



HAL
open science

Améliorer la compréhension du nombre grâce à la résolution de problèmes et la manipulation à l'école maternelle

Aline Charpy

► **To cite this version:**

Aline Charpy. Améliorer la compréhension du nombre grâce à la résolution de problèmes et la manipulation à l'école maternelle. Education. 2016. dumas-01425276

HAL Id: dumas-01425276

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01425276>

Submitted on 3 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2015-2016

Master *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention *Premier degré*

Améliorer la compréhension du
nombre grâce à la résolution de
problèmes et la manipulation à
l'école maternelle

Présenté par Aline CHARPY

Première partie rédigée en collaboration avec Marjorie SOUILLARD

Mémoire de M2 encadré par Laurent PECH

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur PECH, mon tuteur pour sa disponibilité et ses remarques constructives.

Je tiens également à remercier Marjorie Souillard avec qui j'ai partagé les réflexions de la première partie de ce mémoire.

Attestation de non-plagiat

Je soussignée Aline CHARPY

Auteur du mémoire de master 2 ou de l'écrit scientifique réflexif **MEEF-PE** MEEF-SD /
MEEF-EE (entourez la mention et indiquez le titre du mémoire)

Améliorer la compréhension du nombre grâce à la résolution de problème et la manipulation à
l'école maternelle

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni
contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour
mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées
conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et
complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au
sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Chambéry,

Le 17/05/16

Signature de l'étudiante

A photograph of a handwritten signature in blue ink on a light-colored surface. The signature is stylized and appears to be the initials 'AC'.

Autorisation de diffusion électronique d'un écrit scientifique réflexif (DU MEEF) dans la base DUMAS¹

Autorisation de l'étudiante

Je soussignée Aline CHARPY

auteur et signataire de l'écrit scientifique réflexif intitulé : Améliorer la compréhension du nombre grâce à la résolution de problème et la manipulation à l'école maternelle

, agissant en l'absence de toute contrainte,

autorise **n'autorise pas** ²

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son travail.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à Chambéry le 17/05/16

Signature de l'étudiante, précédée de la mention « bon pour accord »

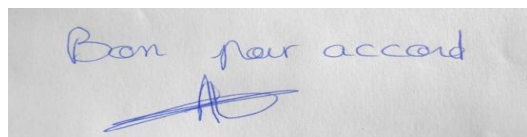


TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	1
1. QUELQUES DEFINITIONS POUR MIEUX COMPRENDRE	2
1.1. QU'EST-CE QU'UN NOMBRE ?	2
1.2. QU'EST-CE QU'UN CHIFFRE ?	4
1.3. QU'EST-CE QUE COMPTER ?	4
1.4. QU'EST-CE QUE DENOMBRER ?	5
2. L'ENFANT ET LE NOMBRE.....	5
2.1. LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE NOMBRE AVANT PIAGET	5
2.2. LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE NOMBRE SELON PIAGET	6
2.3. DE NOUVELLES RECHERCHES.....	7
3. L'ENFANT ET LA CONSTRUCTION DU NOMBRE	7
3.1. LES ATTENTES INSTITUTIONNELLES : PROGRAMME DE L'ECOLE MATERNELLE 2015	7
3.2. L'APPRENTISSAGE DU DENOMBREMENT.	8
3.3. LES DIFFERENTES SITUATIONS DE VIE DE CLASSE ET L'USAGE DU NOMBRE	11
4. LES DIFFERENTES ETAPES DE L'APPRENTISSAGE MATHEMATIQUE. 12	
5. LA MANIPULATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE	
MATHEMATIQUE	12
5.1. DEFINITION	12
5.2. LES STADES SENSORI-MOTEUR ET PREOPERATOIRE CHEZ PIAGET	12
5.3. ENJEUX.....	13
6. LA MANIPULATION AU SERVICE DE LA RESOLUTION DE PROBLEME 15	
6.1. ENJEUX.....	15
6.2. MISE EN ŒUVRE.....	16
7. LE LANGAGE DANS LA COMPREHENSION DES TACHES	
MATHEMATIQUES	16
8. L'EMERGENCE DE LA PROBLEMATIQUE.....	17
9. METHODE	17
9.1. PARTICIPANTS.....	17
9.2. MATERIEL ET PROCEDURE	18
10. RESULTATS	22
11. DISCUSSION	27
11.1. RE-CONTEXTUALISATION.....	27
11.2. ANALYSE DES RESULTATS.....	28
11.3. LIMITES ET PERSPECTIVES.....	32
12. CONCLUSION.....	33
BIBLIOGRAPHIE	34

PREMIERE PARTIE : CADRE THEORIQUE

INTRODUCTION

Mon étude a pour objectif de démontrer que des élèves de cycle 1 peuvent progresser sur la notion de conceptualisation du nombre grâce à la manipulation dans une démarche d'investigation en mathématiques.

Le choix de faire cette recherche se justifie par le fait que la manipulation a pris une place fondamentale à l'école maternelle dans les programmes de l'Education Nationale publiés en 2015. Il me semblait intéressant de pouvoir mettre en avant une démarche autour de la manipulation pour observer son impact sur la progression des élèves en mathématiques. Etant professeur des écoles stagiaire, cela me permettra également d'axer mon enseignement autour de la manipulation pour faire acquérir aux élèves de nouvelles notions.

J'ai mené cette expérimentation en Moyenne Section : les élèves commencent à construire les premières représentations du nombre qui leur serviront tout au long de leur scolarité.

Dans une première partie, j'aborderai le cadre théorique, issu de différents ouvrages pédagogiques. Cette partie permettra de découvrir le point de vue de différents courants théoriques sur la conceptualisation du nombre et son apprentissage.

Dans un deuxième temps, il s'agira de prendre connaissance de ma démarche méthodologique : je présenterai la population étudiée, le matériel et la procédure utilisée pour vérifier mes hypothèses.

Une troisième partie sera consacrée à l'analyse de mes résultats, la critique de mon étude et enfin à la conclusion qui me permettra de répondre à la problématique de ma recherche.

1. QUELQUES DEFINITIONS POUR MIEUX COMPRENDRE

Nombre, chiffre, dénombrer, compter, l'ensemble de ce vocabulaire est utilisé au quotidien par les enseignants. Cependant, selon les études menées par la chercheuse en pédagogie des mathématiques Stella Baruk en 2003, de nombreux enseignants ne sont pas capables de donner une définition précise de ces termes.

1.1. Qu'est-ce qu'un nombre ?

D'après Stella Baruk, « un nombre est un élément d'un ensemble de nombres » (2003 p.28). Cette définition est quelque peu abstraite et, selon Baruk, « frustrante » (2003, p.28). Elle nous conduit à approfondir nos recherches sur la compréhension des ensembles de nombres. D'après le didacticien des mathématiques et membre de l'équipe EMEL Roland Charnay, il existe « différents ensembles de nombres inclus les uns dans les autres » (2013, p.10).

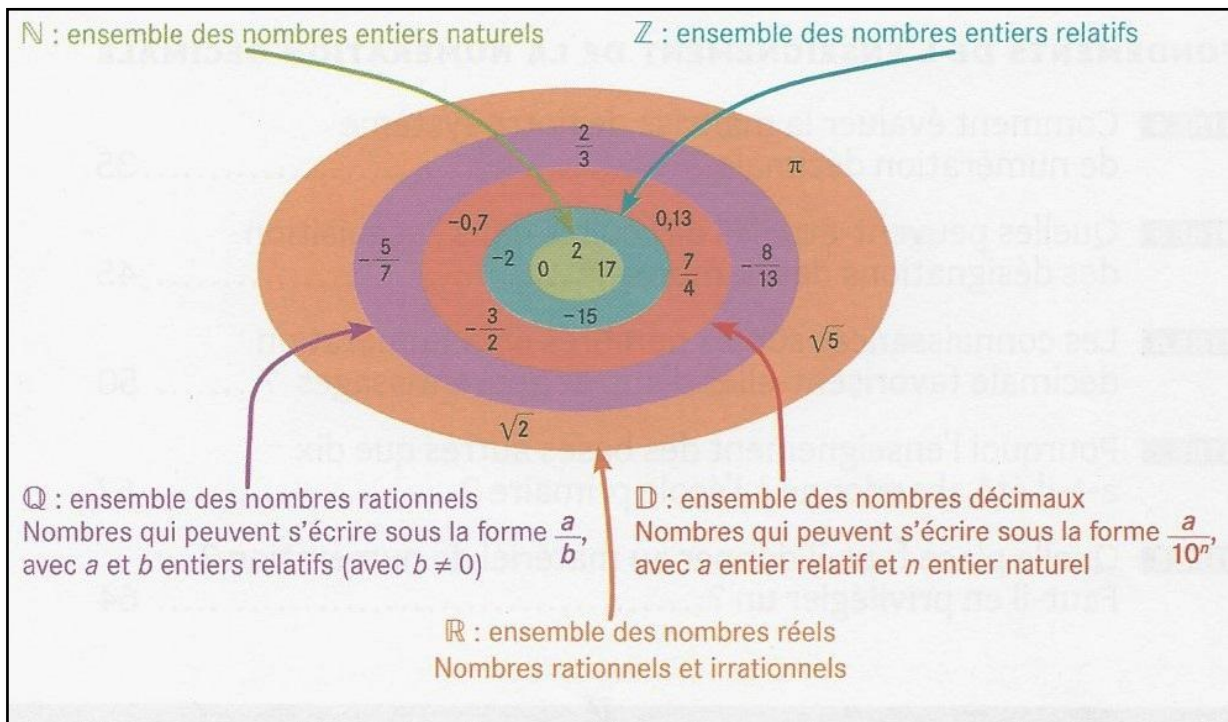


Figure 1- Représentation des ensembles de nombre

A l'école maternelle, l'apprentissage des mathématiques s'appuie sur le vécu des élèves. Aussi, les nombres utilisés sont ceux que les enfants rencontrent hors de l'école et à l'école, ceux qui leur permettent de compter des objets ou des personnes. Cet ensemble de nombres est appelé « ensemble des nombres entiers naturels » et est désigné en mathématiques par la lettre **N**.

1.1.1. Les fonctions du nombre : A quoi sert le nombre ?

Pour que les élèves puissent accéder à la compréhension du nombre. Ils doivent en saisir le sens et l'usage.

En 2006, les enseignants Ney, Rajain et Vaslot, définissent trois fonctions du nombre :

(Ney, Rajain, & Vaslot, 2006)

- « Les nombres servent à mémoriser les quantités et à construire ainsi des collections ayant le même nombre d'éléments, sans la présence explicite de la collection de référence. » ;
- « Les nombres servent à comparer les quantités sans la présence explicite des collections. » ;
- « Les nombres servent à agir sur les quantités sans la présence explicite des collections de référence (à les transformer, les réunir, les partager, donc à calculer) ».

Les élèves devront progressivement apprendre à résoudre des situations d'apprentissages impliquant ces trois fonctions.

1.1.2. Les représentations du nombre

D'après Dominique Pernoux, ex-formateur en mathématiques à l'IUFM d'Alsace, il est primordial d'offrir aux élèves différentes représentations du nombre. Selon Charnay et le didacticien Raymond Duval, il est important de développer chez les élèves de maternelle la capacité à passer de l'une à l'autre des représentations, c'est ce que Charnay appelle le transcodage. (Charnay, 2013).

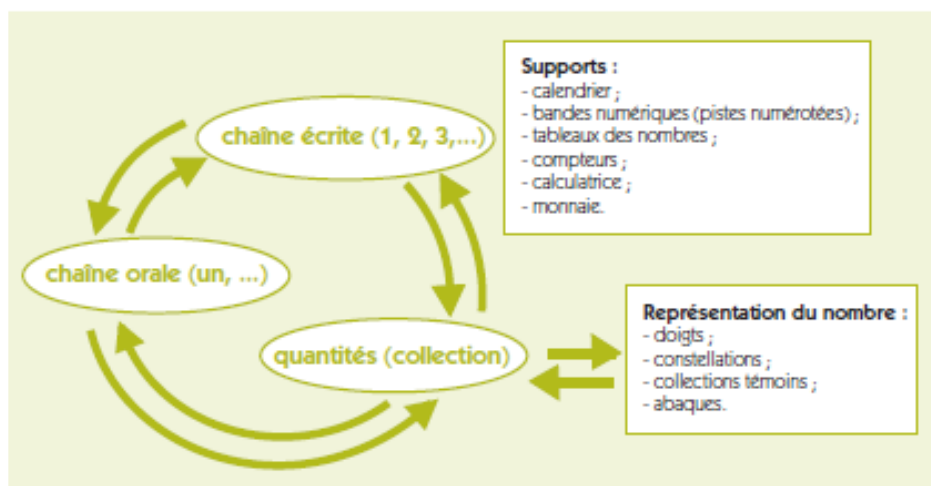
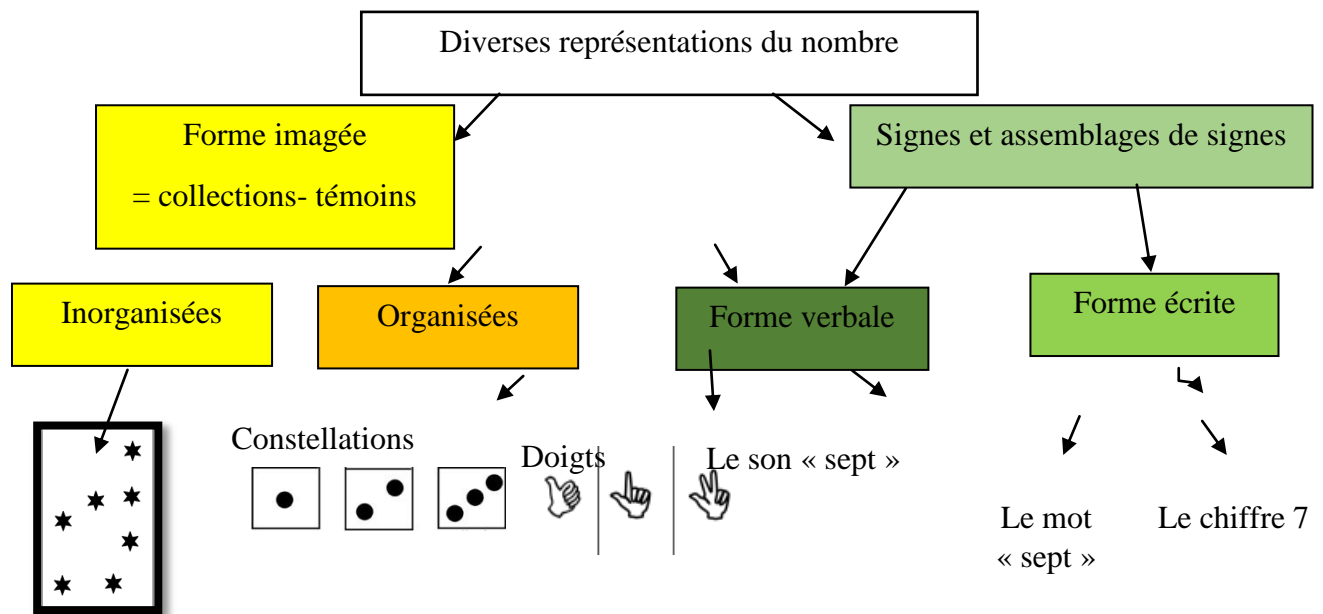


Figure 2 - Les différentes formes de représentations du nombre et les quantités

Il existe donc trois façons de représenter des nombres :



1.2. Qu'est-ce qu'un chiffre ?

Avant de définir un chiffre, il est intéressant de rappeler que l'homme n'a pas toujours eu besoin d'utiliser l'écriture chiffrée. Une légende raconte que pour compter ses moutons, un berger mettait dans un panier autant de cailloux que de moutons. C'est ce que l'on appelle la correspondance terme à terme : un caillou correspondant à un mouton. Seulement, ce système finit par atteindre ses limites ; l'expression des grandes quantités étant fastidieuse. Avec les civilisations Egyptienne, et Romaine, on voit naître des écritures du nombre sous forme de symboles. Chaque symbole représentant une quantité.

Il existe différentes numérations : l'additive chez les Egyptiens, l'hybride chez les Romains. En France, nous utilisons actuellement la numération de position, c'est un système d'écriture des nombres qui utilise un nombre limité de chiffres : {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, mais en fonction de la position des chiffres, la quantité exprimée change.

Exemple : 52 est différent de 25

1.3. Qu'est-ce que compter ?

D'après les didacticiens des mathématiques, Fabien et Fabienne Emprin « Dans le langage courant, l'action de compter correspond à réciter ce que l'on nomme comptine numérique : un, deux, trois ...c'est énoncer la suite des mots-nombres ». (Emprin, 2010 ; Durpaire et Mégard, 2010 p.23) Charnay, précise que compter « c'est énumérer en désignant chacun des objets par un nombre, dans l'ordre de la suite des mots-nombres et en commençant par un »

(2013 p 17). Ces trois auteurs s'accordent pour dire que savoir compter n'est pas la seule capacité que les élèves doivent acquérir. Pour Fabien et Fabienne Emprin, « cette action de récitation n'est qu'une partie de ce que l'élève doit être capable de faire pour dénombrer des quantités en comptant : le comptage-dénombrerement » (Emprin, 2010 ; Durpaire et Mégard, 2010 p.23). A ce stade de l'apprentissage, les élèves de maternelle ne sont pas encore capables d'utiliser les fonctions du nombre. Or, comme le précisent les chercheurs du groupe ERMEL, au cycle 1 « le but que nous poursuivons [...] se situe dans la prise de conscience de l'utilité du nombre. » (Charnay et al, 2005 p. 39)

1.4. Qu'est-ce que dénombrer ?

Fabienne et Fabien Emprin définissent le dénombrement comme étant la capacité à « extraire le nombre de » (Durpaire et Mégard, 2010 p.23). Charnay précise que « c'est une activité qui consiste à déterminer le nombre des éléments d'une quantité » (2010 p.17). Selon les didacticiennes des mathématiques, Cerquetti-Aberkane et Marilier, « cette connaissance est proche des notions autant que, plus que, moins que » (Cerquetti Aberkane & Marilier).

Dénombrer, c'est avoir compris que le nombre traduit une quantité. Le rôle des enseignants de Moyenne Section va être de proposer des situations d'apprentissage visant à conduire progressivement les élèves vers ce concept, en adaptant leur pédagogie aux capacités des différents élèves.

2. L'ENFANT ET LE NOMBRE

Aujourd'hui, pour faire acquérir au mieux ces notions aux élèves de l'école maternelle, il convient de s'interroger sur les différentes études menées au sujet de l'acquisition du nombre chez l'enfant.

2.1. La construction du concept de nombre avant Piaget

Depuis Pythagore et jusqu'au 19^e siècle, il existait une thèse affirmant que les nombres naturels étaient innés chez l'homme. Ce concept se trouvait encore dans les *Cahiers de pédagogie moderne* (Ed. Bourrelier, 1958) où l'on pouvait encore lire : que « c'est du concept de cet enfant vierge que doit normalement partir une réflexion qui veut aboutir à l'élaboration d'une méthode et d'une progression valable pour l'enseignement du calcul au CP » (Charnay et al., 2005).

Les programmes de 1945, stipulent que « dans l'enseignement au CP, l'apprentissage des nombres doit se faire par l'observation de collections, d'objets simples ou usuels, maniés ou dessinés [...]. Pour avoir véritablement la notion d'un nombre, il faut pouvoir le reconnaître

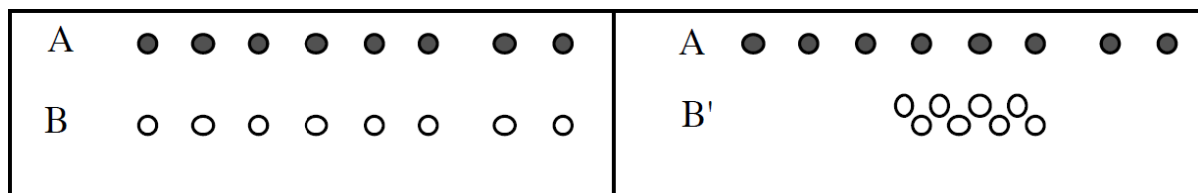
sous ses aspects divers ; connaître son nom, sa figure, sa constitution. ». Malheureusement, avec ces méthodes, on s'aperçoit que « le nombre est souvent confondu avec la collection : c'est à la fois un mot, un signe, une collection, une constellation » (Charnay et al., 2005 p. 19).

2.2. La construction du concept de nombre selon Piaget

C'est à cette époque que Piaget, psychologue suisse, et son élève Szeminska développent une théorie que Piaget décrit dans *La genèse du nombre chez l'enfant* en 1941. Dans cet ouvrage, l'auteur s'intéresse au processus de développement de la pensée enfantine jusqu'à l'adolescence et conclut qu'il se scinde en différents stades. Le passage d'un stade à un autre résulte d'une instabilité due à des situations provoquant un conflit intellectuel. En ce qui concerne le nombre, Piaget a démontré que ce concept fait appel à des constructions préalables présentes chez l'enfant. Il n'est pas intuitif comme on pouvait le penser avant. Il déclare que le nombre est la synthèse des structures de classification et d'ordre (aspect cardinal et ordinal). Ses expériences montrent que la construction de chacun de ces aspects passe par un certain nombre d'étapes obligatoires. Leur ordre est fixe mais leur durée peut varier selon les enfants.

2.2.1. L'aspect cardinal : Acquisition de la notion de conservation

Pour construire l'aspect cardinal, Piaget préconise dans un premier temps d'utiliser une collection d'objets similaires. L'épreuve à laquelle est soumise l'enfant vise à mettre en avant la notion de conservation. Il est vain pour l'élève de compter une quantité s'il n'est pas convaincu de la conservation de la quantité. Par exemple, on présente à un enfant une collection A. On lui demande de construire une même collection B. Dans un second temps, on dispose cette collection différemment (B'), comme le montre le schéma suivant :



L'enfant doit comprendre que la disposition de la collection a changé mais que la quantité de celle-ci est la même. Cette certitude peut se traduire par les énoncés tels que nous *n'avons rien enlevé, ni rajouté* ou par le processus de correspondance des collections d'abord visuellement, puis par comparaison de chacun des termes.

2.2.2. L'aspect ordinal : Acquisition de la capacité de sériation

Pour construire l'aspect ordinal, l'enfant doit développer la capacité de sériation, il s'agit par exemple de ranger des objets par longueur croissante. La difficulté la plus récurrente dans le concept de sériation est l'intercalation. L'enfant va voir qu'un objet est petit ou grand mais il n'est pas aisé pour lui de passer à des considérations relatives du type *plus grand que*.

2.3. De nouvelles recherches

Des recherches plus récentes ont vu le jour en 1978 avec le couple R. Gelman, professeur de psychologie et C.R. Gallistel, spécialiste des processus cognitifs de l'apprentissage et de neurobiologie. Ces auteurs analysent, de façon empirique, les capacités de comptage de l'enfant. L'activité de comptage serait selon eux, gouvernée par cinq « principes » permettant de dénombrer.

- 1) Le principe d'ordre stable : la liste de la chaîne numérique est une liste fixe
- 2) Le principe de correspondance terme à terme : chaque objet pointé doit être mis en correspondance terme à terme avec un mot de la liste.
- 3) le principe cardinal : le dernier mot-nombre prononcé désigne le cardinal de l'ensemble des objets contenus dans la collection.
- 4) Le principe d'ordre indifférent : l'ordre dans lequel les éléments d'une collection sont énumérés n'affecte pas le comptage.
- 5) Le principe d'abstraction : on peut compter des objets de natures différentes.

Selon R. Gelman et C.R. Gallister, ces principes sont présents implicitement chez l'enfant dès l'âge de trois ans : bien plus tôt que ce que prévoyait Jean Piaget. Cependant, c'est leur mise en œuvre simultanée qui poserait problème au jeune enfant. Cette étude, fait nettement apparaître le rôle de la liste numérique comme outil de dénombrement et l'importance de la reconnaissance globale de petites collections (subitizing). Elle sera appuyée par des recherches plus récentes, notamment celles menées en 2013 par M. Fayol qui apportent un jour nouveau sur les pratiques de comptage et de calcul de l'enfant.

3. L'ENFANT ET LA CONSTRUCTION DU NOMBRE

3.1. Les attentes institutionnelles : Programme de l'école maternelle 2015

Le bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015 publié par le Ministère de l'Education Nationale précise les attentes ministérielles vis-à-vis de l'école maternelle : elle « doit conduire progressivement chaque élève à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (usage cardinal) et d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (usage ordinal) » (p. 3).

Le bulletin officiel fixe des objectifs, ainsi qu'un cadrage ; les progressions. En fin d'école maternelle, les élèves doivent être capables :

- « D'évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- De réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection de taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- D'utiliser des symboles analogiques, verbaux et écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.
- D'avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffre jusqu'à dix » (M.E.N, 2015, p. 15)

L'enfant arrive à l'école maternelle avec des connaissances sur le nombre, néanmoins il n'en a pas encore saisi la fonction. L'école doit construire le concept de nombre chez les élèves en s'appuyant « sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. » (MEN, 2015 p 13 et 14).

3.2. L'apprentissage du dénombrement.

Lors des premières manipulations, les enfants, par manque de connaissance sur le nombre, vont utiliser des procédures non numériques, pour comparer des collections, notamment la correspondance terme à terme ou l'estimation globale pour comparer des collections. Progressivement, comme le précise, Ney, Rajan et Vaslot en 2006, l'enfant doit passer de la « débrouillardise à l'usage du nombre » (Ney et al., 2006, p .32). L'enseignant doit apporter aux élèves des situations d'apprentissages favorisant l'usage du nombre en mettant à distance les procédures « sensori-motrices ». (Ney et al, 2006 p 32). Aussi, pour développer le recours au nombre, il faut proposer des situations-problèmes faisant appel à la mémorisation, l'anticipation ou la comparaison. L'enseignant veille toujours à proposer des situations adaptées au niveau des élèves.

3.2.1. Mémoriser la suite numérique jusqu'à 30

Normalement acquise entre 2 et 6 ans, la suite orale des nombres est utilisée dans des situations de dénombrement. Selon la didacticienne des mathématiques, Karen Fuson, les procédures de dénombrement sont fortement liées à la maîtrise de la suite numérique. Elle définit quatre niveaux d'acquisition :

- Niveau 1 : Le niveau chapelet (*undeux-trois*) :

Les mots sont énoncés les uns à la suite des autres. Lors d'un dénombrement, il existe des problèmes de coordination entre le geste et la récitation. L'élève rencontre des difficultés à associer un mot-nombre à chaque objet.

- Niveau 2 : Le niveau de la chaîne insécable :

Tous les mots sont distincts, mais la chaîne est un ensemble. L'élève sait dire la suite en commençant par *un*, mais la récitation à partir d'un autre nombre reste difficile. A ce stade, les élèves sont capables de dire la suite des nombres, en s'arrêtant à un nombre défini mais cet exercice reste encore complexe.

- Niveau 3 : Le niveau chaîne sécable :

Les élèves sont capables de compter à partir d'un nombre (différent de *un*), jusqu'à un autre nombre fixé à l'avance. Ils sont également capables de compter à rebours.

- Niveau 4 : Le niveau chaîne terminale :

Les nombres sont connus et distincts les uns des autres. Les élèves sont capables d'avancer ou de reculer.

En 2007, Brissiaud et Fuson s'accordent à dire que connaître la suite numérique n'est pas savoir dénombrer. Aussi, Brissiaud rajoute que l'enfant doit d'abord comprendre comment se forment les nombres avant de connaître leurs noms. Les activités de dénombrement proposées seront établies en lien avec les connaissances de la suite numérique des élèves. Ainsi, lors des situations de manipulation, l'enseignant veillera à proposer une tâche en lien avec la connaissance de la suite numérique. Si l'élève connaît la suite numérique jusqu'à 10, le dénombrement ne devra pas excéder 10. La suite numérique ne doit pas être un frein à la compréhension de dénombrement.

Afin de poursuivre l'apprentissage de la comptine, l'enseignant proposera des situations d'apprentissage spécifiquement liées à l'apprentissage de la suite numérique, afin que chaque élève en fin de cycle 1 la maîtrise jusqu'à 30.

3.2.2. Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus

3.2.2.1. Le comptage

Pour réussir le dénombrement d'une quantité, les élèves doivent maîtriser l'énumération. Elle consiste à mettre en place une procédure visant à organiser sa réflexion en associant *objet* et *pointage*. Le but est de rapprocher un objet à un pointage en les pointant une seule fois. Les procédures d'énumération sont liées à la nature de la collection, à son organisation spatiale, et au fait que les objets soient déplaçables ou non. Comme vu précédemment, ils doivent également, maîtriser les cinq « principes » énoncés par Gelman et Gallister.

Lors de la mise en place d'activités de dénombrement de collections, l'enseignant doit être vigilant aux situations proposées à ses élèves. Selon Brissiaud, les élèves doivent avoir recours au « comptage-dénombrement » et non au « comptage-numérotage ». (Brissiaud, 2007, p.29).

Le principe de cardinalité s'acquiert également par le comptage rapide, appelé « subitizing » ou reconnaissance perceptive immédiate des petites quantités. Selon Charnay, le subitizing est « la capacité à estimer très rapidement (quasi instantanément) et de façon sûre et précise de très petites quantités (de 1 à 3 objets parfois 4), à condition que les objets soient facilement individualisés » (Charnay, 2013, p.30). Selon Brissiaud, le subitizing joue « un rôle crucial dans l'accès à l'idée de totalisation et de nombre » (Brissiaud, 2007, p.33).

Il est important de créer des images mentales, et de présenter aux élèves différentes représentations de la quantité par l'intermédiaire de constellations de dés, de doigts, de bâtons, etc. appelées collections témoins. Ceci explique l'intérêt des affichages avec les mains, les dés et un nombre d'objets représentant le même nombre à l'école maternelle.

3.2.2.2. *Les collections témoins*

Il existe de nombreuses façons de représenter les nombres de façon non linguistique, c'est ce que l'on appelle la collection témoin. Elle permet de mettre en correspondance terme à terme les éléments d'une collection de départ avec une autre collection. On décompose le nombre en un, puis un, puis un etc. Cela favorise la création mentale d'une représentation du nombre. Les chercheurs Baruk, Fayol et Brissiaud, partagent l'idée qu'il est primordial de construire le nombre à travers des représentations figuratives.

La collection de doigts est l'une des collections témoins les plus utilisées. Fayol, lui attribue un rôle de médiateur du fait de son caractère kinesthésique. Malgré cela, Brissiaud pense que les configurations de doigts peuvent être un frein à la compréhension.

En effet, pour certains enfants, cette représentation de la quantité *trois* par la constellation des doigts peut être perçue comme un pouce, un index et un majeur. Cette présentation peut

s'avérer être un obstacle à la compréhension et à l'acquisition du nombre. A contrario, la quantité représentée avec l'image de trois coccinelles, comme ci-dessous :



fait référence à une seule et même image, celle d'une coccinelle représentée trois fois. Il est indispensable d'apprendre à créer des liens entre les différentes représentations du nombre pour en construire le sens.

3.2.3. Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée

Selon Emprin, les élèves à l'école maternelle perçoivent les écritures chiffrées comme des images, au même titre que les collections témoins. Il est important de travailler le transcodage pour qu'ils aient différentes représentations de la quantité. L'auteur souligne également l'importance de la manipulation de « quantités réellement présentes » (Emprin, 2010 ; Durpaire et Mégard, 2010 p.23) plutôt que des dessins de collections.

Pour les élèves, le fait de fréquenter différents supports présentant des nombres favorise l'apprentissage des élèves. Les calendriers, les affichages, les bandes numériques, des jeux de loto, de dominos, de cartes traditionnelles, de dés sont autant de support d'apprentissage à exploiter lors des situations d'enseignements.

3.3. Les différentes situations de vie de classe et l'usage du nombre

En 2005, les chercheurs du groupe ERMEL, ont défini différentes situations d'apprentissages : La situation dite « fonctionnelle » qui s'appuie sur le vécu en classe, la situation dite « rituelle » et la situation dite « construite ». Pour cette dernière, c'est la séquence d'apprentissages que le professeur des écoles conçoit pour viser un apprentissage précis. Elle peut viser des objectifs différents en fonction des moments où elle est mise en place.

- Objectif de construction ou de découverte d'une connaissance (phase de recherche et d'acquisition du savoir)
- Objectif de maîtrise (phase d'entraînement)
- Objectif de transfert (phase de réinvestissement)
- Objectif de prise de conscience des compétences (phase d'évaluation)

Lorsque l'on aborde un nouvel apprentissage, il est intéressant de rechercher des situations permettant à l'enfant de vivre réellement le problème en mettant en jeu l'aspect sensori-moteur.

4. LES DIFFERENTES ETAPES DE L'APPRENTISSAGE MATHÉMATIQUE

En 2006, la didacticienne des mathématiques, Catherine Berdonneau définit trois étapes dans l'apprentissage des mathématiques :

- La phase d'activité motrice qui implique tout le corps. Ce sont les situations mathématiques vécues en salle de motricité.

Exemple d'activité : Jeu dansé « il était un bergère... »

- La phase d'activité restreinte qui n'utilise que les membres supérieurs du corps (doigts, main, poignet) et l'espace se réduit.

Exemple d'activité : Jeu de doigts « voici ma main... »

- La phase de la représentation mentale (ou phase d'abstraction). C'est une phase intériorisée qui met en évidence les différents liens établis par l'élève. Cette étape permet de valider l'acquisition des concepts. Elle est primordiale dans l'acquisition du vocabulaire. La situation peut utiliser la manipulation mais l'action ne peut être réussie que si l'élève a établi des liens entre les différentes activités.

Exemple d'activité : Jeu de marchande « apporte moi quatre assiettes... »

Ces différentes phases de mise en action de l'enfant lui permettent d'appréhender la notion mathématique au niveau sensoriel et moteur. Pour Piaget, c'est en interaction avec son environnement que l'enfant construit ses premiers raisonnements.

Phase
d'actio

5. LA MANIPULATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE MATHÉMATIQUE

5.1. Définition

D'après le dictionnaire *Larousse*, la manipulation est « l'action de soumettre quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans le but de recherche ou d'apprentissage ».

Cette définition attribue à la manipulation la notion d'apprentissage. Cependant, comme le précise Berdonneau c'est grâce à la manière dont le maître exploite les supports de manipulation que l'élève va pouvoir assimiler la connaissance.

5.2. Les stades sensori-moteur et préopératoire chez Piaget

Selon Piaget, les élèves de l'école maternelle passent par deux grands stades : le stade sensori-moteur et le stade préopératoire. En ce qui concerne le stade sensori-moteur, Piaget pense que, sur la base de leurs comportements innés et aléatoires, les bébés seraient en mesure de coordonner des informations sensorielles et motrices pour résoudre des problèmes simples. Il s'agit donc d'une construction de l'intelligence à partir des sens, de l'action et des

déplacements qui précèdent le langage. Pendant la période de la naissance de l'enfant jusqu'à ses deux ans environ, se produisent les changements les plus rapides et fondamentaux de son développement. Piaget observe que les changements de ce stade se divisent en six sous-stades, où les actions réflexes vont devenir, par répétition, des actions intentionnelles :

- L'enfant exerce ses réflexes.
- L'enfant utilise des réactions circulaires primaires : il répète des actions qui lui sont agréables.
- L'enfant utilise des réactions circulaires secondaires : il répète des actions qui produisent des résultats qui l'intéressent. Il n'a pas encore d'objectifs.
- L'enfant utilise des comportements orientés vers un but.
- L'enfant utilise des réactions circulaires tertiaires : il explore et découvre intentionnellement le monde qui l'entoure.
- L'enfant utilise des combinaisons mentales : il se représente mentalement et anticipe le résultat d'une action.

On comprend alors que l'action de l'enfant sur les objets qui l'entourent va développer sa pensée et son rapport au monde.

Le stade préopératoire, c'est l'intelligence par la représentation. L'enfant développe le langage, il est capable de penser en terme symbolique, de se représenter des choses à partir de mots ou de symboles. L'enfant saisit aussi des notions de quantité. Ce stade apparaît entre 2 et 7 ans ; l'enfant peut alors se représenter des actions passées ou futures grâce à la fonction sémiotique. Le langage détient donc une fonction importante pour structurer la pensée de l'enfant, mais l'action reste primordiale pour qu'il continue d'explorer celle-ci sur les objets et son pouvoir d'anticipation : « L'apprentissage se construit à partir des actions intériorisées du sujet sur le réel. Donc apprendre, c'est dépasser les actions sensori-motrices afin d'accéder à des opérations mentales qui favorisent l'anticipation et la conceptualisation. Le matériel est nécessaire à condition que le problème posé, c'est-à-dire les contraintes imposées, soit pertinent pour forcer ces opérations. » (Ney et al, 2006, p. 33).

5.3. Enjeux

D'après Catherine Berdonneau, il existe trois raisons de développer l'usage de la manipulation :

- C'est un outil d'aide à l'élaboration de représentations mentales.

Le fait de passer par l'aspect kinesthésique va faciliter la mémorisation mais va également permettre à l'élève d'élaborer des concepts.

- Elle permet un apprentissage spécifique et libère l'élève de toutes contraintes extérieures (graphie, collage, découpage. Etc.).

Les élèves, libérés des contraintes extérieures, peuvent centrer leur attention sur la tâche à accomplir, et la répéter à plusieurs reprises.

- Elle est un outil d'évaluation de progrès pour l'enseignant.

De par l'observation des actions des élèves, l'enseignant peut suivre et analyser les démarches mentales de l'enfant.

5.3.1. Un outil au service de l'enseignant

Selon Catherine Berdonneau en 2005 et Thierry Dias, plus tard, en 2012, la manipulation est primordiale pour l'enseignant et pour l'élève. Il s'agit d'un outil qui met l'élève dans une situation d'apprentissage effective. Il pourra s'engager davantage dans une action réelle, différente de l'action symbolique et schématique que l'on retrouve avec un travail sur fiche. Il va y trouver une aide pour élaborer des représentations du nombre. De plus, il constitue un indicateur de vigilance car la manipulation ne laisse pas la place au « faire semblant » qui sera facilement décelable par l'enseignant. Celui-ci pourra suivre, de façon fiable, le raisonnement de l'élève qui procédera par essai-erreur. Par conséquent, la manipulation dans la situation d'apprentissage fournira au professeur des écoles une évaluation sûre et généralement aisée.

En effet, l'observation des gestes et des manipulations entreprises par les élèves lors d'une tâche de dénombrement est révélatrice pour l'enseignant des acquis ou des procédures en cours d'acquisition chez l'élève. Elle va permettre à l'enseignant de proposer des activités annexes visant à la consolidation des pré-requis. Elle facilite ainsi la gestion de l'hétérogénéité de la classe, et permet de mettre en place une différenciation en fonction du niveau des élèves afin de les faire progresser vers la réussite.

Pour des élèves en difficulté de langage l'utilisation de supports de manipulation permet à des situations mathématiques de prendre sens malgré l'obstacle du langage. Cependant, le support de manipulation ne contient pas le savoir. L'apprentissage nécessite une médiation de l'enseignant. C'est grâce à la manière dont le maître exploite les supports de manipulation que l'élève va pouvoir assimiler la connaissance correspondante.

5.3.2. Outil au service de l'élève

Berdonneau relate différents avantages à mettre en place la manipulation dans les apprentissages mathématiques. Elle répond à un besoin sensoriel et permet de s'adapter aux différentes façons de penser de l'enfant. Elle canalise l'attention et permet un meilleur

apprentissage facilitant ainsi l'élaboration des concepts. Elle libère des tâches diverses qui n'ont pas de lien avec l'apprentissage mathématique. Elle permet de répéter l'action autant de fois que nécessaire. Elle donne place aux erreurs, développe l'autonomie, permet la validation et favorise l'anticipation.

François Boule, formateur en mathématiques, considère la manipulation comme une source de motivation. L'usage de matériel permet à l'enfant de se libérer l'esprit et va favoriser l'émergence d'initiatives personnelles (essai/erreur).

L'enseignant doit rester attentif à l'emploi du matériel car la manipulation est nécessaire mais n'est pas source d'apprentissage. En effet, si l'enfant joue sans aucun but, il manipule mais l'action n'est pas finalisée, il n'y a pas d'enjeu : l'élève n'élabore pas de stratégies. Pour permettre l'apprentissage, il faut mettre en place des contraintes pour forcer les élèves à anticiper leur action, cela se traduit par une mise en situation de résolution de problème l'obligeant à s'investir intellectuellement.

6. LA MANIPULATION AU SERVICE DE LA RESOLUTION DE PROBLEME

Selon Ney et al., « Le fondement de l'apprentissage des mathématiques est la résolution de problèmes. Les élèves apprennent des mathématiques parce qu'ils résolvent des problèmes construits à cet effet. La résolution de problèmes est non seulement possible, mais souhaitable dès l'école maternelle. » (2006, p. 32). D'après les chercheurs du groupe ERMEL l'enseignant, peut proposer aux élèves une résolution de problèmes selon trois types de situations. Elles peuvent être construites par l'enseignant, rituelles ou encore fonctionnelles ; lorsqu'il s'agit d'un problème vécu, qui se pose dans la réalité de la classe.

6.1. Enjeux

Le rôle premier de la mise en place de résolutions de problèmes est de donner du sens aux apprentissages. En effet, les différentes conditions de mise en œuvre de situation de résolution problèmes « permettent d'affirmer que les nouvelles connaissances construites ont un sens pour l'élève parce qu'elles sont une réponse à la nécessité de remettre en cause les procédures acquises qui ne sont plus suffisantes pour résoudre le problème » (Ney et al, 2006, p. 34) comme les procédures antérieures ne sont plus suffisantes, se produira alors un conflit sociocognitif chez l'élève lorsqu'il se rendra compte que sa procédure ne fonctionne pas dans ce cas-là. Le travail en groupe permettra de faire évoluer ses procédures de recherches. Cette recherche, facilitée par la manipulation, tient également une place primordiale car

l'enseignant doit permettre à l'enfant de rechercher et tester plusieurs réponses pour mieux les rejeter si nécessaire afin de construire lui-même son savoir.

6.2. Mise en œuvre

Afin d'éveiller la curiosité des élèves, l'enseignant doit mettre en scène une fiction pour lancer la situation problème. Selon le principe de zone proximale de développement développée par Lev Vygotski, l'enseignant devra mettre en place une activité qui impose des contraintes, mais celles-ci doivent rester surmontables pour que l'élève s'implique dans la tâche et en tire un apprentissage. Ces contraintes doivent être incontournables pour que l'enfant soit en situation d'apprentissage concrète, pour qu'il soit confronté à un nouveau savoir. L'enseignant, tout comme l'élève, doit avoir recours à l'anticipation pour adapter ses contraintes au savoir qu'il souhaite développer chez ses élèves. Cette situation vise à prouver que le nouvel apprentissage est le moyen le plus efficace pour résoudre le problème proposé. L'enseignant développe chez ses élèves la prise d'initiative, il n'intervient que pour verbaliser les procédures avec ses élèves. Ces échanges permettront à l'enseignant de mettre en avant les réussites, ou les difficultés rencontrées par les élèves. Le didacticien Thierry Dias, accorde une place prépondérante à cette phase de verbalisation. Car celle-ci permet de mettre en avant la procédure correcte facilitant l'émergence de la notion travaillée.

7. LE LANGAGE DANS LA COMPREHENSION DES TACHES MATHÉMATIQUES

Comme le rappelle le document d'accompagnement des programmes de 2002 cycle 2 deux langages sont utilisés en mathématiques, le langage usuel et le langage mathématique. En maternelle, « les problèmes doivent le plus souvent être présentés aux élèves sous forme orale, si possible en appui sur une situation matérialisée. La même remarque peut être faite, quel que soit le cycle, pour les élèves dont le français n'est pas la langue maternelle et que le recours trop fréquent à des supports écrits risque d'exclure des activités mathématiques. » (Ministère de la Jeunesse, 2003 p.8). Certains élèves rencontrant des difficultés de langage peuvent être bloqués face à des situations mathématiques, non pas parce qu'ils ne savent pas faire, mais parce que la langue fait obstacle à leur compréhension de la tâche. Selon Stella Baruk, la verbalisation est essentielle à la compréhension. Il faut « faire dire ce qui est 'dans la tête' » (Baruck, 2003, p. 41) pour mettre en place une procédure de résolution de problèmes. Cela signifie qu'à travers les activités de résolution de problèmes et la mise en place de manipulation, nous allons débiter un apprentissage précis du langage mathématique : *plus que, autant que, moins que.*

8. L'ÉMERGENCE DE LA PROBLÉMATIQUE

Au vu des éléments présentés ci-dessus, j'é mets la problématique suivante : en quoi la manipulation dans la démarche d'investigation mathématique permet-elle de faire progresser les élèves de Moyenne Section de maternelle dans leur conceptualisation du nombre ?

Afin de répondre à cette problématique, j'é mets une première hypothèse selon laquelle la manipulation favorise la représentation du nombre. En effet, travailler la notion de nombre à travers une collection d'objets lui permet d'agir sur le nombre-collection et d'observer les résultats de son action de manière concrète. Par ailleurs, la manipulation au sein de la résolution de problèmes permet une meilleure compréhension : elle donne du sens, elle pousse l'élève à se poser des questions, ce qui signifie qu'il s'approprie le problème et est engagé dans la recherche d'une nouvelle connaissance.

Ma deuxième hypothèse concerne la place importante que prend la verbalisation dans la conceptualisation du nombre. Elle permet à l'élève de structurer sa pensée et permet à l'enseignant de faire émerger les difficultés des élèves et d'aider ceux-ci à les surmonter. La verbalisation permet également aux élèves en difficulté de mettre en œuvre des procédures trouvées par les autres.

DEUXIEME PARTIE : PRESENTATION DE LA METHODE

9. METHODE

9.1. Participants

La population étudiée est une classe à double niveau, composée de vingt-neuf élèves de Petite et Moyenne sections, dont huit filles et vingt-et-un garçons. Cette classe est située dans une école maternelle semi-urbaine à laquelle s'ajoutent deux autres classes. J'ai mené mon expérimentation sur le groupe de douze élèves de Moyenne Section pour étudier des situations plus complexes sur les nombres et pour faciliter ma collaboration avec Marjorie Souillard concernant les recherches théoriques. Cette dernière travaille avec des élèves de Grande Section en réseau d'aide prioritaire ; le niveau entre nos deux classes étant sensiblement équivalent. Parmi ces douze élèves, il y a quatre filles et huit garçons. Ils ont, pour la plupart, un bon niveau : seulement deux élèves de ce groupe rencontrent de grosses difficultés en langage, ce qui freine leur compréhension et leur verbalisation. De plus, un de ces deux élèves attend d'être pris en charge par le Centre Médical Psychologique pour des problèmes de

comportement : il est en retard sur plusieurs compétences car il refuse toutes formes de contraintes et se met souvent en colère au moment de se mettre au travail.

9.2. Matériel et procédure

Ma collègue, titulaire de la classe, et moi-même, nous sommes partagés les domaines d'apprentissages en début d'année scolaire. Dans le domaine *construire les premiers outils pour structurer sa pensée* je travaillais sur les formes, les grandeurs et les suites organisées. Je ne connaissais donc pas en détail l'état de connaissances de mes élèves sur les nombres. C'est pourquoi j'ai débuté mon expérimentation avec une évaluation diagnostique. Pour cela, j'ai utilisé trois petits jeux en rituels : le jeu du Lucky Luke, le jeu du memory et le jeu de la marchande. Ces jeux étaient composés de cartes comprenant les nombres de 1 à 6 avec les trois codes (écriture chiffrée, constellation traditionnelle, doigts) et des objets divers avec une barquette individuelle pour rapporter la commande.

Le jeu du Lucky Luke est un jeu qui permet de travailler sur toutes les représentations du nombre par décomposition additive. Les élèves placent leurs mains dans leur dos, l'enseignante annonce un nombre : « Lucky Luke a dit 3 » et au signal, les élèves dégagent leurs doigts pour montrer la quantité correspondante. Il est important de ne pas s'arrêter à une seule représentation du nombre. Ce jeu a évolué au fil du temps : d'abord avec une seule main puis deux. L'annonce orale a évolué : l'enseignant montre les doigts pour obliger les élèves à trouver une autre représentation. Ensuite, les élèves avaient, devant eux, des cartes avec l'écriture chiffrée et les constellations traditionnelles de points qu'ils devaient montrer à l'annonce du nombre.

Le memory est un jeu qui permet également de travailler sur les différentes représentations du nombre. Il est composé de paires de cartes correspondant à un nombre identique mais représenté de façons différentes : écriture chiffrée, doigts, constellation traditionnelle. Les cartes sont mélangées et étalées sur la table face contre table. Chaque élève retourne deux cartes de son choix. Si les cartes n'ont pas le même nombre, l'élève les retourne faces cachées. Le gagnant est celui qui a le plus de paires.

Le jeu de la marchande, comme les jeux précédents, permet de mettre en relation deux collections. L'enseignante donne une commande orale à l'élève. Celui-ci doit ramener la quantité d'objets commandés. En regroupement, les objets sont recomptés afin de vérifier la correspondance entre la quantité demandée oralement et celle rapportée par l'élève. Ce jeu pourra évoluer sur la forme de la commande : à l'oral dans un premier temps puis en montrant

les doigts et enfin à l'écrit en constellation traditionnelle et écriture chiffrée.

Je me suis servie de cette évaluation diagnostique, en plus des résultats de la séquence, pour observer l'évolution de ma recherche : en comparant les résultats recueillis avec ceux de l'évaluation sommative. Afin de renforcer la discrimination visuelle des différents codes du nombre et ainsi la rapidité de reconnaissance des trois codes, les élèves se sont exercés au jeu du Lucky Luke en rituel matinal et au jeu du memory avec ces mêmes cartes.

Puis j'ai construit ma séquence à partir de la problématique de ce mémoire. J'ai installé mes élèves dans une position de réflexion en utilisant une suite de problèmes mettant en œuvre la manipulation. Cette séquence m'a été inspirée du travail de Claire Margolinas et Floriane Wozniak réalisé en 2012. Ces deux chercheuses en didactique des mathématiques présentent une démarche de dénombrement avec l'utilisation d'œufs et de coquetiers. J'ai établi ma séquence en me servant d'un matériel dont je disposais dans ma classe et d'autant plus intéressant : l'arbre aux cerises, présenté en annexe 1. Il s'agit d'un outil qui permet la découverte et la maîtrise des nombres grâce à la manipulation, s'adressant à des élèves de 4 à 7 ans. Créé dans les années 1990, par le professeur des écoles Hervé Le Madec, il a été primé par un « cristal de l'innovation » en 1995 et a évolué jusqu'en 2007. Il s'agit d'un matériel en bois composé d'un arbre, de 22 branches de 0 à 10 cerises et de 22 paniers avec des constellations traditionnelles et non traditionnelles. Henri Le Madec explique que l'idée de ce support est venue d'un travail qu'il a mené avec un élève qui ne comprenait pas le sens du mot *nombre*. Cet élève comprenait *formes*, *disposition* ou *dessin*. L'intérêt supplémentaire de ce matériel, comparé à des œufs et des coquetiers, est la différence des plans et de l'orientation entre les branches de cerises et les trous des paniers. Les branches de cerises sont disposées verticalement et perpendiculairement à la surface plane du socle de l'arbre. Les trous des paniers sont, quant à eux, insérés horizontalement et sur une surface plane. L'élève ne pourra pas se contenter de les déplacer pour les mettre en ligne avec la branche de cerises pour comparer les longueurs. Il va progressivement être obligé de passer de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités. De plus, les paniers sont disposés de deux manières : avec les constellations traditionnelles, qui permettront à l'élève de côtoyer cette forme une fois de plus pour la mémoriser plus rapidement, et avec des constellations non-traditionnelles pour l'obliger à dénombrer. Ces deux dispositions sont présentées dans l'annexe 2.

Lors de cette expérimentation, j'ai réparti les douze élèves en deux groupes. Des résolutions

de problèmes individuels sont proposées aux élèves de ces deux groupes de niveau homogène. Cela, afin de permettre à chacun de réfléchir, au lieu d'attendre que les autres élèves leur apportent la réponse.

Lors de la première séance, les élèves ont d'abord manipulé librement l'arbre aux cerises avec les paniers pour se familiariser avec le matériel. Puis, j'ai choisi un panier spécifique en fonction de leur niveau, pour permettre la réussite de chacun : les élèves en difficultés auront un panier avec de petits nombres (1 à 3) présenté en constellations traditionnelles ; les élèves à l'aise auront des paniers présentés en constellations traditionnelles et non-traditionnelles allant de 3 à 5, les élèves très à l'aise auront des paniers avec les deux constellations allant de 4 à 7.

La situation problème est donnée aux élèves : « Il y a un bel arbre sur cette table. Sur les branches de cet arbre il y a des cerises. Il y a des branches qui ont peu de cerises : une. Il y a des branches qui en ont plus. Et pour pouvoir cueillir et garder ces cerises, il me faut un panier pour les mettre dedans. Justement, j'ai aussi des paniers, il y a des trous dedans pour pouvoir porter et ranger les cerises. Attention ! Pour pouvoir cueillir et garder ces cerises, il faut juste assez de cerises pour pouvoir mettre une cerise dans chaque trou du panier. Il n'en faut pas plus, pas moins. ».

Pour la deuxième séance, les élèves sont amenés à réitérer l'expérience de la séance précédente avec, cette fois, l'attribution de plusieurs paniers. Puis, une contrainte spatiale leur sera imposée. L'arbre aux cerises ne sera plus sur la table mais disposé dans un coin de la classe. Cet éloignement permettra à l'élève d'utiliser une nouvelle connaissance : la collection-témoin. Le problème posé était le suivant : « En une seule fois, il faut prendre une branche avec juste assez de cerises pour pouvoir mettre une cerise dans chaque trou du panier ». Il est important que l'élève se débrouille sans intervention de l'enseignante car il doit se rendre compte qu'il peut résoudre un problème seul sans qu'on lui ait enseigné au préalable une solution standardisée. Après chaque auto-évaluation par manipulation, une phase de verbalisation sera effectuée pour comprendre, structurer sa pensée et trouver des solutions. Une nouvelle distribution de panier sera faite et un nouvel essai avec les solutions proposées sera réalisé. Pour permettre aux élèves de comprendre la nécessité de faire évoluer ces collections et passer à l'écrit, une contrainte temporelle va être amenée dans la troisième séance.

Dans la troisième séance, si les paniers ne sont disponibles que le matin et les cerises que l'après-midi, les élèves devront trouver un moyen de mémoriser leur collection-témoin et, par conséquent, de la faire évoluer. Divers objets seront disposés sur la table pour aider les élèves dans leur raisonnement pour résoudre le problème : jetons, billes, figurines, barquettes, stylos, feutres, papiers. Les élèves ont un moment de manipulation pour réfléchir à l'élaboration de leur procédure. Ils n'ont pas le droit de parler entre eux au début pour que chacun réfléchisse à un moyen de surmonter l'obstacle, qu'il soit efficace ou non. Mon rôle a été de guider les élèves qui ne parvenaient pas à se lancer dans l'élaboration d'une technique, grâce à des questions. Une fois que tous les élèves ont trouvé, ils expliquent chacun à leur tour leur procédure. Ils ont eu la possibilité d'utiliser une barquette attitrée pour transporter les objets. Nous les avons ensuite rangés dans un seul et même carton pour les retrouver l'après-midi.

Plus tard, j'ai placé l'arbre aux cerises sur la table, gardé le panier de chaque élève et repris le carton pour la vérification des procédures. Pour valider ou non celles-ci, les élèves reprennent leur matériel, choisissent une branche, me demandent leur panier et emboîtent les cerises dans les trous des paniers. Nous passons ensuite à la verbalisation : « Chacun à son tour va rappeler comment il a fait pour retenir le nombre de trous qu'il avait dans son panier ce matin et si cela a marché ou pas ». Une fois les constats expliqués, une phase d'institutionnalisation est amorcée pour établir quelles stratégies ont fonctionné.

Pour obliger les élèves à utiliser l'écrit, la séance reste presque la même : deux nouvelles contraintes sont ajoutées, l'une d'entre elles étant : « Vous n'avez pas le droit de garder d'objets ». Pour résoudre ce problème, les enfants n'ont à leur disposition que leur panier, un stylo et une feuille. La deuxième contrainte sera l'allongement du temps. Le même processus de vérification et de verbalisation sera répété le lendemain matin lors de la quatrième séance.

A partir de la cinquième séance, j'ai modifié les groupes d'élèves. J'ai choisi de constituer deux groupes de niveau hétérogène lors de la mise en place de la résolution de problèmes collective et pour le *défi-maths*. Les élèves vont être contraints de passer du dessin à l'écriture chiffrée. J'introduis une nouvelle situation poussant à la résolution de problèmes : le manque d'information. Dans cette cinquième séance, les élèves travaillent en binôme. Un seul élève par groupe a accès à l'information du nombre de trous du panier donné : il est *le client*. L'autre élève est *le marchand* et a seulement accès à l'arbre aux cerises. Les deux élèves n'ont pas le droit de communiquer entre eux à l'oral mais disposent d'un crayon et d'un

papier. Pour permettre à chaque élève de réfléchir à la question : *comment transmettre le message à l'autre ?*, je les mets en difficulté en ne leur laissant pas un temps suffisant pour établir une stratégie d'écriture entre eux. Puis, la situation de formulation va devenir collective : par groupe de six élèves. Dans un premier temps, les élèves se mettent d'accord sur la manière d'écrire le message. Dans un second temps, un élève est tiré au sort pour faire le rôle du *client* qui transmettra le message. Les élèves *marchands* n'ont le droit de choisir qu'une seule branche de cerises.

La sixième séance, est un *défi-maths* entre les deux groupes de niveau hétérogène. Le déroulement de la séance reste le même que la deuxième phase de la séance précédente : un élève transmet le message à son groupe. Le premier groupe de *marchands* ayant réussi à transmettre la bonne branche à leur *client* a gagné.

Une évaluation sommative est mise en place à la fin de la séquence. Elle reprend les petits jeux de l'évaluation diagnostique : le Lucky Luke, le memory et le jeu de la marchande. Cependant, ce dernier jeu est modifié : il s'agira du jeu du *client* et du *marchand* de cerises avec transmission du message par écrit. Ce n'est donc plus moi qui montre le nombre en écriture chiffrée à l'élève.

TROISIEME PARTIE : PRESENTATION DES RESULTATS

10. RESULTATS

Pour mieux visualiser l'évolution des procédures d'élèves tout au long de la séquence, mes résultats seront présentés de manière linéaire.

Afin de connaître le niveau de mes élèves et pour observer les effets de mon expérimentation sur l'évolution de leurs connaissances, j'ai effectué une évaluation diagnostique avec trois petits jeux : le jeu du Lucky Luke, le memory et le jeu de la marchande.

Pour le jeu du Lucky Luke, on observe les résultats suivants :

- Lorsque le nombre est communiqué aux élèves à l'oral : 75% des élèves ont réussi à donner sa représentation avec une seule main, soit 9 élèves sur 12. Puis, avec deux mains, 7 élèves sur 12 ont réussi soit 58%

- Lorsque le nombre est communiqué aux élèves à l'aide des doigts, les élèves ont dû donner une autre représentation avec leurs doigts de ce même nombre : 58% des élèves, ont réussi soit 7 élèves sur 12.
- Lorsqu'il est communiqué à l'écrit : 66% des élèves ont réussi à traduire sa représentation avec les doigts, soit 8 élèves sur 12.

Pour le jeu du memory, on observe les résultats suivants, présentés dans le tableau 1, ci-dessous.

Tableau 1 - Résultats correspondants au jeu du memory (évaluation diagnostique)

Symboles des paires de cartes	Réussite
Constellations et doigts	9 élèves sur 12 soit 75%
Constellations et écriture chiffrée	7 élèves sur 12 soit 58%
Doigts et écriture chiffrée	7 élèves sur 12 soit 58%

Pour le jeu de la marchande, on observe les résultats suivants, présentés dans le tableau 2.

Tableau 2 - Résultats correspondants au jeu de la marchande

Message transmis	Réussite
A l'oral	12 élèves sur 12 soit 100%
A l'écrit	7 élèves sur 12 soit 58%

Parmi les élèves qui se sont trompés à ce jeu, on observe deux types d'erreurs : l'oubli du nombre lors du trajet jusqu'aux objets et la non-reconnaissance du nombre.

La séquence débute avec la familiarisation du matériel et l'explication de l'enjeu de cet outil pédagogique. On observe deux types d'élèves : ceux qui procèdent directement à un comptage des trous de leur panier pour faire correspondre le nombre de cerises au nombre de trous. Puis

ceux qui regardent simplement leur panier et choisissent approximativement une branche pour l'emboîter dans les trous. Dans cette séance, il a fallu trois essais maximum aux élèves pour trouver la bonne branche. On observe, également, que 33% des élèves soit 4 élèves sur 12 recommencent à réciter la suite numérique pour donner la quantité de trous de leur panier.

La deuxième séance avait pour but de contraindre les élèves à utiliser une collection-témoin car l'arbre aux cerises était éloigné de leur panier. Ils n'avaient le droit qu'à un seul aller-retour.

Pour ce premier essai : 8 élèves sur 12 ont réussi l'exercice, soit 66%. Je suis intervenue pour permettre d'entamer la phase verbalisation :

PE : « comment as-tu fait pour trouver la bonne branche du premier coup ? »

Elève A : « J'ai compté les trous et je le dis dans ma tête et je vais chercher la branche avec 4 cerises »

Elève B : « Moi, j'ai pas compté ! Je le regarde et je sais qu'il y en a 3 et je vais chercher la branche »

Elève C : « Je me suis trompée, j'ai pas choisi la bonne branche parce qu'il m'en reste une sans trou »

Elève D : « J'ai levé mes doigts pour chercher les cerises »

Elève E : « J'ai compté mais j'ai oublié »

Elève F : « J'ai juste compté quatre et voilà »

L'élève A a utilisé une collection-témoin : la comptine-numérique en touchant avec le doigt chaque trou pour éviter de compter deux fois les mêmes. On observe que l'élève B reconnaît aisément la constellation de petits nombres. L'élève C a su interpréter seul la situation d'échec. L'élève D a quant à lui utilisé la collection-témoin des doigts. L'élève E n'a pas réussi à se souvenir du nombre lorsqu'il était devant l'arbre aux cerises. Enfin, l'élève F m'a montré avec ses doigts pour me faire comprendre qu'il avait oublié de compter le trou au milieu de son panier à 5 trous avec la constellation traditionnelle.

Après avoir retenté l'exercice une seconde fois, 10 élèves sur 12 ont réussi l'exercice soit 83%.

Pour rappel, l'objet de la troisième séance était la mise en place d'une contrainte temporelle. On observe les résultats suivants dans le tableau 3, présenté ci-dessous :

Tableau 3 - Résultats correspondants aux procédures utilisées avec la contrainte temporelle

	Mémorisation de la comptine numérique	Utilisation d'objets	Ecrit
Nombre d'élèves ayant utilisé la procédure	2	8	2
Réussite	2	6	2

Les objets choisis par les élèves ont été à chaque fois identiques : par exemple, aucun n'a panaché et choisi une bille, une figurine et un jeton pour constituer la référence au nombre trois. Pour les utiliser, 7 élèves sur 8 ont placé les objets un à un dans chaque trou des paniers que je leur avais donnés. L'élève H, le seul à ne pas s'être aidé du panier, a pris des objets sans rapport avec le nombre de trous des paniers. Les deux élèves ayant utilisé l'écrit ont dessiné les trous des paniers en respectant scrupuleusement leur emplacement.

Pour rappel, l'objectif de la quatrième séance était de faire évoluer la collection-témoin des élèves. L'interdiction d'utiliser des objets comme mémoire du nombre et l'augmentation de la contrainte temporelle va les pousser à utiliser l'écrit. On observe les résultats suivants dans le tableau 4, présenté ci-dessous :

Tableau 4 - Résultats correspondants aux procédures utilisées avec l'interdiction d'objets

	Mémorisation de la comptine numérique	Dessin	Ecriture chiffrée
Nombre d'élèves ayant utilisé la procédure	2	9	1
Réussite	0	6	1

Pour rappel, l'objectif de la cinquième séance était de faire évoluer la représentation écrite du nombre avec comme enjeu : la transmission d'un message. Dans la première phase, le message est transmis entre deux élèves. On observe les résultats suivants dans le tableau 5, présenté ci-dessous :

Tableau 5 - Résultats correspondants aux procédures utilisées pour la transmission d'un message

	Dessin	Ecriture chiffrée
Nombre d'élèves ayant utilisé la procédure	5	1
Réussite	3	1

Dans la deuxième phase, le message est transmis au groupe de cinq élèves. Dans les deux groupes, l'élève *client* a dessiné des ronds pour transmettre l'information. Le message a été correctement interprété par les deux groupes.

L'évaluation sommative reprend les trois petits jeux de l'évaluation diagnostique.

Pour le jeu du Lucky Luke, on observe les résultats suivants :

- Lorsque le nombre est communiqué aux élèves à l’oral : 92% des élèves ont réussi à donner sa représentation avec une seule main, soit 11 élèves sur 12. Puis, avec deux mains, 10 élèves sur 12 ont réussi soit 83%
- Lorsque le nombre est communiqué aux élèves à l’aide des doigts, les élèves ont dû donner une autre représentation avec leurs doigts de ce même nombre : 100% des élèves, ont réussi soit 12 élèves sur 12.
- Lorsqu’il est communiqué à l’écrit : 75% des élèves ont réussi à traduire sa représentation avec les doigts, soit 9 élèves sur 12.

Pour le jeu du memory, on observe les résultats suivants, présentés dans le tableau 6, ci-dessous.

Tableau 6 - Résultats correspondants au jeu du memory (évaluation sommative)

Symboles des paires de cartes	Réussite
Constellations et doigts	12 élèves sur 12 soit 100%
Constellations et écriture chiffrée	11 élèves sur 12 soit 92%
Doigts et écriture chiffrée	9 élèves sur 12 soit 75%

Pour le jeu du *client* et du *marchand* de cerises : 8 élèves sur 12 ont utilisé l’écriture chiffrée du nombre pour transmettre le message, soit 66% des élèves. Pour la commande en écriture chiffrée : 10 élèves sur 12 ont réussi à rapporter la bonne commande de cerises.

11.DISCUSSION

11.1. Re-contextualisation

Je souhaitais montrer en quoi la manipulation dans la démarche d’investigation mathématique permettait de faire progresser les élèves de Moyenne Section de maternelle dans leur conceptualisation du nombre. Mes hypothèses étaient que la manipulation favoriserait la représentation du nombre car l’élève pourrait agir sur le nombre-collection à travers une collection d’objets. Il pourrait se représenter concrètement les résultats de son action sur le nombre. De plus, je supposais que la manipulation donnerait davantage de sens à son

apprentissage en l'insérant dans une démarche de résolution de problèmes. En se posant des questions afin de surmonter une contrainte, l'élève s'approprierait le problème et serait engagé dans la recherche de nouvelles connaissances. Egalement, je pensais que la verbalisation était primordiale pour structurer la pensée de l'élève. L'enseignant pourrait guider l'élève pour qu'il surmonte ses difficultés et l'aiderait à le faire progresser dans sa compréhension du nombre. Cette phase permettrait la mutualisation des idées : les élèves en difficultés pourraient mettre en œuvres des procédures plus efficaces trouvées par leurs camarades. Pour essayer de démontrer mes hypothèses, j'ai mis en place, comme expliqué auparavant, une séquence. Celle-ci comportait de nombreuses contraintes pour mettre les élèves dans une démarche investigatrice vers l'acquisition du triple code. Ces contraintes pourront être surmontées grâce à la manipulation de l'outil pédagogique : l'arbre aux cerises. Afin de mesurer les éventuels progrès des élèves dans leur conceptualisation du nombre, j'ai effectué une évaluation diagnostique avant cette séquence pour comparer les résultats avec ceux de l'évaluation sommative. Tout au long de la séquence, les essais répétés des exercices sur l'arbre aux cerises m'ont servi d'évaluation formative.

11.2. Analyse des résultats

Au vu des résultats, les hypothèses expliquées ci-dessus sont plus ou moins vérifiées. Tout d'abord, ma première hypothèse était que si les élèves manipulaient pour résoudre un problème donné, ils allaient améliorer leur compréhension du triple code et reconnaître plus facilement les multi-représentations du nombre. On remarque, en comparant les résultats de l'évaluation diagnostique à ceux de l'évaluation sommative, une progression dans toutes les phases des jeux rituels. Pour comprendre cette progression, j'ai pu m'appuyer sur différentes observations menées au cours de la séquence.

En effet, lors de la 1^{ère} séance, j'ai remarqué deux types d'élèves : ceux qui anticipaient en comptant les trous avant de choisir une branche et ceux qui n'anticipaient pas, ils regardaient leur panier sans compter et prenaient directement une branche pour utiliser la correspondance terme à terme. Dès la deuxième séance avec la contrainte d'éloignement, les élèves qui n'anticipaient pas, n'ont pas réussi lors du premier essai. On remarque avec les résultats du deuxième essai que cette contrainte a fait progresser leurs procédures car pour réussir ils ont dû anticiper et compter les trous de leur panier avant d'aller chercher la branche.

Lors de la séance 3, avec la contrainte temporelle, les élèves ont fait évoluer leur collection-

témoin. Comme le montre les résultats, une grande partie des élèves ont utilisé des objets. Ceux-ci leur ont permis de rendre plus concrète la représentation du nombre et leur a permis de garder en mémoire la quantité. L'élève D a fait des traits sur ses doigts. Cet élève a décidé de garder sa procédure : une collection-témoin avec les doigts levés, mais l'a fait évoluer : c'est un premier passage à l'écrit. L'élève B est directement passé à l'écrit sur feuille car il faisait déjà le lien entre la comptine numérique, ou la représentation de doigts, avec les constellations de points. Cet élève a commencé à vouloir écrire « quatre » en écriture chiffrée. Cependant, il s'est retrouvé bloqué car il ne savait pas l'écrire. Il a d'abord regardé sur l'affichage, présent dans la classe représentant le nombre 4 avec toutes ces représentations, mais n'arrivait pas à « écrire » la forme. Il s'est donc rabattu sur le dessin de ronds pour représenter les trous de son panier. Seul deux élèves n'ont pas fait évoluer leur collection-témoin. Pour ces deux élèves qui ont réussi l'exercice malgré n'avoir pas fait évoluer leur collection-témoin, j'ai décidé d'allonger la contrainte temporelle pour la quatrième séance. Les élèves devaient retenir leur nombre de l'après midi jusqu'au lendemain matin. Je savais que des élèves de cet âge avaient du mal à se rappeler d'informations de la veille sans support de mémoire. C'était un moyen de leur prouver que leur procédure n'était pas efficace dans cet exercice. Grâce à la mise en place de cette nouvelle contrainte, ils ont dû abandonner leur procédure qui faisait appel à des connaissances antérieures pour en construire une autre.

Comme le montre le tableau des résultats de la quatrième séance, la majorité des élèves ont progressé et ont utilisé l'écrit, y compris l'élève D ayant écrit sur ses doigts lors de la séance précédente. En effet, celui-ci a su interpréter seul que sa procédure n'était pas la plus efficace car il a déclaré qu'à force de se laver les mains, la marque sur certains de ses doigts avait presque disparu entièrement au moment de la vérification. Les dessins représentés étaient des ronds. Deux élèves n'ont pas su quoi faire sur leur feuille, ce qui ne leur a pas permis de réussir au moment où l'arbre cerise a été apporté. Le dernier élève à ne pas avoir réussi, a oublié de dessiner un rond sur sa feuille, ce qui l'a induit en erreur lors de la recherche de sa branche de cerises.

Pour la cinquième séance, les élèves *clients* ont en majorité symbolisé le nombre avec le dessin des trous du panier. La séance suivante prend la forme d'un *défi-maths* pour pousser les élèves à utiliser la représentation du nombre en écriture chiffrée. Ils devront trouver un moyen de transmettre plus rapidement leur message pour prendre la bonne branche de cerises avant l'équipe adverse. En effet, les écritures chiffrées sont les plus rapides à produire et les plus fiables à lire, donc les plus efficaces. Organisés en groupe de six, les élèves ont pu choisir une

stratégie. Les deux groupes ont choisi de représenter le nombre avec le dessin des trous de leur panier. Un élève a proposé l'écriture chiffrée mais cette idée n'a pas été retenue par le groupe. La majorité des élèves maîtrisaient mieux le comptage de ronds, ils ont préféré rester sur leur acquis. Cet exercice a été réussi par les deux groupes.

Comme j'avais remarqué que les élèves touchaient systématiquement les ronds pour le comptage, j'ai décidé pour les quelques essais du *défi-maths* de ne pas donner l'ardoise aux *marchands* mais de l'afficher à distance en m'assurant que l'élève *client* ait écrit ou dessiné assez gros pour permettre aux élèves *marchands* de le voir. Les élèves *marchands* ont rencontré quelques difficultés pour se mettre d'accord sur le nombre et devaient recompter plusieurs fois. Le fait que les élèves rencontrent des difficultés de lecture de dessin les ont poussés à écrire le symbole du chiffre. Au bout de deux essais supplémentaires, l'élève proposant l'écriture chiffrée a imposé son idée à son groupe. Les élèves, après verbalisation, se sont rendu compte de la rapidité de lecture avec cette stratégie.

Ces résultats montrent que la mise en place de contraintes pour pousser l'élève à résoudre un problème permet à celui-ci de progresser dans la conceptualisation du nombre. Il parvient progressivement à passer du dessin à l'écriture chiffrée sans que l'enseignant lui fournisse une solution standardisée.

De plus, lors de la première séance, comme le montre les résultats, j'ai remarqué que plusieurs élèves recommençaient à réciter la suite numérique pour me donner la quantité de trous dans leur panier. C'est lors de la troisième séance que j'ai remarqué que tous les élèves, sauf un, avaient progressé dans leur comptage, ils comprennent que le dernier mot-nombre prononcé donne la cardinalité de la collection.

La manipulation dans ces résolutions de problèmes a aidé les élèves à rendre plus concrète la représentation du nombre car ils pouvaient agir sur le réel. Pour vérifier la validité de leur choix dans chaque séance, les élèves ont été amenés à utiliser une procédure très élémentaire : la comparaison terme à terme des cerises et des trous. La manipulation a permis à l'élève de s'auto-évaluer : s'il comblait tous les trous du panier et qu'il n'y avait pas de cerises en trop, il avait réussi l'exercice. De plus, grâce à cette manipulation, les élèves en s'auto-évaluant ont progressé en autonomie. Seuls, ils se sont rendu compte s'ils avaient réussi ou s'ils avaient échoué : s'il leur manquait des cerises ou en avait en trop. Le format et la couleur des paniers a facilement permis aux élèves de comprendre leur erreur : lorsqu'il y avait une ou deux cerises en trop celle-ci se distinguait bien des autres car elles étaient surélevées et donc mises

en valeur. A l'inverse, une cerise manquante se voyait bien car le fond du trou étant de couleur verte.

Ma deuxième hypothèse était que la verbalisation permettait aux élèves en difficultés de progresser dans leur compréhension du nombre car ils pouvaient, avec le langage, structurer leur pensée et surmonter leurs difficultés. J'ai pu remarquer plusieurs éléments qui vérifiaient mon hypothèse.

Dans la séance 2, comme pour les autres séances, j'ai posé plusieurs questions aux élèves n'ayant pas réussi pour les guider dans leur réflexion: « Il fallait avoir autant de cerises que de trous et là, il te reste ou il te manque des cerises ? La prochaine fois il faudra... » « Est-ce qu'il y a trop ou pas assez de cerises pour ton panier ? » « Combien faut-il en enlever ou en ajouter ? ». Puis j'ai demandé aux élèves ayant réussi d'expliquer leur procédure.

La phase de verbalisation a permis aux élèves de comprendre leur démarche mais aussi les procédures qui ont permis la réussite ou l'échec de la résolution du problème. Il m'a également permis de comprendre les approches des élèves et m'a permis de mieux les guider dans leurs recherches de solutions. On remarque avec le verbatim, que l'élève A a compris qu'il fallait retenir le dernier-mot nombre prononcé : le dernier mot-nombre résume la collection et correspond au cardinal de la collection. Avec l'élève B, on comprend qu'il a réussi grâce au subitizing car il n'a pas besoin de compter les trous des paniers, il a mémorisé la constellation traditionnelle de ce nombre. Pour cet élève, je donnerai un panier avec plus de trous lors des prochaines séances afin qu'il dénombre. L'élève C a réussi à interpréter son erreur grâce à la manipulation des cerises. Il distingue rapidement qu'il faut enlever un objet pour obtenir le bon nombre. Après la verbalisation, les élèves ont recommencé l'exercice. On remarque que grâce à la verbalisation, les élèves ont progressé. Seul deux élèves ont échoué : l'élève attendant d'être suivi par le CMP, que nous appellerons « élève G » n'a de nouveau pas réussi. Il lui faudra plusieurs tentatives avant d'appliquer une procédure que ses camarades ont expliquée. L'élève ayant également des difficultés de langage, que nous appellerons « élève H » qui avait pourtant réussi la première fois avec un panier à 5 trous, s'est trompé lors du deuxième essai avec un panier à trois trous en constellation traditionnelle. Il a rapporté une branche à 5 cerises. Il a su compter ses cerises et a compris qu'il avait trop de cerises mais n'a pas su m'expliquer pourquoi il n'avait pas rapporté la bonne branche. Peut être a-t-il pensé que tous les paniers que je lui donnais avaient 5 trous comme le précédent.

Lors de la cinquième séance, un élève n'a pas dessiné tous les paniers ce qui a engendré la non-réussite de la résolution du problème. Un autre a d'abord essayé à plusieurs reprises d'écrire le nombre en écriture chiffrée mais ne semblait pas satisfait et recommençait à côté. L'élève *marchand* de ce groupe n'a pas compris le message donné car selon ses dires : *il y a plein de traits sur le papier*. La verbalisation, cette fois-ci, a permis de montrer aux élèves l'importance de la mise en place d'une stratégie commune pour la bonne compréhension du message et pour la réussite de l'exercice.

11.3. Limites et perspectives

Lors de cette expérimentation, j'ai pu observer quelques limites. En effet, lors de la deuxième séance, après quelques tentatives supplémentaires, j'ai remarqué que certains élèves qui avaient une bonne méthode et qui réussissaient jusque là, se trompaient au bout de quelques tentatives. Cette observation sera réitérée dans les plusieurs autres séances. Même si l'élève a compris une procédure et a eu la preuve de sa réussite, il ne réussit pas à chaque fois. Cela montre que la manipulation, la résolution de problème et la verbalisation ne suffisent pas à la progression de la compréhension du nombre : le facteur répétitif est important pour asseoir les connaissances et pour permettre à l'élève d'automatiser sa procédure dans d'autres situations. Par exemple, le cas de l'élève I qui avait réussi avec de « gros » paniers lors des deux premières séances, n'est pas parvenu à se souvenir du nombre au troisième et quatrième essai. Quant à l'élève E, qui avait oublié le nombre la première fois, a réussi au deuxième et troisième essai mais à une nouvelle fois oublié au quatrième exercice.

J'ai également remarqué que la manipulation aidait l'élève en difficulté de langage pour mieux comprendre son action sur le réel. Cependant, même avec la verbalisation les élèves G et H ont rencontré de nombreuses difficultés pour appliquer les procédures efficaces des autres camarades car ils n'arrivaient à les comprendre. De plus, dans la séance 3, un seul élève n'a rien fait pour retenir le nombre de son panier : malgré l'étayage apporté, il n'arrivait pas à faire le lien entre les trous des paniers et les objets : il n'arrivait pas à se projeter dans le futur et comprendre que l'arbre n'allait être disponible que l'après-midi. La verbalisation ne permet pas, à elle seule, de faire progresser l'élève. Encore une fois, la répétition de l'exercice est indispensable.

12.CONCLUSION

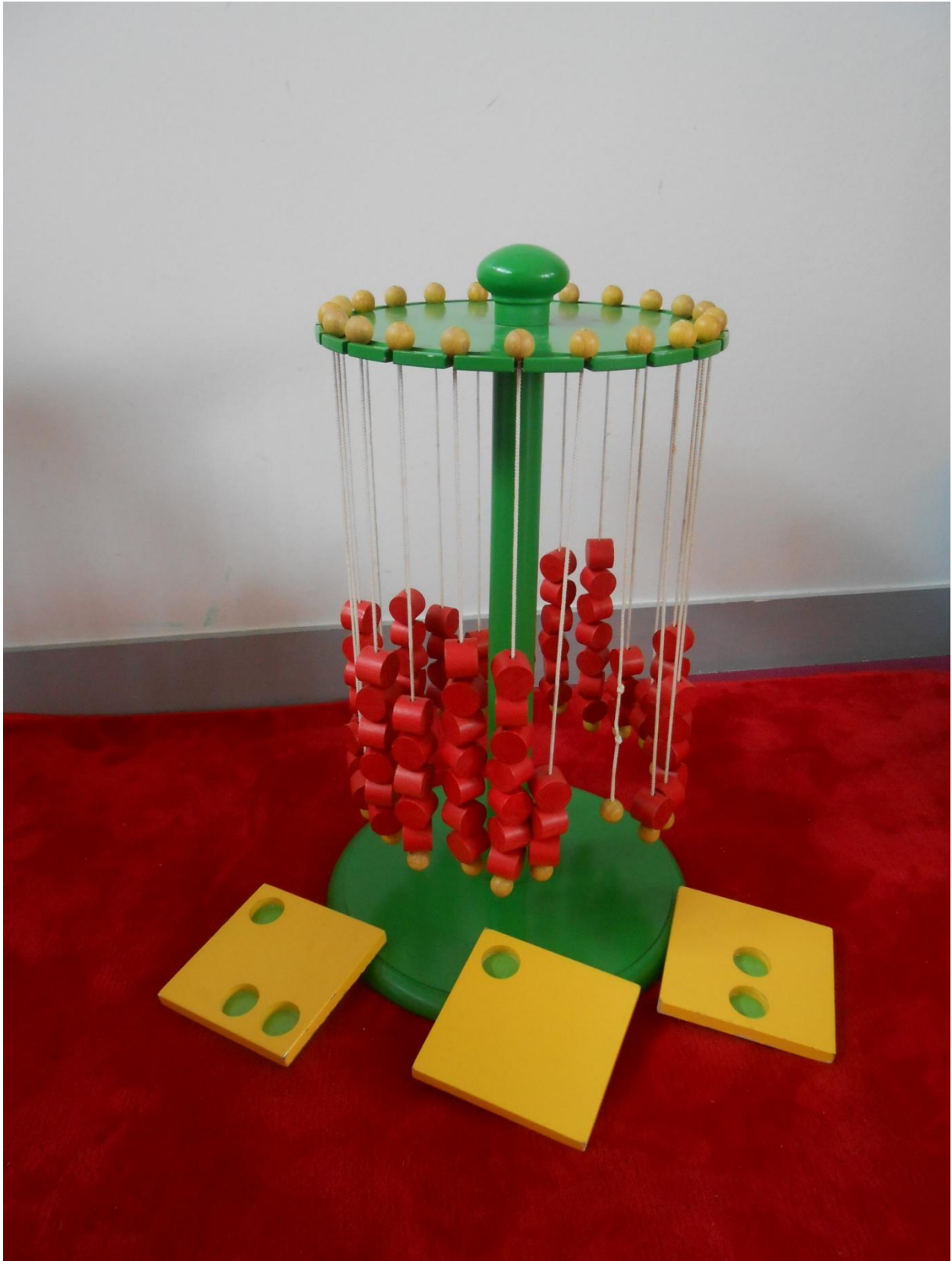
La manipulation aide à la conceptualisation du nombre : elle permet de rendre concrète la notion de nombre. En représentant un nombre par un objet, l'élève pourra travailler sur les décompositions additives de chaque nombre en rajoutant ou en enlevant un ou plusieurs objets, en observant le résultat de diverses actions sur le nombre. Ce qui rend intéressant la manipulation, c'est sa pratique régulière en classe qui montre que la répétition est une aide mais aussi la possibilité à l'élève de vivre la situation, d'être en action sur le réel et recommencer de nombreuses fois pour comprendre et mémoriser. Néanmoins, elle reste au service de la résolution de problèmes qui sera la véritable situation qui poussera l'élève à l'apprentissage de nouvelles connaissances. Enfin, même si la manipulation et la résolution de problèmes permettent à l'élève d'être autonome, elle lui permet également de comprendre individuellement et à son rythme. Ces apprentissages doivent être conceptualisés avec l'adulte lors de la verbalisation qui joue un rôle essentiel pour asseoir durablement les connaissances.

BIBLIOGRAPHIE

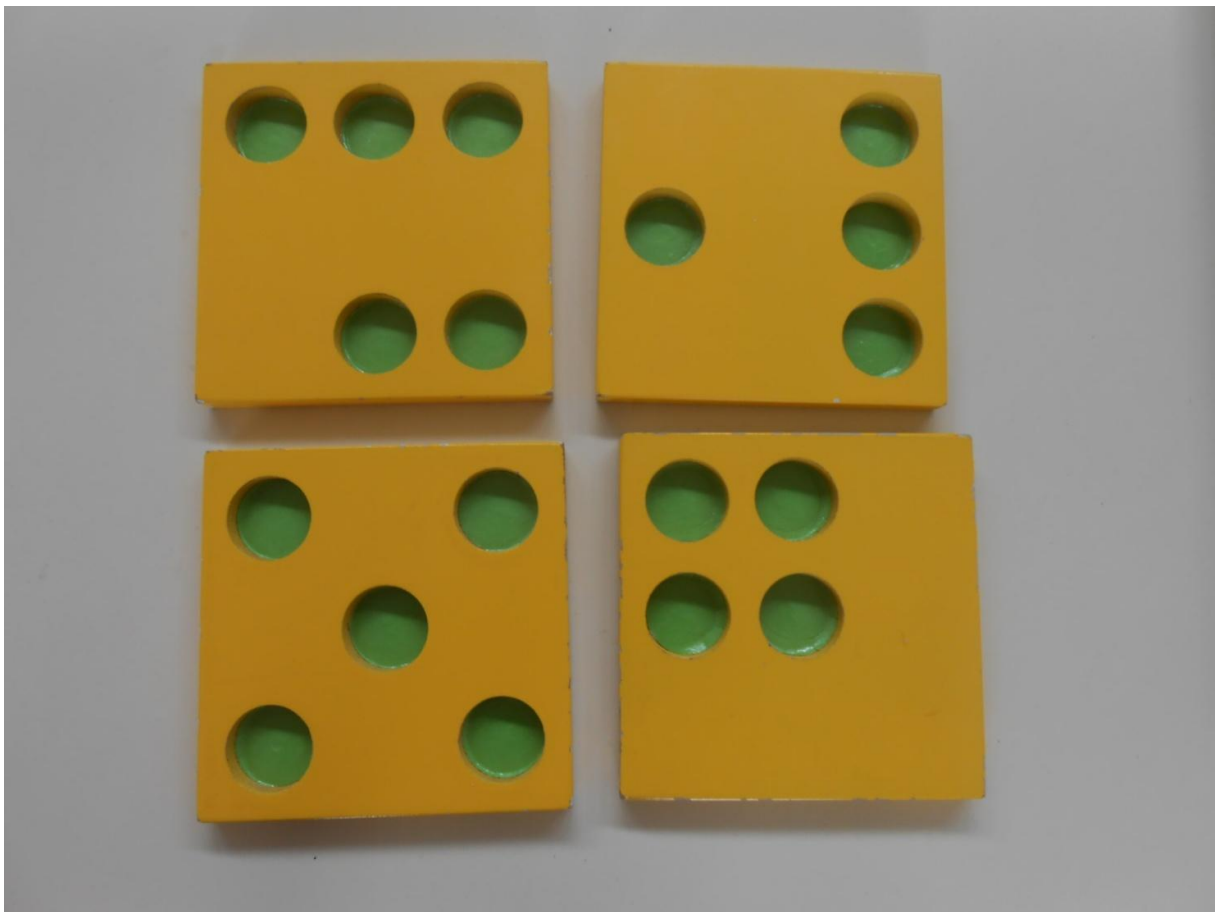
- Baruk, S. (2003). *Comptes pour petits et grands volume 1*. Paris: Magnard.
- Berdonneau, C. (2005). *Mathématiques actives pour les tout-petits*. Paris: Hachette livre.
- Berdonneau, C. (2006, Juin 7). *De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques*. Récupéré sur Académie de bordeaux: http://web.ac-bordeaux.fr/dsden24/fileadmin/contributeurs/Bergerac_Ouest/13-14/ANIM_PEDA_R13/ATELEIRS/berdonneau02.pdf
- Boule, F. (1985). *Manipuler, organiser, représenter prélude aux mathématiques*. Paris: Armand colin - Bourrelrier.
- Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths*. Retz.
- Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths*. Paris: Retz.
- Brissiaud, R. (2014, Décembre 16). *Rémi Brissiaud : Le nombre dans la synthèse de la consultation maternelle*. Récupéré sur [cafepedagogique.net](http://www.cafepedagogique.net): <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/12/16122014Article635543110360526449.aspx>
- Cerquetti Aberkane, F., & Marilier, M.-C. (s.d.). *Dénombrement*. Récupéré sur Télé formation mathématiques: <http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/parcours/AffNot.asp?CleFiche=1102&Auteur=CF&Numr=0>
- Charnay, R. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes Grande section*. Paris: Hatier ERMEL.
- Charnay, R. (2013). *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale? de la PS au CM2*. Paris: Hatier.
- Dalongeville, A. (2007). *Situations-problèmes pour enseigner l'histoire au cycle 3*. Paris: Hachette éducation.
- Dias, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris: Magnard.
- Durpaire, J.-L., & Mégard, M. (2008). *Le nombre au cycle 2*. Sceren.
- Emprin, F. E. (2008). Partie 2 Apprendre le nombre Premières compétences pour accéder au dénombrement. *Le nombre au cycle 2*, 23.
- Fayol, M. (2013). *L'acquisition du nombre*. Paris: PUF.
- Françoise, C. -A. (s.d.). *Apprendre les mathématiques*. Récupéré sur Apprendre les mathématiques. (s. d.). Consulté à l'adresse <http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/AC/AffFicheT.asp?CleFiche=1102&Org=QUTH>
- Jean Piaget, A. S. (1941). *La gènèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé.
- Larousse en ligne définition manipulation*. (s.d.). Récupéré sur [Larousse.fr](http://www.larousse.fr): <http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/manipulation/49185>

- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). Le nombre à l'école maternelle.
- Ministère de la Jeunesse, d. l. (2003, février). *Découvrir le monde cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*. Récupéré sur dpernoux.chez-alice.fr: <http://dpernoux.chez-alice.fr/Docs/decouvrirmondecycle2.pdf>
- Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. (26 mars 2015). *Programme de l'école maternelle*. Paris: Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche.
- Ney, L., Rajain, C., & Vaslot, E. (2006). *Des situations pour apprendre le nombre Cycle 1 et GS*. Charleville-Mezieres: SCEREN.
- Papalia, D., Olds, S., Feldmann, R., Bève, A., Laguerre, N., Thibault, M., . . . Jacques, J. (2010). *Psychologie du développement humain 7ème édition*. De Boeck.
- Pernoux, D. (s.d.). *Mathématiques en maternelle : Le domaine numérique*. Récupéré sur pernoux.pagesperso-orange.fr: <http://pernoux.pagesperso-orange.fr/nombre.pdf>
- Weil-Barais, A., & Deleau, M. (2004, Février). *Les apprentissages scolaires*. Récupéré sur books.google: https://books.google.fr/books?id=13-mdaw-7mQC&printsec=frontcover&hl=fr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Annexe 1 – L'arbre aux cerises



Annexe 2 – Dispositions des paniers



Année universitaire 2015-2016

Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention Premier degré

Titre du mémoire : Améliorer la conceptualisation du nombre grâce à la résolution de problèmes et la manipulation à l'école maternelle.

Résumé : Dès le cycle 1, l'élève doit construire le nombre pour exprimer la quantité et stabiliser sa connaissance des petits nombres. Ces apprentissages, basés sur la confrontation à de nombreuses situations mettant en jeu des activités pré-numériques et numériques, sont fondamentaux pour le jeune élève qui les utilisera tout au long de sa vie.

L'expérimentation prend appui sur plusieurs résolutions de problèmes mettant en jeu la manipulation. Le noyau de ces résolutions de problèmes est une séquence ayant pour matériel *l'arbre aux cerises*, un outil pédagogique créé par Hervé le Madec.

Les résultats montrent que la manipulation dans le cadre de la résolution de problèmes facilite l'élaboration de concepts et permet à l'élève d'explorer et répéter ses gestes de nombreuses fois sans être freiné par certaines contraintes extérieures. Ces contraintes, propres aux résolutions de problèmes, vont montrer à l'élève les limites de ses connaissances. Elles vont créer chez lui le besoin d'en maîtriser de nouvelles, ce que la manipulation va rendre possible. L'élève construira son propre savoir et progressera dans la conceptualisation du nombre.

Mots-clés : Découvrir les nombres et leurs utilisations, cycle 1, Moyenne Section, compréhension, *arbre aux cerises*

Summary: From the cycle 1, students start to construct the concept of using numbers to express quantities and to enforce their knowledge of small numbers. Numbers activities are fundamental for young students and will be useful throughout their lives.

The experiment is based on the resolution of problems using manipulation. The starting point of solving these problems is a sequence using equipment *Cherry Tree*, an educational game created by Hervé le Madec.

The result show that the manipulation as part of problem solving facilitates the development of concepts and helps students explore and repeat their actions many times without being showed by external constraints. These numerous problem solving constraints show students the boundaries of their knowledge and will create within them a hunger to learn new things. This new learning will be made possible using manipulation. Student will construct their own knowledge and progress in the understanding of numbers.

Key words: Discover the numbers and their uses, nursery school, understanding, *Cherry tree*, triple code