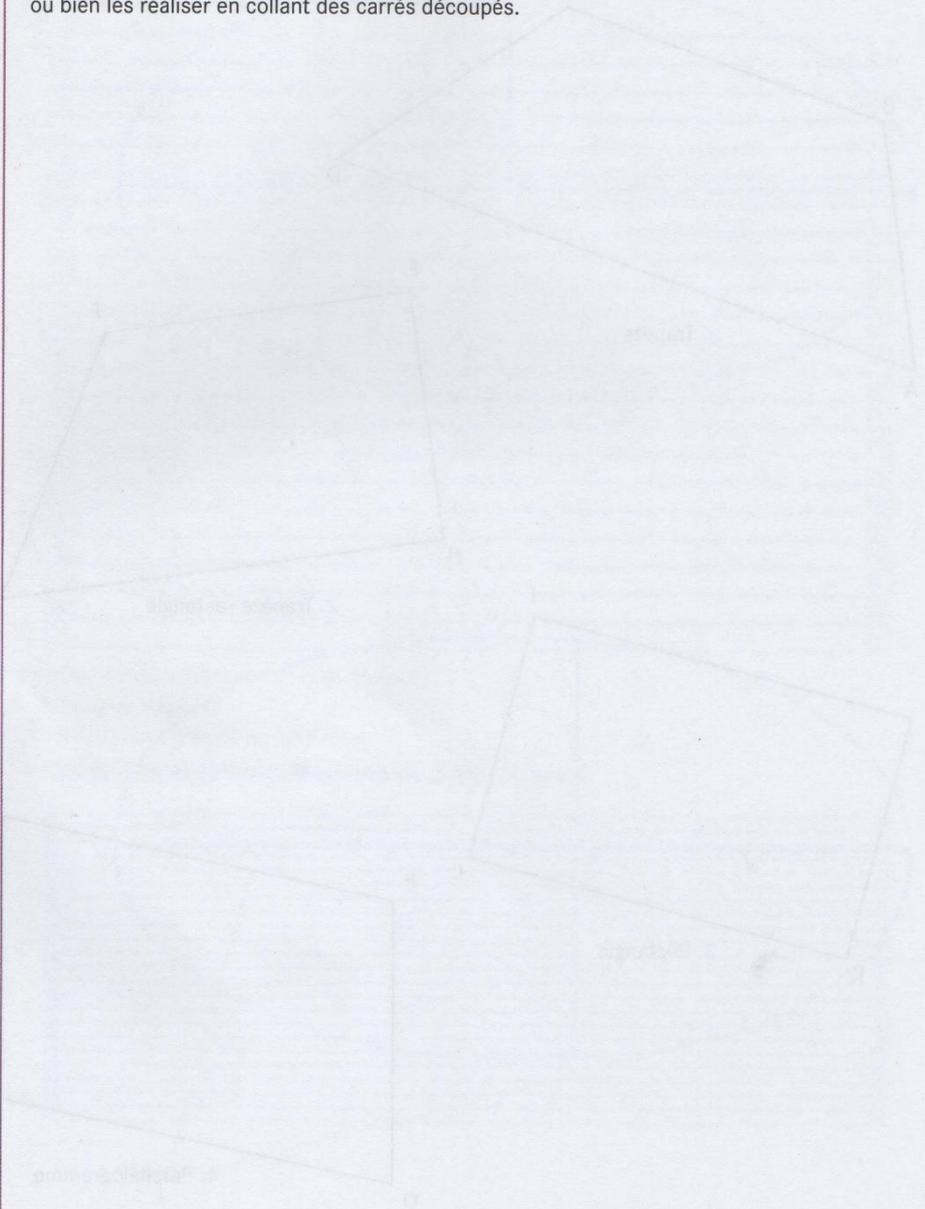
**CHERCHER**

**Des aires doubles et moitiés**

- 1 Construis six surfaces :
- chacune a une aire double de celle du carré bleu ;
  - les six surfaces ont des formes différentes.



Tu peux les dessiner en prenant le carré comme gabarit  
ou bien les réaliser en collant des carrés découpés.



*Laymen*

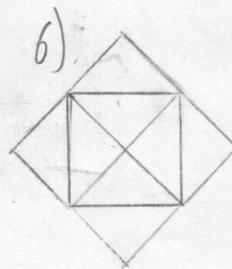
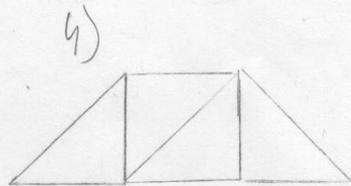
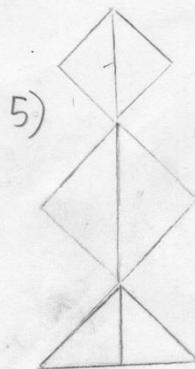
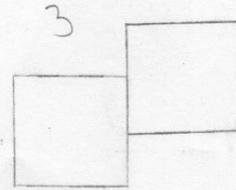
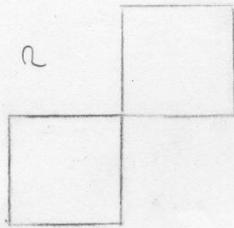
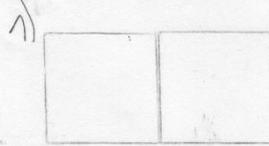
**CHERCHER**

**Des aires doubles et moitiés**

- 1 Construis six surfaces :  
– chacune a une aire double de celle du carré bleu ;  
– les six surfaces ont des formes différentes.



Tu peux les dessiner en prenant le carré comme gabarit ou bien les réaliser en collant des carrés découpés.



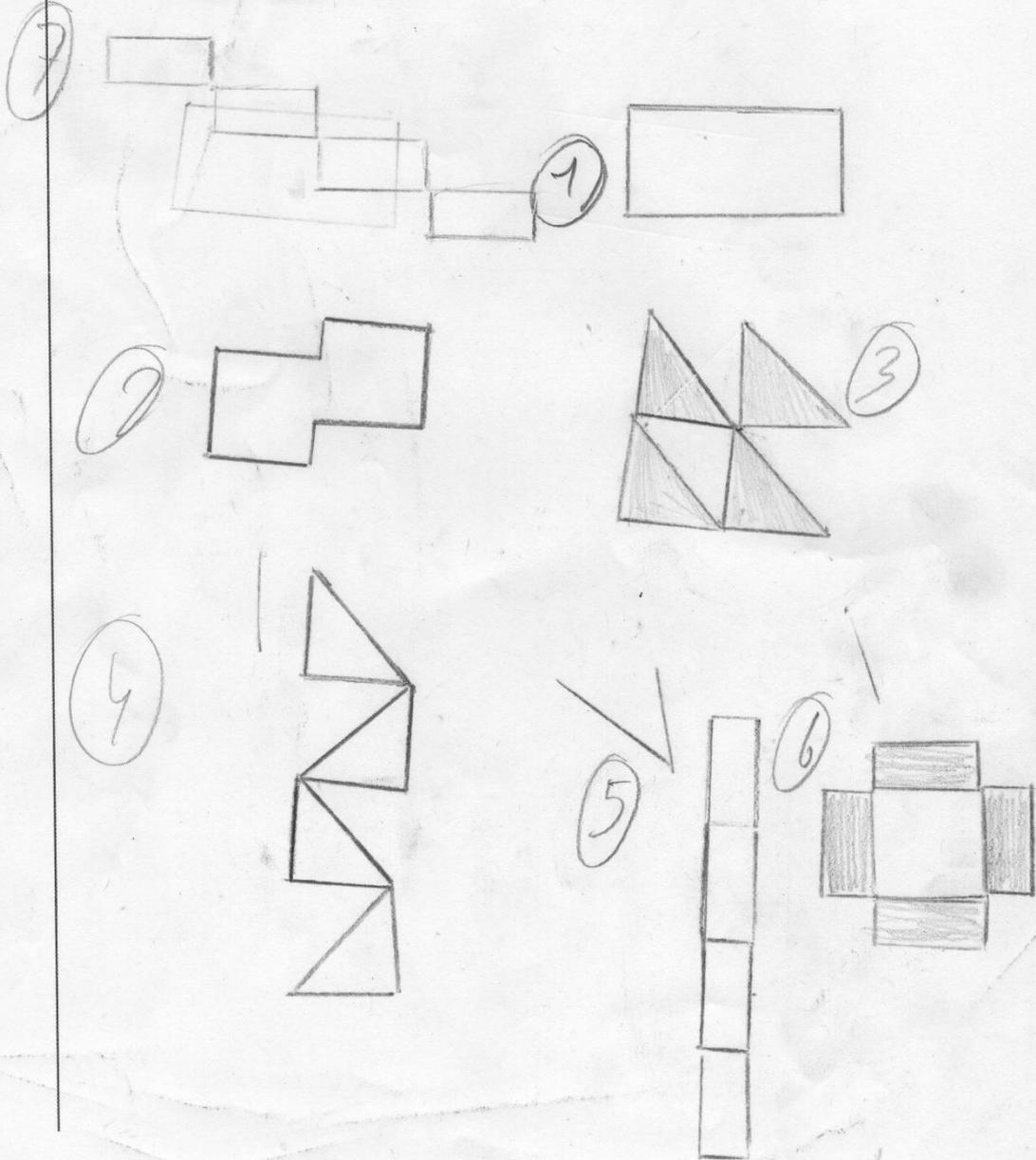
Lola

**CHERCHER** Des aires doubles et moitiés

- 1 Construis six surfaces :  
- chacune a une aire double de celle du carré bleu ;  
- les six surfaces ont des formes différentes.



Tu peux les dessiner en prenant le carré comme gabarit ou bien les réaliser en collant des carrés découpés.

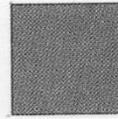


Anne-Cécile

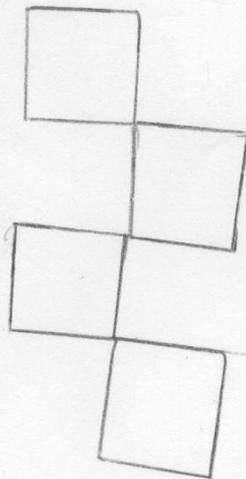
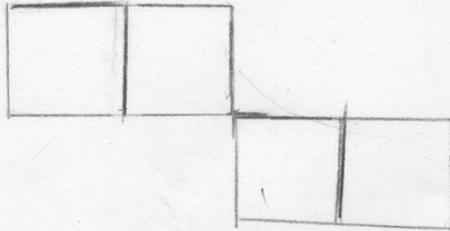
**CHERCHER**

**Des aires doubles et moitiés**

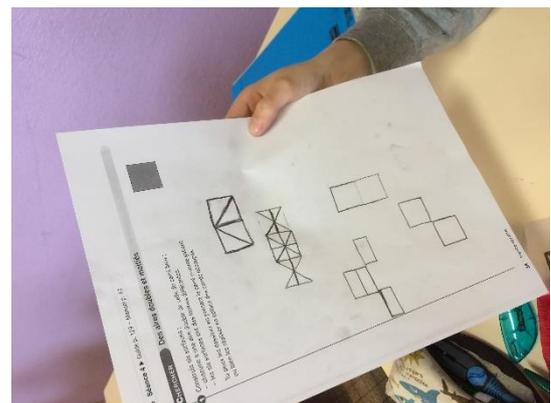
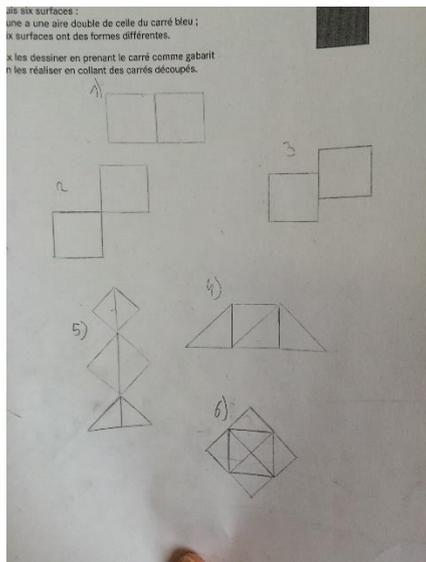
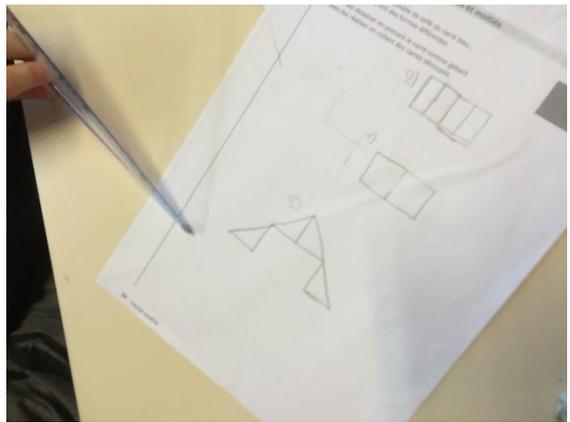
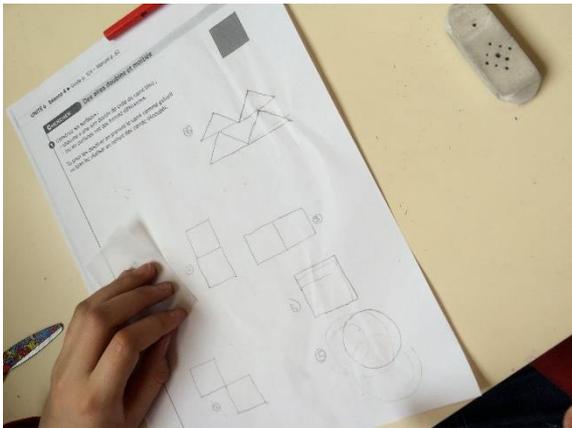
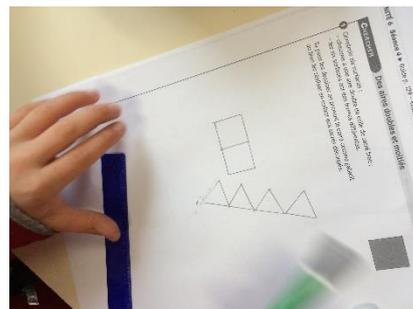
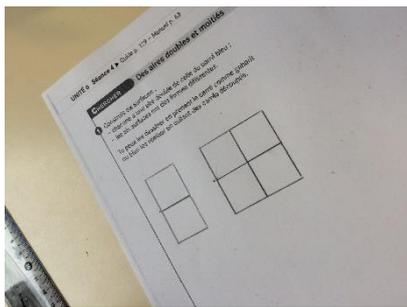
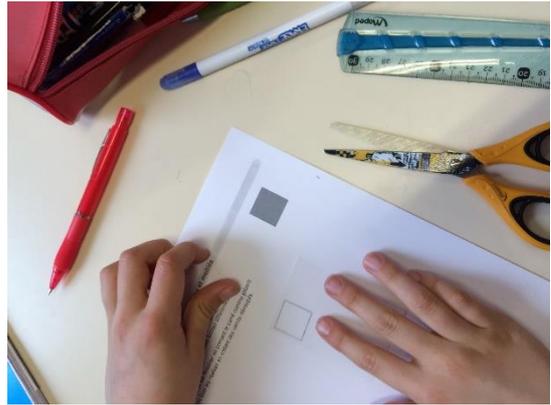
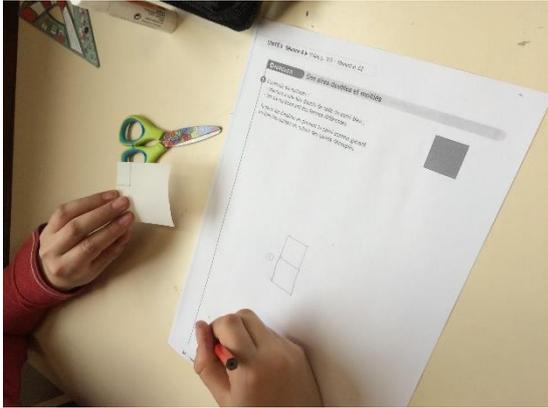
- 1 Construis six surfaces :  
– chacune a une aire double de celle du carré bleu ;  
– les six surfaces ont des formes différentes.



Tu peux les dessiner en prenant le carré comme gabarit ou bien les réaliser en collant des carrés découpés.



Quelques photos de la séance 5 :



**Fiche séance**

Figures ayant une aire plus petite que celle de la figure A	Figures ayant la même aire que celle de la figure A	Figures ayant une aire plus grande que celle de la figure A

Je pense que les morceaux ..... permettent de recouvrir le rectangle A

Après avoir vérifié, je sais que les morceaux ..... permettent de recouvrir le rectangle A

Quelques productions d'élèves de la séance 6 :

Figures ayant une aire plus petite que celle de la figure A	Figures ayant la même aire que celle de la figure A	Figures ayant une aire plus grande que celle de la figure A
E F A C	G H	B D D

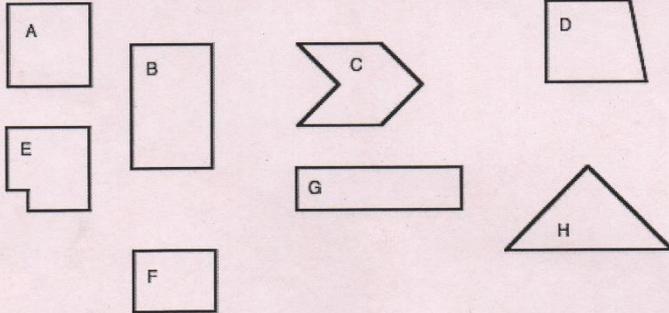
Je pense que les morceaux G, D, B, H ..... permettent de recouvrir le rectangle A

Après avoir vérifié, je sais que les morceaux G, D, B, H ..... permettent de recouvrir le rectangle A

Sara

Pour trouver la ou les figures pour recouvrir la figure A j'ai compté les carreaux. Si il y avait moins de 4 carreaux c'était plus que de A, si il y avait 4 carreaux c'était égale et enfin si c'était plus de 4 carreaux c'était plus.

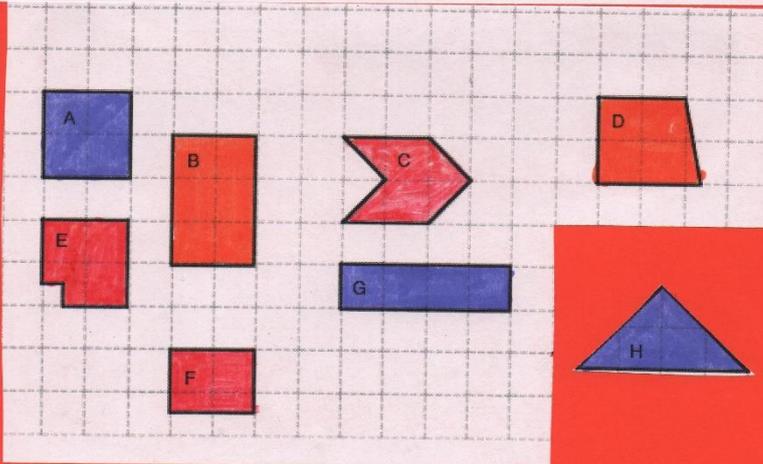
Jules



Figures ayant une aire plus petite que celle de la figure A	Figures ayant la même aire que celle de la figure A	Figures ayant une aire plus grande que celle de la figure A
E, F	G	B, D, C, G, H

Je pense que les morceaux B, H, C, G, D permettent de recouvrir le rectangle A

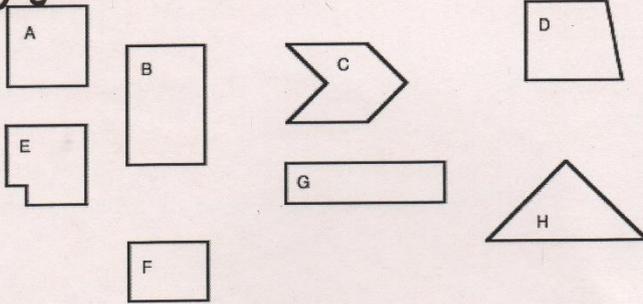
Après avoir vérifié, je sais que les morceaux H, C, G permettent de recouvrir le rectangle A



si je découpe la figure H en 2 parties ça recouvre la figure A  
 si la G se découpe en 2 parties je peux la superposer sur la A  
 la figure C peut recouvrir entièrement la A

Fiche séance

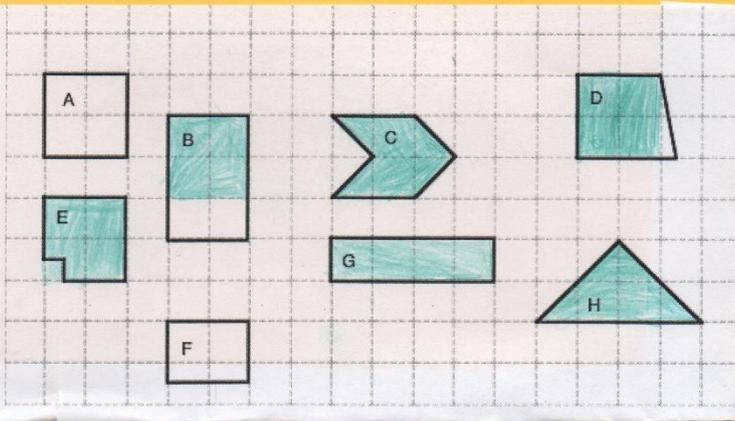
Louis



Figures ayant une aire plus petite que celle de la figure A	Figures ayant la même aire que celle de la figure A	Figures ayant une aire plus grande que celle de la figure A
E, F	G, C, H	B, D

Je pense que les morceaux G, C, H..... permettent de recouvrir le rectangle A

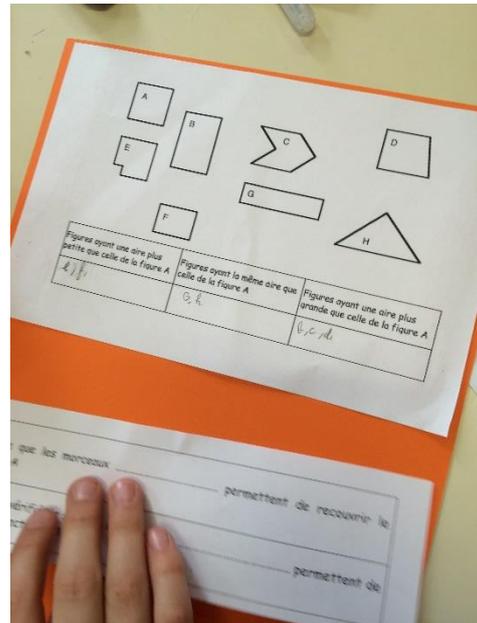
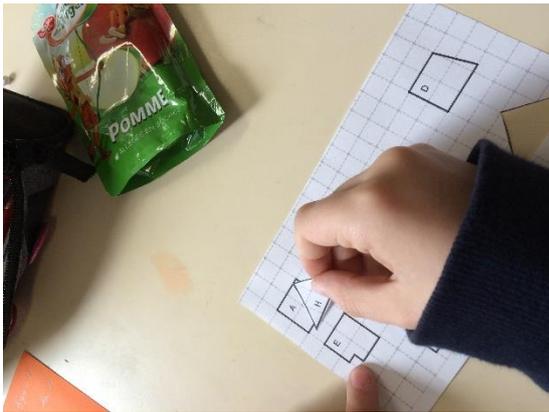
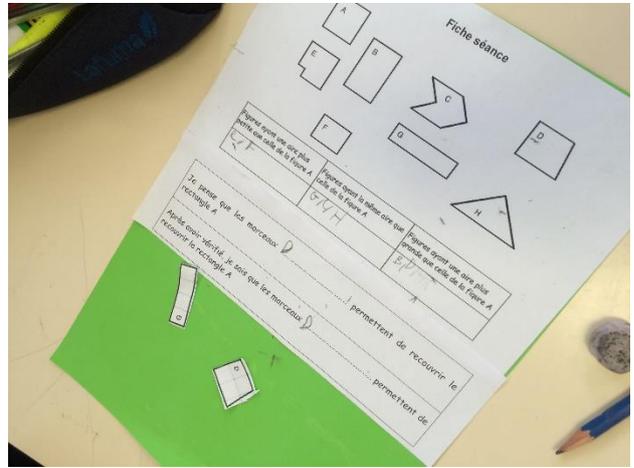
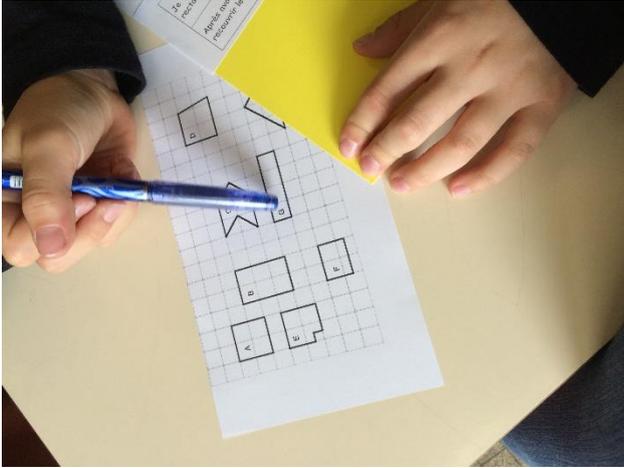
Après avoir vérifié, je sais que les morceaux G, C, H..... permettent de recouvrir le rectangle A



J'ai compté les carreaux que l'on pourrait mettre à l'intérieur :  
 ensuite, j'ai regardé ceux qui ont 4 carreaux d'intérieur :  
 G, H.  
 J'ai aussi calculé ceux qui ont une aire plus grande ou plus petite.

Louis

Quelques photos de la séance 6 :



• Séance 1 :

**28**  
Grandeurs

**AIRES (1)**  
Mesurer une aire à l'aide d'un pavage

Calcul mental

Estime  
le résultat de :  
3 128 + 4 085  
8 985 - 1 078  
...

**Je découvre à quoi correspond la surface d'une figure**

- Trace un triangle ZEN rectangle en Z avec  $ZE = 6$  cm et  $ZN = 8$  cm.
- a) Repasse en rouge le contour de ce triangle.  
b) Mesure le périmètre du triangle ZEN.
- Colorie en vert l'intérieur du triangle ZEN.  
La partie coloriée s'appelle la **surface** du triangle.

J'ai utilisé  
l'équerre.



**Je découvre comment mesurer la surface d'une figure avec un pavage**

On veut mesurer la surface verte du triangle ZEN de l'activité précédente.

- a) Trace un triangle JUS rectangle en J avec  $JU = 3$  cm et  $JS = 4$  cm.  
Découpe-le.  
b) Fabrique et découpe 5 autres triangles rectangulaires identiques au triangle JUS.
- On désire **paver** le triangle ZEN en utilisant des petits triangles découpés.  
Cela signifie que l'on veut recouvrir toute la surface du triangle ZEN :
  - sans déborder ;
  - et sans que les petits triangles se chevauchent.
  - Effectue ce pavage.
  - Combien de petits triangles as-tu utilisés ?

J'ai utilisé le triangle JUS  
comme gabarit.

C'est comme  
un puzzle.



- La mesure de la surface d'une figure s'appelle son **aire**.  
L'unité d'aire lors du pavage ci-dessus est le petit triangle.  
Recopie et complète :  
« La surface du triangle ZEN est pavée par ... petits triangles ; donc, son aire est ... unités d'aire. »



**Je retiens**

La **surface** d'une figure est sa partie intérieure.

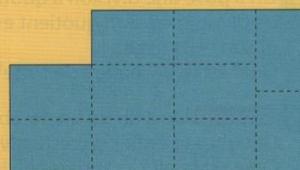
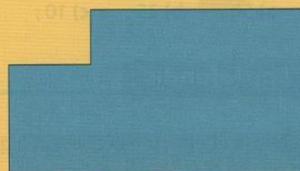
La surface de la figure ci-contre est coloriée en bleu.

L'**aire** est la mesure de la surface d'une figure.

Pour mesurer une aire, il faut choisir une **unité d'aire**.

Par exemple, on peut choisir ce rectangle orange pour **paver** la surface bleue.  
Le rectangle orange est l'unité d'aire.

L'aire de la figure bleue est **10 unités d'aire**.



## Je comprends

### Énoncé

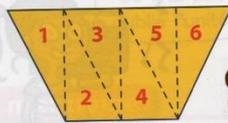
Le **triangle vert** est l'unité d'aire. Détermine l'aire de la figure jaune.



### Solution

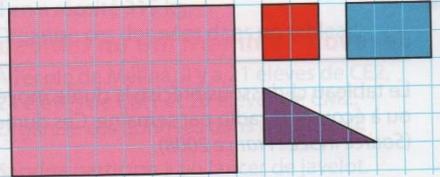
L'aire de la figure jaune est **6** unités d'aire.

J'ai pavé la figure jaune avec **6** triangles verts.



## J'applique

Pour les exercices **A** à **C**, reproduis les figures ci-dessous.

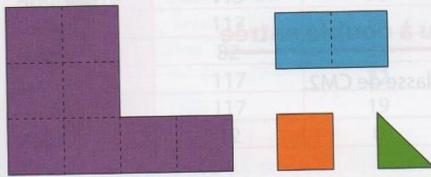


**A** Le **carré rouge** est l'unité d'aire. Détermine l'aire de la figure rose.

**B** Le **rectangle bleu** est l'unité d'aire. Détermine l'aire de la figure rose.

**C** Le **triangle violet** est l'unité d'aire. Détermine l'aire de la figure rose.

## Je m'entraîne

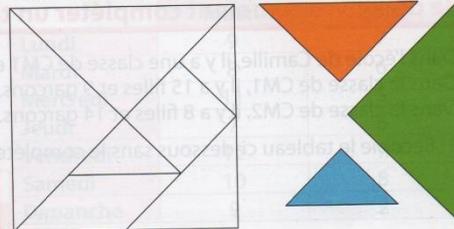


**ORAL** **1** Le **rectangle bleu** est l'unité d'aire. Quelle est l'aire de la surface violette ?

**ORAL** **2** Le **carré orange** est l'unité d'aire. Quelle est l'aire de la surface violette ?

**ORAL** **3** Le **triangle vert** est l'unité d'aire. Quelle est l'aire de la surface violette ?

Voici un modèle de Tangram :



**4** Le **triangle vert** est l'unité d'aire. Quelle est l'aire du Tangram ?

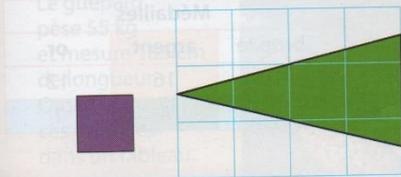
**5** Le **triangle orange** est l'unité d'aire. Quelle est l'aire du Tangram ?

**6** Le **triangle bleu** est l'unité d'aire. Quelle est l'aire du Tangram ?

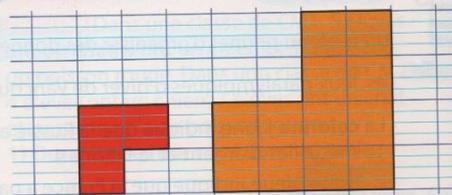
## J'approfondis

**7** Sur une feuille quadrillée, on choisit pour unité d'aire le carreau. Trace un rectangle d'aire 15 unités d'aire.

**8** **PROBLÈME** Le carré violet est l'unité d'aire. Quelle est l'aire exacte de la figure verte ?



**9** **PROBLÈME** La figure rouge est l'unité d'aire.



**1** Réalise un pavage de la figure orange en utilisant uniquement des figures rouges entières.

**2** Quelle est l'aire de la figure orange ?

• Séance 2 :

**40**  
Grandeurs

**AIRES (2)**  
Mesurer une aire à l'aide d'un quadrillage

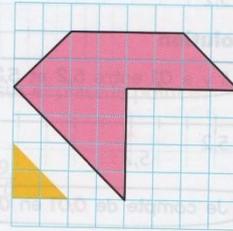
**Calcul mental**  
Compte de 0,1 en 0,1 :  
• à partir de 9  
• à partir de 3,4  
...

**Je revois comment mesurer une aire à l'aide d'un pavage**

- 1• Sur une feuille à petits carreaux, reproduis la figure rose ci-contre.
- 2• On utilise le **triangle jaune** comme unité d'aire. Détermine l'aire de la figure rose.



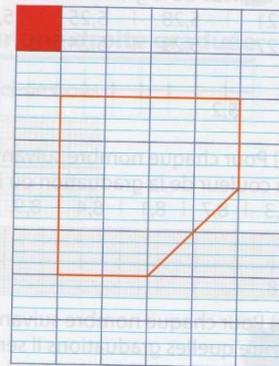
J'ai pavé la figure rose avec des triangles jaunes.



**Je découvre comment mesurer une aire avec un quadrillage**

On utilise le **carré rouge** comme unité d'aire. Ce carré correspond à un carreau du quadrillage.

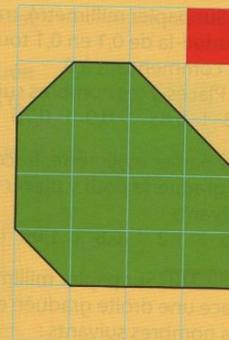
- 1• Sur une feuille quadrillée, reproduis la figure orange ci-contre.
- 2• a) Colorie en bleu les carreaux entiers qui sont contenus à l'intérieur de cette figure.  
b) Combien y a-t-il de carrés bleus ?
- 3• La partie non coloriée de la figure est constituée de deux triangles.  
a) Colorie en vert l'un de ces triangles. Quelle est son aire ?  
b) Colorie en vert l'autre triangle.  
c) Quelle est l'aire de la partie coloriée en vert ?
- 4• Quelle est l'aire totale de la figure orange ?



**Je retiens**

On peut utiliser un quadrillage pour mesurer une **aire**. Pour cela, on peut choisir comme unité d'aire **un carreau du quadrillage**.

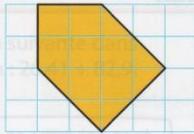
L'unité d'aire est le **carré rouge**.  
La **figure verte** est constituée de 11 carreaux entiers et de 4 demi-carreaux.  
L'aire totale des 4 demi-carreaux est égale à 2 carreaux.  
 $11 \text{ carreaux} + 2 \text{ carreaux} = 13 \text{ carreaux}$ .  
Ainsi, l'aire de la **figure verte** est 13 carreaux.



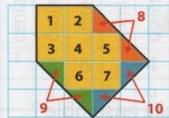
## Je comprends

### Énoncé

On utilise le carreau comme unité d'aire. Détermine l'aire de la figure jaune ci-contre.



### Solution



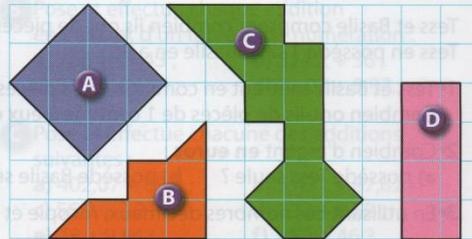
L'aire de la figure jaune est 10 carreaux.

J'ai regroupé 2 par 2 les demi-carreaux.

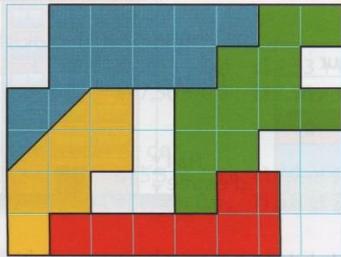


## J'applique

On utilise le carreau comme unité d'aire. Détermine l'aire de chacune des figures coloriées **A**, **B**, **C** et **D**.



## Je m'entraîne



Pour les exercices 1 et 2, on utilise le carreau comme unité d'aire.

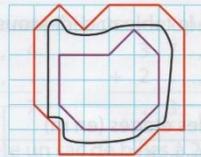
ORAL

1) Quelle est l'aire de la surface :  
a) verte ? b) jaune ? c) bleue ? d) rouge ?

ORAL

2) Quelle est l'aire de la partie non coloriée de ce quadrillage ?

3



On utilise le carreau comme unité d'aire.

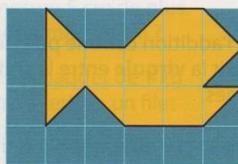
- 1) Détermine l'aire de la figure violette.
- 2) Détermine l'aire de la figure rouge.
- 3) Que peux-tu dire de l'aire de la figure noire ?

4

- 1) Sur une feuille à petits carreaux, trace un rectangle bleu de largeur 2 cm et de longueur 3 cm.
- 2) En utilisant le petit carreau comme unité d'aire, détermine l'aire du rectangle bleu.
- 3) Trace un rectangle différent mais ayant la même aire que le rectangle bleu.

## J'approfondis

5 On utilise le carreau comme unité d'aire.



1) Quelle est l'aire de la figure jaune ?

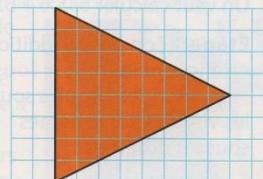
L'aire n'est pas un nombre entier de carreaux.



2) Quelle est l'aire de la partie bleue ?

6 PROBLÈME

On utilise le carreau comme unité d'aire.



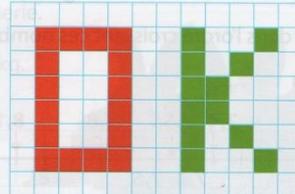
- 1) Sur une feuille quadrillée, reproduis ce triangle.
- 2) Découpe-le et assemble les morceaux pour former un rectangle.
- 3) Quelle est l'aire du triangle orange ?

**49** **AIRES (3)**  
**Comparer, ranger des aires**  
 Grandeurs

**Calcul mental**  
 Range par ordre croissant :  
 2,3 | 3,2 | 2,33 | 3,02  
 ...

**Je découvre comment comparer des aires en utilisant un quadrillage**

- On utilise le carreau comme unité d'aire.
  - Quelle est l'aire de la **lettre rouge** ?
  - Quelle est l'aire de la **lettre verte** ?
- Quelle lettre a la plus grande aire : la lettre **O** ou la lettre **K** ? Explique ta réponse.



**Je découvre comment ranger des aires en les superposant**

On veut ranger les aires des surfaces ci-dessous de la plus petite à la plus grande.



- Décâlque ces figures.
  - Découpe-les.
- Superpose la figure **A** avec la figure **B**. La surface orange s'appelle un **disque**.
  - Laquelle a la plus grande aire : la figure **A** ou la figure **B** ?
- Superpose ces quatre figures : celle ayant la plus grande aire au-dessous, celle ayant la plus petite aire au-dessus.
- Range les aires des figures **A**, **B**, **C** et **D** de la plus petite à la plus grande.



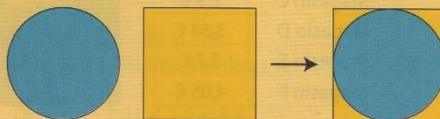
**Je retiens**

• **Méthode pour ranger des aires en utilisant un quadrillage**

La surface verte a une aire de 6 carreaux.  
 La surface violette a une aire de 8 carreaux. }  $8 \text{ carreaux} > 6 \text{ carreaux}$   
 L'aire de la surface violette est **supérieure** à celle de la surface verte.



• **Méthode pour ranger des aires par superposition**

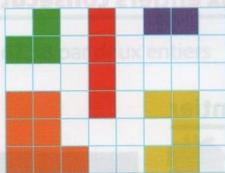


On décâlque les figures, puis on les superpose.  
 Le disque bleu est **entièrement contenu** dans le carré jaune.  
 L'aire du disque bleu est **inférieure** à l'aire du carré jaune.

## Je comprends

### Énoncé

Range les aires des surfaces colorées ci-contre dans l'ordre croissant.



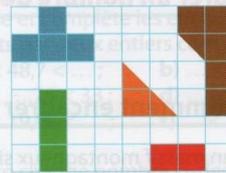
### Solution

$$2 \text{ } \square \text{ } < 3 \text{ } \square \text{ } < 4 \text{ } \square \text{ } < 5 \text{ } \square \text{ } < 7 \text{ } \square \text{ }$$

Voici la liste des aires par ordre croissant :  
aire violette, aire verte,  
aire rouge, aire jaune,  
aire orange.



## J'applique



- Compare l'aire de la figure bleue avec celle de la figure verte.
- Compare l'aire de la figure bleue avec celle de la figure marron.
- Quelles figures ont des aires identiques ?
- Range les aires des surfaces colorées ci-dessus dans l'ordre croissant.

## Je m'entraîne

ORAL

- Range les aires des figures suivantes de la plus grande à la plus petite.



ORAL

2



On utilise le carreau comme unité d'aire.

- Quelle est l'aire de chaque figure ci-dessus ?
- Range ces aires dans l'ordre décroissant.

- 1) Sur une feuille blanche, trace un cercle de rayon 3,5 cm. Colorie en jaune le disque obtenu.
- 2) Trace en rouge un carré ayant une aire supérieure à celle du disque jaune.

- 4) On utilise le carreau comme unité d'aire.

- 1) Quelle est l'aire de la surface :  
a) bleue ? b) jaune ?  
c) rouge ? d) verte ?

- 2) Range ces aires dans l'ordre décroissant.



## J'approfondis

- 1) a) Sur une feuille à petits carreaux, trace un carré de côté 5 cm.  
b) Trace aussi un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 3 cm.  
2) Laquelle des figures a la plus grande aire ?
- 6 **PROBLÈME** 1) Sur une feuille à petits carreaux, trace un triangle rectangle BLE rectangle en B tel que  $EB = BL = 5$  cm.  
2) Trace un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 4 cm.  
3) Compare les aires de ces deux figures.

- 7 **PROBLÈME** Range par ordre croissant les aires des quatre figures suivantes :
  - un carré de côté 3 cm ;
  - un rectangle de largeur 2 cm et de longueur 5 cm ;
  - un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4 cm chacun ;
  - un disque de rayon 2,5 cm.

J'ai tracé les figures ;  
j'ai utilisé un calque,  
des ciseaux...



**EVALUATION MATHÉMATIQUES**

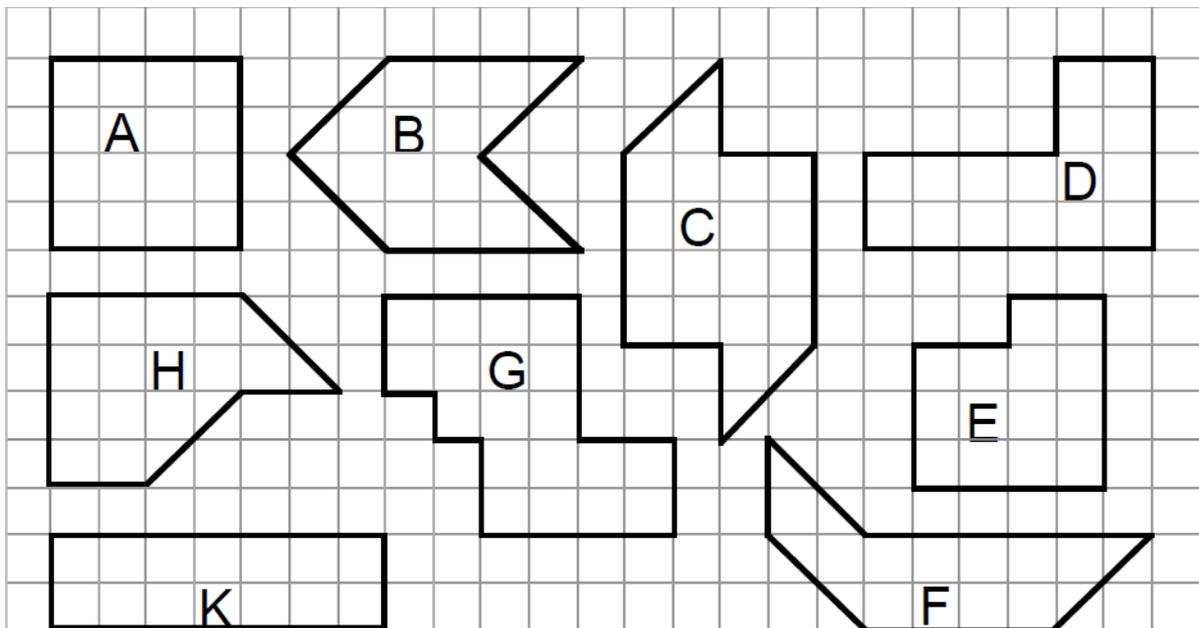
Nom : ..... Prénom : .....

**Grandeurs et mesures : les aires**

**Exercice 1 :**

- *Classer et ranger des surfaces selon leur aire*

Voici quelques figures :



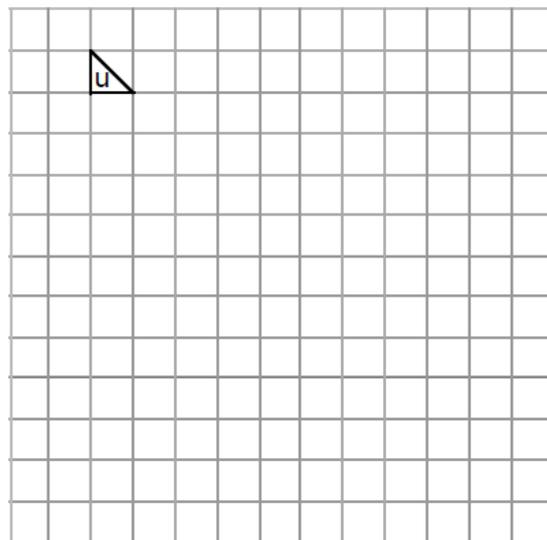
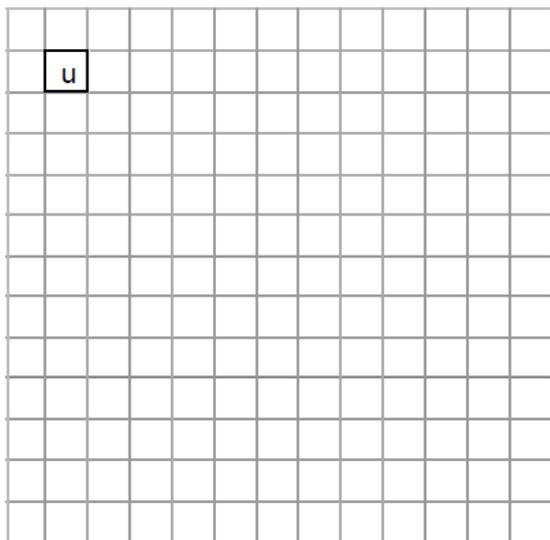
Complète le tableau suivant :

Surfaces dont l'aire est plus petite que celle de la surface A	Surfaces dont l'aire est égale à celle de la surface A	Surfaces dont l'aire est plus grande que celle de la surface A

**Exercice 2 :**

- *Tracer une figure dont l'aire est donnée dans une surface de référence*

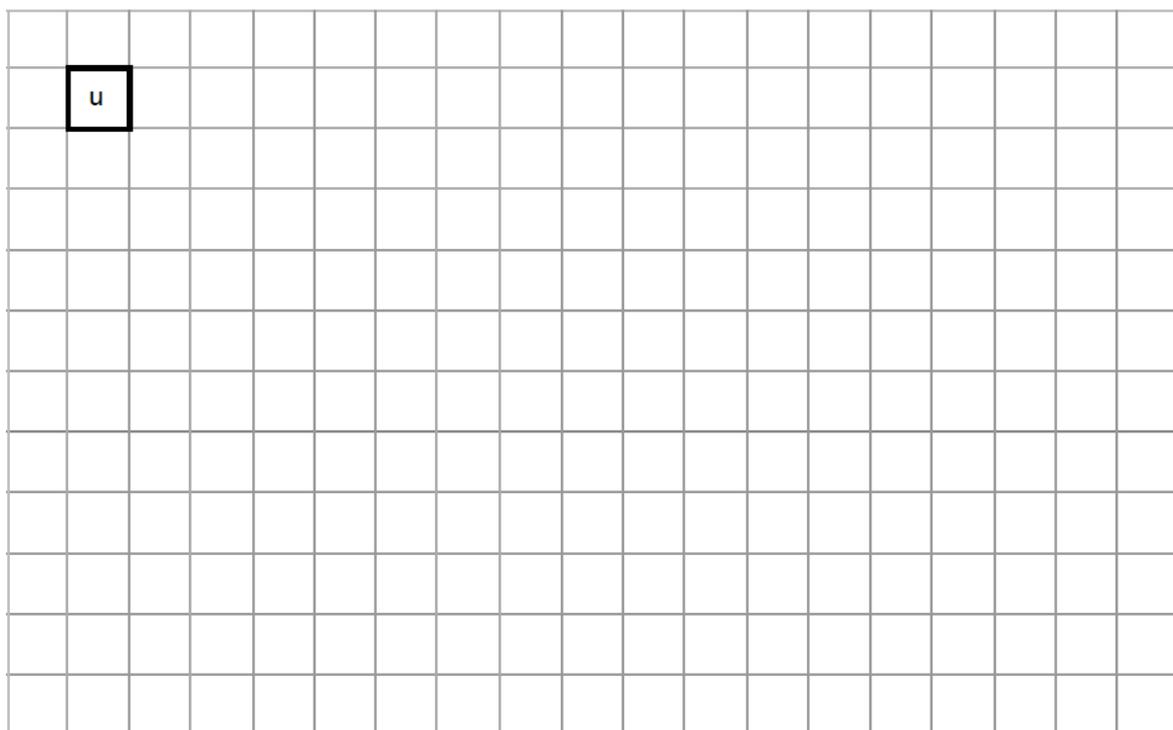
**Dans chaque quadrillage, trace deux figures ayant  $11u$  pour aire :**



**Exercice 3 :**

- *Tracer des figures ayant la même aire mais qui ne sont pas superposables.*

**Trace deux rectangles différents dont l'aire est égale à  $6u$ .**



## MÉMOIRE MENTION MEEF 1<sup>er</sup> degré Parcours "Professeur des écoles "

**Auteur:** Maurane Youssefi

**Année de soutenance :** 2016

**Site universitaire :** Site de Saint-Germain-En-Laye

**Discipline ou domaine :** Mathématiques

**Niveau d'enseignement :** CM1

**Tuteur du mémoire :** Mme Radzynski

**Titre :** Introduction de la grandeur aire au CM1 (cycle 3)

**Mots clefs** (cinq maximum) : aire, grandeurs, mesures, comparaisons, manipulation

---

Ce mémoire traite de la grandeur aire, introduite en CM1. Il détaille en quoi la grandeur aire est importante et délicate à introduire en cycle 3, et quelles sont les caractéristiques à prendre en compte pour l'aborder le plus sereinement possible.

Ce mémoire aborde donc la problématique d'une bonne progressivité dans la mise en place d'une séquence d'apprentissage sur les aires, en prenant en compte au mieux les possibles difficultés des élèves. La question de l'importance des manipulations par comparaison directes et indirectes se pose, et la mise en place d'un dispositif particulier est là pour y répondre.

Ce mémoire est alors structuré en trois grosses parties : une partie théorique avec les apports didactiques des différentes lectures entreprises, une partie pratique avec la mise en place du dispositif en classe, et une partie d'analyse de ce dispositif et de ses résultats.