



HAL
open science

La manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques en maternelle

Émilie Debayle

► **To cite this version:**

Émilie Debayle. La manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques en maternelle. Education. 2016. dumas-01414884

HAL Id: dumas-01414884

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01414884>

Submitted on 12 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2015-2016

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

La manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques en maternelle

Présenté par Emilie Debayle

Première partie rédigée en collaboration avec Morgane Gaste et Laura Millié

Mémoire encadré par Michèle Gandit

Autorisation de diffusion électronique d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS¹

Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussigné(e) Emilie DEBAYLE

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé : La manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques en maternelle,
agissant en l'absence de toute contrainte,

autorise ~~n'autorise pas~~²

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à Chabeuil le 16 mai 2016.

Signature de l'étudiants(e),
Précédée de la mention « bon pour accord »

Bon pour accord

Emilie Debayle



¹ La base DUMAS (Dépôt Universitaire des Mémoires Après Soutenance) est en accès libre à l'adresse : <http://dumas.ccsd.cnrs.fr/>
NB : le mémoire sera diffusé sur Dumas si la note obtenue pour l'écrit est supérieure ou égale à 16/20 et si l'auteur et le responsable de mémoire en donnent l'autorisation

² Entourer la mention choisie

Attestation de non-plagiat

Je soussigné(e) (Prénom NOM)

Emilie DEBAYLE

Auteur du mémoire de master **2 MEEF-PE** / ~~MEEF-SD~~ / ~~MEEF-EE~~ (entourez la mention et indiquez le titre du mémoire)

La manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques en maternelle

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

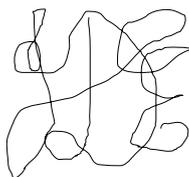
Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Chabeuil,
Le 16 mai 2016

Signature de l'étudiant(e)

Emilie Debayle



Sommaire

1	Introduction	1
2	Etat de l'art	1
2.1	Compter, dénombrer et manipuler	1
2.1.1	Compter.....	2
2.1.2	Dénombrer	2
2.1.3	Manipuler.....	3
2.2	Les champs conceptuels de Vergnaud.....	4
2.2.1	Le champ additif.....	4
2.2.2	Le champ multiplicatif.....	6
2.3	Identifier et choisir des variables didactiques	7
2.4	Comment les élèves apprennent-ils ?	8
2.5	Programmes.....	9
3	Problématique.....	9
4	Méthodologie.....	10
4.1	Contexte de l'étude.....	10
4.2	Analyse a priori	10
5	Analyse a posteriori.....	22
5.1	Résultats	23
5.2	Discussion.....	31
6	Conclusion	35
7	Bibliographie.....	36

1 Introduction

Dans les nouveaux programmes de maternelle, en vigueur depuis la rentrée 2015, l'accent est mis sur l'aspect manipulatoire des apprentissages, mais également sur l'importance des mathématiques et notamment de la numération en maternelle. En effet, les apprentissages mathématiques appartenaient en 2008 au domaine : « Découverte du monde » (B.O. du 19 juin 2008), tandis que dans les programmes de 2015, ils forment un domaine à eux seuls, intitulé : « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée » (B.O. du 26 mars 2015). Ces nouveautés amènent les enseignants à faire évoluer leurs choix pédagogiques. De plus, des modalités spécifiques d'apprentissage apparaissent dans ces nouveaux programmes, dont celle d'apprendre en jouant.

J'ai ainsi choisi de m'intéresser à la manipulation en numération et plus particulièrement au dénombrement de collections allant de trois à cinq objets, en petite section de maternelle. Cette étude a pour but d'apporter un éclairage sur l'intérêt de la manipulation par le jeu pour permettre aux élèves de maternelle d'acquérir des compétences en numération.

Dans un premier temps, nous passerons en revue les résultats des recherches antérieures qui ont été faites sur ce sujet. Puis je décrirai la méthode que j'ai utilisée pour mener cette étude sur l'intérêt de la manipulation par le jeu en numération. Enfin je présenterai les résultats obtenus ainsi que leur analyse.

2 Etat de l'art

2.1 Compter, dénombrer et manipuler

Dans un premier temps, il est nécessaire à l'élève d'estimer la quantité d'objets d'une collection. Pour cela, il existe plusieurs catégories de procédures. La première est une perception globale ou subitizing. Il s'agit d'évaluer globalement de façon quasi-immédiate le nombre d'objets d'une collection, s'il ne dépasse pas quatre ou cinq. La seconde est le comptage : évaluation très précise des collections de toutes tailles, mais demandant du temps et susceptible d'erreur. Enfin, l'évaluation globale permet une quantification rapide mais très approximative (Fayol, 1990). Par exemple, pour compter une petite quantité, l'élève peut dans la première procédure reconnaître visuellement qu'il y a trois billes. Il peut, dans la seconde, compter le nombre de billes ou dans le troisième cas, il peut évaluer approximativement qu'il y a une petite quantité sans pouvoir déterminer le nombre exact.

2.1.1 Compter

Selon Brissiaud, pour compter, l'élève doit être capable de « mettre en correspondance terme à terme les objets d'une collection avec la suite des mots-nombres tout en respectant l'ordre conventionnel » (2003). Il est nécessaire pour compter que l'élève mobilise ses connaissances spatiales afin de lui permettre de manipuler la collection donnée sans oublier d'élément et sans compter deux fois le même objet (Charnay et Valentin, 1999-2000). Par exemple, lorsqu'on demande à un élève de compter combien il y a de voitures devant lui, il doit partir d'une première voiture et compter suivant un ordre conventionnel (utiliser à cet effet la comptine numérique). A cette étape, l'élève n'a pas encore pris conscience de l'aspect cardinal du nombre.

On a souvent tendance à dire que si un élève sait compter alors il est capable de dénombrer. Cependant, l'acquisition du dénombrement est bien plus complexe que cela comme nous allons le voir dans la partie qui suit.

2.1.2 Dénombrer

Dans un premier temps, nous pouvons nous demander ce que signifie dénombrer. Il s'agit, comme le pense Briand (1999-2000) de mener plusieurs actions simultanément. D'une part, l'élève doit être capable de distinguer différents éléments d'une collection. Il doit ensuite choisir un élément de cette collection et énoncer le mot-nombre « un ». Il conserve la mémoire de la collection d'objets déjà choisis, ici « un » et conçoit la collection d'objets restants. Puis il recommence ces étapes sans compter deux fois le même élément tant qu'il reste des objets dans la collection de départ. A la fin, il doit savoir qu'il arrive au dernier élément et que le dernier mot-nombre qu'il prononce correspond à la quantité totale d'objets de la collection.

Par exemple, un élève dispose d'une collection de dix voitures. Il doit pouvoir associer chaque mot-nombre à une voiture en la pointant du doigt et comprendre que le dernier mot-nombre prononcé est la réponse à la question « combien y-a-t-il de voitures ? » (Brissiaud, 2003 ; Pierrard, 2011). Ainsi, savoir dénombrer c'est également être en capacité de coordonner le geste de la main avec l'énumération des mots dans le but d'établir une correspondance terme à terme. Pour Briand (1999-2000), on peut parler d'énumération lorsque l'élève suit ces étapes sans faire intervenir les mots-nombres. Avant 4 ans, l'enfant a la capacité précoce de représenter les petites quantités par une collection de doigts. L'enseignant ne suscite pas le comptage mais dit le dernier mot-nombre qui correspond à une

quantité de doigts ex : 1, 2, 3, 4, 5, j'ai cinq doigts. Diverses comptines peuvent aider à cette représentation et faciliter l'apprentissage. Par exemple : voici ma main, les cinq frères, les lapins coquins. (Brissiaud, 2003). Dès 4 ans, Brissiaud (2003) préconise l'enseignement du comptage. Chez le jeune élève, deux sortes d'erreurs peuvent survenir :

- oublier un objet ou recompter deux fois le même objet, si l'élève ne garde pas la trace de son point de départ ;

-le décalage d'une unité. Par exemple : l'élève dit « quatre » en pointant un objet et pendant le parcours vers l'autre dit « cinq ». Arrivé à l'objet il dit « six ».

L'ordre conventionnel sur les mots-nombres joue un rôle mnémotechnique considérable pour permettre à l'enfant de passer des collections-témoins au dénombrement. Ainsi, lorsque l'enseignant demande de lui montrer six, l'élève doit chercher les configurations de doigts jusqu'à entendre six. Il associe alors le mot-nombre à la configuration de doigts, permettant au comptage de devenir une aide à la mémorisation.

Enfin, la suite des chiffres en file numérique favorise, selon Brissiaud (2003), la mémorisation. Ainsi, l'affichage au mur d'une file numérique et un travail de production (communiquer sur les quantités, en passer une commande, retrouver l'écriture chiffrée d'un mot à l'aide d'une file numérique, l'utilisation d'un calendrier) permettraient à l'élève un meilleur apprentissage et une acquisition efficace.

2.1.3 Manipuler

Selon son étymologie, « manipuler » signifie tenir dans ses mains un objet lors d'une utilisation quelconque. C'est soumettre quelque chose à divers traitements, en particulier dans le cadre d'apprentissage ou de recherche.

Le jeu et la manipulation sont intimement liés et ils permettraient aux élèves une acquisition des compétences car l'aspect ludique crée un intérêt immédiat pour l'élève. Les mains servent ainsi en maternelle à apprendre tout en jouant. C'est en partant de la manipulation, en comprenant concrètement ce qui se passe en le touchant des doigts, que les élèves peuvent par la suite passer à une phase d'abstraction.

Cependant, l'apprentissage du dénombrement doit aussi passer par la résolution de problèmes du champ additif et du champ multiplicatif. Nous allons donc définir plus en détails en quoi consistent ces champs conceptuels.

2.2 Les champs conceptuels de Vergnaud

La théorie des champs conceptuels est une théorie de la conceptualisation du réel. Elle permet comme l'explique Vergnaud de « comprendre les filiations et les ruptures entre connaissances, chez les enfants et les adolescents, en entendant par « connaissances » aussi bien les savoir-faire que les savoirs exprimés » (1991).

L'enfant ne donne du sens à un concept qu'en résolvant des situations-problèmes à l'aide de celui-ci. Or il existe deux sortes de situations problèmes. En effet, pour certaines situations, l'élève dispose des compétences permettant le traitement quasiment immédiat du problème. Pour d'autres situations, en revanche, l'élève est obligé de passer par des étapes de réflexion, d'exploration, de tentatives, qui l'amènent finalement à la réussite ou éventuellement à l'échec (Vergnaud, 1991). Dans le premier cas, les actions de l'élève sont organisées par un schème unique, tandis que dans le deuxième cas, l'élève va tester plusieurs schèmes qui vont entrer en compétition, s'adapter et s'imbriquer pour aboutir à la solution du problème. Selon Vergnaud, un schème peut être défini comme « l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations données » (1991).

Par exemple, lorsqu'un enfant de moyenne ou grande section de maternelle dénombre une petite collection donnée, l'organisation de son action ne change pas, quelle que soit la nature de la collection. En effet, qu'il s'agisse de pions alignés sur une table ou de camarades assis par terre, l'élève va dans tous les cas pointer du doigt chaque objet à dénombrer en coordonnant les mouvements de ses yeux à ceux de sa main, tout en énonçant la suite numérique également de manière coordonnée aux mouvements. Enfin, l'élève va donner le cardinal de la collection en répondant le dernier mot-nombre à la question « Combien y a-t-il d'objets ? » Chaque connaissance contenue dans un schème est appelée « invariant opératoire » (Vergnaud, 1991). Dans l'exemple précédent, coordonner le mouvement des yeux et celui de la main est un invariant opératoire. Il en va de même pour les étapes suivantes du schème.

2.2.1 Le champ additif

Le champ conceptuel des structures additives est d'après Vergnaud « l'ensemble des situations qui demandent une addition, une soustraction ou une combinaison de telles opérations. » Il est également « l'ensemble des concepts et théorèmes qui permettent

d'analyser ces situations comme des tâches mathématiques (1991). Le concept de cardinal, par exemple, contribue à la constitution des structures additives.

Il existe six relations additives de base (Vergnaud, 1991) :

La première est la composition de deux mesures connues en une troisième : par exemple, il y a 13 pommes et 8 poires dans une corbeille de fruits, il faut trouver le nombre total de fruits dans la corbeille ($13 + 8 = \dots$). Ou alors il y a 21 fruits dans la corbeille dont 13 pommes, il faut trouver le nombre de poires ($13 + \dots = 21$).

La transformation quantifiée d'une mesure initiale en une mesure finale est la seconde relation : par exemple, il y a 13 fruits dans la corbeille et on ajoute 3 bananes, il faut trouver l'état final ($13 + 3 = \dots$). Ou alors on ajoute 3 bananes à une corbeille de fruits et on obtient 16 fruits, il faut trouver l'état initial ($\dots + 3 = 16$). Ou encore il y a au départ 13 fruits dans une corbeille et 16 à la fin, on cherche la transformation ($13 + \dots = 16$). Dans ces exemples, des fruits sont ajoutés, mais il peut également s'agir d'un retrait.

La troisième est la relation quantifiée de comparaison entre deux mesures : par exemple, il y a deux corbeilles de fruits, 13 fruits dans la première et 8 de plus dans la deuxième, on cherche le nombre de fruits dans la deuxième corbeille ($13 + 8 = \dots$). Ou alors il y a 21 fruits dans la première corbeille et 8 de moins dans la deuxième ($21 - 8 = \dots$). Ou encore, il y a 13 fruits dans la première corbeille et 21 dans la deuxième, il faut trouver l'écart positif ($13 + \dots = 21$) ou négatif ($21 - \dots = 13$).

La quatrième est la composition de deux transformations : par exemple, dans une corbeille de 3 fruits, on ajoute 2 pommes puis 1 poire, il faut trouver l'état final ($3 + 2 + 1 = \dots$). Ou alors dans une corbeille de fruits, on ajoute 2 pommes puis 1 poire et on obtient au total 6 fruits, on cherche l'état initial ($\dots + 2 + 1 = 6$). On peut aussi chercher l'une des deux transformations : dans une corbeille de 3 fruits, on ajoute des pommes puis 1 poire et on obtient 6 fruits en tout, il faut trouver le nombre de pommes ajoutées ($3 + \dots + 1 = 6$). Ou encore on ajoute 2 pommes et un nombre inconnu de poires ($3 + 2 + \dots = 6$).

La cinquième concerne la transformation d'une relation : par exemple, Marie doit 20 euros au boulanger, elle lui a donné 15€, on cherche combien elle doit encore payer ($15 + \dots = 20$).

Enfin, la composition de deux relations : par exemple, Marie doit 30 euros à Julien et Julien lui doit 12€, il faut trouver qui doit payer l'autre et de combien ($30 - 12 = \dots$).

2.2.2 Le champ multiplicatif

D'après Vergnaud (1991), dès la maternelle, il s'avère important de conduire les élèves à développer des compétences pour résoudre des problèmes multiplicatifs. Pour ce faire, l'enseignant doit prendre en compte certains points. En effet, celui-ci doit être attentif à la fois à la compréhension de l'énoncé, à la diversité des formes de présentation (variété de l'habillage) et à la progressivité concernant l'élaboration des procédures plus efficaces. En classe de maternelle, l'enseignant doit prendre soin de proposer des situations concrètes et variées qui mettent en jeu différentes structures de problèmes de multiplication et de division : problèmes de multiplication relevant de l'addition itérée ou du produit de mesures et problèmes de division de type quotient ou partition. La division peut alors prendre deux sens : celui de partage et celui de groupement.

Concernant les problèmes de partage : la quantité d'éléments est partagée en un nombre de groupes égaux connu. C'est une situation où on est amené à rechercher la valeur d'une part. On parle alors de division partition. Par exemple, 20 lapins se trouvent dans 4 cages différentes. Combien y a-t-il de lapins par cages ?

$$4 \times ? = 20$$

$$20 : 4 = 5$$

Il y a 5 lapins par cage.

1	?
c	d

Concernant les problèmes de groupement : la taille des groupes est connue et le nombre de groupes est recherché. On parle alors de division quotient. Par exemple, l'enseignant a 12 jetons. Il les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y-a-t-il d'élèves ?

$$3 \times ? = 12$$

$$12 : 3 = 4$$

Il y a 4 élèves.

1	b
?	d

Il existe deux types de problèmes distincts dans le cadre de la multiplication qu'il est important de travailler. Les problèmes mettant en jeu l'addition itérée et ceux faisant appel aux produits de mesures.

Pour l'addition itérée : 5 élèves sont présents. L'enseignant distribue 2 voitures à chaque élève. Combien distribue-t-il de voitures en tout ?

Nombre d'élèves	Nombre de voitures
1	2
5	?

Concernant le produit de mesures : On a une tablette de chocolat. On veut savoir le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?

Ce dernier type de problème met en avant une représentation rectangulaire qui permet de visualiser la propriété de commutativité de la multiplication. Il est important que ces deux types de problèmes soient bien identifiés pour aider à la construction du concept de multiplication.

2.3 Identifier et choisir des variables didactiques

D'après Brousseau (1982), pour aborder une situation d'apprentissage en maternelle, il est important de savoir qu'il est possible de moduler certains paramètres de la situation, dans le but de complexifier ou non le problème proposé et ainsi de mettre en place une pédagogie différenciée. Il ajoute que « Ce seront des variables didactiques dans la mesure où en agissant sur elles, on pourra provoquer des adaptations et des régulations des apprentissages ».

Ainsi, la modification d'une valeur de la variable permet de modifier les stratégies de résolution de la situation d'apprentissage et donc les apprentissages réalisables. La taille des nombres, la relation entre les nombres, la présentation de l'énoncé, le matériel... sont des variables que l'enseignant doit faire évoluer pour favoriser chez les élèves la construction progressive des compétences mise en jeu dans la résolution de problèmes. Par exemple, si l'enseignant augmente la taille des nombres d'une situation de référence quelconque, celui-ci va jouer sur les valeurs de la variable et donc va obliger l'élève à dépasser ses procédures initiales. Le caractère didactique s'explique par le fait que de tels changements de stratégies peuvent entraîner la mise en place de nouvelles connaissances mathématiques.

2.4 Comment les élèves apprennent-ils ?

Comment les élèves construisent leur savoir scolaire et quel est le rôle de l'adulte pour faire progresser l'enfant ? Pour répondre, nous avons étudié les apports respectifs de Vygotski et de Piaget pour l'apprentissage scolaire. La théorie développementale de Piaget a connu son succès des thèses constructivistes en éducation entre 1960 et 1980. Cependant, dans les années 1980, celle-ci perd de son influence et est remplacé par la théorie de Vygotski.

Celle-ci s'appuie sur la notion de zone proximale de développement. Celle-ci renvoie au potentiel d'apprentissage d'un enfant en collaboration avec un adulte plus expérimenté et non à ce que l'enfant est capable de réaliser tout seul. La zone proximale de développement (ZPD) est une zone se situant entre la zone d'autonomie (où l'élève peut exécuter la tâche demandée sans aide) et la zone de rupture (zone où, même avec de l'aide, l'élève arrivera difficilement ou n'arrivera pas à accomplir le travail demandé). La ZPD se définit comme la zone où l'élève, à l'aide de ressources, est capable d'exécuter une tâche. Cette tâche, qui s'inscrit dans la ZPD, permet à l'élève en apprentissage de se mobiliser, car il se sent capable de la réaliser. Afin de permettre aux élèves de se situer dans cette ZPD, l'enseignant doit différencier ses méthodes d'enseignement afin d'éviter que ses élèves ne se retrouvent soit en zone de rupture (où le défi étant trop compliqué, l'élève perd sa motivation), soit en zone d'autonomie (où la tâche trop facile ne permet pas un engagement de l'élève et donc pas d'apprentissage).

L'enseignant doit donc proposer à ses élèves des situations d'apprentissage diversifiées qui visent la zone proximale de développement. Cela permettra aux élèves de continuer à progresser et donc à acquérir de nouvelles compétences tout en mettant à profit ce qu'ils auront déjà appris, le soutien de l'enseignant et les interactions avec leurs camarades.

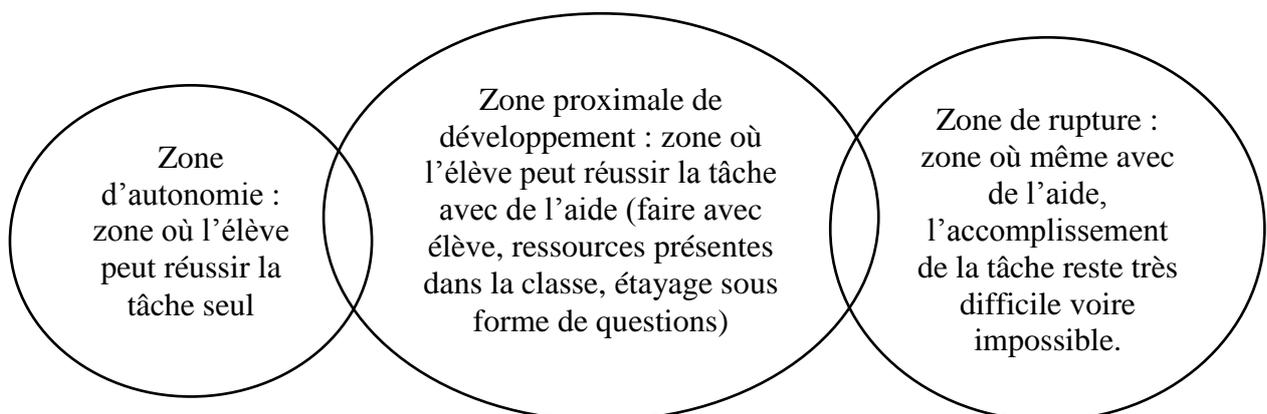


Figure 1 : Schéma inspiré de celui élaboré par le comité sur la différenciation pédagogique, service des ressources éducatives, commission scolaire des Affluents

2.5 Programmes

Les nouveaux programmes de maternelle de 2015 replacent le jeu au cœur des apprentissages et font apparaître le terme de manipulation. En effet qu'ils soient libres ou dirigés lors d'un atelier avec l'enseignant, les jeux y sont présentés comme des modalités d'apprentissage importantes puisqu'un paragraphe entier leur est consacré. Ainsi « le jeu favorise la richesse des expériences vécues par les enfants dans l'ensemble des classes de l'école maternelle et alimente tous les domaines d'apprentissages ». « [II] revêt diverses formes : jeux symboliques, jeux d'exploration, jeux de construction et de manipulation, jeux collectifs et jeux de société, jeux fabriqués et inventés, etc. » (BO du 26 mars 2015)

Les jeux sont souvent utilisés dans l'enseignement des mathématiques, notamment pour favoriser l'intérêt et la motivation des élèves. Mais de quel usage du jeu peut-on parler ? En effet, ceux-ci sont très variés et recouvrent des pratiques qu'il paraît difficile de circonscrire précisément. Le jeu concerné est un jeu organisé dans le cadre d'un atelier dirigé par l'enseignant visant des compétences de numération et dénombrement et ciblant des objectifs spécifiques du champ additif et multiplicatif. (Barrier, Desombre, Delattre, 2015)

L'intérêt de son utilisation du point de vue didactique est d'associer la rigueur et la contrainte des règles avec l'aspect ludique.

3 Problématique

Les élèves de maternelle doivent donc acquérir successivement trois compétences nécessaires à toute activité de numération : énumérer, compter et dénombrer. L'apprentissage de ces compétences se fait par étapes comme nous l'avons vu plus haut et mobilise le geste moteur, notamment du doigt qui pointe chaque objet d'une collection. Or, en fonction de la collection et de son organisation spatiale, l'élève a parfois besoin de déplacer les objets afin de les dénombrer sans erreur. En effet, il existe diverses procédures de dénombrement et les élèves ont besoin de les tester afin de déterminer la plus efficace pour eux. Ces tests sont rendus possibles par la manipulation et celle-ci est souvent abordée en classe sous forme de jeu.

Ainsi, nous pouvons nous demander dans quelle mesure la manipulation par le jeu permet aux élèves une acquisition des compétences en numération (énumérer, compter, dénombrer). Nous supposons que la manipulation par le jeu facilite la compréhension des étapes amenant à

l'énumération, au comptage et au dénombrement, par les élèves de maternelle. Nous verrons par la suite si cette hypothèse de travail s'avère valide ou non.

4 Méthodologie

4.1 Contexte de l'étude

Notre étude a été réalisée dans une classe de petite section d'école maternelle, classée REP (Réseau d'Education Prioritaire). Tous les élèves de la classe ont participé à l'étude, soit vingt-quatre élèves (douze filles et douze garçons) de 3 et 4 ans. L'école accueillant une grande proportion de familles parlant une autre langue (le turc), sept élèves sont bilingues et huit élèves ont des difficultés à parler et comprendre le français, dont trois en très grandes difficultés de compréhension du français.

Concernant les compétences en numération, leur niveau d'acquisition varie fortement en fonction des élèves. En effet, avant le début de la séquence, sept élèves savaient déjà dénombrer jusqu'à quatre objets, dix élèves dénombreaient moins de quatre objets, cinq élèves savaient compter jusqu'à trois mais pas dénombrer et enfin, deux élèves en étaient encore seulement à énumérer.

Le problème de départ est de savoir dans quelle mesure la manipulation par le jeu permet aux élèves une acquisition des compétences en numération suivantes : énumérer, compter et dénombrer. Voici donc une séquence fondée sur un jeu mathématique, permettant de travailler le dénombrement à partir de trois objets.

4.2 Analyse a priori

Le jeu support de la séquence s'intitule : les gâteaux d'anniversaire. Dans ce jeu, chaque élève dispose de trois gâteaux en pâte à modeler. Chacun à leur tour, les élèves doivent lancer un dé indiquant le nombre de bougies à prendre dans la pioche. Dans un premier temps, le but du jeu est de placer trois bougies sur chaque gâteau. Puis le nombre de bougies évoluera plus ou moins en fonction du niveau des élèves. Pour une question de coût, les élèves ne manipulent pas de vraies bougies, mais des pailles en plastique sans accordéon, coupées en deux, comme le montre la figure 2.



Figure 2 : à gauche : gâteau en pâte à modeler garni de trois bougies ; à droite : réserve de bougies

La séquence intitulée « Les gâteaux d'anniversaire » compte sept séances et s'inscrit dans le domaine : découvrir les nombres et leurs utilisations. Les apprentissages visés à la fin de cette séquence sont : utiliser le dénombrement pour construire une collection de quatre objets ; réaliser une collection dont le cardinal est donné : quatre ; connaître différentes représentations des nombres un, deux, trois et quatre (constellations, configurations de doigts, chiffres écrits). En revanche : attendre son tour pour jouer, accepter de passer son tour, comprendre une règle simple, sont des apprentissages requis dès le début de la séquence.

Les variables didactiques prévues lors de cette séquence sont les suivantes :

- nombre de gâteaux par élève : les élèves en difficulté ont un plus petit nombre de gâteaux, afin de se focaliser sur le nombre de bougies ;
- nombre de bougies par gâteau : ce nombre augmente afin d'amener les élèves à dénombrer des collections de plus en plus grandes ;
- distance entre la réserve de bougies et la table des élèves : au début la réserve est sur la table, puis plus éloignée dans le but d'encourager les élèves à tester différentes stratégies de mémorisation du nombre et afin de limiter la simple énumération;
- valeurs des faces du dé : passage progressif d'un dé allant jusqu'à trois à un dé allant jusqu'à quatre pour les élèves en difficultés, jusqu'à cinq pour les autres, permettant aux élèves de mémoriser les représentations de nombres de plus en plus grands ;
- signification du dé : pour les plus à l'aise, la règle est modifiée et le dé indique alors le nombre de bougies à mettre sur chaque gâteau. Par exemple, un élève qui lance le dé et obtient deux, doit placer deux bougies sur chacun de ses gâteaux, donc s'il a trois gâteaux, il doit piocher six bougies. L'objectif est de faire vivre aux élèves une première approche du champ multiplicatif.

La séance 1 est une séance de découverte et d'évaluation diagnostique, d'une durée d'environ 15 minutes. Les objectifs visés lors de cette séance sont : réaliser une collection de

trois objets et connaître les constellations du dé jusqu'à trois. Elle se réalise en atelier, les élèves sont donc répartis par groupes de six de niveaux hétérogènes, puisque l'évaluation diagnostique n'a pas encore eu lieu. Il s'agit en fait de leurs groupes de travail habituels.

La mise en route dure 1 minute. L'enseignante a lu au préalable l'histoire des trois petits cochons aux élèves et les marionnettes des cochons sont en libre accès dans la classe. Elle dispose ensuite trois gâteaux en pâte à modeler au centre de la table et dit : « C'est l'anniversaire des trois petits cochons. Voici leurs gâteaux. » Lors de cette étape, plusieurs difficultés sont attendues. En effet, les élèves peuvent vouloir jouer avec les gâteaux en pâte à modeler. Dans ce cas, il faut prévoir un temps de manipulation libre de la pâte à modeler et la possibilité de demander aux élèves de faire les gâteaux eux-mêmes.

La phase de découverte dure ensuite 3 minutes. L'enseignante montre aux élèves des pailles en plastique coupées en deux : « Voici des bougies d'anniversaire. Les petits cochons ont 3 ans. Aidez-les à mettre les bougies sur leurs gâteaux. » L'enseignante distribue un petit tas de bougies à chaque élève. Les élèves placent librement les bougies sur les gâteaux, puis ils vérifient qu'il y a bien trois bougies par gâteau, en les dénombrant. Les difficultés qui peuvent être rencontrées lors de cette étape sont les suivantes : comme avec la pâte à modeler, les élèves peuvent vouloir jouer avec les pailles. Il faudra donc leur laisser un temps de manipulation libre des pailles. Si les élèves ne comprennent pas que les pailles représentent les bougies, l'enseignante doit expliquer qu'elle n'avait pas de vraies bougies, alors elle a découpé des pailles et il faut imaginer que ce sont des bougies, pour le jeu.

Par ailleurs, des remédiations sont prévues : si les élèves se trompent en comptant, l'enseignante peut leur demander de toucher les bougies une par une, en disant le nombre au moment où ils touchent la bougie. Si cela ne suffit pas ou si les élèves se trompent dans la comptine numérique, l'enseignante leur demande de montrer trois doigts, puis de toucher chaque bougie avec un des doigts levés. Il s'agit là d'un travail de correspondance terme à terme.

La recherche dure environ 5 minutes. L'enseignante retire les bougies des gâteaux et introduit le dé (constellations jusqu'à trois). Elle demande aux élèves à quels nombres correspondent les trois constellations. La réponse attendue est à la fois le mot-nombre et le même nombre de doigts levés. Cela permet aux élèves qui ne maîtrisent pas le français de montrer qu'ils ont compris de quel nombre il s'agit, en montrant la bonne configuration de doigts. Par ailleurs, cela permet de repérer les élèves qui savent compter (ils montrent le bon nombre de doigts) et ceux qui savent dénombrer (ils donnent en plus le dernier mot-nombre

pour répondre à la question). Puis l'enseignante explique : « Ce dé indique combien vous pouvez prendre de bougies. » Ensuite, elle donne la consigne : « Chacun à votre tour, vous allez lancer le dé et mettre les bougies sur les gâteaux. Quand il y aura trois bougies sur chaque gâteau, le jeu sera terminé et les petits cochons viendront souffler leurs bougies. » Elle commence, pour montrer l'exemple. Puis les élèves jouent, sous son contrôle. Si le tirage fournit plus de bougies que nécessaire, par exemple lorsqu'il ne reste plus qu'un gâteau à garnir, que celui-ci comporte déjà une bougie et que le résultat du dé est trois, l'élève passe son tour. Cette phase de recherche peut confronter les élèves à certaines difficultés. En effet, si l'élève veut mettre toutes les bougies qu'il a piochées sur le gâteau, même si cela dépasse trois bougies par gâteau, l'enseignante peut le laisser faire puis lui demander de compter les bougies sur le gâteau qui en contient trop. Elle rappelle alors que le petit cochon a 3 ans, donc il faut trois bougies, pas une de plus, pas une de moins et demande à l'élève et aux autres ce qu'il faut faire, la réponse attendue étant d'enlever une ou des bougies pour revenir à trois. Si cette étape est trop compliquée, que l'élève ne comprend toujours pas, l'enseignante peut faire trois emplacements par gâteau, comme le montre la figure 3, ce qui empêchera l'élève de dépasser le nombre de bougies attendu sur chaque gâteau.

Enfin, les remédiations prévues sont les suivantes : si les élèves ne reconnaissent pas les constellations, l'enseignante leur demande de compter les points du dé, ou de faire correspondre chaque point à un doigt, pour obtenir la configuration de doigts. En effet, il semble que pour certains élèves, il est plus facile de reconnaître la configuration de doigts, qu'ils ont mémorisée, plutôt que de compter sans se tromper une collection de points. Ensuite, si les élèves n'arrivent pas à compter les points de la constellation du dé, l'enseignante prévoit un dé plus gros, présenté sur la figure 3, permettant aux élèves de poser les bougies directement sur les points de la constellation.

L'institutionnalisation est la suivante et dure 2 minutes. Lorsqu'un gâteau est garni de trois bougies, l'enseignante arrête momentanément le jeu pour demander aux élèves de compter les bougies sur ce gâteau : « Combien y a-t-il de bougies sur le gâteau ? Le petit cochon a 3 ans. Est-ce qu'il y a assez de bougies ou doit-on en rajouter ? » La réponse est qu'il y a assez de bougies. Le gâteau est alors mis de côté et le jeu continue pour garnir les autres gâteaux. Si les élèves se trompent dans la comptine numérique, l'enseignante peut leur demander de faire correspondre chaque bougie à un doigt, pour obtenir la configuration de doigts. Pour les élèves qui ne font pas le lien entre l'âge du cochon et le nombre de bougies et qui maintiennent qu'il faut encore mettre des bougies, alors qu'il y en a déjà trois par exemple,

l'enseignante leur demande de montrer trois doigts, puis de toucher chaque bougie avec un des doigts levés.

Pour terminer, l'évaluation dure 3 minutes environ. Lorsque les trois gâteaux portent chacun trois bougies, l'enseignante demande à chaque élève de dénombrer les bougies sur chaque gâteau pour vérifier et de lui montrer la configuration de doigts correspondante. Il faut veiller lors de cette étape à ce que cette configuration de doigts ne soit pas faite simultanément avec le passage en revue des bougies, mais bien après les avoir comptées. Puis elle enfle les marionnettes de doigts des trois petits cochons pour que celles-ci viennent souffler leurs bougies. Si un élève se trompe dans la configuration de doigts, l'enseignante peut lui proposer trois « chapeaux » de doigts en papier, en vérifiant avec lui qu'il y en a bien trois. Puis elle lui demande de lever trois doigts et elle enfle un chapeau sur chaque doigt levé de l'élève pour vérifier. Si l'élève a effectivement levé trois doigts, chaque doigt a son chapeau et il ne reste pas de chapeau excédentaire.



Figure 3 : à gauche : gâteau avec trois emplacements ; à droite : gros dé en mousse

La séance 2 est une séance de recherche de 20 minutes environ. Cette fois-ci, les élèves sont répartis en groupes de niveau, réalisés à partir des résultats de la séance 1. Etant donnée la diversité de niveau d'acquisition des compétences en numération des élèves précisée plus haut, la composition des groupes ressemblera certainement à ceci : deux groupes de cinq élèves sachant dénombrer moins de quatre objets que nous appellerons groupes B, un groupe de sept élèves sachant dénombrer moins de trois objets que nous appellerons groupe A et un groupe de sept élèves sachant dénombrer jusqu'à quatre objets, le groupe C. Les objectifs sont légèrement différents selon les groupes : réaliser une collection de trois objets pour les groupes A et B, de quatre objets pour le groupe C ; connaître les constellations du dé et les configurations de doigts jusqu'à trois pour les groupes A et B, jusqu'à quatre pour le groupe C.

La mise en route dure 1 minute. L'enseignante place à nouveau trois gâteaux en pâte à modeler au centre de la table et demande : « Qu'avons-nous fait la dernière fois avec ces gâteaux ? » Les élèves rappellent le travail fait en séance 1. S'ils ne s'en souviennent pas, l'enseignante les guide en rappelant que c'était l'anniversaire des trois petits cochons et en leur demandant quel âge ils avaient.

La phase de recherche, de 2 minutes, varie selon les groupes. L'enseignante distribue trois gâteaux par élèves pour les groupes B et C, un gâteau par élève pour le groupe A. Cette différenciation permet aux élèves du groupe A, qui ont des difficultés à dénombrer jusqu'à trois, de se focaliser sur le nombre de bougies et d'éviter une surcharge cognitive due au nombre de gâteaux. Puis l'enseignante place la réserve de bougies, présentée sur la figure 2, au centre de la table et donne la consigne. Pour les groupes A et B : « Les petits cochons ont 3 ans. Il faut mettre trois bougies sur chaque gâteau. » Pour le groupe C, il faut mettre quatre bougies par gâteau. En effet, les élèves du groupe C savent déjà tous dénombrer jusqu'à trois objets. Les élèves se servent librement dans la réserve de bougies et garnissent leurs gâteaux.

Pendant l'institutionnalisation, d'environ 3 minutes, l'enseignante pose la question suivante : « Montrez-moi trois (ou quatre) doigts. Avez-vous bien mis trois (ou quatre) bougies sur chacun de vos gâteaux ? » Les élèves montrent la configuration de doigts correspondante puis comptent chacun à leur tour les bougies sur leurs gâteaux et corrigent en cas de besoin. Les bougies sont ensuite remises dans la réserve.

Lors de la phase d'entraînement, de 10 minutes, l'enseignante présente le dé, qui cette fois contient, en plus des constellations, des configurations de doigts. Les valeurs du dé vont de un à trois pour les groupes A et B, jusqu'à quatre pour le groupe C. La consigne est la suivante : « Chacun à votre tour, vous allez lancer le dé et piocher autant de bougies que le dé l'indique. Puis vous mettrez les bougies sur vos gâteaux. Pour gagner, il faut avoir mis trois (ou quatre) bougies sur chaque gâteau. » Les élèves jouent sous le contrôle de l'enseignante. Si le tirage fournit plus de bougies que nécessaire, l'élève remet les bougies dans la réserve et passe son tour.

Enfin, l'évaluation dure 4 minutes et est incluse dans le temps d'entraînement. En effet, à chaque tour de table, l'enseignante arrête momentanément le jeu et demande à quelques élèves : « Dis moi combien tu as de bougies sur ce gâteau (l'enseignante désigne l'un des gâteaux de l'élève). Montre-moi avec les doigts. Combien dois-tu rajouter de bougies pour gagner ? » Avec cette dernière question, nous passons à un problème du champ additif : la transformation quantifiée d'une mesure initiale en une mesure finale. Par la suite, cette

question pourra être épargnée au groupe A s'il éprouve trop de difficultés à y répondre. Le groupe C peut répondre à une question supplémentaire : « Dis moi combien tu as de bougies en tout ? » Quand un élève a garni ses trois gâteaux, les marionnettes des petits cochons viennent souffler leurs bougies. Les autres élèves continuent le jeu jusqu'à ce que tous les gâteaux soient garnis.

La séance 3 est également une séance de recherche de 20 minutes. Les élèves sont toujours par groupes de niveau et les objectifs sont les suivants :

- groupe A : réaliser une collection de trois ou quatre objets selon les résultats de la séance 2 et connaître les constellations et les configurations de doigts jusqu'à trois ou quatre en fonction de la séance 2 également ;
- groupes B : réaliser une collection de quatre objets, connaître les constellations et configurations de doigts jusqu'à quatre ;
- groupe C : mêmes objectifs que les groupes B, mais en allant jusqu'à cinq.

Cette fois-ci, le jeu commence directement avec le dé, qui représente des constellations et des configurations de doigts variables selon les groupes. Les élèves ont toujours trois gâteaux chacun à garnir, sauf les élèves du groupe A qui n'ont qu'un seul gâteau. Pour gagner, les élèves du groupe A doivent mettre trois ou quatre bougies sur leur gâteau, cela dépend des difficultés qu'ils ont rencontrées en séance 2. Les élèves des groupes B doivent placer quatre bougies sur chaque gâteau et les élèves du groupe C, cinq bougies par gâteau. Les règles sont les mêmes que lors de la séance précédente, ainsi que l'évaluation.

La séance 4 est l'institutionnalisation, d'une durée d'environ 15 minutes. Elle a lieu en classe entière, dans le coin regroupement. L'objectif est de connaître les trois représentations des nombres (constellation du dé, configuration de doigts et chiffre) de un à quatre.

Lors de la mise en route qui dure 2 minutes, l'enseignante montre les marionnettes des trois petits cochons aux élèves afin de leur rappeler les activités précédentes et demande : « La dernière fois, c'était l'anniversaire des trois petits cochons. Ils avaient chacun un gâteau en pâte à modeler. Vous souvenez-vous de ce que vous faisiez avec ces gâteaux ? » Les élèves guidés par l'enseignante rappellent le jeu travaillé durant les séances précédentes. Si les élèves ne se souviennent pas suffisamment du jeu, l'enseignante peut les aider en leur montrant le dé et une photographie des petits cochons en train de souffler leurs bougies.

Ensuite vient la phase de recherche, de 2 minutes. L'enseignante accroche une par une quatre affiches au tableau, représentant les chiffres de un à quatre, illustrés par une photographie de gâteau en pâte à modeler, garni du nombre de bougies correspondant, comme le montre la figure 4. Au fur et à mesure qu'elle installe les affiches, l'enseignante demande : « Combien y a-t-il de bougies sur le gâteau de la photo ? » Les élèves lèvent la main pour répondre. Il se peut que les élèves ne parviennent pas à compter les bougies depuis leur place. Dans ce cas, les élèves qui le souhaitent peuvent se déplacer, un à la fois, pour pointer les bougies de leur doigt, afin de les compter. Pour chaque affiche, l'enseignante attire l'attention des élèves sur le chiffre écrit. Par exemple : « Ici il y a trois bougies. Trois s'écrit comme ça. »

L'institutionnalisation dure 2 minutes. Sur une autre partie du tableau, l'enseignante affiche des étiquettes représentant les constellations du dé jusqu'à quatre et d'autres les configurations de doigts jusqu'à quatre. Pour chaque étiquette, elle demande avant de la placer au tableau : « Combien ça fait ? » et les élèves lèvent la main pour donner la réponse. En cas de difficulté, l'enseignante peut passer devant les élèves avec l'étiquette pour leur permettre de compter les points des constellations ou les doigts.

La phase d'entraînement dure 6 minutes. La consigne est la suivante : « Quand je vous appellerai, vous viendrez prendre l'étiquette que vous voulez pour la coller sur l'affiche qui correspond. » L'enseignante désigne un élève parmi les volontaires. Il choisit une étiquette et après avoir nommé le nombre qu'elle représente, il la colle à la pâte à fixe sur l'affiche représentant le même nombre. L'enseignante demande aux autres élèves s'ils sont d'accord, si l'étiquette est bien placée. L'enseignante envoie un autre élève corriger si besoin. Toutes les étiquettes sont de cette manière placées sur les affiches.

En cas de difficultés, différentes remédiations sont possibles : si les élèves ne comprennent pas la consigne, l'enseignante peut placer la première étiquette pour montrer l'exemple, en verbalisant chaque étape de son raisonnement. Si l'élève au tableau fait une erreur et qu'aucun de ses camarades ne s'en aperçoit, l'enseignante peut par exemple demander au premier élève de recompter les bougies sur l'affiche, puis les points de la constellation qu'il vient de placer, afin de lui faire remarquer son erreur. Enfin, si les élèves observateurs perdent patience et se dispersent, l'enseignante doit prévoir une étiquette par élève et distribuer à chacun son étiquette, qu'il viendra placer à son tour.

Enfin, l'évaluation dure 3 minutes. Quand toutes les étiquettes sont placées correctement sur les quatre affiches, l'enseignante pointe les affiches une par une en demandant à chaque

fois : « Quel est le nombre sur cette affiche ? » Les élèves répondent et l'enseignante donne des précisions, par exemple : « il y a trois points sur le dé (elle montre la constellation), on lève trois doigts (elle montre la configuration de doigts), trois s'écrit comme ça (elle montre le chiffre). »

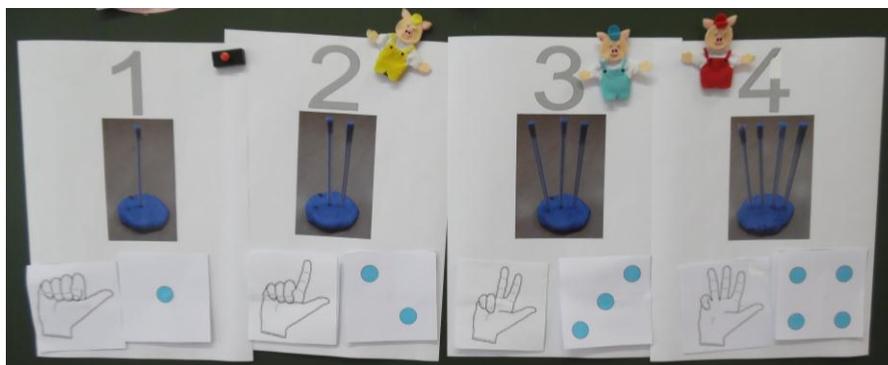


Figure 4 : Affiches utilisées lors de la séance 4, sur lesquelles les élèves ont collé les étiquettes représentant les constellations et les configurations de doigts.

La séance 5 est une séance d'entraînement, d'environ 25 minutes. Les élèves sont à nouveau en groupes de niveau, les mêmes que ceux des séances 2 et 3. Les objectifs sont : réaliser et dénombrer une collection de quatre objets pour les groupes A et B, cinq pour le groupe C ; connaître les constellations, configurations de doigts et chiffres jusqu'à quatre pour les groupes A et B, les constellations et configurations de doigts jusqu'à cinq et les chiffres jusqu'à quatre pour le groupe C. Les élèves du groupe A ont toujours un seul gâteau chacun.

Lors de la mise en route de 2 minutes, l'enseignante installe la réserve sur une table éloignée de cinq mètres de la table sur laquelle jouent les élèves. Une boîte vide est placée sur la table des élèves. La consigne est la suivante : « Vous devez lancer le dé chacun à votre tour et aller chercher dans la réserve le nombre de bougies indiqué par le dé. Si vous rapportez juste le bon nombre de bougies, vous pouvez les mettre sur votre (vos) gâteau(x). Si vous n'en rapportez pas assez, ou si vous en rapportez trop, vous les posez dans la boîte sur la table et vous attendez le prochain tour. Pour gagner, il faut avoir mis quatre bougies sur chaque gâteau. » Le dé représente cette fois-ci seulement des constellations et des chiffres. Une bande numérique est sur la table à disposition des élèves.

Lors de la phase de recherche, les élèves jouent sous le contrôle de l'enseignante. Si des élèves du groupe A sont en difficulté, l'enseignante peut leur demander de mettre seulement trois bougies sur chaque gâteau. Si des élèves du groupe C ont des facilités, l'enseignante peut leur demander de mettre cinq bougies sur chaque gâteau. Lors de cette étape, les élèves

peuvent éprouver des difficultés à retenir le nombre de bougies à rapporter. Dans ce cas, l'enseignante peut prévoir des étiquettes du même type que celles de la séance 4. Lorsqu'un élève a lancé le dé, elle étale les étiquettes sur la table et lui demande de prendre celle qui est identique à la face du dé obtenue. L'élève peut partir vers la réserve avec cette étiquette, qui lui rappelle le nombre de bougies à prendre. Pour le groupe A, chaque étiquette doit comporter les trois représentations du nombre, comme présenté en figure 5, afin d'aider l'élève à reconnaître le chiffre et à faire le lien avec la configuration de doigts. Pour les groupes B, les étiquettes comportent chacune une seule représentation du nombre, la constellation ou le chiffre. Pour le groupe C, les étiquettes peuvent être dans un premier temps identiques à celles des groupes B, puis comporter seulement des chiffres, afin de travailler spécifiquement la mémorisation de l'écriture chiffrée. Les affiches faites en séance 4 sont à proximité pour permettre aux élèves de reconnaître l'écriture chiffrée.

La phase suivante est l'institutionnalisation. Lorsque la partie est terminée et que tous les gâteaux sont garnis correctement, l'enseignante demande : « Que faut-il faire pour rapporter juste le bon nombre de bougies du premier coup, si on n'a pas d'étiquette pour s'aider ? » La réponse attendue est du type : il faut reconnaître le nombre indiqué par le dé, le garder dans la tête ou sur les doigts et compter les bougies que l'on prend dans la réserve, pour prendre juste ce qu'il faut, pas une de plus, pas une de moins. A cette question, les élèves peuvent avoir du mal à répondre. L'enseignante peut alors montrer l'exemple, en lançant le dé puis en verbalisant tout ce qu'elle fait jusqu'à ce qu'elle rapporte le bon nombre de bougies. Par ailleurs, si les élèves ne ramènent jamais ou que rarement le bon nombre de bougies lors de la phase de recherche, l'enseignante peut décider de passer à l'institutionnalisation avant la fin de la partie.

Ensuite, lors de l'entraînement, les élèves jouent à nouveau, en essayant d'appliquer les conseils donnés pendant l'institutionnalisation. L'enseignante peut supprimer l'aide des étiquettes pour le groupe C et leur proposer d'utiliser leurs doigts à la place. Elle peut supprimer les étiquettes à constellation pour les groupes B.

Enfin, la phase d'évaluation est identique à celle de la séance 2.

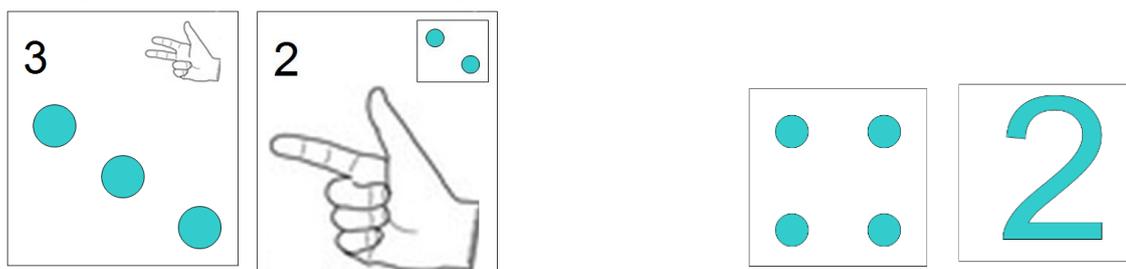


Figure 5 : exemples d'étiquettes fournies au groupe A (à gauche) et aux groupes B et C (à droite)

La séance 6 est également un entraînement d'environ 25 minutes. Elle reprend les objectifs, les étapes et les règles de la séance 5, avec quelques modifications. Pour le groupe A, les élèves peuvent essayer d'avoir deux gâteaux au lieu d'un seul. Pour les groupes B, les élèves peuvent passer à cinq bougies par gâteau, et des constellations du dé et configurations de doigts jusqu'à cinq. Enfin, pour les élèves du groupe C, la règle change. Cette fois-ci, le résultat du dé indique le nombre de bougies à mettre sur chaque gâteau. Les élèves doivent donc multiplier le nombre de bougies à prendre dans la réserve par le nombre de gâteaux, ici trois. Les élèves peuvent utiliser la procédure de leur choix.

Pour terminer, la séance 7 est l'évaluation, d'une durée d'environ 10 minutes. Elle se fait de manière individuelle, avec l'enseignante. L'objectif est de vérifier que l'élève sait construire une collection de quatre objets, et reconnaît les trois représentations des nombres jusqu'à quatre. Pour les élèves du groupe A qui auraient eu de grosses difficultés lors des dernières séances, l'objectif s'arrête à trois objets. En revanche, pour les élèves du groupe C pour qui les dernières séances n'ont pas posé de problème, l'objectif peut aller jusqu'à cinq objets.

Lors de la mise en route, l'enseignante donne à l'élève une fiche évaluation, comme le montre la figure 6. J'ai choisi une évaluation sur fiche afin d'obtenir une trace écrite des acquisitions des élèves, qui pourra être collée dans le cahier. Nous verrons dans l'analyse a posteriori pourquoi ce support d'évaluation n'est en fait pas du tout adapté à la situation. Sur cette fiche sont représentés deux gâteaux l'un en dessous de l'autre. A côté de chaque gâteau, il y a une constellation et un chiffre représentant le même nombre. Ils indiquent le nombre de bougies à placer sur chaque gâteau : trois pour le premier, quatre pour le second. (Pour certains élèves du groupe A, ce sera deux et trois ; pour certains élèves du groupe C ce sera quatre et cinq.) La consigne est la suivante : « Voici deux gâteaux d'anniversaire. Tu vas dessiner les bougies sur chaque gâteau. Le dé et le chiffre te disent combien tu dois dessiner de bougies. »

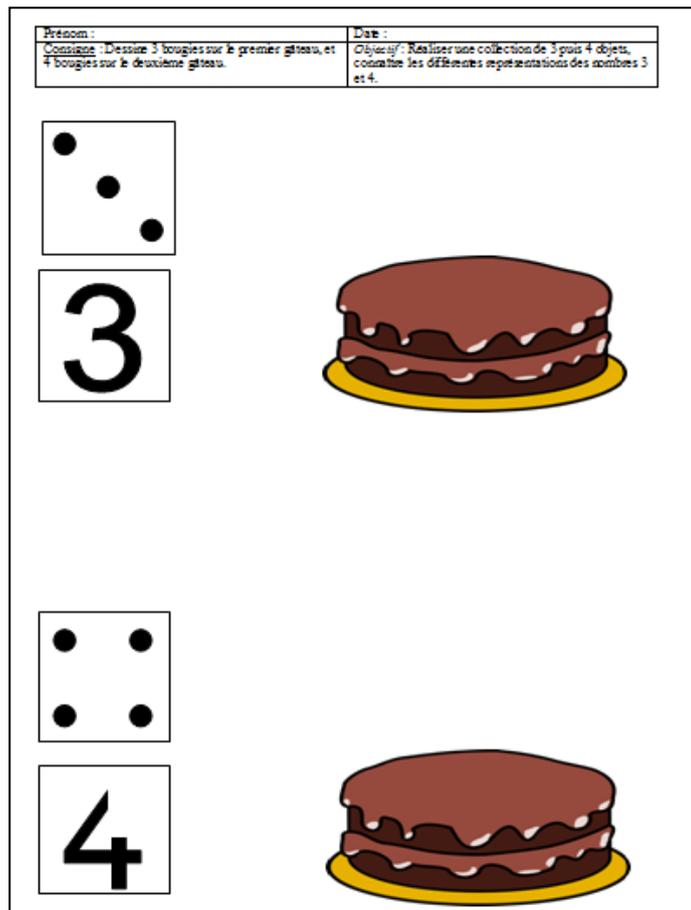


Figure 6 : fiche évaluation pour les élèves des groupes B et certains élèves des groupes A et C

Lors de la recherche, l'enseignante guide l'élève : « Regarde à côté du premier gâteau. Quel est ce chiffre ? Quel nombre est représenté sur ce dé ? Montre-moi avec tes doigts. Maintenant, dessine autant de bougies sur le gâteau. » Si l'élève ne reconnaît pas le nombre représenté, l'enseignante lui propose de compter les points de la constellation.

L'évaluation à proprement parler est le moment où l'élève dessine les bougies sur le gâteau. A ce moment-là, des élèves peuvent se laisser emporter par l'activité de dessin et oublier le nombre de bougies à dessiner. Dans ce cas, voici une solution envisageable, présentée en annexe 1 : l'enseignante met à disposition de l'élève les demi-pailles des séances précédentes et demande : « Voici les bougies. Combien dois-tu en mettre sur le gâteau ? Pose juste le bon nombre de bougies sur le gâteau. » L'enseignante enlève ensuite les bougies une par une et demande à l'élève de tracer un trait pour remplacer la bougie qu'elle vient d'enlever.

Pour les élèves qui auraient malgré tout mal réussi cette évaluation, en dessinant trop ou trop peu de bougies sur leurs gâteaux, une remédiation est possible pendant un temps

d'accueil par exemple. L'enseignante prend l'élève à part et lui fait recommencer l'évaluation, en reprenant la manipulation. En effet, le même exercice que celui de la fiche évaluation est proposé à l'élève, mais cette fois sur de vrais gâteaux en pâte à modeler et avec de « vraies » bougies (les demi-pailles). Le nombre de bougies à placer sur chaque gâteau est fourni par des étiquettes représentant les constellations et les chiffres écrits (mêmes étiquettes que lors de la séance 4).

A partir de ces évaluations, nous allons mesurer les résultats des élèves de la façon suivante : nombre de collections correctes réalisées du premier coup, nombre de collections correctes réalisées lors de la remédiation, nombres de collections toujours incorrectes après la remédiation, ceci pour les nombres 3, 4 puis 5.

5 Analyse a posteriori

L'évaluation diagnostique réalisée en séance 1 m'a finalement amenée à faire cinq groupes de niveau au lieu de quatre :

- deux groupes A (en difficulté) de quatre élèves chacun
- deux groupes B de quatre et cinq élèves
- un groupe C (avec des facilités) de sept élèves.

Le roulement des ateliers ne permettant pas de faire passer cinq groupes sur mes deux jours de présence en classe par semaine, l'un des groupes passait l'après-midi après la sieste.

Avant d'observer les résultats des élèves, voici le tableau 1 récapitulant le cardinal des collections demandées aux élèves lors de l'évaluation sur fiche puis de la remédiation par manipulation le cas échéant. Les élèves qui ont participé à la remédiation sont ceux qui ont dessiné trop ou trop peu de bougies sur leurs gâteaux, mais aussi ceux qui ont réussi à se corriger, mais seulement grâce à un étayage très important de la part de l'enseignante. Pour ces derniers, la remarque « fait avec l'aide de l'enseignante » est écrite sur la fiche évaluation.

Tableau 1 : répartition des élèves selon le niveau de difficulté, pour l'évaluation et la remédiation lors de la séance 7

Nombre d'élèves ayant participé à :	pour 2 et 3 objets	pour 3 et 4 objets	pour 4 et 5 objets
l'évaluation	4	17	3
la remédiation	3	12	2

En lisant le tableau 1, nous pouvons en déduire qu'un seul des élèves qui avaient à réaliser des collections de deux et trois objets sur fiche a réussi, tandis que les trois autres ont eu besoin d'une remédiation. De même, cinq élèves ont réussi leur évaluation sur fiche avec trois et quatre objets, tandis que douze élèves ont nécessité une remédiation. Enfin, un élève a réalisé correctement des collections de quatre et cinq objets sur fiche, tandis que les deux autres ont eu une remédiation. Notons que dix-sept élèves ont eu besoin d'une remédiation après l'évaluation de la séance 7.

5.1 Résultats

Voici maintenant, présentés dans le tableau 2, les résultats des élèves obtenus par l'évaluation sur fiche et la remédiation par manipulation. Pour les élèves qui se sont trompés sur leur fiche et se sont corrigés avec l'aide de l'enseignante, comme par exemple sur l'annexe 2 b), la collection corrigée n'est pas comptée comme correcte. En effet, l'étayage réalisé par l'enseignante était trop important. Par ailleurs, les élèves n'ont à chaque fois que deux collections à réaliser. Les élèves qui ont par exemple à réaliser des collections de quatre et cinq objets ne sont donc pas comptés dans la colonne « 3 objets » du tableau 2. Il faut donc préciser pour la lecture de ce tableau que vingt et un élèves ont dû réaliser une collection de trois objets, vingt élèves ont eu à réaliser une collection de quatre objets et seulement trois élèves une collection de cinq objets.

Tableau 2 : résultats observés lors de la séance 7

Collection de :	3 objets	4 objets	5 objets
Nombre d'élèves réalisant une collection correcte lors de l'évaluation	9	7	2
Nombre d'élèves réalisant une collection correcte lors de la remédiation seulement	11	9	0
Nombre d'élèves réalisant une collection incorrecte lors des deux étapes	1	4	1

Le tableau 2 montre que certains élèves ont échoué à l'exercice, même lors de la remédiation. Pour ces élèves, une deuxième remédiation également par manipulation a été proposée, en revoyant les objectifs à la baisse. Par exemple, un élève qui a échoué avec des collections de trois et quatre objets se voit proposer un second exercice de remédiation avec des collections de deux et trois objets à réaliser. Cette deuxième remédiation a été nécessaire pour cinq

élèves, dont quatre avec des collections à réaliser de deux et trois objets au lieu de trois et quatre et le cinquième avec des collections de trois et quatre objets au lieu de quatre et cinq. Un élève a refait une remédiation avec des collections de deux et trois objets.

Enfin, le tableau 3 permet de montrer l'évolution des acquisitions des élèves en matière de dénombrement. Pour ce tableau, on admet qu'un élève sait réaliser une collection de cardinal donné lorsqu'il y parvient du premier coup. Les données de la première ligne ont été recueillies lors d'un test réalisé juste avant la séquence, de manière individuelle, sous forme de jeu du marchand pendant l'accueil. Par ailleurs, notons que les élèves comptés dans la troisième colonne sont aussi compris dans la deuxième et ceux de la deuxième sont compris dans la première colonne du tableau.

Tableau 3 : comparaison des résultats des élèves avant et après la séquence

Collection de :	3 objets	4 objets	5 objets
Nombre d'élèves sachant réaliser une collection de cardinal donné avant la séquence	17	7	0
Nombre d'élèves sachant réaliser une collection de cardinal donné après la séquence	23	16	2

Nous pouvons déduire du tableau 3 que lors de cette séquence, six élèves ont appris à réaliser une collection de trois objets, neuf élèves ont appris à réaliser une collection de quatre objets et enfin deux élèves savent maintenant réaliser une collection de cinq objets. Ces nouveaux apprentissages sont tout de même à consolider jusqu'à la fin de l'année, par des entraînements réguliers.

Pour chaque activité de la séquence, les élèves ont eu recours à différentes procédures, qui vont être à présent détaillées.

Dans la plupart des séances, les élèves doivent à un moment donné dénombrer les bougies qui se trouvent sur chaque gâteau. Certains élèves ont ainsi eu recours à l'aperception globale, pour les collections inférieures ou égales à trois objets. Les quelques élèves qui ont utilisé cette procédure ne se sont jamais trompés. Cependant, la majorité des élèves a utilisé le dénombrement, en pointant chaque bougie avec le doigt tout en prononçant un mot-nombre. Cette procédure permet très souvent un dénombrement correct, sauf dans certains cas. En effet, quelques élèves ont fait une erreur en récitant la comptine numérique, en se trompant dans l'ordre des mots ou en oubliant un mot. La solution était alors de leur rappeler l'ordre

des mots de la comptine. D'autres allaient trop vite en énumérant et créaient un décalage entre le geste de leur doigt et les mots-nombres qu'ils prononçaient. Il fallait alors qu'ils recommencent plus lentement. Pour certains, cela ne suffisait pas et j'ai proposé trois étayages. Le premier a été apporté en fin de jeu, lorsqu'il fallait vérifier que le gâteau contenait bien un certain nombre de bougies, trois par exemple. Dans ce cas, j'ai proposé à l'élève de me montrer trois doigts, puis de toucher chaque bougie avec l'un des doigts levés. S'il restait des doigts levés non utilisés ou des bougies non touchées, j'expliquais ce que cela signifiait. En réalité, cet étayage était compliqué et n'a pas été compris par tous les élèves. En revanche, le fonctionnement inverse a pu aider quelques élèves : il s'agissait de toucher chaque bougie avec un doigt différent et de le laisser levé pour aboutir à la configuration de doigts correspondant au nombre de bougies. Cependant, le troisième étayage s'est avéré être de loin le plus efficace. Il consistait à dénombrer les bougies tout en les retirant une à une du gâteau. Ainsi, aucune erreur d'énumération n'était possible, car il n'y avait pas de passage par une collection intermédiaire. Enfin, cet étayage a aussi permis d'aider les élèves qui comptaient deux fois la même bougie ou qui en oubliaient une lors de l'énumération. Un seul élève a utilisé de lui-même une procédure analogue, en inclinant les bougies au fur et à mesure qu'il posait son doigt dessus. Ainsi, il repérait plus facilement la collection de bougies déjà comptées de celles non encore comptées.

Par ailleurs, quelques élèves parmi les faibles parleurs ne disaient pas le cardinal de la collection, mais montraient la configuration de doigts correspondante. Ces élèves savent faire une correspondance terme à terme donc énumérer, mais il n'est pas certain qu'ils sachent compter et dénombrer. J'ai donc tenté l'étayage suivant avec ces élèves : j'ai placé une par une trois bougies devant eux tout en verbalisant à chaque étape : « Une bougie. Une et encore une, ça fait deux bougies. Un, deux. Deux bougies (en montrant les deux bougies ensemble). Deux et encore une (en ajoutant une bougie), ça fait trois. Un, deux, trois. Trois bougies (en montrant les trois bougies ensemble). »

Ensuite, les élèves devaient à plusieurs reprises reconnaître des constellations du dé. Comme pour le nombre de bougies, certains utilisaient l'aperception globale, mais pouvaient aussi reconnaître la constellation à la position des points. En effet, les constellations jusqu'à cinq sont présentes au tableau sur une frise et utilisées lors des rituels d'accueil. Cependant, comme précédemment, la plupart des élèves ont compté les points de la constellation en les pointant du doigt. Les mêmes procédures que celles vues précédemment avec le dénombrement des bougies ont été utilisées par les élèves. En outre, les élèves ont été

confrontés à une difficulté supplémentaire : le faible espace entre les points du dé ne leur permettait pas de toucher facilement chaque point avec leur doigt et c'était une source d'erreur assez importante. J'ai donc fourni aux élèves un dé en mousse de plus grande taille (15cm d'arête).

Après cette étape de reconnaissance de la constellation, ou de dénombrement des points qui la composent, les élèves avaient le plus souvent à piocher une collection de bougies dont le cardinal devait correspondre au nombre représenté par la constellation. A ce stade, deux procédures différentes sont apparues. Environ la moitié des élèves, après avoir déterminé grâce au dé le nombre de bougies à piocher, prenaient des bougies une par une dans la réserve en les comptant et les déposaient devant eux. Puis quand ils estimaient avoir pioché le bon nombre de bougies, ils les plaçaient sur leurs gâteaux. Parmi ces élèves, ceux qui comptaient à voix haute réussissaient très souvent l'exercice, tandis que ceux qui ne disaient rien piochaient souvent trop de bougies, quelquefois pas assez. J'ai donc conseillé à ces élèves de compter à voix haute les bougies qu'ils piochaient. Pour les élèves qui faisaient encore des erreurs, j'ai proposé de suivre la deuxième procédure, que nous allons voir maintenant. Cette seconde procédure consiste à placer les bougies sur les points du dé au fur et à mesure que l'élève les pioche dans la réserve. Lorsque des élèves ont commencé à utiliser cette procédure, le dé était de petite taille et ils essayaient donc de poser l'extrémité de chaque bougie sur un point, ce qui ne tenait pas bien. Pour ces élèves, j'ai donc à nouveau proposé d'utiliser le gros dé en mousse. Ils ont ainsi pu poser chaque bougie directement sur un point du dé.

L'étape suivante du jeu consistait à placer les bougies de la collection ainsi réalisée sur les gâteaux. La difficulté était de placer les bougies de manière à ne pas dépasser un certain nombre par gâteau (trois, quatre ou cinq). Une partie des élèves garnissaient leurs gâteaux un par un, en passant au suivant seulement quand le premier était complet. D'autres plaçaient les bougies sur les gâteaux sans organisation particulière. Même si pour tous les élèves il a fallu que par moment je rappelle combien ils devaient placer de bougies sur chaque gâteau, ce sont les élèves qui plaçaient les bougies aléatoirement qui ont eu le plus de mal à ne pas dépasser le nombre limite. Par la suite, j'ai proposé à ces élèves de compléter les gâteaux un par un, comme le faisaient déjà certains de leurs camarades. Enfin, lorsqu'il ne restait qu'une ou deux bougies à placer sur le dernier gâteau et que le dé indiquait une quantité supérieure au nombre de bougies manquantes, la majorité des élèves ne comprenaient pas pourquoi ils devaient passer leur tour. J'ai tenté de mettre en place l'étagage prévu, en les laissant placer les bougies, pour ensuite montrer qu'il y en avait trop et qu'il fallait en enlever. Mais la solution

consistant à enlever des bougies qu'ils venaient de placer sur leur gâteau était difficilement concevable pour les élèves et seule une minorité semblait comprendre pourquoi il fallait les enlever. J'ai donc par la suite proposé un autre étayage, en faisant au préalable, devant les élèves, des emplacements sur les gâteaux (traces laissées par une bougie). Pendant le jeu, les élèves posaient les bougies qu'ils avaient piochées sur les emplacements et acceptaient de remettre dans la pioche celles qui étaient en trop. Néanmoins, cette solution ne permettait plus d'appliquer la règle : passer son tour lorsqu'on pioche plus de bougies qu'on ne peut en mettre sur les gâteaux. Cette règle a donc été abandonnée. En effet, elle relevait d'un problème du champ additif du type transformation quantifiée d'une mesure initiale en une mesure finale sous forme de retrait. Par exemple : l'élève doit poser trois bougies sur le gâteau, il en pioche quatre, combien doit-il en enlever ? Cette exercice demande à l'élève de soustraire dans sa tête le nombre de bougies piochées au nombre de bougies à poser, ce qui demande une capacité d'abstraction élevée pour des élèves de petite section de maternelle.

Ensuite, les élèves devaient régulièrement tout au long de la séquence montrer une configuration de doigts correspondant à une quantité demandée ou au nombre de bougies présentes sur le gâteau. Trois procédures ont été utilisées par les élèves. Tout d'abord, certains élèves levaient immédiatement le bon nombre de doigts, particulièrement quand il s'agissait d'une quantité inférieure ou égale à trois. Ces élèves connaissent par cœur les configurations de doigts, ou bien ont très bien compris la notion de quantité et se la représentent facilement sur leurs doigts. Ensuite, d'autres élèves, ou ces mêmes élèves pour de plus grandes quantités (quatre ou cinq), comptaient les doigts de leur main en s'aidant parfois de l'index de la main opposée. Lorsqu'ils arrivaient au nombre demandé, ils s'arrêtaient et pliaient les doigts restants, parfois en tenant dans l'autre main les doigts qui devaient rester levés. Pour finir, quelques élèves se contentaient d'énumérer, en faisant correspondre chaque doigt à une bougie du gâteau. Pour éviter à ces élèves d'utiliser cette stratégie, je leur ai demandé de me montrer la configuration de doigts sans regarder le gâteau, en se tournant le cas échéant, pour ne pas avoir le gâteau dans son champ de vision. J'ai pu remarquer que certains élèves s'amusaient lors de cette étape à me montrer plusieurs configurations de doigts possibles pour une même quantité. Ceci m'a permis de constater que ces élèves-là avaient bien compris la notion de cardinal et de quantité. Enfin, l'étayage prévu qui consistait à utiliser des chapeaux de doigts n'a presque pas été nécessaire, mais il a tout de même fonctionné pour les rares élèves qui en ont eu besoin.

A la fin de la séance 2 apparaît la transformation quantifiée d'une mesure initiale en une mesure finale. Il s'agissait pour les élèves de répondre à la question : « Combien dois-tu ajouter de bougies sur ton gâteau pour qu'il soit complet ? » Ce problème a été difficile à résoudre d'une manière générale pour tous les élèves. En effet, certains ne comprenaient pas la question et restaient muets, d'autres répondaient par le nombre de bougies déjà présentes sur le gâteau, d'autres encore par le nombre de bougies attendu par gâteau. Seuls cinq élèves ont réussi à répondre correctement et seulement lorsqu'il ne manquait qu'une bougie pour compléter le gâteau. Par ailleurs, lorsque des emplacements étaient tracés sur les gâteaux en raison d'un étayage vu plus haut, les élèves donnaient plus facilement la réponse, mais il ne s'agissait plus alors d'une transformation de mesure, puisque les élèves n'avaient qu'à dénombrer les emplacements encore vides. Cette question relevant du champ additif n'a finalement pas été beaucoup posée aux élèves au cours des séances suivantes, car résoudre une transformation de mesure n'était pas l'objectif de la séquence.

Lors de la séance 4, les élèves devaient reconnaître les nombres représentés sur des étiquettes par des constellations et des configurations de doigts. Les mêmes procédures que lors du dénombrement des bougies et de la reconnaissance des constellations du dé sont apparues. La nouveauté était le fait que l'activité se déroulant en classe entière dans le coin regroupement, les élèves devaient dénombrer à distance. Cela n'a pas posé de problème pour les constellations inférieures à 3, ni pour les configurations de doigts, car les élèves les reprenaient avec leurs propres doigts pour ensuite les dénombrer. Pour les rares élèves en difficulté à ce niveau là, j'accompagnais l'étiquette de la configuration de doigts avec ma propre main. En revanche, pour les constellations trois et quatre, la majorité des élèves avait du mal à déterminer quel nombre était représenté. Afin de les aider, je suis alors passée devant chaque élève avec l'étiquette pour leur permettre de compter les points en les touchant du doigt. Ensuite, les élèves avaient à placer ces étiquettes sur l'affiche correspondante. J'ai commencé par leur montrer un exemple en plaçant moi-même la première étiquette et en verbalisant mon raisonnement. Par exemple pour une constellation de trois points : « Je compte les points sur l'étiquette : un, deux, trois. Il y a trois points. Je cherche l'affiche sur laquelle il y a trois bougies. Je compte les bougies pour vérifier : un, deux, trois. Il y a bien trois bougies. Trois bougies sur l'affiche, trois points sur l'étiquette, trois et trois, je colle l'étiquette sur cette affiche. » Puis les élèves ont pris le relais et n'ont pas fait d'erreur. Pour placer l'étiquette au bon endroit, deux procédures ont été utilisées. Soit les élèves comparaient le nombre de bougies sur les photographies des gâteaux au nombre représenté sur l'étiquette,

soit ils se fiaient à l'ordre des affiches et les comptaient de gauche à droite, s'en servant comme d'une frise ou bande numérique.

Pour la séance 5, le dé comportait, en plus des constellations, des chiffres écrits. Aucun des élèves des groupes A n'a réussi à reconnaître ces chiffres, même avec l'aide de la bande numérique et des affiches. Pour ces élèves ayant déjà des difficultés à dénombrer et à reconnaître les constellations, j'ai décidé de revenir à un dé à constellations seulement. Dans les groupes B et C, l'apparition des chiffres écrits sur le dé a également posé quelques problèmes. Le chiffre un était assez bien reconnu. Mais pour les suivants, seulement deux élèves du groupe C parvenaient parfois à les reconnaître sans aide particulière. Les autres élèves se partageaient deux procédures. La première consistait à compter les chiffres sur la bande numérique, jusqu'à celui représenté sur la face du dé. Lors de cette procédure, certains élèves posaient le dé sur le chiffre identique de la bande numérique, puis ils comptaient en revenant vers le 1. Cela se traduisait par une comptine dans l'ordre croissant associée à un pointage des chiffres dans l'ordre décroissant. Le résultat était correct, mais j'ai tout de même demandé à ces élèves de reprendre le comptage en pointant les cases de la bande numérique de gauche à droite. La seconde procédure consistait à trouver le chiffre écrit identique sur l'une des affiches faites en séance 4, puis dénombrer les points de la constellation ou les bougies sur la photographie présentes sur l'affiche.

Après ce travail, les élèves devaient se déplacer pour aller chercher le bon nombre de bougies dans la réserve située plus loin dans la classe. Les élèves s'en sortaient simplement en mémorisant lorsqu'ils devaient rapporter une bougie, et parfois deux. Pour les quantités plus grandes, la plupart des élèves rapportaient trop de bougies. Certains faisaient plusieurs allers-retours pour vérifier le nombre de bougies à rapporter avant de les piocher dans la réserve. Avant d'étayer les élèves avec les étiquettes, je leur ai proposé d'utiliser leurs doigts comme moyen de mémorisation. Cette technique a fonctionné pour la moitié des élèves. Les autres ne parvenaient pas à garder la configuration de doigts correcte tout le long et en changeaient sans le faire exprès, ou l'oubliaient au moment où ils devaient piocher les bougies. J'ai alors proposé l'étayage prévu au départ, avec les étiquettes. Cet étayage a permis à la majorité des élèves de rapporter le bon nombre de bougies. Beaucoup d'élèves posaient les bougies sur les points de la constellation ou les doigts dessinés sur l'étiquette afin d'en piocher juste la bonne quantité. Par contre, pour le groupe C, les étiquettes représentant seulement les chiffres n'ont pas aidé les élèves, qui préféraient alors utiliser leurs doigts comme rappel du nombre de

bougies à piocher. J'ai donc modifié les étiquettes des groupes B et C afin que chacune représente à la fois le chiffre écrit, la constellation et la configuration de doigts (figure 5).

La séance 6 se caractérise par une modification des règles pour le groupe C. En effet, la face du dé obtenue ne représente plus le nombre total de bougies à rapporter, mais le nombre de bougies à placer sur chacun des trois gâteaux de l'élève. Pour résoudre ce problème, les élèves doivent utiliser l'addition itérée. Au début du jeu, les élèves continuaient à appliquer la règle de la séance 5. Je leur ai donc montré plusieurs exemples, mais ils ne semblaient pas bien comprendre. J'ai donc remis la pioche sur la table, pour leur permettre de se concentrer sur cette nouvelle difficulté, sans avoir en plus à retenir le nombre de bougies à rapporter. Les étiquettes représentant les constellations et les configurations de doigts étaient toujours à disposition et à reconnaître avant de pouvoir piocher les bougies. Deux procédures sont apparues afin de résoudre ce problème. Certains élèves réalisaient trois collections de bougies l'une après l'autre, en les plaçant ou non sur l'étiquette. Cette procédure était la plus répandue. Cependant, d'autres élèves ont essayé d'utiliser l'étiquette pour placer trois bougies sur chaque point du dé ou sur chaque doigt de la configuration. Les étiquettes étant un peu petites pour réaliser facilement cette installation, j'ai proposé à ces élèves d'utiliser le gros dé en mousse. Ces deux procédures mettent bien en jeu l'addition itérée.

Enfin, lors de la séance 7 d'évaluation, les élèves devaient dessiner un certain nombre de bougies sur deux gâteaux. Seulement sept élèves ont réussi à garnir correctement leurs deux gâteaux du premier coup. L'annexe 2 a) en montre un exemple. Les autres ont été distraits par l'activité de dessin et n'ont pas compté les bougies au fur et à mesure qu'ils les dessinaient. C'est le cas des élèves dont la production est en annexe 2 c) et d). J'ai proposé aux élèves du groupe C qui s'étaient trompés de se corriger : « Combien as-tu dessiné de bougies ? Combien fallait-il en mettre ? Que peux-tu faire pour corriger ? Tu peux barrer des bougies. Combien dois-tu en barrer ? » L'annexe 2 b) présente un exemple de correction par l'élève. Mais cette correction a été très difficile à réaliser, les élèves rechignant à barrer les bougies qu'ils venaient de dessiner. En effet, le contexte étant très différent des séances précédentes, les élèves ne parvenaient pas à faire de lien. De plus, ils n'arrivaient pas à déterminer combien ils devaient en barrer et j'ai dû les guider bougie par bougie. Pour les élèves des groupes B et C qui s'étaient trompés, j'ai apporté l'étayage suivant : sur une nouvelle fiche, je leur ai demandé non plus de dessiner des bougies, mais de placer des demi-pailles sur leurs gâteaux, comme le montre l'annexe 1. Lorsque les pailles étaient en place, je les enlevais une par une en leur demandant de dessiner une bougie à la place. Ces élèves ont le plus souvent réussi à

placer le bon nombre de pailles sur les gâteaux, mais n'ont ensuite pas compris pourquoi il fallait dessiner à nouveau. J'aurais d'ailleurs pu faire coller les pailles sur les gâteaux, ce qui aurait eu certainement plus de sens pour les élèves.

Ces difficultés de compréhension de l'activité, finalement bien normales compte tenu du support d'évaluation utilisé, m'ont amenée à vérifier les acquisitions des tous les élèves qui n'ont pas réussi la fiche évaluation du premier coup, par une remédiation reprenant la manipulation.

5.2 Discussion

Dans cette partie, nous allons analyser les résultats pour tenter de comprendre la cause des écarts qui ont eu lieu entre l'analyse a priori et ce qu'il s'est réellement passé en classe.

Au cours de la séquence les élèves ont, comme prévu, utiliser différentes procédures afin de déterminer la quantité d'objets d'une collection et réaliser une collection de cardinal donné. Parmi ces procédures, nous avons retrouvé l'aperception globale, le comptage en utilisant le doigt pour pointer les objets, le dénombrement. Par ailleurs, un certain nombre d'étayages prévus ont bien été mis en place et ont fonctionné.

Intéressons-nous maintenant à ce qui a différé du déroulement prévu initialement. Quelques étayages ont été modifiés pour les adapter au mieux à la situation. C'est le cas par exemple du dénombrement des bougies présentes sur un gâteau, en les retirant une à une en même temps que le comptage. En effet, c'est cet étayage qui permettait le mieux de résoudre la principale difficulté des élèves : distinguer la collection d'objets déjà comptés de la collection d'objets restants. Un autre étayage a, celui-ci, été reconduit pour chaque séance, pour les groupes A et B. Il s'agit des emplacements des bougies tracés au préalable sur les gâteaux, entraînant l'abandon de la règle consistant à passer son tour si l'on piochait trop de bougies par rapport à ce que pouvaient contenir les gâteaux. Ce choix a permis aux élèves de ne plus se soucier des bougies excédentaires et de se concentrer sur la réalisation de la collection de bougies piochées. Enfin, lors de la séance 5, il m'a semblé finalement plus logique de montrer d'abord aux élèves comment retenir un nombre sur ses doigts et d'utiliser les étiquettes seulement ensuite. En effet, pour les élèves, l'usage des doigts est plus intuitif que celui d'écrits sur papier. Les élèves du groupe C réussissaient d'ailleurs mieux l'exercice en retenant le nombre de bougies à aller chercher sur leurs doigts plutôt qu'avec un chiffre sur une étiquette. Cela s'explique par le fait que les chiffres écrits ont pour l'instant peu de sens pour les élèves, puisqu'ils ne les connaissent pas encore par cœur. De plus, l'utilisation des

chiffres écrits nécessitent une capacité d'abstraction importante, contrairement aux constellations et configurations de doigts, puisque ces dernières ne sont en fait rien de plus que des collections témoins, ce qui n'est pas le cas du chiffre écrit.

Penchons-nous à présent sur les procédures des élèves. Une procédure est apparue lors du dénombrement des bougies sur un gâteau, qui n'était pas prévue. En effet, un élève inclinait les bougies au fur et à mesure qu'il les comptait, pour mieux concevoir la collection de bougies déjà choisies de la collection de bougies restantes. Cette procédure était donc correcte et aurait d'ailleurs pu être reprise avec les autres élèves. De même, lors de la séance 4 plusieurs élèves ont utilisé les affiches comme une bande numérique, ce qui fournissait également un résultat juste. En effet, les affiches étaient alignées au tableau, dans l'ordre croissant. Les élèves pouvaient donc, sans se soucier de ce qu'elles représentaient, compter les affiches de gauche à droite, comme ils le feraient avec les cases d'une bande numérique. À l'inverse, certaines procédures d'élèves menaient à l'échec, comme le fait de garnir les gâteaux sans organisation précise.

Enfin, certaines activités étaient visiblement trop complexes à réaliser pour les élèves et les mettaient très souvent en situation d'échec. Tout d'abord, le problème de transformation de mesure de la séance 2 n'a quasiment pas été compris. En effet, les élèves doivent ici rechercher la transformation, or il est plus facile de rechercher l'état final d'une transformation que la transformation elle-même. Ce problème a donc rapidement été mis de côté, pour éviter de perdre les élèves avec des questions auxquelles ils ne parvenaient pas à répondre. De plus, il ne s'agissait pas d'un élément permettant d'aboutir aux apprentissages visés lors de cette séquence, mais seulement d'un apport supplémentaire et facultatif. Par ailleurs, lors de la séance 5, l'utilisation des étiquettes représentant seulement un chiffre écrit était difficile pour les élèves. Cela s'explique notamment par le fait que les chiffres écrits n'ont été abordés qu'à partir de la séance 4 et seulement sous forme de remarque. Il était donc trop ambitieux de penser qu'il suffirait aux élèves d'utiliser les affiches pour faire le lien entre le chiffre écrit et ce qu'il signifie. Il aurait fallu soit ajouter des séances en amont de la séance 4 d'institutionnalisation, au cours desquelles j'aurais abordé l'écriture chiffrée des nombres et l'aurais ensuite incluse dans les jeux en atelier, sur le dé par exemple, soit laisser l'écriture chiffrée en simple remarque et toujours l'associer à une autre représentation du nombre mieux connue des élèves. J'ai d'ailleurs choisi cette seconde option lors de la séance 5, en fournissant finalement aux élèves des étiquettes associant chiffre écrit et constellation ou configuration de doigts. Enfin, j'ai pu constater qu'à partir de la séance 4, les difficultés

éprouvées par les élèves lors des moments de jeu augmentaient de plus en plus. Je me suis rendu compte que cette augmentation était corrélée à l'apport croissant de nouveautés dans le jeu, que les élèves avaient du mal à gérer. En effet, la séance 5 se caractérise par l'ajout des écritures chiffrées, ce que nous avons commenté précédemment, mais aussi par l'éloignement de la réserve de bougies. Ces deux nouvelles contraintes ont pu engendrer une surcharge cognitive des élèves et auraient même pu entraîner une baisse de motivation et un désinvestissement de leur part, ce qui heureusement ne s'est pas produit. J'aurais donc dû prévoir une séance intermédiaire, reprenant les mêmes règles et contraintes de la séance 3, avec pour seul changement un éloignement de la réserve de bougies. Il en va de même pour le passage de la séance 5 à la séance 6, qui est à mon avis trop brutal. En effet, il aurait fallu une séance intermédiaire identique à la séance 5 pour permettre aux élèves de s'entraîner et de maîtriser les procédures en jeu. Le changement de règle pour le groupe C ne devrait survenir qu'après cette phase d'entraînement. Enfin, le changement le plus brutal se produit lorsque l'on passe de la séance 6 à la séance 7 d'évaluation, puisque le travail sur fiche crée une rupture avec les séances précédentes. Nous allons développer ce sujet ci-dessous.

Lors de l'évaluation sur fiche, les élèves devaient dessiner deux quantités données de bougies sur deux images de gâteaux. Ce travail a engendré beaucoup plus d'erreurs que je ne m'y attendais. En effet, pour dessiner une collection de trois bougies, douze élèves sur vingt et un, soit un peu plus de la moitié, ont fait des erreurs. La proportion d'erreur s'accroît pour la collection de quatre bougies, puisque presque deux tiers des élèves (treize élèves sur vingt) n'ont pas réussi à la réaliser correctement. Par contre, seulement un élève sur trois s'est trompé lors du dessin d'une collection de cinq bougies. Ce meilleur score s'explique par le fait que ces trois élèves sont déjà très avancés dans l'acquisition des compétences en numération et de ce fait la nécessité d'abstraction requise par la fiche leur a moins posé problème. Au total, dix-sept élèves sur vingt-quatre ont eu besoin d'une remédiation pour rattraper les mauvais résultats de l'évaluation. Cela correspond à un peu plus de deux tiers des élèves de la classe. Il n'est pas normal qu'autant d'élèves se soient retrouvés en difficulté, alors qu'un grand nombre réussissait et semblait comprendre lors des ateliers. J'ai donc mis en place une deuxième évaluation, que j'ai appelé plus haut remédiation, beaucoup plus proche du travail fait en atelier, puisqu'il s'agissait de reconnaître une représentation d'un nombre et de piocher la quantité correspondante de demi-pailles représentant les bougies, avant de les placer sur un gâteau en pâte à modeler. Or les résultats obtenus à la suite de cette seconde évaluation ont été bien meilleurs. En effet, un seul élève sur vingt et un n'a pas su

réaliser une collection de trois bougies et seulement quatre élèves sur vingt n'ont pas su réaliser une collection de quatre bougies, soit un cinquième des élèves. Les résultats pour la collection de cinq bougies sont inchangés. Lors de la remédiation (ou deuxième évaluation), les apprentissages évalués étaient identiques à ceux évalués lors de l'évaluation sur fiche. Le problème provenait donc du support. Les élèves peinaient à faire le lien entre le jeu de manipulation fait auparavant et la fiche. L'absence de dé à lancer contribuait certainement à renforcer cette difficulté. De plus, l'activité consistant à dessiner des bougies en traçant des traits verticaux sur les gâteaux représentait déjà un apprentissage à part entière, qui s'est d'ailleurs avéré être souvent mal maîtrisé par les élèves. Ces derniers subissaient donc une surcharge cognitive importante lors de la réalisation de l'évaluation.

Finalement, les mauvais résultats obtenus sur les fiches ne sont pas liés aux compétences numériques des élèves mais plutôt à leur capacité d'abstraction. Donc ces résultats ne sont pas représentatifs des acquisitions des élèves. S'il fallait recommencer cette séquence ainsi que l'évaluation afin d'apporter une amélioration, je proposerais plusieurs solutions. Je pourrais d'une part choisir de rester sur de la manipulation. Dans ce cas, il faudrait simplement que l'évaluation se fasse sous forme de manipulation comme lors des ateliers. Il suffirait donc de remplacer l'évaluation sur fiche par la remédiation que j'ai mise en place, celle-ci devenant alors l'évaluation. Une autre solution est néanmoins envisageable. Il s'agit de garder une évaluation sur fiche, dans le but d'obtenir une trace écrite mais aussi d'entraîner la capacité d'abstraction des élèves. Dans ce cas, il serait nécessaire de mettre en place un passage progressif de la manipulation au travail sur fiche, autrement dit du concret à l'abstrait. Cette progression devrait se faire petit à petit au fur et à mesure des séances. Par exemple, il faudrait ajouter entre la séance 6 et la séance 7 quelques séances supplémentaires au cours desquelles les gâteaux ne seraient plus en pâte à modeler mais en rondelle de carton, puis en papier, puis simplement des images sur une fiche. Au cours de cette transition d'un espace à trois dimensions vers un espace à deux dimensions, les demi-pailles passeraient d'une position verticale à une position horizontale, posées à plat sur l'image de gâteau. Enfin, il faudrait une dernière séance avant l'évaluation et identique à celle-ci, pour laquelle les demi-pailles seraient à coller sur la fiche. Ces pailles pourraient également être remplacées par des bandes de papiers, afin de faciliter leur collage sur les images de gâteaux. Je choisirais ici le collage plutôt que le dessin des bougies, car coller un morceau de papier est une compétence déjà acquise par les élèves.

Pour terminer, en tenant compte des résultats de la remédiation, les élèves ont fait des progrès significatifs. En effet, parmi les sept élèves qui ne savaient pas réaliser une collection de trois objets avant la séquence, six en sont à présent capables. Sur les dix-sept élèves qui ne parvenaient pas à réaliser une collection de quatre objets, neuf d'entre eux ont acquis cet apprentissage durant la séquence. Enfin, deux élèves savent maintenant réaliser une collection de cinq objets. La manipulation par le jeu semble donc être un moyen efficace de faire acquérir aux élèves les compétences en numération suivantes : énumérer, compter et dénombrer. Notre hypothèse de départ paraît donc validée. De plus, le taux de réussite des élèves serait certainement plus élevé si je recommençais la séquence en mettant en place les modifications décrites plus haut. Pour l'élève qui a toujours du mal à réaliser une collection de trois objets et pour les sept autres qui ne parviennent pas encore à réaliser une collection de quatre objets, une remédiation est prévue en utilisant un jeu similaire avec un contexte différent, par exemple donner une carotte à chaque lapin. Cette remédiation sera faite en atelier dirigé mais aussi de façon individuelle pendant les accueils du matin et de l'après-midi. Enfin, il serait intéressant de mettre en place un test reprenant le jeu de la séquence mais dans un autre contexte, afin de vérifier dans quelle mesure la manipulation par le jeu permet une acquisition des compétences en numération par les élèves.

6 Conclusion

Pour conclure, l'étude que j'ai menée et qui vient d'être décrite et analysée tend bien à valider l'hypothèse selon laquelle la manipulation par le jeu facilite la compréhension des étapes amenant à l'énumération, au comptage et au dénombrement, par les élèves de maternelle. L'apprentissage par le jeu et la manipulation a également le mérite de maintenir l'attention des élèves, du fait d'une plus grande motivation de leur part. Mais il faut bien garder à l'esprit qu'une progression régulière et pas trop rapide dans la difficulté ainsi que de nombreuses séances d'entraînement sont nécessaires pour faire progresser les élèves et leur permettre de maîtriser chaque procédure, avant de passer à la suivante.

Ce travail de recherche m'a permis de comprendre à quel point les modalités d'évaluation influencent les résultats des élèves, pour des objectifs identiques. L'évaluation doit être dans le prolongement de la séquence, afin de ne pas engendrer de rupture qui déstabiliserait les élèves. Elle ne doit comporter aucune nouveauté par rapport aux séances précédentes, pour éviter tout élément perturbateur susceptible de perdre les élèves. C'est à ces conditions que les acquisitions des élèves seront correctement évaluées.

7 Bibliographie

Barrier Thomas, Desombre Caroline, Delattre Loren (2015) *Influence de la compétition sur la participation des filles et des garçons dans un jeu mathématique en CP*, IREM de Grenoble.

Brissiaud Rémi (2003), *Comment les enfants apprennent à calculer*, RETZ, p 97 à 143.

Brousseau Guy (1882), Ingénierie didactique : d'un problème à l'étude a priori d'une situation didactique, *Actes de la Deuxième école d'été de didactique des mathématiques*, IREM d'Orléans.

Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015, nouveaux programmes de maternelle, éduscol.

Charnay Roland, Valentin Dominique (1999-2000) *Calcul ou comptage ? Calcul et comptage !* Grand N spécial maternelle tome 1 (approche du nombre) p49-58.

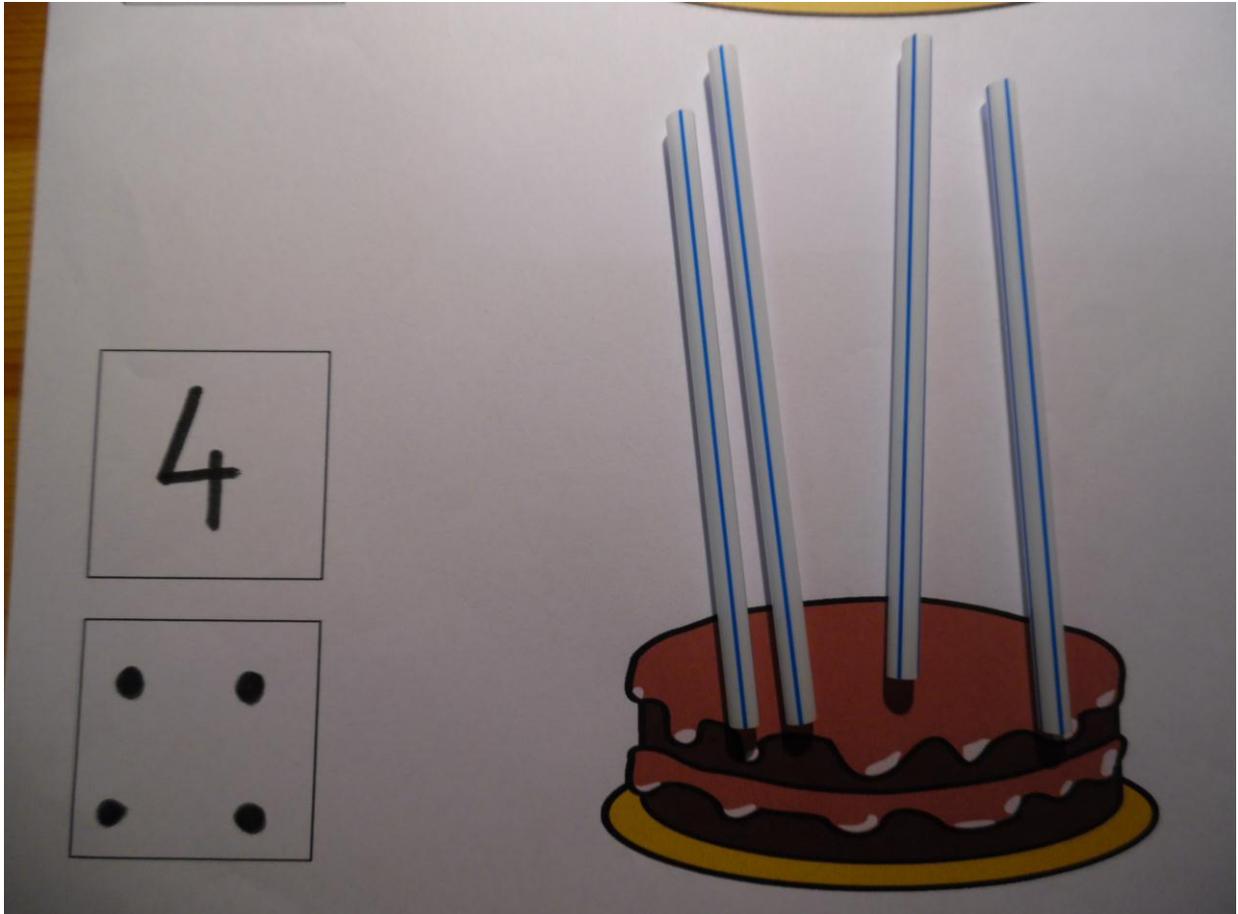
Fayol M (1990), *L'enfant et le nombre, du comptage à la résolution de problèmes*, Delachaux et Niestle.

Pierrard Alain (2011), *Faire des mathématiques à l'école maternelle*, sceren, p75-95.

Vergnaud Gérard (1991), la théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, la pensée sauvage, p135-157.

Annexes

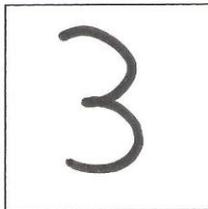
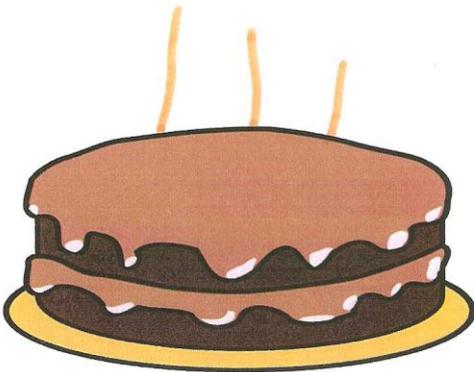
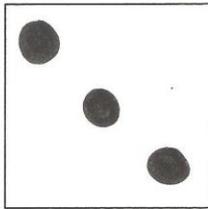
Annexe 1 : remédiation prévue lors de la séance 7 et étape intermédiaire possible du passage du concret à l'abstrait.

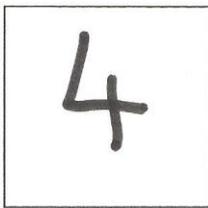
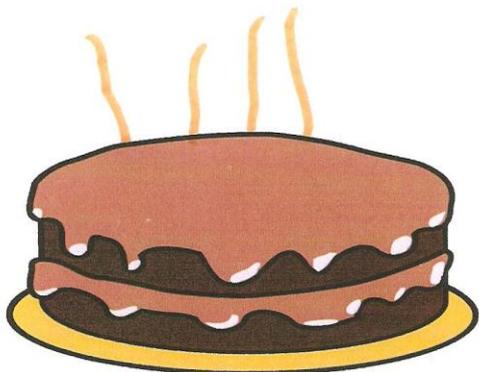
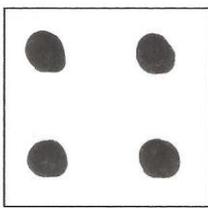


Annexe 2 : fiches d'évaluation remplies par les élèves lors de la séance 7 : réussie a), corrigée avec l'aide de l'enseignante b), en partie réussie seulement c), non réussie (l'élève n'a pas fait le lien avec le jeu travaillé pendant les ateliers) d).

a)

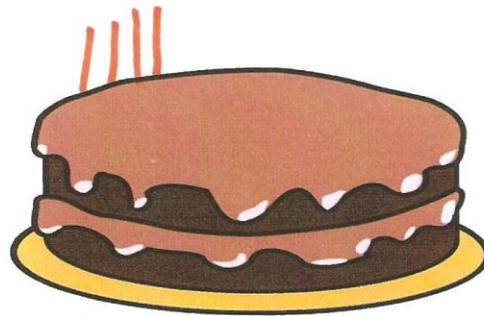
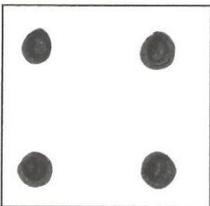
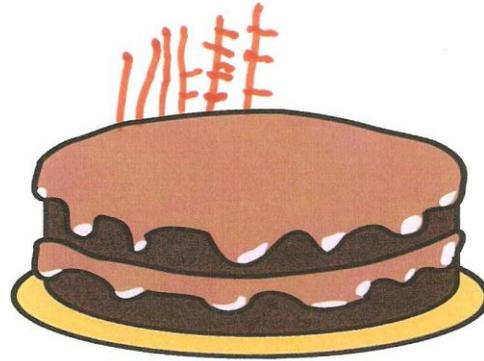
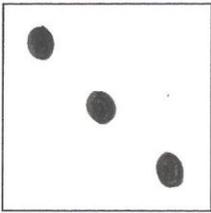
Prénom : _____	Date : 1/04/16
Consigne : Dessine 3 bougies sur le premier gâteau, et 4 bougies sur le deuxième gâteau.	Objectif : Réaliser une collection de 3 puis 4 objets, connaître les différentes représentations des nombres 3 et 4.

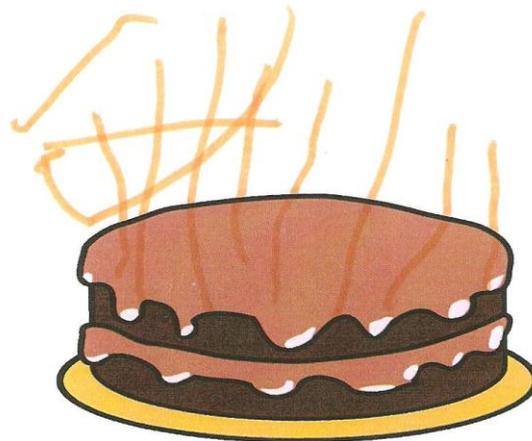
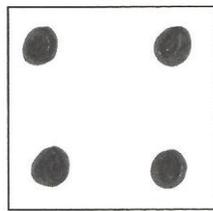
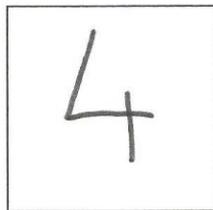
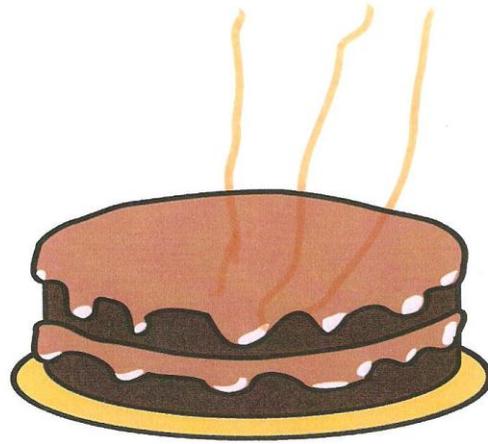
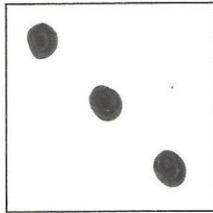
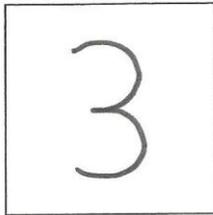
b)

Prénom : _____	Date : _____
Consigne : Dessine 3 bougies sur le premier gâteau, et 4 bougies sur le deuxième gâteau.	Objectif : Réaliser une collection de 3 puis 4 objets, connaître les différentes représentations des nombres 3 et 4.



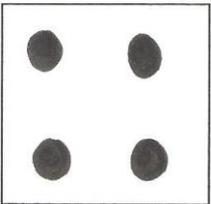
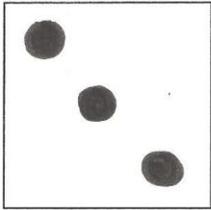
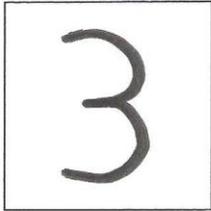
c)

Prénom : _____	Date : _____
Consigne : Dessine 3 bougies sur le premier gâteau, et 4 bougies sur le deuxième gâteau.	Objectif : Réaliser une collection de 3 puis 4 objets, connaître les différentes représentations des nombres 3 et 4.



d)

Prénom : _____	Date : 1/04/16
Consigne : Dessine 3 bougies sur le premier gâteau, et 4 bougies sur le deuxième gâteau.	Objectif : Réaliser une collection de 3 puis 4 objets, connaître les différentes représentations des nombres 3 et 4.



Année universitaire 2015-2016

Master *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*
Mention Premier degré

Titre du mémoire : La manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques en maternelle

Auteur : Emilie Debayle

Résumé : Dans les nouveaux programmes de maternelle, l'importance accordée à la manipulation, mais aussi aux apprentissages mathématiques, m'a amenée à m'intéresser à l'effet de la manipulation par le jeu au service des apprentissages numériques, en classe de petite section de maternelle. J'ai ainsi mis en place une séquence ayant pour objectif la réalisation d'une collection de quatre objets par les élèves, en utilisant le dénombrement. Cette séquence faisait appel à un jeu manipulateur, au cours duquel les élèves devaient mettre un certain nombre de bougies sur des gâteaux en pâte à modeler. L'étude des résultats de cette situation pédagogique a permis de confirmer que la manipulation par le jeu favorise l'acquisition par les élèves des compétences en numération telles qu'énumérer, compter et dénombrer. D'autre part, l'analyse de la situation m'a amenée à reconsidérer les modalités d'évaluation que j'avais initialement prévues, afin de les ajuster pour que l'évaluation se retrouve en adéquation avec l'ensemble des séances précédentes.

Mots clés : Apprentissage des mathématiques – PS d'école maternelle – numération – manipulation par le jeu – énumération – comptage – dénombrement – évaluation.

Summary : In new curriculum of nursery school, manipulation and mathematics learning are prominent, that's why I was interested in the effect of the manipulation by the game on mathematics learning, on pupils of three or four years old. So, I set up a teaching situation with the objective to accomplish a collection of four objects by pupils. This teaching situation was based on a manipulating game in which pupils had to place a number of candles on plasticine cakes. Study the results of this educational situation confirmed that manipulation by the game promotes the acquisition by pupils of numeration skills such as enumerating and counting. On the other hand, the situation analysis led me to rethink the evaluation methods that I had originally planned, in order to adjust the evaluation to the previous sessions.

Key words : Mathematics learning – small class of nursery school – numeration – manipulation by game – enumeration – counting – evaluation.