



HAL
open science

Une situation-problème en classe de seconde

Guillaume Lebrat

► **To cite this version:**

| Guillaume Lebrat. Une situation-problème en classe de seconde. Education. 2016. dumas-01436555

HAL Id: dumas-01436555

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01436555>

Submitted on 16 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2015-2016

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention : Mathématiques

Parcours : 2nd degré

UNE SITUATION-PROBLEME EN CLASSE DE SECONDE

Présenté par Guillaume LEBRAT

Première partie rédigée en collaboration avec Guillaume PERMINGEAT

Mémoire encadré par Michèle Gandit

Table des matières

1. Introduction générale.....	1
2. Première partie : les situations-problèmes.....	2
2.1. Introduction.....	2
2.2. Trois conceptions différentes de l'apprentissage.....	2
2.3. Caractéristiques d'une situation-problème.....	4
2.4. Comment construire nos situations-problèmes? Comment gérer la classe ?.....	5
2.5. Problématique.....	8
3. Seconde partie : étude expérimentale	9
3.1. Analyse à priori du problème du signe du résultat.....	9
3.1.1. Le problème du signe du résultat.....	9
3.1.2. Pourquoi choisir d'aborder le problème du signe du résultat avec un travail de groupe ?.....	11
3.1.3. Les différentes résolutions et les difficultés possibles.....	13
3.1.4. L'institutionnalisation.....	17
3.1.5. Questionnaire.....	18
3.2. Analyse a posteriori du problème du signe du résultat.....	18
3.2.1. Débat collectif de la partie 1.....	19
3.2.2. Description du travail en groupe de la partie 2 et remédiation.....	20
3.2.3. Analyse des productions et débat de groupe.....	22
3.2.4. Institutionnalisation.....	28
3.2.5. Questionnaire.....	31
3.3. Discussion - Conclusion.....	33
Bibliographie.....	35

1. Introduction générale

Ce mémoire de Master 2 MEEF parcours mathématiques, traite des situations-problèmes. Il compte deux parties bien distinctes.

Une première partie se retrouve dans les deux mémoires des stagiaires : Guillaume LEBRAT et Guillaume PERMINGEAT. Elle étudie les notions utilisées dans les deux situations-problèmes qu'ils vont bâtir et définit leur problématique commune. Les niveaux de leurs classes dans lesquelles ils enseignent étant fort différents (seconde et sixième), seules les lignes directrices des situations-problèmes apparaîtront dans cette partie commune.

La seconde partie est l'étude expérimentale de la situation-problème que Guillaume LEBRAT a proposée à ses élèves d'une classe de seconde d'un lycée de Romans-sur-Isère. Elle porte sur l'étude du signe d'une expression algébrique. Les analyses à priori et à posteriori de cette situation-problème sont successivement présentées avant la conclusion de cette partie expérimentale.

2. Première partie : les situations-problèmes

2.1. Introduction

L'expression « situation-problème » peut avoir des sens différents. Il convient d'abord d'examiner la théorie de l'apprentissage qui sous-tend ce concept. Puis il faudra définir exactement ce que nous entendons par « situation-problème » pour celles que nous proposerons à nos élèves. Bien entendu, nous n'avons pas la prétention de donner un nouveau sens à la longue liste qui existe sur cette expression. Nous précisons d'ores et déjà que notre travail sera en grande partie basé sur l'ouvrage : *Problème ouvert et situation-problème*¹ ainsi que sur d'autres études qui seront mentionnées. Dans cette première partie, après avoir étudié différentes conceptions de l'apprentissage, nous donnerons les caractéristiques d'une situation-problème puis nous présenterons les lignes directrices suivies pour la construction et la gestion de celles que nous proposerons dans nos classes ; enfin, nous préciserons notre problématique commune.

2.2. Trois conceptions différentes de l'apprentissage

L'enseignement par situation-problème est issu de la théorie de l'apprentissage appelée le constructivisme. Il faut d'abord souligner le rôle majeur de l'œuvre de Piaget dans le constructivisme ; mais pour mieux comprendre cette théorie, il semble utile d'examiner succinctement deux autres théories de l'apprentissage qui s'y opposent.

Dans la conception dite de la « tête vide », l'élève est censé partir d'une situation initiale où il ne sait rien. Elle part du principe qu'un énoncé clair du professeur est nécessairement bien compris d'un auditeur. Ainsi, le professeur crée avec l'élève une situation de communication telle que ce dernier accède progressivement à la situation finale de connaissance souhaitée. On peut mettre dans cette catégorie le cours magistral. Les limites de ce mode d'apprentissage sont connues : malgré toute la clarté du discours du professeur, il y a souvent une grande différence entre le sens de ses explications et le sens que l'élève peut leur donner. De plus, la conception part du postulat que la tête de l'élève est vide au départ, ce qui n'est généralement pas le cas pour la plupart des connaissances que l'on veut faire acquérir. Souvent la vie courante lui en a donné une première idée ou elles ont été déjà abordées dans des classes précédentes et il n'est pas question d'en faire table rase. L'élève a probablement un état initial de connaissances qui peut se heurter au discours du professeur.

1 G. ARSAC, G. GERMAIN, M. MANTES *Problème ouvert et situation-problème* Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques Académie de Lyon Université Claude Bernard Lyon

Dans la conception dite des « petites marches », l'élève part d'un état initial de connaissances et est conduit par le professeur vers l'état final supérieur en effectuant une série d'étapes intermédiaires faciles. Les limites de cette conception ont été aussi analysées : l'intégralité d'une tâche à faire pour accéder à un niveau de connaissance supérieur ne peut pas se réduire à savoir effectuer un ensemble de tâches intermédiaires. Les auteurs de l'ouvrage *Problème ouvert et situation-problème*² en donnent un exemple très imagé : une personne ayant parfaitement appris à changer les vitesses, accélérer, freiner, tourner le volant ne sait pas nécessairement conduire. On peut aisément multiplier les exemples : savoir parfaitement exécuter les mouvements des bras et des jambes de la brasse ne veut pas dire que l'on sache nager ; en mathématiques, savoir calculer un discriminant, donner son signe, écrire les racines lorsqu'il est positif ou nul ne veut pas dire que l'on sache résoudre les problèmes se ramenant à une équation du deuxième degré. Par ailleurs, les auteurs remarquent que même en cas de succès, l'élève risque fort d'être désemparé lorsqu'il se trouve sans guide, livré à lui-même, pour transférer ses connaissances dans un nouveau domaine.

Les inconvénients soulignés précédemment ne se retrouvent pas dans le modèle d'apprentissage du constructivisme. On retrouve un état initial mais qui n'est pas vide, on parle plutôt d'un ancien équilibre des connaissances. En situation d'apprentissage, l'élève passe par lui-même, après une phase de déséquilibre de son ancien système de connaissances, à un nouvel équilibre supérieur. L'apprentissage ne doit pas se réduire à de la mémorisation ou à une simple juxtaposition ou encore à un conditionnement. On constate que ce modèle d'apprentissage se fonde sur plusieurs hypothèses remarquablement cohérentes qu'il convient d'explicitier.

La première hypothèse est due à Piaget ; elle se résume par la célèbre formule : « C'est en agissant que l'on apprend » que l'on retrouve dans de nombreuses études ou articles sur la didactique, par exemple, chez Robinet³ ou Giordan⁴. Il faut entendre ici agir par résoudre un problème. Cette résolution doit être l'œuvre personnelle de l'élève.

La deuxième hypothèse est aussi due aux travaux de Piaget. Robinet³ en donne la formulation suivante : « Pour lui (Piaget), la connaissance passe d'un état d'équilibre à un autre par des phases transitoires au cours desquelles les connaissances antérieures sont mises en défaut. Si ce moment de déséquilibre est surmonté, c'est qu'il y a eu une réorganisation des

2 Opus cité en note 1 page 94

3 ROBINET De l'ingénierie didactique Cahier de didactique des mathématiques numéro1 IREM Université Paris VII Page 1

4 GIORDAN L'agir et le faire. www.andregiordan.com/articles/apprendre/agirfaire.html page 1

connaissances au cours de laquelle les nouveaux acquis sont intégrés au savoir ancien ».

La troisième hypothèse est due à l'origine à Bachelard⁵. Citons-le : « Quel que soit son âge, l'esprit n'est jamais vierge, table rase ou cire sans empreinte ». Non seulement Bachelard rejette la conception de la « tête vide » au départ mais encore il insiste sur l'obstacle que constituent les représentations initiales : « Les représentations se constituent en obstacles à la connaissance scientifique ». Cette hypothèse est en parfaite cohérence avec la précédente : la phase de déséquilibre de l'état initial est nécessaire et doit être surmontée.

Enfin, la quatrième hypothèse relève du socioconstructivisme. L'hypothèse émet l'idée que les conflits entre élèves peuvent faciliter l'acquisition de connaissances. Il s'agit plus précisément de conflits sociocognitifs, car ils concernent la connaissance, et il y a dans tout conflit une composante sociale. Le travail en groupe d'élèves semble approprié pour favoriser ce type de conflit.

Tel est le cadre général du constructivisme, à savoir la théorie de l'apprentissage dans lequel se situent les situations-problèmes, quel que soit le sens donné à cette expression dans les différentes études. Il importe maintenant de caractériser plus précisément le sens que nous adopterons afin de pouvoir construire les situations-problèmes que nous proposerons à nos élèves.

2.3. Caractéristiques d'une situation-problème

Dans l'ouvrage *Problème ouvert et situation-problème*⁶, les auteurs relèvent cinq caractéristiques pour les situations qu'ils appellent situations-problèmes. Suivons leur cheminement.

Une première caractéristique est la possibilité pour l'élève de s'engager dans la résolution du problème. En effet, si l'élève se heurte d'emblée à un mur qu'il estime infranchissable, aucun processus ne sera enclenché vers un nouvel équilibre supérieur de ses connaissances. Il restera sur ses anciennes connaissances, passif, sans s'apercevoir qu'elles sont insuffisantes.

La deuxième caractéristique écarte la situation contraire. Elle précise que les connaissances de l'élève ne doivent pas lui permettre de résoudre immédiatement le problème. En effet, s'il en était ainsi, l'élève resterait aussi, mais pour d'autres raisons, sur ses anciennes connaissances. Là encore, aucun processus vers un équilibre supérieur de ses connaissances ne pourrait être enclenché.

5 BACHELARD, La formation de l'esprit scientifique. Ed Vrin

6 Opus cité en note 1 page 99

La troisième caractéristique est énoncée ainsi dans l'ouvrage cité ci-dessus⁷ : « La situation-problème doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou pas ». L'élève doit prendre conscience que ses connaissances sont insuffisantes, mais il ne fera évoluer cet ancien équilibre de connaissances que s'il est certain que la solution trouvée convient.

La quatrième caractéristique porte sur l'adaptation nécessaire entre la connaissance que l'on désire faire acquérir à l'élève et la résolution du problème par celui-ci. En effet, si l'élève résout le problème par une solution étrangère à la connaissance visée, il ne fera pas évoluer son ancien équilibre de connaissance : la situation-problème est mal choisie. Il est donc essentiel dans l'analyse a priori du problème posé de s'interroger sur les démarches possibles des élèves dans sa résolution.

La cinquième caractéristique porte sur la formulation du problème dans plusieurs registres de connaissances : graphique, géométrique, etc. Cette dernière caractéristique sera nuancée dans nos situations-problèmes car la multiplicité des registres de formulation est difficilement applicable pour nos élèves de sixième et de seconde.

Telles sont les caractéristiques qui nous permettront de construire les situations-problèmes que nous proposerons à nos élèves. Il importe maintenant de donner les lignes directrices de la construction de nos situations-problèmes et de connaître la gestion de la classe lorsque nous les présenterons.

2.4. Comment construire nos situations-problèmes? Comment gérer la classe ?

Les niveaux de nos classes : sixième et seconde sont très différents et les sujets de nos situations-problèmes le sont aussi. En conséquence, leurs constructions ne peuvent être rigoureusement les mêmes ; elles ne seront données d'une façon précise que dans l'analyse a priori de chacune d'entre elles. Néanmoins, les lignes directrices de ces constructions suivront les points suivants.

- Plusieurs questions sur un même thème seront proposées à chaque élève d'une classe. Il doit se les approprier et entrer dans la problématique.
- Les premières questions doivent permettre un démarrage pour tous les élèves. Les suivantes seront de plus en plus ouvertes. L'ensemble des questions ne doit pas pouvoir être résolu immédiatement par l'élève. Leur résolution n'est possible qu'après

⁷ Opus cité en note 1 page 99

un travail personnel de recherche de l'élève, seul ou en groupe. La conjonction de coordination *ou* est prise ici dans son sens inclusif. L'élève doit avoir, aussi souvent que possible, des moyens de contrôler ses résultats.

- La résolution de l'ensemble des activités conduit l'élève à se forger un niveau de connaissance supérieur à son ancien niveau sur le thème choisi.

Le point initial appelle un premier commentaire sur la dévolution. Une définition en a été donnée par Brousseau⁸ : « Processus par lequel l'enseignant parvient dans une situation didactique à placer l'élève comme simple actant dans une situation a-didactique (à modèle non didactique). Il cherche par là à ce que l'action de l'élève ne soit produite et justifiée que par les nécessités du milieu et par ses connaissances, et non par l'interprétation des procédés didactiques du professeur. La dévolution consiste pour l'enseignant, non seulement, à proposer à l'élève une situation qui doit susciter chez lui une activité non convenue, mais aussi à faire en sorte qu'il se sente responsable de l'obtention du résultat proposé, et qu'il accepte l'idée que la solution ne dépend que de l'exercice des connaissances qu'il possède déjà ». Ainsi dans le processus de dévolution, le professeur doit faire en sorte que l'élève assume sa responsabilité dans l'apprentissage.

On comprend le désarroi de l'élève qui se retrouve seul responsable alors que le plus souvent, il a été guidé dans ses actes de connaissances : non seulement chez lui, dans les actes les plus élémentaires de la vie courante par ses parents ou une personne familière mais aussi, souvent à l'école par le « maître ou la maîtresse », lorsque leur conception de l'apprentissage se prête à une telle aide. Pourtant, l'élève doit s'appropriier les problèmes que posent les activités et se rendre compte que ses connaissances antérieures ne suffisent pas pour les résoudre dans leur ensemble. Si cette appropriation est faite, l'élève pourra dépasser la phase de déséquilibre et accéder, en cas de succès, à un nouvel équilibre de ses connaissances. On constate que le processus de dévolution est particulièrement délicat à enclencher : il se heurte à de nombreuses difficultés. Les situations-problèmes proposées devront accorder la plus grande attention à ce premier point : il importera de trouver des facteurs qui permettent de favoriser l'enclenchement du processus de dévolution.

Le deuxième point précise les qualités des activités à résoudre dans le cadre de la situation-problème proposée. Les problèmes liés aux premières activités doivent être accessibles à tous les élèves. En effet, si la résolution d'un problème semble d'emblée

8 BROUSSEAU Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques.
http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf page 5

impossible à l'élève, son processus vers une connaissance supérieure sera bloqué dès le début. Au demeurant, cette façon de faire, favorise le démarrage du processus de dévolution, surtout si l'élève a la possibilité de contrôler ses résultats comme le précise ce deuxième point. En revanche, il ne faut pas que tous les problèmes liés à l'ensemble des activités puissent être résolus facilement par l'élève ; dans le cas contraire, il ne remettrait pas en question son ancien système de connaissances. Cette résolution doit se faire par un travail personnel de recherche de l'élève, qu'il se trouve seul ou en groupe. Chaque mode de travail présente un avantage. Pour profiter de ces deux modes, nous prévoyons de présenter aux élèves une situation-problème en deux parties. Dans la première partie, le travail sera individuel et portera sur des activités relativement simples, la première étant facilement accessible à tous les élèves. Puis dans la seconde partie, les élèves seront répartis en petits groupes. Une mise en commun sur leurs résultats sera établie. Dans un second temps, un problème plus difficile traité en groupe sur le même thème sera proposé. Il s'agit d'évaluer chaque fois les bénéfices des conflits sociocognitifs évoqués dans la quatrième hypothèse du socioconstructivisme. Bien évidemment dans un enseignement par groupes d'élèves, leur composition est essentielle : groupes par affinité, groupes hétérogènes ou groupes de niveau. Chaque composition peut présenter des avantages et des inconvénients. Les résultats obtenus peuvent être fort différents. Nous traiterons cette difficile question de la composition des groupes dans nos analyses a priori respectives de nos deux situations-problèmes.

Le troisième point évoque l'équilibre supérieur de connaissances que l'élève doit atteindre par lui-même grâce à la qualité des questions posées. Elles doivent favoriser la critique de son ancien système de connaissances et la formulation de conjectures à vérifier sur le nouveau. Cet équilibre de connaissances doit être en parfaite adéquation avec le programme de la classe et dépasser le niveau des classes antérieures lorsque les notions traitées ont déjà été étudiées.

Après avoir examiné les différents points que nous respecterons lors de l'élaboration de nos situations-problèmes, il faut aborder la question de la gestion de la classe durant leur déroulement. Plusieurs phases peuvent être distinguées durant cette gestion.

Une phase d'action. Durant cette phase, l'élève rassemble et organise ses connaissances en vue de la résolution des questions posées. C'est la phase essentielle de recherche.

Une phase de formulation. Chercher et trouver une résolution pour un problème n'est évidemment pas suffisant, il faut pouvoir la communiquer. Dans cette phase, l'élève ou le groupe explicite sa résolution du problème. Cette explicitation se fera par écrit dans nos situations-problèmes.

Une phase de validation. L'élève ou le groupe prouve la validité de sa solution.

Durant ces trois premières phases, le rôle du professeur, immense dans la préparation, devient très réduit puisque c'est l'élève qui a la responsabilité du travail. Si des questions lui sont posées sur la validité d'une solution, il doit indiquer que les réponses seront données à la mise en commun ultérieure et l'inciter à une nouvelle vérification éventuellement d'une autre façon. Le rôle du professeur sera plus prononcé dans la phase suivante.

La phase d'institutionnalisation. L'institutionnalisation peut se définir de la façon suivante : « L'institutionnalisation est le processus par lequel va s'opérer le changement de statut de certaines connaissances pour en faire des savoirs qu'on pourra ensuite exiger dans les évaluations »⁹. Parmi les connaissances acquises, certaines méritent d'être retenues : il faut les préciser, les généraliser, les formuler et leur donner un statut officiel en les reliant à des savoirs inscrits au programme. La confrontation des résultats des différents groupes de travail semble être une manière intéressante de procéder. Une synthèse effectuée par les représentants des groupes et le professeur, permettra d'atteindre les objectifs de l'institutionnalisation.

Une dernière phase comporte des exercices et une évaluation. Cette phase consiste à familiariser les élèves avec les nouveaux acquis qu'ils se sont construits. Cette phase sera l'objet de séances ultérieures.

Telles sont les lignes directrices que chacun d'entre nous suivra dans la construction de sa propre situation-problème. L'analyse a priori de chacune d'entre elles donnera de façon précise le détail de chaque construction. Il faut maintenant définir notre problématique commune.

2.5. Problématique

Notre problématique sera strictement restreinte aux deux situations-problèmes que nous aurons expérimentées dans nos classes respectives. Plus précisément, elle sera la suivante : Quel éclairage pédagogique l'expérimentation d'une situation-problème peut-elle apporter dans l'apprentissage d'un thème mathématique ?

9 PERRIN GLORIAN Que nous apprennent les élèves en difficultés en mathématiques ? Repères Irem N° 29 Octobre 1997 page 54

3. Seconde partie : étude expérimentale

3.1. Analyse à priori du problème du signe du résultat

3.1.1. Le problème du signe du résultat

- Description et mise en place

Le bulletin officiel n°30 du 23 juillet 2009 précise l'importance de « former les élèves à la démarche scientifique ». En particulier de « s'engager dans une démarche de recherche », de « conduire un raisonnement, une démonstration » et de « faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ». Nous verrons plus loin en quoi la situation-problème présentée ci-dessous développe ces aptitudes.

L'exercice proposé en classe de seconde s'inscrit dans le chapitre « Étude de signes, factorisations ». Il est donné lors des premières séances de la séquence, il est notamment issu des travaux de recherches de Mme Gandit¹⁰ (1997).

Le problème du signe du résultat s'énonce ainsi :

Étant donné un nombre, on l'élève au carré, on retranche deux et on multiplie cette différence par le nombre de départ.

Partie 1

- A) *Est-il possible de trouver un résultat nul ?*
- B) *Est-il possible de trouver un résultat strictement positif ?*
- C) *Est-il possible de trouver un résultat strictement négatif ?*

Partie 2

- A) *Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat nul ?*
- B) *Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement positif ?*
- C) *Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement négatif ?*

Les questions de la partie 1 sont traitées et projetées au tableau graduellement pour favoriser le débat scientifique autour d'une seule d'entre elles et ainsi, pour donner un cadre aux échanges en limitant la surcharge cognitive. De plus, les élèves peuvent ne pas se douter qu'il

¹⁰ GANDIT, CHUZELLE, DEMONGEOT, MOUCHE, (1997) Module en seconde, Tome 2. Grenoble : IREM de Grenoble

arrive qu'une fonction change de signe : afficher les trois questions influencerait certainement leurs réponses. Les élèves travaillent sans calculatrice. Pour résoudre ces questions ils disposent d'abord d'un moment de réflexion individuel puis un débat collectif permet à la classe de discuter des différentes réponses et de conclure qu'il est suffisant de trouver un exemple pour répondre à chacune.

Les questions de la seconde partie sont ensuite distribuées. En ce qui concerne leur traitement, les élèves sont répartis dans des groupes hétérogènes de quatre. Nous expliquerons pourquoi et comment dans la partie « Pourquoi choisir d'aborder le problème du signe du résultat avec un travail de groupe ? ». La tâche pour eux est de répondre aux questions et d'expliquer la démarche qui leur a permis d'obtenir ces résultats. Lors de la séance suivante, un temps d'institutionnalisation basé sur les productions d'élèves est prévu.

Avant de résoudre la première partie, les élèves disposent d'un court temps de réflexion pour écrire la phrase de l'énoncé avec un langage mathématique. Une correction ponctue ce moment de sorte que les élèves n'entrent pas dans l'activité avec une erreur. En effet, bien que celle-ci fasse partie des apprentissages, nous faisons le choix de vérifier la transcription du langage naturel au langage mathématique dès le début de la séance, et donc de limiter les déviations pour la raison suivante : nous préférons centrer les différents débats créés autour du problème du signe du résultat sur le signe d'une fonction d'un produit de deux facteurs. Globalement, les questions nous paraissent difficiles et nous ne souhaitons pas insérer des incompréhensions entre les élèves à cause d'une mauvaise traduction de l'énoncé. De plus, la construction de la réponse est initiée par des élèves, ce qui peut permettre à chacun d'être plus apte à comprendre son éventuelle erreur et à s'engager dans la suite du travail.

- Dans les programmes

Ce problème permet d'amener les élèves à atteindre les objectifs suivants « en termes de capacités » (Bulletin Officiel n°30 du 23 juillet 2009, MEN) :

- Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème ;
- Résoudre une inéquation à partir de l'étude du signe d'une expression produit ou quotient de facteurs du premier degré ;
- Utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel.

Les situations-problèmes font entrer les élèves dans une démarche de recherche. Elles sont

importantes en mathématiques, car elles permettent à l'élève d'approcher par lui-même un nouveau savoir avant qu'il ne soit institutionnalisé.

- En quoi « le problème du signe du résultat » est une situation-problème ?

Pour résoudre le problème du signe du résultat, les élèves vont passer par différentes étapes. Celles-ci ne sont pas strictement chronologiques ; elles sont jalonnées d'essais infructueux et donc d'allers-retours qui permettent de dynamiser le processus d'apprentissage et la construction des connaissances. Ce sont ces étapes qui vont constituer, dans leur ensemble la situation-problème.

Les apprenants vont commencer par chercher les solutions aux questions proposées, c'est un temps d'engagement dans l'activité. Celui-ci peut être d'une efficacité optimale si les élèves utilisent des connaissances acquises, pour ce qui est du début du problème. En effet, si peu d'obstacles sont présents, il est probable que les élèves aient la curiosité et le désir d'essayer de résoudre les questions suivantes.

Vient le temps où les connaissances des élèves deviennent insuffisantes. Ils sont alors dans un état de déséquilibre concernant leurs connaissances initiales et c'est ici qu'ils sont censés développer de nouvelles stratégies pour arriver à un nouvel état d'équilibre, plus riche.

Finalement, dans ce problème, l'introduction d'un nouvel outil doit paraître nécessaire aux apprenants. L'enseignant, dans la continuité des travaux des élèves, interviendrait alors pour introduire le tableau de signes. Il faut ainsi que ce dernier outil soit le plus adapté et donc, réfléchir aux différentes procédures de résolution. Nous détaillerons celles-ci dans la partie « Les différentes résolutions et les difficultés possibles ».

3.1.2. Pourquoi choisir d'aborder le problème du signe du résultat avec un travail de groupe ?

- Rappels théoriques

Comme développé dans la partie I, différentes théories de l'apprentissage existent, nous avons notamment choisi de mettre en œuvre en classe celle qui correspond au constructivisme.

Le professeur et chercheur en psychologie, Roux¹¹ précise que de nombreuses recherches soulignent l'importance des interactions sociales dans les acquisitions scolaires, qu'elles soient symétriques ou asymétriques. C'est-à-dire que le fait d'avoir deux sujets en interaction qui ont le même statut – comme des élèves de même niveau – est essentiel pour construire des

11 ROUX. Le travail en groupe à l'école. Repéré à <http://www.cahiers-pedagogiques.com/IMG/pdf/Roux-2.pdf>.

connaissances et des compétences. Il en est de même lorsque les sujets n'ont pas le même statut c'est le cas lors de discussions entre un élève et un professeur ou un élève et un autre élève, expert dans le domaine travaillé. Demander aux élèves de résoudre une même tâche en collaborant avec leurs camarades sur un projet (ici la résolution du problème du signe du résultat) donne de la place à l'instauration de réponses divergentes et ainsi à des déséquilibres concernant leurs connaissances. Ceux-là, à la fois entre les partenaires du groupe et chez chacun de ses membres qui sont invités, par les différents débats à remettre en cause leurs propres pensées. Ce type de confrontation va permettre aux élèves d'acquérir de nouvelles connaissances.

C'est d'ailleurs en citant les travaux de Carugati & Mugny¹² (1985, p 59) que Roux écrit que « Grâce aux recherches conduites depuis plus de trente ans maintenant, on peut « considérer l'interaction sociale et conflictuelle comme structurante et génératrice de nouvelles connaissances » ».

Aussi, Muller¹³ (2004) évoque les travaux d'un collège de Paris, concernant les bénéfices du travail en équipe pour les élèves. Nous pouvons surtout retenir que d'après cette étude, ce type de travail permet « un investissement plus important de chacun des élèves », « un développement de l'autonomie de l'élève », « une meilleure écoute dans une atmosphère plus agréable et plus propice au travail » (2004, pp. 99-100).

Ces éléments nous confortent dans l'idée que le travail en groupe peut être intéressant et bénéfique tant pour les élèves que pour l'enseignant. Il permet en effet à l'enseignant d'avoir une posture différente : grâce à un travail en amont, le professeur peut superviser les débats avec un nouveau regard. Il peut prévoir les éventuels questionnements ou blocages des élèves et donc anticiper les aides à distiller.

Pourtant, cette modalité de travail peut avoir des limites matérielles (temps, configuration) et didactiques (les élèves n'échangeront pas d'une manière idéale, n'étant pas entraînés à cela). Ainsi, ce n'est pas évident à organiser et superviser pour l'enseignant. Nous reviendrons sur ce point dans l'analyse de séance menée dans la classe de seconde.

- Pratiquement, quels sont les intérêts pour les élèves ?

Pourquoi proposer un travail de groupe pour ce type d'exercice ?

12 CARUGATI & MUGNY (1985). La théorie du conflit sociocognitif. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie sociale du développement cognitif* (pp. 57-70). Berne : Peter Lang.

13 MULLER (2004). Travailler en équipe. In F. Muller (Ed.) *Manuel de survie à l'usage de l'enseignant* (pp.91-112). Paris : L'étudiant.

Comme nous l'avons dit précédemment, les premières questions sont traitées individuellement puis un débat collectif les ponctuent. Ce débat, bien que le groupe classe représente un grand effectif, peut faire émerger des points de vue argumentés différents et donc des discussions constructives quant aux réponses et à leurs justifications. À ce stade, nous supposons que tous les élèves sont engagés dans l'activité. Ainsi, pour ne pas perdre cette dynamique, les questions suivantes, plus difficiles à traiter pour des élèves de seconde, sont abordées en groupe de quatre élèves. Ces îlots de travail sont composés d'apprenants dont les niveaux en mathématiques sont disparates (un élève expert, un élève plus faible et deux élèves de niveau moyen). Ce choix est motivé par l'objectif d'engager tous les élèves dans le travail. En effet, les groupes hétérogènes permettent aux élèves plus faibles de bénéficier de l'étayage -dans le meilleur des cas évidemment- d'un autre élève et donc de ne pas se désengager de la tâche mais au contraire d'avoir des précisions sur les buts à atteindre et aussi, un modèle de démarche à suivre pour résoudre le problème en question. L'intérêt du travail en groupe pour les élèves moyens réside dans l'idée décrite précédemment : les déséquilibres cognitifs. En effet, les débats qui sont censés émerger au sein du groupe doivent permettre aux apprenants de justifier leur point de vue et il est possible que des élèves se rendent compte que leur explication n'est, peut-être pas si cohérente que ce qu'ils le pensent. *Cette modalité de travail devrait permettre à tous les élèves d'enclencher le processus de dévolution.* Aussi, le travail de groupe est ici intéressant puisque l'outil que nous voulons faire approcher aux élèves leur est inconnu. En effet, le fait de réfléchir à plusieurs sur une même tâche peut, en plus de motiver les élèves, leur permettre d'enrichir leurs trouvailles ou bien de se répartir le travail. Un élève peut par exemple demander à un de ses camarades en manque d'idée de vérifier si la solution qu'il a trouvée est cohérente et ainsi, par cela, l'impliquer davantage dans la recherche. En fait, en mettant les élèves en groupes, nous constituons des petites équipes de chercheurs, dans lesquelles chacun peut avoir un rôle et peut se sentir impliqué. Nous sommes conscients que ces débats sont réalisables dans une classe qui en a l'habitude. Mais nous souhaitons tout de même mettre cette modalité de travail en place, puisqu'il faut commencer un jour.

3.1.3. Les différentes résolutions et les difficultés possibles

La solution à la question 1. A) est validée en citant une des valeurs suivantes : 0 , $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Pour y parvenir, les élèves peuvent tester des valeurs « instinctives ». Certains d'entre eux

risquent d'utiliser la propriété vue au collège et largement réutilisée cette année de seconde : « Un produit de deux facteurs est nul, si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. ». User de cette dernière est un peu précocce, puisqu'elle est attendue pour répondre à la question 2. A). Néanmoins, l'utilisation de cette propriété pour exhiber une valeur donne une réponse correcte. Il serait intéressant de rebondir là-dessus pour montrer aux élèves que la question posée nécessite seulement un exemple pour affirmer qu'il est possible que l'équation s'annule. Et qu'ainsi, ils comprennent qu'en mathématiques il n'est pas nécessaire d'aller au-delà de ce que demande la question mais juste de répondre par ce qu'il faut et que leur temps de recherche peut être optimisé (en devoir surveillé par exemple). Il faut que l'élève prenne conscience qu'il faut argumenter par la logique mathématique au lieu d'user de la logique scolaire.

De même, nous résolvons la question 1. B) en donnant un nombre qui renvoie par la fonction f définie par $f(x) = x \times (x^2 - 2)$ une valeur strictement positive. Tous les nombres compris dans l'ensemble des solutions $I =] -\sqrt{2}; 0 [\cup] \sqrt{2}; +\infty [$ conviennent.

Les élèves peuvent utiliser la méthode « essai-erreur ». La calculatrice étant écartée, ils sont limités à ce mode de recherche. Ils peuvent toutefois réinvestir les résultats-erreurs obtenus précédemment pour répondre directement. Notons que même si la calculatrice est interdite, les élèves peuvent faire des essais par la simplicité des calculs. Ainsi, le processus de dévolution peut s'enclencher. Les élèves les plus faibles peuvent également, grâce au débat collectif mis en place à l'issue de la question 1. A), s'engager dans l'activité, au moins par mimétisme.

Les analyses sont identiques pour la question 1. C). L'ensemble des solutions est :

$J =] -\infty; -\sqrt{2} [\cup] 0; \sqrt{2} [$. À l'issue de cette partie, les élèves auront perçu qu'une fonction change de signe.

La première question de la partie 2 est résolue grâce à la propriété citée précédemment. Elle permet aux groupes de trouver l'ensemble des solutions. Cette question est plus difficile, mais les élèves ne sont pas sans repères pour la traiter. Elle doit donc permettre à l'ensemble du groupe de poursuivre le travail enclenché lors de la partie 1. Autrement dit, aucun élève ne devrait s'en remettre à un autre. Le processus de dévolution est donc poursuivi dans cette phase de travail en groupe.

Une seconde possibilité, provoquée par l'autorisation de la calculatrice est la suivante : les élèves tracent la courbe représentative de la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$f(x) = x \times (x^2 - 2)$. À partir de leurs observations graphiques, ils peuvent donner les valeurs pour lesquelles la courbe coupe l'axe des abscisses. Il est logique qu'ils trouvent 0, mais aussi et seulement des valeurs approchées de $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$. En effet, ces nombres sont irrationnels et la calculatrice ne permet pas d'afficher leur valeur exacte dans les tables. Cette démarche risque de cacher les lacunes de certains élèves qui regarderaient l'abscisse du point d'intersection entre la courbe et l'axe des ordonnées : leur réponse serait 0, qui est valable ici. Néanmoins, elle serait mise en défaut par le fait qu'il existe trois solutions et non une seule. Il est intéressant de remarquer que si l'élève ajuste la fenêtre sur $[-1 ; 1]$ en abscisses, par exemple, il peut persister dans son erreur. Le groupe est là notamment pour pallier ce type d'erreur (par une fenêtre différente d'un autre élève qui infirmerait ce que le premier a trouvé ou par un retour à la question 1. A) lorsque $\sqrt{2}$ avait été citée). Il faudrait profiter de ces différentes fenêtres pour inciter les élèves à discuter autour de la question : existe-t-il une quatrième solution si nous réduisons la fenêtre ? L'enseignant pourrait éventuellement, en clôture de cette confrontation, insister sur le fait que la méthode graphique n'est pas correcte pour donner l'ensemble des solutions. Il est donc intéressant de montrer aux élèves la limite de la calculatrice en terme de précision et de leur faire percevoir que cet outil ne permet pas de faire de démonstration dans cette situation.

La question suivante est considérée comme l'obstacle que les élèves vont rencontrer sur leur chemin. Cette difficulté a pour but de montrer à l'élève les limites de ses connaissances actuelles pour résoudre en bonne et due forme la question.

Nous développerons d'abord une résolution mathématique de cette interrogation 2. B) puis nous aborderons les résolutions possibles d'élèves.

- Une résolution mathématique : les systèmes

Cette expression est strictement positive *si et seulement si*

($x > 0$ et $x^2 - 2 > 0$) ou ($x < 0$ et $x^2 - 2 < 0$). (*)

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x^2 - 2 > 0 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ x^2 - 2 < 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x^2 > 2 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ x^2 < 2 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x > \sqrt{2} \text{ ou } x < -\sqrt{2} \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ x > -\sqrt{2} \text{ et } x < \sqrt{2} \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow x > \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad -\sqrt{2} < x < 0 \quad (4)$$

L'ensemble des solutions est donné sous la forme d'une réunion d'intervalles :

$$I =] -\sqrt{2}; 0 [\cup] \sqrt{2}; +\infty [$$

Les élèves passent de (2) à (3) par lecture graphique. La fonction carré a déjà été étudiée graphiquement.

- Les résolutions possibles d'élèves

Ici, en prenant en compte tout ce que les élèves connaissent, la stratégie calculatoire visant à résoudre un ensemble de systèmes que nous venons de décrire dans le paragraphe précédent est envisageable. Il est possible que quelques groupes arrivent à (*), ou à une partie de (*) en remarquant que lorsque les deux facteurs de la fonction sont strictement positifs, l'expression est strictement positive.

Cependant cette méthode est difficile à cause de la multiplicité et de la complexité des calculs ainsi que du vocabulaire mathématique (ou, et, strictement inférieur).

À partir des recherches sur le graphique, les élèves peuvent aussi calculer l'image d'un réel compris entre les racines trouvées dans la question précédente et observer son signe. Puis prendre un réel à l'extérieur de l'intervalle borné par les racines et observer de la même façon son signe. Ils risquent alors de conclure hâtivement qu'entre les racines $-\sqrt{2}$ et 0 la fonction est strictement positive et qu'entre les racines 0 et $\sqrt{2}$ elle est strictement négative. En effet, il faudrait invoquer la continuité et le sens de variation de la fonction (au sens large de la continuité d'un polynôme) sur le domaine de définition \mathbb{R} . Malheureusement cette bonne idée ne serait validée mathématiquement qu'en classe de terminale puisque la notion de continuité est abordée seulement à ce moment-là. Cette résolution est intéressante et si un élève justifie maladroitement sa réponse en disant que « la fonction ne s'arrête pas », il faudrait appuyer son idée en lui répondant qu'il a raison mais qu'il ne dispose pas encore des outils mathématiques pour l'affirmer.

En ce qui concerne la question 2. C), il est possible de raisonner d'une manière similaire à la

question précédente. Les élèves les plus ingénieux pourraient s'économiser ces fastidieux calculs en procédant de la sorte : cette fonction est définie sur \mathbb{R} . Elle est soit strictement positive, soit nulle, soit strictement négative. Ayant déjà traité les deux premières possibilités, il suffit de prendre l'ensemble complémentaire de la réunion des solutions des deux autres.

Ainsi sur la base des travaux de recherches des élèves, la résolution par les systèmes serait effectuée. Devant la lourdeur de celle-ci, l'outil « tableau de signes » serait institutionnalisé non comme un élément technique dépourvu de sens mais comme une nécessité permettant d'étudier le signe d'une fonction. Le passage par le tableau de signes, permet aussi d'optimiser le temps de résolution ainsi que de limiter les erreurs de calculs et de raisonnements grâce à une grande lisibilité. Notons également que les élèves devraient percevoir que leurs recherches n'ont pas abouti et donc que l'outil proposé est le chemin à prendre puisqu'il mène à la solution dans ce cas précis. Il faudra veiller à ce que les élèves comprennent qu'étudier le signe d'une expression ne passe pas toujours par l'élaboration d'un tableau de signes : une réflexion sur l'expression est primordiale pour décider d'enclencher ce cheminement ou d'en utiliser un autre qui aboutirait.

3.1.4. L'institutionnalisation

La phase d'institutionnalisation est importante puisque c'est pendant son déroulement que les savoirs sont explicités. Afin de tirer parti des productions des élèves, il est important de les analyser minutieusement pour que l'enseignant en sélectionne quelques-unes intéressantes et les intègre au cours. J'ai donc cherché à inclure certains de leurs travaux lors de la période de l'institutionnalisation. L'objectif principal est de montrer aux élèves qu'ils ne peuvent pas arriver à la solution avec les connaissances qu'ils ont et ainsi, introduire à juste titre l'outil tableau de signes. L'objectif secondaire est de révéler à l'élève l'importance de sa part de réflexion dans n'importe quelle situation problème, afin d'arriver à une preuve correcte et économique. Autrement dit, il faut qu'il parvienne à avoir du recul sur ce qu'il est en train d'accomplir. Le chapitre débutera donc par le plan que voici :

I. Études de signes d'une expression produit

1. Différentes approches
2. Une résolution lourde
3. Le tableau de signes

Les effets escomptés sont les suivants :

- Les élèves verront les tentatives de chacun, ainsi que leurs éventuels aboutissements. Ils s'identifieront à l'un des cas traités dans I. 1. et comprendront que leurs connaissances sont insuffisantes pour répondre à cette question. Leur attention sera, dans le meilleur des cas, décuplée pour découvrir la manière de procéder.
- Résoudre les inéquations de la partie 2 à l'aide des systèmes est lourd, ainsi les élèves saisiront mieux l'outil tableau de signes qui permet à la fois de répondre correctement à la question tout en limitant le risque d'erreur.

3.1.5. Questionnaire

Un questionnaire portant sur l'intérêt du tableau de signes clôt la séquence. Celui-ci, intitulé « Tableau ou pas tableau » met les élèves devant un dilemme : faut-il utiliser impérativement un tableau de signes ou pouvons-nous nous en passer ? Leurs réponses aux 5 questions nous donneront un indicateur permettant de savoir si les élèves ont saisi l'intérêt d'un tableau de signes. En effet, un élève qui répondra correctement à au moins 4 questions montrera alors que l'outil tableau de signes a été intégré.

Ce questionnaire mesure donc la compréhension des élèves quant à l'utilisation opportune d'un tableau de signes pour répondre à une question.

Lors de la résolution de la situation-problème les élèves ont appris à réfléchir à propos du signe d'une expression et à développer leur sens critique concernant une démarche proposée. Ils ont pu prendre du recul et ainsi ne pas appliquer mécaniquement une technique.

3.2. Analyse a posteriori du problème du signe du résultat

Il convient de préciser que cette classe n'a pas été entraînée ni confrontée au débat scientifique. Certes, deux ou trois fois les élèves eurent à travailler en groupe sur des tâches complexes pour rendre un rapport mais celui-ci se rapprochait plus d'une narration de recherche que d'un véritable compte-rendu des différentes démarches au sein du groupe. Bien souvent les apprenants ne retenaient qu'une seule solution, celle qui avait finalement été sélectionnée par chacun de ses membres. Ainsi, les élèves n'ont pas été préparés à affronter une telle situation qui valorise le développement des pistes de chacun. Un leader se dégageait et prenait la majorité des décisions, suivi par les autres élèves du groupe. Je suis donc intervenu dans chaque groupe pour encourager les élèves à développer les idées de chacun, relancer le débat au sujet d'une méthode écartée à juste titre ou non, confronter les points de vue de chaque membre du groupe. Cela, pour que les élèves se positionnent et observent que

c'est la richesse de ce que chacun apporte qui peut créer des réflexions et des réponses enrichissantes pour le groupe. Enfin, notons aussi que ce fut pour moi la première fois que j'organisais un débat scientifique au sein de mes classes. Tous ces facteurs ont altéré le déroulement prévu. Ils nuanceront donc les résultats tirés de cette situation-problème.

3.2.1. Débat collectif de la partie 1

Nous allons maintenant analyser le débat collectif de la partie 1. Nous conserverons un avis réservé sur ce paragraphe puisqu'il dépend seulement de mes souvenirs. Au préalable, notons tout de même qu'aucune difficulté n'a été rencontrée par les élèves pour traduire l'énoncé en langage mathématique.

À la question A, ils ont cherché à donner toutes les solutions qui rendaient l'expression nulle. « 0 » et « $\sqrt{2}$ » ont été immédiats. Il a fallu quelques secondes de plus avant qu'un élève indique : « $-\sqrt{2}$ ». Cette solution n'a pas convenu à tout le monde dans un premier temps. Un élève fit remarquer que cela équivalait à résoudre l'équation $x^2=2$. À l'aide d'une représentation graphique de la fonction carré faite au tableau par cet élève, tout le monde a été convaincu de la validité de cette réponse. Puis, la question suivante : « y a-t-il d'autres solutions ? » s'est rapidement imposée à eux sans que j'aie à intervenir. Une partie de la classe cherchait d'autres solutions tandis que certains élèves faisaient remarquer que nous les avions toutes trouvées d'après la propriété : « un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul ». J'ai alors demandé aux élèves s'il était nécessaire de citer toutes ces réponses pour répondre à la question posée.

J'ai ensuite insisté sur la formulation de la question puis formulé l'interrogation suivante : « Est-il suffisant de répondre par « oui » ou par « non » à une telle question sur une copie de mathématiques ? ». Il paraissait évident à tous qu'en répondant de la sorte, le professeur ne pouvait pas juger si la réponse avait été mise au hasard ou si elle avait été le fruit d'une réflexion. Tout le monde a alors compris l'importance de donner au moins un exemple pour justifier son « oui » afin de montrer au professeur la réflexion menée. À ce moment-là, la classe était convaincue du fait que donner une seule solution annulant l'expression était suffisant pour répondre à la question posée. Aussi, je soulignais aux élèves l'importance de bien lire la question pour comprendre précisément ce qui était attendu. En l'occurrence, qu'il fallait répondre aux attentes ni partiellement, ni avec du surplus mais pleinement.

Pour la question B, les solutions « 2 » et « 3 » ont été données. Un élève dit alors : « En fait, tous les nombres au-dessus de 2 donnent un résultat strictement positif ». Son camarade donna

la même solution sous forme d'intervalle : $] 2; +\infty [$. Un autre compléta cette idée en affirmant que l'intervalle commençait à $\sqrt{2}$ et ce dernier fut alors modifié. Cette proposition a été mise en défaut lorsqu'un élève annonça que « -1 » donnait aussi un résultat strictement positif. La plupart furent étonnés de cette réponse mais après vérification, les élèves s'aperçurent de la véracité de la proposition. Cette intervention convainquit tout le monde que l'ensemble des solutions devait être étendu. Un dernier élève proposa :

$] -\infty; -\sqrt{2} [\cup] \sqrt{2}; +\infty [$ puis j'ai stoppé les débats. Je renvoyai les élèves à la question précédente en leur demandant si tous nos efforts étaient utiles pour satisfaire à la question. Ils réalisèrent à nouveau que nous allions au-delà des attentes de la question, et que nous pouvions nous arrêter dès la découverte de la solution « 2 ».

Les élèves tirèrent un bénéfice de cette situation, eux qui sont habitués à s'élancer dans les calculs sans réellement réfléchir face à une équation ou une inéquation.

Le travail opéré jusqu'alors par le débat collectif porta ses fruits lors de la question C : tous acquiescèrent lorsqu'un élève donna « 1 » comme exemple pour que l'expression soit strictement négative.

3.2.2. Description du travail en groupe de la partie 2 et remédiation

La seconde partie fut un échec en terme d'efficacité du travail de groupe. Sur cette section où les groupes devaient me rendre un écrit reflétant leur réflexion, les résultats furent très pauvres. 4 groupes sur 9 ne répondirent pas à la question A, pourtant évoquée devant tous lors du débat de la partie 1, question A. 2 groupes donnèrent seulement un ensemble de solutions sous la forme d'une réunion d'intervalles à la question B sans aucune justification. La question C ne fut pas traitée. Plusieurs facteurs liés à mes choix d'organisation ont contribué à ces résultats. Premièrement, je n'ai pas donné de consigne écrite de rédaction. Je l'ai simplement bien soulignée à l'oral en début de séance et répétée en passant et repassant dans les groupes. Une consigne écrite permet à l'élève de savoir constamment ce qui est attendu de lui et donc d'avoir une ligne de conduite claire. Ensuite, j'ai fait l'erreur de demander une feuille de rédaction par groupe. Beaucoup d'élèves ont compté sur leurs camarades pour écrire les réponses du groupe, peu d'entre eux ont véritablement pris la responsabilité d'être le secrétaire et la production en a été très affectée. J'aurais dû demander une rédaction individuelle au sein de chaque groupe. Celle-ci aurait reflété la réflexion commune et chaque élève aurait pu traduire les fruits des échanges par ses propres mots. Je ne m'étais pas aperçu de cet aspect lors des travaux de groupes précédents, car je notais la production du groupe.

Ainsi, j'obtenais des travaux plus développés et argumentés. Le dernier point que je retiendrai est donc qu'il est intéressant de préciser aux élèves que les travaux seront certainement évalués (pas forcément au sens d'une note). À l'avenir, dans ma carrière professionnelle, je tiendrai compte de mes trois erreurs pour garantir notamment le travail de tous. C'est ce que j'ai fait en partie dès la séance suivante.

Pour pallier les manquements de la séance initialement prévue, une séance de 30 minutes a été mise en place. Cette fois, la consigne orale fut appuyée par la consigne écrite ainsi que l'annonce aux élèves du fait que leur travail serait « évalué » (Je l'entendais au sens du mémoire). Les élèves ont dû répondre individuellement, sur une feuille, aux mêmes questions que celles de la séance précédente. Seule l'écriture en langage mathématique n'était pas présente puisque j'ai modifié la fonction initiale avec une fonction plus simple ($f(x)=(x+2)\times(3-x)$) pour permettre à tous, durant ce travail individuel, de démarrer et de rédiger des preuves. Les questions de la partie 1, cette fois sur feuille, m'ont permis de mesurer les acquis du débat réalisé lors de la session antérieure.

Cette séance remédie à celle du travail en groupe dans le sens où les élèves réinvestissent ce qui a été dit durant les discussions par quatre. Les bénéfices de ces dernières à ce moment-là ne sont donc pas perdus et l'utilité du travail en groupe n'est en aucune manière remise en cause. En témoignent les productions de la partie 2 puisque 100 % des élèves donnent une réponse à la question A, 97 % à la question B et 91 % à la question C. Aussi, 24 élèves sur 35 justifient leur réponse à la question A et 18 sur 35 entament une justification de leurs réponses aux questions B et C.

3.2.3. Analyse des productions et débat de groupe

Partie 1

Voici maintenant les résultats globaux de cette partie 1 lors de la restitution individuelle sur feuille :

Résultats Partie 1



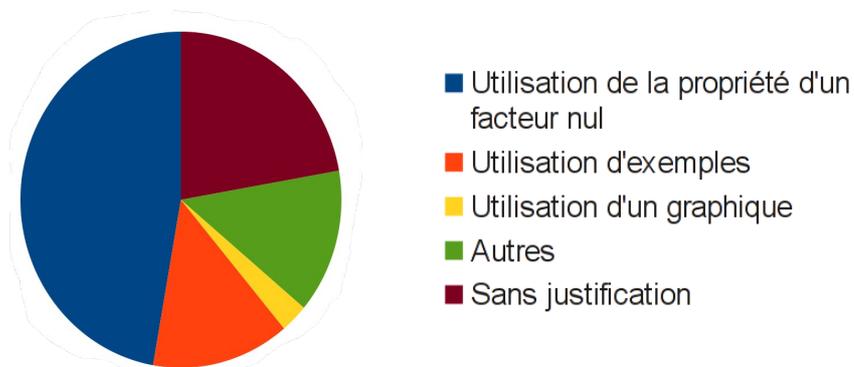
Ces résultats, en plus de la participation orale de beaucoup lors de la première séance, montrent que les élèves sont entrés dans le processus de dévolution puisqu'ils sont tous sans exception engagés dans la réflexion qu'engendre ce problème. En effet, chacun a donné son avis sur les 3 premières questions c'est-à-dire qu'ils se sont tous positionnés comme le demandait explicitement la question. Ensuite, environ 71 % d'entre eux ont justifié par l'utilisation d'un seul exemple que la fonction pouvait s'annuler. Enfin, 60 % des élèves ont parfaitement compris au travers du débat collectif l'intérêt de justifier à l'aide d'un unique exemple leurs réponses.

Nous pouvons ajouter que l'essentiel des élèves « faibles » a réussi. Cette stratégie demandait en effet de trouver des solutions sans réflexion pointue et a donc, peut-être, retenue leur attention. Certains des élèves experts (5) ont pourtant persévéré dans leurs tentatives de donner immédiatement un ensemble de solutions et cinq élèves se sont arrêtés en affirmant seulement que c'était possible. Pour terminer, quatre ont répondu correctement à la question A avant de se perdre en essayant de traiter le cas général aux questions B et C, notamment en développant l'expression. Ceux-là n'ont rien ajouté de nouveau lors de la partie 2, questions B et C.

Partie 2

Pour commencer, voyons les résultats globaux de la question A de la seconde partie.

Résultats Partie 2 Question A



Environ 50 % des élèves ont répondu correctement à la question A. Ils citent pour la plupart la propriété qui dit qu'il suffit qu'un facteur soit nul pour que l'expression entière le soit. Quelques-uns l'utilisent sans la citer en écrivant : « pour que l'expression soit nulle, il faut que $x+2=0$ ou $3-x=0$ et donc que $x=-2$ ou $x=3$ ».

Cinq autres élèves justifient encore en vérifiant que $f(-2)$ et $f(3)$ donnent bien « 0 ». En fait, ils donnent des exemples qui n'ont pas valeur de preuve ici. Ces élèves, faibles, ont généralisé la technique de la partie 1. Un des cinq spécifie qu'il s'est servi de la calculatrice pour affirmer que les solutions sont -2 et 3. Il explique ce qui lui a permis de conclure de la façon suivante : « J'ai rentré la fonction sur ma calculatrice puis j'ai fait "2nde", "graphe" pour arriver sur les "tables" ». Si sa table avait été réglée sur un pas de 1 avec un départ à 0,1 il aurait certainement conclu que l'expression ne s'annule pas, ne trouvant pas de « 0 » en valeur image. Cet aspect avait déjà été abordé lors des discussions dans les groupes, ou plusieurs se servaient des calculatrices pour proposer des solutions. Il avait été l'objet d'un débat au sein du groupe, stimulé par moi-même, dans lequel nous nous demandions si la calculatrice était suffisante pour démontrer et trouver toutes les solutions à cette question. Ce point fut, lors de la séance suivante, l'objet d'un retour en demi-groupe pour que chacun intègre que la calculatrice, dans ce cas précis, ne fait pas office de démonstration. Les valeurs approchées de $\sqrt{2}$ et de $-\sqrt{2}$ trouvées par certains groupes ont clairement montré aux élèves que la calculatrice est insuffisante pour tirer une conclusion sur les solutions qui annulent la fonction. La question de la fenêtre fut aussi abordée.

Enfin, un peu plus de 30 % des élèves maintiennent des résultats sans justifications. Il y a deux possibilités :

1. Ils ont fait le raisonnement dans leur tête, une fois de plus, ne notant que la solution. Une reprise doit être établie : le professeur ne pouvant voir s'ils ont compris ou s'ils ont copié.
2. Ils ont eux aussi utilisé la calculatrice et lu graphiquement ou à l'aide des tables les solutions, ce qui fait référence au cas précédemment traité.

Quoi qu'il en soit, il est primordial de rappeler à ces élèves que donner un résultat sans aucun commentaire en mathématiques, c'est comme réduire une argumentation de français à une courte phrase : sans intérêt ni valeur.

Poursuivons avec les résultats des questions B et C.

Au total, cinq méthodes sont évoquées dans les neuf groupes. Aussi, sept groupes abordent au moins deux pistes de réponse. Il n'est pas à exclure que les deux autres groupes aient songé eux aussi à d'autres possibilités mais nous n'avons aucune trace de cela. Nous pouvons seulement souligner que ces huit mêmes élèves utilisent l'unique stratégie utilisée dans leur groupe respectif sur leur feuille personnelle.

Les différentes méthodes sont les suivantes :

- Sept groupes utilisent une résolution graphique ;
- Deux groupes élaborent une preuve par la continuité d'une fonction polynomiale ;
- Un groupe aborde le signe des facteurs ;
- Deux groupes se restreignent à l'exhibition d'exemples ;
- Cinq groupes développent l'expression.

Nous analyserons en particulier deux groupes qui reprennent toutes les techniques essayées par l'ensemble de la classe et dont les débats ont été fructueux. Appelons-les groupe A et groupe B.

Le groupe A est composé des élèves 1-2-3-4. Lorsque je m'arrête dans le groupe, celui-ci a déjà développé l'expression à l'initiative de l'élève 2 et est à cours d'idée.

Professeur : – « Avez-vous d'autres propositions ? »

Élève 1 : – « On peut peut-être revenir à la fonction initiale et la tracer à la calculatrice pour voir où ça change de signe. »

Professeur : – « Est-ce qu'il y a une différence entre entrer dans la calculatrice la fonction développée et entrer la fonction de départ ? »

Un débat s'installe entre les élèves qui sont deux à défendre le « oui » et deux à défendre le « non ». Cette situation est intéressante, en effet, étant donné que les points de vue sont parfaitement partagés, je me demandais si la discussion allait conduire à un accord. Celui-ci

voit le jour lorsque l'élève 4 rentra les deux fonctions sur sa calculatrice graphique :

Élève 4 : – « Les tables coïncident parfaitement ! »

Professeur : – « Est-il plus intéressant d'entrer directement la fonction factorisée ou de la développer ? »

Élève 1 : – « C'est la même chose »

Élève 2 : – « On perd du temps en développant la fonction mais ça peut parfois être utile des fois »

Je les encourageais donc à poursuivre les pistes qu'ils avaient en tête dans cette activité et dans le cas général en cours de mathématiques. Toutes sont bonnes et méritent d'être exploitées, qu'elles aboutissent ou non. Je repassai plus tard. Ils avaient désormais donné l'ensemble de solutions au regard des calculatrices, traitant alors les questions A, B et C d'un même coup :

Partie 2 $x > 3$

A. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat nul ?

A l'aide d'une calculatrice graphique se sont les nombres : 3, -2

$S = \{3, -2\}$

J'ai manqué la fonction (x) sur ma calculatrice puis j'ai fait "2nde" graph pour obtenir un "table"

B. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement positif ?

A l'aide d'une calculatrice graphique se sont les nombres : -1, 0, 1, 2

$S = \{-1, 0, 1, 2\}$

C. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement négatif ?

A l'aide d'une calculatrice graphique

Tout les nombres supérieurs à 3 donc $x > 3$.

Tout les nombre inférieurs à -3 donc $x < -3$.

$I =]3; +\infty[\cup]-\infty; -3[$

Remarque : Il est étrange que le résultat soit faux à la question B puisque la réponse est correcte à la question C. Cet élève a peut-être cherché dans ses tables avec un pas de 1 pour donner une telle réponse.

Je les questionnai ensuite sur la validité de la preuve graphique, comme mentionné en 3.1.3. Tous étaient d'accord pour valider leur démarche. J'attirai leur attention sur les points de

vigilance concernant cette méthode. Seuls des exemples sur la calculatrice avec une fenêtre bien choisie les convainquirent que ce n'était pas une preuve suffisante. Cependant lors de l'analyse des productions d'élèves, je vis qu'un d'eux (élève 3) avait utilisé une autre méthode :

B. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement positif ?

$$I =]-2; 3[\quad f(-2) = 0 \quad f(3) = 0$$

$$f(4) = (3) \times (2) = 6 > 0$$

Nous voyons ici, que l'élève prend un nombre entre les deux racines. Il regarde le signe de la valeur renvoyée par la fonction dans ce cas et conclut que le signe de celle-ci entre les racines est toujours positif. Il fait de même pour la question C :

C. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement négatif ?

$$I =]-\infty; -2[\cup]3; +\infty[\quad f(-2) = 0 \quad f(3) = 0$$

$$f(-10) = (-8) \times 13 = -104 < 0$$

$$f(10) = 12 \times (-7) = -84 < 0$$

Je ne sais pas si cette idée émergea au sein du groupe ou uniquement chez cet élève, seul sur sa copie puisque les autres ne la reprisent pas. Quoiqu'il en soit, cette proposition a été revue lors de l'institutionnalisation.

Le débat fut fructueux dans le sens où chacun participa à l'élaboration d'une stratégie pour répondre aux deux questions, et parce que chaque idée eut toute sa place dans les têtes.

Le groupe B est composé de quatre élèves (1-2-3-4). Ceux-là essayèrent plusieurs valeurs en les rentrant dans la fonction. Voici la production de l'élève 1 du groupe :

B. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement positif ?

Exemples: 2 ~~et~~ 1

Car si on remplace par 2 on obtient : $(2+2) \times (3-2) = 4$

" " " " " 1 " " : $(1+2) \times (3-1) = 6$

À partir de ces exemples, les élèves concluent que les solutions sont incluses dans l'intervalle $I =]-2; 3[$, nous le voyons sur la copie de l'élève 2 :

B. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement positif ?

$] -2; 3[$ car $(-1+2) \times (3-1) = 1 \times 2 = 2$

Cette conclusion laisse clairement entendre que les élèves du groupe ont utilisé un graphique pour passer des trois exemples à l'intervalle ci-dessus.

Néanmoins, la preuve d'un autre membre du groupe (élève 3) retient mon attention :

B. Quels sont tous les nombres qui donnent un résultat strictement positif ?

~~Tous les nombres~~ $] -2; 3[$ car il faut que
 $(x+2) > 0$ et $(3-x) > 0$

Il semble avoir trouvé l'intervalle en résolvant les deux inéquations malgré l'absence de calculs (nous supposons qu'il les a faits de tête). Dans tous les cas, il a peut-être vu grâce aux recherches de ses camarades basées sur des exemples que les deux termes étaient strictement positifs (voir ci-contre), et conclut qu'il suffisait que ces derniers soient simultanément positifs pour que l'expression le soit.

$(2+2) \times (3-2) = 4$
 $(1+2) \times (3-1) = 6$

$(-1+2) \times (3-1) = 1 \times 2 = 2$

Il oublie en revanche de traiter le second cas (les deux termes strictement négatifs) même si ici sa calculatrice devait confirmer son résultat. Il aurait été intéressant de pouvoir en parler avec lui et son groupe à partir d'une autre expression qui aurait mis ce raisonnement incomplet à la lumière.

Nous terminerons l'analyse de ces questions par une copie d'élève qui me permet de rebondir sur l'utilisation opportune ou non d'un tableau de signes lors de l'institutionnalisation. L'élève s'est trompé lors de calculs à partir de l'expression initiale, alors qu'il résolvait la question B de la partie 1 :

B. Est-il possible de trouver un résultat strictement positif ? Non, car $(x+2) \times (3-x)$
 $= 2x \times -3x$
 $= -6x^2$

C. Est-il possible de trouver un résultat strictement négatif ? oui, idem pour la question B.

L'élève a transformé $x+2$ en $2x$ et $3-x$ en $-3x$. Ses calculs l'amènent à résoudre l'inéquation $-6 \times x^2 > 0$ et il conclut hâtivement que l'expression est toujours négative. Je repris sa conclusion pour montrer tout l'intérêt d'une telle démarche lorsque nous sommes

face à des inéquations de ce type. À partir de celle-ci, je choisis d'ajouter un I. 4. à l'institutionnalisation pour montrer explicitement aux élèves les conditions d'utilisation d'un tableau de signes.

3.2.4. Institutionnalisation

Voici la trace écrite que mes élèves ont prise :

I. Études du signe d'une expression produit

1. Différentes approches

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x+2) \times (3-x)$.

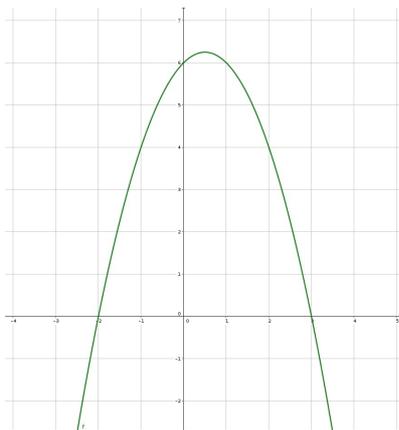
Sachant que les valeurs qui annulent la fonction sont -2 et 3 , on cherche à résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$.

- en développant l'expression, on obtient :

$$x - x^2 + 6 > 0$$

Avec les outils de seconde, il est impossible de résoudre cette inéquation. C'est en première que l'on travaillera dessus. En revanche, il est possible de travailler sur une représentation graphique de cette fonction.

- en rentrant la fonction dans la calculatrice, on obtient la courbe représentative suivante :



C'est aussi la représentation graphique de la fonction de l'énoncé. On peut donc lire des solutions particulières de l'inéquation :

$$S = \{-1; 0; 1; 2\}$$

Ces valeurs sont des *exemples* qui rendent l'expression strictement positive. On peut aussi lire l'ensemble des solutions de l'inéquation :

$I =] - 2 ; 3 [$. Mais rien ne nous dit qu'en élargissant la fenêtre de la calculatrice, la courbe ne recoupera pas une troisième fois l'axe des abscisses !

- on pourrait aussi dire :

$$I =]-\infty; 3[\quad g(-2) = 0 \quad g(3) = 0$$

$$g(-1) = (3) \times (-2) = 6 > 0$$

Tout en précisant que la fonction est strictement croissante sur $] -\infty; \frac{1}{2} [$, strictement décroissante sur $] \frac{1}{2}; +\infty [$ et enfin continue sur les réels (c'est-à-dire qu'elle ne « s'arrête pas »). Mais cette dernière notion n'est vue qu'en classe de terminale.

2. Une résolution lourde

Si les deux facteurs de l'expression sont strictement positifs, alors l'expression est strictement positive :

~~Tous les nombres~~ $] -2; 3[$ car il faut que $(x+2) > 0$ et $(3-x) > 0$

Mais il manque un autre cas : si les deux facteurs sont strictement négatifs, alors l'expression est strictement positive aussi. En fait, on a plus que ça :

Cette expression est strictement positive *si et seulement si*

($x > 0$ et $x^2 - 2 > 0$) ou ($x < 0$ et $x^2 - 2 < 0$).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 2 > 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - 2 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x^2 < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \sqrt{2} \text{ ou } x < -\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x > -\sqrt{2} \text{ et } x < \sqrt{2} \end{cases} \quad (\text{par lecture graphique})$$

$$\Leftrightarrow x > \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad -\sqrt{2} < x < 0$$

L'ensemble des solutions est donné sous la forme d'une réunion d'intervalles :

$$I =] -\sqrt{2}; 0 [\cup] \sqrt{2}; +\infty [$$

3. Le tableau de signes

On peut simplifier ces calculs par un outil pratique : le tableau de signes.¹⁴

Pour déterminer le signe du produit de deux fonctions affines, on construit un tableau de signes à 4 lignes.

- 1) La 1^{ère} ligne indique les bornes de l'ensemble de définition et les valeurs qui annulent le produit des deux fonctions affines.
- 2) Les 2^{ème} et 3^{ème} lignes indiquent le signe de chacune des deux fonctions affines.
- 3) La 4^{ème} ligne se remplit avec la règle des signes du produit de deux nombres relatifs :
 - a) des facteurs de même signe donnent un produit positif ;
 - b) des facteurs de signes contraires donnent un produit négatif.

Exemple

Résoudre l'inéquation $(3x + 4)(-2x + 6) \leq 0$.

On étudie le signe de la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = (3x + 4)(-2x + 6)$.

Recherche des valeurs qui annulent :

- $3x + 4 = 0$ implique $x = -\frac{4}{3}$.
- $-2x + 6 = 0$ implique $x = 3$.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	3	$+\infty$	
$3x + 4$	-	0	+	+	
$-2x + 6$	+	+	0	-	
$h(x)$	-	0	+	0	-

Les solutions de cette inéquation sont les nombres de l'ensemble $]-\infty; -\frac{4}{3}] \cup [3; +\infty[$.

4. Conditions d'utilisations

Parfois, il est absurde de se lancer tête baissée dans l'élaboration d'un tableau de signes ! Par exemple, pour résoudre l'inéquation $-6 \times x^2 > 0$, il n'est pas nécessaire de réaliser un tel tableau :

$$x^2 \geq 0$$

$\Leftrightarrow (-6) \times x^2 \leq 0$ car une inéquation change de sens lorsqu'on la multiplie par un nombre négatif.

Elle n'est donc jamais strictement positive. Cette inéquation n'a pas de solution.

¹⁴ S. BAGLIERI et H. GRINGOZ. (2014) Sésamath. Ed. MAGNARD p 137.

Pratiquement, les élèves ont collé le I.1 après un retour oral sur leurs productions. Leur attention était très satisfaisante, grâce à la présence du travail de plusieurs d'entre eux. Il m'a paru difficile de les convaincre qu'une recherche qui ne « donne pas la bonne solution » peut être utile à tous et mérite d'être reprise. En effet, les élèves sont uniquement intéressés par la méthode qui donne la solution. Un raisonnement qui n'y mène pas les désintéresse. Il est du rôle du professeur de bouleverser cet ordre établi, les situations-problèmes sont un des leviers pour atteindre cet objectif. Le I.2 a encore été traité sur la base d'une production d'élève mais largement prolongé par moi-même. Les élèves étaient encore attentifs mais la complexité de la démarche et les longs systèmes ont fait perdre patience à plus d'un. J'ai alors rebondi sur cette impatience pour introduire l'outil tableau de signes (I.3) qui reçu l'approbation de beaucoup. L'essentiel de la classe (c'est mon ressenti) accueillit avec enthousiasme cet outil facile d'utilisation. Ce fut alors l'occasion de parler aux élèves des conditions d'utilisation de ce tableau de signes à partir d'une production. Oralement, j'ai aussi insisté sur le fait que leurs recherches ont de la valeur puisque dans certains cas elles peuvent éviter la construction d'un tableau de signes.

L'utilisation à bon escient de ce dernier outil sera mesuré plus tard dans un questionnaire en fin de séquence.

Lors de la phase 4, les élèves ont été interpellés par la démarche de leur camarade : cette preuve brève est entièrement valable. Par la suite, ils pourront essayer d'être attentifs aux

inéquations du type $\frac{(a^2)}{(b^2)}$ par exemple, pour savoir s'ils peuvent ou non se passer du tableau de signes.

3.2.5. Questionnaire

Voici les résultats du questionnaire¹⁵ arrondis au pourcentage près :

Questions	Succès	Échec	Je ne sais pas
1	71 %	20 %	9 %
2	37 %	49 %	14 %
3	91 %	9 %	0 %
4	80 %	17 %	3 %
5	43 %	54 %	3 %

¹⁵ voir Annexe 1

La question la plus réussie est la 3, avec aucune abstention.

Il faut résoudre l'inéquation $x^2+2\times(x-4)^2<0$. Celle-ci est la somme de deux termes positifs.

À la question 4, le pourcentage de réussite est également élevé. Cette question consiste à résoudre l'inéquation $\frac{((t-1)^2)}{(t^2+1)}<0$. C'est la division d'un nombre positif par un nombre strictement positif. La difficulté semble tout de même plus grande peut-être parce que nous avons affaire à un quotient.

Enfin, la question 1, avec un pourcentage de réussite de 71% est assez bien réussie. Il s'agit ici d'étudier le signe de l'expression $-(x-2)^2-(x^2+1)$:

$$(x-2)^2 \geq 0 \text{ donc } -(x-2)^2 \leq 0$$

$$(x^2+1) > 0 \text{ donc } -(x^2+1) < 0$$

$$\text{donc } -(x-2)^2-(x^2+1) < 0 \text{ , pour tout réel } x$$

Il est surprenant que les élèves réussissent moins bien cette dernière que les questions 3. et 4. puisque l'exemple donné dans le cours s'approche de sa forme.

Ces résultats mettent en évidence que les élèves manient mieux :

- Premièrement, les expressions strictement positives lorsque leurs termes positifs sont ajoutés ;
- Deuxièmement, les mêmes expressions strictement positives lorsqu'elles sont sous forme de fraction ;
- Troisièmement, les expressions strictement négatives lorsque leurs termes négatifs sont ajoutés.

Curieusement, l'expression où intervient une division pose moins de problème qu'une addition de deux termes négatifs. Le visuel de la division doit permettre aux élèves de mieux appréhender la question.

Le taux d'échec important (49%) de la question 2, combiné à un taux d'abstention non négligeable (14%) peut être du à la forme de la question, écrite en langage naturel et non en langage mathématique. Mais il est certain qu'il est soutenu par l'inéquation obtenue : $x^2 < 2x$. Pour la résoudre, il faut faire passer du même côté les deux termes puis factoriser l'expression obtenue par x . La question 5 apporte seulement 43% de succès contre 54%

d'échec. Elle ne permet pas de conclure immédiatement, il faut auparavant repérer une identité remarquable (ou traiter tous les cas dans lesquels l'expression s'annule). De toute façon, les élèves auraient du être alertés par la présence d'une équation et non d'une inéquation.

Ces résultats sont proches de la moyenne et ne permettent pas de dégager une tendance. Certains élèves ont peut-être répondu au hasard à un des deux premiers choix, négligeant la possibilité « Je ne sais pas ».

3.3. Discussion - Conclusion

Globalement, les résultats du questionnaire sont disparates, il est difficile de tirer une conclusion catégorique des effets de l'enseignement par situation-problème.

Rappelons que notre problématique s'énonce ainsi :

Quel éclairage pédagogique l'expérimentation d'une situation-problème peut-elle apporter dans l'apprentissage d'un thème mathématique ?

La situation problème mise en place alliait des phases de travail individuel et en groupe. Cette dernière phase devait permettre aux élèves de discuter et de confronter les points de vue de chacun, de les vérifier et finalement de constituer de petites équipes de chercheurs. Nous retenons que ce type de travail a été difficile à mener et que les débats scientifiques qui devaient naître au sein des îlots de travail se sont souvent fait attendre. Cette remarque donne un premier point d'éclairage : l'entraînement au débat scientifique tant pour l'enseignant que pour les élèves est essentiel. Les élèves ont, en effet, beaucoup de peine à « s'engager dans une démarche de recherche » et à « faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ». Les échanges dans les groupes sont souvent pauvres et limitent les bénéfices que pourrait apporter cette modalité de travail.

Aussi, la situation-problème avait pour principal but d'inciter les élèves à prendre du recul face à une question concernant le signe d'une expression. Avec ce travail, les apprenants devaient pleinement comprendre l'intérêt du tableau de signes (l'utiliser au moment opportun). Les résultats du questionnaire nous donne un indicateur de cette compréhension. Ils induisent un deuxième point d'éclairage : l'enseignement par situation-problème développe l'esprit critique des élèves. En effet, ces derniers sont dorénavant attentifs aux questions pouvant potentiellement se résoudre à l'aide d'un tableau de signes : nous remarquons qu'ils cherchent systématiquement à savoir s'ils peuvent se passer d'un tel outil. La situation-problème et l'institutionnalisation qui en découle sont à l'origine de cette attention. En revanche, nous

apercevons que le fruit des réflexions des élèves n'apporte pas toujours la bonne réponse puisque le taux d'échec est élevé sur certaines questions.

En résumé, la situation-problème a fait saisir aux apprenants l'importance de ne pas se lancer tête baissée dans les calculs pour résoudre une inéquation. Leurs réflexions les amènent à réussir dans des cas basiques seulement.

Cette étude est à nuancer par la faible taille de l'échantillon mais ne remet pas en cause les bienfaits des situations-problèmes pour les élèves.

Bibliographie

- G. ARSAC, G. GERMAIN, M. MANTES Problème ouvert et situation-problème Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques Académie de Lyon Université Claude Bernard Lyon
- G. BACHELARD La formation de l'esprit scientifique Ed. VRIN
- S. BAGLIERI et H. GRINGOZ. (2014) Sésamath. Ed. MAGNARD p 137.
- G. BROUSSEAU Théorie des situations didactiques Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield Ed. La pensée sauvage
- G. BROUSSEAU Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques.
Repéré à http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
- F. CARUGATI & G. MUGNY (1985). La théorie du conflit sociocognitif. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie sociale du développement cognitif* (pp. 57-70). Berne : Peter Lang.
- M. GANDIT, R. CHUZELLE, M-C. DEMONGEOT, P. MOUCHE (1997) Module en seconde, Tome 2. Grenoble : IREM de Grenoble
- A. GIORDAN L'agir et le faire.
Repéré à www.andregiordan.com/articles/apprendre/agirrfaire.html
- MEN (2009). Repéré à http://media.education.gouv.fr/file/30/52/3/programme_mathematiques_seconde_65523.pdf
- F. MULLER (2004). Travailler en équipe. In F. Muller (Ed.) *Manuel de survie à l'usage de l'enseignant* (pp.91-112). Paris : L'étudiant.
- M.J. PERRIN GLORIAN Que nous apprennent les élèves en difficultés en mathématiques Repères IREM N° 29 Octobre 1997
- J. ROBINET De l'ingénierie didactique Cahier de didactique des mathématiques numéro 1 IREM Université Paris VII
- J-P. ROUX. Le travail en groupe à l'école.
Repéré à <http://www.cahiers-pedagogiques.com/IMG/pdf/Roux-2.pdf> .

Annexe 1

Voici 5 énoncés ; après deux minutes de réflexion sur chacun d'eux, indique, en cochant la case correspondante, si, lors de leur résolution, tu penses recourir à un tableau de signes ou non. Attention ! Cette fiche sera ramassée une fois que tu auras traité la quatrième partie de l'activité.

<i>Enoncés</i>	<i>Je fais un tableau de signes</i>	<i>J'utilise une autre méthode</i>	<i>Je ne sais pas</i>
<i>1 - Quel est, suivant les valeurs de x, le signe de $-(x-2)^2 - (x^2 + 1)$?</i>			
<i>2 - Quels sont tous les nombres réels dont le carré est inférieur au double ?</i>			
<i>3 - Résous dans l'ensemble des nombres réels l'inéquation d'inconnue x suivante : $x^2 + 2(x-4)^2 < 0$</i>			
<i>4 - Quel est l'ensemble de tous les réels t tels que $\frac{(t-1)^2}{t^2+1} < 0$</i>			
<i>5 - Quel est l'ensemble de tous les réels u tels que $(u-1)^2 - (2u+3)^2 = 0$?</i>			

Année universitaire 2015-2016

Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*
Mention Second degré
Parcours : Mathématiques

Titre du mémoire : Une situation-problème en classe de seconde

Auteur : Guillaume LEBRAT

Résumé :

L'enseignement par situation-problème est sans doute classique, mais reste toujours difficile. Les deux stagiaires, Guillaume PERMINGEAT et Guillaume LEBRAT, ont voulu expérimenter ce mode d'enseignement dans les classes qui leur ont été confiées. La première partie étudie les bases théoriques sur lesquelles ils s'appuieront pour construire leur propre situation-problème. La seconde partie est une étude expérimentale. Guillaume LEBRAT présente la situation-problème qu'il a proposée dans sa classe de seconde et analyse les effets de celle-ci. Elle porte sur l'introduction de l'outil tableau de signes lors de l'étude du signe d'un produit de deux facteurs.

Mots clés : enseignement des mathématiques, situation-problème, fonction, tableau de signes.

Summary :

The teaching by « Situation-Problem » may be traditional, it still remains hard for the students. Both of the trainees, Guillaume PERMINGEAT and Guillaume LEBRAT, has wanted to experiment this way of teaching in the class they led. The first part is focused on the theoretical basis on which the student will lean in order to build their own "Situation-Problem". The second part is an experimental study. Guillaume LEBRAT present the "Situation-Problem" he has proposed at his class of year 11 and analyze the effects of this method. It is about the introduction of the signs table's tool during a study on the sign of a product of two factors.

Key words : mathematics teaching, Situation-Problem, function, signs table