HAL
open science

Articulation école collège : la restauration de figures comme passerelle, accompagnement de cette rupture

Laura Terpant

To cite this version:

Laura Terpant. Articulation école collège : la restauration de figures comme passerelle, accompagnement de cette rupture. Education. 2016. dumas-01414763

HAL Id: dumas-01414763

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01414763

Submitted on 12 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2015-2016

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention premier degré

Articulation école collège : la restauration de figures comme passerelle, accompagnement de cette rupture.

Présenté par Laura TERPANT

Première partie rédigée en collaboration avec Morgane BERARDOZZI

Mémoire encadré par Marie-Caroline CROSET

Attestation de non-plagiat

Je soussigné(e) (Prénom NOM)

Laura TERPANT

Auteur du mémoire de master 2 MEEF-PE / MEEF-SD / MEEF-EE (entourez la mention et indiquez le titre du mémoire)

Articulation école collège : la restauration de figures comme passerelle, accompagnement de cette rupture

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Châlons

le 17/05/16

Signature de l'étudiant(e)

École supérieure du professorat et de l'éducation Académie de Grenoble

UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

Autorisation de diffusion électronique d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS[1]

Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussigné(e)....Laura TERPANT.....

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé :

..Articulation école collège : la restauration de figures comme...

...passerelle, accompagnement de cette rupture.....

, agissant en l'absence de toute contrainte,

☒ **autorise** ☐ **n'autorise pas** [2]

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à ....Châbons..... le....17/05/16.....

Signature de l'étudiants(e),
Précédée de la mention « bon pour accord » Bon pour accord

Terpant

[1] La base DUMAS (Dépôt Universitaire des Mémoires Après Soutenance) est en accès libre à l'adresse : http://dumas.ccsd.cnrs.fr/
NB : le mémoire sera diffusé sur Dumas si la note obtenue pour l'écrit est supérieure ou égale à 16/20 et si l'auteur et le responsable de mémoire en donnent l'autorisation

[2] Entourer la mention choisie

Sommaire

1. Introduction. 1
2. Etat de l'art. 2
   2.1. Refonte des cycles et nouveaux programmes 2016. 2
   2.2. Finalités de la géométrie : des guides pour notre action. 3
   2.3. Les différents niveaux d'approche de la géométrie (Houdement et Kuzniak), un outil pour penser la progression de cet enseignement. 4
   2.4. Quelle prise en charge à l'école primaire ? 6
   2.5. L'enjeu de la mobilité de regard sur les figures. 7
   2.6. Restaurer des figures : des activités riches pour les élèves. 7
   2.7. L'alignement comme notion géométrique sous-jacente. 9
   2.8. Formulation de la problématique. 11
3. Méthode. 12
   3.1. Présentation des grandes lignes de la séquence. 12
   3.2. Les figures choisies. 13
   3.3. Une progressivité nécessaire. 13
   3.4. Les instruments de géométrie comme variables didactiques. 14
   3.5. Influencer les procédures des élèves par la mise en place d'un système de points régissant l'utilisation des divers instruments géométriques. 15
   3.6. La place de la vérification. 18
   3.7. Alternance entre phases individuelles et collectives. 18
4. Analyse et points de réflexion sur la séquence mise en œuvre. 18
   4.1. Séance 0 : première restauration de figure dont la trame est faite de points. 19
      4.1.1. Une vision assez globale de la figure à restaurer. 19
      4.1.2. Quelques élèves placent les points au jugé, sans analyser les alignements. 20
      4.1.3. Vérification avec le calque : la longueur des traits a-t-elle une importance ? 21
      4.1.4. Traces écrites : alignement et procédure de restauration. 21
   4.2. Séance 1 : une mobilité de regard à accompagner. 23
      4.2.1. Prendre en charge le changement de trame. 23
      4.2.2. Pousser au changement de regard. 24
      4.2.3. Un changement de regard qui doit être progressif. 24
      4.2.4. Paroles d'élèves : comment restaurer une figure ? 25
   4.3. Séance 2 : introduction d'un système de points sur l'utilisation des instruments pour encourager les élèves à limiter le report de longueurs. 26
      4.3.1. Mise en place du système de points liés à l'utilisation des instruments : insister sur la possibilité d'améliorer son score par la suite. 26
      4.3.2. Vérification avec le calque : plusieurs causes d'erreurs. 26

4.3.3. La droite : un concept qui fait encore difficulté. 27
4.4. Séance 3 : mobilité du regard, des élèves qui en sont à des stades différents. Quelle différenciation ?..... 27
4.4.1. Différenciation par la nature des figures proposées. 27
4.4.2. Une restauration de figure particulièrement difficile. 29
4.4.3. Dédramatiser l'utilisation de quelques reports de longueurs : utilisation de bons. 30
4.4.4. Procédures d'élèves pour repérer des points alignés : des niveaux différents. .. 31
4.5. Séance 4 : constater ses progrès sur la restauration de figures et donc sur sa capacité à passer à une vision plus analytique de celles-ci. 32
5. Conclusion et ouverture. 33
6. Bibliographie. 35
7. Annexes. 36

1. Introduction.

Avant de m'intéresser plus précisément à l'enseignement de la géométrie, je n'en voyais pas les finalités. Du moins, celles-ci (produire un travail soigné par exemple) me paraissaient dérisoires par comparaison à celles des apprentissages numériques. Je ne parvenais pas à comprendre quels pouvaient être les bénéfices de cet apprentissage dans la formation de l'élève alors que j'avais bien intégré l'intérêt de la numération par exemple. En fait, durant ma scolarité, je n'ai jamais vraiment aimé ce domaine des mathématiques.

Cette année, avec mes élèves de CM2, je me suis rendu compte que ces considérations m'empêchaient d'enseigner la géométrie avec conviction. Ainsi, me former davantage dans ce domaine m'est apparu comme nécessaire, il faut à mon avis être convaincu de la portée d'une discipline pour bien l'enseigner. Par ailleurs, j'ai constaté un enthousiasme général de la part des élèves en géométrie, ce qui m'a également incitée à m'y pencher davantage.

A l'ESPE, lors d'un partiel de mathématiques en octobre 2015, notre formatrice nous a soumis un travail de restauration de figures tiré de l'article de Keskessa, Perrin Glorian, Delplace (2007) nous invitant d'une part, à le réaliser nous-même et d'autre part, à nous interroger sur celui-ci. J'ai trouvé ce travail assez déconcertant parce qu'il me semble que je n'avais jamais restauré de figures. Pour y parvenir, j'ai moi-même dû surmonter certaines difficultés : j'ai eu l'impression qu'il fallait que j'opère un changement de regard sur la figure et sur la géométrie.

Avant de porter davantage mon attention sur la didactique de la géométrie, j'ai surtout proposé à mes élèves des activités qui mettent en jeu l'utilisation des instruments (travail sur les relations d'incidence de types parallélisme et perpendicularité). J'ai été étonnée de constater que cela n'était pas facile pour certains élèves qui ne parvenaient pas à utiliser les instruments correctement. De plus, j'étais ennuyée de ne pas pouvoir m'assurer en direct que tous les élèves sachent utiliser les instruments. Je n'avais qu'un retour après la séance, durant la correction et cela ne me satisfaisait pas.

Par ailleurs, j'ai constaté lors d'une séquence en symétrie axiale, que certains élèves avaient une appréhension globale des figures mais ne les voyaient pas comme des assemblages de points. Par exemple, pendant une séance d'activité pédagogique complémentaire, j'ai observé comment un élève s'y prenait pour compléter une figure par symétrie axiale. Il procédait au jugé, de manière globale, sans décomposer la figure en points

ni en trouvant le symétrique de chaque point. Ce constat m'a renvoyée à la lecture de l'article de Keskessa et al. (2007). La mobilité de regard sur les figures géométriques m'est alors apparue comme un enjeu essentiel, notamment en vue du passage en sixième. J'ai donc choisi ce thème pour mon mémoire.

Dans un premier temps, je ferai état de mon cheminement, nourri d'articles de recherche, pour aboutir à la problématique de ce mémoire. Ensuite, je m'attacherai à décrire et à analyser les points saillants de la séquence que j'ai conçue. Puis je porterai un regard critique sur la séquence réalisée.

2. Etat de l'art.

2.1. Refonte des cycles et nouveaux programmes 2016.

A la rentrée 2016, la refonte des cycles de l'école prendra effet. Ainsi, le cycle 3 dit de « consolidation » comprendra désormais les classes de CM1, CM2 et sixième. Ce changement traduit la volonté de l'Education Nationale d'atténuer la rupture école collège et de renforcer les liens entre CM2 et sixième. « Ce cycle a une double responsabilité : consolider les apprentissages fondamentaux qui ont été engagés au cycle 2 et qui conditionnent les apprentissages ultérieurs ; permettre une meilleure transition entre l'école primaire et le collège en assurant une continuité et une progressivité entre les trois années du cycle. » (Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015). Comment les enseignants peuvent-ils, par leurs actions, créer un cycle 3 qui soit une passerelle entre l'école et le collège ?

Les nouveaux programmes de l'école élémentaire issus du bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015 délivrent la commande ministérielle aux enseignants. Ils ont pour particularités de présenter les attendus de fin de cycle, en mettant en parallèle les connaissances et compétences associées avec des exemples de situations, d'activités et d'outils pour l'élève. Le travail présenté dans ce mémoire est fortement lié aux nouveaux programmes, comme nous le montrons par les citations sélectionnées.

En mathématiques, les compétences travaillées sont les suivantes : chercher, raisonner (« en géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets »), modéliser, représenter (« analyser une figure selon différents aspects, surfaces, contour de celle-ci, lignes, points »…), calculer et communiquer. L'accent est également mis sur la résolution de problèmes « dans tous les domaines des mathématiques »,

donc la géométrie est concernée, parce que la résolution de problème permet de donner du sens aux notions mathématiques.

En géométrie, il est demandé qu' « à partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement sur les propriétés et les relations. […] Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation. Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure. »
Ainsi, le cycle 3 est un cycle charnière, durant lequel une progression doit s'opérer, vers plus d'abstraction dans l'approche de la géométrie.

Afin de développer différents concepts géométriques chez les élèves, il est essentiel de leur proposer des situations diverses faisant appel à différents types de tâches telles que : reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter et construire.

La progressivité des apprentissages géométriques s'appuie sur : « les gestes de géométrie » (tracer, reproduire), « l'évolution des procédures », « les connaissances mobilisées » (propriétés, théorèmes) et « la maitrise de nouvelles techniques de tracé ».

2.2. Finalités de la géométrie : des guides pour notre action.

Intéressons-nous aux finalités de cet enseignement pour mieux en cerner les objectifs et donc s'en servir comme guides pour notre action dans les classes. En géométrie, les objectifs de l'école primaire sont nombreux. Effectivement, comme le mentionnent Perrin-Glorian, Mathé & Leclercq (2013), les élèves doivent apprendre à utiliser à bon escient les instruments comme la règle, l'équerre et le compas ; ils doivent être capables de tracer des figures, de les décrire et de les reproduire avec soin. D'après Perrin-Glorian et al. (2013), le soin apporté au tracé de figures ne doit pas être vu comme une fin en soi, mais comme lié au raisonnement.

Quatre finalités principales peuvent être dégagées, toujours d'après ces auteurs :

- la construction d'un cadre théorique cohérent
- l'utilisation de ce cadre pour résoudre des problèmes concrets
- la géométrie comme moyen de représentation
- l'apprentissage du raisonnement.

La géométrie, au-delà des notions qu'elle aborde, dépasse les compétences directement liées à son domaine. Elle a des répercussions dans d'autres disciplines, c'est pourquoi elle est fortement associée aux domaines du socle commun de connaissances, de compétences et de culture (Bulletin officiel n° 17 du 23 avril 2015) qui prendra effet à la rentrée 2016. Nous pouvons notamment relever les domaines suivants :
- domaine 1 : les langages pour penser et communiquer ; comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques.

« la description, l'observation et la caractérisation des objets qui nous entourent (formes géométriques…) »

- domaine 2 : les méthodes et outils pour apprendre.

Parce qu'elle implique rigueur, structuration de la pensée et logique, la géométrie apporte ses bénéfices dans d'autres disciplines scolaires.

Ainsi, l'enjeu de la géométrie au cycle 3 est double : à court terme, il s'agit de réussir au collège et à long terme, de construire la démonstration, base de la pensée logique. Au collège, la figure elle-même n'est plus l'objet d'étude. En effet, en quatrième et en troisième, le travail passe à un niveau supérieur d'abstraction pour aller vers la démonstration.

A ce stade de notre réflexion, nous avons bien à l'esprit qu'au cours de la scolarité, la géométrie se transforme. Nous pourrions même la qualifier de plurielle. Comment la définir à chaque cycle ?

2.3. Les différents niveaux d'approche de la géométrie (Houdement et Kuzniak), un outil pour penser la progression de cet enseignement.

Tableau 1 : Les différents niveaux d'approche de la géométrie (Houdement et Kuzniak, 1998-1999, page 19).

	Géométrie naturelle I	Géométrie axiomatique naturelle II	Géométrie axiomatique formaliste III
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Outil pour chercher, conjecturer	Outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration Et lien entre les objets.

Ce groupe de chercheurs propose une « progression globale de l'enseignement de la géométrie », qui s'appuie sur différents niveaux d'approche de celle-ci, comme le montre le tableau 1: la géométrie naturelle (géométrie I), la géométrie axiomatique naturelle (géométrie II) et la géométrie axiomatique formaliste (géométrie III). Cette dernière ne concerne pas l'école primaire mais plutôt les filières scientifiques du lycée. Ils s'appuient sur l'évolution de trois modes de connaissances : intuition, expérience et déduction. Progressivement, le type d'espace, le statut du dessin tendent vers plus d'abstraction, vers un raisonnement appuyé sur les objets et la démonstration.

Or, ils montrent combien cette progression est peu prise en charge par l'enseignement. Au regard de leur classification, ils ont étudié des manuels de cycle 3 (actuels CE2, CM1 et CM2) et ont constaté que ce sont surtout des « activités géométriques dans une géométrie naturelle où le mode de validation est le sensible » qui sont proposées. Alors que la fin d'école primaire devrait amener les élèves vers la géométrie II, il semblerait que l'expérience soit encore privilégiée, laissant moins de place à « l'intuition et de la déduction ». Ils signalent que ces activités peuvent tendre vers une approche par la géométrie II mais qu'elles sont rarement abouties.

Il semblerait donc que l'appréhension globale des figures soit beaucoup travaillée à l'école primaire, au détriment d'une vision plus analytique. Le tableau 2 compare ces deux visions.

Tableau 2 : Vision globale et vision analytique sur les figures géométriques planes (issues de l'article de Keskessa et al., 2007).

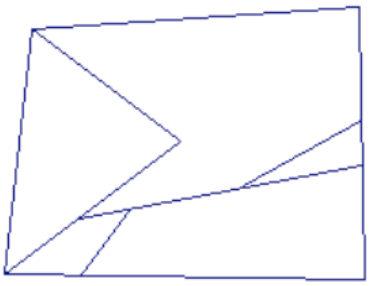
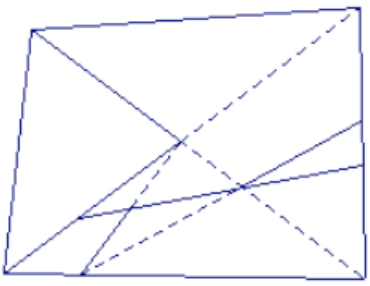
	

Figure appréhendée de manière globale.	Figure vue de façon analytique.
La figure peut être vue comme un assemblage de cinq sous figures : un grand triangle à gauche, un long quadrilatère en bas, un petit quadrilatère attenant au triangle, un autre petit triangle à droite et un hexagone en haut.	La figure n'est plus appréhendée de manière globale ici. Le regard porté permet d'analyser la figure à travers des relations d'alignement et de points caractéristiques.

En effet, les activités « d'assemblage par juxtaposition » (terme défini dans l'article de Duval et Godin, 2005, page 9) de type tangram sont très présentes dans les classes.

2.4. Quelle prise en charge à l'école primaire ?

Le constat dressé par ces différentes équipes de chercheurs révèle un réel manque de prise en charge de la progression de l'enseignement de la géométrie par les enseignants. Elle reste cantonnée à la géométrie I, les avancées vers la géométrie II en fin de primaire restent timides. Ceci nous encourage à poursuivre nos travaux sur ce thème, conscientes de ces lacunes.

Perrin-Glorian et al. (2013) apportent un éclairage sur la continuité de l'enseignement de la géométrie du début de l'école élémentaire à la fin du collège. De la maternelle au CM2, les figures géométriques sont abordées différemment. La lecture de leurs travaux nous ont permis de dresser la progression suivante.

En maternelle, les jeunes élèves approchent les figures de manières sensorielles. Par exemple, le triangle est présenté comme un objet préhensible, que l'enfant manipule. Il le reconnait à ses trois pointes. Ainsi, parmi de multiples objets de formes géométriques différentes, l'enfant est amené à distinguer les triangles des autres figures selon ce critère. Il doit par exemple, faire abstraction de la couleur de ces objets : tous les objets à sélectionner ne sont pas rouges, ils peuvent être bleus, verts… mais ils doivent tous avoir trois pointes pour être triangles.

Peu à peu, dès le cycle 2, des termes plus abstraits sont introduits. On ne parlera plus alors de pointes mais de trois sommets pour un triangle. Les programmes 2008 prescrivent un enseignement du « vocabulaire spécifique » (Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008). Ainsi, nous pourrions voir qu'un basculement progressif vers la géométrie I s'effectue au cycle 2. Houdement & Castel (2004,) indiquent que selon Parzysz, la géométrie I se met en place via la géométrie 0 qui est la géométrie des objets.

Charnay, Douaire et al. (2006) rappellent qu'il existe deux sortes d'objets : ceux de l'espace sensible, usuel, qui sont utilisés en maternelle surtout ; et les objets idéaux, géométriques qui n'existent pas dans la nature mais qui résultent d'une construction intellectuelle. Cette dernière catégorie d'objets ne constitue pas un sujet d'étude à part entière à l'école primaire. Toutefois, les enseignants doivent avoir conscience qu'ils doivent progressivement amener leurs élèves vers cette considération. La classification de Kuzniak et Houdement permet aux enseignants « d'enrichir leur propre conception de la géométrie et de la confronter avec le paradigme géométrique dans lequel leurs élèves doivent évoluer ».

Le cycle 3 devrait permettre le passage progressif vers la géométrie II, géométrie qui sera celle du collège. Au collège, il s'agira d'envisager les objets de manière idéale et de raisonner grâce à la démonstration. Or, il semblerait que cet accompagnement vers la géométrie « collégienne » soit insuffisamment pris en charge par les enseignants de fin d'école primaire. Résultat : une rupture école collège importante tant par le changement de structure scolaire que par la nature des enseignements prodigués et dans notre cas, dans l'enseignement de la géométrie.

2.5. L'enjeu de la mobilité de regard sur les figures.

La principale difficulté de la transition école collège relevée par Perrin-Glorian et al. (2013) est celle de savoir comment faire passer les élèves d'une vision globale d'une figure à une vision/lecture ponctuelle (analyse de celle-ci). Comment passer d'une vision correspondant à un assemblage de figures juxtaposées à une vision plus géométrique ? Comment amener les élèves à opérer cette mobilité de regard ?

L'article de Keskessa et al. (2007) s'attache à montrer l'importance de la mobilité du regard sur les figures géométriques. Deux visions très différentes des figures sont données (voir tableau 2) : les figures peuvent être envisagées comme « assemblage de parties ou de surfaces » ou bien comme un « assemblage de lignes ou de points » (page 33). L'enjeu du cycle 3 serait d'amener les élèves vers un regard plus analytique sur les figures, regard qui sera attendu au collège. Ces auteurs soulignent l'importance du rapport aux figures géométriques et parlent « d'un point clé » dans « l'apprentissage de la géométrie plane ». Etre capable d'une mobilité du regard, c'est être capable, dans ce cadre, de « changer de point de vue notamment en termes de dimension (passer de la vision de surfaces à celle de lignes ou de points et réciproquement). » Ils constatent que cela pose bien souvent problème aux élèves. La « lecture d'une figure complexe […] demande de dépasser la vision de surfaces juxtaposées pour identifier des figures superposées dans un enchevêtrement de lignes ainsi que les points qui les déterminent » (pages 33 et 34).

2.6. Restaurer des figures : des activités riches pour les élèves.

Keskessa et al (2007), forts de ce constat, proposent des activités palliant ce manque, puisqu'elles amènent les élèves à une mobilité de regard. Il s'agit de restauration de figures, c'est-à-dire qu'il faut reproduire une figure à partir d'une de ses parties. Par exemple, pour ces figures issues de l'article, le but est de reproduire le modèle 1 à partir de la trame a (voir tableau 3). Nous avons choisi d'introduire ces termes, modèle et trame, avec les élèves pour plus de clarté tout au long de la séquence mise en œuvre.

Tableau 3 : Restaurer une figure (figures issues de l'article de Keskessa et al., 2007).

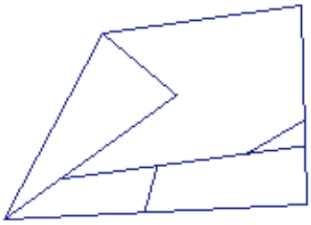


Figure à reproduire. Modèle 1.	Partie fournie, à partir de laquelle il faut reproduire la figure ci-contre. Trame a.

Ces auteurs ne font ici pas la distinction entre figure et dessin. Leur préoccupation porte sur les dessins des figures, dessins qui sont eux-mêmes « porteurs de propriétés que l'on peut vérifier avec des instruments. » Ainsi, ils désignent par figure à la fois la figure géométrique qu'une de ses réalisations sur le papier.

En revanche, Charnay, Douaire et al. (2006) distinguent la figure, objet géométrique idéal en deux ou trois dimensions, du dessin qui en est une trace laissée par l'outil dans l'espace graphique.

Par ailleurs, les figures choisies dans cette étude sont des figures planes. Elles sont travaillées dans l'espace graphique « en lien avec la construction des notions géométriques et non avec la représentation de situations spatiales. » L'équipe de recherche n'a donc pas la prétention d'atteindre tous les objectifs de la géométrie avec les activités qu'elle propose. Néanmoins, un travail dans le micro espace (ce terme est défini dans la section « l'alignement comme notion géométrique sous-jacente ») s'avère être un pré requis pour ensuite modéliser le réel avec la géométrie.

Les activités présentées supposent également, comme les auteurs le soulignent, un changement assez profond dans les pratiques des enseignants. En effet, pour mettre en place ces activités dans leurs classes, ils doivent eux-mêmes les réaliser en amont. Ils sont donc confrontés directement aux difficultés que peuvent rencontrer leurs élèves et doivent eux aussi, faire cet effort de mobilité de regard qu'on ne leur a peut-être pas enseignée explicitement. Nous concernant, nous n'avons pas le souvenir d'avoir reçu un enseignement explicite à ce sujet durant notre scolarité.

La démarche proposée est l'inverse de celle qui est souvent suivie. L'apprentissage de l'élève est guidé par deux étapes successives. D'abord, il y a « reconnaissance perceptive » d'une figure », puis « analyse de cette même figure ». L'élève est alors acteur de ses apprentissages dans le sens où il est mis en situation de recherche. « A partir de ce qu'il voit […], il peut faire des hypothèses […] qu'il vérifie avec des instruments en utilisant ce qu'il sait. » C'est en cela que cette démarche permet le passage de la géométrie I à la géométrie II.

Les figures proposées dans l'article présentent toutefois une difficulté inhabituelle : pour être restaurées, il est nécessaire de les analyser non pas comme un assemblage de sous figures (ce qui correspondrait à une vision globale de la figure) mais comme des figures déterminées par des intersections de droites. C'est en cela qu'elles constituent une rupture de « contrat didactique ». Ce concept a été introduit par Guy Brousseau, didacticien français des mathématiques. Il le définit comme « l'ensemble des comportements spécifiques du maitre qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève attendus par le maitre », comme le stipule Sarrazy dans la note de synthèse [Le contrat didactique] de la revue française de pédagogie (1995).

Les activités proposées par Keskessa et al (2007) sont moins guidées que des programmes de construction par exemple, souvent soumis aux élèves. L'élève est mis en situation de recherche et l'enseignant se doit de se mettre en retrait. Ces changements d'attitudes et d'attentes doivent donc être pris en charge par l'enseignant lors d'une phase de « dévolution », durant laquelle il rend ses attendus explicites. Brousseau définit ce terme comme « acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage […] et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (Théorie des situations didactiques, 1998).

Nous avons choisi des figures qui impliquent de travailler sur la relation d'incidence « alignement » avec nos élèves. Quels apports didactiques de la recherche pour aborder l'alignement ?

2.7. L'alignement comme notion géométrique sous-jacente.

Les figures à restaurer durant cette séquence mettent en jeu l'alignement et au-delà de cela, c'est la notion de droite qui est visée. L'alignement est une notion du cycle 2 (CE1 selon les programmes 2008) donc a priori acquise par les élèves de CM2. Les situations présentées dans l'article font travailler « les alignements et les intersections et à travers eux les notions de droite et point » selon ses auteurs. Comme l'expliquent les auteurs Charnay, Douaire et al

(2006), l'alignement peut s'opérer dans différentes situations spatiales : dans le méso espace (par exemple une file de personnes), dans la micro espace (quand on joue aux morpions)…

Lors du séminaire de Didactique des Mathématiques, Rethymon 2000 Université de Crète, il est rappelé que Guy Brousseau a défini le macro espace pour l'enfant comme « territoire beaucoup trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard » ; méso espace pour « territoire placé sous le contrôle de sa vue » et micro espace caractérisé par « la manipulation de petits objets ». Selon la taille de l'espace considéré, les outils utilisés ne seront pas les mêmes : l'alignement dans le micro espace est visible sans déplacement alors que dans le méso espace, il faudra se déplacer, utiliser la visée par exemple… Cette relation d'incidence peut faire l'objet de plusieurs types de problèmes mathématiques : reconnaissance, production, existence.

L'alignement met en jeu les objets géométriques suivants, définis par Charnay, Douaire et al. (2006) :

- le point : pour l'élève, il relève plutôt d'une trace matériel plutôt que d'un objet théorique ;
- la droite : objet théorique qui est une modélisation de l'ensemble des objets alignés de l'espace sensible. Elle correspond à la « ligne droite » de l'espace sensible ;
- le segment : ligne rectiligne à deux extrémités, c'est le plus court chemin pour aller d'un point à un autre. C'est aussi l'ensemble des points d'une droite compris entre deux points.

L'alignement est très lié aux relations d'incidence :

- l'appartenance d'un point à une droite ;
- l'inclusion d'un segment dans une droite ;
- deux droites sécantes ou non.

Les théorèmes sous-jacents sont les suivants :

- par deux points, il ne passe qu'une seule droite ;
- transitivité de l'alignement ;

…

Comment les élèves vont-ils contrôler les relations d'alignement ?

- Contrôle perceptif non instrumenté : l'élève se fie à sa vue pour identifier des possibles relations d'alignement sur la figure modèle.

- Mode perceptif instrumenté : l'instrument porte la relation à contrôler ou à produire. L'élève utilise sa règle non graduée pour vérifier la supposée relation d'alignement.
- Recours au tracé : l'élève peut constater qu'un point est sur le trait, ou que le point est dans le prolongement de ce trait.
- Il peut avoir recours à la théorie, en raisonnant sur des objets conceptualisés.

Ces différentes manières de contrôler l'alignement sont en fait plusieurs stratégies, procédures que pourront utiliser les élèves. Cet apport didactique nous permet donc d'anticiper les manières de faire de nos élèves.

2.8. Formulation de la problématique.

Nos lectures se sont attachées à montrer, dans un premier temps, l'enjeu de la place du cycle 3 dans la transition école collège, notamment dans le contexte de refonte des cycles de l'Ecole. Nous avons également souligné combien les activités réalisées dans la séquence de ce mémoire sont en lien étroit avec les préconisations des nouveaux programmes. Nous nous sommes penchées sur les finalités de la géométrie pour mieux en cerner les enjeux. Nous avons finalement constaté combien cet enseignement évolue au cours de la scolarité. Ainsi, les différents niveaux d'approche de la géométrie de Houdement et Kuzniak sont des repères intéressants pour les enseignants. Nous nous sommes alors interrogées sur la prise en charge de cet enseignement à l'école primaire, replaçant les cycles de l'école dans les différents niveaux d'approche de la géométrie de Houdement et Kuzniak. L'enjeu du cycle 3 serait donc le passage progressif de la géométrie I à la géométrie II. Une mobilité du regard doit s'opérer pour que les élèves passent d'une approche globale à une vision plus analytique des figures. Pour cela, des activités de restauration de figures, telles qu'elles sont présentées dans l'article de Keskessa et al. peuvent être des leviers intéressants.

Initialement, nous avons constaté les difficultés de certains de nos élèves à utiliser les instruments de géométrie. En lien avec les activités de restauration de figures et ayant conscience de la place charnière de la classe de CM2, plusieurs questions et thématiques ont pu être dégagées.

- En quoi les restaurations de figures permettent-elles un changement de regard (pour l'élève et l'enseignant) sur les instruments (qui seraient une aide à la géométrie du collège) ?
- Instruments de géométrie : de l'artefact au concept.

En effet, Charnay, Douaire et al. (2006) indiquent qu'il est important pour les enseignants de « trouver des situations de classe qui mettent en jeu le concept lié à l'instrument »

Comme le montre ce dernier point, nos lectures nous ont permis d'envisager l'instrument de géométrie comme triple et non plus comme un objet à utiliser selon une procédure automatisée. En effet, ces auteurs indiquent que Rabardel donne trois composantes à l'instrument : artefact, c'est-à-dire le dispositif matériel qu'est l'instrument, schèmes d'utilisation (ce sur quoi nous portions notre attention, le « comment utiliser »), et la représentation du concept (pour l'équerre, cela serait l'angle droit). L'élève doit comprendre le concept sous-jacent pour bien utiliser l'instrument.

Finalement, nos choix portent surtout sur le changement de regard et l'articulation école-collège, plus que sur les instruments. Ceux-ci seront abordés comme des variables didactiques au service de la mobilité du regard sur les figures, qui est selon nous, le véritable enjeu en vue du collège. Le travail de ce mémoire s'attachera donc à montrer en quoi les restaurations de figures permettent aux élèves de s'ouvrir à la géométrie du collège.

3. Méthode.

3.1. Présentation des grandes lignes de la séquence.

Cette séquence traite de la géométrie plane à travers des activités de restauration de figures. D'une durée de cinq séances d'environ 45 minutes chacune, elle a été conçue pour une classe de CM2. L'objectif principal est d'amener les élèves à appréhender des figures de manière analytique (en termes de droites et de points). Pour cela, nous aimerions que les élèves comprennent que des objets du plan peuvent être construits sans avoir recours aux mesures de longueurs.

Les connaissances travaillées sont les suivantes : appartenance d'un point à un segment, appartenance d'un point à deux segments, intersection, alignement.

Les compétences en jeu sont celles-ci : employer ces relations d'incidence dans la reproduction de figures ; mettre en place une chronologie d'actions de tracés ; produire un travail soigné.

La conception de la séquence s'est très fortement appuyée sur les travaux de Keskessa et al. (2007) : figures tirées de l'article, structure des séances, variables didactiques (instruments, règles du jeu de la reproduction, modalités de vérification…).

Cette séquence a été menée dans une classe de 28 élèves de CM2 à Châbons, commune rurale du centre Isère. Les élèves sont majoritairement issus des classes moyennes à populaires. Leur niveau en géométrie est hétérogène : certains très à l'aise en géométrie,

d’autres ayant beaucoup moins de facilités (un élève est notamment accompagné d’une Auxiliaire de Vie Scolaire à cause de sa dyspraxie).

3.2. Les figures choisies.

Dans l’article étudié, plusieurs types de figures sont proposés selon les notions qu’elles mettent en jeu (alignement, orthogonalité, milieu). Nous avons pu constater dans nos classes combien l’orthogonalité fait encore difficulté en CM2. Nous avons finalement sélectionné des figures qui impliquent un travail sur l’alignement et donc sur le concept de droite, ce qui nous semblait être un thème plus accessible à l’ensemble de nos élèves. La séance 0 permet de ré aborder cette notion en tant que telle. En effet, le véritable enjeu de la séquence étant d’amener les élèves à changer leur regard sur les figures géométriques, il nous a paru plus judicieux de choisir une notion qui ne les mette pas trop en difficulté.

En concevant la séquence, le problème de la différenciation s’est posée : tous les élèves ne seront pas capables de restaurer les mêmes figures et cela ne leur demandera pas la même durée de travail. Toutefois, il a été difficile d’anticiper précisément quelle figure donner à quel élève. Dans un premier temps, nous avons décidé de différencier par la quantité de travail et en proposant des figures de difficulté croissante. Les ajustements des figures à donner se feront après évaluations diagnostique et formative.

Concernant l’orientation des figures sur la page, nous avons choisi qu’elles soient présentées dans la même orientation sur le modèle et sur la trame afin de faciliter les différents repérages. Toutefois, donner des figures dans des orientations différentes aurait pu constituer une difficulté supplémentaire et donc une variable didactique. De même, nous avions pensé à proposer un modèle et une trame à des échelles différentes pour empêcher complètement les reports de longueurs. Nous n’avons finalement pas fait ce choix pour ne pas trop complexifier la tâche et décourager certains élèves. Cette modalité peut néanmoins être intéressante à proposer aux élèves les plus à l’aise, comme un élément de différenciation.

3.3. Une progressivité nécessaire.

Nous avons déjà expliqué que les activités de restauration de figures proposées sont inhabituelles pour les élèves, par la mobilité de regard qu’elles demandent. Il est donc important d’introduire une progressivité dans les travaux donnés. Avant de faire travailler les élèves sur des figures de l’article, nous avons décidé de leur proposer des figures plus simples (voir tableau 4). Ainsi, lors d’une séance 0, les élèves s’approprient les objectifs de la séquence et révisent les notions impliquées par l’alignement.

Tableau 4 : Des figures à restaurer de niveaux de difficulté croissants.

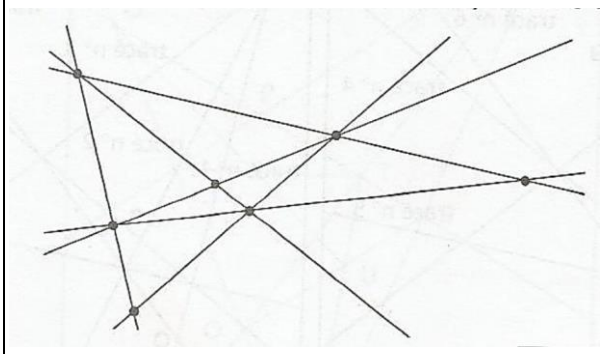
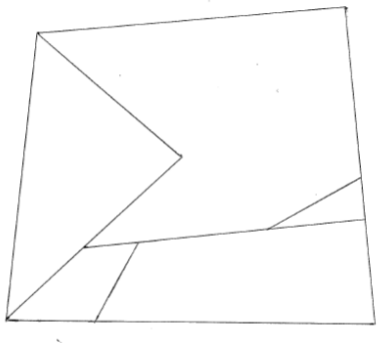
	

Figure proposée par Ermel dans l'activité « Faisceaux de traits » (page 153).	Figure proposée par l'article.

Avant de mettre en place la séquence, je pensais consacrer deux séances aux figures dont les trames sont des points (Ermel) puis les trois autres séances à des figures extraites de l'article. Or, lors de la séance 0, la plupart des élèves ont bien réussi la restauration des deux figures. J'ai donc décidé de ne consacrer que la première séance aux figures d'Ermel. La première figure donnée était de degré de proximité 1, c'est-à-dire qu'elle était directement reproductible, peu importe l'ordre dans lequel l'élève procédait, il pouvait arriver à la reproduire. La seconde figure était de degré de proximité 2 (voir tableau 6 ci-après), plus difficile parce qu'un ordre précis dans les étapes de reproduction était nécessaire. L'ensemble des figures est porté en annexe 1.

3.4. Les instruments de géométrie comme variables didactiques.

Dans cette séquence, l'un des objectifs est que les élèves reproduisent les figures en opérant un changement de regard sur celles-ci, et notamment en voyant qu'elles peuvent être reproduites sans utiliser les mesures de longueurs des côtés mais en les analysant en termes de points et de lignes. Les instruments de géométrie disponibles pour la restauration de figures influencent donc directement les procédures des élèves ! Ils sont donc des variables didactiques. Nous devons ce terme au didacticien des mathématiques Guy Brousseau.

Dans un premier temps, je pensais laisser tous les outils disponibles afin que les élèves puissent vérifier certaines propriétés qu'ils croient avoir identifiées à l'œil nu. Par exemple, s'ils pensent qu'un angle droit est présent dans la figure à reproduire, ils peuvent le vérifier à l'aide de leur équerre. Il me semblait intéressant de revenir sur l'utilisation des instruments et sur leur rôle. Dans un même temps, je comptais mettre en place un système de points sur

l'utilisation de ceux-ci afin de favoriser ou d'écarter certains instruments.

Finalement, j'ai écarté cette première possibilité qui était trop éloignée de mon objectif, à savoir : que les élèves utilisent le plus possible la règle non graduée pour restaurer les figures. Avec ce premier choix, je risquais de tomber dans une simple reproduction de figures et d'introduire l'équerre alors qu'elle n'est pas utile dans ces travaux (il n'y a pas d'angles droits).

Nous avons donc laissé aux élèves les instruments suivants : crayon de papier, gomme, règle non graduée, compas (report de longueurs) et règle graduée. Pour la règle non graduée, nous avons donné des bandes de papier épais à chaque élève. Ce choix est plus sûr que l'usage d'une règle graduée retournée : il évite les éventuelles tricheries et son utilisation est plus pratique.

3.5. Influencer les procédures des élèves par la mise en place d'un système de points régissant l'utilisation des divers instruments géométriques.

Un système de points a été mis en place à partir de la séance 2. Nous avons choisi de ne pas l'introduire dès le début de la séquence pour éviter de submerger les élèves d'éléments nouveaux.

Cette fiche a été donnée aux élèves en séance 2 (voir figure 1 ci-après). Elle explicite le système de points qui est utilisé par la suite. Avant chaque reproduction de figures, chaque élève a un capital de 100 points qu'il doit essayer de conserver au maximum. L'utilité des instruments est expliquée, le cout de chaque utilisation est indiqué. Ainsi, l'instrument à privilégier est la règle non graduée (pas de report ni de mesure de longueurs) parce que son utilisation est gratuite. Ainsi, nous conduisons les élèves à porter leur regard sur les alignements plutôt que sur les mesures de longueurs. Pour mesurer des longueurs, deux instruments coutant des points sont toutefois proposés, pour ne pas bloquer les élèves. Le compas est moins couteux que la règle graduée, pour inciter les élèves à l'utiliser : la procédure de reports parait intéressante en comparaison à la simple mesure de longueurs.

Le système de points a un autre avantage non négligeable : il motive considérablement les élèves. La seconde partie de la fiche est un tableau récapitulatif pour chaque séance. Les élèves renseignent chaque ligne correspondant au nombre d'utilisations de chaque instrument et le score final. Ce tableau vise à montrer les progrès de l'élève au cours de la séquence : augmentation du score, une moindre utilisation du report de longueurs…

Néanmoins, durant la séquence, je me suis rendu compte que les élèves étaient obnubilés par leur score, si bien que certains élèves parvenaient à un score de 100 points, soit

le maximum, alors que leur restauration de figure était incorrecte après vérification au calque ! J'ai alors rappelé que le but principal était de restaurer correctement la figure, quitte à faire un score inférieur que l'on améliorerait par la suite. Afin de dédramatiser l'emploi certes modéré, d'instruments de mesures de longueurs, j'ai introduit un système de bons à partir de la séance 3. Un bon utilisé doit être collé : il permet d'utiliser un instrument de mesure de longueurs sans perte de points. J'ai distribué de 0 à 3 bons à chacun, selon les besoins identifiés au préalable.

Figure 1 : Fiche donnée aux élèves, expliquant le système de points liés à l'utilisation des instruments.

Géométrie : Reproduction de figures.

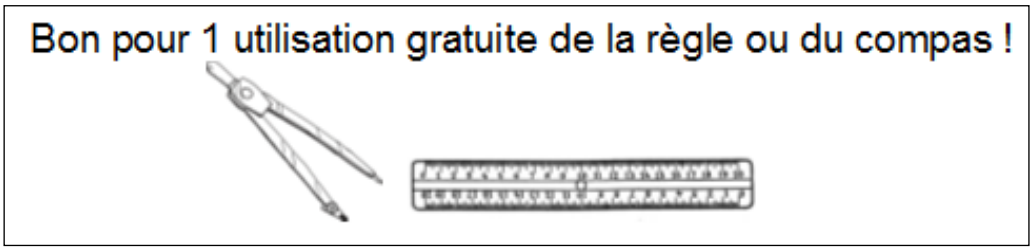
Au départ, tu as 100 points. Mais l'utilisation de certains instruments fait perdre des points. Tu dois essayer d'en perdre le moins possible pour que ton score soit le plus élevé possible à la fin de la reproduction de la figure.

Instrument	Utilité	Cout = nombre de points à enlever à chaque utilisation
Règle non graduée	La règle non graduée ne permet pas de mesurer. Elle permet de tracer des traits représentant des segments ou des droites. La relation vérifiée est donc l'alignement de points.	0 point
Règle graduée	La règle graduée permet de mesurer des longueurs sur le modèle pour pouvoir ensuite construire des segments ou placer des points sur sa figure. La relation vérifiée est donc l'égalité de longueurs.	10 points
Compas	Le compas permet lui aussi de tenir compte des longueurs sur le modèle. Il ne les mesure pas mais permet de les reporter sur sa feuille en faisant un arc de cercle. La relation vérifiée est donc l'égalité de longueurs.	5 points
Calque	Le papier calque permet de vérifier si la figure construite est bien identique au modèle. La correction étant sur le calque, il suffit de le positionner correctement sur sa construction.	L'utilisation du papier calque se fait à la fin de la reproduction de figure et sur autorisation de la maitresse.

Récapitulatif du score à chaque séance

Règle non graduée						
Règle graduée						
Compas						
SCORE						

Figure 2 : bon pour les reports de longueurs.



3.6. La place de la vérification.

Afin que les élèves puissent s'auto évaluer, l'utilisation du papier calque a été retenue. Quand l'élève pense avoir fini de restaurer sa figure, il prend le calque sur lequel le modèle a été copié. Il juge par lui-même sa reproduction. S'il est satisfait, il poursuit un autre travail. Sinon, il reprend une autre trame et recommence son travail. Ce choix est intéressant puisqu'il permet de visualiser les différents essais de l'élève. Toutefois, cela peut être assez démotivant de recommencer un travail qu'il suffirait de légèrement modifier pour qu'il soit correct. L'autre possibilité est donc que l'élève gomme son travail et ne reprenne que la partie erronée. Il peut éventuellement le faire d'une autre couleur pour que l'enseignant puisse quand même visualiser son cheminement.

3.7. Alternance entre phases individuelles et collectives.

Toutes les séances commencent par une phase collective de rappel ou de dévolution du problème. Ensuite, les élèves sont en situation de recherche, de manière individuelle. Au cours de la séquence, il a parfois été nécessaire de faire travailler les élèves en petits groupes avec l'enseignante, afin de ne pas les laisser en situation d'échec par rapport à la tâche demandée. Au cours de chaque séance, les phases de recherche individuelle ont été entrecoupées de mises au point collectives : rappel des objectifs, des contraintes, astuces et procédures… Enfin, la fin de la séance est collective : récapitulatif sur une affiche des éléments appris, bilan sur les procédures adoptées, démonstrations de certains élèves…

4. Analyse et points de réflexion sur la séquence mise en œuvre.

Je n'analyserai pas les résultats de manière quantitative pour plusieurs raisons. D'abord, le changement de regard sur les figures est progressif. Des répercussions de ces travaux pourraient être visibles sur le long terme, alors même que les progrès des élèves ne sont pas toujours spectaculaires à l'issue de la séquence. D'autre part, la séquence s'est attachée à mettre tous les élèves en situation de réussite, par diverses adaptations. Tous les élèves ont donc réussi dans une certaine mesure : sur des figures plus ou moins faciles, avec plus ou moins d'aide, avec le recours à différents instruments de géométrie.

Dans cette section, je m'attacherai donc à présenter à la fois mes observations et mes analyses, de manière chronologique afin de montrer comment le changement de regard s'est opéré chez les différents élèves.

4.1. Séance 0 : première restauration de figure dont la trame est faite de points.

4.1.1. Une vision assez globale de la figure à restaurer.

Lors de cette séquence, à chaque présentation d'un nouveau modèle à reproduire, il est demandé aux élèves de dire ce qu'ils voient. Voici ce qui est ressorti de la vision de cette première figure : un tipi, des traits, des triangles, des points, des droites qui se coupent (je les ai amenés vers le mot « sécantes »). La vision d'un tipi et de triangles serait plutôt liée à une vision globale de la figure. Après qu'un élève m'a parlé de tipi, j'ai recentré la classe sur une description géométrique de la figure. La vision en termes de points et de droites est intéressante à exploiter. En revanche, aucun élève n'a parlé des relations d'alignement entre les points. Nous procédons de la même manière avec la trame (support qui donne une partie de la figure et sur lequel il va falloir travailler). Les élèves y voient des points, 5 points qui sont en fait des points de l'autre figure.

Tableau 5 : Première figure à restaurer, modèle et trame.

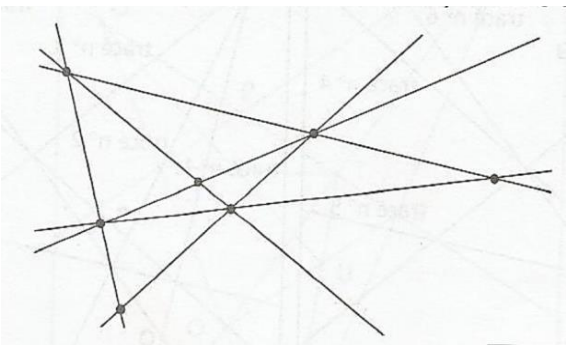
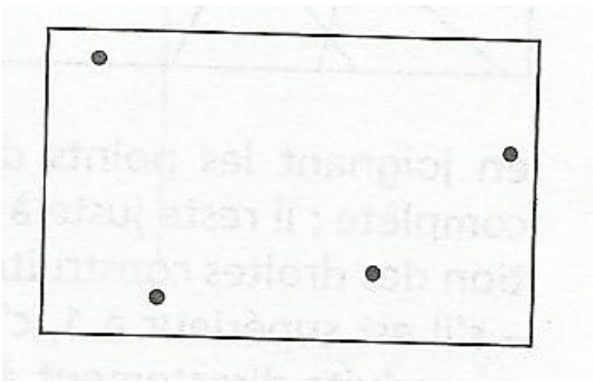
	

Figure « faisceau de traits » (Ermel, p.153)	Partie de la figure « faisceau de traits » à compléter (Ermel, p.153)

Finalement, tous les élèves terminent la première figure en utilisant une règle non graduée. De nombreux élèves font également la seconde sans trop de difficultés.

Tableau 6 : Deuxième figure à restaurer, modèle et trame.

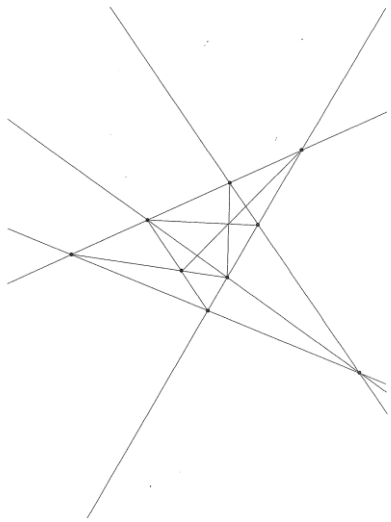
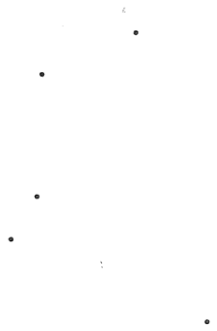
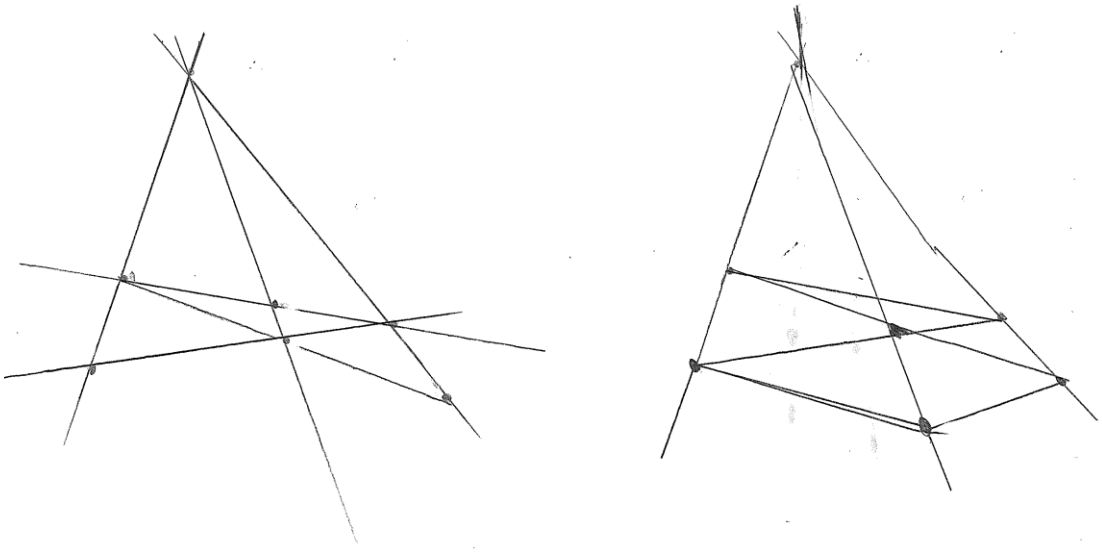
	

Figure « faisceau de traits » (Ermel, p.159)	Partie de la figure « faisceau de traits » à compléter (Ermel, p.159)

4.1.2. Quelques élèves placent les points au jugé, sans analyser les alignements.

Quelques élèves réalisent ce travail très rapidement, peu perturbés par la tâche. D'autres superposent les deux feuilles pour inscrire les autres points. Enfin, d'autres essaient de placer les points au jugé ! Finalement, trois élèves ne restaurent pas la figure correctement. Deux de ces travaux sont présentés ci-après.

Figure 3 : Deux travaux erronés.



L'élève ayant réalisé le travail à gauche ci-dessus a d'abord placé les points au jugé et a ensuite tracé les droites en faisant comme sur le modèle. Il n'a pas donc encore intégré que les points pouvaient s'obtenir à partir des intersections de droites qui définissent leur position de manière précise. L'élève qui a réalisé le travail à droite ci-dessus a une autre difficulté : la figure reproduite présente deux segments qui ne sont pas sur la figure modèle. Le repérage dans l'espace semble être une difficulté pour elle.

4.1.3. Vérification avec le calque : la longueur des traits a-t-elle une importance ?

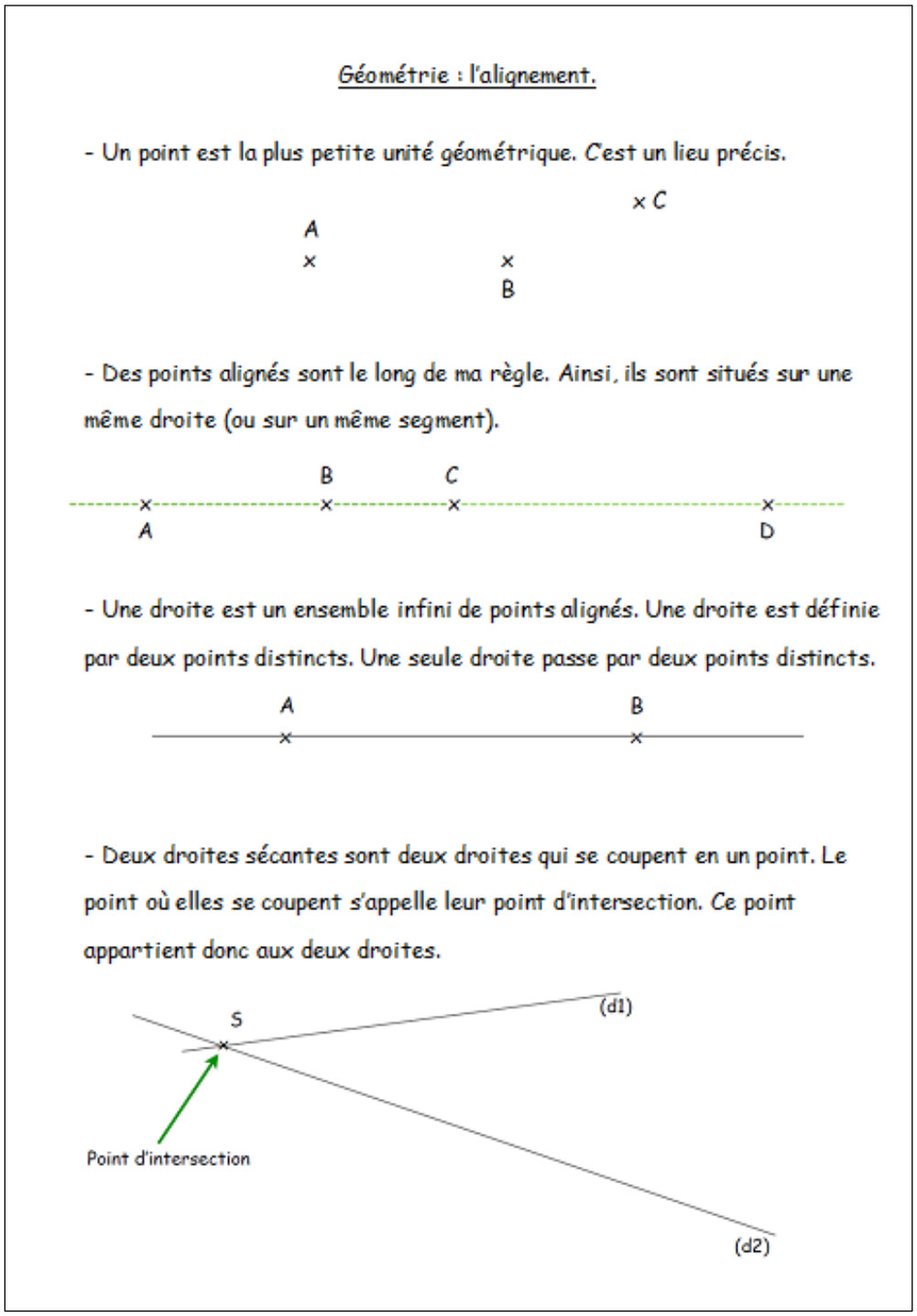
Lors de la phase de vérification avec le calque, plusieurs éléments ont préoccupé les élèves. D'abord, ils ont constaté que leur tracé n'était pas parfaitement superposable avec la figure du calque. J'ai remarqué que ces imprécisions étaient dues le plus souvent, non pas à une erreur dans les alignements mais aux points donnés qui étaient assez gros (les élèves passent donc par le bord du point ou plutôt au centre…). J'ai donc indiqué à ces élèves que leurs travaux étaient corrects et qu'il fallait qu'ils portent leur attention sur les points de leurs différents travaux pour comprendre d'où venaient les imprécisions. Cela nous a permis de mettre en évidence l'intérêt du symbole géométrique (de type croix ou intersection de deux traits) du point.

Les élèves ont constaté que leurs traits n'avaient pas toujours la même longueur que les traits du modèle. Je leur ai indiqué que le critère de réussite de la figure était que les points soient au bon endroit. Nous voyons combien la notion de droite (dans sa dimension infinie au niveau conceptuel) est problématique pour les élèves qui voient un trait fini dans l'espace graphique.

4.1.4. Traces écrites : alignement et procédure de restauration.

A l'issue de la séance, deux traces écrites ont été proposées. L'une est revenue sur les concepts géométriques qui ont permis de restaurer les figures. Cela a été l'occasion de reparler de la représentation d'un point dans l'espace graphique.

Figure 4 : Trace écrite sur l'alignement.



Géométrie : l'alignement.

- Un point est la plus petite unité géométrique. C'est un lieu précis.

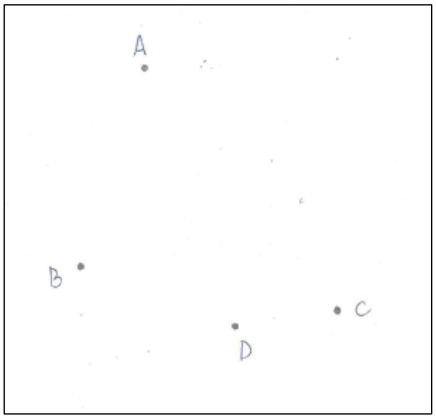
- Des points alignés sont le long de ma règle. Ainsi, ils sont situés sur une même droite (ou sur un même segment).

- Une droite est un ensemble infini de points alignés. Une droite est définie par deux points distincts. Une seule droite passe par deux points distincts.

- Deux droites sécantes sont deux droites qui se coupent en un point. Le point où elles se coupent s'appelle leur point d'intersection. Ce point appartient donc aux deux droites.

L'autre trace écrite a été distribuée au début de la séance 1. C'est un récapitulatif d'une procédure correcte pour restaurer partiellement la figure. Elle a été construite avec les élèves en fin de séance 0, phase durant laquelle les élèves ont été amenés à montrer leur procédure et à les discuter.

Figure 5 : Trace écrite décrivant la procédure suivie pour restaurer cette figure.



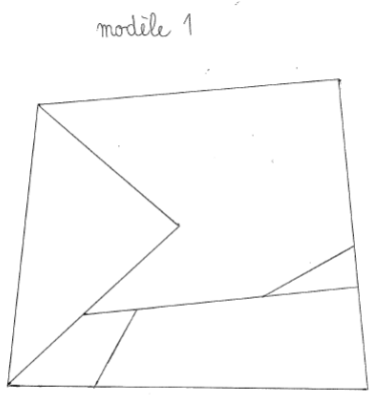
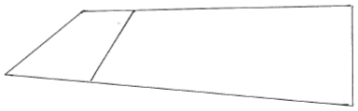
Pour restaurer la figure, je peux tracer les segments [AB], [AC], [AD] et [CD]. Le point F est sur la droite (AB), à l'intersection des droites (CD) et (AB). Je trace au-delà des extrémités des segments [AB] et [CD] pour prolonger ces deux segments en deux droites (AB) et (CD). Là où ces deux droites se coupent se trouve le point F (point d'intersection de (AB) et (CD)).

4.2. Séance 1 : une mobilité de regard à accompagner.

4.2.1. Prendre en charge le changement de trame.

La séance 1 a débuté de la même manière que la séance 0, à savoir : présentation du modèle et de la trame, questionnement des élèves sur ce qu'ils voient (des triangles et des quadrilatères sur le modèle, des lignes et des traits sur la trame). De plus, la phase de dévolution a précisé le changement de forme de la trame. Il ne s'agissait plus de points mais d'un « morceau » de la figure. Ce changement de variable n'a visiblement pas posé problème aux élèves.

Tableau 7 : Reproduire le modèle 1 à partir de la trame a.

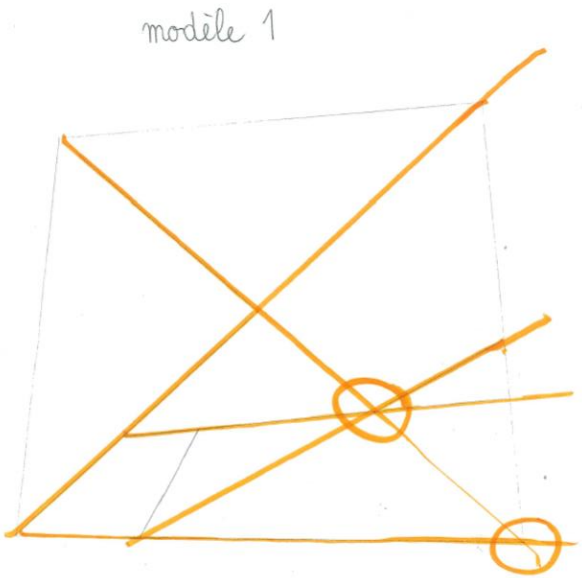
	

La figure donnée est issue de l'article. Le but pour les élèves était de la restaurer, sans qu'aucune contrainte de reports de longueurs n'ait été donnée.

4.2.2. Pousser au changement de regard.

J'ai constaté qu'un nombre non négligeable d'élèves a tracé des droites « au jugé », en essayant qu'elles soient penchées pareil que sur le modèle. Seuls quelques élèves sont parvenus à restaurer parfaitement la figure. Je remarque que la plupart des élèves ont tracé sur la trame sans forcément avoir pris le temps de bien observer le modèle. Ces élèves sont restés dans la reproduction de figure telle qu'elle est souvent pratiquée, c'est-à-dire en gardant une vision globale de celle-ci. Il a été nécessaire de rappeler plusieurs fois que les tracés sur le modèle étaient autorisés et même encouragés ! Les phases de recherche individuelle ont été entrecoupées de phase de bilan collectif : les élèves qui avaient repéré des alignements sur le modèle sont venus les montrer au tableau, sur des affiches A3.

Figure 6 : Repérage des alignements sur le modèle 1.

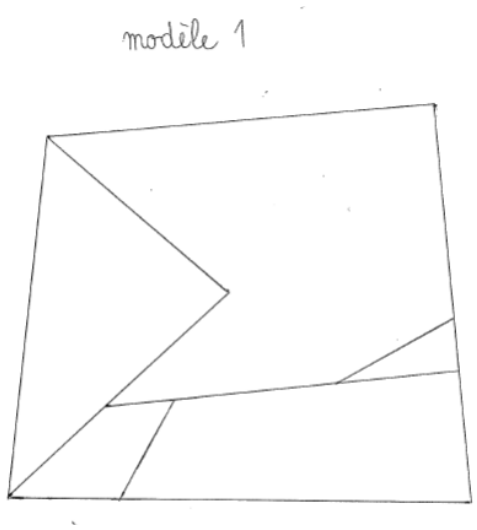
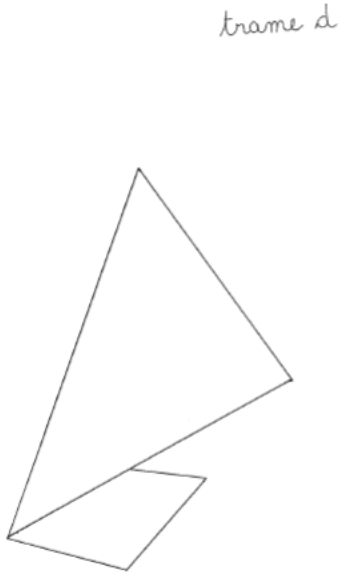


4.2.3. Un changement de regard qui doit être progressif.

Lors de cette première séance, alors qu'il n'était pas question de restreindre le nombre de reports de longueurs, j'ai quand même annoncé aux élèves qu'il était possible de reproduire la figure sans mesurer les longueurs. Le problème, c'est que beaucoup d'élèves se sont contraints à limiter les reports de longueurs alors qu'ils auraient eu besoin de reproduire entièrement la figure une première fois pour se l'approprier. Et d'un autre côté, quelques

élèves ont réussi à reproduire la figure, au moins partiellement (partiellement parce que souvent, tous les alignements n'ont pas été repérés et donc respectés), sans report de longueurs ! Il aurait donc été plus pertinent de ne pas signaler ce point à toute la classe mais de cibler les élèves capables de se mettre immédiatement au défi.
Dès cette première séance, quelques élèves ont commencé la restauration de cette même figure mais à partir d'une autre trame.

Tableau 8 : Reproduire le modèle 1 à partir de la trame d.

4.2.4. Paroles d'élèves : comment restaurer une figure ?

A la fin de la séance, une affiche ayant pour titre « Pour restaurer une figure : » a été construite avec les élèves.

Figure 7 : Affiche qui récapitule ce qu'il faut faire pour restaurer une figure.

4.3. Séance 2 : introduction d'un système de points sur l'utilisation des instruments pour encourager les élèves à limiter le report de longueurs.

4.3.1. Mise en place du système de points liés à l'utilisation des instruments : insister sur la possibilité d'améliorer son score par la suite.

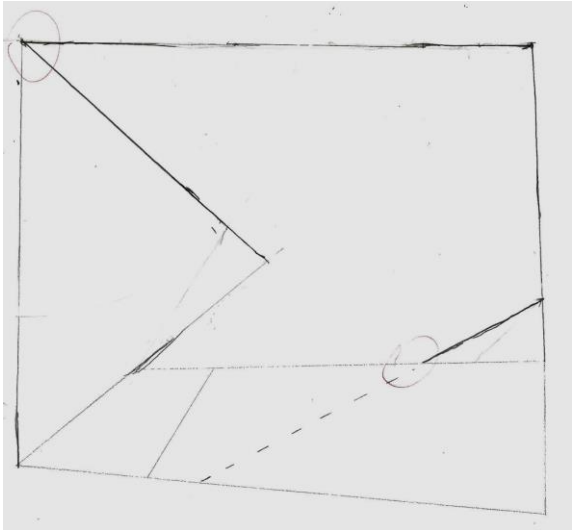
C'est durant cette séance que le système de points liés à l'utilisation des instruments a été mis en place. Cette modalité de travail a visiblement permis un réel engagement des élèves dans la tâche, ils se sont mis au défi en essayant de restaurer la figure sans utiliser les reports de longueurs. Chacun a compris que l'intérêt est qu'il progresse par rapport à son propre travail et non pas en comparaison avec ce que peuvent faire les autres.

En revanche, pendant la phase de recherche, je me suis rendu compte combien les élèves étaient obnubilés par leur score, si bien que certains sont parvenus à un score qu'ils ont estimé à 100 points (ils n'utilisent pas les longueurs) alors que leur restauration de figure était incorrecte d'après la vérification sur le papier calque ! J'ai alors rappelé que le but principal était de restaurer la figure correctement, quitte à faire un score inférieur que l'on améliorerait par la suite.

4.3.2. Vérification avec le calque : plusieurs causes d'erreurs.

La vérification avec le calque a permis de comparer son travail avec le modèle attendu. Cependant, lorsque que ceux-ci n'étaient pas identiques, les élèves n'étaient pas capables d'identifier pourquoi ce n'était pas correct : cela pouvait être à cause de tracés imprécis (les élèves avaient pourtant bien repéré et respecté les alignements) ou bien parce qu'ils avaient tracé les droites « au jugé », sans respecter tous les alignements, comme c'est le cas dans la figure 8. Les pointillés permettent de le visualiser.

Figure 8 : Restauration dont un alignement n'a pas été pris en compte.



4.3.3. La droite : un concept qui fait encore difficulté.

Afin de mettre tous les élèves en situation de réussite, j'ai décidé de travailler avec un petit groupe d'élèves repérés comme ayant moins de facilités. Ces élèves avaient besoin d'aide pour opérer ce changement de regard. Je leur ai imposé de repérer des alignements sur le modèle. Pour la plupart, la technique utilisée était celle du tâtonnement (essai erreur avec la règle non graduée sur différents points). De plus, je les ai aidés à planifier les différentes étapes. La difficulté qui persistait était celle de la notion de droite : lorsqu'un segment est prolongé, il indique alors une direction précise (c'est une droite), les élèves l'appréhendaient encore comme un segment.

4.4. Séance 3 : mobilité du regard, des élèves qui en sont à des stades différents. Quelle différenciation ?

4.4.1. Différenciation par la nature des figures proposées.

L'objectif de cette séance était de réinvestir les acquisitions sur la mobilité de regard en restaurant la même figure (même modèle), à partir d'une autre trame. La séance s'est ouverte sur une phase de rappel : qu'avons-nous fait les fois précédentes ? Comment faisions-nous ? Afin de m'adapter à l'avancement des élèves, j'ai choisi de proposer deux travaux :

1. Restaurer le modèle 1 à partir de la trame b.
2. Restaurer le modèle 2 (figure qui ressemble mais qui n'est pas exactement la même, alignements différents à repérer) à partir de la trame c.

Tableau 9 : Restaurer le modèle 1 à partir de la trame b.

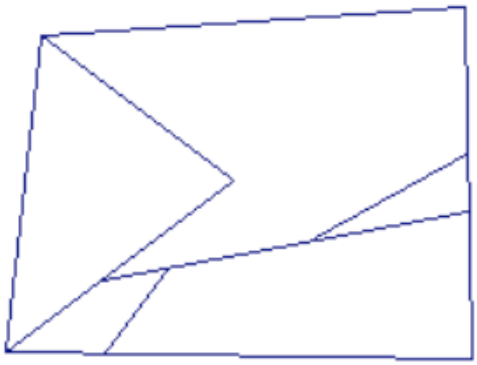
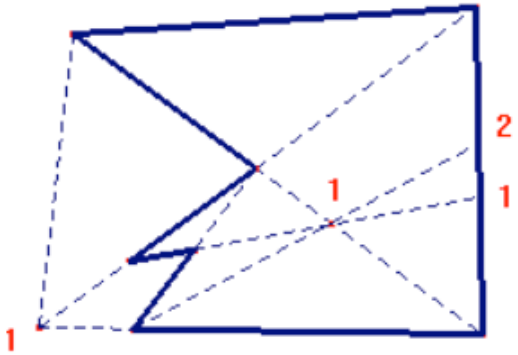
	
Modèle 1	Trame b en gras

Tableau 10 : Restaurer le modèle 2 à partir de la trame c.

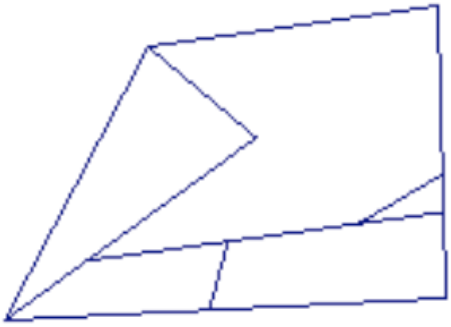
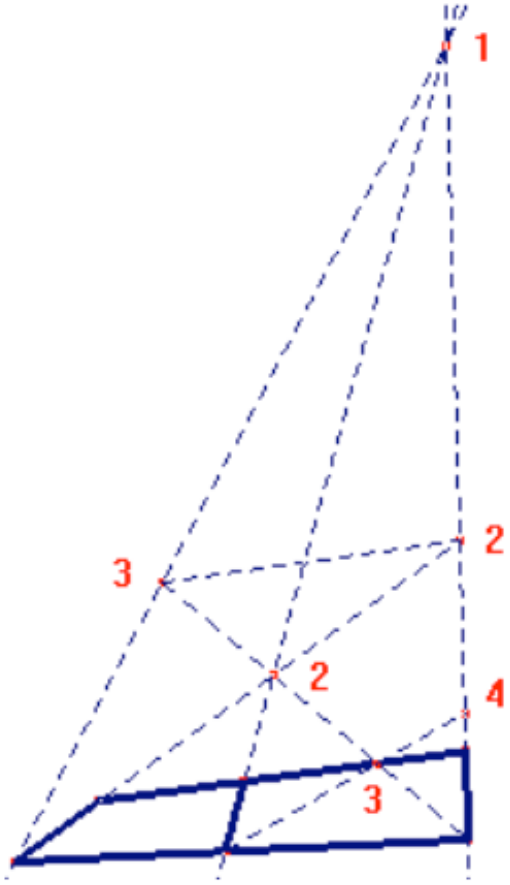
	
Modèle 2	Trame c

Figure 9 : Nécessité de sortir de la figure pour restaurer le modèle 2.



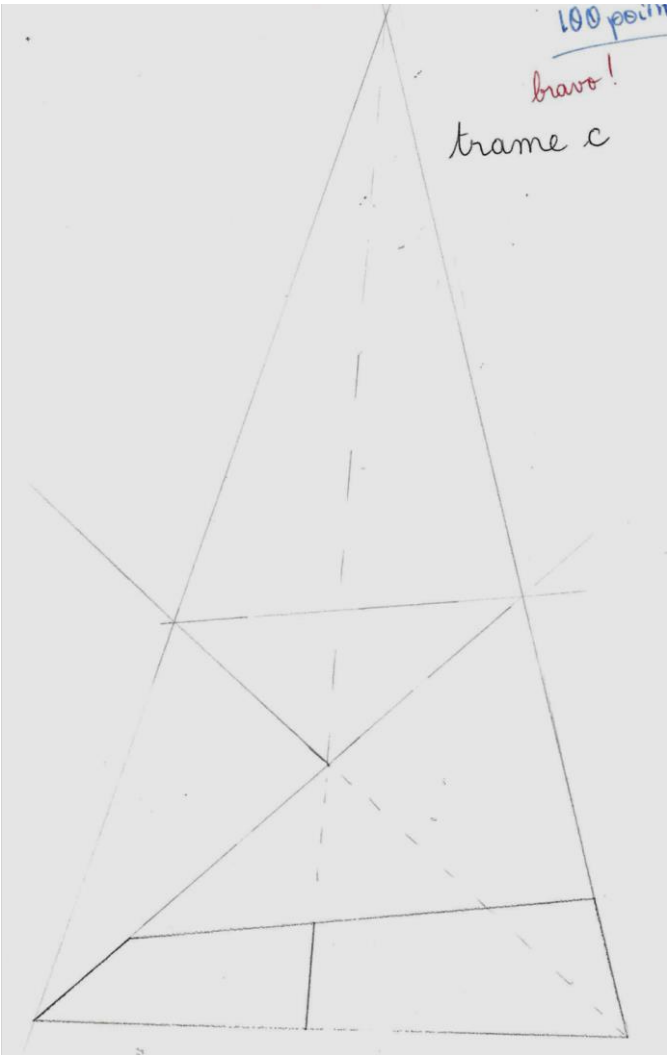
4.4.2. Une restauration de figure particulièrement difficile.

Cette dernière restauration est particulièrement difficile (voir figure 9 ci-dessus). En effet, il est nécessaire de sortir de la figure pour y parvenir. En présentant les deux activités, j'ai prévenu les élèves de ces niveaux de difficulté de la tâche à exécuter. Tous les élèves devaient donc passer par la première étape et à eux de juger s'ils étaient prêts à passer à l'étape ultime. Ils ont été prévenus qu'il leur était possible de faire cette seconde activité en dernière séance.

Afin d'inciter les élèves à produire un travail soigné, une perte de 3 points a été mise en place si leur travail ne respectait pas ce critère.

Les élèves les plus à l'aise ont eu un peu de mal à trouver le dernier point de la figure 2 sans utiliser les longueurs. Je leur ai signalé qu'il était possible de ne pas tracer des traits uniquement à l'intérieur de la figure. Alors, un premier élève a rapidement trouvé l'astuce. D'autres élèves y sont ensuite parvenus, certainement en ayant vu ce premier élève (voir figure 10 ci-dessous).

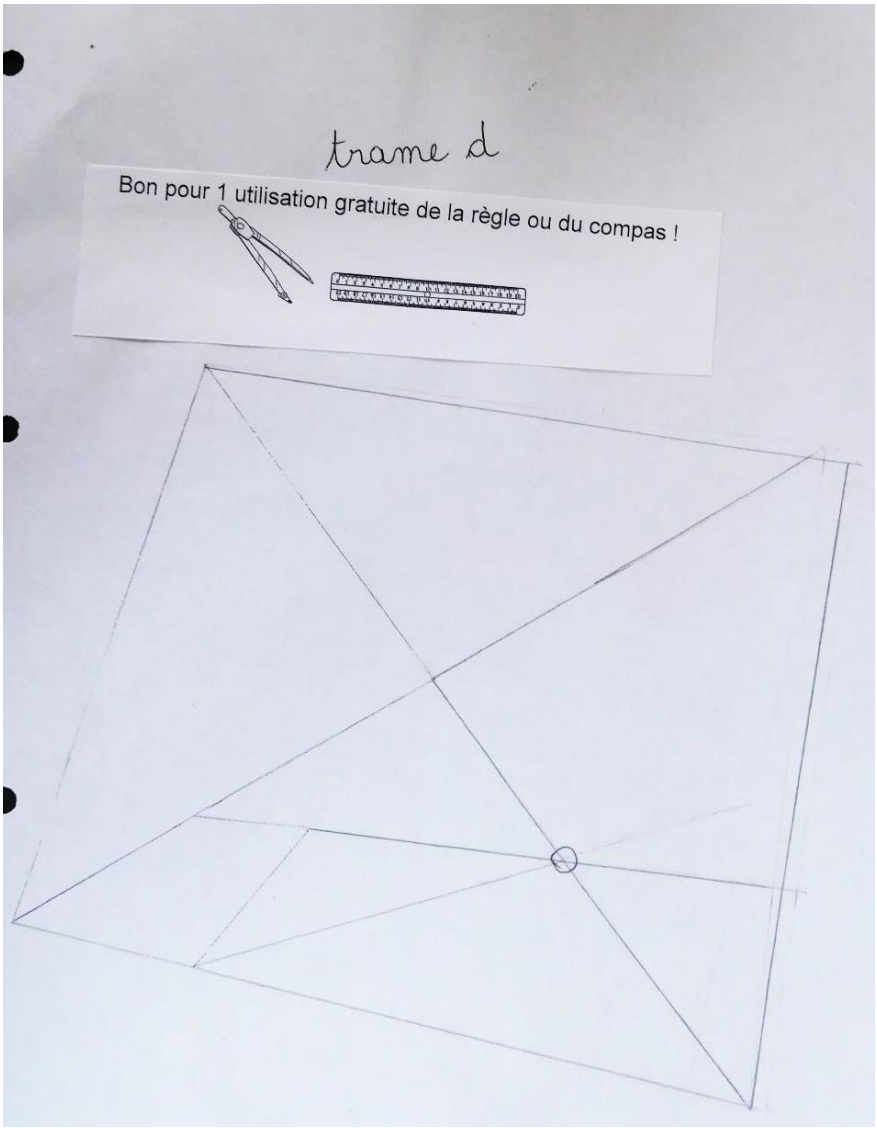
Figure 10 : Restauration réussie du modèle 2.



4.4.3. Dédramatiser l'utilisation de quelques reports de longueurs : utilisation de bons.

Pour les élèves qui avaient restauré les figures de manière erronée parce qu'ils ne s'autorisaient pas les reports de longueurs, je leur ai distribué un ou plusieurs bons qui leur permettaient des reports de longueurs « gratuits ». Pour que je voie leur utilisation, ils devaient par contre coller ces bons sur leur travail. Finalement, j'ai distribué de 0 à 3 bons selon les besoins des élèves que j'avais identifiés.

Figure 11 : Elève ayant utilisé un bon pour restaurer la figure.



4.4.4. Procédures d'élèves pour repérer des points alignés : des niveaux différents.

A la fin de la séance, nous avons fait le point sur les procédures à suivre pour repérer les points alignés. J'ai fait appel à des élèves que j'avais repérés pour qu'ils partagent et verbalisent leur procédure. Alors que certains élèves procèdent un peu au hasard (« prolonger les segments »), d'autres font preuve d'anticipation en conjecturant de la manière suivante : il semblerait que ces points soient alignés, je vais vérifier avec ma règle si cela est exact.

Figure 12 : Affiche récapitulant les procédures pour repérer les points alignés.

4.5. Séance 4 : constater ses progrès sur la restauration de figures et donc sur sa capacité à passer à une vision plus analytique de celles-ci.

Cette séance a été la dernière de la séquence. Elle était l'occasion de réinvestir les acquisitions sur la mobilité de regard en améliorant son score.

J'ai finalement constitué trois groupes :

Groupe 1 : Améliorer son score sur la trame c modèle 2. Puis faire d'autres exercices de géométrie.

Groupe 2 : Modèle 1 trame d. Puis possibilité trame c modèle 2.

Groupe 3 : Réessayer trame b modèle 1. Possibilité trame d modèle 1.

Ce groupe-là n'essaiera pas de restaurer la figure la plus compliquée durant cette séquence. Il lui sera cependant possible de s'y essayer à un autre moment. Quelques élèves de ce groupe ont travaillé avec moi. J'ai ainsi pu constater leurs progrès, ils repéraient quelques alignements seuls. Les difficultés qui subsistaient sont les suivantes : planification de la tâche (être capable, selon son avancement dans la restauration, de repérer ce sur quoi on peut travailler), confusion entre droite et segment (lorsqu'un segment est prolongé en droite, cette dernière n'a pas de longueur).

Concernant les autres groupes, quelques pistes sont présentées par intermittence. Avec l'accord de tous les élèves, l'astuce qui consiste à sortir de la figure a été présentée par une élève. Ils ont alors perdu un point, après un accord commun.
Pour finir, nous avons complété l'affiche « restauration de figure » avec : il est possible de prolonger les traits en dehors de la figure.

5. Conclusion et ouverture.

Le travail mené pour ce mémoire de master a été enrichissant, tant par la démarche de recherche suivie - j'ai pu découvrir qu'il existe une littérature éclairante pour l'enseignant à laquelle je pourrai recourir pour répondre à d'éventuelles questions - que par les apports obtenus dans le domaine que j'ai choisi d'approfondir.

J'ai enfin pu comprendre les finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école parce que j'en ai compris le sens. Au-delà des savoirs géométriques visés, ce domaine des mathématiques implique raisonnement et abstraction qui sont deux éléments fondamentaux sur lesquels nous pouvons nous appuyer pour penser. Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture qui entrera en vigueur à la rentrée 2016 mentionne d'ailleurs les mathématiques dans le domaine des « langages pour penser et communiquer ».
Par ailleurs, j'ai pris plaisir à enseigner la géométrie durant cette séquence. J'ai réalisé qu'il était possible de concevoir des séquences ludiques et riches, par l'utilisation raisonnée de variables didactiques (instruments géométriques en particulier).

Grâce à cette séquence, les élèves ont été amenés à changer leur regard sur les figures. Evidemment, l'accompagnement par l'explicitation a été plus ou moins accentué selon les élèves. Ils ont réagi différemment aux travaux proposés : les élèves les plus à l'aise ont été ravis d'être enfin mis au défi en géométrie, d'autres, que l'on pourrait qualifier de plus « scolaires » ont été un peu déroutés, il leur a fallu affronter des difficultés ce qui est inhabituel pour eux. Enfin, les élèves plus en difficultés n'ont pas été mis de côté et ont pu progresser grâce à la différenciation mise en place.

En fin de séquence, un travail interdisciplinaire a été réalisé en Histoire des arts par une approche des œuvres très géométriques de Mondrian. Nous nous sommes appuyés sur l'œuvre « Composition en rouge, jaune et bleu » (1921) pour colorer les travaux de restauration de la séquence. Ainsi, ils ont été valorisés par l'esthétique. Ces travaux sont présentés en annexe 2.

Enfin, maintenant que les élèves se sont bien approprié les modalités du travail de restauration de figures, je compte proposer des figures à restaurer issues de l'article en activités décrochées. Les élèves pourront donc entrainer leur mobilité de regard de manière régulière.

6. Bibliographie.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990. La pensée sauvage.

Brousseau, G. Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. Université de Crète. *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire ; l'étude de l'espace et de la géométrie*, Apr 2000, Rethymnon, Grèce. pp.67-83, 2001.

Bulletin officiel hors-série n°3 du 19 juin 2008, Education Nationale.

Bulletin officiel n°17 du 23 avril 2015, Education Nationale.

Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015, Education Nationale.

Charnay, R., Douaire, J. et al. (2006). Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3. Paris : Hatier ERMEL.

Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N. n°76.* (pp.7-27). IREM de Grenoble.

Houdement, C. & Castela, C. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004.* Paris : IREM, 2005. Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM). ISBN : 2-86612-264-X EAN : 9782866122645.

Houdement, K. & Kuzniak, A. *Petit x. Géométrie et paradigmes géométriques.* Grenoble : IREM de Grenoble, 1999, n°51 (pp. 5-21). ISSN : 0759-9188.

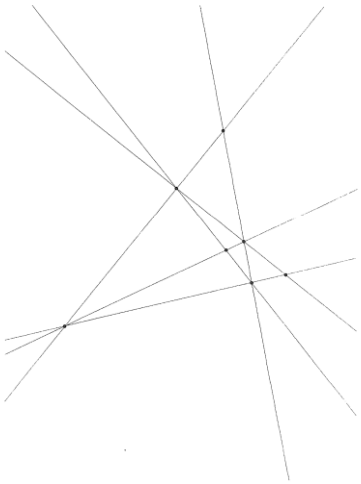
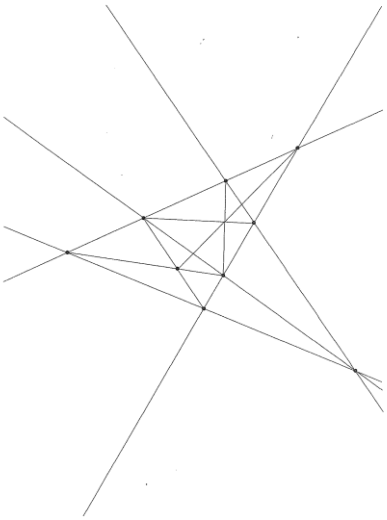
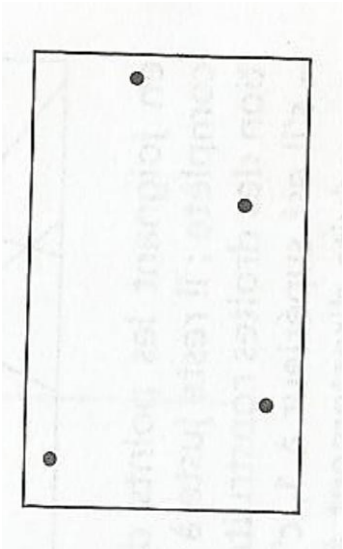
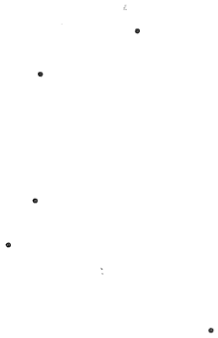
Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J. & Delplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N. n° 79.* (pp. 33-60). IREM de Grenoble.

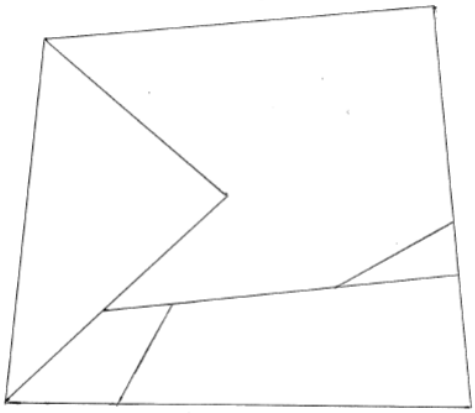
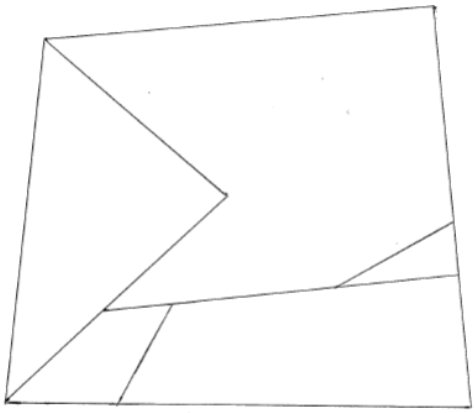
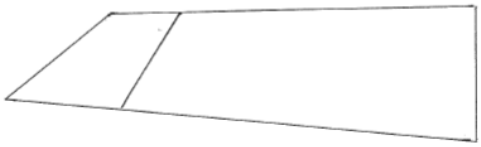
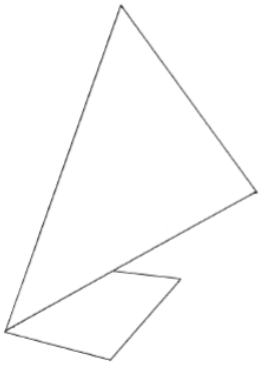
Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C.& Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères n°90.* (pp. 5-41). IREM.

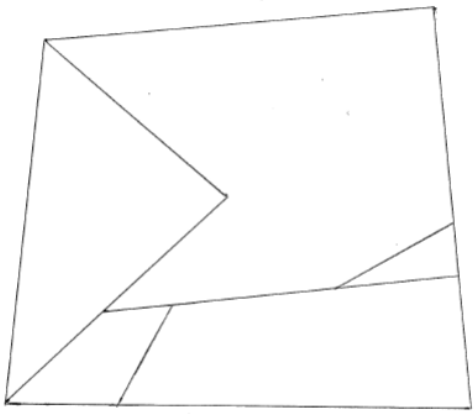
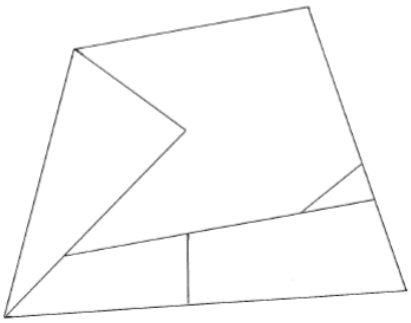
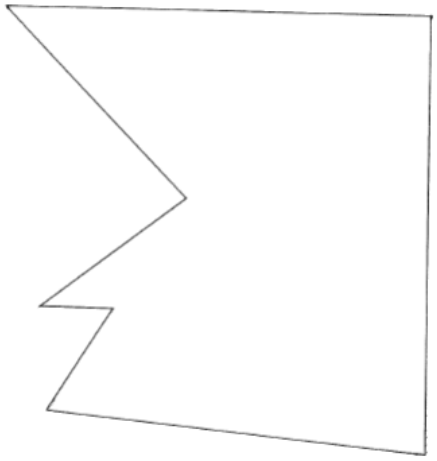
Sarrazy, B. Note de synthèse [Le contrat didactique]. In: Revue française de pédagogie, volume 112, 1995. Didactique des sciences économiques et sociales. pp. 85-118.

7. Annexes.

Annexe 1 : Récapitulatif des figures données durant la séquence.

	Modèle	Trame
Séance 0	 	 

Séances 1 et 2	modèle 1  modèle 1 	trame a  trame d 

Séances 3 et 4	modèle 1  modèle 2 	trame b  trame c

Annexe 2 : Travaux d'élèves mis en valeur grâce à une exploitation en arts visuels autour de l'œuvre de Mondrian.

Année universitaire 2015-2016 ***; Mention Premier degré***
Master 2 ***Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation***

Titre du mémoire : Articulation école collège : la restauration de figures comme passerelle, accompagnement de cette rupture.
Auteur : Laura TERPANT

Résumé : En cycle 3, en vue de la géométrie collégienne qui sera davantage fondée sur des propriétés, il est important de proposer aux élèves des activités qui leur fassent considérer les figures non pas comme des assemblages de sous-figures, à la manière d'un tangram, mais plutôt de les voir en termes de points et de droites. Le rôle de l'enseignant est d'accompagner ce changement de regard sur les figures géométriques. Le professeur des écoles peut s'appuyer sur les travaux de Keskessa, Perrin-Glorian et Delplace (2007) puisqu'ils proposent des activités de restauration de figures qui, pour être réussies, impliquent d'opérer ce changement de regard. Ces activités sont motivantes pour les élèves qui constatent leurs progrès au cours de la séquence. L'accompagnement de l'enseignant est à moduler selon les élèves ; en effet, ce changement de regard s'effectue plus ou moins rapidement et facilement. La différenciation peut se faire à plusieurs niveaux : nature des figures proposées, instruments géométriques autorisés, aides apportées par d'autres élèves ou par le professeur…
Mots clés : Géométrie plane, cycle 3, changement de regard, restauration de figures, analyse de figures, droite.

Summary : At the end of primary school, to prepare for the college geometry which is based on properties, it is important that pupils do activities which permit them to see geometric figures as a set of points and straight lines, rather than some figure pieces (like Tangram). The teacher has to help pupils change their vision on geometric figures. He can use the reproduction activities created by Keskessa, Perrin-Glorian and Delplace (2007) which involve, to be managed, this change of view. These activities are motivating for pupils because they can observe their own improvement during lessons. The teacher has to adapt his help depending on pupils needs ; actually, this change of view is more or less quick and easy. Differentiation can happen at several levels : type of given figures, geometric instruments which are allowed, helps given by other pupils or by the teacher...

Key words : plane geometry, cycle 3, change of view, figures reproduction, figure analysis, straight line.