



HAL
open science

L'opération de sériation : étude auprès d'adolescents présentant des troubles logiques et tout-venant

Barbara Martin Lanza

► **To cite this version:**

Barbara Martin Lanza. L'opération de sériation : étude auprès d'adolescents présentant des troubles logiques et tout-venant. Médecine humaine et pathologie. 2013. dumas-01504619

HAL Id: dumas-01504619

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01504619>

Submitted on 10 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MEMOIRE présenté en vue de l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

MARTIN LANZA Barbara

Née le 02 avril 1989 à Marseille

L'OPERATION DE SERIATION :

*Etude auprès d'adolescents présentant des troubles logiques
et tout-venant*

Directeur de mémoire : **THUBE-POLI Isabelle**

Nice
2013



MEMOIRE présenté en vue de l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

MARTIN LANZA Barbara

Née le 02 avril 1989 à Marseille

L'OPERATION DE SERIATION :

*Etude auprès d'adolescents présentant des troubles logiques
et tout-venant*

Directeur de mémoire : **THUBE-POLI Isabelle**

Nice
2013



REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier ma directrice de mémoire, Mme Thubé-Poli, pour la supervision de mon travail. Je lui exprime notamment ma gratitude pour son soutien sincère et ses encouragements ainsi que pour sa patience et sa générosité.

Mes remerciements vont ensuite aux membres de mon jury, Mme Raffray et Mr Bellone, pour le temps qu'ils ont accordé à la lecture de ce document et pour leur disponibilité.

Je remercie fortement tous les adolescents qui ont participé à cette expérimentation et les orthophonistes qui m'ont ouvert chaleureusement les portes de leur cabinet.

Si l'aboutissement de ce mémoire signe la fin de ma vie étudiante, il annonce mon entrée dans une vie professionnelle qui promet d'être riche et épanouissante. Le franchissement de ce cap est l'occasion d'adresser un grand merci :

à ma famille et mes amis, et, plus particulièrement,

à mon frère, pour ses mots d'enfant innocents et rassurants,

à ma mère, pour la force qui l'anime,

à mon père, pour sa sagesse et l'énergie positive qu'il me transmet,

à Aurore, Sou et Sékou, tantôt grandes sœurs à l'épaule solide, tantôt petites sœurs au cœur fragile,

à Charlène, Cyriane, Cyrielle et Steph, mes colocataires, amies, et désormais collègues, pour leur soutien inconditionnel et leurs qualités humaines exceptionnelles,

et, à mon homme, pour l'amour qu'il me porte depuis sept ans, pour son indulgence, sa patience et sa présence à mes côtés envers et contre tout.

Mamie Théa, je te dédie ce travail de fin d'étude. A toi, qui n'as jamais douté de ta petite fille, et qui es à tout jamais au plus profond de son cœur.

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS	1
SOMMAIRE	2
INTRODUCTION	4
PARTIE THEORIQUE	9
I. INTRODUCTION	9
II. ASSISES THEORIQUES	10
1. Fondements de la théorie piagétienne	10
2. Développement de la pensée logique et construction du nombre	12
3. La méthode clinique	17
4. La pensée formelle	18
III. L'OPERATION DE SERIATION	20
1. La sériation dans la théorie mathématique	20
2. Développement des structures de sériation	21
3. Sériation et langage	31
IV. LA SERIATION DANS LE BILAN ORTHOPHONIQUE DU CALCUL ET DU RAISONNEMENT LOGICO-MATHEMATIQUE	37
1. Compétence et performance	37
2. Evaluation de la sériation dans le bilan orthophonique	38
PROBLEMATIQUES ET HYPOTHESES	42
I. PROBLEMATIQUE GLOBALE	42
II. EXPERIMENTATIONS ET INTERETS	43
III. HYPOTHESES	44
PARTIE EXPERIMENTALE	46
I. PRESENTATION DES EPREUVES	46
1. Objectifs	46
2. Modalités de passation	46
3. Présentation des différents supports	47
4. Description des épreuves et protocoles d'examen	51
5. Construction et recueil des données	53
II. POPULATION	55
1. Population d'adolescents tout-venant	56
2. Population d'adolescents dits « dyscalculiques » ou présentant des troubles logico- mathématiques	57

3.	Choix des critères d'exclusion	57
PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS		61
I.	METHODE DE PRESENTATION DES RESULTATS	61
II.	METHODE D'ANALYSE DES RESULTATS.....	62
1.	Critères d'évaluation des conduites de sériation	62
2.	Rapport des épreuves entre elles	70
3.	Critères de validation de réussite à une épreuve de sériation	70
III.	OBSERVATION DES ADOLESCENTS TOUT-VENANT	71
1.	L'observation d'Aurore.....	71
2.	L'observation de Baia	78
3.	L'observation de Cyrielle.....	84
4.	L'observation de Delphine.....	88
5.	L'observation d'Eric	92
6.	L'observation de François.....	96
7.	L'observation de Grégoire	101
IV.	OBSERVATION DES ADOLESCENTS DU GROUPE « PATHOLOGIQUE ».....	106
1.	L'observation d'Antoine	106
2.	L'observation de Benjamin	113
3.	L'observation de Christophe	117
4.	L'observation de Daniel.....	121
5.	L'observation d'Eva.....	126
6.	L'observation de Florie	132
7.	L'observation de Gaëlle	138
V.	ANALYSE DES RESULTATS RELATIFS AUX ADOLESCENTS DES DEUX POPULATIONS.....	145
1.	Synthèse des résultats.....	145
2.	Interprétation des résultats de la population d'adolescents tout-venant	148
3.	Interprétation des résultats de la population d'adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématiques	152
4.	Confrontation des conclusions relatives aux deux populations cible et témoin ...	154
5.	Conclusions.....	158
DISCUSSION AUTOURS DES RESULTATS.....		162
I.	Validation des hypothèses	162
II.	Limites et intérêts de l'étude	163
CONCLUSION		166
BIBLIOGRAPHIE		168
TABLE DES ILLUSTRATIONS		172
TABLE DES MATIERES.....		174

INTRODUCTION

« Des Marseillais (ainsi le veut chez nous la tradition) discutent dans un café. Chacun de surenchérir à propos de la grosseur des poissons qu'il a l'habitude de pêcher. Leurs propos les conduisent à décrire des prises de plus en plus exagérées.

Un témoin se tourne alors vers Marius :

« Et vous, Monsieur, je suppose que vous pêchez la baleine ? »

« Moi ? Dit Marius, la baleine ? Je m'en sers comme appât ».

« Le comique naît ici de l'inadéquation de la logique à la réalité. Rien n'empêche logiquement l'existence de poissons suffisamment gros pour être appâtés par des baleines, et ainsi de suite dans une sériation infinie. La réalité concrète échappe à cette logique, c'est ce qui provoque le rire. »¹

¹ JAULIN-MANNONI F., *L'apprentissage des sériations*, Paris : Les éditions E S F, 1974

Par le biais de cet extrait, nous avons souhaité mettre en évidence l'une des structures logiques essentielle pour appréhender notre environnement : la sériation. On s'y réfère, la rencontre et l'utilise au quotidien. Elle appartient à un ensemble de structures de pensée (relations, classifications, conservations) dont dépend le développement cognitif, mais aussi le développement langagier. En d'autres termes, l'évolution de ces concepts est primordiale pour qu'un individu profite d'un bon développement global.

Pour certains, les capacités inhérentes à l'acquisition de ces concepts ne se mettent pas en place : ce sont ces personnes que nous rencontrons dans le cadre de prise en charge orthophoniques pour trouble du raisonnement logico-mathématique ou difficultés spécifiques en calcul. On dit de ces patients qu'ils sont « dyscalculiques », ou pour les auteurs jugeant le terme trop limitatif, qu'ils présentent un « trouble de la structuration du raisonnement logico-mathématique ». Le dictionnaire d'orthophonie définit la dyscalculie comme un « concept qui rend compte à la fois d'un dysfonctionnement dans les domaines de la logique, de la construction du nombre et des opérations sur ces nombres, de difficultés de structuration du raisonnement et de l'utilisation des outils logiques et mathématiques (...). »². Pour cerner au mieux les difficultés du patient et envisager une remédiation adaptée, il nous semble indispensable d'analyser les structures logiques et d'évaluer leur niveau de fonctionnement.

C'est avec pour projet d'explorer différentes compétences découlant d'une même structure logique que nous avons entrepris nos recherches. Notre intérêt s'est porté sur la sériation dont l'achèvement de la conceptualisation, tout comme celui de la classification, est obligatoire pour permettre la compréhension du concept de nombre. En effet, « [comprendre le nombre] implique de se conformer aux contraintes inclusives et ordinales inhérentes au nombre »³. Or, les relations de sériation sont des relations d'ordre. En nous appuyant sur les ouvrages de Jean Piaget

² BRIN F., COURRIER C. et coll., *Dictionnaire d'orthophonie*, Isbergues : Ortho Edition, 2004, 298 p.

³ BIDEAUD J., LEHALLE H., *Le développement des activités numériques chez l'enfant*,

et des théoriciens issus du courant de l'épistémologie génétique, nous avons cherché à analyser les conduites de sériation d'adolescents face à différents problèmes de sériation caractérisés notamment par des contenus variables. Nous avons émis l'hypothèse que le degré de complexité des protocoles de conduites et des outils langagiers associés observés dans chacune des épreuves, nous permettrait de grader ces épreuves de sériation. Notre sélection recoupe la sériation additive, la sériation multiplicative et la sériation numérique.

Pour explorer les éventuels décalages des compétences sériales nous avons soumis cinq problèmes de sériation à un groupe d'adolescents pris en charge par un orthophoniste pour des troubles relevant du domaine logico-mathématique. Nous avons proposé le même protocole expérimental à un groupe d'adolescents tout-venant afin d'observer si leurs conduites seraient homogènes pour l'ensemble des épreuves. Nous avons supposé que cet éventuel constat signifierait que les épreuves proposées présentent un niveau de complexité analogue bien que les contenus sur lesquels porte la sériation.

La population ciblée, les adolescents âgés de 12 à 16 ans, est le reflet de notre volonté de nous intéresser à une tranche d'âge pour laquelle les orthophonistes trouvent encore trop peu de supports théoriques pour poser un diagnostic puis remédier aux troubles si nécessaire. Nous avons souhaité contribuer à la recherche clinique qui tente de répondre à l'intérêt grandissant des orthophonistes pour les troubles du raisonnement logico-mathématique.

Dans une première partie, nous présenterons sous forme de synthèse les données théoriques à partir desquelles nous avons établi notre problématique. Elles abordent principalement les structures propres au développement de la pensée logique, la pensée spécifique de l'adolescent, les caractéristiques de l'opération de sériation et son rapport au langage.

La seconde partie de notre document est consacrée à la présentation du protocole expérimental que nous avons élaboré et à l'analyse des résultats de l'ensemble des adolescents testés. Nous y expliquons entre autres les choix que nous avons effectués au sein des contenus de tests orthophoniques et expériences

piagésiennes, présentons les différents supports constituant notre matériel et détaillons les critères sur lesquels repose notre analyse des conduites des sujets.

En dernier lieu, l'interprétation des conclusions relatives à notre expérimentation permettra, nous l'espérons, de répondre à notre questionnement. Après avoir identifié les intérêts et limites de notre étude, nous tenterons de dégager d'éventuelles pistes de remédiation et d'ouvrir sur de nouvelles perspectives de recherche.

Partie I :

PARTIE THEORIQUE

PARTIE THEORIQUE

I. INTRODUCTION

L'étude que nous menons ici s'appuie sur la conception constructiviste. Le cadre théorique à l'intérieur duquel nous nous situons particulièrement est la théorie piagétienne.

PIAGET est à l'origine d'une démarche originale qui met en évidence des rapports entre biologie et psychologie. Selon lui, il existe une construction de la pensée humaine qui est progressive et en lien avec les contacts que l'individu, et particulièrement l'enfant, a avec son environnement. Pour lui, c'est donc de l'interaction entre le sujet et l'objet que résulte la connaissance.

Il est à noter que d'autres courants de pensée que celui des constructivistes se sont intéressés au développement de la connaissance chez l'enfant.

Ainsi les postulats de PIAGET constituent une approche nouvelle de la connaissance et divergent de ceux de l'innéisme et de l'empirisme, courants qui s'opposent directement. Pour le premier, l'origine de la pensée humaine est innée. L'innéisme « privilégie la thèse selon laquelle l'apparition successive des structures de la raison comme celles du langage, serait prédéterminée par l'hérédité biologique, ce qui signifierait que la science adulte serait virtuellement contenue dans le système génétique de l'espèce humaine »⁴.

A contrario, pour les empiristes, auxquels sont généralement joints les associationnistes, la naissance des connaissances rationnelles s'explique par l'expérience sensible. Le sujet ne détient ici qu'un rôle moindre.

Nous serons amenée à citer des neo-constructivistes tels que BIDEAUD ou HOUDE qui nuancent par leurs travaux ceux de leurs précurseurs. Depuis l'œuvre

⁴ Site de la Fondation Jean Piaget

piagétienne, les connaissances sur le développement ont évolué ce qui modifie quelque peu la lecture qui doit en être faite.

La bibliographie sur laquelle nous nous appuyons est essentiellement composée d'ouvrages issus de la recherche française.

II. ASSISES THEORIQUES

1. Fondements de la théorie piagétienne

Dans cette partie nous rappellerons brièvement les bases de la théorie de l'épistémologue et psychologue suisse. Dans une autre, nous en développerons les points essentiels à l'éclaircissement de notre propos et à l'élaboration de notre partie expérimentale.

L'originalité de la conception piagétienne réside dans l'idée que c'est l'interaction entre le sujet et l'objet, ou plus précisément l'action de l'enfant sur son environnement, qui lui permet l'acquisition de nouvelles compétences et donc l'évolution de son intelligence.

Deux processus apparaissent fondamentaux à cette progression : l'assimilation et l'accommodation. Le processus d'assimilation permet aux réalités auxquelles l'individu est confronté ou avec lesquelles il interagit d'être appréhendées par ses schèmes mentaux. Les schèmes sont des structures mentales sous-jacentes et sont élémentaires à l'activité intellectuelle. Par assimilation, l'individu incorpore une situation ou un objet environnant à un schème déjà existant. Quant à l'activité d'accommodation, elle permet un ajustement ou une transformation de ces entités abstraites face à une situation nouvelle. De nouveaux schèmes peuvent ainsi être créés. C'est lorsqu'un équilibre stable et mobile apparaît entre ces deux processus que l'on parle d'adaptation. L'intelligence peut se traduire dès lors comme la capacité d'adapter son comportement au milieu.

C'est à travers l'étude du développement de l'intelligence chez l'enfant que le psychologue a pensé rendre compte du développement de la connaissance. Pour cette raison, les recherches de PIAGET ont principalement porté sur la pensée logique.

Comme le dit Jean-Marie DOLLE, « on peut ramener [ses préoccupations] à quelques grandes interrogations du type : Quelle est la genèse des structures logiques de la pensée de l'enfant, comment fonctionnent-elles, partant, quels sont les procédés de la connaissance que l'enfant met en œuvre, ce qui pose le problème de l'épistémologie génétique dans le cadre de l'épistémologie générale »⁵.

Si c'est dans le cadre de l'épistémologie qu'ont fleuri les interrogations et préoccupations de Piaget, c'est qu'il s'est attaché à l'étude de la connaissance. Mais, contrairement à de nombreux autres théoriciens, il a entrepris la démarche originale de chercher à comprendre la formation et l'accroissement des connaissances et non de tenter de définir la nature de l'esprit. On considère ainsi que ses explorations peuvent être qualifiées d'expériences scientifiques.

Ainsi, PIAGET (1967) définit l'épistémologie « en première approximation comme l'étude de la constitution des connaissances valables ».

Dans son *Introduction à l'épistémologie génétique*, PIAGET (1950) écrit : « la psychologie des conduites, qui utilise des explications reposant à la fois sur la causalité et sur l'implication pour ce qui est des conduites élémentaires, devient de moins en moins causale et de plus en plus opératoire ou implicative à mesure qu'elle s'éloigne des formes primitives et se rapproche de l'équilibre terminal »⁶.

Ainsi, les structures du sujet en interaction avec l'objet subissent une construction effective et continue. Pourtant, c'est par paliers que se développent les structures de l'intelligence : ces étapes, appelées **stades**, constituent des données fondamentales sur lesquelles repose toute la théorie piagétienne. Par le biais de ses études, le théoricien a tenté de catégoriser les opérations effectives de la pensée de l'enfant et de l'adolescent en termes logiques. Nous décrivons ces notions dans la suite de notre discours.

⁵ DOLLE J.-M., *Pour comprendre Jean Piaget*, Toulouse : Privat, 1991

⁶ PIAGET J., *Introduction à l'épistémologie génétique. (III) La pensée biologique. La pensée psychologique. La pensée sociologique*, Presse Universitaire de France, 1950, p166

2. Développement de la pensée logique et construction du nombre

2.1. La notion de stade

Ce terme, propre à PIAGET, désigne une étape de développement -ou construction- d'une notion ou d'une compétence. Si l'évolution des structures de l'intelligence est divisée, elle l'est de façon non arbitraire. En effet, on retrouve des critères de définition et de délimitation des stades.

Une constance dans l'ordre de succession des stades est relevée. Ce fait ne doit pas être confondu avec une chronologie dans l'apparition des stades, qui elle est variable. En effet le milieu social, l'expérience d'un sujet, sa maturation sont autant d'éléments pouvant entraîner un retard, une accélération ou un empêchement dans la manifestation d'un stade.

Le passage d'un stade au suivant résulte d'une intégration plus ou moins complète du premier dans le second. En ce sens dans les structures d'un niveau donné sont intégrées les structures du niveau précédent.

Un stade se caractérise par une structure d'ensemble. « Une structure, ce sera par exemple, au niveau des opérations concrètes, un groupement, avec les caractères logiques du groupement qu'on trouve dans la classification ou la sériation »⁷.

Un stade comporte un niveau de préparation et un niveau d'achèvement. Une préparation peut porter sur plus d'un stade. Ainsi, il existe des chevauchements de préparations d'acquisitions ultérieures, qui sont plus ou moins longues. Aussi « il existe des degrés divers de stabilité dans les achèvements, il est nécessaire de distinguer en toute suite de stades, les processus de formation ou de genèse et les formes d'équilibres finales (au sens relatif) : les dernières seules constituent les structures d'ensemble, tandis que les processus formateurs se présentent sous les

⁷ PIAGET J., *Problèmes de psychologie génétique : les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent*, Paris : Denoël Gonthier, 1972, p54-56

aspects de différenciations successives de telles structures (différenciation de la structure antérieure et préparation de la suivante) »⁸.

Quatre principaux stades sont définis par Piaget :

- **Le stade de l'intelligence sensori-motrice (jusqu'à 2 ans)** : il est antérieur au langage. L'enfant n'a pas de représentation des objets et personnes qui l'entourent. Tout repose alors sur les sensations, les perceptions et les actions qui vont s'organiser en schème d'action. Il les met en relation, en correspondance, les emboîte. Cette organisation l'amène progressivement vers une logique de l'action qui lui permet d'assimiler le monde extérieur. Il construit alors les quatre catégories du réel, fondamentales à toute connaissance : **objet** (l'objet subsiste en dehors de la perception), **espace** (en coordonnant ses mouvements, l'enfant élabore un espace qui passe du sensoriel au quantitatif), **causalité** (liens entre le sujet et le résultat de son action, entre les objets entre eux) et **temps**. Parti d'un égocentrisme total, l'enfant accède à la permanence de l'objet.

- **Le stade de l'intelligence préopératoire ou symbolique (de 2 à 7ans)** : l'enfant accède à la représentation. Par l'imitation, le jeu symbolique, le langage, l'image mentale, les schèmes sensori-moteurs sont transposés en acte de pensée. Mais il n'est pas encore capable de distinguer l'objet de son image.
A ce stade, la pensée de l'enfant est donc irréversible. Il ne peut pas tenir compte des différents aspects de la réalité perçue. On parle d'intuition, de subjectivité.

- **Le stade de l'intelligence opératoire concrète (de 7 à 11-12 ans)** : il s'étend de l'entrée approximative dans le langage écrit (CP) à l'adolescence. L'enfant pense désormais avant d'agir. En participant aux règles de conduite sociales et en confrontant son point de vue à celui des autres, il est amené à coopérer,

⁸ PIAGET J., LEIRIS M., *Cinq études d'ethnologie*, Paris : Denoël Gonthier, 1972

argumenter, remettre en doute certaines de ses certitudes et se décentrer de l'image mentale. Il accède à l'objectivité de la pensée.

Les structures fondamentales (sériation, inclusion de classes, réversibilité) se mettent en place. L'enfant peut raisonner mais à partir de matériel concret (manipulable).

- **Le stade de l'intelligence opératoire formelle (à partir de 12 ans, avec palier d'équilibre vers 14-15 ans) :** l'adolescent accède à la pensée logique en se dégageant du concret. Il devient capable de travailler à partir d'hypothèses et de confronter ses idées à la réalité ; pour cette raison on dit que c'est une pensée hypothético-déductive qui se met en place.

2.2. La notion de décalage

Piaget désigne par décalage la répétition d'un même processus à des âges différents. Avec ses collaborateurs, il a mis en évidence deux types de décalages.

Le décalage dit « horizontal » se produit à l'intérieur d'une même période de développement quand une même opération s'applique à des contenus différents : «par exemple [la] conservation de la notion de poids où les groupements d'action en jeu sont les mêmes (addition simple ou vicariance des parties), mais ils s'appliquent à des contenus qualitativement différents (substance et poids) »⁹

Le décalage de type « vertical » ne se produit plus à l'intérieur d'une même période. Il a été défini à partir du constat selon lequel une structure acquise sur un plan du développement doit être reconstruite sur un nouveau plan, ce au moyen d'autres opérations. Par exemple, Piaget note que « l'enfant ne parvient pas d'emblée à réfléchir en mots et en notions les opérations qu'il sait déjà exécuter en actes »¹⁰. Le

⁹ PIAGET J., *Le mécanisme du développement mental et les lois du groupement des opérations*, Archives de psychologie, 1941, p.263

¹⁰ PIAGET J., *La construction du réel chez l'enfant*, in Actualités pédagogiques, Delachaux et Niestlé, 1977

cas d'un décalage vertical dans la structure de sériation concerne par exemple : un enfant parvenant à sérier des baguettes de longueurs différentes s'il peut les manipuler, mais pas s'il est privé de ces manipulations au profit d'une résolution sous forme verbale.

On relèvera ici que Piaget ne se réfère plus à la division en « stades » que nous avons décrite précédemment, mais à une nouvelle division en « **périodes** ». Cette nouvelle terminologie lui permet de marquer une nuance qui existe entre stade comme structure définie et processus. Les stades deviennent période ou sous-période et les sous-stades deviennent stades. Ce nouveau découpage distingue trois périodes :

- **la période sensori-motrice (jusqu'à 2 ans),**
- **la période de préparation et d'organisation des opérations concrètes de classes, de relations et nombres (de 2 à 11-12 ans),**
- **la période des opérations formelles (à partir de 12 ans),**

A chacune de ces périodes est associé un type de structure.

2.3. Les structures de pensée

Trois types de structures de pensée s'associent aux périodes citées précédemment. Sont définies respectivement :

- **des structures ou « groupes » sensori-moteurs,**
- **des structures ou « groupements » d'opérations concrètes,**
- **des structures formelles correspondant aux groupes et aux réseaux.¹¹**

Les groupements d'opérations concrètes qui se mettent en place se caractérisent par une décentration progressive de la pensée. L'enfant met en place les notions de réversibilité et d'invariant, lui donnant une mobilité de pensée. Quand ces structures « opératoires » s'achèvent, la réversibilité se présente sous deux formes

¹¹TANNER J.M., INHELDER B., *Entretiens sur le développement psychobiologique de l'enfant*, in Actualités pédagogiques et psychologiques, 1060

que sont l'inversion (ou négation) et la réciprocité. L'inversion correspond à l'utilisation d'une opération inverse pour annuler un effet observé et la réciprocité à l'utilisation de l'opération réciproque pour compenser un effet. Si la pensée opératoire concrète est limitée, c'est qu'il n'y a pas de coordination entre ces deux formes en un système unique. Par exemple, dans la situation problème où un piéton se déplace sur un tapis roulant, deux solutions sont possibles pour savoir comment annuler le déplacement de ce piéton. Soit il fait le chemin en sens inverse (réversibilité par inversion), soit on met en mouvement le tapis roulant en sens inverse (réversibilité par réciprocité). Pour notre propos, nous retiendrons que c'est la réversibilité par réciprocité qui caractérise les groupements de sériation.

2.4. Les conditions d'accès aux mathématiques

Vers 7-8 ans, quand l'enfant entre dans la période opératoire, deux types d'opérations concrètes sont définies. PIAGET différencie :

- **les opérations dites « infra-logiques »**

Elles ont un caractère spatio-temporel car elles amènent aux notions d'espace, de temps, de constitution de l'objet en tant que tel. On considère ici les conservations physiques et spatiales. Elles intéressent les quantités continues.

- **les opérations dites « logico-mathématiques »**

Elles portent exclusivement sur les relations entre les objets discrets appartenant à des ensembles discontinus. Elles concernent donc leurs ressemblances (classes et relations symétriques), leurs différences (relations asymétriques) ou les deux en même temps (nombres).

Avec ses études, PIAGET démontre l'importance des structures de classification et de sériation dans l'acquisition du concept de nombre. Plus que cela, le nombre est la synthèse des structures de classe et de sériation. Néanmoins, certains auteurs, comme BIDEAUD (1988), rappellent que le nombre n'est pas uniquement de la logique. Avant 7 ans, l'enfant ne peut percevoir que les petits nombres de façon isolée. Il n'en a pas l'idée opératoire, c'est-à-dire qu'il ne les met pas en lien les uns avec les autres et ne les considère pas comme appartenant à une suite de nombres. S'il est vrai qu'un apprentissage verbal de la comptine est possible, il ne

s'accompagne pas de la conservation des ensembles numériques. Par exemple, un enfant de niveau préopératoire considère comme inégales deux lignes comportant chacune 5 jetons si l'une d'elles propose la répartition 2+3 et bien qu'une correspondance terme à terme ait été réalisée juste avant. Les deux systèmes (classification et sériation) fusionnent lorsque l'enfant ne considère plus que l'équivalence des éléments et fait donc abstraction des qualités qui les différencient. Il est dans l'énumération (soit « un et puis un, et puis un, et puis un, etc. ») de jetons qui ne se différencient plus par leur taille ou leur couleur par exemple.

Les aspects ordinal et cardinal du nombre sont le reflet des deux piliers (classification et sériation) qui permettent d'accéder à sa conservation et sur lesquels l'enfant s'appuie à partir de 7 ans. En ce sens PIAGET écrit que « 1) [le nombre] retient des classes leur structure d'inclusion (1 inclus dans 2 ; 2 dans 3 ; etc.) ; 2) mais, comme il fait abstraction des qualités pour transformer les objets en unités, il fait aussi intervenir un ordre sérial, seul moyen pour distinguer une unité de la suivante : 1 puis 1, puis 1, etc. (ordre spatial, temporel, ou de simple énumération)»¹².

3. La méthode clinique

C'est en mettant en œuvre une méthodologie originale que Piaget a exploré la pensée logique de l'enfant. Dans un contexte historique où existaient en psychologie la méthode des tests et celle de l'observation pure, il a élaboré la « méthode clinique ». Elle est issue de sa volonté de conserver les avantages des deux méthodologies existantes tout en évitant leurs inconvénients. Il s'est inspiré de la pratique des psychiatres de son époque pour diagnostiquer et investiguer leurs patients.

La méthode des tests implique entre autres le recours à un questionnaire fixe posé dans les mêmes conditions pour chaque sujet. Les réponses de chacun peuvent être référées à un barème et ainsi comparées qualitativement ou quantitativement.

¹² RICHELLE M., REQUIN J., ROBERT M., Traité de psychologie expérimentale, PUF, volume 2, 1994, p136

Mais cette analyse reste insuffisante et lorsque nous suggérons un certain type de réponse par nos investigations, l'orientation d'esprit des enfants peut s'avérer faussée. L'observation pure qui part à juste titre de l'enfant permet une analyse détaillée de ses actions et de ses questions spontanées. Cependant, dans cette situation d'examen nous observons une pensée non socialisée de l'enfant du fait de l'absence d'échange à proprement parler et de réciprocité des points de vue.

Pour sa part, l'examen clinique « tient à la fois de l'expérience pour autant que l'interrogateur fait des hypothèses, fait varier les conditions en jeu, contrôle par les faits chaque hypothèse, etc., et à la fois de l'observation directe dans la mesure où « le bon clinicien se laisse diriger tout en dirigeant »¹³. Sans avoir essentiellement changé, la méthode clinique a d'abord été « toute verbale » puis «mi- verbale, mi-concrète », et enfin qualifié de « méthode directe ». L'évolution de la terminologie marque le passage d'une appréhension de la logique dans le langage à une appréhension dans l'action. Notons que le langage n'est pas pour autant exclu de l'examen ; seulement, il ne demeure plus l'unique support de l'expérience. Il intervient dans la justification des manipulations et actions réellement effectuées sur du matériel concret.

4. **La pensée formelle**

Les opérations concrètes tendent vers un équilibre final structuré par les opérations formelles. Selon le point de vue de PIAGET, on pourrait résumer ces opérations formelles à des opérations sur des opérations concrètes car la pensée opératoire formelle est hypothético-déductive. C'est ce qui la caractérise essentiellement. Des hypothèses sont formulées et combinées entre elles et pour cette raison on parle de logique des propositions -ou propositionnelle-.

La logique de l'adolescent dépasse donc la logique des opérations concrètes en ce qu'elle est combinatoire et comprend un système de réversibilité coordonnant les deux réversibilités du niveau concret, l'inversion et la réciprocité.

¹³ DOLLE J.-M., Pour comprendre Jean Piaget, Toulouse : Privat, 1991

Les opérations concrètes se coordonnent en structures telles que les relations et les classes, mais organisent seulement des données immédiates. Contrairement au niveau préopérateur qui porte sur des oppositions de situations statiques ou de transformations (plus justement, actions propres), et encore plus au niveau sensori-moteur qui connaît la renversabilité* mais sur des actions purement pratiques, le niveau opératoire concret permet de considérer chaque état comme le résultat de transformations. On dira donc que l'organisation est limitée au réel concret. Pour autant, dans la pensée opératoire concrète, ce réel connaît une extension dans la direction du virtuel. Par exemple, sérier des objets signifie créer un ordre tel que de nouveaux objets puissent être rattachés dans la suite aux objets actuellement sériés. Le champ du possible dépasse le champ du réel, mais de façon limitée. Cette sorte d'anticipation qui va en direction de la série complète n'est qu'une petite prolongation du réel.

Plus élaborées, les opérations formelles ne se bornent pas à opérer sur les «données actuelles» mais opèrent une inversion entre le réel et le possible. Différentes données de la pensée formelle contribuent à expliciter le fait que « le réel se subordonne au possible ». Premièrement, elle porte sur des énoncés verbaux. Cela « ne signifie pas que la pensée verbale soit formelle, ni que la pensée formelle soit verbale. Au contraire, si l'on reprend le problème d'Edith qui est plus claire que Suzanne et plus foncée que Lili, une telle sériation n'est possible qu'après 12 ans parce qu'auparavant la pensée ne porte que sur le concret alors que maintenant, elle peut raisonner sur de telles propositions »¹⁴. Deuxièmement, la nouvelle capacité à penser toutes les combinaisons possibles, soit la logique propositionnelle permet la substitution des objets par des énoncés verbaux. Dans le cadre de notre protocole expérimental, nous avons eu recours à une épreuve basée sur les deux caractères que nous venons d'énoncer. L'épreuve (« écran-questions ») nécessite des compétences à

* *La renversabilité est une étape vers l'acquisition de la réversibilité d'une certaine action ou opération, logique ou mathématique. Elle se caractérise par le fait que, si l'enfant sait que la réalisation d'une certaine action ou préopération permettra de retrouver l'état antérieur d'un système, dont l'état actuel résulte d'une première action, il ne la considère pas encore pour autant comme l'inverse (ou la réciproque), au sens mathématique, de cette première action ou préopération.*

¹⁴ DOLLE J.-M., Pour comprendre Jean Piaget, Toulouse : Privat, 1991

raisonner à partir d'énoncés verbaux. Comme nous l'expliquerons dans la partie pratique de notre document, cette épreuve ne peut être réussie que par des adolescents ayant acquis une pensée logique hypothético-déductive et donc formelle. Troisièmement, « [la pensée formelle] constitue un système d'opérations à la seconde puissance »¹⁵. Les opérations antérieures portaient directement sur les objets tandis que les opérations formelles portent sur des propositions ou des énoncés qui sont déjà des opérations, mais au premier degré.

III. L'OPERATION DE SERIATION

1. La sériation dans la théorie mathématique

Dans sa présentation de la définition mathématique de la sériation, JAULIN-MANNONI¹⁶ situe les structures de sériation comme un cas particulier des structures d'ordre. Le dictionnaire d'orthophonie (2004) définit la relation d'ordre comme « une relation qui permet de ranger, d'ordonner, de donner une place. Elle est toujours antisymétrique et transitive ». Outre les relations de sériation, les relations d'ordre comprennent des relations spatiales et des relations temporelles.

DOLLE¹⁷ écrit que la sériation consiste à regrouper des éléments selon leurs différences ordonnées, ou selon un critère continu. Cette opération correspondra par exemple à ranger des objets de plus en plus grands, de plus en plus foncés, etc.

Trois points définissent principalement la structure de sériation :

1. **l'antisymétrie** : soit deux éléments, si « a » est plus grand que b, b ne peut pas être plus grand que a.

¹⁵ PIAGET J., INHELDER B., De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent, P.U.F., 1955 cités par DOLLE J. 1974

¹⁶ JAULIN-MANNONI F., L'apprentissage des sériations, Paris : Les éditions E S F, 1974

¹⁷ DOLLE J., Pour comprendre Jean Piaget, Toulouse : Privat, 1991

2. **la transitivité** : une relation est transitive « si chaque fois qu'elle existe conjointement entre a et b et entre b et c, alors elle existe nécessairement entre a et c.
3. **l'anti-réflexivité** : dans un ensemble E, aucun élément de E n'est en relation avec lui-même.

C'est parce qu'elle fait partie des opérations logiques élémentaires nécessaires à la construction du nombre que nous avons choisi de l'aborder à travers cette étude.

2. Développement des structures de sériation

2.1. Stades de construction

PIAGET identifie globalement trois stades dans la construction des structures de sériation :

1. L'enfant échoue à l'épreuve de sériation.

Trois types de conduites sont observables :

- alignement de couples ou de triplets,
- partition des objets à sérier en deux groupes ou trois (les petits et les grands ou les petits, les moyens et les grands),
- série globale.

2. L'enfant réussit par tâtonnements empiriques.

3. L'enfant réussit grâce à l'utilisation d'une méthode systématique : on parle de sériation « opératoire ».

Dans la suite de notre propos, nous décrivons des modèles opérationnels établis par PIAGET, ses successeurs ou des auteurs s'étant appuyés sur ses travaux. Si des modèles ont pu être dressés c'est que les épreuves de sériation sont facilement descriptibles en termes de manipulations et de construction. Louis FREY (1964) a construit trois automates pouvant correspondre chacun à une conduite particulière des sériations (cf partie IV § III).

2.2. Les sériations

J. RETSCHITZKI¹⁸ pose l'hypothèse que le décalage entre la sériation de longueurs et celle de poids est « faible, voire inexistant ». Pour éclairer son propos, rappelons celui de PIAGET.

Selon PIAGET¹⁹, deux séries de facteurs expliquent le décalage qu'il relève entre la réussite aux sériations de longueurs et de poids. Il décrit des facteurs perceptifs et des facteurs relatifs à une différence dans la structuration des qualités de la longueur et du poids : celles du poids restent plus longtemps égocentriques et sont par conséquent plus tardives. RETSCHITZKI associe donc à ces facteurs des décalages à la fois verticaux et horizontaux, bien que PIAGET n'ait pas employé cette terminologie dans ce cas particulier. La différence des structures des tâches (liée aux facteurs perceptifs) est à l'origine du décalage vertical et la structuration plus tardive des qualités du poids à l'origine du décalage horizontal. Son hypothèse est qu'une fois le décalage vertical réduit par la modification de l'épreuve des longueurs (limitation de la liberté de manipulation et diminution des différences de taille entre les éléments), le décalage subsistant s'expliquerait par le retard de structuration de la notion de poids. Ce décalage résiduel serait faible, voire inexistant. RETSCHITZKI a vérifié cette hypothèse par ses expériences, mais les résultats ne peuvent être généralisés du fait du nombre trop peu important de sujets.

2.3. Etapes de la sériation visuelle (longueurs)

Quand un sujet trouve « le « truc » de prendre toutes les baguettes dans une seule main et de les dresser verticalement de manière à trouver sans peine la plus grande, puis la plus grande de celles qui restent, etc. »²⁰, il utilise de façon optimale les possibilités de comparaisons immédiates. Ces possibilités restreignent la part de raisonnement. Le sujet qui a recours à cette technique ne réalise non plus neuf

¹⁸ RETSCHITZKI J., *L'évolution des procédures de sériation, étude génétique et simulation*, Archive de psychologie, Monographie 5, 1978

¹⁹ DOLLE J., *Pour comprendre Jean Piaget*, Toulouse : Privat, 1991

²⁰ KOPPEL H., *Réflexion sur le bilan des difficultés en mathématiques*, in Glossa, Nov 88, p11

comparaisons binaires (dans le cas d'une série de 10 éléments), mais une unique comparaison globale. Ainsi, il ne met pas de côté les bâtonnets qui ont déjà été comparés -ce qui est une difficulté surajoutée-. L'organisation de son action est en effet implicite. Néanmoins, notons que les différences de taille entre les bâtonnets ont été diminuées au possible (un millimètre) dans l'épreuve de sériation de longueur de notre protocole expérimental. Pour rendre la perception absolue de la taille la moins informative possible. Les comparaisons multiples sont également peu envisageables.

Dans leur étude de la mémoire, PIAGET et INHELDER (1968) et à l'issue de leurs travaux sur la sériation de longueurs, présentent les stades suivants :

- **Stade I: aucun essai d'ordre**
- **Stade II: échec à la série totale** (association par qualités absolues ou pré-relations)
 - A. Couples incoordonnés
 - B. Trios
 - C. Ligne des sommets correcte, mais bases pas alignées
 - D. Sériation en toit
 - E. Sériation correcte de 3 à 5-6 éléments, puis blocage
- **Stade III: réussite par tâtonnement**
 - Echec à l'intercalation
 - Échec à la sériation derrière écran
- **Stade IV : sériation opératoire**
 - Méthode systématique (recherche du plus grand de ceux qui restent, etc.)
 - Eléments intercalaires bien placés
 - Transitivité admise
 - Sériation derrière écran réussie

2.4. Etapes de la sériation tactile (poids)

Les étapes que nous donnons ici sont issues des travaux de PIAGET et INHELDER sur les relations asymétriques et inégalités de poids²¹. Précisons les problèmes qu'ils ont posés et à partir desquels ils ont établi les trois stades de la sériation tactile :

- Problème I

Trois cailloux sont présentés à l'enfant. Ils sont de poids différents, mais qui ne peuvent être reconnus au volume perçu. L'enfant a le choix d'évaluer le poids à la main ou à l'aide d'une balance. Il a pour contrainte de ne pas pouvoir toucher que deux cailloux à la fois. L'interrogateur demande à l'enfant de sérier les cailloux. Les épreuves sont multipliées (avec d'autres nouveaux objets par exemple) jusqu'au moment où il pourra être déterminé quel est le système (correct ou faux) suivi par l'enfant ou encore quelle part occupe le hasard dans les succès apparents. Le problème II a vocation à compléter le problème I.

- Problème II

Ce problème se décline en deux questions. Dans chacune des questions le matériel est constitué de trois boules de poids différents. Dans la question IIa, les grandeurs sont différentes, mais à l'inverse de leurs poids. Dans la question IIb la boule de grandeur la plus grande est celle de poids moyen et la boule la plus petite est la plus lourde.

- Problème III

Les questions posées sont les mêmes que dans le problème II, mais les éléments à sérier sont plus nombreux. La question IIIa propose 4 à 6 cailloux de poids différents, mais visuellement indiscernables et la question IIIb, 4 à 6 boulettes de poids différents, mais de volumes identiques.

- Problème IV

Il a pour objectif de comparer les résultats obtenus lors des problèmes précédents à ceux d'un problème général de sériation. L'enfant doit ordonner de la plus légère à la

²¹ PIAGET J., INHELDER B., *Le développement des quantités physiques chez l'enfant. Conservation et atomisme*. Neuchâtel (Suisse) : Editions Delachaux et Niestlé, 1968

plus lourde 10 boules de volumes identiques mais de poids différents. Il n'a plus la contrainte de la pesée deux à deux.

- **Problème V**

On présente à l'enfant 3 boîtes d'allumettes d'aspects parfaitement identiques, mais de poids inégal. Elles sont respectivement vides, pleine d'allumettes et pleine de sable. Après les avoir soupesées pour se fixer les idées, l'enfant est confronté à trois questions :

- **Va** : « Cette boîte (A) est plus lourde que celle-là (B) et celle-là (B) est plus lourde que celle-là (C). Laquelle est la plus lourde des trois et laquelle est la plus légère des trois. »,
- **Vb** : « Cette boîte (A) est plus lourde que celle-là (B) et celle-là (C) est plus légère que celle-là (B). Laquelle est la plus lourde des trois ? Et laquelle est la plus légère des trois. »,
- **Vc** : « Cette boîte (B) est plus légère que celle-ci (A) et elle est en même temps plus lourde que celle-là (C). Laquelle est plus légère et laquelle est la plus lourde des trois ? ».

C'est donc à partir des résultats obtenus à ces différents problèmes, qu'ils ont défini :

- **Le 1^{er} stade : absence de composition**

On le retrouve chez l'enfant de 4 à 5 ans et constitue le niveau le plus bas que les auteurs aient observé. L'enfant ne pèse pas tous les éléments et/ou se borne à les juger isolément (« lourds » ou « légers »). Il n'y a pas de jugements de relations et donc aucune coordination n'est possible.

- **Le 2^{ème} stade : sériation empirique et procédant par couples incoordonnés entre eux**

L'enfant estime désormais que peser un terme de façon isolée ne lui apprend rien. Il pèse chacun des éléments à sérier et toujours en relation avec un autre élément. Pour autant les différents rapports qu'il établit ne permettent pas toujours de tirer les

conclusions nécessaires à la sériation des termes. Il faut « que les couples de termes mis en rapport interfèrent entre eux et cela dans un certain ordre»²².

- **Le 3^{ème} stade : sériation opératoire**

Ce stade marque l'achèvement de la sériation des poids. Il est divisé en deux sous-stades :

- **Sous-stade IIIA** : les additions sérielles sont limitées à deux relations de même sens (problèmes I, II, Va, Vb). Quant aux compositions plus complexes, elles sont toujours sources de difficultés (problèmes III, Vc). Dans le problème IV, la sériation libre est acquise.
- **Sous-stade IIIB** : une solution correcte est donnée pour chacun des problèmes proposés (I, II, III, IV et V).

2.5. Sériation dans les activités numériques

BIDEAUD et LEHALLE ²³ abordent et tentent d'approfondir, dans l'un de leurs ouvrages, la question du développement des activités numériques chez l'enfant. Leurs interrogations portent sur la manière dont l'enfant parvient à intégrer le langage numérique ainsi que le lexique, la syntaxe et les opérations dérivées qui s'y rapportent. Par ailleurs ils ont cherché à comprendre comment l'enfant intègre les relations logiques inhérentes à la suite numérique.

Aujourd'hui, nombreuses sont les voix qui critiquent et remettent en cause la théorie piagétienne : parmi elles, celle de BAROUILLET²⁴. Il reconnaît l'importance qu'a pu avoir PIAGET dans les domaines de la psychologie et de la pédagogie, mais affirme que son approche structuraliste et logiciste ne peut être prise comme cadre général pour expliquer les acquisitions premières et ultérieures de l'enfant. L'un de ses arguments repose sur le fait « [qu'il] a été établi que, bien avant l'accès au stade

²² PIAGET J., INHELDER B., *Le développement des quantités physiques chez l'enfant. Conservation et atomisme*. Neuchâtel (Suisse) : Editions Delachaux et Niestlé, 1968, p. 229

²³ BIDEAUD J., LEHALLE H., *Le développement des activités numériques chez l'enfant*. Hermes Science Publications, 2002, p. 29 - 50

²⁴ BAROUILLET P., CAMOS V., *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal Editeurs, 2006, p. 37 - 45

opératoire concret, les enfants d'école maternelle manifestent un large éventail d'habiletés numériques telles que le comptage, le dénombrement, et même la résolution de problèmes additifs simples préalablement à tout apprentissage académique (Siegler, 1996 ; voir chapitres 4 et 5) ». Quant à BIDEAUD et LEHALLE, ils rappellent tout d'abord que lors de la lecture des conceptions piagésiennes -illustrant la perspective structuraliste- il faut prendre en considération l'évolution des acquis et connaissances sur le développement. Ils soutiennent que si PIAGET (1960) a toujours maintenu que le nombre se fonde sur la logique, cela ne signifie en aucun cas :

- « que toute activité numérique et tout traitement quantitatif soient impossibles avant 7 ans », et
- « que la réussite opératoire aux épreuves directement logiques (inclusion de classes et sériation) précède obligatoirement celle relative aux épreuves numériques comme la conservation des ensembles qui est en fait la conservation la plus précoce (GRECO, 1985) ».

En ce sens, PIAGET (1960) parle du domaine numérique comme d'un « domaine autonome de structuration où se manifeste la régulation progressive des inférences possibles ». La capacité des nouveau-nés à différencier des « numérosités » -à savoir des quantités discrètes perceptivement différenciées- serait une sensibilité nécessaire aux constructions cognitives ultérieures. « En effet, comment construire des nécessités représentatives et structurales (par exemple élaborer des inférences fondées sur l'itération) à propos d'une dimension dont on ignorerait l'existence ? »²⁵. Ils disent de ces « repérages discriminatifs » qu'ils sont des anticipations « [des] traitements analogiques et [des] **comparaisons approximatives de grandeurs** ».

Les deux auteurs soulignent que parler de logique comme fondement du nombre revient seulement à dire que la compréhension du nombre est indissociable d'une conformité « aux contraintes inclusives et ordinales inhérentes au nombre ». Donc sans propriétés logiques la conceptualisation du nombre n'est pas complète.

²⁵ BIDEAUD J., LEHALLE H., *Le développement des activités numériques chez l'enfant*. Hermes Science Publications, 2002, p. 43

Les propriétés logiques sont nécessaires et indispensables à l'**achèvement** de cette conceptualisation.

Dans leurs conclusions relatives au chapitre *Connaissances numériques et modèles de développement*²⁶, BIDEAUD et LEHALLE évoquent l'existence de facteurs sociaux et éducatifs. Des liens figurent entre le développement cognitif et celui des connaissances numériques et, en ce qui concerne les acquisitions numériques, les facteurs cités influent sur les évolutions cognitives. En résultent des différences dans les changements cognitifs propres à chaque individu. On notera la distinction faite par les auteurs entre les certitudes « assertoriques » et les certitudes « logiques ». Les premières correspondent à des « règles de calcul apprises » et les secondes à des « nécessités construites ». Les certitudes du type logique sont fondées sur des représentations structurées ; elles sont naturellement valorisées dans l'approche développementale. Pourtant, dans le cadre des acquisitions numériques de nombreux exemples montrent que c'est à partir de conduites (ou aptitudes) apprises que se construisent fréquemment les connaissances logiques : caractéristiques du comptage, opérations sur les nombres relatifs, règles de multiplication des décimaux inférieurs à l'unité... Dans un premier temps, les concepts n'en sont pas dégagés.

2.6. Multiplications des relations asymétriques transitives

PIAGET et INHELDER identifient la sériation comme « enchaînement additif des relations asymétriques transitives »²⁷. **La multiplication des relations asymétriques transitives correspond ainsi à une « table à double entrée composée d'une suite de sériations dans les deux sens horizontal et vertical ».** Ainsi, «le groupement des multiplications de relations n'est pas autre chose que la

²⁶ Ibid. p. 50

²⁷ PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations*, Neuchâtel (Suisse) – Paris : Delachaux et Niestlé, 1991, p. 270

sériation simultanée de ces relations selon les deux ou n dimensions différentes qu'elles constituent»²⁸.

On peut situer le niveau de difficulté de cette opération. En effet, à première vue elle semble plus complexe que la multiplication des classes (tables à n entrées) qui « paraît correspondre à une configuration perceptive relativement simple, au point que les épreuves de matrices peuvent être résolues indépendamment de tout mécanisme opératoire ». Par ailleurs il faut bien différencier cette multiplication des relations asymétriques transitives de la **correspondance sériale** qui s'effectue aussi aisément que la sériation elle-même. La correspondance sériale est la mise en correspondance de plusieurs séries de relations asymétriques selon une relation symétrique (similitude qualitative) : par exemple une sériation $X1 < Y1 < Z1 \dots$ mise en correspondance avec une seconde sériation $X2 < Y2 < Z2 \dots$ et avec une troisième $X3 < Y3 < Z3 \dots$

Les deux auteurs ont élaboré une expérience pour tenter d'en dégager le développement de la multiplication des relations asymétriques transitives. Le matériel qui a servi de support à leur épreuve est constitué de 49 dessins de feuilles d'arbres pouvant être ordonnés simultanément selon leur grandeur croissante et selon leurs teintes de plus en plus foncées. On distingue sept grandeurs notées I, II, III, IV, V, VI, et VII et sept teintes (déclinées du jaune vert au vert foncé) notées 1, 2, 3, 4, 5, 6, et 7. L'expérimentateur qui présente à l'enfant 98 feuilles (49 paires d'identiques) lui demande de les arranger comme il le souhaite. Dans le cas où l'enfant ne produit pas la formation attendue, l'expérimentateur peut sérier une rangée selon une dimension ou deux selon les deux dimensions. Pour vérifier la compréhension qu'a l'enfant de la signification multiplicative du tableau, il lui demande de trouver dans le tableau complet un élément répondant à deux critères. Le tableau complet aura été construit par l'enfant qui l'aura soit formé spontanément soit rempli à partir du cadre tracé par l'expérimentateur.

²⁸ PIAGET A., SZEMINSKA A., *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé, 1941, p. 309

Ces opérations semblent plus compliquées que celles décrites précédemment. Pourtant, la réussite aux épreuves, impliquant en outre une multiplication, est quasi contemporaine des épreuves impliquant la seule sériation. La plus grande complexité des premières ne serait donc qu'apparente et il n'y aurait pas ici matière à décalage. Trois paliers similaires à ceux habituellement décrits pour la sériation ont été mis en évidence :

- **Stade I : absence de sériation proprement dite**
- **Stade II : sériation spontanée selon l'une des qualités, mais échec à la synthèse multiplicative**

« Ce stade fournit [...] une série progressive de réactions qui finissent par atteindre la frontière des tables multiplicatives complètes. On peut caractériser cette progression de la manière suivante : les sujets les moins développés se bornent à sérier selon l'une des qualités en jeu, en négligeant l'autre jusqu'à ce que l'expérimentateur leur en rappelle l'existence ; puis ils effectuent une sériation selon l'autre qualité, mais en oubliant la première, et enfin ils cherchent à concilier les deux sériations, mais sans atteindre la conscience de la multiplication entière. A un niveau un peu plus élevé, le sujet commence également par une seule sériation, puis lorsqu'on rappelle la seconde qualité, il introduit une sériation de ce second point de vue à l'intérieur des collections construites et sériées [...] »²⁹

- **Stade III : réussite de la multiplication**

Les auteurs y répertorient une nouvelle réaction qui s'exprime sous deux aspects complémentaires : 1) « dès l'inspection initiale de la collection, le sujet anticipe la nécessité d'une double sériation selon les deux qualités variables, [par exemple, l'enfant dit] « il y a des plus foncés et aussi des plus petits » ». Même s'il commence par sérier une seule des deux qualités, son projet initial est de sérier les deux sortes (de qualités). 2) [le sujet] ne subordonne pas [sa] seconde [sériation] à la première [c'est-à-dire celle par laquelle il a commencé], comme c'était le cas au stade II, mais les considère

²⁹ PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations*, Neuchâtel (Suisse) – Paris : Delachaux et Niestlé, 1991, p. 274

comme homogènes ou d'égle importance. Il n'y a donc plus des classes de couleurs sèriées de façon externe les unes par rapport aux autres avec en plus une sèriation interne des grandeurs, ou des classes de grandeurs sèriées de façon externe avec en plus une sèriation interne des couleurs. Il y a dorénavant l'une et l'autre de ces deux dispositions quelle que soit celle qui a précédé l'autre. »

3. Sèriation et langage

« L'intelligence ne prend pas sa source dans le langage, mais a nécessairement besoin de celui-ci pour se développer et décupler sa puissance. »³⁰

Ayant principalement construit notre étude à partir des théories de PIAGET, rappelons dans un premier temps les relations qu'il établit entre langage et logique. Il considère le langage comme structurant la pensée logique et non comme étant son origine. S'il est possible de parler de relations entre langage et pensée c'est qu'il est exclu, contrairement à ce que rapportent certains courants et auteurs, qu'ils soient tous deux entièrement autonomes et indépendants l'un de l'autre ou à l'inverse deux aspects d'une même fonction. Dans la partie expérimentale de notre propos, nous analyserons les conduites opératoires des adolescents à travers leur manipulation, mais nous accorderons également de l'importance aux explications et justifications verbales des adolescents participant à l'étude.

Dans le cadre plus précis des structures de classifications et de sèriation, PIAGET³¹, a émis des hypothèses avant de conclure quant à la nature de la relation entre langage et structures logiques. Il pose les alternatives suivantes :

- 1) La formation des classifications et des sèriations a pour origine le langage.

³⁰ CHALON-BLANC A., *Inventer, compter, classer : de Piaget aux débats actuels*, Paris : Armand Colin, 2005

³¹ PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sèriations*. Neuchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé, 1991, p. 9 - 24

- 2) Le langage joue un rôle auxiliaire (accélérateur par exemple) dans la formation des classifications et des sériations, voire un rôle nécessaire à l'achèvement de ces structures. Cependant ce rôle ne serait pas suffisant à leur formation.

Pour vérifier ces possibilités il a eu recours à trois méthodes (qu'il a mises en œuvre ou sur lesquelles il s'est appuyé, car préexistantes :

- a) **l'examen des sourds-muets** (OLERON 1956, VINCENT 1951, AFFOLTER) : il en résulte qu'il n'existe pas de différence sensible entre l'évolution des sériations chez les sourds-muets et chez les normo-entendant. Néanmoins, si la réussite des sourds-muets est comparable à celle des témoins pour les classifications élémentaires, elle est plus tardive pour les classifications plus complexes. S'en conclut que le langage articulé « ne semble pas nécessaire à la formation des structures opératoires, mais [...] joue un rôle adjuvant indiscutable et constitue peut-être la condition nécessaire, quoique non suffisante, de l'achèvement de ces structures sous leurs formes généralisées ».
- b) **l'analyse des premiers schèmes verbaux** (esquissée par PIAGET, *La formation du symbole chez l'enfant*) : elle montre que le langage ne peut être considéré comme le facteur primordial à la formation des structures logiques. Pour autant, son rôle reste important dans leur élaboration ; par exemple, il accélère la formation des classes. Pour illustrer ses propos, le savant propose le cas d'un petit enfant qui appelle « chat » un chat sans que l'on ne puisse prouver que celui-ci possède la « classe » des chats. Si dans le langage adulte le substantif chat réfère à la classe des chats (incluse dans la classe des animaux elle-même incluse dans la classe des êtres vivants..), on ne sait pas où se situe la représentation qu'en a l'enfant entre l'individuel et le générique.
- c) **l'analyse de certains schèmes opératoires liés au langage courant** : elle permet de conclure que pour comprendre et employer les liaisons langagières correspondant à certains schèmes opératoires, il ne suffit pas qu'elles soient inscrites dans le langage courant. Pour qu'elles soient assimilées, une succession de (re)structurations relevant de mécanismes

logiques est nécessaire. Et, ces structurations viennent s'appuyer sur les expériences propres à l'individu.

Le langage est donc irrémédiablement reconnu par PIAGET comme un facteur (d'accélération et d'achèvement) important dans le développement opératoire. Pour soutenir la dominance du développement opératoire sur le langage (qu'il utilise malgré tout), il souligne que l'union des structures verbales avec les structures de classification est plus marquée qu'avec les structures de sériation. En effet, même si pour les structures de sériations cette union est qualifiée d'étroite, leur achèvement est néanmoins légèrement plus avancé que celui des structures de classification. Pour exemple, citons PIAGET qui écrit que « pour ce qui est des [structures de classification], [...] tous les substantifs et les adjectifs consistent à découper le réel en classes qui, ou bien se transmettent à l'enfant apprenant à parler, par le fait qu'il confèrera à ces mots le même sens que les adultes, ou bien ne se transmettent pas intégralement, mais l'influencent cependant en l'obligeant tout au moins à un début de classement. Quant aux sériations, le langage en contient peu de complètement élaborées (à part certaines séries à termes explicitement dénommées, telles que celle conduisant d'« arrière-grand-père » à « grand-père », « père », « fils », « petit-fils », etc.). Mais il en suggère parfois, grâce à certaines formes grammaticales spéciales et superlatifs, etc. »³².

Ce sont ces relations peu évidentes entre sériations et langage que SINCLAIR-DE ZWART a tenté d'éclaircir dans son livre sur l'acquisition du langage et développement de la pensée. Elle a élaboré ses recherches à partir des épreuves opératoires de PIAGET et INHELDER afin « d'étudier la formation d'un concept quelconque et, en même temps, l'acquisition des moyens verbaux nécessaires à l'expression de ce concept »³³. Elle y explique que leurs épreuves sont

³² PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sériations*. Neuchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé, 1991, p. 11

³³ SINCLAIR-DE ZWART H., *Acquisition du langage et développement de la pensée : sous-systèmes linguistiques et opérations concrètes*, Paris : Dunod, 1973, 168 p.

d'après elle les seules à porter dans un même temps sur « des notions fondamentales et générales, ainsi que sur le processus de leur acquisition »³⁴.

SINCLAIR-DE ZWART³⁵ relève deux points soulignés par PIAGET (1962) dans son étude sur le langage et les opérations intellectuelles :

- **l'antériorité des racines des opérations sur le langage** : ce sont dans les schèmes sensori-moteurs et les coordinations des actions que les opérations ont leurs racines. PIAGET³⁶ relève qu'un enfant au stade sensori-moteur et à un âge préverbal de son développement peut s'adonner à des constructions du type superposition de plots de volumes variables. Pour lui cela suffit à montrer que les racines des structures de sériation sont indépendantes du langage. Il reconnaît cependant que ces organisations élémentaires sont loin des structures opératoires ultérieures.

- **le lien qu'entretient la formation de la pensée à l'acquisition de la fonction sémiotique en général et non pas à l'acquisition du langage comme tel** : comme nous l'avons énoncé auparavant, OLERON, VINCENT et AFFOLTER appuient par leurs recherches cette conception du langage selon laquelle c'est l'imitation qui permet d'assurer la transition entre les conduites de la période sensori-motrice et les conduites représentatives. Les prolongements de l'imitation et l'image mentale –ou imitation différée et intériorisée- apparaissent au même niveau de développement que le langage et le jeu symbolique. Le développement de l'imitation est dominé par l'intelligence. Ils ont montré que le sourd-muet domine les opérations intellectuelles essentielles ; « il possède la fonction sémiotique sans posséder le langage ». Il faut entendre par ce terme « langage » le langage articulé que l'on acquiert par les transmissions sociales et éducatives.

³⁴ Ibid.

³⁵ Ibid., p. 10

³⁶ PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sériations*. Neuchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé, 1991, p. 9 - 24

SINCLAIR- DE ZWARTH –citée par J.RETSCHITZKI ³⁷- a pu mettre en corrélation mode de raisonnement et langage employé par le sujet. Elle a étudié les descriptions verbales faites par les enfants face à la série constituée dans l'épreuve de sériation de baguettes. Elle distingue les quatre **catégories de descriptions verbales** suivantes :

- **Dichotomie** : lorsque le sujet nomme les éléments par les termes « petit » ou « grand ». On relie l'utilisation de ces termes au stade 1 de la construction de la sériation caractérisée par le recours à des comparaisons par couple (ou petites séries incoordonnées).
- **Trichotomie et étiquetage détaillés** : on peut réunir ces deux types de conduite car toutes deux témoignent d'une comparaison non plus d'un élément à un autre, mais d'un élément à tous. La trichotomie est relative à la nomination des éléments par un des trois termes « petit », « moyen » ou « grand ». L'étiquetage concerne la recherche d'un nom particulier pour chaque élément. Le sujet combine les termes traditionnels (par exemple « moyen-grand »), ou utilise des mots tels que « plus », « presque », « aussi », « un petit peu », ce qui donne par exemple « un petit peu moyen » ou « plus moyen ». Ces derniers mots n'ont pas ici vocation à établir des liens, mais ont une valeur absolue.
- **Description comparative dans un sens** : l'enfant perçoit une répétition de la relation, donc dans un sens unique de variation –ascendant ou descendant-. Il fait se succéder les qualificatifs « plus grand » -ou « plus petit »-, sans pouvoir créer un renversement dans un but de description de la série dans l'autre sens. On peut faire correspondre cette conduite à l'anticipation globale de la sériation par un graphique. SINCLAIR montre en cela que la description langagière de la sériation est calquée sur l'image mentale –d'où ce lien avec les possibilités d'anticipation par l'image de la sériation -. Si langage et

³⁷ RETSCHITZKI J., *L'évolution des procédures de sériation, étude génétique et simulation*, Archive de psychologie, Monographie 5, 1978

opérativité ne sont ici pas en phase, il ne faut donc pas pour autant en déduire que le langage est en avance sur le raisonnement.

- **Description comparative dans les deux sens** : l'enfant est dans la sériation opératoire puisqu'il est ici capable de concevoir la relation double qui existe entre un élément a et un élément b (a est plus petit que b/ b est plus grand que a). Il peut décrire la série dans les deux sens.

Dans son ouvrage, SINCLAIR³⁸ discrimine dans les outils langagiers : les « **scalaires subjectifs** » -qui comprennent les termes « petit, moyen, grand », mais aussi « minuscule, très grand, géant »-, et les « **vecteurs associés à un adjectif** » - tels « plus » ou « moins » qui s'associent à « grand » ou « petit »-.

SINCLAIR a mis les quatre catégories de conduites langagières en parallèle avec l'évolution des structures de sériation au cours de la période opératoire. A chacun des stades existant pour l'épreuve des baguettes peut être corrélée étroitement une catégorie de descriptions verbales. Le tableau ci-dessous reprend la correspondance entre descriptions verbales et stades de la sériation :

Catégories du langage

<u>Stades</u>	Dichotomie	Trichotomie	Description comparative à 1 sens	Description comparative à 2 sens
	I	91	9	0
II	26	63	11	0
III	2	59	24	15
IV	0	7	13	80

Tableau 1 : Répartition des sujets en fonction de leur stade et de leur langage

³⁸ SINCLAIR-DE ZWART H., *Acquisition du langage et développement de la pensée : sous-systèmes linguistiques et opérations concrètes*, Paris : Dunod, 1973

IV. LA SERIATION DANS LE BILAN ORTHOPHONIQUE DU CALCUL ET DU RAISONNEMENT LOGICO-MATHEMATIQUE

1. Compétence et performance

« Comme tout trouble du langage, la dyscalculie manifeste une incompréhension de structure, trouble de la compétence pour utiliser le terme de CHOMSKY. Une analyse fine des mécanismes cognitifs en jeu s'avère indispensable»³⁹. KOPPEL soulève, dans son article, la nécessité et l'importance d'évaluer les mécanismes mis en œuvre, et donc les compétences, plus que de mesurer les performances -dont elle ne nie pas l'utilité-. C'est parce que les travaux de PIAGET et de ses collaborateurs fournissent des outils d'analyse des procédures qu'ils ont tout leur intérêt dans l'élaboration du bilan orthophonique des difficultés en mathématiques et du raisonnement logique. On ne s'intéresse pas, à travers le bilan, à un actif et à un passif, mais à « la dynamique de l'actif ou du passif ».

Nous venons de mettre en évidence l'essentielle distinction à faire entre performance et compétence. La compétence réelle correspond à l'ensemble des stratégies et procédures qui sont employées pour réaliser la tâche demandée et qui s'exercent selon une connaissance intrinsèque non mesurable directement. La performance n'en est que l'aboutissement. Elle est le résultat visible obtenu à cette tâche.

Le bilan des difficultés logico-mathématiques ne peut être purement quantitatif et doit absolument comporter une analyse qualitative. Néanmoins dans ce bilan, il faut pouvoir situer l'enfant dans un niveau de performance et dans un niveau de compétence. L'obtention d'un profil global permet une comparaison à ses paires du même âge ou du même niveau scolaire. Il est un marqueur des résultats obtenus à un « instant T » et c'est à lui qu'on pourra se référer pour juger de l'évolution des structures logiques dans la prise en charge orthophonique.

³⁹ KOPPEL H., *Réflexion sur le bilan des difficultés en mathématiques*, Glossa, Nov 88, p. 22-26

Les épreuves piagésiennes ou qui en sont inspirées permettent d'évaluer le niveau de structuration de la notion fondamentale ciblée à travers le comportement du sujet. Il paraît difficile de saisir cette structuration au travers des réponses données par un individu à des épreuves de solutions de problèmes (« problem solving »), même si ladite notion fondamentale est à la base du problème. Des écueils –en rapport avec le but de notre étude- d'autres ordres se retrouvent par exemple dans les épreuves de « discrimination learning » : quand, dans certaines, le facteur verbal est trop important, dans d'autres, c'est le facteur perceptif qui joue un trop grand rôle. Ainsi dans les tests de performance nombreux sont les facteurs qui empêchent d'indiquer le mode de structuration de la notion : des réponses données correctes parce que connues par cœur ou des erreurs liées à la fatigue, l'attention ou encore la motivation ne signifient ni que la notion a commencé à se mettre en place (dans le premier cas) ni que la notion est à un stade inachevé (dans le second cas). Notons que « [les épreuves opératoires] exigent toutefois un contexte théorique qui seul permet de dégager leur vraie signification »⁴⁰.

2. **Evaluation de la sériation dans le bilan orthophonique**

Depuis 1992 la Nomenclature des Actes en orthophonie considère dans notre champ de compétences « la rééducation du calcul et du raisonnement logico-mathématique » et non plus simplement « la rééducation du calcul ». L'élargissement de la terminologie vingt ans plus tard est le reflet de la récente considération du retard du développement du raisonnement comme explication de difficultés dans les apprentissages purement mathématiques.

Différentes batteries de tests permettent de réaliser une évaluation logico-mathématique en orthophonie. Certaines s'intéressent exclusivement aux acquis scolaires, comme Bat-Elem, NUMERICAL, TEDI-MATH et ZAREKI-R, quand d'autres permettent d'évaluer le développement des différentes structures logico-mathématiques. L'UDN-II (Utilisation Du Nombre II) élaboré par MELJAC et

⁴⁰ SINCLAIR-DE ZWART H., *Acquisition du langage et développement de la pensée : sous-systèmes linguistiques et opérations concrètes*, Paris : Dunod, 1973, p. 6

LEMMEL en 1999 appartient à ce deuxième groupe de tests. Cet outil d'inspiration piagétienne est l'un des plus utilisés à cette heure et porte sur la construction et l'utilisation du nombre. Le B-LM (Bilan Logico-Mathématique) de METRAL regroupe également un ensemble d'épreuves construit autour de matériel concret à manipuler (sans étayage verbal).

B-LM Cycle II (2008) d'Emmanuelle Métral s'adresse aux enfants de primaire. Deux épreuves de sériation constituent cette batterie :

- **La première épreuve (« les baguettes »)** est une sériation de neuf baguettes que l'enfant doit « ranger dans l'ordre ». Dans un premier temps l'orthophoniste cherche à évaluer, à travers la tâche de manipulation, les capacités de l'enfant à établir et gérer les relations d'ordre. Dans un second temps, l'orthophoniste questionne l'enfant pour vérifier à travers une tâche de raisonnement verbal s'il considère des états ou des relations. Il doit désigner une baguette à partir de consignes : « montre-moi une baguette plus grande que ..., plus petite que..., plus grande que... et plus grande que..., plus petite que... et plus grande que..., qui ne soit ni plus grande que... ni plus grande que..., plus grande que... et plus petite que... ».
- **La deuxième épreuve (« le dessin des ronds »)** consiste à évaluer le niveau de sériation de l'enfant. Deux ronds de tailles et de couleurs différentes sont montrés à l'enfant. Il lui est demandé ce qu'il voit et sa réponse apporte des indices sur la non-perception de la différence de taille, ou sur la perception de « grand » et « petit » comme des états, ou sur la perception des relations. Ensuite, l'enfant est amené à dessiner des ronds de manière à répondre à une consigne précise incluant une mise en relation avec un ou deux ronds.

L'UDN II (Utilisation et construction du nombre) est destiné aux enfants âgés de 4 à 11 ans. Mais certaines épreuves permettent une utilisation avec des enfants de fin primaire et au-delà avec des adolescents en difficulté qui sont scolarisés en classe de début collège. Parmi les épreuves de logique élémentaire, l'une concerne l'évaluation de la structure de sériation. Elle consiste en une sériation de bâtons de longueurs différentes. Le test prévoit une analyse des procédures utilisées préférentiellement.

Dans le THEDI-MATH, la partie du test évaluant les opérations logiques prévoit une épreuve de sériation de patterns d'arbre et une autre de sériation des chiffres arabes. Quant au test ZAREKI-R, il prévoit une première épreuve de comparaison entre deux nombres présentés oralement et une seconde de comparaison entre deux nombres écrits.

Partie II :
PROBLEMATIQUES ET
HYPOTHESES

PROBLEMATIQUES ET HYPOTHESES

I. PROBLEMATIQUE GLOBALE

D'après la théorie piagétienne, l'adolescent formel a acquis la sériation lors du stade opératoire concret. La sériation serait un des piliers permettant la construction du nombre, et par là même un accès à l'abstraction.

Les travaux de Piaget et de ses collaborateurs montrent qu'il existerait un ordre de succession de la construction des notions de sériation. Ils ont réalisé leurs expériences à partir de différents supports et matériels. Dans celles-ci, un sujet est situé à un niveau opératoire différent selon le matériel utilisé.

Dans la théorie piagétienne, il est fait état de la notion de décalage qui est « la répétition ou la reproduction du même processus formateur à des âges différents »⁴¹. En ce sens, PIAGET et INHELDER⁴² observent des étapes intermédiaires entre l'avènement des configurations sériales (semi-anticipation vers 5/6 ans) et celui de la sériation opératoire. Elles marquent cette avance des configurations sériales mais aussi les grandes différences qui justifient l'apparition bien plus tardive de la sériation opératoire.

Aussi, dans la conception constructiviste, « le nombre apparaît [...] comme constituant simplement une synthèse de la sériation et de l'inclusion »⁴³. Cela pourrait laisser penser que l'enfant, bien que capable de retenir et restituer verbalement une suite de nombres avant 6 ans, ne soit capable d'activités de sériation sur les nombres que lorsqu'il peut faire abstraction des qualités et faire intervenir un ordre sérial des unités. Or, il n'y a pas obligatoirement antériorité de la réussite

⁴¹ DOLLE J.-M., *Pour comprendre Jean Piaget*, Toulouse : Privat, 1991

⁴² PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations*, Neuchâtel (Suisse) – Paris : Delachaux et Niestlé, 1991

⁴³ PIAGET J., INHELDER B., *La psychologie de l'enfant, Que sais-je ?*, Numéro 369, Presses Universitaires de France, 1966

opérateur aux épreuves directement logiques sur la réussite aux épreuves numérique⁴⁴.

En effet, nous avons rencontré des adolescents capables de réussir des activités de sériation de nombres sans pour autant utiliser une méthode opératoire pour sérier d'autres types de contenus. Observer ce phénomène dans le cadre de notre expérimentation permettrait de relever la nécessaire vigilance à avoir dans le choix du contenu-test et de sa présentation et dans les conclusions, lors de l'exploration de l'activité de sériation chez un adolescent.

A partir de ces observations, nous nous sommes demandée si une gradation des épreuves, en corrélation avec la réussite ou l'échec de l'adolescent ou plus précisément avec le type de raisonnement, était possible. Pour y répondre nous avons mis en œuvre des situations expérimentales.

II. EXPERIMENTATIONS ET INTERETS

Nous avons choisi de proposer à des adolescents (âgés de 12 à 15/16 ans) des épreuves de sériation additive (visuelle et tactile), de sériation multiplicative, et de sériation numérique.

Pour qu'il n'y ait pas de confusion dans la lecture de notre travail, il est indispensable d'avoir à l'esprit les propos de C. GILLIERON : « Le problème des décalages ne se réduit qu'accessoirement à des différences de structuration de l'expérience. Il fallait, bien sûr, d'abord essayer d'étudier les conduites dans des situations les plus possibles comparables. Mais la question cruciale est celle des liens de nécessité entre les différents types d'opérations, par rapport à certains contenus. »⁴⁵. Si l'auteure apporte ces précisions c'est qu'il faut être prudent quant à la définition que l'on apporte au contenu : cette définition ne doit pas être indépendante des opérations qui la constituent. En d'autres termes, on parle de

⁴⁴ GRECO, *Conservations : homogénéité et hiérarchie des performances. Une étude à propos des décalages*, 1985

⁴⁵ GILLIERON C., *Décalages et sériation*, *Archive de psychologie*, Monographie 3, Mars 1976, p. 13

« sériation de longueurs » et de « sériation de poids » lorsque l'on demande à un individu de sérier des baguettes de longueurs différentes et des boules de poids différents. Or, cette situation ne doit pas pour autant amener à considérer poids et longueur telles « des entités auxquelles sont attribuées toutes les propriétés que l'expérimentateur y met ». Pour éviter ce risque de simplification, nous soulignons que les comparaisons des différentes sériations et leur gradation éventuelle, résultant de notre travail expérimental, sont à considérer en tenant compte du contenu des séries, mais aussi des conditions exceptionnelles dans lesquelles le sujet a eu à travailler sur ces séries.

Les intérêts de cette expérimentation sont :

- d'observer concrètement dans notre pratique l'hypothèse de décalages horizontaux dans le cas de la démarche de sériation.
- de mieux comprendre et appréhender la construction cognitive des conduites des adolescents rencontrés dans le cadre d'une prise en charge orthophonique.
- de nous aiguiller dans le choix du matériel à utiliser pour travailler la notion de sériation avec ces patients.

III. HYPOTHESES

D'après ce que nous avons trouvé dans la littérature, nous émettons l'hypothèse qu'il sera observé, dans la population témoin, un même ordre dans la successivité des acquisitions des notions de sériation.

En ce qui concerne la population d'adolescents à troubles logiques, il devrait être retrouvé ce même ordre, mais nous doutons de cette affirmation.

Partie III :

PARTIE EXPERIMENTALE

PARTIE EXPERIMENTALE

I. PRESENTATION DES EPREUVES

1. Objectifs

Le protocole d'examen regroupe cinq activités de sériation : sériation de réglettes derrière écran (« écran-questions»), sériation multiplicative (« sériation des ronds »), sériation de poids (« sériation des boules »), sériation de longueurs (« sériation des bâtonnets) et sériation numérique. Il a pour but d'évaluer le niveau de sériation des adolescents à troubles logiques d'une part et tout-venant d'autre part en rapport avec le matériel utilisé.

Les données ont permis dans un premier temps de comparer les résultats de la population pathologique à ceux de la population témoin et dans un second temps de confronter les résultats des différentes activités.

2. Modalités de passation

Le sujet subit les cinq épreuves successivement et selon un ordre strict. Chaque épreuve est chronométrée, mais ne connaît aucune limite de temps. Le chronomètre est lancé à la fin de l'énoncé de la consigne et arrêté lorsque le sujet considère avoir terminé la tâche demandée.

La présentation du matériel et des consignes doit être scrupuleusement respectée et constante afin que tous les sujets soient confrontés à une même situation de départ. Ce sont les interventions de l'examineur au cours de l'épreuve qui pourront diverger, en adaptation à la situation spécifique créée par les manipulations de chaque sujet. Néanmoins, l'examineur dispose d'une liste de questions et de formules sur lesquelles il pourra s'appuyer. Cette liste, qui ne se veut pas exhaustive a été créée empiriquement lors d'essais de notre protocole expérimental sur quelques sujets hors population.

Avec accord de l'adolescent et de sa famille, les épreuves seront filmées de façon à ce que ses manipulations soient visibles et les verbalisations entendues de façon suffisamment intelligible. Ses traces auront pour unique fonction de servir de support dans l'analyse des conduites.

Dans la mesure du possible et hors cas exceptionnel, la passation des épreuves est effectuée en un seul temps et qui n'excède pas les soixante minutes.

3. Présentation des différents supports

Le protocole est constitué de quatre épreuves de sériation d'objets et d'une épreuve de sériation numérique.

3.1. Ecran-questions

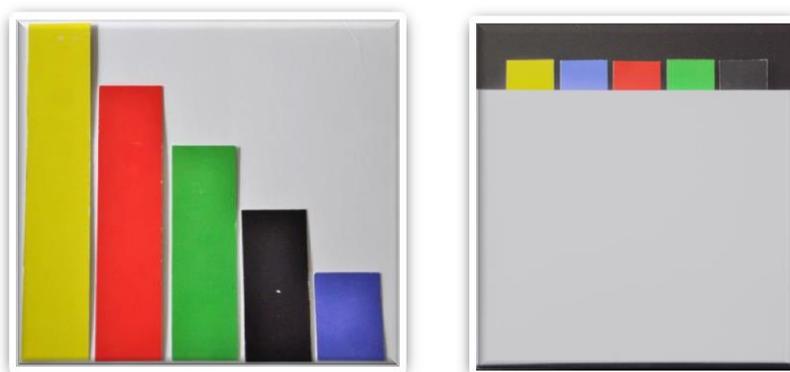


Image 1 : réglettes sériables

La série est constituée de cinq réglettes cartonnées de 3cm de largeur. Elles se différencient par leur couleur (bleue, noire, verte, rouge, jaune) et leur hauteur avec un intervalle constant de trois centimètres (quatre centimètres, sept centimètres, dix centimètres, treize centimètres et seize centimètres).

Ce matériel est complété par deux écrans blancs rectangulaires (l'un de vingt centimètres par trente centimètres et l'autre de huit centimètres par quinze centimètres), une feuille et dix feutres parmi lesquels cinq sont de même couleur que les cinq réglettes.

L'écran le plus grand sert à cacher au sujet la mise en place du matériel. L'écran le plus petit est destiné à cacher partiellement les cinq réglettes de façon à ne laisser apparaître que deux centimètres de chacune d'elle.

3.2. Série de ronds



Image 2 : ronds sériables

(matériel conçu exceptionnellement pour notre protocole expérimental)

Ce matériel, inspiré d'une expérience de Piaget, comprend un ensemble de 32 ronds. Ces ronds peuvent être simultanément ordonnés selon leur grandeur croissante (ou décroissante) et selon leur teinte de plus en plus foncée (ou de plus en plus claire). On distingue quatre grandeurs relatives au diamètre des ronds (4cm, 6cm, 8cm et 10 cm) et huit teintes pour chaque ordre de grandeur. Aux quatre diamètres présents correspondent ainsi quatre dégradés de couleur (dégradé de rouge, dégradé de bleu, dégradé de vert, dégradé de violet).

3.3. Série de boules

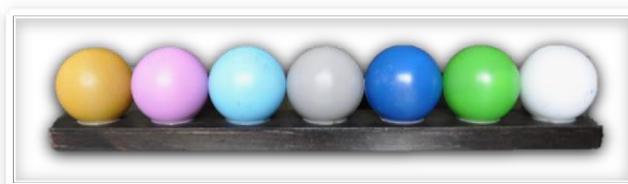


Image 3 : boules sériables

(matériel conçu exceptionnellement pour notre protocole expérimental)

Sept boules en plastique de couleurs différentes constituent cette série. Elles sont de même volume, soit quatre-vingts millimètres de diamètre, mais de poids différents. Leur poids varie entre 350g et 35g avec intervalles non réguliers. On liste une boule verte de 350g, une bleue foncée de 250g, une bleue claire de 160g, une marron de 115g, une rose de 80g, une blanche de 50g, et une grise de 35g. On les désignera respectivement par les notations : V, Bf, Bc, M, R, Bl et G.

Les poids utilisés ici correspondent à ceux choisis par Christiane GILLERION et ses directeurs Jean PIAGET et Barbel INHELDER dans l'épreuve sériation de poids présentée dans « Décalage et sériation »⁴⁶. Ils ont sélectionné ces poids empiriquement après évaluation avec quelques adultes. Leur méthode de tri repose essentiellement sur deux propriétés :

- Les différences de poids doivent être perceptibles dans une pesée manuelle.
- Pour que les différences entre éléments contigus soient comparables, la progression des poids doit être géométrique, en vertu de la loi de Weber.

⁴⁶ GILLIERON C., Décalages et sériation, *Archive de psychologie*, Monographie 3, Mars 1976, p. 42

3.4. Série de bâtonnets



Image 4 : bâtonnets sériables

(matériel conçu exceptionnellement pour notre protocole expérimental)

Ce matériel est composé de 11 bâtonnets en forme de demi-tube de 1,3cm de diamètre. Leur hauteur varie de 10 à 11 cm de hauteur avec un intervalle régulier d'un millimètre. Pour ce support, nous nous sommes inspirées du matériel décrit dans les études piagétienne.

Ainsi nous listons par ordre décroissant de longueur les bâtonnets définis par les critères suivants :

- Jaune (J) – 11cm
- Violet (Vi) – 10,9cm
- Bleu clair (BC) – 10,8cm
- Noir (N) – 10,7cm
- Gris (G) – 10,6cm
- Rose (R) – 10,5cm
- Marron (M) – 10,4cm
- Bleu foncé (BF) – 10,3cm
- Vert (Ve) – 10,2cm
- Blanc (Bl) – 10,1cm
- Orange (O) – 10cm

3.5. Série de nombres

L'épreuve utilisée ici est issue du bilan élaboré par E. METRAL. Le matériel est constitué de deux planches. Sur l'une sont écrits en chiffres deux nombres entiers de couleurs différentes (20671 en bleu et 30240 en vert). Sur l'autre, sont notés deux nombres décimaux de couleurs également différentes (20,6 en rouge et 20,7 en bleu).

4. Description des épreuves et protocoles d'examen

4.1. « Ecran-questions » : activité de sériation additive de longueurs par le questionnement et de réflexion sur la conservation ou la non-conservation de l'ordre après déformation de la série

1ère partie :

L'examineur présente l'écran à l'adolescent de façon à ce qu'il ne voit qu'un alignement des réglettes dépassant de deux centimètres. Elles sont disposées comme suit de la gauche vers la droite du sujet : réglette jaune – réglette verte – réglette noire – réglette bleue – réglette rouge. L'examineur doit bien veiller à respecter un alignement des bases vers le haut en respectant le marquage indice au dos des réglettes. Il les fixera sur l'écran plastifié à l'aide de gomme adhésive. Une feuille et des feutres de couleurs sont à disposition du sujet.

Lorsque la série est installée, l'examineur montre au sujet les réglettes en partie cachées et lui dit : « Voici cinq réglettes de tailles différentes. Pose-moi des questions pour savoir comment tu pourrais les ranger. Je dois pouvoir répondre à tes questions par oui ou par non. Si tu en ressens le besoin, tu as le droit d'écrire sur cette feuille. Le but du jeu est que tu poses le moins de questions possible. »

2ème partie :

L'examineur, qui n'a pas à faire de commentaires sur le rangement annoncé par le sujet, détache les réglettes de l'écran et les range selon un ordre décroissant de la gauche vers la droite du sujet.

Tout en montrant à l'adolescent la série entièrement découverte, l'examineur dit : « Voici les réglettes dans l'ordre ».

Il lui pose ensuite la question suivante : « es-tu d'accord avec cet ordre ? »

→ Si le sujet répond non, il lui demande pourquoi et note son explication.

Il cache à nouveau la série, rompt l'alignement des bases et lui demande si les réglettes sont toujours dans l'ordre.

→ Si le sujet répond oui, il cache à nouveau la série, rompt l'alignement des bases et lui demande si les réglettes sont toujours dans l'ordre.

4.2. « Les ronds » : activité de sériation multiplicative selon deux critères

L'examineur dépose les 32 ronds devant le sujet et dit : « Voici trente-deux ronds. Range-les du mieux que tu peux. »

4.3. « Les boules » : activité de sériation additive de poids

L'examineur place devant le sujet un rail en bois sur lequel sont disposées les sept boules selon l'ordre M - R - Bc - G - Bf - V - Bl. On garde cet ordre constant pour tous les sujets. L'examineur dit : « Voici sept boules de poids différents. Je te demande de bien les ranger d'après le poids. »

Sur le cahier de passation, nous prenons note de toutes les actions réalisées par le sujet :

- Soupèse-t-il des boules isolément (évaluation du poids) ?
- Quelles comparaisons effectue-t-il ?
- Quels déplacements opère-t-il ?

4.4. « Les bâtonnets » : activité de sériation additive de longueurs

L'examineur donne à l'adolescent les 10 bâtonnets en lui disant « voici 10 bâtonnets de taille différente. Range-les dans l'ordre ».

4.5. « Les nombres » : activité de sériation de nombres

La planche « nombres entiers » est présentée au sujet. A partir de celle-ci l'examineur lui pose les consignes suivantes :

1. « Que vois-tu ? »
2. « Je vais te demander d'écrire... :
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert
 - un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert

Ensuite, l'examineur dépose devant le sujet la planche « nombres décimaux ». Il lui pose les consignes suivantes :

1. « Que vois-tu ? »
2. Je vais te demander d'écrire... :
 - un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu
 - un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu
 - un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu
 - un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu

5. Construction et recueil des données

5.1. Caractéristiques d'élaboration du protocole expérimental

Nous avons recueilli des épreuves visant à évaluer les structures de sériation dans la littérature issue de l'approche constructiviste piagétienne ainsi que dans des batteries d'évaluation utilisées en orthophonie. Aucune de ces épreuves ne peut prétendre évaluer exclusivement ces structures même s'il s'agit de l'objectif premier et unique de la démarche. Aussi, les conditions des tests sont établies de manière à restreindre un maximum la mise en jeu d'autres compétences et structures logiques qui entreraient en jeu lors des activités. Nous nous sommes librement inspirée de ces épreuves, et en avons réutilisé certaines.

Au vu de la problématique de notre étude, nous avons classé les épreuves selon l'ordre qui paraissait (à nos yeux) de complexité décroissante. Seule l'épreuve 5, basée sur du matériel numérique est à considérer de manière isolée. Pour cette raison, nous l'avons placée à la fin. Ce sont donc les épreuves 1, 2, 3 et 4 que nous avons « ordonnées » :

- L'épreuve 1 « Ecran-questions » repose sur les compétences langagières du sujet. Notre population cible étant principalement constituée d'adolescents présentant des troubles du langage associés aux troubles logico-mathématiques, il est évident que l'épreuve présente une certaine difficulté : celle de parvenir à exprimer sa pensée par le biais de la langue orale. Aussi pour parvenir à organiser la série, le sujet doit opérer mentalement. On est dans de l'abstrait.
- Les trois autres épreuves (2, 3 et 4) exigent des manipulations physiques. Nous proposons donc ici des épreuves plus concrètes qu'auparavant. Nous avons envisagé que la sériation de longueurs (épreuve 4) était plus facile que la sériation de poids (épreuve 3), dans la mesure où les différences entre les bâtonnets sont visuellement perceptibles, ce qui n'est pas le cas des boules qui sont de volumes identiques. Cette perception directe (visuelle), que nous rappelons avoir réduite le plus possible, nous semble simplifier la phase de démarrage de la construction de la série ainsi que la phase d'achèvement possible par contrôle visuel. Quant à l'épreuve 2 (sériation de ronds), son principe même justifie un niveau de complexité plus élevé que ceux des épreuves 3 et 4.

Nous avons émis l'idée que l'adolescent qui présenterait des difficultés à l'épreuve 1 ou aux épreuves 1 et 2 parviendrait tout de même à mettre en place des systèmes automatiques dans au moins une épreuve ultérieure. Notre problème concernant les relations existant entre la forme (de la structure de sériation du sujet) et le contenu (défini par la nature des éléments à sérier et à laquelle correspondent des propriétés particulières à la notion servant de critère de sériation) pourrait alors s'illustrer.

Après l'exploitation des résultats de nos différents sujets, nous pourrions entre autres déterminer l'influence des situations expérimentales sur les conduites de sériation.

5.2. Livret de passation

Le livret de passation est un document qui présente pour chaque épreuve :

- une description des modalités d'exposition du matériel à l'enfant
- une transcription des consignes précises à donner à l'enfant au début de l'épreuve
- un espace pour recueillir les données observées au cours de l'épreuve
- une liste non exhaustive de questions pouvant être posées à l'enfant et d'observations possibles relatives aux manipulations.

Pour chaque épreuve il est envisagé un temps d'observation pur –sans intervention langagière- puis un temps de discussions. Ces discussions ont pour objectif de comprendre au mieux la pensée de l'enfant en l'amenant à se justifier, et en lui proposant des contre-suggestions. Les questionnements qui sont mentionnés sur le livret ont été listés par anticipation des comportements possibles des enfants face au matériel. Nous avons pu les compléter à partir d'observations faites lors d'essais du matériel avec différentes personnes hors populations. Nous soulignons le fait qu'ils font office de propositions et non de questions standardisées. Pour rester dans l'esprit d'une méthode d'analyse clinique et critique, formules et vocabulaire doivent être adaptés à ceux de l'enfant, à son comportement et donc aux situations particulières.

Seule l'épreuve « Ecran-questions » est fondée sur des échanges exclusivement langagiers.

II. POPULATION

Nous avons travaillé avec quatorze sujets, ce qui représente un échantillon de petite taille. De ce fait, nous avons conscience des limitations entraînées quant à

l'interprétation des résultats obtenus à l'issue de notre expérimentation. Il est évident que nos conclusions et observations seront difficilement généralisables.

1. Population d'adolescents tout-venant

1.1. Critères d'inclusion

Nous avons inclus dans la population témoin tout collégien ou lycéen, sans distinction de sexe âgé de 12 à 16 ans.

1.2. Critères d'exclusion

Ont été exclus de cette population les jeunes pris en charge par un orthophoniste ou l'ayant été ainsi que ceux présentant une dyspraxie développementale et/ou une atteinte organique identifiée entraînant un déficit visuel, un déficit auditif ne permettant pas de travailler comme avec un normo-entendant ou un déficit moteur empêchant une manipulation aisée du matériel. Nous avons également écarté de la population témoin les adolescents connaissant des troubles associés.

1.3. Description de l'échantillon

Les adolescents du groupe témoin ont été recrutés, dans le département des Bouches-Du-Rhône parmi les inscrits à l'œuvre de jeunesse Jean-Joseph Allemand et un réseau de connaissances. Ils sont issus de niveaux socio-culturels divers.

EFFECTIF TOTAL :	7 adolescents
ÂGE AU MOMENT DE LA PASSATION :	De 12 ans 3 mois à 15 ans 5 mois
AGE MOYEN DE L'ECHANTILLON :	13 ans et 1 mois
NIVEAU SCOLAIRE :	De la 5 ^{ème} à la 2 nd
REPARTITION PAR SEXE :	4 filles et 3 garçons

Les âges ont été arrondis au mois inférieur près.

2. Population d'adolescents dits « dyscalculiques » ou présentant des troubles logico-mathématiques

2.1. Critères d'inclusion

Nous avons inclus dans la population pathologique, tout collégien ou lycéen, sans distinction de sexe, âgé de 12 à 16 ans et suivi pour trouble du raisonnement logico-mathématique ou dyscalculie dans le cadre d'une prise en charge orthophonique.

2.2. Critères d'exclusion

Ont été exclus de cette population les adolescents présentant une dyspraxie développementale et/ou une atteinte organique identifiée ayant des répercussions sur les capacités visuelles, auditives ou motrices. Pareillement, les adolescents présentant une dysphasie de type expressif n'ont pas été retenus.

2.3. Description de l'échantillon

Les adolescents de ce groupe sont des patients d'orthophonistes exerçant dans le département des Alpes-Maritimes.

EFFECTIF TOTAL	7 adolescents
AGE AU MOMENT DE LA PASSATION	De 12 ans 3 mois à 16 ans 3 mois
AGE MOYEN DE L'ECHANTILLON	13 ans 4 mois
NIVEAU SCOLAIRE	De la 5 ^{ème} à la 3 ^{ème}
REPARTITION PAR SEXE	3 filles et 4 garçons

Les âges ont été arrondis au mois inférieur près.

3. Choix des critères d'exclusion

La dyspraxie développementale comme critère d'exclusion se justifie dans notre propos par la gêne praxique que pourrait occasionner le trouble lors des épreuves tests. En effet, nous avons souhaité éviter les interprétations erronées qui

auraient pu résulter d'une confusion entre les difficultés de manipulation, de coordination oro-manuelle ou de repérage visuo-spatial et les difficultés découlant directement d'un déficit des structures logiques.

Aussi, l'existence d'un déficit sensoriel ou d'un trouble associé chez le sujet a été définie comme critère d'exclusion afin d'éviter son influence éventuelle sur la compréhension des consignes et la réalisation des épreuves. Lors du recrutement de notre population, le cas d'un adolescent présentant un trouble auditif s'est présenté. Nous l'avons sélectionné car son appareillage lui permet un bon gain prothétique, son trouble auditif n'influant donc en rien sur le déroulement et la passation des épreuves.

Pour finir, nous avons choisi d'exclure de notre population « pathologique » les individus manifestant une dysphasie caractérisée par un trouble important du versant expressif. Dans son article « réflexion sur le bilan des difficultés en mathématiques », KOPPEL présente la dyscalculie comme l'une des manifestations d'un trouble du langage. Pour elle, et en se référant à SADEK-KHALIL, « la dyscalculie est une forme spécifique du retard de langage. Car si le langage est communication, il est aussi l'expression de la compréhension du monde et de soi-même. ». Il ressort de ces propos l'importance du langage comme moyen d'expression. C'est parce que la langue est dans certaines parties de notre expérimentation un vecteur de communication nécessaire et essentiel, que l'outil verbal du sujet doit être au plus proche de son outil de pensée. Or, ce n'est pas le cas chez un sujet dysphasique expressif qui éprouve des difficultés pour transposer oralement et de façon claire ses idées.

Pourtant, si nous n'avons pas exclu les adolescents présentant des troubles logico-mathématiques pris en charge parallèlement pour troubles du langage oral (hors dysphasie) c'est qu'il est avéré par les études post-piagétienne que pensée et langage sont intimement liés. Aussi, rencontrer un adolescent diagnostiqué et suivi exclusivement pour un trouble des structures logico-mathématiques s'avère très rare. Aussi, nous ne considérons pas ce fait comme un biais dans notre expérimentation mais plutôt comme un intérêt dans le sens où c'est à ce type de population que sont confrontés les orthophonistes. Par ailleurs, comme l'écrit Christiane GILLIERON en comparaison aux épreuves de conservation, « les épreuves de sériation, par contre,

présentent de nombreux avantages. [...] Elles sont aisément descriptibles en termes de manipulations, de constructions, ce qui permet d'en fournir des modèles opérationnels»⁴⁷.

Bien que pour un certain nombre d'auteurs le cas d'une dyscalculie pure est peu envisageable, ROURKE (e.g., 1993), chercheur dans le domaine des neurosciences cognitives, reconnaît des enfants souffrant à la fois d'une dyscalculie et d'une dyslexie et ceux souffrant uniquement d'une dyscalculie. ROURKE pose une distinction entre les déficits de ces deux groupes. Le premier aurait des difficultés de traitement verbal causées par des déficits hémisphériques gauches et le second des difficultés de traitement non verbal entraînées par des déficits hémisphériques droits. Des recherches plus récentes menées par Jordan et al. (2003) et par Shalev et al. (1997) ne soutiennent pas cette distinction qu'ils considèrent trop simpliste. Ils suggèrent que certes le groupe dyscalculie/dyslexie a davantage de difficultés en mathématiques et notamment dans des tâches plus verbales, mais qu'il présente les mêmes difficultés dans des tâches qui relèvent davantage de capacités non verbales. Pour ce groupe, deux déficits seraient donc bien distincts et c'est leur combinaison qui produirait un nombre plus grand de difficultés que si le déficit était unique.

⁴⁷ GILLIERON C., Décalages et sériation, *Archive de psychologie*, Monographie 3, Mars 1976

Partie IV :
PRESENTATION DES
RESULTATS

PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

I. METHODE DE PRESENTATION DES RESULTATS

Pour respecter l'anonymat des participants à notre étude, nous leur avons attribué de façon aléatoire des prénoms qui ne sont pas les leurs. Ces prénoms fictifs seront utilisés tout au long de notre propos.

Les propos échangés lors des entretiens sont relatés selon la légende suivante : « *propos de l'enfant testé* » et « *propos de l'examineur* ».

Nous n'avons pas pris en considération les passations de quatre adolescents qui avaient été sélectionnés parmi les populations témoin et pathologique. Nous avons considéré que les données relatives à notre entretien avec eux et les résultats obtenus ne pouvaient être exploités pour des raisons de deux types :

- les conditions de passation n'étaient pas conformes au cadre défini dans le protocole expérimental,
- nous avons suspecté d'éventuels troubles ou déficiences qui auraient pu compromettre la pleine réussite de l'adolescent face au matériel proposé.

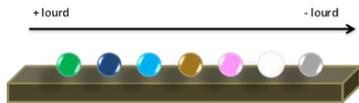
Pour faciliter au lecteur la compréhension des observations retranscrites et améliorer leur lisibilité, des schémas sont utilisés tout au long de la retranscription des entretiens. Incorporés à titre de rappels, ils sont les illustrations du matériel sériable utilisé dans ladite épreuve. Les proportions et tailles de ces figures ne sont pas conformes à la réalité. Seul l'ordre de la série est représentatif. Aucune des consignes données à l'enfant ne précise le sens dans lequel on souhaite que les éléments soient sériés. Le sens que nous proposons ici est donc arbitraire : par exemple nous avons choisi de présenter les réglettes de la première série dans un ordre de grandeur décroissant, mais nous aurions tout autant pu présenter ces éléments du plus court au plus long (dans le sens de lecture gauche – droite).



Les cinq réglettes de l'**épreuve 1** sériées de la plus longue à la plus courte.



Les sept boules de l'**épreuve 3** telles qu'elles sont présentées au sujet.



Les sept boules de l'**épreuve 3** sériées de la plus lourde à la plus légère.



Les onze bâtonnets de l'**épreuve 4** sériés du plus grand au plus petit.

20671	20,6
30240	20,7

Les nombres entiers et les nombres décimaux présentés dans l'**épreuve 5**.

II. METHODE D'ANALYSE DES RESULTATS

1. Critères d'évaluation des conduites de sériation

1.1. Jean Piaget

Nous avons vu que pour chaque « type » de sériation existait un découpage en stades différents, mais globalement Piaget distingue trois stades dans la construction des structures de sériation. Les types de conduites observables au premier stade (alignement de couples ou triplets, partition des objets à sérier en deux ou trois groupes, série globale) sont facilement identifiables. Par contre, il n'est pas évident de différencier, dans les cas de réussite, si les constructions sont de types empiriques ou opératoires. Or notre intérêt dans cette étude porte entre autres sur le caractère opératoire ou non des conduites des sujets rencontrés. Nos différentes lectures nous

ont permis de rassembler quelques indices sur lesquels s'appuyer pour caractériser les conduites propres aux deux stades :

- L'attitude de l'enfant révèle si l'opération prime sur l'intuition (sériation opératoire) ou si l'intuition prime encore sur l'opération (réussite par tâtonnement empirique). Dans le premier cas, l'enfant compare en permanence l'ensemble des données entre elles. En ce sens, il choisit le plus grand de tous les éléments et par la suite, le plus grand des éléments restants. Après avoir placé le premier élément de sa construction, il a conscience que le prochain élément est le plus grand de tous les éléments qui « viennent ensuite », mais devient le plus petit de tous ceux qui sont déjà placés dans la série ordonnée. Tandis que dans le second cas, l'enfant qui n'est qu'en passe d'être « opératoire », n'effectue des comparaisons que par groupe (ou deux par deux, etc.).
- L'enfant du troisième stade trouve pour chaque élément d'emblée une position qui le situe à la fois plus grand (ou plus petit) que les précédents et plus petit (ou plus grand) que les suivants. L'enfant du stade II n'établit pas un système de relations suffisant à éviter les essais et les erreurs.
- Dans la situation d'insertion d'éléments supplémentaires, l'enfant au troisième stade procède à une insertion sans erreurs, ce qui n'est pas le cas de l'enfant du deuxième stade.
- Si la construction d'une série peut être réussie de manière intuitive (c'est-à-dire que les opérations de mise en relation sont dominées par l'intuition), il n'en est pas de même pour l'insertion dans une série. Pour intercaler un élément dans une série, il faut être capable de coordonner simultanément le fait qu'il soit "plus petit que... et plus grand que...", ce que ne peut pas faire l'enfant qui s'est contenté de positionner successivement le plus petit de tous, puis le plus petit de tous, etc.
- L'enfant qui ne peut coordonner les relations entre elles, mais seulement les juxtaposer n'est pas opératoire. Cela signifie par exemple, évaluer $y < z$ quand on a débuté par $x < y$ et $x < z$; ou encore établir au moins trois comparaisons (deux à deux) quand on est en présence de quatre éléments et non juxtaposer deux comparaisons.

Pour vérifier si le passage du Stade II au stade III s'est effectué, on s'attache donc à la conduite utilisée pour construire la série, mais aussi aux réactions du sujet face aux questions de transitivité, et sa capacité à insérer un élément ultérieur à la construction. Ce sont ces trois points (méthode systématique avec prélèvement du plus grand de façon à ce que quel que soit E, il est à la fois $E > F, G...$ et $E < D, C...$; insertion d'emblée en fonction de l'ordre sérial ; admission de la transitivité) qui vont nous aider à déterminer si l'enfant est au troisième stade (dans le développement de la sériation).

1.2. Louis FREY

Notons que certains des sujets que nous avons testés ont recours à la « méthode du plus grand », mais elle ne reste qu'un projet, une intention. Expliquons-nous. Nous ne pouvons pas placer tous les sujets ayant utilisé cette méthode sur un même plan opératoire. Par exemple certains adolescents ont pu repérer immédiatement le plus grand des éléments dans l'épreuve des baguettes bien que les différences de longueurs aient été réduites un maximum (1mm). Que ces adolescents en question aient la faculté de percevoir celui des éléments qui dépasse le plus ne nous renseigne pas réellement sur leurs structures logiques opératoires.

Aussi, pour envisager si le comportement d'un de nos sujets est plus évolué qu'un autre, nous ferons référence à la manière dont il a réalisé son projet par la « méthode d'insertion » ou la « méthode du plus grand ». Nous nous autorisons à penser que le recours à des manipulations de complexité croissante signifie l'accès à des attitudes de plus en plus évoluées. Nous nous référerons ainsi aux trois automates construits et décrits par Louis FREY (1964). Les automates I, II et III correspondent aux manipulations possibles pour réaliser le projet de sériation. En analysant, pour une méthode (« méthode d'insertion » ou « méthode du plus grand »), la conduite particulière de sériation employée, nous pensons expliciter des degrés différents des propriétés logiques (notamment la transitivité).

Pour réaliser « la méthode du plus grand », une des possibilités d'élaboration est décrite par l'**automate I**. Concrètement, il correspond aux manipulations suivantes :

- 1) Alignement des éléments. (Pour illustrer notre propos, nous nous plaçons dans un contexte de sériation d'éléments par ordre de grandeur.)
- 2) Choix d'un sens de lecture. (Choisissons par exemple le sens de lecture gauche-droite.)
- 3) Comparaison des deux premiers éléments (A et B).
 Comparaison du plus grand des deux (A ou B) au troisième élément (C).
 Comparaison du plus grand élément issu de la comparaison A/C ou B/C au quatrième élément (D). Etc.
 Chaque élément retenu comme le plus grand est gardé en main et comparé à ses voisins de rang supérieur jusqu'à que l'un d'eux soit lui-même retenu (parce que plus grand).
- 4) Sortie de la série de l'élément le plus grand et placement pour ébaucher une nouvelle série ordonnée. Avant cette opération, il a donc été réalisé en 3) un balayage de la série. Si cette série comprend n éléments alors le balayage aura fait l'objet de $n-1$ comparaisons.
- 5) Répétition de la procédure 3) sur les $n-1$ éléments restant. Chaque fois qu'un élément est retiré, il est placé dans l'ordre dans la nouvelle série en construction.

Notons que pour constituer la série ordonnée, $n-1$ balayages sont nécessaires.

Pour mettre en œuvre « la méthode d'insertion », deux protocoles de réalisation (avec un matériel concret) sont représentés par les automates II et III.

L'automate II met en jeu les manipulations suivantes :

- 1) Alignement des éléments.
- 2) Choix d'un sens de lecture (par exemple gauche-droite).
- 3) Considération des deux premiers éléments (A et B) et positionnement selon le critère retenu (par exemple Grand-Petit). Disons que $A > B$.
- 4) Comparaison du troisième élément (C , soit le premier des éléments qui viennent ensuite) au premier placé (A).
 Si le troisième élément est plus petit que le premier placé ($C < A$) : comparaison du troisième élément au deuxième élément déjà placé (comparaison C/B). Si le troisième est plus grand que le deuxième ($C > B$), il est inséré entre A et B . Les trois premiers éléments sont désormais placés.

- 5) Procédure similaire pour chaque élément « qui vient ensuite ». L'élément suivant prélevé est comparé aux éléments déjà placés selon un balayage systématique dans le sens de la lecture jusqu'à ce que l'élément en main trouve sa place (soit dans notre exemple quand $x > \dots$).

L'**automate III** qui décrit également un processus par insertion partage les étapes 1), 2), 3) et 4) de l'automate II. La différence notable concerne le balayage effectué en 5). Pour placer l'élément en main, les comparaisons s'effectuent selon un balayage qui part du « milieu » de la série vers la gauche (si l'élément à placer est plus grand que l'élément qui sert de point de départ au balayage) ou vers la droite (si l'élément est plus petit).

Soulignons que le cas où un sujet a recours à une procédure rapide et globale (c'est-à-dire qu'il se base globalement sur la valeur perceptive et non sur la valeur positionnelle), nous considérons sa série comme réussie dans la mesure où elle a fait l'objet d'une vérification finale. Comme le pose GILLIERON⁴⁸ : « comment en vouloir au sujet de préférer [une procédure rapide] à une combinatoire lourde de manipulations, encombrante pour la mémoire [...] ? ». Si le sujet n'a pas utilisé spontanément la procédure III (par exemple dans l'épreuve de sériation de bâtonnets) et que nous doutons de ses capacités à le faire, nous pourrions nous en assurer grâce à l'épreuve de sériation « écran-questions ».

1.3. Christiane GILLIERON

Dans le cadre des expériences sur la sériation que GILLIERON⁴⁹ a menées, elle a classifié les paradigmes de conduites qui ont pu être observées. Nous avons retrouvé des typologies de conduites similaires dans nos expériences. Pour cette raison il nous paraît pertinent de nous appuyer sur ce précédent travail. *L'annexe I* présente sous forme de tableau l'ensemble de ces conduites ainsi que leurs hypothétiques filiations.

⁴⁸ GILLIERON C., Décalages et sériation, *Archive de psychologie*, Monographie 3, Mars 1976, p. 42

⁴⁹ Ibid.

1.3.1. Couples incoordonnés

Dans cette typologie est classé l'ensemble des protocoles dans lesquels :

- les sujets n'opèrent pas par éléments isolés, mais par couples
- le placement final des deux éléments respecte toujours un ordre.

Dans ces protocoles, le choix des éléments ne répond pas toujours à une règle déchiffrable et les manipulations, plus ou moins nombreuses, peuvent être de plusieurs types et se mélanger au sein d'un même protocole (permutation ; déplacement du grand élément, du petit, ou des deux à la fois ; déplacements qui rapprochent ou qui éloignent les éléments du couple).

Le respect de l'ordre des couples est une constante.

1.3.2. Dichotomies

Le sujet partitionne les éléments à sérier en deux catégories (les grands et les petits). On peut s'aventurer à dire qu'il les « classe ». Un objet est classé dans une catégorie soit par référence à un élément approximativement médian de la série (et les éléments ne sont alors pas nécessairement pris deux à deux), soit par opposition à l'élément auquel il est comparé (quand les éléments sont prélevés par couples).

Cette classe regroupe trois catégories :

- dichotomie effectuée à partir de l'évaluation des éléments isolés,
- dichotomie effectuée à partir d'éléments pris par couples,
- classement des éléments maximum et minimum de $n/2$ couples comparés successivement.

1.3.3. Arrangements des « grands » éléments

Le sujet compare un couple puis pose le maximum en première position. Il prend un autre couple parmi les éléments restants, pose le maximum en deuxième position et ainsi de suite. A l'issue de ces comparaisons successives, le sujet croit en avoir terminé.

Cette conduite est considérée comme intermédiaire entre la conduite de couples incoordonnés et la conduite de dichotomie (avec classement des éléments

maximum et minimum de couples comparés successivement). Elle serait une transition vers la coordination des couples.

La principale caractéristique de cette conduite est que l'ordre spatial (partition « grands »/ « petits ») repose sur un ordre temporel : le premier grand est le premier grand qu'il a trouvé, le deuxième grand, le deuxième grand qu'il a trouvé, etc.

Les trois classes que nous venons de décrire sont jugées du même niveau.

1.3.4. Couples avec pivot spatial

Retenons de ce procédé qu'il utilise des repères d'ordre positionnel pour effectuer les comparaisons. Le sujet réalise un balayage systématique et garde un élément (le plus grand ou le plus petit) d'une comparaison à l'autre : par exemple il compare les éléments 1 et 2, les permute si nécessaire, compare 2 et 3, les permute s'il le juge primordial, compare 3 et 4, et ainsi de suite. Pour bien comprendre que nous sommes dans le cas d'une indexation positionnelle (et non de valeur comme auparavant), donnons un exemple :

- Soit au départ : l'élément A est l'élément 1, l'élément B est l'élément 2, l'élément C est l'élément 3, etc. Admettons que le sujet décide de garder l'élément le plus petit d'une comparaison à l'autre. Il effectue la comparaison entre A et B. Si $A < B$, il permute les deux éléments puis compare A et C. Si $C < A$, il permute les deux éléments et garde C. A l'issue de ces premières manipulations, on note que l'élément A est devenu l'élément 2, l'élément B est devenu l'élément 1 et l'élément C est toujours l'élément 3.

GILLIERON qualifie cette procédure de « remarquable ». « En premier lieu si on l'applique à une série déjà construite, elle fournit un procédé optimum de vérification. Ensuite répétée un nombre de fois suffisant, elle fournit un algorithme de sériation : il suffit qu'un balayage complet soit effectué sans que l'on constate d'erreur, pour conclure à « END OF JOB ». »

1.3.5. Conduites d'attribution

Contrairement aux conduites « couples-pivot », les conduites d'attribution (généralisations des dichotomies ou trichotomies) sont typiquement basées sur une

indexation d'après « la valeur perceptive ». Le sujet peut parvenir à construire une série correcte en prenant les éléments un à un et sans effectuer aucune comparaison. On ne peut alors pas considérer la réussite de la construction comme légitime. Par contre la réussite sera considérée comme telle si le sujet procède à des vérifications suffisantes après ses attributions.

1.3.6. Méthodes d'insertion

Les méthodes d'insertion peuvent être basées sur une **indexation positionnelle** des éléments ou sur une **indexation d'après leur valeur**.

Dans le premier cas, les conduites sont similaires à celles que pourrait simuler l'automate II de FREY. La réussite est assurée.

Dans le second cas, les éléments sont jugés par leur couleur (attribut de valeur dans les épreuves proposées). En même temps que le sujet procède à l'insertion il s'appuie sur une évaluation. Les contrôles sont continus (à chaque placement le sujet vérifie à gauche et à droite). Ces contrôles permanents permettent au sujet de pallier les difficultés de lecture et de mémoire entraînés par ce type d'indexation.

1.3.7. Méthodes du plus grand

Le choix de l'élément le plus grand peut se réaliser selon l'automate I de FREY mais GILLIERON relève qu'en pratique les sujets font souvent intervenir la valeur des éléments. C'est-à-dire qu'après plusieurs comparaisons (ou examens isolés), le sujet a pu juger que tel ou tel élément était grand (ou lourd), petit (ou léger) ; ce qui lui permet d'entreprendre des comparaisons entre éléments sensiblement (perceptivement) comparables pour les départager. Si les comparaisons indispensables ont été effectuées, la réussite est légitime.

1.3.8. Automate IV et méthode du pari

GILLIERON décrit une procédure algorithmique nommée automate IV et probablement liée aux conduites de pari (cf. annexe 3).

2. Rapport des épreuves entre elles

Nous nous attarderons particulièrement sur la réussite à l'épreuve 1 (écran-questions) des adolescents ayant principalement eu recours à des quantifications, des évaluations pour résoudre les épreuves 3 et 4 (poids et bâtonnets). En effet, les limites imposées par l'épreuve 1 réduisent naturellement le champ des conduites possibles. Le sujet ne peut plus constituer de « grandeur » par des manipulations effectives, mais ne peut se référer qu'aux relations $<$ et $>$. Aussi, il nous semble que le sujet est contraint dans cette première épreuve de recourir à une indexation positionnelle (d'où la restriction supposée des conduites envisageables).

La première épreuve étudie comme les autres l'utilisation de la logique des relations ; cependant, sa difficulté réside dans le fait que la construction d'une représentation adéquate suppose des mises en relation nombreuses et parfaitement maîtrisées. Par conséquent cette épreuve nous permettra entre autres de juger si le sujet a eu recours à des conduites moins « évoluées » dans les épreuves 3 et 4 parce que la situation y était favorable ou parce qu'il n'en était pas capable autrement.

3. Critères de validation de réussite à une épreuve de sériation

L'intérêt des épreuves que nous proposons réside dans les opérations qui conduisent à la sériation et non pas dans le résultat brut. Ainsi nous avons choisi de parler de **réussite** (réelle) lorsque le sujet a obtenu les résultats attendus, mais par le biais de conduites opératoires. Nous considérons donc qu'une forme finale obtenue par d'autres moyens (conduites de tâtonnements, conduites non systématiques, ...) ne correspond qu'à une **réussite apparente**.

Pour valider la réussite d'un sujet à une épreuve, nous avons posé différents points que son protocole doit vérifier :

- Sériation réussie des éléments sériables
- Vérification finale dans les cas de procédure rapide, globale, ou entièrement basée sur la valeur perceptive des éléments
- Anticipation des mises en relation permettant une insertion d'élément supplémentaire d'emblée
- Validité des réponses aux divers questionnements si l'épreuve en prévoit

Lorsque seul le premier point est vérifié, nous qualifierons la réussite d'apparente. Par cette terminologie nous avons souhaité souligner la vigilance à observer quant aux conclusions hâtives dans la lecture d'un résultat. Si le recours au langage peut être un frein pour les patients suivis en orthophonie, nous pensons qu'il ne faut pas pour autant se limiter à considérer l'image globale de la série finale. Car, non seulement ce langage est souvent en adéquation avec la forme de raisonnement du sujet, mais en plus les conduites et vérifications de celui-ci ont valeur d'indices essentiels dans l'élaboration des conclusions tirées à la suite d'une épreuve.

III. OBSERVATION DES ADOLESCENTS TOUT-VENANT

Dans cette partie sur les observations de la population dite « témoin » seront présentés les cas d'Aurore, Baia, Cyrielle, Delphine, Daniel, François et Grégoire.

1. L'observation d'Aurore

Aurore est une jeune fille âgée de 12 ans 10 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 5^{ème}.

1.1. Epreuve 1



« – *Est-ce que le vert peut-être au milieu ? Genre là* (en désignant la 3^{ème} place) ? – *Oui.* – *Est-ce que le jaune est à côté du vert ? – Non.* – *Est-ce que le rouge est à la droite du vert ? – Peux-tu préciser ? – Quand on va du plus petit au plus grand. – Oui.* – *Est-ce que le bleu est à sa gauche directement ? – Non.* – *Est-ce que le bleu est avant le vert ? – Oui.* – *Est-ce que le jaune est à côté du rouge ? – Oui.* – *Est-ce que le bleu est à la gauche du vert directement ? – Non.* »

Aurore a énoncé l'ordre des réglettes colorées selon le sens croissant à l'issue de ces sept questions et de leurs réponses : B<N<V<R<J. Ces questions ne font pas explicitement appel aux relations d'ordre que les éléments entretiennent entre eux (« plus grand que, plus petit que... »), mais à leurs relations spatiales (« être à gauche, à droite, à côté de... »). Néanmoins, elle a une représentation mentale bien

définie de la série qu'elle souhaite construire. Elle a choisi un sens de lecture pour la série (ordre croissant) et s'y réfère en ayant recours à des termes spatiaux « avant », « après », « au milieu »... On peut supposer qu'Aurore a conscience que le sens inverse (décroissant) aurait pu être choisi comme sens de progression puisqu'elle apporte immédiatement la précision (« *quand on va du plus petit au plus grand* ») que nous attendons pour comprendre ce qu'elle entend par la formule « à droite [de] ».

Elle accepte la première présentation que nous faisons de la série. Après que l'alignement des bases a été rompu, elle considère sans aucune hésitation que les réglettes sont toujours dans le même ordre. Elle se justifie en précisant que « *le bleu est toujours plus petit que le noir, le noir plus petit que le vert, le vert plus petit que le rouge, le rouge plus petit que le jaune* ». Cette dernière description est typique de la description comparative dans un sens décrite par SINCLAIR.

Aurore a posé sept questions pour pouvoir trouver l'ordre des réglettes de couleur.

- ➔ L'épreuve est réussie.
- ➔ La conduite d'Aurore est basée sur une indexation positionnelle. Après avoir trouvé la place définitive d'un élément dans la série, elle série ceux qui sont plus petits (« avant ») et ceux qui sont plus grands (« après ») que cet élément. Il est important ici de remarquer sa capacité à comparer un élément à tous les autres, ce qui est significatif d'un raisonnement élaboré. Cependant, Aurore n'infère pas réellement sur des relations sérielles, elle cherche davantage à « numéroter » les éléments qui forment une séquence dans l'espace. Sa production (cf annexe 4) en est le reflet : elle représente cinq traits alignés dans l'espace. Ils sont tous de taille équivalente ce qui confirme que c'est leur position et non la relation de taille qu'ils entretiennent les uns avec les autres qui l'intéresse.

Si son protocole est à rapprocher de l'automate IV décrit par GILLIERON, nous n'en tirons pas pour autant la conclusion que cette conduite est le marqueur d'une acquisition des notions de sériation. Les compétences d'Aurore devront être vérifiées dans les problèmes suivants.

1.2. Epreuve 2

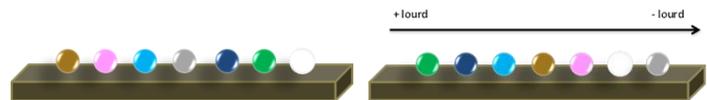
Aurore procède à quatre sériations des éléments du plus clair au plus foncé pour chacune des grandeurs. Elle prend ensuite en considération le critère grandeur en superposant les 4 classes de grandeurs de façon à obtenir une série de classes (d'éléments intérieurs ordonnés par teinte croissante) de la plus grande à la plus petite.

A la question de savoir ce qu'elle a fait, elle répond avoir rangé « *du plus clair au plus foncé et du plus grand au plus petit* ». Sa conclusion orale est le reflet de son projet de double sériation. La disposition spatiale qu'elle a mise en place donne un tableau à deux dimensions. Nos questionnements permettent de vérifier la bonne compréhension de ce tableau.

→ L'épreuve est réussie.

→ La conduite d'Aurore est l'insertion. Son procédé par insertion avec évaluation perceptive de la teinte est une réalisation de son projet de recherche du plus grand. Elle la situe au stade III du développement de la sériation multiplicative. L'adolescente rassemble tous les éléments d'une même couleur avant de s'atteler à la sériation des éléments d'après le critère teinte. A chaque pioche dans la classe de couleur, son intention est d'en retirer le plus foncé.

1.3. Epreuve 3



Aurore exécute une première comparaison entre les boules marron et rose. Elle intervertit leur position et obtient l'ordre ROSE-MARRON. Elle soupèse ensuite isolément le 3^{ème} élément qui vient ensuite : l'élément bleu clair. Le jugeant lourd (de mémoire et par rapport aux deux premiers éléments qu'elle a soupesés juste avant) elle le place après le marron dans le sens de lecture gauche-droite. Elle saisit le blanc qui est l'élément situé là où elle souhaite poser le bleu clair. Et le compare au rose. Il est plus léger, elle le place donc avant. Elle attrape ensuite le gris qu'elle compare au blanc. Plus léger, elle le dépose à la position qui précède celle du blanc. Elle obtient l'ordre GRIS – BLANC – ROSE – MARRON – BLEU CLAIR.

Notons que jusqu'ici elle compare les boules proches de par leur poids. Elle s'approprie des informations relatives au poids de chaque boule qu'elle a pu soupeser. Elle s'en sert et évite ainsi des comparaisons inutiles.

Elle passe à l'élément vert qu'elle compare au bleu clair. Elle retient le vert comme le plus lourd des deux. Elle compare le vert au bleu foncé et le retient comme le plus lourd des deux. Elle compare les deux bleus puis ordonne BLEU CLAIR - BLEU FONCE - VERT.

Pour finir, Aurore conclut avoir ordonné « *de celle qui est le moins lourd à celle qui est le plus lourd* ». « - *Que peux-tu dire de la boule rose ? - Elle a un poids supérieur à celui de la boule blanche. Elle a un poids inférieur à celui de la boule marron claire.* ». Nous remarquons qu'elle se limite à la comparaison de la boule rose avec chacune de ses boules voisines. Elle ne la compare pas à toutes les boules.

- L'épreuve est réussie
- Aurore procède par insertion selon une indexation d'après la valeur perceptive des boules. La valeur de chaque élément étant ici le critère poids, elle n'a pas de support visuel pour faciliter la rétention des jugements de poids qu'elle réalise. Aussi, les contrôles qu'elle effectue à chaque placement lui permettent de pallier les difficultés de lecture et de mémoire liées à ce type d'indexation. En nous référant à la série de critères décrits par Piaget, nous pouvons considérer cette conduite comme opératoire car la méthode d'insertion employée par Aurore est une manière de réaliser un projet de recherche du plus grand et statue d'un niveau opératoire. Si elle se contente de comparaison aux éléments voisins, nous savons grâce à l'épreuve précédente qu'elle est capable de comparer un élément à tous les autres.



1.4. Epreuve 4

Aurore ne procède pas par une méthode systématique. Son protocole est le suivant:

- Dichotomie : elle crée deux groupes et, dans chacun d'eux, série les éléments. On observe ainsi d'un côté les éléments ordonnés GRIS – NOIR – VIOLET

et d'un autre BLEU FONCE – VERT. Elle procède ensuite au regroupement de ces deux sous-séries selon l'ordre grand-petit.

- Insertion du bâtonnet jaune : nous ne parlons pas ici de conduite d'insertion telle que décrite dans les paragraphes précédents, mais de la volonté d'insérer ce bâtonnet dans la série en construction. C'est après beaucoup d'essais-erreurs que l'adolescente réussit à trouver sa place (placement entre les deux sous-séries, placement au sein de la sous-série des plus petits, puis des plus grands, et enfin placement après le violet qui est le plus grand des bâtonnets ordonnés).
- Trichotomie : elle crée une troisième sous-série ORANGE – BLANC qu'elle place à gauche de la série finale.
- Insertion des bâtonnets rose et bleu clair : tout comme pour le bâtonnet jaune, elle tâtonne et s'ensuivent de nombreux essais-erreurs avant d'arriver à une insertion correcte.

Quant à l'insertion du bâtonnet supplémentaire marron, il confirme l'obtention de la forme globale de la série par tâtonnement empirique.

« - *Peux-tu me montrer le troisième ? – là* (en désignant le bâton attendu, soit le troisième bâton en conservant le sens de lecture gauche-droite qu'elle a choisi.) – *Combien y a-t-il de bâtonnets avant le troisième ? – Deux.* (réponse attendue) – *Et avant le dixième ? – Neuf.* (réponse attendue au vu du sens de lecture utilisé lors de sa construction) – *Que peux-tu dire du bâtonnet jaune ? – Il est plus grand que le mauve* (« mauve » équivaut ici à violet) – *Que peux-tu dire de l'orange ? – Il est plus petit que tous les autres.* – *Et du rose ? – Il est plus petit que le gris et plus grand que le marron.* – *Montre-moi quelque chose plus grand que le blanc et plus petit que le noir* – (Aurore désigne deux bâtonnets répondant chacun à l'un des deux critères de la consigne : le premier montré, le jaune est plus grand que le blanc, mais pas plus petit que le noir ; et le second désigné, le orange est plus petit que le noir, mais pas plus grand que le blanc) ». Notons qu'elle ne coordonne pas les deux relations données afin de trouver un unique élément qui puisse faire l'affaire. Si plus haut elle dit spontanément que « [le rose] est plus petit que le gris et plus grand que le marron », on peut supposer que la successivité immédiate des trois éléments lui soit facilitatrice. Ici, pour répondre à notre dernière question, elle se réfère aux deux bornes de la série.

- Au vu des critères de validation de réussite que nous avons fixés, l'épreuve est considérée comme échouée.
- Aurore appréhende l'extension de la série, c'est-à-dire qu'elle essaie d'obtenir une bonne forme perceptive. Mais, ses procédés par essais-erreurs témoignent d'une compréhension insuffisante de la série. Elle n'a pas non plus la transitivité, ce qui explique que les insertions soient échouées. Elle ne peut pas anticiper les mises en relation pour placer correctement un bâtonnet d'emblée. La désignation de deux éléments distincts en réponse à la consigne « *Montre-moi quelque chose plus grand que le blanc et plus petit que le noir* » confirme qu'elle ne coordonne pas les relations.

A première vue, on peut penser que son protocole est mixte car elle met en jeu différents types de manipulation; or d'une manière générale on s'aperçoit que ses procédés sont des conduites d'attribution. En effet elle généralise la dichotomie et la trichotomie et se base uniquement sur les valeurs perceptives.

20671	20,6
30240	20,7

1.5. Epreuve 5

Lors de la présentation de la première planche « nombres entiers », Aurore nous répond voir « *un nombre écrit en bleu, un en vert* ». Elle n'établit pas dans sa description de rapport d'ordre entre les deux nombres. Aurore écrit trois premiers nombres répondant aux critères donnés dans la consigne et reconnaît la dernière situation comme étant impossible :

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **100**
- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **40000**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **20 700**
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *C'est pas logique. Le nombre bleu est plus petit que le vert donc tous ceux qui sont sous le nombre bleu vont être plus petits que le vert.* »

Lors de la présentation de la planche « nombres décimaux », Aurore explique voir « *un nombre rouge inférieur à celui en bleu* ». On voit ici que l'adolescente, face à une question similaire à celle posée lors de la première planche, prend en

compte le lien qu'elle n'avait pas évoqué auparavant. Elle établit ici le lien de grandeur existant entre les deux nombres. Tandis qu'elle ne l'avait pas spontanément relevé la première fois, elle a ici mis en évidence le paramètre évalué.

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **20**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **21**.
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **20, 65**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *le nombre rouge est inférieur à celui en bleu donc tous ceux qui vont être plus petits que le rouge vont être plus petits que le bleu.* »

➔ Aurore est capable d'inférer sur les problèmes dont la réponse est avec certitude négative (les deux situations impossibles). Cela prouve qu'elle maîtrise dans une moindre mesure la transitivité sans avoir besoin de supports perceptifs. Néanmoins, nous supposons qu'un sujet ayant une bonne représentation mentale de la chaîne numérique est capable de se rendre compte qu'aucun nombre ne peut appartenir à la fois et en même temps à deux zones distinctes sur la chaîne numérique.

1.6. Synthèse

Aurore a réussi les épreuves 1, 2, 3 et 5 du protocole. Ses conduites pour résoudre les problèmes de sériation sont encore intuitives. Si l'adolescente ne parvient pas à faire preuve d'anticipation, elle est néanmoins capable de rétroaction par tâtonnements.

Son langage est porteur des mises en relations dans un sens. En effet, sur le plan langagier, certaines de ses descriptions qui peuvent apparaître comme des descriptions à deux sens ne sont pas le fruit d'une coordination, mais d'une juxtaposition des relations. Aussi, ses comparaisons se limitent aux éléments de proximité et il n'y a donc pas de comparaison d'un à tous. Font exception les deux bornes de la série (le plus grand et le plus petit) qui sont chacune comparée à tous les autres éléments. Cette capacité de comparaison qu'elle n'applique qu'aux bornes confirme qu'elle est dans la mise en relation selon un sens uniquement.

2. L'observation de Baia

Baia est une jeune fille âgée de 12 ans 5 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 5^{ème}.



2.1. Epreuve 1

«– Est-ce que le vert est plus long que les autres ? – Peux-tu préciser ? – Est-ce que le vert est plus long que le jaune ? – Non. – Est-ce que le vert est plus petit que le jaune ? – Oui. – Est-ce que le bleu est plus grand que le vert ? – Non. – Donc le bleu est plus petit que le vert ? – Oui. – Est-ce que le rouge est plus petit que le jaune ? – Oui. – Est-ce que le vert est plus grand que le noir ? – Oui. – Est-ce que le rouge est plus petit que le vert ? – Non. – Est-ce que le jaune est plus grand que le noir ? – Oui. – Est-ce que le jaune est le plus grand ? – Oui. – Est-ce que le bleu est le plus petit ? – Oui. – Est-ce que le rouge est plus petit que le noir ? – Non. – Du plus petit au plus grand, il y a le bleu, le noir, le vert, le rouge, le jaune. ».

Lorsque nous demandons à Baia si elle est d'accord avec l'ordre que nous lui présentons elle répond que oui. Nous rompons l'alignement des bases des cinq réglettes tout en conservant le même ordre et lui reposons la question : «– Es-tu toujours d'accord avec cet ordre ? – Ben oui. (Elle hésite...) Non. – Pourquoi ? – Enfin si, en fait ça peut-être les deux. »

On voit que Baia parvient à combiner ses hypothèses et à raisonner sur ce matériel abstrait. Pour autant, il apparaît qu'elle s'appuie encore difficilement sur la réciprocité : lorsqu'elle obtient la réponse à une question, elle éprouve le besoin d'obtenir une confirmation à la réciproque (exemple : *Est-ce que le bleu est plus grand que le vert ? – Non. – Donc le bleu est plus petit que le vert*). Aussi, la pleine maîtrise de ce processus mental l'empêche d'utiliser les informations déductibles par transitivité : par exemple elle aurait pu éviter la question « *Est-ce que le rouge est plus petit que le noir* » ayant déjà eu les réponses aux questions « *Est-ce que le vert est plus grand que le noir ?* » et « *Est-ce que le rouge est plus petit que le vert ?* ». En effet si vert>noir et rouge>vert alors rouge>noir.

➔ L'épreuve est réussie.

➔ Si l'on résume le projet de Baia, nous dirons qu'elle entreprend de trouver la position définitive de l'élément vert en le comparant à tous puis de placer les autres. Elle essaie de coordonner les mises en relation, mais n'y parvient pas. D'ailleurs nous observons la redondance des informations dans sa production: par exemple, elle écrit « bleu plus petit que vert » mais signale aussi par une flèche que le vert est plus grand que le bleu. Cette procédure se rapproche donc de l'automate IV, mais la réciprocité est à renforcer. Quant à sa maîtrise de la transitivité, il sera bon de la tester dans les épreuves suivantes car les réglettes étant peu nombreuses, le hasard peut entrer en jeu dans la réussite

2.2. Epreuve 2

Nous pouvons découper la procédure utilisée par Baia en 2 phases :

- 1) **Sériation des classes selon le critère grandeur** : elle regroupe tous les ronds violets, soit tous les ronds qui sont les plus grands, pour former un tas. Elle réitère l'opération avec les ronds rouges qu'elle dépose sur le tas des violets. La procédure est répétée avec les ronds verts puis les ronds bleus. La pile finale obtenue correspond donc à la superposition des quatre familles de grandeurs selon un ordre décroissant de grandeur en remontant vers le haut de la pile. Nous remarquons que Baia a spontanément eu comme première intention une organisation sérielle. Nous aurions pu en douter si elle avait par exemple formé les quatre classes (correspondant aux quatre diamètres existant) avant de les empiler.
- 2) **Sériation de tous les ronds d'une classe selon le critère teinte** : Baia reprend chaque groupe de taille et procède au sein de chaque groupe à une sériation des ronds selon le critère teinte : elle place les plus foncés dessous et les plus clairs dessus.

Baia conclut qu'« *[elle a] fait du plus grand au plus petit et du plus foncé au plus clair* ».

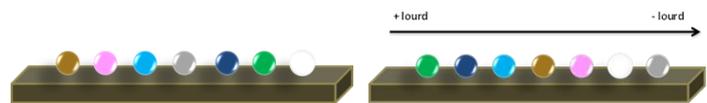
Même si nous pouvons considérer comme acceptable sa construction, nous lui demandons si elle peut faire en sorte que l'on voit un peu tous les ronds. Elle ne parvient pas à trouver de disposition spatiale différente (sur un même plan). Nous

ébauchons alors une première rangée d'une table à double entrée qu'elle complète aisément. La lecture de ce tableau pour répondre à nos questions confirme sa compréhension de la multiplication des deux séries. Par ailleurs, nous supposons que sa première organisation spontanée sous la forme de groupements ordonnés dans un espace le plus restreint possible est le reflet de sa volonté de multiplier les deux séries qu'elle perçoit dès le départ.

→ L'épreuve est réussie.

→ Baia a spontanément ordonné les classes de couleur, elle est donc bien dans la sériation et non dans la classification. Elle procède selon la recherche du plus grand dans un premier temps puis du plus foncé dans un second temps. Son entreprise témoigne d'un raisonnement élaboré et de niveau opératoire. Baia est dans la coordination des relations. On voit bien dans cette épreuve qu'elle est capable de multiplier deux relations asymétriques.

2.3. Epreuve 3



De façon relativement rapide, Baia a effectué un alignement des boules de la plus légère à la plus lourde (sens de lecture gauche-droite). On note une cohérence dans la succession des boules qu'elle soupèse. Voici la succession des mouvements qu'elle effectue :

- 1) Baia choisit de soupeser les deux premières boules qui se présentent à sa gauche (la marron et la rose). Elle conserve en main la rose qui est la plus légère des deux et lui compare chacune des autres boules. Cette comparaison « un à tous » lui permet de placer à sa gauche toutes les boules qui sont plus légères qu'elle et à sa droite toutes celles qui sont plus lourdes. Le rang définitif de la boule rose est fixé : la troisième place. Ce rang entraîne une dichotomie puisque deux sous-séries sont créées. Il reste à ranger dans chaque série les éléments en désordre.
- 2) Elle compare la blanche et la grise. La blanche étant la plus lourde, elle la place en deuxième position. Il ne reste plus que la première place pour la grise. Ces boules ont leur position définitive dans la série finale ;

- 3) Elle s'attaque ensuite à la sous-série des quatre boules plus lourdes que la rose selon la procédure :
- comparaison boule verte – boule bleu foncé : ce sont les deux plus lourdes des quatre. La verte est placée en dernière position et la bleue foncée en avant-dernière.
 - comparaison des deux dernières boules, la marron et la bleue claire et placement en conséquence.

→ L'épreuve est réussie.

→ Le protocole de Baia conjugue des évaluations indirectes et la méthode de recherche du plus grand. Il est comparable à l'automate IV (ou méthode du pari) décrit par GILIERON. Cette conduite est très élaborée. L'adolescent est capable de comprendre la série dans les deux sens.



2.4. Epreuve 4

Baia a procédé selon ces étapes :

- 1) Elle aligne tous les bâtonnets par leur base.
- 2) Après avoir observé les différences de longueur, elle prélève le jaune qui est le plus grand (celui qui « dépasse » le plus) et le orange qui est le plus petit (celui qui est « dépassé » par tous les autres). Elle choisit le sens de lecture grand- petit de gauche à droite.
- 3) Elle a recours à une méthode systématique dans le groupe des bâtonnets restants : elle compare à l'élément le plus à droite l'élément situé directement à sa gauche. Elle place ensuite cet élément comparé (celui de gauche) dans la série en construction. Elle réalise la même opération en conservant toujours ce même élément à droite.

L'une des caractéristiques fondamentale de la sériation étant la transitivité : soit d l'élément le plus à droite, g_1 l'élément directement à gauche de d, g_2 l'élément directement à gauche de g_1 . Quand se présente l'un des deux cas

- $g_1 < d$ et $d < g_2$ donc $g_1 < g_2$
- $g_1 > d$ et $d > g_2$ donc $g_1 > g_2$,

Baia peut placer de façon certaine un bâtonnet à gauche ou à droite du dernier posé. Baia a intégré la notion de transitivité puisqu'elle intercale avec exactitude les bâtonnets dans les cas cités. Par contre lorsque les relations qui existent entre d , g_1 et g_2 ne rentrent pas dans ces configurations, Baia effectue la comparaison nécessaire entre g_1 et g_2 . Elle nous annonce avoir terminé de ranger dans l'ordre. Nous ne pouvons que constater que les vérifications nécessaires ont été faites au moment opportun et sa série est donc fiable.

Nous donnons ensuite pour consigne à Baia de ranger le bâtonnet intercalaire marron. Elle le compare à chaque bâtonnet en partant du plus petit (orange) et balaye ainsi la série jusqu'à trouver sa place. Elle affirme avoir rangé « *du plus grand au plus petit* ».

La série étant correcte, nous lui posons diverses questions :

« – *Combien sont plus petits que le 3^{ème} ? – Deux – Dans quel sens ?* (suspectant une réponse simplement scolaire) – *Sept en partant de la gauche et huit en partant de la droite – Montre le 1^{er}.* – (elle désigne le jaune) – (nous inversons l'ordre de la série) *Montre le 1^{er}.* – (elle désigne le orange) *C'est celui qui part de la gauche en fait.* – *Combien y en a-t-il avant le 4^{ème} ? – Trois.* – *Avant le 7^{ème} ?* (en cachant le matériel pour qu'elle n'ait plus de support visuel) – *Quatre, non c'est pas ça, y en a six, c'est logique.* – *Que peux-tu dire du bâtonnet rose ? – Il est au milieu.* – *Peux-tu dire autre chose ? – Non.* – *Que peux-tu dire du bâton gris ? – C'est le 5^{ème} en partant de la droite et le 7^{ème} en partant de la gauche.* – *Le jaune ? – C'est le plus grand.* – *L'orange ? – c'est le plus petit.* »

Aux demandes de pointage d'élément(s) « plus grand que... et plus petit que... » ou « plus petit que ... et plus grand que », elle réussit sans difficulté.

➔ La conduite de l'adolescente est calquée sur la conduite de recherche du plus grand. Ici, elle recherche systématiquement le plus petit. Son protocole est une conduite systématique avec réajustement progressif puisqu'elle a procédé à des échanges au cours de sa construction lorsqu'elle avait mal jugé la différence entre deux bâtonnets sensiblement proches de par leur longueur. Baia maîtrise les propriétés de transitivité ce qui lui permet de s'appuyer avec

exactitude sur ses déductions. Tandis, qu'elle faisait preuve d'hésitation face au matériel caché de l'épreuve 1, elle infère plus facilement sur le matériel visible de cette épreuve.

20671	20,6
30240	20,7

2.5. Epreuve 5

- 1) Baia dit voir sur la première planche « *des chiffres, du vert, du bleu, une feuille blanche plastifiée.* ». Elle écrit :
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **1000**
 - un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **40000**
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **21000**
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *C'est pas possible. Il n'y a pas de chiffres plus grand et plus petit que le vert.* »

- 2) Baia dit voir sur la première planche « *des chiffres, du rouge, du bleu* ».
 - un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **20,5**
 - un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
 - un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **20,8**
 - un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *C'est pas possible parce qu'il n'y a pas de nombre.* »

➔ L'épreuve est réussie.

2.6. Synthèse

Les conduites de Baia sont homogènes sur l'ensemble des épreuves car elle a recours à une technique systématique. Elle a la transitivité. Si elle s'est sentie moins à l'aise lors de l'épreuve 1, nous pouvons supposer que cela est dû à l'impossibilité de manipuler le matériel et donc à un effort de mémoire plus important. Ce qui explique les notes nombreuses qu'elle a prises sur la feuille disponible pour s'aider. Sur le plan langagier, on peut constater qu'elle coordonne les deux sens de la série (« *Est-ce que le bleu est plus grand que le vert ? – Non. – Donc le bleu est plus petit que le vert ?* »). Elle utilise le terme « donc » qui souligne sa capacité à inférer. Sa

production (cf annexe 5) montre que Baia prend totalement en compte les relations qu'entretiennent les éléments entre eux.

3. L'observation de Cyrielle

Cyrielle est une fille âgée de 12 ans 3 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 5^{ème}.



3.1. Epreuve 1

«– Est-ce que la jaune est la plus grande ? – Oui. – Est-ce que la verte est la plus petite ? – Non. – Est-ce que la rouge est la plus petite ? – Non. – Est-ce que la bleue est la plus petite ? – Oui. – La rouge est plus grande que la jaune ? – Non. – Donc elle est plus petite. Est-ce que la verte est plus grande que la rouge ? – Non. – Est-ce que la rouge est plus grande que la noire ? – Oui. – Est-ce que la verte est plus petite que la noire ? – Non. »

A l'issue des huit informations obtenues Cyrielle propose une séquence ordonnée « *du plus petit au plus grand* » qui est juste. Elle est d'accord avec la série ordonnée que nous lui présentons visuellement. Après que l'alignement des bases a été rompu : « *C'est toujours dans l'ordre ? – Oui – Comment tu sais ? – La jaune est plus grande que les autres, la bleue est la plus petite, après c'est la noire qui est plus grande, puis y a la verte et la rouge.* »

On relève que Cyrielle recherche en premier lieu les deux bornes de la série (la réglette la plus petite et la réglette la plus grande). Elle s'attelle ensuite à la sériation des 3 réglettes qui occupent forcément les positions 2, 3 et 4.

- ➔ L'épreuve est réussie.
- ➔ On relève que Cyrielle recherche en premier lieu les deux bornes de la série (la réglette la plus petite et la réglette la plus grande). Elle s'attelle ensuite à la sériation des 3 réglettes qui occupent forcément les positions 2, 3 et 4. Même si elle pose une question inutile « *La rouge est plus grande que la jaune ?* » puisqu'elle sait que la jaune est la plus grande, ses questions

destinées à sérier les trois éléments laissent penser à première vue qu'elle a la transitivité. Or nous pouvons en douter et supposer qu'après avoir placé la première et la dernière réglette, elle a fini par trouver un agencement cohérent pour les trois réglettes restantes. Sa réussite ne résulterait pas d'inférences à partir des propriétés relatives à la sériation.

Nous assimilons le protocole de Cyrielle à une conduite d'attribution car son projet initial est basé sur la volonté de trouver le plus grand puis le plus petit de la série. Elle commence donc à résoudre le problème en prenant les éléments un par un. Elle n'effectue jusque-là aucune comparaison. Pour apprécier la situation des trois éléments intermédiaires, elle est forcée de procéder à des comparaisons un à un. Le principe même de l'épreuve (matériel en partie caché) l'oblige à procéder à ces vérifications.

3.2. Epreuve 2

L'adolescente regroupe les ronds par grandeur puis aligne les 4 classes de grandeur de la plus grande à la plus petite.

« Comment les as-tu rangés? - Par taille. - Tu peux être plus précise? - Ben les grands avec les grands, les moyens avec les moyens, les moyens moins avec les moyens moins. - Pourquoi sont-ils alignés? - C'est plus rangé comme ça. C'est mieux quand c'est en ligne. - Donc tu aurais aussi pu les mettre comme ça? (nous changeons l'ordre de la série tout en conservant l'alignement) - Non. C'est moins bien. - Pourquoi? - C'est pas du plus grand au plus petit. - Ah, donc toi comment avais-tu rangé tes piles? - Du plus grand au plus petit. »

Nous ébauchons la sériation de grandeur décroissante des éléments les plus foncés. Elle procède de la même manière pour les autres ronds restants en construisant les séries du plus foncé au plus clair. Cependant elle ne série pas les sept séries obtenues, ce qui montre qu'elle n'a pas pris conscience du critère teinte et série par intuition. Nous lui demandons ce qu'elle a fait : *« Il y a les foncés avec les foncés et les clairs avec les clairs »*.

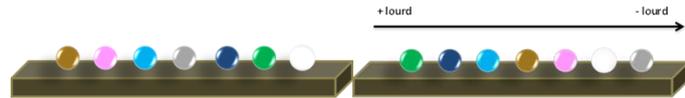
Nous ébauchons une rangée de la table à double dimension. Elle la complète, mais en ne prenant en compte que le critère taille. C'est-à-dire que chaque ligne

correspond à une taille, mais les colonnes ne définissent pas un degré de teinte dans la couleur.

→ L'épreuve est chutée.

→ Cyrielle est dans la classification. Son discours montre bien qu'elle a sérié les quatre classes, mais de façon intuitive. Elle étiquette les classes ce qui confirme qu'elle ne les met pas en relation.

3.3. Epreuve 3



Le protocole de Cyrielle a la forme d'un algorithme. Nous pouvons lister les manipulations des éléments comme suit :

- Comparaison blanc- vert : permutation.
- Comparaison blanc -bleu foncé : permutation.
- Comparaison bleu foncé – vert : ordre inchangé.
- Comparaison blanc-gris : ordre inchangé.
- Comparaison gris-bleu clair : permutation.
- Comparaison bleu clair-blanc : permutation.
- Comparaison bleu clair-bleu foncé : ordre inchangé.
- Comparaison gris-marron : permutation.
- Comparaison marron-blanc : permutation.
- Comparaison marron-rose : permutation.
- Comparaison rose-blanc : ordre inchangé.

Elle conclut avoir rangé « *du plus petit poids au plus grand poids* ».

→ L'épreuve est réussie

→ Ici nous avons un exemple de conduite par pivot spatial. Après avoir permuté deux éléments, Cyrielle compare l'élément nouvellement placé à son voisin. Elle procède en se référant à une indexation positionnelle. Grâce à ses vérifications successives à chaque déplacement d'un élément, Cyrielle évite les erreurs que commettent habituellement les sujets utilisant cette méthode.



3.4. Epreuve 4

Les manipulations de Cyrielle pour sérier le matériel de cette épreuve se résument ainsi :

- alignement des bases de tous les bâtonnets (à l'aide d'un bâtonnet),
- retrait de l'orange puis du blanc qu'elle compare au orange et établissement de l'ordre petit-grand (ORANGE- BLANC),
- retrait du vert et comparaison au blanc, établissement de l'ordre ORANGE-BLANC- VERT,
- même procédé avec le bleu foncé, le gris, puis le rose, permutation du rose et du gris après vérification,
- même procédé avec le noir, le bleu clair, le jaune et le violet et permutation du violet et du jaune après vérification.

➔ Bien que la conduite de Cyrielle ne soit pas opératoire, la réussite à l'épreuve est légitime car les vérifications nécessaires sont effectuées.

➔ Dans cette épreuve, le projet de Cyrielle est de chercher le plus petit, mais sa mise en œuvre n'est pas aussi élaborée que la conduite caractéristique de la « méthode du plus grand ». Nous qualifions son attitude de conduite d'attribution avec vérification. Elle recherche celui qui semble visuellement le plus petit et réajuste progressivement quand elle a mal jugé la différence entre deux bâtonnets sensiblement proches de par leur longueur. L'intuition prime sur l'opération. Son protocole, même s'il requiert toutes les vérifications nécessaires n'est pas encore opératoire. Cyrielle est bien dans la recherche d'une forme globale perceptivement bonne, mais sa recherche du plus petit est davantage proche d'un souhait de classification. D'ailleurs, elle dit avoir rangé « par taille ».

20671	20,6
30240	20,7

3.5. Epreuve 5

- 1) Cyrielle décrit : « *des chiffres et des couleurs* » et écrit :
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **10000**

- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **40100**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **30000**
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *C'est impossible parce que le vert est plus grand que le bleu.* »

2) Elle dit voir « *des nombres à virgules* » et écrit :

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **20**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **30**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *C'est pas possible parce que le bleu est plus grand que le rouge.* »

➔ L'épreuve est réussie.

3.6. Synthèse

Les explications verbales relevées dans différentes épreuves se recoupent et mettent en évidence que Cyrielle est encore dans la classification. Son approche de la structure de sériation est encore intuitive et inconsciente. Si elle finit par utiliser la formule « du plus grand au plus petit », c'est que nous l'y avons conduite. Cette formulation fait partie du langage quotidien, ce qui lui permet de la verbaliser, mais sans en avoir pour autant tout le sens. L'homogénéité dans les conduites de Cyrielle nous laisse penser qu'elle est simplement dans le développement de la structure logique de sériation.

4. L'observation de Delphine

Delphine est une jeune fille âgée de 13 ans 2 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 4^{ème}.



4.1. Epreuve 1

« *La plus petite réglette est de couleur primaire ? – Quelles sont les réglettes de couleur primaire ? – La jaune, la rouge, la bleue. – Donc je peux répondre à la question par oui la plus petite réglette est de couleur primaire – Est-ce qu'elle est suivie d'une couleur primaire. – Suivie c'est-à-dire ? – Dans l'ordre croissant, la deuxième. Celle après la plus petite. – Non. – Est-ce que la deuxième est la verte ? – Non. – Est-ce que la deuxième est rouge ? – Non. – Est-ce que la deuxième est de la couleur bleue ? – Non. – Est-ce que la troisième est une couleur primaire ? – Non. – La quatrième est de couleur primaire ? – Oui. – La troisième est bleue ? – Non. – La cinquième est jaune ? – Oui. – Donc c'est bleu, noir, vert, rouge, jaune. ».*

- ➔ L'adolescente réussit l'épreuve, mais par le biais d'une méthode moins élaborée que celle qu'elle a tentée de mettre en place
- ➔ Delphine procède par attribution. Elle introduit une stratégie pour poser le moins de questions possible, mais ne parvient pas à s'appuyer sur les informations que ces questions lui permettent d'obtenir. Ainsi elle considère l'ensemble des réglettes de couleurs primaire. Cette stratégie est remarquable dans le sens où elle permet d'obtenir en une question un aperçu plus large des possibilités (ex : *La plus petite réglette est de couleur primaire ?*). Mais cette stratégie n'est pas maîtrisée par Delphine qui demande par exemple si la troisième réglette est bleue alors qu'elle sait grâce à une question antérieure que la troisième n'est pas de couleur primaire.

Pour résoudre cette épreuve, Delphine ne tient pas compte des relations d'ordre entre les éléments. Elle s'intéresse à chaque position indépendamment, ce qui revient à s'occuper de chaque élément isolément.

4.2. Epreuve 2

Delphine construit quatre séries de couleur correspondant chacune à une sériation d'après le critère teinte. Ainsi elle obtient la série d'éléments verts du plus

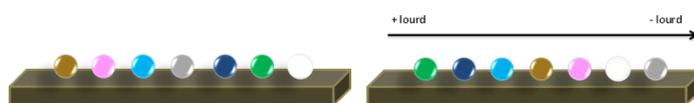
clair au plus foncé, la série d'éléments bleus du plus clair au plus foncé, la série d'éléments rouges du plus clair au plus foncé et la série d'éléments violets du plus clair au plus foncé. Nous lui demandons si elle peut encore mieux ranger. Elle décide alors d'ordonner les quatre séries d'après la taille des éléments qui les composent: elle construit une table à double dimension sur le même plan. Les correspondances terme à terme entre les éléments des séries sont respectées (la disposition spatiale forme un parfait rectangle).

Sa lecture du tableau et l'exactitude des réponses à nos questions confirment que l'adolescente a compris la multiplication des deux sériations.

→ L'épreuve est réussie.

→ Delphine recherche systématiquement l'élément qui semble être le plus clair parmi les éléments restants. Elle procède ainsi pour chacune des séries. Elle est donc dans une démarche opératoire et systématique. Sans aide, elle parvient à coordonner les deux critères et l'agencement des éléments respecte la mise en correspondance des séries.

4.3. Epreuve 3



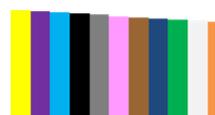
Delphine a recours strictement à la même méthode que celle observée chez Baia pour la même épreuve. Son protocole conjugue des évaluations indirectes et la méthode de recherche du plus grand. Il est comparable à l'automate IV décrit par GILIERON :

- comparaison rose-marron : placement du rose à gauche du marron
- l'élément marron sert de référence pour dichotomiser les éléments restants
- comparaison bleu clair-marron : placement à droite
- comparaison gris-marron : placement à gauche
- comparaison bleu foncé-marron : placement du bleu foncé à droite
- comparaison bleu foncé-bleu
- comparaison rose-gris
- comparaison vert-marron : placement du vert à droite
- comparaison vert-bleu foncé

- comparaison blanc-marron : placement du blanc à gauche
- comparaison rose-blanc et blanc-gris

Toutes les vérifications nécessaires sont effectuées en même temps que la dichotomisation. Nous relevons l'absence de comparaisons inutiles.

- L'épreuve est réussie.
- Delphine a recours à la méthode du pari. Cela traduit le niveau élaboré de son raisonnement. Elle infère dans les deux sens et utilise la transitivité.



4.4. Epreuve 4

Delphine procède encore dans cette épreuve selon un algorithme comparable à l'automate IV. On observe la comparaison de chaque bâtonnet au bâtonnet noir. Contrairement à l'épreuve précédente, Delphine dichotomise tous les bâtonnets avant de procéder à la sériation des deux parties. A l'issue de cette phase, le bâtonnet noir a d'ores et déjà sa place définitive dans la série finale : la 8^{ème} place dans le sens de lecture gauche droite de la série croissante.

Pour terminer, elle effectue une vérification globale de l'ordre mis en place en réalignant les bases de tous les éléments afin d'avoir une vision claire des intervalles de tailles.

- L'épreuve est réussie.
- Delphine entreprend le même projet que dans l'épreuve précédente. Seules les étapes de réalisation diffèrent. Pour sérier les éléments de chaque sous-série, elle effectue des comparaisons par couple pivot



4.5. Epreuve 5

- 1) « *Je vois une suite de chiffres de différentes couleurs. Deux suites de chiffres de différentes couleurs. Deux suites de suite de chiffres qui forment un nombre* ».
- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **10470**

- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **41250**
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **25041**
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *C'est pas possible.* »
- 2) Delphine annonce qu'elle voit « *des nombres décimaux... ils ont la même partie décimale, mais pas la même partie numérale... et qui sont de couleurs différentes* ».
- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **10,8**
 - un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
 - un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **40,7**
 - un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *C'est toujours pas possible parce que le rouge est plus petit que le bleu et on ne peut pas me demander un nombre plus petit que le rouge et plus grand que le bleu.* »

➔ L'épreuve est réussie.

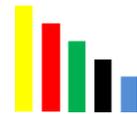
➔ Notons la confusion des termes « décimale » et « numérale ». La jeune fille restitue des connaissances scolaires et essaie de les plaquer à la situation, mais leur manipulation est erronée.

4.6. Synthèse

Delphine a une forme de raisonnement qui se situe au niveau opératoire. Cependant, elle ne s'appuie pas sur la recherche des relations entre les éléments pour résoudre le premier problème. Cela nous amène à penser qu'un sujet qui réussit à la première épreuve n'a pas forcément la transitivité et la réversibilité. Il peut trouver d'autres outils que les compétences de sériation pour résoudre ce problème de sériation.

5. L'observation d'Eric

Eric est un jeune homme âgé de 15 ans 5 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 2^{nde}.



5.1. Epreuve 1

« – *Le noir a-t-il la plus grande taille ? – Non. – Le vert est-il le plus petit ? – Non. – Le vert est-il plus grand que le noir ? – Oui. – Le rouge est-il le plus grand ? – Non. Le rouge est-il le plus petit ? – Non. – Le bleu est-il le plus grand ? – Non. – Le jaune est-il le plus petit ? – Non – Donc le jaune est le plus grand. Le vert est plus petit que le noir ? – Non. – Le noir est le plus petit ? – Non. – Le bleu est le plus petit ? – Oui. – Donc ça fait bleu, noir, vert, rouge, jaune du plus petit au plus grand. »*

Par la suite, Eric sera d'accord avec les deux configurations spatiales de la série ordonnée. Pour valider la seconde comme étant toujours dans le même ordre, il se remémore l'ordre dans lequel il a énoncé les couleurs la première fois.

- ➔ Eric a certes trouvé l'ordre croissant des réglettes d'après le critère grandeur, mais nous ne pouvons considérer l'épreuve comme réussie car certaines de ces déductions ne sont pas justifiées par une prise d'informations suffisantes.
- ➔ Nous pouvons qualifier sa méthode de tâtonnement, il procède par attribution. Eric, tout comme Delphine précédemment entreprend de trouver quelle couleur attribuer à la place du plus grand et à la place du plus petit. Soit le premier et le dernier. Il n'effectue aucun raisonnement à partir des relations de sériation. Il n'y a pas ou peu de mises en relation et par le biais de questions qui ne sont que les réciproques. La suite des épreuves doit nous permettre de déterminer s'il n'a pas la transitivité ou si l'effort de mémorisation est trop important pour lui.

5.2. Epreuve 2

Les tentatives de sériation d'Eric se limitent à une sériation selon le critère grandeur. Il ne tente à aucun moment une sériation d'après le second critère.

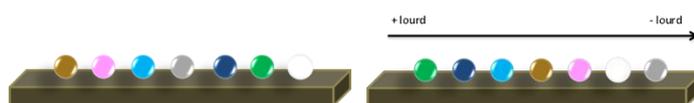
Nous ébauchons la première colonne de la table à double entrée : il la complète sans hésitation. Il met en place des alignements corrects de façon à obtenir des lignes et des colonnes. Il conclut que les ronds sont du « *plus foncé au plus clair et en fonction de leur taille* ». La compréhension du tableau qu'il a construit est bonne.

→ L'épreuve est réussie.

→ Pour sérier les éléments, il procède par insertion.

Le fait qu'il dise « et en fonction » montre bien qu'il coordonne les deux critères. La place de l'élément dans la série a son importance, il ne peut pas se situer ailleurs. Il désigne bien des ensembles d'éléments pouvant répondre aux consignes, ce qui signifie qu'il considère le « tous ».

5.3. Epreuve 3



Les manipulations d'Eric sont claires. Nous avons observé les comparaisons des boules suivantes : rose/marron, marron/bleu clair, grise/rose, bleu foncé/marron, bleu foncé/bleu clair, blanche/grise, blanche/rose, verte/bleu foncé. A l'issue de ces huit comparaisons, il les a rangées « *du plus petit poids au plus grand* ». Nous ne relevons aucune comparaison inutile et toutes les comparaisons nécessaires pour connaître avec certitude la situation d'une boule par rapport à une autre ont été entreprises.

→ L'épreuve est réussie.

→ Son protocole repose principalement sur des conduites d'insertion. Il use de jugements de valeur pour comparer la boule qui « vient ensuite » à celle(s) qui lui semble(nt) les plus proches perceptivement.

5.4. Epreuve 4



Eric aligne tous les bâtonnets par leur base et dans un ordre aléatoire (comme ils viennent). Après avoir repéré le bâtonnet jaune comme étant le plus grand, il s'en

sert pour ébaucher sa construction. A partir de cette longueur qu'il prend pour référence, Eric utilise une même technique jusqu'à la fin : il isole un bâtonnet, le compare au jaune (le plus grand) et balaye visuellement la série en construction pour trouver sa place. Sa série répond à un ordre « du plus petit au plus grand ». Il ne commet aucune erreur d'ordre perceptif et le bâtonnet est automatiquement inséré à sa bonne place. Dans une même constance, il utilise cette conduite pour intégrer le bâtonnet supplémentaire marron à la série.

Sans hésitations, ni comptage, Eric répond sûr de lui aux différentes questions possibles concernant la série. Le bâton orange est décrit comme « *le plus petit de tous* », le jaune « *le plus grand de tous* », le rose « *ni le plus grand, ni le plus petit, c'est la moyenne, le sixième bâton* ».

- ➔ L'épreuve est réussie
- ➔ Le protocole d'Eric est une conduite d'insertion selon l'automate II de Frey dans lequel le balayage pour insérer l'élément se fait à partir du premier élément placé et sur toute la série jusqu'à la position adéquate.

Les termes qu'il utilise révèlent qu'il a intégré la notion d'ordre. Il parle de « plus petit » et de « plus grand » comme beaucoup d'autres sujets, mais précise « plus grand de tous », « plus petit de tous ». Il n'est pas uniquement dans la perception d'un état, mais bien dans la relation. De même lorsqu'il dit de l'élément rose qu'il est sixième, il n'ajoute pas « sixième plus grand (ou plus petit) » comme le font d'autres adolescents. Cela va encore dans le sens de perception de la relation d'ordre. Il explique qu'il n'est « ni le plus grand, ni le plus petit », ce qui sous-entend qu'il ne peut pas lui coller « d'étiquette » (état de grandeur), et à juste titre car il ne s'agit pas de classement.

5.5. Epreuve 5

20671	20,6
30240	20,7

- 1) Eric dit voir « *deux nombres, vingt mille six cent soixante-et-onze et trente mille deux cent quarante. Ils comportent tous cinq chiffres. Le nombre bleu est plus petit que le rouge et pas de la même couleur.* ». Il écrit :

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **15737**
 - un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **45968**
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **28941**
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : «*Vu que le nombre bleu est plus petit que le vert, je ne peux pas écrire un plus grand que le vert.*»
- 2) Eric voit «*des nombres à virgule qui n'ont pas beaucoup d'écart, vingt virgule six et vingt virgule sept.*» Il ajoute que «*le rouge est plus petit que le bleu*». Il écrit :
- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **20,2**
 - un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
 - un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **20,9**
 - un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : «*Je ne peux pas.*»

➔ L'épreuve est réussie.

5.6. Synthèse

Toutes les épreuves sont réussies. On constate une homogénéité des conduites de l'adolescent. Seule l'épreuve 1 fait exception car il ne met pas en jeu les mêmes compétences pour la résoudre.

6. L'observation de François

François est un jeune homme âgé de 12 ans 4 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 5^{ème}.



6.1. Epreuve 1

« – *Est-ce que la plus grande est de couleur foncée ? - Qu'entends-tu par couleur foncée ? - Le noir et le bleu. - Peux-tu donc reformuler ta question ? Est-ce*

que la plus grande est de couleur noire ou bleue ? – Non. – Est-ce que la plus grande est de couleur jaune ou verte ? – Oui. – Est-ce que la plus grande est verte ? - Non - Est-ce que la deuxième est bleue, noire ou verte ? - La deuxième c'est ? - La deuxième c'est celle après la plus grande. - Donc non.- Est-ce que dans le vert le noir ou le bleu il y a la troisième ? - Oui. - Ah mais en fait ça ne servait à rien de demander ça. Est-ce que dans les couleurs noir ou bleu il y a la troisième ? - Non. Est-ce que la noire est la plus petite ?-Non - C'est bon. Jaune, rouge, vert, noir bleu. »

François a la transitivité et son langage oral est l'expression des opérations mentales qu'il met en œuvre dans son raisonnement hypothético-déductif : on peut clairement catégoriser son protocole dans la méthode de recherche du plus grand.

La suite de l'épreuve est également réussie.

- ➔ Si sa conduite n'est pas opératoire, la réussite à l'épreuve est néanmoins accordée.
- ➔ François est dans une démarche d'attribution, qui est efficace car adjointe des vérifications nécessaires.

L'extrait « *Est-ce que la plus grande est de couleur jaune ou verte ? – Oui. – Est-ce que la plus grande est verte ? – Non* » montre que François est capable d'inférences. Par exemple ici, il déduit avec certitude que la plus grande est donc la jaune. Cependant comme pour Eric et Delphine, François ne met pas en place une stratégie de résolution basée sur les relations d'ordre des éléments entre eux. Sa phrase de conclusion exprime très bien cette absence totale de relation. L'épreuve est considérée comme un placement d'éléments dans l'espace. Ce sont les relations spatiales que le jeune homme cherche à connaître : par exemple il explique que « La deuxième c'est celle après la plus grande. ». S'il avait coordonné la relation anti-symétrique, son propos se serait apparenté à « la deuxième c'est celle qui est plus petite que la plus grande, mais plus grande que toutes les autres ».

6.2. Epreuve 2

Spontanément, François réalise les sériations selon le critère teinte :

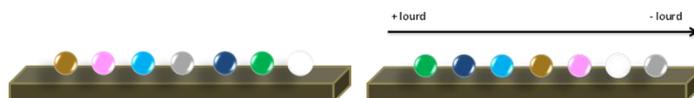
- il série les éléments rouges du plus foncé au plus clair,
- il série les éléments violets du plus foncé au plus clair,
- il série les éléments verts du plus foncé au plus clair,
- il série les éléments bleus du plus foncé au plus clair,

et conclut « *je les ai rangés par taille et du plus foncé au plus clair* ». On a une sériation des teintes dans chaque classe de grandeur (« taille »), mais pas de sériation de ces classes.

Nous ébauchons une sériation des quatre éléments les plus foncés du plus grand au plus petit. Il complète notre série. Nous le questionnons pour vérifier qu'il établit les bonnes relations entre les différentes séries. Bien que nous ne l'ayons pas mis sur la piste d'un tableau à double entrée sur un même plan, il est tout à fait en mesure d'y répondre. Quand il s'agit de montrer ce qui est plus grand qu'untel et plus foncé qu'untel, il désigne tous les éléments de l'ensemble répondant à ces deux critères.

- ➔ L'épreuve est considérée comme échouée car François n'arrive à la résolution du problème que grâce à notre aide.
- ➔ François est dans l'intention de chercher le plus foncé de ceux qui restent pour constituer chaque série. Il réalise son projet par une conduite d'insertion. Les manipulations qu'il opère répondent au même procédé systématique

6.3. Epreuve 3



François a recours à une méthode d'attribution. Il commence par évaluer isolément la blanche qu'il place à la première position, puis la verte qu'il place en dernière position. Ces deux placements lui permettent d'établir l'ordre léger-lourd dans le sens de lecture gauche droite de la série finale. Il poursuit son protocole en attribuant une place à chaque élément après l'avoir soupesé isolément.

L'épreuve est considérée comme réussie parce que la série est correctement ordonnée selon le critère poids croissant et qu'il a procédé à une vérification de toute la série par des comparaisons par couple avec pivot spatial pour s'assurer qu'il n'y ait pas d'erreur (ce qui était le cas).

→ L'épreuve est réussie.

→ François résout l'épreuve grâce à une conduite d'attribution. Si cette méthode ne peut être qualifiée d'opératoire au sens piagétien, la réussite est néanmoins acceptable car il procède à des vérifications finales. En l'absence de celle-ci, nous aurions pu en conclure que le jeune homme fonctionne façon uniquement intuitive. Si nous validons cette réussite, c'est qu'il est difficilement reprochable au sujet d'avoir préféré une méthode plus rapide à partir du moment où il a pleinement conscience que sa sériation doit être nécessairement vérifiée.



6.4. Epreuve 4

Après avoir aligné tous les bâtonnets par leur base, François retire de l'ensemble le jaune et le violet et les compare. Il ordonne JAUNE-VIOLET et fixe ainsi un sens de lecture grand-petit. Ensuite, nous pouvons lister ses opérations comme suit :

- il retire le gris et le noir, les compare et les ajoute à la série (JAUNE – VIOLET – NOIR – GRIS),
- il retire le bleu clair, le compare au gris, puis au noir avant de le placer à sa place entre le violet et le noir,
- il retire le rose et le bleu foncé, les compare puis les accole à la série (JAUNE – VIOLET – BLEU CLAIR - NOIR – GRIS - ROSE – BLEU FONCE),
- il retire le vert et le blanc, les compare et les range (JAUNE – VIOLET – BLEU CLAIR – NOIR – GROS – ROSE – BLEU FONCE – VERT – BLANC)
- il place à la fin de la série le bâtonnet restant, l'orange.

François exerce clairement un contrôle final sous la forme d'un balayage visuel de toute la série puis déclare « *c'est du plus grand au plus petit* ». La démarche que nous venons de retranscrire correspond à une méthode de recherche du plus grand.

L'insertion est réussie d'emblée.

Les réponses à nos questions sont correctes. Au cours de l'entretien, il décrit le bâtonnet jaune comme « *le plus grand* », le noir comme « *le quatrième plus grand, mais [...] aussi le huitième plus petit* ».

- ➔ L'épreuve est réussie
- ➔ Son projet est de rechercher le plus grand. Il le réalise par un procédé d'insertion basée sur des jugements de valeur.

La verbalisation de l'adolescent est totalement en accord avec son procédé de résolution. En décrivant le bâtonnet noir comme étant le «... plus grand, mais aussi le ...plus petit », il marque bien qu'il a retiré à chaque fois un groupe de bâtonnets sensiblement proches, comme s'il les avait classés dans sa tête, mais en vue de les ordonner. Il décrit la série dans les deux sens, ce qui est révélateur d'un niveau élaboré dans le développement de la structure de sériation. L'emploi de « mais aussi » souligne qu'il est dans la coordination et non la juxtaposition.

20671	20,6
30240	20,7

6.5. Epreuve 5

- 1) « *Deux nombres. Un nombre inférieur à l'autre qui est bleu. Un nombre supérieur à l'autre qui est vert.* » décrit l'adolescent avant d'écrire :
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **13**
 - un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **200000**
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **23 000**
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *C'est impossible. Le bleu est plus petit que le vert donc on peut pas.* »
- 2) François commentant la deuxième planche : « *un nombre décimal rouge ; un nombre décimal bleu, supérieur au nombre décimal rouge.* ». Il écrit :

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **13**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,63905**
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **33**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *C'est pas possible. S'il faut un nombre plus petit que le rouge et que le bleu est déjà plus grand c'est pas possible.* »

→ L'épreuve est réussie

6.6. Synthèse

A l'exception de l'épreuve de sériation multiplicative de deux relations distinctes, toutes les épreuves sont réussies. François coordonne compréhension et extension de la série. Il est capable d'anticiper les mises en relation ce qui lui permet par exemple d'obtenir une sériation des boules (épreuve 4) d'emblée correcte.

François est capable de raisonnement opératoire sur des problèmes de sériation. Cependant il ne choisit pas toujours d'entreprendre leur résolution par les méthodes les plus coûteuses. Il a recours à des méthodes parfois plus rapides et intuitives mais ne manque jamais de vérifier par des procédés élaborés si sa sériation est correcte. Ainsi il oscille entre les conduites d'insertion et d'attribution (avec vérifications). On ne peut pas parler d'hétérogénéité des conduites à proprement parlé.

7. L'observation de Grégoire

Grégoire est un jeune homme âgé de 13 ans 5 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 4^{ème}.

7.1. Epreuve 1



« *Est-ce que le jaune fait partie des plus grands ? – Que veux-tu dire par « les plus grands » ? – Est-ce que le jaune est plus petit que le vert ? – Non. – Est-ce que le vert est plus petit que le noir ? – Non. – Est-ce que le bleu est plus petit que le*

vert ? – Oui. – Est-ce que le noir est plus petit que le rouge ? – Oui. – Est-ce que le noir c'est le plus petit ? – Non. – Est-ce que le noir est plus petit que le vert ? – Oui. – Est-ce que le noir est plus petit que le bleu ? – Non. – Est-ce que le vert est plus grand que le jaune ? – Non. – Est-ce que le noir est plus grand que le jaune ? – Non. – Est-ce que le bleu est plus grand que le vert ? – Non. – Est-ce que le rouge est plus grand que le vert ? – Oui. – J'ai trouvé. Le plus petit c'est le bleu après c'est le noir après c'est le rouge après c'est le vert et après c'est le jaune. – Comment les as-tu rangés ? – Par ordre décroissant, du plus petit au plus grand. – Veux-tu vérifier que c'est bien rangé, en me posant des questions ? – Je sais pas... mais je pense que c'est bon. »

- ➔ L'épreuve est chutée. Malgré notre proposition, Grégoire n'a pas souhaité vérifier sa série.
- ➔ Le jeune homme pose beaucoup de questions visant à comparer deux éléments. Mais, nombreuses sont celles qui sont réciproques et celles à partir desquelles il n'infère pas. Sa démarche s'avère difficile à comprendre et semble hasardeuse. Cependant, un élément important est à prendre en compte : l'adolescent ressent rapidement le besoin de s'appuyer de l'écrit. Il transcrit sous forme mathématique certaines des informations obtenues en réponse à ces questions. Ainsi il utilise les signes $<$ et $>$ pour marquer la relation (dans un sens) qui existe entre deux éléments. Si l'on se réfère à la série finale qu'il écrit puis nous annonce, on constate que pour résoudre le problème, il a raisonné uniquement à partir des informations dont il a la trace écrite (cf annexe 8). Il apparaît évident que Grégoire a la transitivité puisque ces inférences le conduisent à des déductions correctes. S'il intervertit les places des baguettes rouge et verte c'est qu'il a omis de les comparer. Nous pouvons supporter l'idée que la mise en mémoire des informations recueillies ainsi que le raisonnement par l'abstrait lui sont trop coûteux. Grégoire ne parvient pas à inférer par le seul moyen du langage oral. En résumé, si le jeune homme échoue à cette épreuve, nous constatons néanmoins qu'il traite les relations. En effet, à plusieurs reprises il s'appuie sur la comparaison d'un élément à tous. Il parle lui-même « d'ordre ». La réussite n'a pas été possible à cause

de la difficulté du jeune homme à inférer ce matériel en partie caché. S'il n'avait pas tenté de procéder par le biais d'une combinatoire lourde sur le plan cognitif, mais préféré comme d'autres adolescents tout-venant la numérotation dans l'espace de chaque réglette, peut-être aurait-il réussi l'épreuve.

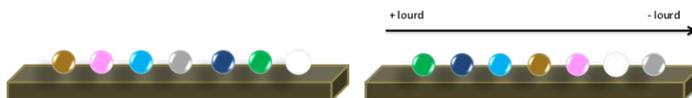
7.2. Epreuve 2

Grégoire opère spontanément une classification de tous les ronds : quatre classes de grandeurs différentes. « *Comment as-tu rangé ? – Les plus grands et les plus grands, les moyens et les moyens, les petits, les tout petits* (en désignant un à un les paquets répartis aléatoirement sur la table). »

Nous ne décrivons pas toutes les manipulations de Grégoire dans cette épreuve, mais indiquerons qu'une fois le critère teinte pris en considération, il le subordonne au critère grandeur.

- L'épreuve est échouée.
- La conduite de Grégoire le situe au stade I dans le développement de la sériation multiplicative. Son langage est à l'image de son procédé. Il est dans la classification.

7.3. Epreuve 3



Nous n'avons pas retranscrit les manipulations de Grégoire à cette épreuve car jugées périlleuses et difficilement déchiffrables : la conduite par couples incoordonnés caractérise la conduite qu'il a utilisée pour parvenir à sérier tous les éléments. Il n'a recours à une aucune vérification finale.

Il a rangé « *du plus lourd au moins lourd* ».

- L'épreuve est échouée.
- Grégoire laisse ici primer l'intuitif sur l'opérateur. Il procède par couples incoordonnés.



7.4. Epreuve 4

Grégoire aligne tous les bâtonnets par leur base supérieure, ce qui lui permet « *de mieux voir les différences près de [lui]* » et est judicieux. Ensuite nous relevons qu'il :

- isole le jaune et le violet, les compare et série JAUNE VIOLET,
- isole le noir, le compare aux deux autres, et le place à la suite de la série en construction.
- retire le bleu clair, le compare aux éléments placés et opère les modifications nécessaires.
- procède ainsi de suite avec le rose, le vert, puis le gris. Lors du placement du gris, ses vérifications l'amènent à remonter le bâtonnet dans la série jusqu'à ce qu'il soit plus petit qu'un et plus grand qu'un autre.
- continue la recherche du plus grand parmi ceux qui restent : bleu marine (vérification, pivot spatial), puis blanc et orange.

Il est tout au long de son protocole dans un projet de recherche du plus grand et effectue des vérifications en cours de route. A la fin de sa construction la série est entièrement correcte et il a utilisé une méthode opératoire. Notons qu'il a procédé à des vérifications des éléments de grandeurs visuellement proches.

Pour insérer le bâtonnet supplémentaire (marron) dans la série finale, il le compare au dernier placé (le plus petit) et balaye la série jusqu'à trouver sa place.

« Comment as-tu rangé ? – Du plus grand au plus petit. – Combien de bâtons y-a-t-il avant le 3^{ème} ? – Ça dépend de là où on part, celui en partant du plus grand ou celui en partant du plus petit. – Combien dans le sens de lecture gauche-droite ? – Deux. – Et après le 3^{ème} ? – Huit. – Que peux-tu dire du bâtonnet jaune ? – C'est le plus grand de tous. – Du bâtonnet orange ? – C'est le plus petit de tous. – Du rose ? – Il est plus petit que le noir, le gris, le violet, le jaune donc plus petit que les cinq premiers et plus grand que les cinq derniers (énumère les couleurs). »

➔ L'épreuve est réussie.

➔ Par le biais de cette épreuve nous observons que Grégoire est capable de sérier des éléments d'après un protocole jugé opératoire. Sa conduite est une

conduite d'insertion qui s'appuie sur une indexation par jugement de valeur. Cependant, s'il est capable d'établir la relation qu'un élément entretient avec d'autres éléments que ceux qui lui sont directement voisins, il est dans la juxtaposition et non dans la coordination des deux sens de la sériation.

20671	20,6
30240	20,7

7.5. Epreuve 5

1) Grégoire décrit « *des chiffres, sachant que pour les deux les chiffres sont de différentes couleurs. Ils font partie des millièmes ou un truc comme ça* » puis écrit :

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **20670**
- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **30241**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **20672**
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : **30239** « *Il y en a pas parce que si on dit qu'il est plus petit que le bleu sachant que le bleu il est déjà plus petit que le vert, on peut trouver aucun nombre plus grand que le vert.* »

2) A la vue de la deuxième planche il commente : « *des nombres décimaux, ils sont très proches. Ils ont zéro virgule un de différence.* ». Il écrit :

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **20,5**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **20,8**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *Y en a pas.* »

➔ L'épreuve est réussie.

7.6. Synthèse

L'ensemble des résultats de Grégoire nous conduit à affirmer que Grégoire est capable d'inférence sur du matériel visible et manipulable, dont les différences ou ressemblances entre les éléments sont perceptibles visuellement. En dehors de ce

cadre, ses conduites sont d'un niveau de complexité peu élevé, mais sont de nature homogène.

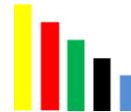
IV. OBSERVATION DES ADOLESCENTS DU GROUPE

« PATHOLOGIQUE »

De même que pour les adolescents tout-venant, nous avons attribué des prénoms fictifs à chaque adolescent du groupe. Ainsi nous développerons les cas d'Antoine, Benjamin, Christophe, Daniel, Eva, Florie, Gaëlle.

1. L'observation d'Antoine

Antoine est un jeune homme âgé de 14 ans 4 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 3^{ème}.



1.1. Epreuve 1

« – Est-ce que la rouge est la plus grande ? – Non. – Euh, la bleue ? – La bleue ? – Est-ce que c'est la plus grande ? – Non. – La noire ? – Non. – La verte ? – Non. – La jaune ? – Oui. – Est-ce que la rouge vient après la jaune ? – Peux-tu reformuler ta question ? – Est-ce que la bande rouge elle vient après la jaune ? – Qu'est-ce que cela veut dire pour toi ? – La deuxième plus grande ? – Oui. – La noire, la troisième plus grande ? – Non. – La verte c'est la troisième plus grande ? – Oui. – Est-ce que la noire c'est la quatrième plus grande ? Celle qui est en quatrième position ? – C'est-à-dire ? – Celle qui a une taille plus petite que... euh... que la verte. – Oui. – J'ai trouvé alors. – Tu as trouvé quoi ? – J'ai trouvé un classement. La jaune c'est la plus grande, la rouge elle vient après, après la rouge il y a la verte, après la verte il y a la noire, et après la noire il y a la bleue donc la bleue c'est la plus petite. – Tu as dit « la rouge elle vient après la jaune », qu'est-ce que cela signifie pour toi ? – Ben que la jaune c'est la plus grande et la rouge elle vient après la jaune. – Est-ce que tu peux dire autre chose au sujet de la rouge ? – Ben, elle est plus grande que la verte, que la noire, et la bleue, mais elle est plus

petite que la jaune. La jaune c'est la plus grande des quatre bandes. Et la noire elle est plus petite que la jaune, que la rouge et que la verte, mais elle est plus grande que la bleue. Et la verte elle est plus petite que la jaune, la rouge, mais elle est plus grande que la noire et la bleue. »

Sa méthode consiste en la recherche de la plus grande réglette parmi celles dont la position définitive n'est pas encore établie. Il balaie la série de manière à placer dans l'ordre et dans le temps les réglettes dans le sens décroissant gauche-droite.

Antoine est d'accord avec le premier ordre proposé. Pour lui les réglettes sont toujours dans le même ordre après que l'alignement des bases a été rompu. Elles sont « *positionnées différemment et il n'y avait pas de décalages* » selon lui.

- ➔ L'épreuve est réussie.
- ➔ La verbalisation d'Antoine est relativement déroutante. D'un côté, il mène un discours qui se réfère au domaine spatial et quasiment de l'ordre de la classification. D'un autre, il est capable de description comparative dans les deux sens. Cette double approche montre que son raisonnement ne se base pas sur les qualités logiques de la structure de sériation (notamment la transitivité), mais sur l'attribution d'une couleur à chaque emplacement dans l'espace. Néanmoins, si son attitude ne révèle pas ses capacités de sériation, il semblerait de par son langage qu'il ait un minimum d'acquisition de ces notions. Seules les épreuves suivantes pourront nous aider à constater ou non s'il a la transitivité.

1.2. Epreuve 2

Antoine commence par construire les quatre classes de grandeur qu'il série ensuite par grandeur décroissante (alignement). Il nomme les classes : « *grand, un peu grand, moyen, petit* »

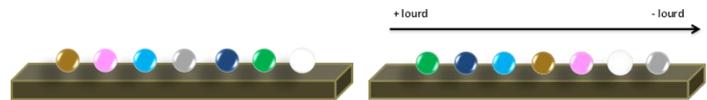
Nous lui demandons de les ranger encore mieux, s'il le peut. Il classe tous les ronds selon des critères divers et variés (des tas de foncés, de clairs, de rouge, de bleu, etc.).

Avec notre aide, il finit par considérer le critère taille comme critère de sériation mais à aucun moment il ne prend conscience du critère couleur.

→ L'épreuve est échouée.

→ Nous situons Antoine au stade I du développement de la sériation multiplicative de deux séries asymétriques car il est d'emblée dans la classification. Il cherche spontanément à créer des catégories. Cette attitude va dans le sens de la conduite observée pour l'épreuve précédente. Il y a une absence totale de mise en relation. L'adolescent étiquette les éléments. Son langage reflète ses projets de manipulations.

1.3. Epreuve 3



- 1) Antoine soupèse la boule la plus à droite (blanche). Il fait de même avec les trois boules qui la précèdent (verte, bleue foncée, grise). Il les soupèse une à une. A l'issue de ces quatre jauges, il isole la blanche et la grise et les pose dans cet ordre Blanc-Gris. Il ébauche une **première série** dont les éléments sont ordonnés selon le sens lourd-léger. On peut supposer qu'il a isolé « les plus légères ».
- 2) Il continue de jauger le poids des boules une à une en saisissant chaque fois la plus à droite (bleue claire, rose, marron). A l'issue de ces trois évaluations de poids il ordonne les boules comme suit ROSE – MARRON - BLEU CLAIR. Dans cette **deuxième série** qu'il crée, les éléments sont rangés du moins lourd au plus lourd.
- 3) Ayant balayé toute la série de boules, Antoine revient vers les deux boules qu'il n'a placées dans aucune des deux séries, (la verte et la bleue foncée). Il soupèse à nouveau la verte. La considérant comme la plus lourde des sept boules il ébauche une **troisième série** en la plaçant en première position. C'est dans cette troisième série qu'il intégrera les six autres boules pour obtenir son « rangement » définitif.
Il jauge la bleue foncée. Et pour la première fois depuis le début de l'épreuve il compare simultanément son poids et celui de chacune des

trois boules de la deuxième série... Les trois comparaisons deux à deux (Bleue foncée/ rose, Bleue foncée/ marron, Bleue foncée/ bleue claire) lui permettent de définir la plus lourde des quatre, la bleue foncée. Il la place en deuxième position de sa série finale. La 3^{ème} série est ainsi VERT - BLEU FONCE.

A ce stade des manipulations et d'après ce qu'il a déjà mis en place, Antoine aurait pu immédiatement accoler à la 1^{ère} série la 2^{ème} après avoir inversé son sens. Mais Antoine soupèse à nouveau les boules de la 2^{ème} série. On peut supposer qu'il n'a pas retenu la règle de sériation qui lui a permis de les ordonner la première fois ou qu'il n'a pas réalisé de série mais simplement grouper ces trois boules aux poids sensiblement « proches » en les alignant dans un ordre aléatoire. Pour les placer dans la 3^{ème} série, il réalise donc toutes les comparaisons deux à deux possibles avec les trois boules de sa 2^{ème} série, ce qui lui permet d'obtenir : VERT - BLEU FONCE - BLEU CLAIR - MARRON - ROSE.

A cette 3^{ème} série il intègre ensuite les deux boules de la première série (blanche et grise). Il compare à nouveau leur poids; ce qui nous permettrait de confirmer qu'il n'avait pas débuté une 1^{ère} série, mais partitionné un groupe des boules « les plus légères ». La série finale est ordonnée comme suit : VERT - BLEU FONCE - BLEU CLAIR - MARRON - ROSE - BLANC - GRIS.

Antoine conclut « *j'ai rangé du plus lourd au moins lourd* ». Il n'a ressenti le besoin d'effectuer de vérifications ni à l'issue de sa sériation ni pour répondre aux consignes qui lui ont été posées par la suite (« *Montre une boule plus lourde que la rose et moins lourde que la verte.* », « *Que peux-tu dire de la blanche ?* », « *Que peux-tu dire de la verte ?* »). A la deuxième consigne, il répond « *elle est plus lourde que la grise, mais moins lourde que toutes les autres boules* » et à la troisième « *elle est plus lourde que toutes les autres boules* ».

Antoine explique la technique qu'il a utilisée pour ordonner les boules de la plus lourde à la plus légère : « *On voit avec le poids. Avec notre main, on voit celle qui a le plus de poids* ». Cette courte formule qu'il emploie est bien en adéquation avec son procédé tout au long de l'épreuve : il a partitionné la série en trois puis a

recherché chaque fois le plus lourd parmi les boules non placées (d'abord celles du groupe des lourdes puis celles du groupe des légères).

- L'épreuve est réussie.
- La réussite est légale car le procédé d'Antoine comprend des vérifications suffisantes et qui viennent compléter son protocole d'attribution. Cette épreuve de sériation de poids nous permet d'affirmer d'après ses manipulations, mais aussi son langage, qu'il a conscience des relations de sériation et qu'il est capable de comparer un élément à tous les autres. Par ailleurs l'utilisation de la conjonction de coordination « mais » dans « elle est plus lourde que la grise, mais moins lourde que toutes les autres boules » qu'il a la compréhension de la série dans les deux sens.

Ici, nous retrouvons dans les manipulations de l'adolescent le paradoxe que nous avons observé dans la première épreuve. La première intention du garçon est de trier les boules d'après leur poids, et en effet sur l'ensemble de son protocole il réalise une trichotomie. A la différence de l'épreuve 2, le matériel lui est suffisamment accessible pour qu'il généralise son procédé de catégorisation pour arriver à une conduite d'attribution.



1.4. Epreuve 4

Antoine commence par aligner les bases des dix bâtonnets. Il demande à utiliser une règle, ce que nous refusons. Une fois un alignement satisfaisant obtenu :

- 1) Il isole les deux bâtons qui sont sensiblement les plus petits (orange et blanc). Il compare les deux entre eux et ébauche la série ORANGE – BLANC.
- 2) Il isole les deux bâtons qui sont perceptiblement les plus petits parmi les éléments restants (bleu marin et vert). Comme précédemment, il compare la longueur des deux pièces et les place dans la série esquissée de manière à respecter un ordre de grandeur décroissant. Il obtient ainsi l'alignement des éléments BLEU FONCE – VERT – BLANC – ORANGE. Les plus petits retirés deviennent les plus grands placés.

- 3) Dans l'alignement initial, il retire le rose, considéré comme le plus petit des bâtons restants, et le compare au bleu placé dans la série en construction pour s'assurer qu'il est bien plus grand que ce dernier. Après vérification visuelle, il place le bâtonnet rose au début de la série.
- 4) De même, il retire le gris devenu le bâton le plus petit par une comparaison visuelle des extrémités de tous les bâtons restants. La série est désormais GRIS – ROSE – BLEU FONCE – VERT – BLANC – ORANGE.
- 5) 6) 7) 8) Il aura recours à la même procédure que lors de l'étape 4) avec respectivement les bâtonnets noir, bleu clair et violet.
- 9) Le bâton jaune est l'unique restant, Antoine le place donc naturellement en première position dans sa série. Il dit alors avoir « *rangé du plus grand au plus petit* ». « *Le jaune c'est le plus grand et le plus petit c'est le orange* ».

Nous lui demandons d'insérer le bâtonnet marron dans la série. Pour ce faire, Antoine le compare au plus grand de la série, puis au plus petit. Il effectue ensuite un balayage de la série jusqu'à trouver la place du marron. Antoine explique cette position : « *il est plus grand que le orange, le blanc, le vert, le bleu et j'ai vu qu'il était plus petit que le rose* ». Nous l'interrogeons sur la possibilité de placer le marron autre part, il répond que non avec certitude.

Nous relatons ici quelques questionnements auxquels Antoine a eu à répondre : « – *Que peux-tu dire du 3^{ème} bâtonnet ? – En partant de la fin ou du début ? – Qu'en penses-tu ? – Du début. – C'est quoi ? – Du plus grand. Il est plus petit que le jaune et le violet, mais il est plus grand que tous les autres bâtons* ».

➔ L'épreuve est réussie.

➔ Nous classons la conduite d'Antoine parmi les méthodes de recherche du plus grand car son principe y est totalement comparable, à la différence près que c'est le plus petit qui est recherché.

Le procédé d'Antoine est à l'image de ses conduites précédentes. S'il met en place une conduite opératoire pour sérier les éléments, nous remarquons que pour insérer le bâton supplémentaire, il commence par le comparer aux deux bornes de la série. Ce comportement laisse penser qu'il est encore dans la volonté de classer l'élément (est-il plutôt grand ou plutôt petit ?). Pourtant

l'extrait de son discours « [le bâtonnet supplémentaire] est plus grand que le orange, le blanc, le vert, le bleu et j'ai vu qu'il était plus petit que le rose » indique qu'il est bien dans la coordination.

20671	20,6
30240	20,7

1.5. Epreuve 5

Signalons qu'exceptionnellement, le sujet a été testé avec une planche présentant les nombres décimaux 30,6 en rouge et 30,7 en bleu.

« *Que vois-tu ? – Des nombres et deux couleurs. – As-tu d'autres choses à dire ? – Le nombre vert est plus grand que le nombre bleu. – Je vais te demander d'écrire :*

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **20670**
- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **30241**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **20673**
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *Pouvez-vous répéter ? – [...] – C'est impossible puisque le vert est plus grand que le bleu. [...] Si je fais plus petit que le bleu, forcément mon nombre sera plus petit que le vert parce que le bleu est plus petit que le vert. »*

Antoine fait appel à la notion de transitivité dans son explication face à la situation impossible. S'il a éprouvé des difficultés pour exprimer sa pensée par le langage (nous n'avons pas reporté l'intégralité de ses propos), il y est finalement parvenu.

« *Que vois-tu ? – Deux nombres à virgule de couleur. Le nombre bleu est plus grand que l'autre de couleur rouge. – Je vais te demander d'écrire :*

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **30,5**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **30,** « *Il n'y a pas... – Pourquoi ? – Je ne connais pas ce qu'il y a entre 7 et 6... – Mais c'est possible ou pas ? – C'est pas possible. – Pourquoi ? Parce qu'on ne connaît pas des nombres qui sont... déjà qui sont à virgule... on peut pas mettre 6 et demi parce qu'il y a déjà une virgule. »*- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **30,8**

- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *C'est impossible. – Pourquoi ? – Comme tout à l'heure. Parce que le nombre rouge est plus petit que le bleu donc c'est impossible d'avoir un chiffre qui est plus petit que le rouge, mais qui soit plus grand que le bleu.* »

➔ L'épreuve est échouée.

➔ C'est la méconnaissance des nombres décimaux qui font chuter l'adolescent à cette épreuve. En effet il explique la transitivité par le biais du langage oral dans les situations impossibles.

1.6. Synthèse

Son profil langagier, comme ses manipulations montrent qu'Antoine oscille entre des formes de raisonnement peu élaborées principalement basées sur la classification et d'autres plus évoluées. D'une manière générale le perceptif prime encore sur l'opérateur. La complexité des conduites de l'adolescent dépend donc de la forme et du contenu du problème auquel il est confronté et cela conduit à une certaine inhomogénéité des conduites.

2. L'observation de Benjamin

Benjamin est un jeune homme âgé de 16 ans 3 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 3^{ème}.



2.1. Epreuve 1

Benjamin éprouve des difficultés à formuler une première question. Il le dit lui-même : « *c'est pas facile, faut que ça puisse répondre par oui ou non* ». Nous le rassurons et lui disons de commencer et que s'il y a des ajustements à faire, il les fera. « *Laquelle est la plus grande ?* (Il finit par demander). *Ça marche pas... – En effet, je ne peux répondre à ta question ni par oui ni par non. – La rouge est-elle la plus grande ? – Non. – La noire est-elle la plus grande ? – Non. – La verte est-elle la plus grande ? – Non. – La jaune est-elle la plus grande ? – Oui. – La bleue est-elle la plus petite ? – Oui. – La verte va-t-elle après la jaune ? – Que veux-tu dire par là ? –*

Est-ce que la verte est plus petite que la jaune, mais plus grande que la noire et plus grande que la rouge ? – Je peux répondre non à ta question, mais attention je te signale qu’il y a plusieurs questions dans ta phrase. – Plus petite que la jaune ? – Oui. – Plus grande que la noire ? – Oui. – Plus grande que la rouge ? – Non. – La rouge est plus grande que la verte ? – Oui. – C’est bon : jaune, rouge, vert, noir, bleu. – Tu as rangé comment ? – Par taille du plus grand au plus petit. »

La suite de l’épreuve est réussie.

- ➔ L’épreuve est réussie, mais nous ne pouvons affirmer que Benjamin a acquis les propriétés de la sériation. Ces deux dernières questions sont réciproques. Quant à sa connaissance de la transitivité, elle se limite ici à la sériation de trois éléments, les bornes ayant été définies.
- ➔ Sa conduite n’est pas opératoire. Son raisonnement s’appuie sur le support spatial. Il est dans une démarche d’attribution.

2.2. Epreuve 2

Benjamin s’étonne devant le fait qu’il n’y ait pas deux ronds de la même couleur. Il commence par une classification par taille. Ainsi, il regroupe ensemble les ronds de même taille et les quatre piles obtenues sont réparties de façon aléatoire sur le plan de travail. Nous lui demandons comment il a rangé les ronds et en nous répondant « par taille », il série les quatre classes en les alignant du plus grand au plus petit. A notre demande, il précise « *celui-là est plus grand que celui-là, celui-là est plus grand que celui-là et celui-là est plus grand que celui-là.* »

Pour ranger encore mieux, il ordonne les éléments de chaque famille du plus foncé au plus clair. Il dit avoir « *rangé par couleur du plus foncé au plus clair* ». A ce stade, les deux critères de sériation ont été pris en compte dans ses rangements, mais de façon indépendante. Il ne les a pas coordonnés. Le deuxième critère subordonne le premier.

Nous ébauchons la première ligne d’une table à double entrée. Il organise alors les ronds d’une façon telle qu’on pourrait penser qu’il a créé un tableau à double entrée (système de colonnes et de lignes), mais en réalité, tel qu’il l’a pensé, une ligne n’est que la suite de la précédente : c’est-à-dire que le premier élément

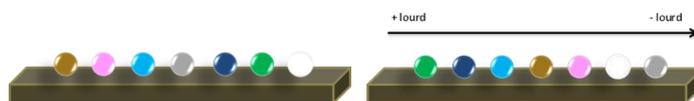
d'une ligne est l'élément qui suit le dernier de la ligne suivante et on va « *du plus foncé au plus clair, ensuite pour que ça suive, du plus clair au plus foncé, du plus foncé au plus clair et du plus clair au plus foncé* ».

→ Benjamin échoue à cette épreuve.

→ Il se situe au stade II décrit par PIAGET. Benjamin est dans le perceptif.

Son langage permet clairement de souligner qu'il n'est capable de description comparative qu'à un sens. Il juxtapose les relations d'ordre et n'est capable que de comparaisons un à un. Relevons tout de même que son intention première relève de la classification (il dit lui-même avoir rangé « par taille »). S'il finit par sérier les éléments, il le fait de manière intuitive.

2.3. Epreuve 3



Benjamin soupèse isolément les boules en descendant la série. A l'issue de ce premier balayage, il positionne la boule verte pour ébaucher la série finale.

Il soupèse à nouveau certaines boules isolément, ce qui le conduit à placer la boule bleu foncée en seconde position puis la bleue claire en troisième position. Jusqu'à la fin de ses manipulations il procède selon cet objectif de recherche du plus lourd. Nous relevons que pour les quatre dernières boules il opère des comparaisons un à un et par couple et non plus par évaluation de la valeur absolue, pour trouver le plus lourd.

Il a rangé « *du plus lourd au moins lourd* ». « *Comment as-tu fait ? – J'ai pris du plus lourd au moins lourd* ».

→ L'épreuve est échouée.

→ Benjamin procède par attribution, mais n'effectue pas toutes les comparaisons indispensables pour s'assurer que les éléments sont correctement sériés.



2.4. Epreuve 4

La méthode employée par Benjamin est mixte. Dans une première phase, il procède par recherche du plus petit. Il ne s'agit que d'un projet, car sa réalisation se fait par attribution. Dans une deuxième phase, il insère les bâtonnets restants mais ne les insère jamais d'emblée.

L'épreuve d'insertion du bâtonnet supplémentaire est logiquement échouée.

- L'épreuve est échouée.
- Benjamin procède par attribution. Il n'a pas la compréhension de la série et se réfère uniquement à son extension. Il cherche à obtenir une forme brute correcte. Ici, si l'investigateur n'est pas vigilant aux manipulations du sujet il peut considérer l'épreuve comme réussie alors qu'il ne s'agit que d'une réussite apparente.

20671	20,6
30240	20,7

2.5. Epreuve 5

- 1) « *Des nombres et des couleurs.* »
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **15**
 - un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **10000000**
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **20 672**
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *c'est pas possible parce que plus petit que le bleu et plus grand que le vert, le bleu est déjà plus petit directement. C'est possible qu'il y ait un truc impossible ?* »
- 2) « *Des nombres décimaux et des couleurs.* »
 - un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **15,6**
 - un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
 - un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **25,6**
 - un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : « *c'est pas possible. Le rouge est déjà plus petit que le bleu et on nous demande de faire plus petit que le bleu et plus grand que le bleu, donc c'est pas possible.* »

→ L'épreuve est réussie.

2.6. Synthèse

Il est à noter l'homogénéité des conduites de Benjamin. Nous supposons que la première épreuve est réussie en partie grâce au hasard. Il n'y a pas de raison particulière pour qu'il soit capable d'effectuer les comparaisons utiles dans l'épreuve de sériation par questionnements et pas dans les épreuves de manipulations.

3. L'observation de Christophe

Christophe est un jeune homme âgé de 12 ans et 6 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 5^{ème}.



3.1. Epreuve 1

« La rouge elle est grande ? – Peux-tu être plus précis ? – Est-ce qu'elle est grande ? – Qu'est-ce que cela signifie pour toi ? – Est-ce que la rouge est la première ? – Non. – Est-ce que la rouge est la plus petite ? – Non. – La bleue est-ce que c'est la plus grande ? – Non. – La verte est-ce que c'est la plus grande ? – Non. – La jaune est-ce que c'est la plus grande ? – Oui. – La verte c'est la plus grande ? – Non. – La verte est-ce qu'elle est petite ? – Que veux-tu dire par là ? – La rouge c'est la plus petite ? – Non. – La bleue c'est la plus petite ? – Oui. – La verte est-ce que c'est la moyenne ? – C'est à dire ? – Est-ce qu'elle est plus grande que la plus petite ? – Oui. – La verte est plus grande que la bleue ? – Oui. »

A l'issue de toutes ces questions, Christophe n'a pu réunir comme informations que l'identité de la réglette la plus grande et celle de la plus petite. Il dessine cinq réglettes dans un ordre décroissant de taille sur sa feuille. Il place la jaune (1) et la bleue (5), puis nous pose une dizaine de questions qui lui permettront d'identifier les trois autres réglettes.

Il valide l'ordre de la série dans sa première configuration spatiale, mais émet des doutes dans sa seconde configuration spatiale (alignement des bases rompu).

- ➔ L'épreuve est échouée. En effet, la réussite n'est qu'apparente car se limite à l'obtention de la forme brute.
- ➔ Christophe est dans une démarche d'étiquetage des éléments. Il établit des relations spatiales entre les éléments et non des relations de sériation. Son langage est en adéquation avec son projet de résolution. S'il numérote les réglettes, il ne met pas de sens sur l'ordre qu'il finit malgré tout par établir. Cet extrait souligne cet absence de sens : « La verte est-ce que c'est la moyenne ? – C'est à dire ? – Est-ce qu'elle est plus grande que la plus petite ? ».

3.2. Epreuve 2

Christophe commence par classer les ronds en fonction de leur taille. Il obtient les quatre tas correspondant aux quatre groupes de ronds de même diamètre. Il n'ébauche pas de sériation, il est dans la classification. Il estime avoir rangé par « *forme* ». Ici nous sommes confrontée à ses difficultés de langage oral qui justifient l'emploi de mots inexacts et les explications peu claires qu'il tente de nous donner. Néanmoins, ce sont les structures logiques qui nous intéressent, notre objectif est donc de comprendre à quoi il fait référence et quels sont les indices qui motivent ses manipulations. Il finit par utiliser le mot « grandeur » et à notre demande nous explique que cela signifie « forme ». Nous avons là la preuve que le lexique fait défaut.

Christophe finit par empiler les quatre ensembles « *du plus grand au plus petit* ». Il est dans une démarche de sériation, mais basée sur l'intuition.

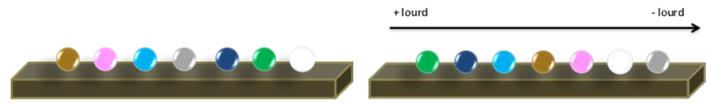
Nous réalisons la sériation des éléments de l'ensemble des ronds les plus grands (les violets) d'après leur couleur décroissante. Christophe commente « *T'as fait quoi ? Du plus foncé au plus clair ?* ». Il a donc perçu le critère de notre série. Nous lui demandons de poursuivre notre rangement : il remanie notre série.

Nous arrêtons ici l'épreuve, qui lui demande un effort de concentration trop important et nous souhaitons qu'il puisse se préserver pour les épreuves suivantes.

- ➔ L'épreuve est échouée.

- Christophe fonctionne par attribution. Sa démarche met bien en évidence que la conduite d'attribution n'est qu'une généralisation de la dichotomie (ou trichotomie) puisqu'il commence par catégoriser les éléments.

3.3. Epreuve 3



Christophe prend dans sa main droite les boules bleu foncé et verte et compare le tout avec chacune des autres boules qu'il soupèse de sa main gauche. Puis il finit par comparer la boule bleue foncée et la boule verte. A l'issue de cette comparaison il ébauche la série VERT – BLEU FONCE.

Il compare ensuite les boules grise et blanche et les place dans l'ordre BLANC – GRIS à l'opposé des deux déjà positionnées. S'ensuit la comparaison simultanée des trois dernières boules (rose, marron et bleu clair). Il les place entre le groupe des lourdes et le groupe des légères en les sériant selon l'ordre ROSE – MARRON – BLEU CLAIR. Il conclut en disant avoir rangé « *de la plus lourde à la moins lourde* ».

La série est correctement ordonnée d'après le critère poids mais il n'a procédé à aucune vérification. Au début de son protocole, il évalue le poids de chaque boule (bien que sa méthode puisse être qualifiée d'hasardeuse), ce qui lui permet ensuite de partitionner en trois groupes l'ensemble des boules. Il procède ensuite en effectuant les comparaisons nécessaires à l'intérieur de chaque « sous-série » puis les accole. L'absence de vérification de la série globale ainsi composée ne nous permet pas de valider la réussite de l'épreuve.

- L'épreuve est échouée. Il a obtenu la forme finale attendue mais elle ne se justifie pas par sa conduite.
- Christophe a procédé par attribution.



3.4. Epreuve 4

Il regroupe tous les bâtonnets de façon à créer un alignement vertical de leurs bases. Christophe s’empare des bâtonnets violet, jaune et bleu et construit la série JAUNE – VIOLET- BLEU CLAIR. Il retire ensuite trois autres bâtonnets et nous pensons alors qu’il a l’intention de procéder par trichotomie comme dans l’épreuve précédente. Or, il se ravise et ne retire que le vert, qu’il compare au plus petit de sa série en construction (le bleu clair). Il le place à droite du bleu clair. Il procède de même avec les bâtonnets rose puis bleu foncé qu’il insère à leur bonne place respective après s’être assuré que cela était visuellement acceptable. Quant à ses manipulations pour insérer les quatre bâtonnets restants, elles sont difficilement compréhensibles. Au final il parvient à sérier tous les éléments.

« *Que peux-tu dire du bâton rose ? – Qu’il est moyen. – Tu peux expliquer ce que ça veut dire ? – Ca veut dire pas plus petit que l’orange, pas plus grand que le jaune. – Que peux-tu dire du jaune ? – Il est plus grand que les autres. – De l’orange ? – C’est le plus petit. – Du blanc ? – C’est l’avant-dernier. – Du noir ? – Il est plus grand que l’orange.* ». Il verbalise uniquement les relations qu’un élément entretient avec les deux bornes de la série (le plus grand et le plus petit).

➔ L’épreuve est échouée.

➔ Christophe série les bâtonnets par tâtonnement et l’insertion n’est pas réussie. Sa conduite est une conduite d’attribution. Il a l’extension de la série, mais pas sa compréhension. Son langage confirme encore une fois qu’il est dans une démarche à peine plus évoluée que celle de l’étiquetage. En effet s’il parle de bâtonnet « moyen », il peut pour d’autres réussir une comparaison avec le plus grand et le plus petit des éléments. Cette comparaison n’est pas réellement l’établissement d’une relation d’ordre dans son cas.



3.5. Epreuve 5

- 1) Christophe décrit : « *Deux nombres. Ils ont une couleur.* ». Il écrit :
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **10670**

- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **40240**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **20450**
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : « *C'est pas possible. J'y arrive pas.* » ~~Je ne sais pas ! Désolé~~ **1051**

1) « *Le plus petit nombre est bleu. Le grand il est vert.* » Les réponses écrites de Christophe sont :

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **10,01**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **21**
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **23,13**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : **10,11**

➔ L'épreuve est échouée.

➔ Christophe n'a pas la transitivité.

3.6. Synthèse

Chaque fois que le sujet a construit une série de forme brute correcte, il a procédé par attribution en se basant uniquement sur la valeur perceptive de chaque élément. On souligne l'homogénéité de ses conduites quelle que soit le contenu ou la forme du problème de sériation.

4. L'observation de Daniel

Daniel est un jeune homme âgé de 12 ans 5 mois le jour de la passation du protocole. Il est scolarisé en classe de 5^{ème}.

4.1. Epreuve 1



« – *Le jaune est le plus long ? – Oui.* – *Le vert est plus petit que le noir ? – Non.* – *Le rouge a la même taille que le vert ? – Non.* – *Le bleu est plus grand que les autres après le jaune ? – Non.* – *Le vert est plus grand que les autres après le jaune ? – Non.* – *Le rouge est plus grand que les autres après le jaune ? – Oui.* – *Le*

noir est plus grand que le vert ? – Non. – Le bleu est plus grand que le vert ? – Non. – Le bleu est plus grand que le noir ? – Non. – Je les ai rangés par ordre de croissance, de taille. Le jaune est plus grand que tous et après c'est le rouge et après c'est le vert, et après c'est le noir, et après c'est le bleu. – Es-tu d'accord avec cet ordre (en même temps que nous présentons la série ordonnée) – Oui. – Les réglettes sont-elles toujours dans l'ordre (nous les présentons selon la deuxième disposition) – Oui. – C'est le même ordre qu'avant ? – Non. Euh, oui. Ça a changé de forme, c'est en pyramide.».

Nous approuvons la réussite de Daniel. Les questions qu'il a posées recouvrent toutes les vérifications nécessaires à l'établissement sûr de la série ordonnée.

Nous relevons ici les maladresses et imprécisions dans la formulation des phrases de l'adolescent. Cependant, nous avons considéré qu'à partir du moment où nous pouvions clairement identifier le sens de la question posée nous y répondrions. Par exemple la question « *Le bleu est plus grand que les autres après le jaune ?* » aurait pu bénéficier d'un remaniement langagier. Mais, nous ne perdons pas de vue que c'est la structure de sériation qui nous intéresse et notre but est donc de comprendre son fonctionnement, ses procédures...

- ➔ L'épreuve doit être considérée comme réussie car l'ensemble des questions que le jeune homme a posées ne laisse plus de place au doute quant à l'agencement des éléments.
- ➔ Cependant, il est à relever que Daniel n'a pas résolu le problème dans un projet de sériation. Il cherche à indexer la valeur de chaque réglette de manière à leur attribuer une place dans la série.

Relevons que certaines questions sont redondantes : « *Le vert est plus petit que le noir ?* » et « *Le noir est plus grand que le vert ?* ». Nous pouvons émettre l'hypothèse que le sujet n'envisage la lecture de la série que dans un sens (sens décroissant de gauche à droite) et non dans les deux sens. Il n'a pas la compréhension de la relation antisymétrique.

Pour finir, soulignons l'intérêt du langage dans l'évaluation de la structure logique. Daniel pose la question « *Le rouge a la même taille que le vert ?* ». Si cette question peut surprendre car le sujet, a semble-t-il, compris la

consigne, elle montre que Daniel n'est pas dans l'établissement de relations de sériation mais dans une démarche que l'on pourrait presque qualifier de « classement ».

4.2. Epreuve 2

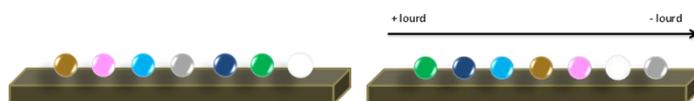
Il reconstitue les quatre camaïeux de couleurs. Il a rangé « *par couleur et de plus en plus foncé* ». Il a donc rangé l'ensemble des ronds selon un seul critère.

Nous l'aiguillons verbalement et ébauchons les différentes possibilités d'organisation, mais il sera périlleux d'obtenir une prise en compte du critère de sériation grandeur. La lecture de la table à double entrée n'est pas correcte, il y a donc incompréhension de la multiplication des deux séries asymétriques.

➔ L'épreuve est échouée.

➔ Pour sérier les éléments d'une même couleur selon le critère teinte, Daniel est dans l'extension de la série. Il ne procède pas par comparaisons. S'il parvient à obtenir quatre séries correctes, c'est que l'évaluation perceptive (visuelle) de chaque élément lui suffit à construire une bonne forme. Il a procédé par attribution sans vérification.

4.3. Epreuve 3



Nous pouvons lister les manipulations de l'adolescent comme suit :

- Il compare deux éléments : vert- bleu foncé. Il laisse l'ordre inchangé.
- Il compare bleu foncé- bleu clair et garde en main le bleu foncé
- Il compare bleu foncé- gris et garde en main le bleu foncé.
- Il compare bleu foncé- blanc et garde en main le blanc.
- Il compare blanc- gris.

Aucune logique ou organisation particulière n'apparaît de façon évidente. A l'issue de chaque comparaison, il dispose les boules « dans tous les sens ».

- Il compare bleu clair-bleu foncé.
- Il compare rose-gris et garde l'élément rose en main.
- Il compare rose-blanc.
- Il compare marron-vert.

- Il positionne le vert à la première position de la série définitive dans le sens de lecture décroissant gauche-droite.
- Il compare marron-bleu foncé. Il positionne le bleu foncé en deuxième position.
- Il compare marron-gris.
- Il compare marron-bleu clair. Et place le bleu clair en troisième position et le marron en quatrième.
- Il compare blanc-gris, puis blanc-gris-rose. Il place l'élément rose en 5.
- Il compare blanc-gris et place le blanc en 6 et le gris en 7.

La série finale est bien ordonnée.

Il explique avoir rangé les éléments « *par poids* ». Nous sollicitons une description du résultat qu'il a obtenu : « Le vert est plus gros que le gris. Le gris c'est le plus léger. Le blanc est plus lourd que le gris. Le rose est plus grand que blanc. Le marron est plus gros que le rose. Le bleu plus grand que le marron. Le bleu foncé plus gros que le bleu clair et le vert plus grand que le bleu foncé. »

Daniel a mis en œuvre de multiples comparaisons, que nous supposons avoir eu pour objectif d'évaluer la valeur de chaque boule.

- ➔ L'épreuve est échouée. Nous avons affaire à une fausse réussite.
- ➔ Bien que l'adolescent ait effectué des comparaisons, certaines vérifications essentielles qui auraient démontré qu'il a la transitivité n'ont pas été effectuées. Les capacités de comparaison de Daniel se limitent à des comparaisons un à un et la mise en relation ne l'est que dans un sens. Sa conduite est à mi-parcours entre l'attribution simple et l'attribution avec vérifications.



4.4. Epreuve 4

Daniel arrange plusieurs groupes de bâtonnets. Nous n'identifions pas de critère propre à chaque groupe et justifiant cette disposition spatiale. Le jeune homme finit par avouer qu'il n'y arrive pas. Nous pouvons imaginer qu'il est déstabilisé face aux sept bâtonnets qui sont à première vue de longueurs infiniment proches. Nos encouragements le conduisent à procéder à une nouvelle tentative. Il

aligne tous les bâtonnets ensemble puis réalise une trichotomie : jaune-bleu clair-noir-violet, rose-gris, bleu foncé-vert-orange-blanc. Il nomme respectivement ces groupes « *les plus grands* » « *eux* » « *les plus petits* ». Il série les éléments internes à chacun de ces groupes (sous-séries) et accole les sous-séries. Il conclut « *il y a eux les plus grands, après il y a eux, après il y a eux les plus petits* ».

Il ne réaligne pas les bases de tous les bâtonnets ainsi rassemblés en vue d'une vérification finale. Le sujet est dans une démarche de groupements catégoriels et l'insertion du bâtonnet supplémentaire n'est pas réussie d'emblée.

- ➔ L'épreuve est échouée car la réussite n'est qu'apparente.
- ➔ Daniel a recours à une conduite d'attribution sans vérification. Il série les «classes» et non les éléments. Comme l'indique l'emploi de la préposition «après», les relations qu'il établit entre ces groupes («les plus grands», «eux», «les plus petits») sont d'ordre spatial et non sériel.

20671	20,6
30240	20,7

4.5. Epreuve 5

- 1) Daniel décrit ce qu'il voit sur la première planche : « *Des chiffres en couleur. Il y a trois fois le zéro.* ». Il écrit en réponse aux consignes :
 - un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **1**
 - un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **40000**
 - un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **21600**
 - un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : (Daniel n'arrive pas à expliquer ce qu'il pense de cette consigne).
- 2) Il décrit la deuxième planche : « *Un chiffre rouge. 20,6 il est plus petit que 20,7* ». Puis, il écrit :
 - un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : ~~20,65~~ **1,00**
 - un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,65**
 - un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **30,00**
 - un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : (Comme précédemment, Daniel ne dit rien et est mutique face à nos questionnements).

- L'épreuve est réussie.
- Il est étonnant que Daniel soit parvenu à répondre à ces problèmes alors qu'il n'a pas la transitivité comme nous avons pu le constater dans les épreuves précédentes. Nous pouvons supposer que la connaissance de la chaîne numérique lui suffise à se représenter mentalement les nombres. L'adolescent raisonnerait alors sur du matériel spatial. Par exemple il cherche un nombre appartenant à une zone située avant et/ou après l'un ou les deux nombres de la consigne. L'absence de réponse aux situations impossibles ne serait alors pas liée à la maîtrise de la transitivité, mais à l'impossibilité à laquelle il se heurte de trouver une zone dans sa représentation mentale de la chaîne qui pourrait correspondre.

4.6. Synthèse

Daniel réussit les épreuves 1 et 5 alors qu'il apparaît qu'il n'a pas la transitivité grâce aux épreuves 2, 3 et 4 qu'il échoue. Ses conduites sont homogènes, il est dans l'attribution, mais le cadre même de l'épreuve de sériation par questionnement le conduit à énoncer des questions qui sont considérées comme des vérifications. Au vu de l'ensemble de ses résultats, il semblerait d'une part que ses questions n'avaient pas vocation à vérifier l'ordre créé, et d'autre part, que le nombre restreint d'éléments à sérier a favorisé l'obtention de la bonne forme.

5. L'observation d'Eva

Eva est une jeune fille âgée de 12 ans 11 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 5^{ème}.

5.1. Epreuve 1



« – La rouge est plus grande que la jaune ? – Non. – La noire est plus grande que la jaune ? – Non. – La verte est plus petite que la jaune ? – Oui. – La bleue est plus petite que la jaune ? – Oui – La bleue est plus grande que la noire ? – Non – La verte est plus petite que la noire ? – Non. – La rouge est plus grande que la verte ? –

Oui. – La bleue est plus petite que la rouge ? – Oui – La noire est plus grande que la rouge ? – Non. – La bleue est plus petite que la noire ? – Oui. – La noire est plus grande que la verte ? – Non. – Maintenant je peux savoir l'ordre. JAUNE – ROUGE – VERT – NOIR et BLEU. – Tu les as rangé comment ? – Du plus grand au plus petit. – (Nous exposons la première organisation sériale.) Es-tu d'accord avec cet ordre ? – Oui – Les réglettes sont toujours dans l'ordre ? – Non – Pourquoi ? – Parce qu'elles sont pas placées dans le même niveau. – Donc elles ne sont plus dans l'ordre ? – Ca fait pas... enfin si, elles sont placées dans le même ordre. – Le même ordre qu'avant ? – Oui. »

Notons qu'après ses sept premières questions, Eva avait suffisamment d'éléments pour ordonner avec certitude les réglettes. Les quatre dernières questions ont donc vocation à lui apporter les données qu'elle n'a pas su déduire par transitivité. Cependant elle a procédé selon une indexation positionnelle, ce qui est pertinent.

- ➔ L'épreuve est réussie.
- ➔ Nous rapprochons la conduite d'Eva à celle des couples incoordonnés. En effet, elle procède toujours par couples et le choix des éléments ne semble pas répondre à une règle déchiffrable.

5.2. Epreuve 2

Elle série les quatre classes de grandeur en les alignant selon un sens de lecture du critère décroissant. Quand il n'y a plus de place elle va à la ligne. De plus, les éléments de chacun de ces groupes sont sériés du plus foncé au plus clair.

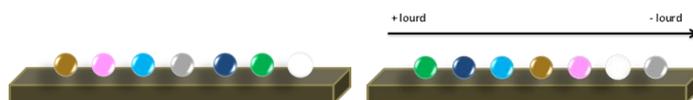
Eva a rangé « par couleur et par taille : d'abord les plus gros ronds et du plus foncé au plus clair , après les moyens [qu'elle a] classés du plus foncé au plus clair, les plus petits du plus foncé au plus clair et les plus petits petits du plus foncé au plus clair. »

La configuration spatiale de sa construction correspond à un alignement en longue rangée unique. Les deux critères de sériation ne se sont pas subordonnés l'un l'autre et nous pouvons donc conclure qu'il s'agit d'une table multiplicative unidimensionnelle.

Nous avons souhaité vérifier sa capacité à établir les relations qui existent entre les trente-deux éléments, mais elle n'est pas parvenue à répondre aux questions car la lecture de sa table unidimensionnelle s'y prêtait difficilement. Toujours en vue de tester sa compréhension, nous ébauchons une table bidimensionnelle, qu'elle complète correctement. A partir de celle-ci, Eva répond aux questions parfois correctement, parfois tous les éléments possibles ne sont pas désignés. Nous remarquons qu'il lui est plus difficile de trouver tous les ronds qui répondent à la consigne lorsqu'il est moins évident de les percevoir de façon intuitive.

- ➔ L'épreuve est échouée. Si l'investigateur s'en était tenu à observer la construction (de forme correcte) sans chercher à vérifier sa lecture par le sujet et sans la prise en compte de son profil langagier, il aurait pu conclure à une réussite qui n'en est pas une.
- ➔ L'analyse de ses propos nous permet d'expliquer pourquoi sa compréhension de la table n'est pas totale : elle allie classification et sériation dans son procédé. Le critère taille est pour elle un critère de classe (elle étiquette « les plus gros », « les moyens », « les plus petits » et « les plus petits petits » et le critère teinte un critère de sériation. Donc l'adolescente n'est pas dans la multiplication de deux séries asymétriques.

5.3. Epreuve 3



Nous observons les différentes phases de construction suivantes :

- 1) Eva effectue une première comparaison : le couple rose- marron (qui correspond aux deux premiers éléments qui viennent). Cette première comparaison lui permet de sérier ces deux premiers éléments. Elle fixe l'ordre lourd-léger.
- 2) Elle soupèse l'élément qui vient ensuite (le bleu clair) et le compare avec le rose, puis avec le marron. Ses deux comparaisons, nécessaires et justifiées lui permettent de placer le bleu clair à gauche du marron.

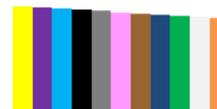
- 3) Elle continue selon le même procédé : elle jauge l'élément suivant (le gris) avec le marron. Le marron étant le plus lourd, elle le place en deuxième position dans sa série en construction. Dans cette phase elle est encore obligée d'avoir recours à une seconde comparaison (gris- rose). Le gris, plus léger que le marron et le rose, est placé à droite du rose.
- 4) Elle poursuit avec la jauge du bleu marine, qui est immédiatement comparé au gris. Le jugeant bien plus lourd que celui-ci, elle effectue une seconde comparaison avec l'élément le plus lourd de la série en construction, soit avec le bleu clair. Elle place le bleu foncé à gauche du bleu clair.
- 5) Par la suite, elle compare le vert au gris, puis le vert au bleu marine.
- 6) Pour finir, il lui reste à soupeser le blanc. Elle le compare au gris. Et obtient ainsi la série VERT- BLEU FONCE- BLEU CLAIR – MARRON – ROSE – BLANC – GRIS.
- 7) Une fois sa sériation terminée, Eva vérifie l'ordre qu'elle a instauré. Pour se faire, elle procède par des comparaisons de couples avec pivot spatial en commençant par le premier couple dans le sens ordinal. Eva n'a pas commis d'erreurs dans la situation de ses différentes boules, sans quoi elle aurait eu à effectuer des permutations lors de cette vérification. Eva termine en disant avoir rangé les éléments « *du plus lourd au plus léger* ».

La jeune fille a eu recours au même procédé dans toutes ses phases de manipulation. Elle a construit la série progressivement en ayant recours à des insertions. Non seulement nous ne relevons aucune comparaison inutile, mais en plus elle a su cibler les boules les plus proches perceptivement afin d'éviter une série de comparaisons peu utiles. Dans son protocole, elle a été la plus économique possible.

➔ L'épreuve est réussie.

➔ Eva a utilisé une conduite systématique : la conduite d'insertion.

L'adolescente a la transitivité sur une série de trois éléments.



5.4. Epreuve 4

Eva procède exactement comme avec les boules sériables de l'épreuve précédente, soit par insertion. A l'issue de ses manipulations, Eva obtient une série

ordonnée correcte. Elle s'est référée à un ordre du « *plus grand au plus petit* » bâtonnet.

Nous ne détaillerons pas les différentes phases qui lui ont permis d'accéder à sa construction finale puisque la méthode est la même. Nous précisons seulement que le premier couple choisi met en jeu les éléments jaune et violet, qu'elle considère les plus grands, à première vue et d'un point de vue uniquement perceptif.

Quand nous demandons à Eva de situer le bâtonnet supplémentaire (marron) dans la série, elle balaye celle-ci à partir du plus petit. Elle opère donc cinq comparaisons (orange-marron, blanc-marron, vert-marron ; bleu foncé-marron ; rose-marron) avant de trouver la place où le marron est plus grand que l'élément à sa droite, mais plus petit que l'élément à sa gauche.

Nous interrogeons Eva sur la série « *Peux-tu montrer le quatrième ?* – (elle désigne le bâtonnet noir.) – *Combien y a-t-il de bâtonnets avant le quatrième ?* – *Trois.* – *Combien y a-t-il de bâtonnets avant le onzième ?* – *Dix* (après un comptage visuel) – *Que peux-tu dire du bâton orange ?* – *C'est le plus petit.* – *Du bâton jaune ?* – *C'est le plus grand.* – *Du rose ?* – *C'est le moyen.* – *Qu'est-ce que cela signifie ?* – *C'est le plus petit des plus grands et le plus grand des plus petits.* – *Que sont les plus grands ?* – *Les cinq premiers.* – *Que peux-tu dire du bâtonnet noir ?* – *Il fait partie des plus grands.* – *Peux-tu dire autre chose ?* – *Non.* – *Peux-tu montrer ce qui est plus petit que le bleu clair et plus grand que le marron ?* – *Les trois* (en désignant les rose, gris et noir) – *Plus grand que l'orange et plus petit que le violet ?* – *Les huit.* (en désignant la tranche attendue) – *Combien y a-t-il de bâtonnets avant le septième ?* (nous cachons la série) – *Six.* »

➔ L'épreuve est réussie.

➔ On retrouve le paradoxe observé dans l'épreuve 2 : Eva mélange relations de sériation et classification comme en témoigne sa verbalisation « c'est le plus petit des plus grands et le plus grands des plus petits ». Elle perçoit l'asymétrie de la série, mais les éléments sont néanmoins comme « catégorisés ». Eva a la compréhension, mais pas l'extension de la série. Nous avons la confirmation qu'Eva a la transitivité car elle est capable de montrer spontanément l'ensemble des baguettes répondant à la coordination de deux relations.

20671	20,6
30240	20,7

5.5. Epreuve 5

Eva répond voir « *deux nombres* ». A notre demande, elle complète « *ils sont formés de cinq chiffres* ». Eva ne trouve rien à répondre à la question « que peux-tu dire du nombre vert ? ».

Voici ses réponses écrites :

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **10 12 1**
- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **70 423**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : **25 132**
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : (Eva ne parvient pas à donner d'explication orale au fait qu'elle ne sache que répondre à la consigne)
- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **19,4**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : (pas de réponse)
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **30,8**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : **19,9** « *C'est pas possible.* »

→ L'épreuve est échouée.

→ Nous avons pu constater auparavant qu'Eva peut raisonner sur une série de trois éléments, c'est donc la méconnaissance des nombres décimaux qui la fait chuter ici.

5.6. Synthèse

Eva est capable d'insertion. Cependant si elle opère grâce aux qualités propres à la sériation comme la transitivité et l'anti-symétrie, elle ne les maîtrise pas totalement et n'en a pas encore perçu tout le sens. La mobilité de la pensée est à renforcer. Son profil n'est pas homogène. On ne peut pas parler de retard dans le développement de la structure de sériation mais d'une inhomogénéité dans les différentes acquisitions.

6. L'observation de Florie

Florie est une jeune fille âgée de 13 ans 1 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 4^{ème}.



6.1. Epreuve 1

« – *Est-ce que la jaune est plus grande que la verte ? – Oui. – Est-ce que la verte est plus grande que la noire ? – Oui. – Est-ce que la noire est plus grande que la bleue ? – Oui. – Est-ce que la bleue est plus grande que la rouge ? – Non. – Est-ce que la jaune est plus grande que la rouge ? – Oui. – Est-ce que la noire est plus grande que la rouge ? – Non. – Est-ce que la verte est plus grande que la rouge ? – Non. – Je peux proposer ? JAUNE, ROUGE, VERT, NOIR et BLEU. – Comment les as-tu rangé ? – Du plus grand au plus petit. – Es-tu d'accord avec cet ordre (après présentation de la première organisation sérielle) ? – Oui. – Les réglettes sont-elles toujours dans l'ordre ? (après exposition de la seconde organisation sérielle) – Oui. »*

➔ L'épreuve est réussie.

➔ L'attitude de Florie est une conduite d'insertion. Elle choisit une couleur parmi celles disponibles et la place dans sa série en construction.

On peut penser, à l'issue de cette épreuve, qu'elle a la transitivité, mais cela reste à vérifier par le biais des autres épreuves. Sa production (cf annexe) appuie cette conclusion. De plus elle est dans les relations puisqu'elle les transcrit spontanément sous forme mathématique. Elle est capable d'inférer sur ce problème de sériation.

6.2. Epreuve 2

Florie série les quatre familles de grandeur « *du plus grand au plus petit* ». Elle les juxtapose de manière à ce que chaque classe soit visible.

Nous lui proposons de tenter de ranger encore mieux. Elle construit huit piles de ronds correspondant chacune à la sériation de quatre éléments du plus grand au plus

petit. Florie ne prend en compte que le critère taille, ce qui rend d'ailleurs cette seconde disposition peu pertinente.

Nous ébauchons la sériation des quatre éléments les plus foncés du plus grand au petit. Elle s'attelle à poursuivre, mais le critère de sériation teinte n'est toujours pas identifié. Nous la prions de décrire la série que nous avons construite. Elle remarque qu'ils sont particulièrement sombres. Elle réussit à sérier les plus clairs, mais ne sait pas quoi faire des autres ronds.

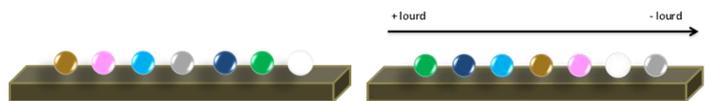
Afin de l'aiguiller davantage, nous sommes amenée à construire la première colonne du tableau à double entrée (ce qui ne l'aide pas) puis la première ligne. Les deux dimensions affichées, elle crée les quatre lignes d'éléments de même grandeur sériés du plus foncé au plus clair, mais ne respecte pas les correspondances terme à terme. Nous arrêtons là l'épreuve.

Nous transcrivons ses commentaires : « *il y a les plus grands, les moyens, les moyens petits, les petits.* »

→ L'épreuve est échouée.

→ Florie est dans la classification. Les manipulations de l'adolescente laissent penser qu'elle agit sur les éléments de façon à obtenir la forme perceptive la plus jolie. Ses commentaires verbaux le confirment. Elle étiquette les groupes.

6.3. Epreuve 3



- 1) Florie commence à balayer la série qui lui est proposée à partir de la droite. Elle soupèse des couples de deux éléments et réalise les permutations qui sont nécessaires. Ainsi elle compare Blanc et Vert et permute leur position ; puis Blanc et Bleu foncé dont elle permute la position ; puis Blanc et Gris, dont elle n'intervertit pas les places. Sa construction est à ce stade GRIS – BLANC – BLEU FONCE – VERT. Elle y est parvenue en opérant les échanges nécessaires pour que le plus léger se situe toujours le plus à gauche.
- 2) Elle continue à remonter dans la ligne des boules exposées, ce qui la conduit à jauger la boule bleue claire. Ici, elle n'applique pas la même opération que

précédemment, c'est-à-dire la comparer à la première de la série en construction (gris). Elle compare directement Bleu clair et Blanc. On suppose donc qu'elle a gardé en mémoire la valeur approximative du poids de la boule grise et qu'elle peut se passer de la comparaison Bleu clair - Gris. C'est une économie d'énergie. Jugeant la bleue claire plus lourde que la blanche, elle la compare à la suivante (la bleue foncée). La bleue claire étant plus lourde que la blanche, mais moins lourde que la bleue foncée, elle la positionne entre ces deux boules.

- 3) Il reste deux boules dans l'alignement initial : la rose et la marron. Elle compare leur poids. Elle garde en main la plus légère : la rose. Afin de situer la rose dans la série en construction elle procède à sa comparaison avec la bleue claire, puis avec la blanche. Là encore, Florie n'effectue pas ses comparaisons en repartant de la première boule placée, ce qui signifie qu'elle a intégré un ordre de grandeur de poids qui lui évite des manipulations superflues. Elle obtient à l'issue de cette phase la série GRIS – BLANC – ROSE – BLEU CLAIR – BLEU FONCE – VERT.
- 4) Florie compare Blanc et Gris. Leur comparaison antérieure ayant permis de les situer l'une par rapport à l'autre, cette manipulation apparaît comme inutile. Elle témoigne soit d'un doute quant à l'évaluation de leur poids, soit d'une instabilité dans les bases de la construction de sa série.
- 5) Cette instabilité apparaît dans cette phase où Florie effectue une multitude de comparaisons difficilement explicables : Marron/Vert, Marron/Bleu foncé, Marron/Bleu clair, Marron/Rose (ces quatre premières comparaisons auraient dû lui suffire à situer la marron), Marron/Gris, Marron/Blanc, Marron/Bleu foncé, Marron/Bleu clair, Marron/Rose. Elle finit par situer la boule marron entre la rose et la bleue claire. On observe ici, que Florie n'est plus en mesure de raisonner à partir de ce qu'elle a déjà mis en place. On en déduit qu'à ce stade la charge cognitive est devenue trop importante pour elle.
- 6) Florie vérifie la série qu'elle vient d'achever. Elle soupèse les boules une à une. La succession finale est : BLANC – GRIS – ROSE - MARRON – BLEU

CLAIR – BLEU FONCE – VERT correspond pour elle à un rangement « du plus léger au plus lourd ».

L'adolescente commet **une erreur** : l'inversion des boules blanche et grise. Cette inversion serait davantage liée à une difficulté dans l'évaluation perceptive du poids d'une boule par rapport à l'autre. En effet, nous relevions en 4) une nouvelle comparaison –sans nécessité absolue- des boules blanche et grise comme pour s'assurer de leur différence ou ressemblance. Par ailleurs, à la question « *Que peux-tu dire de la boule grise ?* » Florie répond « *elle est plus lourde que la blanche* », ce qui confirme que son erreur est liée à un mauvais jugement perceptif. Nous ne pouvons considérer l'épreuve comme réussie malgré l'origine supposée de son erreur.

- ➔ L'épreuve est échouée.
- ➔ Florie a procédé par une conduite de type pivot spatial avec la capacité à effectuer directement, en fin de protocole, des comparaisons de boules perceptivement proches. Nous remarquons que la mise en place de cette technique systématique lui demande un effort considérable. Ici encore, si elle parvient à s'appuyer sur la transitivité pour sérier trois éléments, elle perd le fil en fin de procédure face au nombre important d'éléments.

6.4. Epreuve 4



Nous distinguons les étapes suivantes dans le protocole de la jeune fille :

- 1) Florie commence par aligner tous les bâtonnets comme ils viennent. Elle les aligne par leur base supérieure en utilisant un bâtonnet comme outil pour s'assurer que tous les autres soient bien au même niveau.
- 2) Elle observe l'ensemble, en retire le noir, puis le violet. Elle ébauche une série NOIR – VIOLET. Ainsi de suite, elle prélève dans le groupe l'élément qui lui semble visuellement le plus long et le place à droite du dernier élément de sa série en construction. Dans sa série, elle ne procède ni à un

nouvel alignement des bases des bâtonnets, ni à des comparaisons pour vérifications. Elle place respectivement dans sa série : le jaune, le bleu clair, le gris, le rose, le bleu foncé, le vert, le blanc et l'orange. Elle obtient ainsi la suite NOIR- VIOLET – JAUNE – BLEU CLAIR – GRIS – ROSE – BLEU FONCE – VERT – BLANC – ORANGE.

C'est avec ce dernier bâtonnet orange, qu'elle réalise l'alignement des bases « supérieures » de tous les bâtonnets. Cette opération lui permet d'observer les mauvaises situations des bâtons noir, violet et jaune. Elle essaye toutes les combinaisons possibles pour retrouver l'ordre qui régit ces trois bâtonnets. Elle finit par obtenir un ordre qui lui convient JAUNE – VIOLET – NOIR, mais quelque chose la dérange toujours. Elle finit par s'apercevoir que c'est le bleu clair qui n'étant pas à sa place, a engendré un écart de longueur plus grand entre le violet et le noir, qu'entre le jaune et le violet. Elle le compare au noir puis au violet et lui donne sa position définitive.

Si Florie s'était contentée de ses attributions (basées sur des jugements de valeur absolue) sans procéder à une vérification finale, nous n'aurions pu valider sa réussite.

Pour insérer le bâtonnet complémentaire marron, Florie le place au début de la série, en respectant l'alignement de sa base avec les autres. Elle a ensuite recours à plusieurs balayages visuels pour le situer correctement entre le rose et le bleu foncé.

Nous questionnons la jeune fille sur les relations des différents éléments entre eux : « *Que peux-tu dire du bâtonnet jaune ? – Il est plus long que l'orange. – Que peux-tu dire de l'orange ? – Il est plus court que le violet. – Tu peux dire autre chose ? – Le vert est plus court que le noir. – Que peux-tu dire du rose ? – Il est plus court que le jaune et plus long que l'orange. – De quelle couleur est le troisième bâton ? – Ça dépend si on part de la gauche ou de la droite. – Qu'as-tu envie de répondre ? – Le bleu. – Combien y a-t-il de bâtonnets avant le bleu ? – Trois. – Avant le sixième ? – Cinq. – Avant le dixième ? – Neuf. – Que peux-tu dire du jaune ? (Nous reposons volontairement cette question) – C'est le plus grand. »*

Par la suite, Florie désigne correctement les bâtonnets attendus en réponse à nos consignes. Nous notons qu'elle ne montre spontanément qu'un seul élément à la fois répondant aux deux critères donnés (par ex plus grand que... et plus petit que...). Néanmoins, à notre demande, elle est capable de citer tous les autres éléments possibles.

- L'épreuve est échouée.
- Elle a procédé par attribution. Les mises en relations sont difficiles pour elle car elle est confrontée à trop d'éléments. Les deux sens de la série ne sont pas coordonnés. Elle n'a pas la comparaison un à tous.



6.5. Epreuve 5

Florie observe « *des chiffres et des nombres, du bleu, du vert* ». Non seulement elle n'évoque pas d'ordre de grandeur, mais en plus elle confond par la suite la taille des nombres et leur valeur. Expliquons-nous :

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : Florie inscrit sur la feuille un nombre qui est plus petit de quelques millimètres que les deux nombres sur la feuille « consigne ».
- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : elle inscrit sur la feuille un nombre qui est plus grand de quelques millimètres que les deux nombres sur la feuille « consigne ».
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : elle alterne chiffre de plus grande taille que celle des chiffres bleus et chiffre de plus petite taille que celle des chiffres verts. Ainsi on obtient un résultat semblable à « **102425** »
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : Florie procède selon le même principe que ci-dessus.

Après explication, Florie est capable de s'autocorriger, mais il n'y a pas de généralisation. Pour la planche suivante, l'épreuve est mieux réussie, par apprentissage. Mais la situation impossible reste néanmoins échouée.

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **2**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,63**
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **50**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : **20,645**

→ L'épreuve est échouée.

→ Florie n'a pas su généraliser et transposer dans cette épreuve ses compétences. Nous avons pourtant pu observer précédemment qu'elle est capable de raisonner sur la sériation de trois éléments.

6.6. Synthèse

Le profil de Florie est hétérogène. Elle adopte des comportements différents selon les épreuves. Plus le nombre d'éléments à sérier augmente plus son raisonnement devient périlleux.

7. L'observation de Gaëlle

Gaëlle est une jeune fille âgée de 12 ans 4 mois le jour de la passation du protocole. Elle est scolarisée en classe de 5^{ème}. Tout au long de l'entretien, elle éprouve des difficultés à exprimer oralement sa pensée. Aussi des difficultés de compréhension du langage oral, nous ont conduite à nous assurer pour chaque épreuve que les consignes avaient bien été comprises.



7.1. Epreuve 1

« *On peut ranger du plus petit au plus grand ? – Oui par exemple. – Je sais pas comment dire... les clairs, les foncés ? ... Je ne sais pas moi... J'enlève la feuille blanche devant ? [...]* – (Gaëlle ne parvenant pas à formuler une question, nous la mettons sur une piste pour démarrer.) *Choisis une règlette. – La règlette noire. – Quelle question pourrais-tu poser pour t'aider à la situer dans ton rangement ? – Est-ce qu'elle est plus grande ou plus petite que la règle rouge ? –*

C'est une bonne idée, mais tu poses deux questions. Tu comprends pourquoi ? – Oui. – Alors choisis. – Elle est plus petite ou plus grande ? – Penses-tu que je puisse répondre juste par « oui » ou juste par « non » à ta question ? – Est-ce que la règle elle est grande ? – Qu'est-ce que cela signifie pour toi ? – Est-ce qu'elle est plus grande que les autres ? – Non, je ne peux pas dire qu'elle est plus grande que les autres. – Est-ce qu'elle est plus petite que les autres, enfin que certaines autres ? – Ce n'est pas pareil si tu dis « plus petite que les autres » et « plus petite que certaines autres ». – Pour moi c'est pareil. – Quand tu dis « plus petite que les autres », à quoi penses-tu exactement ? – Plus petit que la jaune, la verte, la bleue et la rouge. – Alors à ta question « est-ce que la noire est plus petite que les autres ? » je réponds non. – ... – Tu as d'autres questions à poser ? – Non. Je sais pas. – Quelles informations t'ont apportées le fait de savoir que la noire n'est pas plus petite que les autres (c'est-à-dire que la jaune, la verte, la bleue et la rouge) ? – Donc elle est plus grande que les quatre autres ? – La verte est plus grande que la noire ? – Oui, la verte est plus grande que la noire. – La rouge est plus petite que la bleue ? – Non. – Donc la rouge est plus grande que la bleue ? – Oui. – Est-ce que la rouge est plus petite que la noire ? – Non – Donc elle est plus grande que la noire ? – Oui. – Est-ce que la noire est plus grande que la bleue ? – Oui. – Est-ce que la jaune est plus petite que la bleue. – Non. – Je crois que c'est bon. – Je t'écoute. – LA VERTE EN PREMIERE, LA ROUGE EN DEUXIEME, LA NOIRE EN TROISIEME, LA BLEUE ET LA JAUNE. – Ça veut dire quoi « la bleue et la jaune » ? – Ça veut dire que la bleue est plus grande que la jaune. – Quand tu parles de « première », qu'est-ce que cela signifie ? – Que la verte c'est la plus grande des cinq. – Veux-tu poser d'autres questions pour vérifier l'ordre que tu viens de donner ? – Non c'est bon comme ça.»

La série annoncée par Gaëlle ne respecte pas l'ordre du plus grand au plus petit. Les informations perçues en réponse à ses questions ont été respectées. Cependant, il lui manque plusieurs données essentielles pour connaître la relation de sériation de tous les éléments entre eux. Notons qu'à plusieurs reprises nous lui avons rappelé qu'elle pouvait utiliser à son gré le matériel d'aide (feuille, feutres de couleurs...). Bien que cela aurait pu être une aide pour entrevoir le manque d'informations, nous pensons que cette transposition aurait été trop coûteuse pour elle ou peu efficace sans notre intervention pour la guider. Après que Gaëlle a énoncé

sa proposition de sériation, nous n'avons pas envisagé de poursuivre l'épreuve pour l'amener à trouver un ordre correct.

Nous présentons la série constituée (dans l'ordre du plus grand au plus petit) et avec alignement des bases. Gaëlle est d'accord avec cet ordre. Nous lui demandons de nous expliquer pourquoi. Elle répond « *parce que c'est du plus petit au plus grand, le plus grand au plus petit.* ». Nous lui demandons de s'expliquer en nous montrant sur le matériel ce que cela signifie. Gaëlle désigne et nomme alors les éléments un par un : « *le plus grande* » (en pointant la jaune), « *le moyenne* » (en pointant la rouge), « *celle-là je sais pas* » (en pointant la verte), « *je sais pas non plus* » (en pointant la noire) et « *la bleue elle est petite* » (en pointant la bleue).

Gaëlle, qui se souvient avoir placé le vert en première position et le jaune en dernière, reconnaît que l'ordre est différent de celui qu'elle a trouvé auparavant. Elle réussit à en conclure que ce qu'elle a énoncé « *ce n'était pas dans l'ordre* ».

La même série présentée sans alignement des éléments est reconnue comme correcte et toujours dans le même ordre.

- ➔ L'épreuve est échouée.
- ➔ Nous avons étayé son raisonnement par le langage pour obtenir des informations sur son raisonnement, mais concernant la conduite initiale et spontanée qu'elle utilise, il s'agit de dichotomie. D'ailleurs, au niveau du langage, on relève qu'elle tente d'étiqueter les réglettes.

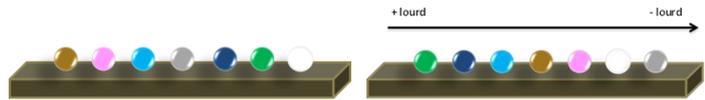
7.2. Epreuve 2

Nous ne détaillerons pas toute l'épreuve. Notons simplement qu'elle série par deux fois, selon des dispositions spatiales différentes, les quatre classes de grandeur. Elle les nomme « *les grands, les moyens, les je sais pas quoi et les petits* ».

Nos aiguillages ne l'aident pas à identifier le critère de sériation teinte.

- ➔ L'épreuve est échouée
- ➔ Gaëlle n'est pas dans la sériation. Elle ordonne intuitivement des classes.

7.3. Epreuve 3



- 1) Dans une première étape, Gaëlle soupèse les boules une à une en balayant la série de la droite vers la gauche. Elle soupèse la blanche et la place en sixième position de la série en construction. Elle soupèse la verte qu'elle situe en première position. Elle a ainsi ébauché une série selon le sens de lecture lourd-léger. Elle soupèse la bleue foncée et la situe en cinquième position. Elle évalue donc son poids entre celui de la verte et celui de la blanche.
- 2) Dans une seconde étape, Gaëlle ne peut plus se contenter de jauger isolément les boules. Elle est amenée à effectuer des comparaisons. On peut supposer qu'elle ne peut plus mémoriser d'informations perceptives (évaluations des poids) de façon à s'y référer avec certitude et éviter les comparaisons manuelles. Elle soupèse la grise et la compare avec la blanche. L'évaluant plus légère, elle la situe en septième et dernière position. Elle soupèse la boule bleu clair et la compare à la bleue foncée. Elle la situe en quatrième position.
A ce stade la série est VERT – BLEU CLAIR – BLEU FONCE – BLANC – GRIS.
- 3) Dans une dernière étape, Gaëlle compare entre elles les deux dernières boules restantes (rose et marron). Elle estime la marron plus lourde et la place en deuxième position. Elle décide de vérifier que la marron est bien à sa place avant la rose et la bleu claire. Elle effectue cette vérification : Gaëlle s'aperçoit alors que non seulement la marron est plus légère que la rose et la bleu claire, mais que la bleu claire est plus lourde que la rose.
- 4) Dans un dernier temps, la jeune fille s'assure de l'ordre auquel elle est arrivée. En commençant à remonter la série en soulevant isolément chaque boule, elle s'aperçoit que certains placements ne sont pas corrects. Elle effectue alors une dizaine de comparaisons pour permuter les boules qui doivent l'être. Elle finit par obtenir l'ordre du plus lourd au plus léger attendu.

Comme dans l'épreuve de sériation des réglettes (épreuve 1), Gaëlle s'appuie sur un nombre insuffisant d'indices pour situer un élément dans la série. Si dans cette

activité de sériation des boules, elle est parvenue au résultat escompté, cela a demandé un nombre important de vérifications et de corrections coûteuses. Ces dernières auraient pu être évitées si Gaëlle avait la capacité de coordonner les résultats de plusieurs comparaisons avant de déterminer la situation de chaque boule.

→ L'épreuve est échouée.

→ Gaëlle procède par attribution. Les comparaisons effectuées par la jeune fille n'ont pas valeur de vérifications. Dans la phase de 4 de sa procédure on comprend qu'elle procède par essai erreur tant qu'elle n'a pas atteint un ensemble qui la satisfait du point de vue perceptif. Mais on ne considère pas l'ensemble des comparaisons finales comme des vérifications.



7.4. Epreuve 4

- 1) Gaëlle retire un à un et dans un ordre aléatoire les bâtonnets qui lui sont présentés en tas. Son objectif est de tous les aligner : pour ce faire elle répète neuf fois l'opération (alignement de la base du bâtonnet en main avec celle du dernier posé). Elle n'a pas recours à la technique que nous avons le plus fréquemment retrouvée : alignement de tous les bâtons dans un même mouvement, avec utilisation ou non d'un bâton comme outil. Chaque fois qu'elle retire un bâtonnet du tas, elle procède à un réalignement parfait des bases de la série en construction et du groupe de base.
- 2) Elle isole le jaune, le gris, puis le violet. Elle compare les longueurs des éléments du trio et ordonne JAUNE – VIOLET – GRIS.
- 3) Elle isole le bleu clair et le noir, les accole à la série. Elle tâtonne jusqu'à trouver une forme qui lui convient: JAUNE – VIOLET – BLEU CLAIR – NOIR – GRIS.
- 4) Elle ordonne entre eux les bâtonnets restants en réalisant des comparaisons deux à deux.

- 5) Gaëlle termine en réunissant les deux séries qu'elle a construites indépendamment l'une de l'autre. Le résultat est celui attendu. Elle dit les avoir rangés « *par ordre de grandeur* ». Nous ne parvenons pas à obtenir plus d'explications de sa part.

Pour placer le bâtonnet supplémentaire (marron), elle le compare à chaque élément en balayant la série plusieurs fois et jusqu'à trouver sa situation exacte. Elle dit de ce bâton qu'il est « *moyen* ». Nous lui demandons ce qu'elle pense du deuxième bâton (le bleu). Après avoir effectué une vérification visuelle, elle considère que le bleu « *a la même taille que la jaune* ». Elle l'a placé en seconde position « *parce qu'il est le plus grand de tous les autres après (comprendre après le jaune) et j'aurais pu bien le mettre avant aussi (comprendre avant le jaune)* ». Suite à ses manipulations antérieures, l'alignement des bases des bâtonnets a bougé, entraînant des modifications au niveau des différences de longueurs visibles. Ainsi, au moment où elle effectue la comparaison Jaune/Violet, les deux bâtonnets se retrouvent alignés au même niveau par le haut. Nous relevons qu'elle a besoin de juger de la longueur des deux bâtons pour répondre et ne se réfère donc pas aux relations découlant de l'ordre de sériation qu'elle a fixé. Aussi, elle n'émet aucune surprise quant à l'égalité de leur longueur, qui aurait dû la conduire à vérifier l'alignement des bases « inférieures ».

En ce qui concerne les questionnements sur le nombre de bâtonnets avant ou après untel, Gaëlle a recours au pointage digital ou visuel, ce qui caractérise un manque de coordination entre l'ordinal et le cardinal.

- ➔ L'épreuve est échouée. Sont en cause l'absence de vérifications des relations d'ordre entre les éléments une fois les deux sous-séries réunies et l'échec à l'épreuve d'insertion. De plus, elle oralise la possibilité d'ordonner autrement les bâtonnets et la qualité d'anti-réflexivité propre à la sériation n'est pas connue (« [le bleu] a la même taille que le jaune »)

20671	20,6
30240	20,7

7.5. Epreuve 5

Avant de présenter les résultats de Gaëlle à cette épreuve, nous précisons qu'à plusieurs reprises elle a ressenti le besoin d'écrire le nombre « dans le vide » avant de l'écrire avec l'instrument scripteur. La jeune fille dit voir « *des nombres et des chiffres, des nombres à cinq chiffres* » :

- un nombre rouge, plus petit que le bleu, plus petit que le vert : **100**
- un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : **10000**
- un nombre violet, plus grand que le bleu, plus petit que le vert : ~~30241~~ « *mais je ne suis pas sûre que ce soit ça parce qu'il est plus grand que le bleu, mais il n'est pas plus petit que vert. Je vais mettre pareil.* » **30240**.
- un nombre noir, plus petit que le bleu, plus grand que le vert : **30241**

- un nombre orange, plus petit que le rouge, plus petit que le bleu : **0,1**
- un nombre vert, plus grand que le rouge, plus petit que le bleu : **20,070**
- un nombre noir, plus grand que le rouge, plus grand que le bleu : **20,9**
- un nombre violet, plus petit que le rouge, plus grand que le bleu : **20,5**

→ L'épreuve est échouée.

→ Gaëlle essaie de mettre en application ses apprentissages scolaires. Cela est visible quand elle barre le 0 inutile en dernière position dans un nombre décimal ou encore quand elle montre connaître la différence entre les termes « chiffre » et « nombre ». Cependant elle a un défaut dans l'acquisition de la chaîne numérique.

7.6. Synthèse

Toutes les épreuves sont échouées. Gaëlle n'a pas acquis les différentes notions de sériation. Ces conduites sont toutes caractérisées par une volonté de partitionner les éléments. Un travail de mise en relation des éléments lui permettrait d'entrer dans le concept de sériation.

V. ANALYSE DES RESULTATS RELATIFS AUX ADOLESCENTS DES DEUX POPULATIONS

1. Synthèse des résultats

Dans les tableaux qui suivent, nous reprenons la répartition des conduites de tous les sujets selon la série de critères de GILLIERON puis selon la série de critères de PIAGET. Seule l'épreuve 5 (sériation numérique) ne permet pas de repérer le protocole de raisonnement du sujet pour répondre au problème. Ce fait laisse penser que cette épreuve n'est pas de façon évidente révélatrice des acquisitions de la notion de sériation du sujet testé. Nous reviendrons sur ce questionnement plus loin dans notre propos.

Pour faciliter la compréhension de ces tableaux, nous avons attribué une même couleur à l'ensemble des attitudes qui sont d'un même niveau d'élaboration. Plus l'on descend dans le tableau, plus la conduite signe un raisonnement complexe. Nous avons situé au stade « Tâtonnements empiriques » décrit par Piaget, toutes les conduites qui ont permis d'obtenir la forme globale brute, mais qui n'appartiennent pas à l'ensemble des réalisations possibles de la « méthode du plus grand » (automate I, II, II et IV). S'y trouvent donc des protocoles qui sont complétés d'une vérification finale et ceux qui ne le sont pas. C'est la validation de la réussite qui distingue les premiers des seconds.

La couleur noire est appliquée aux prénoms des sujets issus de la population témoin et la couleur bleue à ceux des sujets de la population cible.

	EPREUVE 1	EPREUVE 2	EPREUVE 3	EPREUVE 4
CONDUITES NULLES				
TRICHOTOMIES ET DICHOTOMIES	Gaëlle	Cyrielle, Grégoire, Antoine, Eva, Florie, Gaëlle		
COUPLES (SIMPLES OU INCOORDONNES)	Grégoire Eva		Grégoire	
ARRANGEMENT « DES GRANDS »				
ATTRIBUTION SIMPLE	Eric Christophe	Benjamin, Christophe, Daniel	Benjamin Christophe, Daniel, Gaëlle	Benjamin, Christophe, Daniel, Florie, Gaëlle
METHODE MIXTE				
COUPLES AVEC PIVOT SPATIAL			Cyrielle, Florie	
ATTRIBUTION ET VERIFICATION	Cyrielle, Delphine, François, Antoine, Benjamin, Daniel		François, Antoine	Aurore, Cyrielle,
INSERTION	Florie	Aurore, Eric, François	Aurore, Eric, Eva	Eric, François, Grégoire, Eva
METHODE DU PLUS GRAND		Baia, Delphine		Baia, Antoine
AUTOMATE IV	Aurore, Baia		Baia, Delphine	Delphine

Tableau 2 : répartition des conduites des 14 adolescents aux épreuves 1, 2, 3 et 4 d'après la série de critères de GILLIERON

	EPREUVE 1	EPREUVE 2	EPREUVE 3	EPREUVE 4
STADE 0				
DICHOTOMIE	Gaëlle	Cyrielle, Grégoire, Antoine, Eva, Florie, Gaëlle		
COUPLES	Eva		Grégoire	
SERIE GLOBALE	Grégoire Christophe	Benjamin, Christophe, Daniel	Benjamin Christophe, Daniel, Florie, Gaëlle	Benjamin, Gaëlle, Florie, Daniel
TATONNEMENTS EMPIRIQUES	Cyrielle, Delphine Eric, François, Antoine, Daniel	François	Cyrielle, François, Antoine, Florie	Aurore, Cyrielle
METHODE DU PLUS GRAND	Aurore, Baia, Florie	Aurore, Baia, Delphine,	Aurore, Baia, Delphine, Eva	Baia, Delphine, François, Grégoire, Antoine, Eva

Tableau 3: répartition des conduites des 14 adolescents aux épreuves 1, 2, 3 et 4 d'après la série de critères de Piaget

2. Interprétation des résultats de la population d'adolescents tout-venant

Pour compléter ces illustrations et avoir une vision la plus large possible des résultats, nous avons réalisé deux graphiques de type radar. Ils n'ont pas vocation à permettre la lecture précise des données relatives à chaque adolescent, mais d'avoir des images d'ensemble de la distribution de leurs conduites.

Dans la première figure, sont figurées les conduites des adolescents tout-venant d'après les critères de GILLIERON pour chacune des quatre premières épreuves. Sur l'axe principal vertical, nous avons attribué :

- à la valeur 1 : les conduites de la zone bleue
- à la valeur 2 : les conduites de la zone verte
- à la valeur 3 : les conduites de la zone jaune
- à la valeur 4 : les conduites de la zone orange
- à la valeur 5 : les conduites de la zone rouge

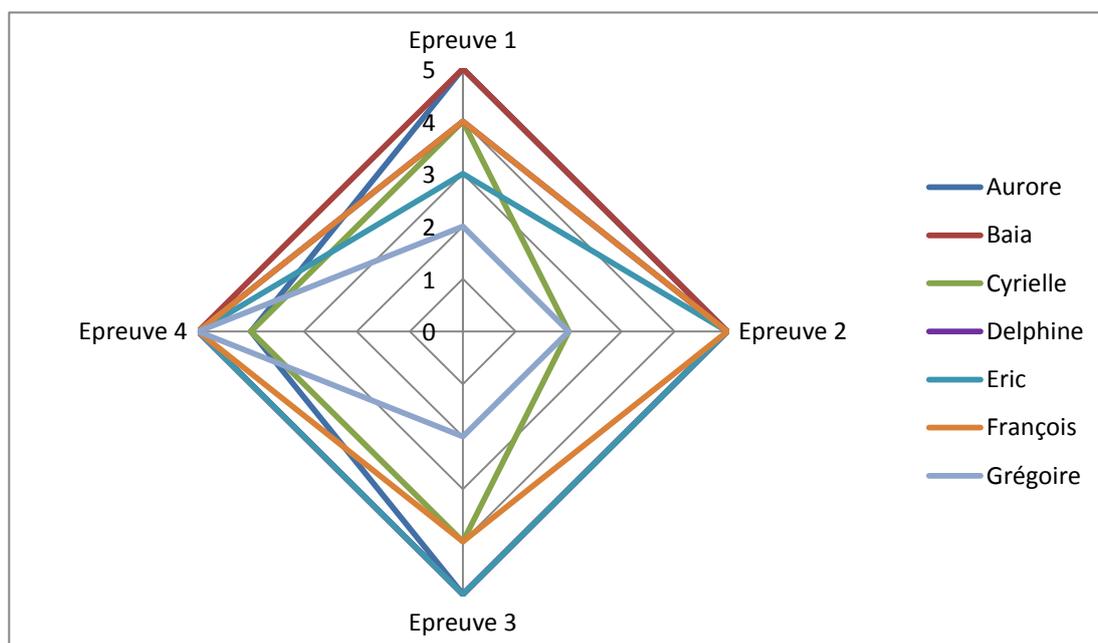


Figure 1: distribution des conduites des 7 adolescents tout-venant aux épreuves 1, 2, 3 et 4

Nous avons réalisé un graphique de même type faisant apparaître pour chaque épreuve les réussites (valeur 5), les réussites avec aide (valeur 4), les réussites apparentes ou fausses réussites (valeur 2) et les échecs (valeur 1).

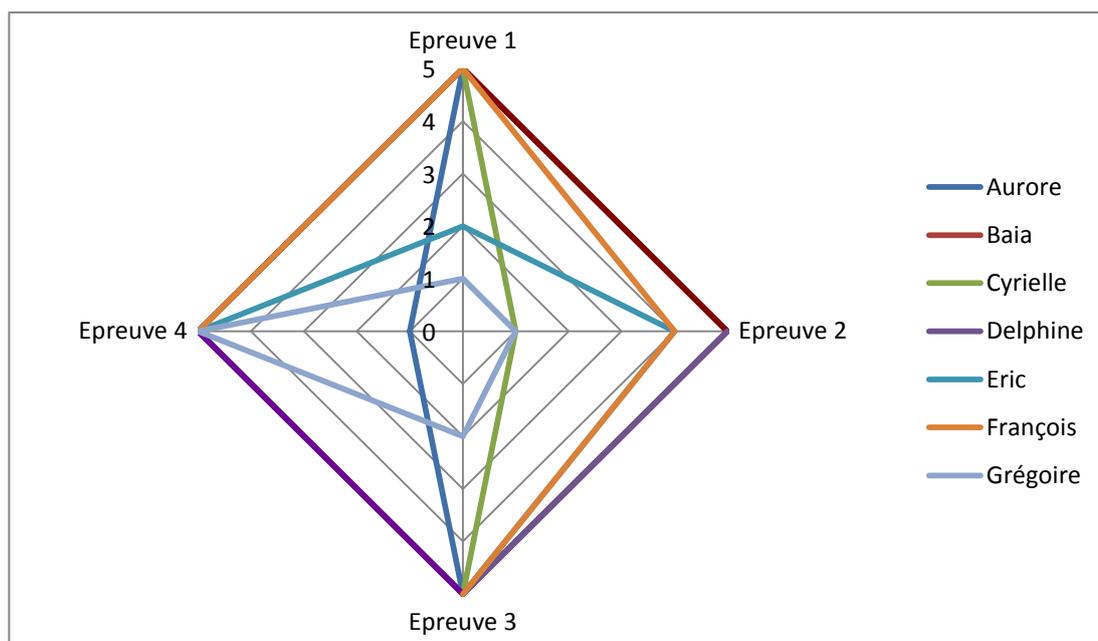


Figure 2: distribution des réussites des adolescents tout-venant aux épreuves 1, 2, 3 et 4

L'interprétation des différents tableaux et graphiques, ainsi que leur confrontation nous ont permis de mettre en évidence différents points.

La distribution des conduites diffère quelque peu de celle des réussites (cf figure 2). Nous observons que plusieurs sujets ont pu réussir certaines épreuves sans avoir recours à des conduites de niveau opératoire. Cependant, nous rappelons que pour les sujets qui entrent dans ce cadre leur réussite est légitime car ils ont eu recours aux vérifications (comparaisons) nécessaires en cours ou à la fin de leur protocole. La possibilité de réussite par une conduite de niveau non opératoire s'avère notamment possible pour les épreuves 1 (sériation de longueurs par questionnement), 3 (sériation de poids) et 4 (sériation de longueurs). Ces trois épreuves ont en commun d'être des épreuves de sériation additives. Elles sont respectivement échouées deux, une et aucune fois. Cette observation met en évidence que des contraintes présentes dans l'épreuve 1 et pas dans les épreuves 3 et 4 ont complexifié le niveau de raisonnement nécessaire à la résolution du problème. De même des contraintes présentes dans l'épreuve 3, mais pas dans l'épreuve 4 ont rendu plus difficile la tâche de sériation. Les caractéristiques des épreuves 1 et 4 qui ont demandé davantage d'élaboration dans la forme de sériation sont les suivantes :

- Epreuve 1 : le matériel à partir duquel doit raisonner le sujet est concret, mais d'une part il est caché et d'autre part il ne peut être manipulé. Le sujet doit donc raisonner de manière abstraite, ce qui n'est pas le cas dans les deux autres épreuves. Il ne peut percevoir la différence de taille entre les éléments, et cette absence de perception visuelle de la relation doit être compensée par une certaine capacité de représentation mentale. La mise en jeu de la mémoire de travail a un coût important.
- Epreuve 4 : le matériel met en jeu la sériation additive d'éléments manipulables tout comme le matériel de l'épreuve 3. C'est la possibilité de percevoir visuellement les différences et ressemblances entre les éléments dans l'épreuve 4 qui la différencie de l'épreuve 3.

Donc les sujets qui s'abstiennent de vérifications à proprement parler dans l'épreuve 4 au profit d'une validation de la série par l'acceptation de son image globale, ne peuvent éviter ces vérifications dans l'épreuve 3.

Quant aux sujets qui valident leur réussite grâce à l'effort de vérification qu'ils font dans l'épreuve 3, mais qui ont besoin de s'appuyer sur la manipulation effective des objets, ne le peuvent plus dans l'épreuve 1.

Ces constats nous amènent à la conclusion qu'il n'y a pas de degré de complexité différent entre les épreuves 1, 3 et 4 mais des possibilités de résolution de ces épreuves qui sont plus ou moins contraignantes et élaborées. Aussi, si nous ordonnons les épreuves 1, 3 et 4 d'après le niveau croissant du niveau d'élaboration des conduites permettant leur résolution, nous obtenons :

- Epreuve 4
- Epreuve 3
- Epreuve 1

En ce qui concerne l'épreuve 2, il apparaît qu'elle ne peut être réussie que si les sujets ont recours à une conduite de type opératoire ou systématique.

Conclusions

A l'issue de ces observations, nous pouvons établir cet ordre de complexité **croissant** des conduites de résolution des quatre premières épreuves de notre protocole expérimental :

- **Epreuve 4** : sériation additive d'éléments manipulables et différenciables visuellement d'après le critère longueur
- **Epreuve 3** : sériation additive d'éléments manipulables et non différenciables visuellement d'après le critère poids
- **Epreuve 1** : sériation additive d'éléments non manipulables et en partie cachés d'après le critère longueur
- **Epreuve 2** : sériation multiplicative d'éléments manipulables et différenciables visuellement.

Soulignons que si les supports des épreuves 2 et 4 présentent des éléments visuellement différenciables, parmi les sujets ayant participé à notre étude :

- certains ont pu sérier les bâtonnets (épreuve 4) sans avoir à les accoler pour vérifier perceptivement leur différence,
- aucun sujet n'a pu ordonner tous les ronds (épreuve 2) d'une série sans procéder à au moins une comparaison par accollement de deux, voire trois éléments.

Donc la perception visuelle des écarts de longueurs entre les bâtonnets a toujours une influence bien que l'écart ait été un maximum réduit. De plus, l'épreuve 2 permet de vérifier si le sujet a la transitivité ou non. En effet, les teintes de ronds d'une même couleur étant parfois sensiblement très proches, le sujet doit comparer un des ronds à deux autres pour en déduire leur relation d'ordre. Et, si à l'issue de ces deux comparaisons il ne peut toujours pas établir leur ordre, il est contraint d'avoir recours à une troisième comparaison entre les deux éléments qui n'ont pas été directement confrontés.

3. Interprétation des résultats de la population d'adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématiques

Comme pour la population de tout-venant, nous avons souhaité avoir un aperçu global de la distribution des conduites des adolescents de la population cible pour les quatre premières épreuves. Nous obtenons le graphique suivant :

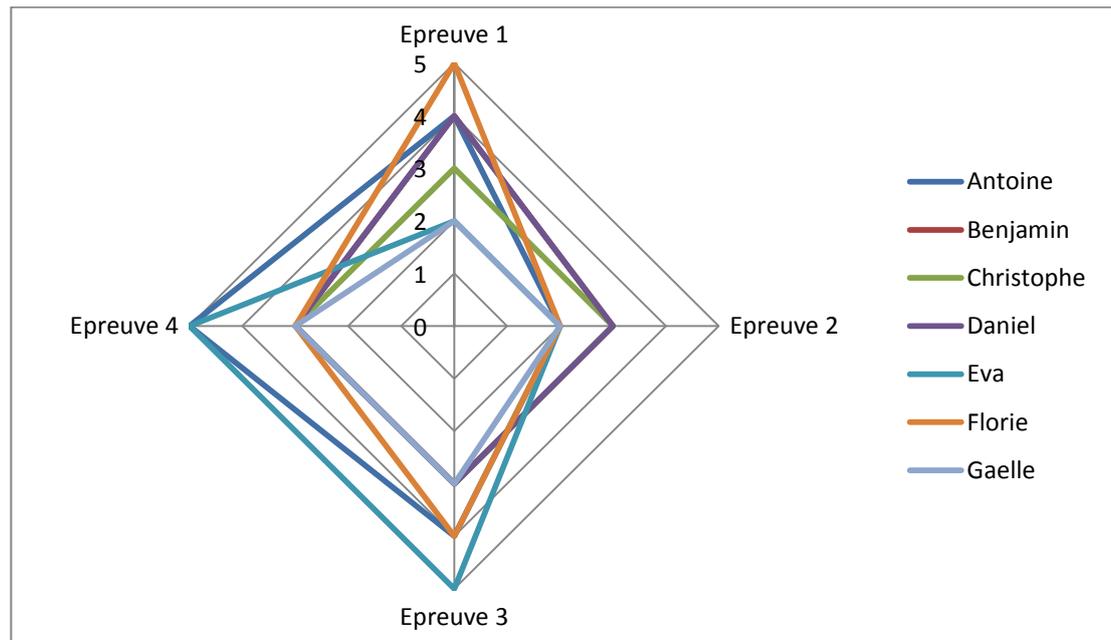


Figure 3: distribution des conduites des adolescents de la population cible aux épreuves 1, 2, 3 et 4 d'après la série de critères de GILLIERON (valeur 1 : conduites de la zone bleue, valeur 2 : conduites de la zone verte, valeur 3 : conduites de la zone jaune, valeur 4 : les conduites de la zone orange, valeur 5 : les conduites de la zone rouge)

Tandis que la majorité des adolescents tout-venant présente des profils de conduite homogènes, les profils des adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématiques sont tantôt homogène tantôt hétérogène. Nous remarquons que les candidats aux conduites homogènes sont ceux qui utilisent préférentiellement l'attribution. Au contraire, les candidats qui commencent à pouvoir mettre en relation des éléments entre eux ont un profil hétérogène. Il y a pour eux, non pas un retard dans le développement des acquisitions des notions de sériation, mais des décalages dans ces acquisitions.

En ce qui concerne les différentes épreuves, nous remarquons que :

- L'épreuve de sériation multiplicative (épreuve 2) conduit les sujets à employer les conduites les moins élaborées. Toutes sont basées sur la classification ou l'indexation par jugement de valeur. Le nombre important d'éléments à sérier et le caractère visuel de l'épreuve semblent entraîner automatiquement chez les sujets des attitudes dominées par le perceptif.
- L'épreuve de sériation additive de poids (épreuve 3) permet de révéler la capacité des certains adolescents à raisonner à un niveau plus élaboré.

La distribution des réussites aux épreuves nous en apprend davantage sur le caractère révélateur des problèmes de sériation proposés.

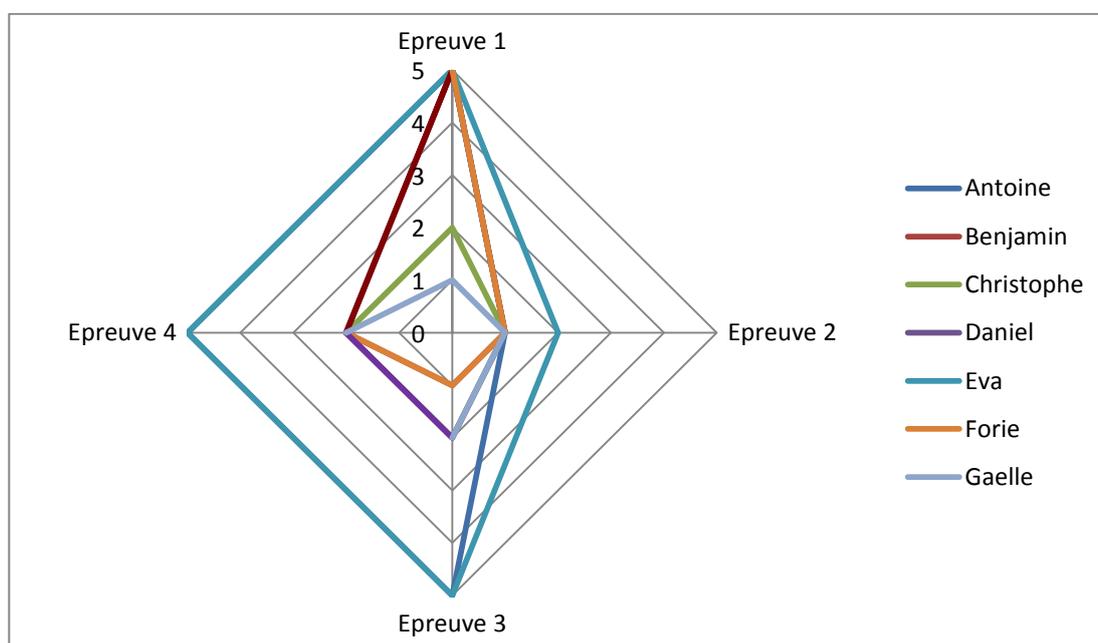


Figure 4: distribution des réussites des adolescents de la population cible aux épreuves 1, 2, 3 et 4 (valeur 1 : échec, valeur 2 : réussite apparente ou fausse réussite, valeur 4 : réussite avec aide, valeur 5 : réussite -réelle-)

Nous avons la certitude que l'épreuve de sériation multiplicative (épreuve 2) ne peut être réussie que par des adolescents qui traite la relation, ont acquis la transitivité, la réciprocité et l'antisymétrie.

Les épreuves de sériation additives dans lesquelles le sujet peut manipuler les éléments à sérier (épreuve 3 et 4) permettent de révéler les capacités d'adolescents qui ont eu recours à des conduites moins élaborées dans d'autres épreuves. Mais, cela ne concerne pas la majorité d'entre eux.

L'épreuve de sériation additive par le questionnement (épreuve 1) est réussie par des adolescents qui ont échoué à l'une et/ou l'autre épreuve(s) de sériation

additive. Comme nous l'avons observé dans les analyses des résultats des sujets concernés, nous attribuons ces réussites au fait que les éléments à sérier ne soient qu'au nombre de cinq. De plus les sujets qui sont dans cette configuration, ont tous placé les bornes de la série (« le plus grand et le plus petit » ou « le premier et le dernier ») avant de s'occuper des trois éléments intermédiaires.

Conclusions

A l'issue de ces observations, nous pouvons établir cet ordre de complexité **croissant** des conduites de résolution des quatre premières épreuves de notre protocole expérimental :

- **Epreuve 1** : sériation additive d'éléments non manipulables et en partie cachés d'après le critère longueur
- **Epreuve 4** et **Epreuve 3** : sériation additive d'éléments manipulables et différenciables visuellement d'après le critère longueur et sériation additive d'éléments manipulables et non différenciables visuellement d'après le critère poids
- **Epreuve 2** : sériation multiplicative d'éléments manipulables et différenciables visuellement.

4. Confrontation des conclusions relatives aux deux populations cible et témoin

4.1. Epreuve 1

Comme il est possible de le constater dans le tableau ci-dessous, le nombre moyen de questions posées par chacune des populations n'est pas significativement différent. En effet, c'est le nombre de questions posées par Christophe (21) particulièrement élevé, qui contribue à l'augmentation de la moyenne de la population cible.

Première lettre du prénom du sujet	Nombre de questions posées	
	Population témoin	Population cible
A.	7	10
B.	12	11
C.	8	21
D.	9	9
E.	10	11
F.	7	7
G.	11	9
Moyenne de l'échantillon	9	11

Tableau 4 : Nombre de questions posées dans l'épreuve 1

Ainsi nous constatons que :

- les adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématiques ne posent pas de façon significative plus de questions que ceux de la population témoin. Néanmoins, nous posons l'hypothèse qu'il aurait pu y avoir une différence nette si le nombre d'éléments n'avait pas été si réduit.
- les adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématiques ne réalisent pas un taux de réussite significativement moins important que ceux de la population témoin (1 échec de plus seulement pour la population cible).

Nous en tirons la conclusion que la possibilité de résoudre l'épreuve en raisonnant sur des relations uniquement spatiales ou temporelles est trop prégnante. En effet, les adolescents de la population cible présentent tous des troubles du langage associé. Ils devraient donc être plus en difficulté que les tout-venant.

4.2. Epreuve 2

L'échec général des adolescents présentant des troubles logico-mathématiques contribue à mettre en évidence la complexité de cette épreuve. Bien que PIAGET décrive dans la littérature une réussite quasi contemporaine des épreuves impliquant une multiplication de celle impliquant la seule sériation, nous observons ici un décalage marqué entre les deux populations.

De plus les adolescents tout-venant qui ont réussi l'épreuve et se situent au niveau III du développement de la sériation multiplicative, ont tous eu recours à une conduite de type opératoire ou systématique.

Nous retenons de cette épreuve qu'elle est un bon marqueur du niveau de développement de la structure de sériation chez le sujet testé.

4.3. Epreuve 3

Nous observons dans le tableau de synthèse des conduites (*cf tableau 2*) un net amassement des adolescents de la population témoin dans la deuxième partie du tableau, alors même que ceux de la population cible sont dispersés. La zone d'amassement des sujets sains correspond à la zone où se recourent les méthodes les plus évoluées.

Ainsi, si l'épreuve favorise chez certains candidats le recours à un procédé basé uniquement sur le jugement perceptif, l'interrogateur peut néanmoins apprécier de façon certaine si le sujet a assorti son protocole de vérifications (progressives ou finales), puisqu'elles se font obligatoirement manuellement. Il s'agit de l'avantage que présente cette épreuve sur l'épreuve de sériation des bâtonnets.

Notons que cette épreuve telle que nous l'avons construite semble laisser plus de liberté aux sujets qui utilisent indifféremment l'indexation basée sur la valeur et l'indexation positionnelle.

4.4. Epreuve 4

Nous avons conclu à l'issue de l'analyse des résultats de la population témoin que la perception visuelle des écarts de longueurs entre les bâtonnets de l'épreuve 4, avait une influence sur les conduites bien que l'écart ait été un maximum réduit. Or, les adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématique ont eu plus de difficulté à juger des différences uniquement par une évaluation perceptuelle. Nous en concluons que chez les adolescents tout-venant, les capacités de mise en relation ont tout de même joué un rôle essentiel dans leur réussite. Elles viennent compléter et faciliter le repérage perceptif des différences ou ressemblances entre les éléments.

Les conduites des adolescents « pathologiques » sont globalement inférieures à celles des adolescents « sains ».

4.5. Epreuve 5

La mise en correspondance des résultats des deux populations nous a permis d'observer les faits suivants :

- Les adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématique ou dyscalculiques ont tendance à évoquer un nombre très proche des deux bornes comparatives ou un nombre très éloigné de ces deux bornes. Par exemple : « *un nombre rouge, plus petit que le bleu (20671), plus petit que le vert (30240) : 20670 et un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : 30241* » ou encore « *un nombre orange, plus grand que le bleu, plus grand que le vert : 10000000* »
- Ces mêmes adolescents éprouvent des difficultés à reconnaître les situations impossibles comme telles et remettent plutôt en doute leur compétence.
- Les adolescents de la population cible pour lesquels la non-réussite est liée à un échec dans la seconde partie de l'épreuve sont des sujets qui ont paru décontenancé face aux nombres décimaux et en manque de « moyens » pour résoudre les problèmes. Ainsi en réponse à la consigne de trouver un nombre plus grand que 20,6 et plus petit que 20,7, nous avons entendu des commentaires tels que « *...mais je ne suis pas sûre que ce soit ça parce qu'il est plus grand que le bleu, mais il n'est pas plus petit que vert. Je vais mettre pareil.* » ou encore « *Je ne connais pas ce qu'il y a entre 7 et 6* »

Pour les sujets qui chutent sur les problèmes relatifs aux nombres entiers et ceux relatifs aux nombres décimaux, on peut clairement établir qu'ils n'ont pas la transitivité. Cependant, d'autres adolescents ont réussi la partie du problème concernant les nombres entiers, mais pas la seconde concernant les nombres décimaux : ce qui nous amène à conclure qu'il s'agit non plus d'un défaut d'acquisition dans la structure de sériation mais d'un déficit dans la construction de la numération décimale.

4.6. Epreuves de sériation additive par la manipulation (3 et 4)

Nous tenons à souligner que la classification des conduites selon la série de critères de PIAGET n'a pas été chose aisée. Si nous avons pu retrouver dans les types décrits par GILLIERON les profils de nos sujets, cela n'en a pas été de même dans ceux décrits par PIAGET. Ce dernier a posé le postulat que le stade III dans le développement de la sériation était marqué par le recours à la « méthode du plus grand », caractérisant la sériation opératoire. Or, pour certains de nos sujets n'ayant pas eu recours à l'un des quatre automates (réalisations possibles du projet de « recherche du plus grand »), il ne nous paraît pas acceptable de considérer qu'ils se situent à un stade inférieur du développement de la sériation sous prétexte qu'ils ont opté pour une méthode plus rapide et moins coûteuse, mais complétée d'une vérification finale. En ce sens, nous considérons que pour l'orthophoniste qui évalue la structure logique de sériation de son patient, l'étude des conduites est davantage intéressante et parlante que les critères piagétiens bruts.

5. Conclusions

Dans les tableaux suivants, la réussite à une épreuve est notifiée par la coloration de la case. La couleur grise est appliquée aux sujets issus de la population témoin et la couleur bleue à ceux issus de la population cible.

1

		Epreuve 1	Epreuve 2	Epreuve 3	Epreuve 4	Epreuve 5	Nombre d'épreuves réussites sur 5	Pourcentage moyen de réussite de la population
Population témoin	A.						4	80%
	B.						5	
	C.						4	
	D.						5	
	E.						4	
	F.						4	
	G.						2	
Population cible	A.						2	29%
	B.						2	
	C.						0	
	D.						2	
	E.						3	
	F.						1	
	G.						0	

2 **Tableau 5 : Réussites réelles des 14 sujets aux 5 épreuves**

3

		Epreuve 1	Epreuve 2	Epreuve 3	Epreuve 4	Epreuve 5	Nombre de fausse réussite sur les 5 épreuves	Pourcentage moyen de réussite de la population
Population témoin	A.						5	89%
	B.						5	
	C.						4	
	D.						5	
	E.						5	
	F.						4	
	G.						3	
Population cible	A.						3	54%
	B.						3	
	C.						3	
	D.						3	
	E.						3	
	F.						2	
	G.						2	

4 **Tableau 6 : Réussites apparentes (ou fausses réussites) des 14 sujets aux 5 épreuves**

L'écart entre le pourcentage de réussites réelles et celui de fausses réussites est bien plus important pour la population cible que pour la population témoin. Cela souligne la nécessaire vigilance dont l'orthophoniste doit faire preuve lors de l'évaluation de la structure logique de sériation d'un adolescent. L'étude attentive des conduites adoptées par le sujet est donc primordiale. Ce sont les épreuves de sériation additive (1, 3, 4) qui font l'objet des réussites apparentes car elles font toutes trois appel à l'intuition.

Remarquons que l'épreuve de sériation des éléments de poids différents est celle qui permet d'éviter au maximum les fausses réussites. Nous attribuons cette observation au fait qu'elle est l'unique épreuve qui ne permet pas de s'appuyer sur la perception visuelle. Si le sujet n'a pas la possibilité de traiter visuellement les données alors il est logiquement moins dans un raisonnement basé sur les relations spatiales et davantage sur les relations de sériation. Cette incidence est valable si nous retenons l'hypothèse que dans le cas de l'épreuve de sériation par questionnement utilisée ici, le sujet spatialise les éléments en se référant à son image mentale.

Partie V :
DISCUSSIONS

DISCUSSION AUTOUR DES RESULTATS

I. Validation des hypothèses

A l'origine de notre étude, nous nous sommes questionnée sur la possibilité de réaliser une gradation d'épreuves de sériation, en corrélation avec la réussite ou l'échec de l'adolescent ou plus précisément avec le type de raisonnement. Pour y répondre nous avons mis en œuvre des situations expérimentales.

Avant de statuer de ce que nous avons pu trouver grâce au protocole que nous avons expérimenté, gardons en mémoire la nécessité d'observer avec recul les « compétences » de l'adolescent qui nous apparaissent. En effet, le contexte expérimental a pu modifier la nature de ce qui est évalué. En effet, dans ce cas, nous pourrions obtenir les réponses attendues de la part du sujet sans que celui-ci n'ait eu à faire intervenir les compétences supposées. En recoupant les différents résultats produits par les différents candidats, nous avons supposé que les réponses observées relèvent de compétences minimales.

Aussi, considérons que la réussite n'est pas systématiquement synonyme d'une réelle compréhension de la part du sujet. Elle peut relever d'un apprentissage au niveau d'un savoir-faire. A contrario, l'erreur est un indice de l'incompréhension ou de l'incapacité en l'état de réaliser « correctement » la tâche demandée. Pour que la réussite que nous validons comme telle reflète le plus possible la réelle compréhension de la part du sujet, nous avons posé des critères de validation stricts. Ainsi, nous avons tenté de différencier un résultat qui pouvait faire office de réussite, mais seulement en apparence, d'un résultat réel censé être le reflet du niveau du sujet.

Après analyse des résultats des adolescents de la population témoin, aucune aberration ne va à l'encontre de notre hypothèse. Cela aurait par exemple été le cas si un sujet avait connu une réussite à l'épreuve de multiplication des relations asymétriques transitives, mais un échec à l'une des épreuves de sériation simple.

D'après les résultats observés et commentés, nous considérons que l'épreuve de sériation numérique (épreuve 5) n'est pas un indice de l'aboutissement du développement des notions de sériation.

De plus, l'épreuve de sériation additive par le questionnement (épreuve 1) élaborée en vue d'évaluer la capacité d'un sujet à adopter un raisonnement hypothético-déductif -caractéristique de la pensée formelle- est dans notre étude réussie par des adolescents qui n'en sont pas encore à ce stade de développement.

Ces deux dernières observations, nous permettent de conclure que nous avons pu établir un ordre de gradation, mais celui-ci ne concerne pas les épreuves elles-mêmes. La gradation que nous avons établie est propre à la complexité des conduites que chacune des épreuves requiert pour être réussie. Notre hypothèse principale posait l'idée que nous ne retrouverions pas un ordre de complexité identique chez les deux populations. Or si nous ne prenons en compte que les épreuves qui n'ont pu être réussies que par des conduites mettant en jeu les relations de sériation nous retrouvons une gradation croissante identique :

- **Epreuve 4** : sériation additive d'éléments manipulables et différenciables visuellement d'après le critère longueur
- **Epreuve 3** : sériation additive d'éléments manipulables et non différenciables visuellement d'après le critère poids
- **Epreuve 2** : sériation multiplicative d'éléments manipulables et différenciables visuellement.

II. Limites et intérêts de l'étude

Trois principales limites à notre étude sont à souligner :

- **La taille limite de l'échantillon**

La population témoin comme la population cible ne compte chacune que sept individus. Ce qui est insuffisant pour généraliser les résultats que nous avons obtenus.

- **L'effet d'apprentissage**

RETSCHITZKI conclut sur l'incidence possible d'une passation de deux épreuves très proches « sans modifier notablement le niveau opératoire de la solution à la seconde épreuve (aucun effet d'apprentissage n'apparaissant nettement), la passation de la première épreuve modifie l'image que les sujets se font de la deuxième, provoquant un transfert partiel du type de méthode.

- **Les moyens mis en œuvre pour définir le profil langagier**

Nous avons posé des questions à chaque sujet au cours des épreuves en vue d'apprécier leur expression des relations sériales mais aussi leur compréhension de ces relations. Cependant, nous pensons que la démarche d'investigation du langage associé au raisonnement du sujet aurait mérité la création d'un protocole plus rigoureux et spécifiquement destiné à cette évaluation.

Certains constats que nous avons pu faire au cours de notre étude nous semblent intéressants à relever en vue d'être développés dans un éventuel travail de recherche ultérieur :

- Des épreuves similaires aux épreuves « écran » (écran- baguettes et écran- poids) décrite dans la littérature piagétienne et post-piagétienne pourraient être une aide pour signer le caractère opératoire d'une procédure au sujet de laquelle l'investigateur a des doutes.
- En remédiation orthophonique le choix du matériel peut aider le patient à évoluer, en le contraignant progressivement à des supports sériables pour lesquels il est impossible de recourir aux procédés les moins élaborés.
- la confusion entre l'ordre de grandeur de deux objets que le sujet identifie par leur position est un facteur qui revient dans certaines procédures « incorrectes ». Ces sujets actualisent l'ordre temporel (poser successivement) en un ordre spatial (« celui qui vient après »). Nous envisageons que ce type d'erreur est un indice qui doit ramener l'orthophoniste à travailler la coordination espace-temps avec le patient.

CONCLUSION

CONCLUSION

En nous référant principalement à la théorie piagétienne et aux écrits des auteurs post-piagétien, nous avons espéré à travers notre étude pouvoir réaliser la gradation d'épreuves visant à étudier l'acquisition de la sériation et potentiellement utilisables dans le cadre d'un bilan ou d'une prise en charge orthophonique. Nous avons donc proposé cinq épreuves à sept adolescents présentant des troubles logico-mathématiques et sept adolescents tout-venant : une épreuve de sériation derrière écran à résoudre par le biais de questions orales, une épreuve de sériation multiplicative, une épreuve de sériation additive de poids, une épreuve de sériation additive de longueurs et une épreuve de sériation numérique. Nous avons par ailleurs émis l'hypothèse que les profils de progression des réussites des adolescents présentant des troubles logico-mathématiques ne seraient pas comparables à ceux des adolescents tout-venant.

Si nous n'avons pas pu réaliser une gradation des cinq épreuves utilisées dans notre protocole expérimental, mais seulement de trois, nous avons pu établir avec certitude, du moins à l'échelle de notre expérience, que la complexité d'une épreuve ne résulte pas du niveau de la structure que l'on évalue, mais du niveau d'élaboration des conduites nécessaires à leur résolution.

Nous avons conscience que notre étude porte sur un échantillon de petit effectif et il serait donc intéressant que l'expérience soit réalisée à plus grande échelle. L'intérêt serait de mettre en avant qu'elles sont les épreuves les plus pertinentes pour révéler un défaut dans l'acquisition des notions de sériation chez un adolescent qui réussit les épreuves de sériation communément utilisées.

Nous avons observé que certains caractères expérimentaux (relatifs aux caractéristiques du matériel principalement) pouvaient être des déterminants majeurs de certains types de manipulation. Dans notre pratique orthophonique, ce constat pourrait nous aiguiller dans le choix du matériel à utiliser dans la remédiation pour que l'adolescent puisse s'approprier des protocoles (conduites) d'une complexité plus élevée.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE**Ouvrages**

BIDEAUD J., LEHALLE H., *Le développement des activités numériques chez l'enfant*, Hermes Science Publications, 2002. 343 pages

BAROUILLET P., CAMOS V., *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal Editeurs, 2006

BRIN F., COURRIER C. et coll., *Dictionnaire d'orthophonie*, Isbergues : Ortho Edition, 2004, 298 pages

CHALON-BLANC A., *Introduction à Jean Piaget*. Editions L'hermattan, 1987, 230 pages

CHALON-BLANC A., *Inventer, compter, classer : de Piaget aux débats actuels*, Paris : Armand Colin, 2005

DOLLE J.-M., *Pour comprendre Jean Piaget*, Toulouse : Privat, 1991

GRECO, « Conservations : homogénéité et hiérarchie des performances. Une étude à propos des décalages », 1985, in J. Bideaud, M. Richelle (dir.), *Psychologie développementale : problèmes et réalité*, Bruxelles : Mardaga

JAULIN-MANNONI F., *L'apprentissage des sériations*, Paris : Les éditions E S F, 1974. pp 19-125.

PIAGET J., *Introduction à l'épistémologie génétique. (III) La pensée biologique. La pensée psychologique. La pensée sociologique*. Presse Universitaire de France, 1950

PIAGET J., *Problème de psychologie génétique. Les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent*, Paris: Denoël Gonthier, 1972

PIAGET J., INHELDER B., *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, Presse Universitaire de France, 1955

PIAGET J., INHELDER B., *La psychologie de l'enfant*, Que sais-je ?, Numéro 369, Presses Universitaires de France, 1966

PIAGET J., INHELDER B., *Le développement des quantités physiques chez l'enfant. Conservation et atomisme*. Neuchâtel (Suisse) : Editions Delachaux et Niestlé, 1968

PIAGET J., INHELDER B., *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations*, Neuchâtel (Suisse) – Paris : Delachaux et Niestlé, 1991

PIAGET J., LEIRIS M., *Cinq études d'ethnologie*, Paris : Denoël Gonthier, 1972, 174 pages

PIAGET J., SZEMINSKA A., *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé, 1941

RICHELLE M., REQUIN J., ROBERT M., *Traité de psychologie expérimentale*, Presse Universitaire de France, volume 2, 1994

SINCLAIR-DE ZWART H., *Acquisition du langage et développement de la pensée : sous-systèmes linguistiques et opérations concrètes*, Paris : Dunod, 1973, 168 pages

Articles de périodique

DEVIC M.-C., PERICH M.-J., « la notion de nombre (Etude préparatoire à l'établissement d'un protocole d'examen) », in *Rééducation orthophonique « Vers l'accès au nombre »*, Volume 11, n°71, 1973

GILLIERON C., Décalages et sériation, in *Archive de psychologie*, Monographie 3, Mars 1976

JAULIN-MANNONI F., La pensée mathématiques, in *Rééducation Orthophonique*, volume 25, n°149, Février 1987

PIAGET J., Le mécanisme du développement mental et les lois du groupement des opérations, in *Archives de psychologie*, 1941

PIAGET J., La construction du réel chez l'enfant, in *Actualités pédagogiques*, Delachaux et Niestlé, 1977

KOPPEL, Réflexion sur le bilan des difficultés en mathématiques, in *Glossa*, Novembre 88

RETSCHITZKI J., L'évolution des procédures de sériation, étude génétique et simulation, in *Archives de psychologie*, Monographie 5, 1978

TANNER J.M., INHELDER B., Entretiens sur le développement psychobiologique de l'enfant : compte-rendu du premier Congrès du groupe d'étude de l'Organisation mondiale de la santé sur le développement psychobiologique de l'enfant, in *Actualités pédagogiques et psychologiques*, Genève, 1953

VOYE M., FREY E., GUERIN M., Epreuves de sériation : analyse du fonctionnement de pensée et orientation thérapeutique en orthophonie, in *Rééducation orthophonique*, n°255, Septembre 2013

Mémoires d'orthophonie

BONORA C., LUFEAUX A., *Etude des conduites inclusives chez des enfants tout-venant scolarisés en CE1-CE2 à partir de deux supports : sériable et numérique*. Lyon, 2007, 65 pages

GAUCHON M., RAVOT M., *Elaboration et expérimentation d'un support de rééducation visant à participer à la mise en place de la structure logique élémentaire de sériation*, Lyon, 2009, 100 pages

Documents électroniques

Site web de la fondation Jean Piaget. Mis à jour le 21 octobre 2013. Disponible sur <http://www.fondationjeanpiaget.ch>

WILSON A., *Guide des ressources sur la dyscalculie*, traduit de l'anglais par Revkin S., Février 2005, consulté le 3 janvier 2013, disponible sur <http://www.unicog.org>.

**TABLE DES
ILLUSTRATIONS**

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Tableau 1 : Répartition des sujets en fonction de leur stade et de leur langage.....	36
Tableau 2 : répartition des conduites des 14 adolescents aux épreuves 1, 2, 3 et 4 d'après la série de critères de Gillieron.....	146
Tableau 3 : répartition des conduites des 14 adolescents aux épreuves 1, 2, 3 et 4 d'après la série de critères de Piaget.....	147
Tableau 4 : Nombre de questions posées dans l'épreuve 1.....	155
Tableau 8 : Réussites réelles des 14 sujets aux 5 épreuves.....	159
Tableau 9 : Réussites apparentes (ou fausses réussites) des 14 sujets aux 5 épreuves.....	159
Figure 1 : distribution des conduites des 7 adolescents tout-venant aux épreuves 1, 2, 3 et 4.....	148
Figure 2 : distribution des réussites des adolescents tout-venant aux épreuves 1, 2, 3 et 4.....	149
Figure 3 : distribution des conduites des adolescents de la population cible aux épreuves 1, 2, 3 et 4 d'après la série de critères de Gillieron.....	152
Figure 4 : distribution des réussites des adolescents de la population cible aux épreuves 1, 2, 3 et 4).....	153

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS	1
SOMMAIRE	2
INTRODUCTION	4
PARTIE THEORIQUE	9
I. INTRODUCTION	9
II. ASSISES THEORIQUES	10
1. Fondements de la théorie piagétienne	10
2. Développement de la pensée logique et construction du nombre	12
2.1. La notion de stade	12
2.2. La notion de décalage	14
2.3. Les structures de pensée	15
2.4. Les conditions d'accès aux mathématiques	16
3. La méthode clinique	17
4. La pensée formelle	18
III. L'OPERATION DE SERIATION	20
1. La sériation dans la théorie mathématique	20
2. Développement des structures de sériation	21
2.1. Stades de construction	21
2.2. Les sériations	22
2.3. Etapes de la sériation visuelle (longueurs)	22
2.4. Etapes de la sériation tactile (poids)	24
2.5. Sériation dans les activités numériques	26
2.6. Multiplications des relations asymétriques transitives	28
3. Sériation et langage	31
IV. LA SERIATION DANS LE BILAN ORTHOPHONIQUE DU CALCUL ET DU RAISONNEMENT LOGICO-MATHEMATIQUE	37
1. Compétence et performance	37
2. Evaluation de la sériation dans le bilan orthophonique	38
PROBLEMATIQUES ET HYPOTHESES	42
I. PROBLEMATIQUE GLOBALE	42
II. EXPERIMENTATIONS ET INTERETS	43
III. HYPOTHESES	44
PARTIE EXPERIMENTALE	46
I. PRESENTATION DES EPREUVES	46
1. Objectifs	46

TABLE DES MATIERES

2.	Modalités de passation	46
3.	Présentation des différents supports	47
3.1.	Ecran-questions.....	47
3.2.	Série de ronds	48
3.3.	Série de boules.....	49
3.4.	Série de bâtonnets	50
3.5.	Série de nombres.....	51
4.	Description des épreuves et protocoles d'examen	51
4.1.	« Ecran-questions » : activité de sériation additive de longueurs par le questionnement et de réflexion sur la conservation ou la non-conservation de l'ordre après déformation de la série	51
4.2.	« Les ronds » : activité de sériation multiplicative selon deux critères.....	52
4.3.	« Les boules » : activité de sériation additive de poids.....	52
4.4.	« Les bâtonnets » : activité de sériation additive de longueurs.....	52
4.5.	« Les nombres » : activité de sériation de nombres	53
5.	Construction et recueil des données	53
5.1.	Caractéristiques d'élaboration du protocole expérimental.....	53
5.2.	Livret de passation.....	55
II.	POPULATION.....	55
1.	Population d'adolescents tout-venant	56
1.1.	Critères d'inclusion.....	56
1.2.	Critères d'exclusion	56
1.3.	Description de l'échantillon.....	56
2.	Population d'adolescents dits « dyscalculiques » ou présentant des troubles logico-mathématiques	57
2.1.	Critères d'inclusion.....	57
2.2.	Critères d'exclusion	57
2.3.	Description de l'échantillon.....	57
3.	Choix des critères d'exclusion	57
PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS		61
I.	METHODE DE PRESENTATION DES RESULTATS	61
II.	METHODE D'ANALYSE DES RESULTATS.....	62
1.	Critères d'évaluation des conduites de sériation	62
1.1.	Jean Piaget	62
1.2.	Louis FREY	64
1.3.	Christiane GILLIERON.....	66
2.	Rapport des épreuves entre elles	70
3.	Critères de validation de réussite à une épreuve de sériation	70
III.	OBSERVATION DES ADOLESCENTS TOUT-VENANT.....	71
1.	L'observation d'Aurore.....	71

TABLE DES MATIERES

1.1.	Epreuve 1	71
1.2.	Epreuve 2.....	73
1.3.	Epreuve 3	73
1.4.	Epreuve 4	74
1.5.	Epreuve 5	76
1.6.	Synthèse.....	77
	2. L'observation de Baia	78
2.1.	Epreuve 1	78
2.2.	Epreuve 2.....	79
2.3.	Epreuve 3	80
2.4.	Epreuve 4	81
2.5.	Epreuve 5	83
2.6.	Synthèse.....	83
	3. L'observation de Cyrielle.....	84
3.1.	Epreuve 1	84
3.2.	Epreuve 2.....	85
3.3.	Epreuve 3	86
3.4.	Epreuve 4	87
3.5.	Epreuve 5	87
3.6.	Synthèse.....	88
	4. L'observation de Delphine.....	88
4.1.	Epreuve 1	89
4.2.	Epreuve 2.....	89
4.3.	Epreuve 3	90
4.4.	Epreuve 4	91
4.5.	Epreuve 5	91
4.6.	Synthèse.....	92
	5. L'observation d'Eric	92
5.1.	Epreuve 1	93
5.2.	Epreuve 2.....	93
5.3.	Epreuve 3	94
5.4.	Epreuve 4	94
5.5.	Epreuve 5	95
5.6.	Synthèse.....	96
	6. L'observation de François.....	96
6.1.	Epreuve 1	96
6.2.	Epreuve 2.....	98
6.3.	Epreuve 3	98

TABLE DES MATIERES

6.4.	Epreuve 4	99
6.5.	Epreuve 5	100
6.6.	Synthèse.....	101
	7. L'observation de Grégoire	101
7.1.	Epreuve 1	101
7.2.	Epreuve 2.....	103
7.3.	Epreuve 3	103
7.4.	Epreuve 4	104
7.5.	Epreuve 5	105
7.6.	Synthèse.....	105
IV.	OBSERVATION DES ADOLESCENTS DU GROUPE « PATHOLOGIQUE ».....	106
	1. L'observation d'Antoine	106
1.1.	Epreuve 1	106
1.2.	Epreuve 2.....	107
1.3.	Epreuve 3	108
1.4.	Epreuve 4	110
1.5.	Epreuve 5	112
1.6.	Synthèse.....	113
	2. L'observation de Benjamin	113
2.1.	Epreuve 1	113
2.2.	Epreuve 2.....	114
2.3.	Epreuve 3	115
2.4.	Epreuve 4	116
2.5.	Epreuve 5	116
2.6.	Synthèse.....	117
	3. L'observation de Christophe.....	117
3.1.	Epreuve 1	117
3.2.	Epreuve 2.....	118
3.3.	Epreuve 3	119
3.4.	Epreuve 4	120
3.5.	Epreuve 5	120
3.6.	Synthèse.....	121
	4. L'observation de Daniel.....	121
4.1.	Epreuve 1	121
4.2.	Epreuve 2.....	123
4.3.	Epreuve 3	123
4.4.	Epreuve 4	124
4.5.	Epreuve 5	125

TABLE DES MATIERES

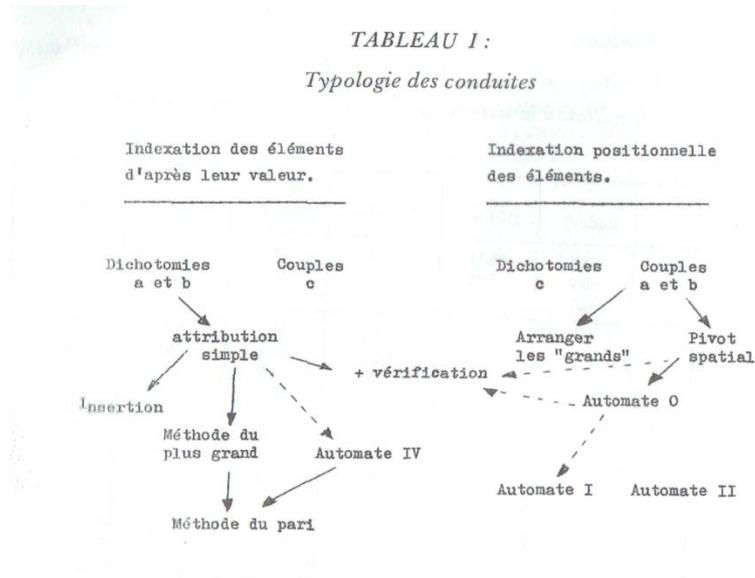
4.6.	Synthèse.....	126
	5. L'observation d'Eva.....	126
5.1.	Epreuve 1	126
5.2.	Epreuve 2.....	127
5.3.	Epreuve 3	128
5.4.	Epreuve 4	129
5.5.	Epreuve 5	131
5.6.	Synthèse.....	131
	6. L'observation de Florie.....	132
6.1.	Epreuve 1	132
6.2.	Epreuve 2.....	132
6.3.	Epreuve 3	133
6.4.	Epreuve 4	135
6.5.	Epreuve 5	137
6.6.	Synthèse.....	138
	7. L'observation de Gaëlle.....	138
7.1.	Epreuve 1	138
7.2.	Epreuve 2.....	140
7.3.	Epreuve 3	141
7.4.	Epreuve 4	142
7.5.	Epreuve 5	144
7.6.	Synthèse.....	144
V.	ANALYSE DES RESULTATS RELATIFS AUX ADOLESCENTS DES DEUX POPULATIONS.....	145
	1. Synthèse des résultats.....	145
	2. Interprétation des résultats de la population d'adolescents tout-venant.....	148
	3. Interprétation des résultats de la population d'adolescents présentant des troubles du raisonnement logico-mathématiques	152
	4. Confrontation des conclusions relatives aux deux populations cible et témoin ...	154
4.1.	Epreuve 1	154
4.2.	Epreuve 2.....	155
4.3.	Epreuve 3.....	156
4.4.	Epreuve 4.....	156
4.5.	Epreuve 5.....	157
4.6.	Epreuves de sériation additive par la manipulation (3 et 4).....	158
	5. Conclusions.....	158
	DISCUSSION AUTOUR DES RESULTATS	162
I.	Validation des hypothèses.....	162
II.	Limites et intérêts de l'étude	163

TABLE DES MATIERES

CONCLUSION	166
BIBLIOGRAPHIE	168
TABLE DES ILLUSTRATIONS	172
TABLE DES MATIERES.....	1744

ANNEXES

Annexe 1: Typologie des conduites (Extrait de *Décalages et sériation* de GILLIERON (1976))



Annexe 2 : exemple de transcription de protocole à une épreuve de sériation (Extrait de *Décalages et sériation* de GILLIERON (1976))

DECALAGES ET SERIATION 21

Position 1 2 3 4 5 6 7 8	Rang (valeur) L Y B T M R N G	Laisser	Permuter	Rendre contigu	Déplace		Sens final
					Grand ← →	Petit ← →	
○	○	○					
← ○	○						
○	○	○					6
○	○						4
○	○	○					
○	○	○					

Figure 1 : Exemple de transcription de protocole.

Annexe 3: Automate IV ou méthode du pari (Extrait de *Décalages et sériation* de GILLIERON (1976))

3.58. Automate IV et méthode du pari

Pour presque toutes les conduites énumérées ci-dessus, nous avons pu distinguer deux approches. Seule la méthode d'attribution ne peut se baser que sur des évaluations. Dans le cas de l'expérience IV, les sujets seraient contraints d'envisager une autre stratégie. Mais il existe en fait un moyen d'évaluer des éléments qu'on ne peut ni voir ni soupeser. Cette procédure est algorithmique, mais nous n'allons qu'en esquisser le principe.

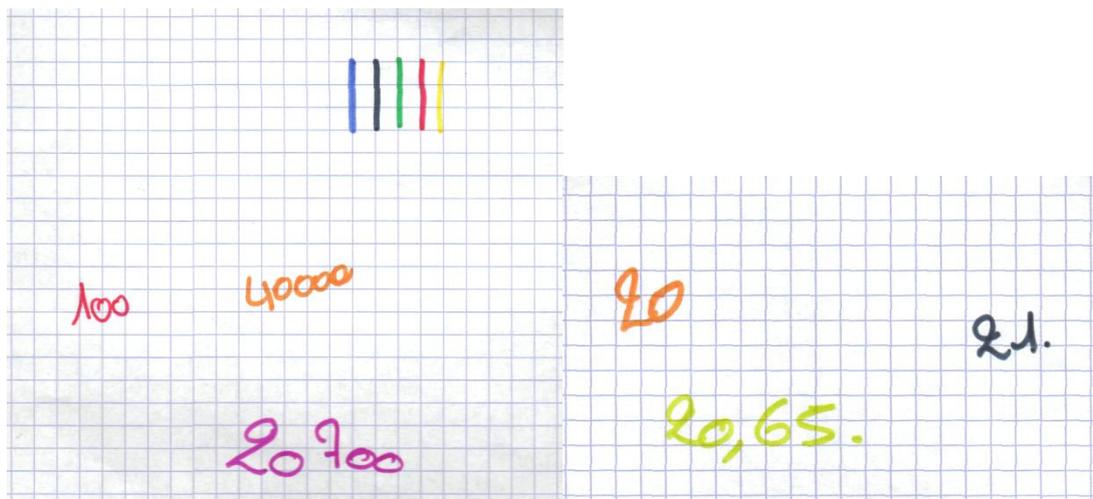
- On prend un élément quelconque, par exemple le premier de la série. On le compare à tous les autres. On place à sa gauche les éléments qui sont plus grands que lui, à sa droite les éléments

plus petits. Le nombre d'éléments placés à gauche (ou à droite) détermine immédiatement le rang de cet élément : si quatre éléments sont plus grands, c'est qu'il doit occuper la cinquième place. L'élément a donc trouvé sa place dans la série finale, et en même temps dichotomisé les restants.

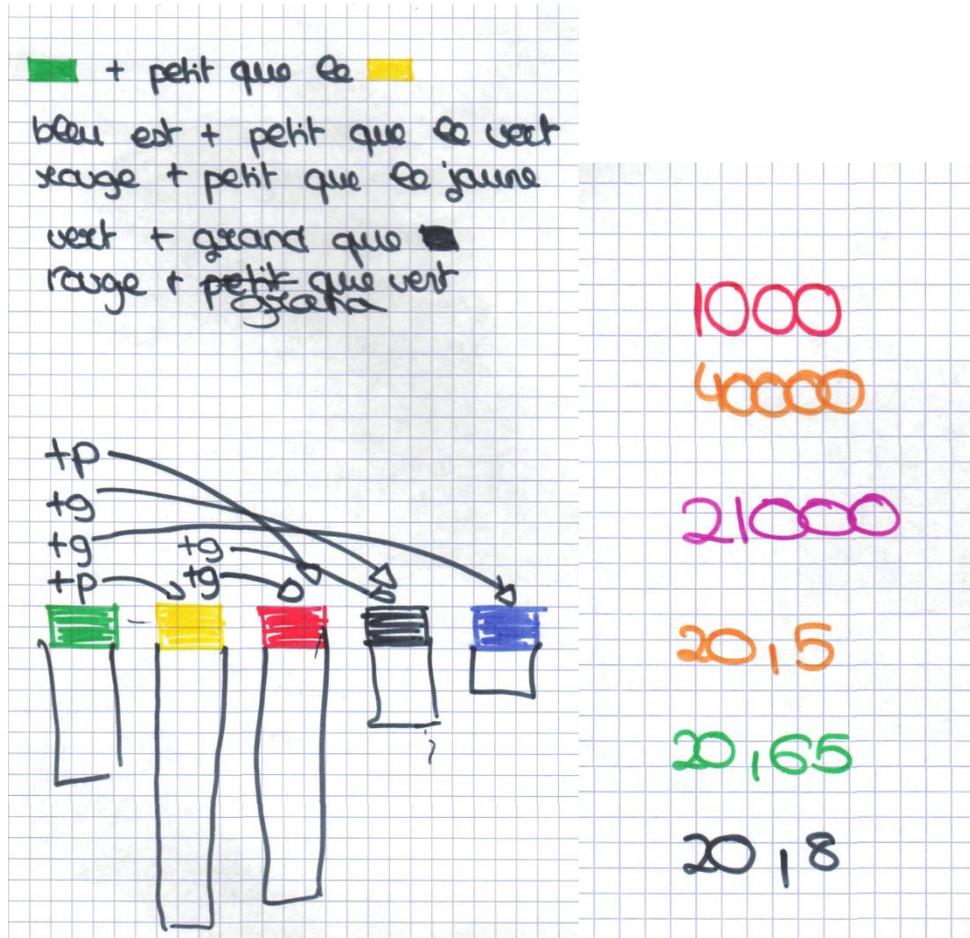
Il reste à ranger ceux-là, séparément la sous-série de gauche et la sous-série de droite, suivant le même principe.

- Supposons que le premier élément une fois placé occupe la position 2. L'élément à sa gauche est également placé : il occupe la position 1, parce qu'il est plus grand, et qu'il est le seul.
- Les 6 éléments à droite sont en désordre. On prend le premier d'entre eux, et on le compare aux cinq autres. On place directement à sa gauche les plus grands, à sa droite les plus petits. Avec de la chance (par exemple, si cet élément est le cinquième), il suffira de deux ou trois questions pour que tout soit en ordre : une question pour ordonner les éléments 3 et 4, une ou deux questions pour déterminer 6, 7, 8.

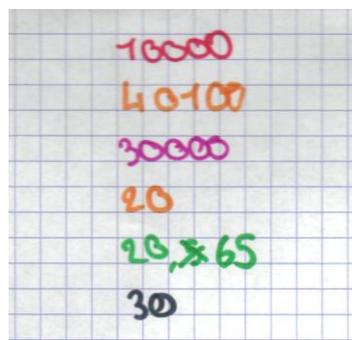
Annexe 4 : Productions d'Aurore aux épreuves 1 et 5



Annexe 5 : Productions de Baia aux épreuves 1 et 5



Annexe 6 : Production de Cyrielle à l'épreuve 5



Annexe 7: Production de Delphine à l'épreuve 5

10 470	10,8
31250	30,65
25041	40,7

Annexe 8 : Production d'Eric à l'épreuve 5

15 737	28 941
45968	
20,2	20,65
20,9	

Annexe 9: Production de François à l'épreuve 5

■ 13
200 000
23 000
200 000
13
20,63905
33

Annexe 10 : Productions de Grégoire aux épreuves 1 et 5

J =	J > V
V =	V > N
N =	N < R
B	B < V
R =	

$B < N < R < V < J$

20670

30241

20672.

30239

20,5

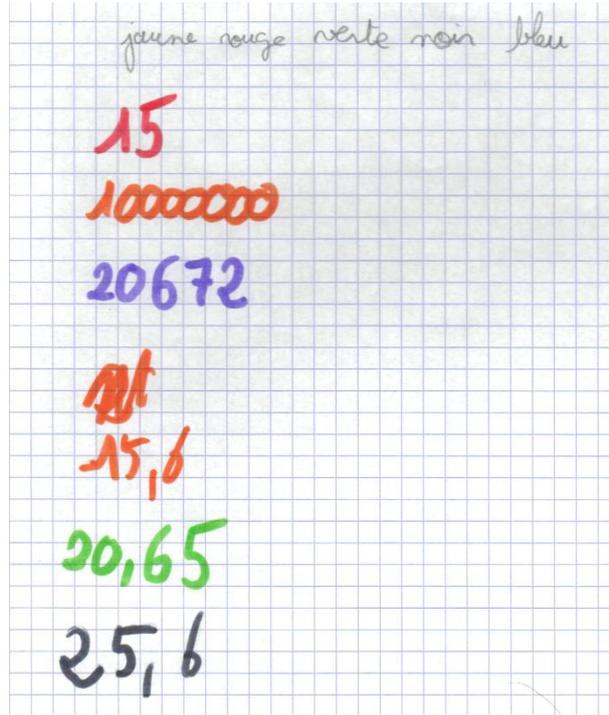
20,65.

20,8

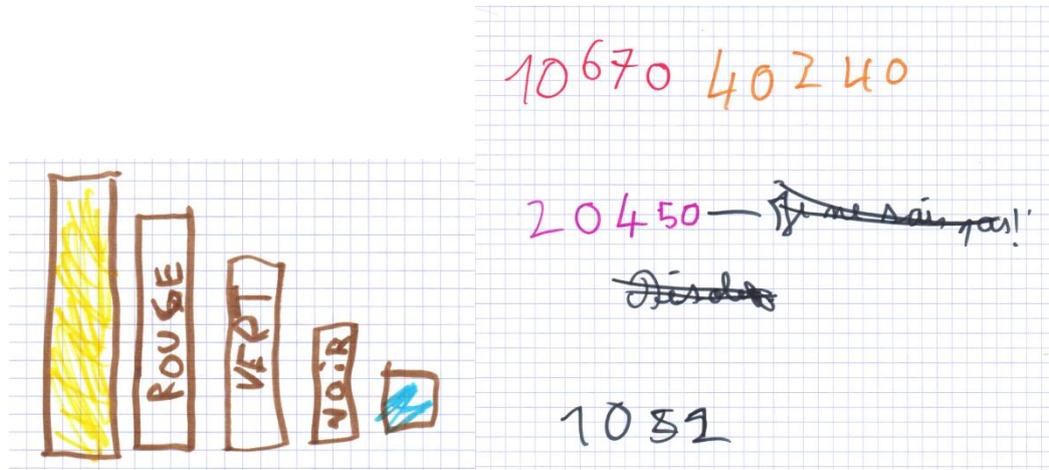
Annexe 11 : Production d'Antoine à l'épreuve 5

<p style="color: red; margin: 0;">20670</p> <p style="color: orange; margin: 0;">30241</p> <p style="color: purple; margin: 0;">20673</p>	<p style="color: orange; margin: 0;">30,5</p> <p style="color: green; margin: 0;">30,5</p> <p style="color: black; margin: 0;">30,8</p>
---	--

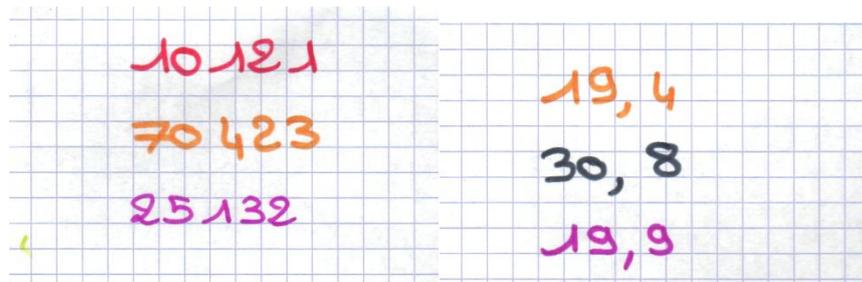
Annexe 12 : Production de Benjamin aux épreuves 1 et 5



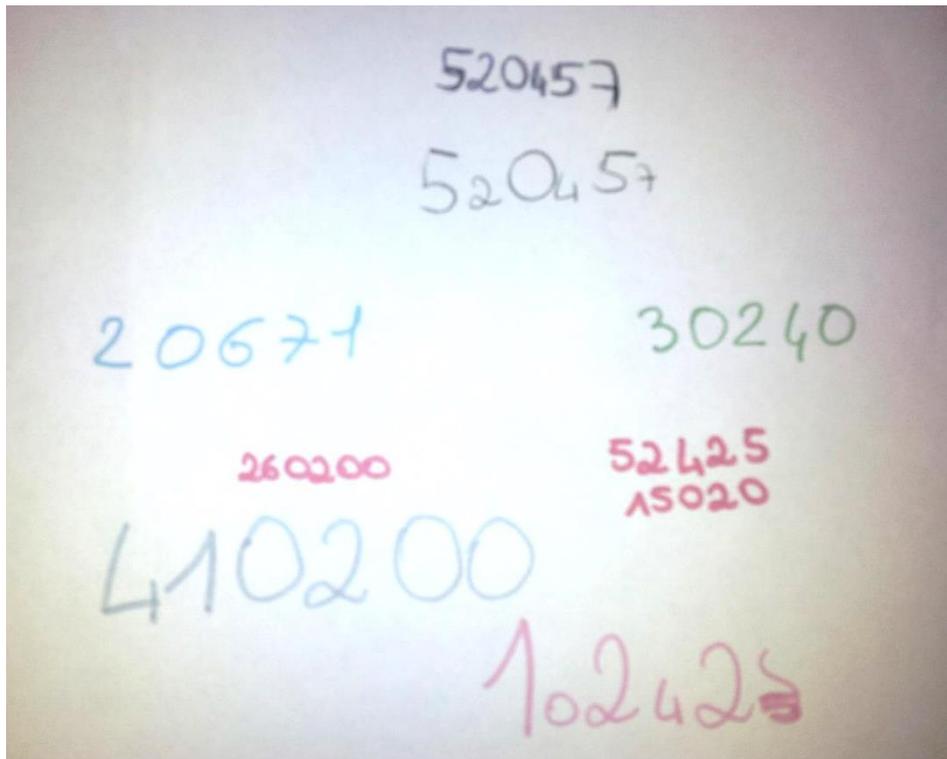
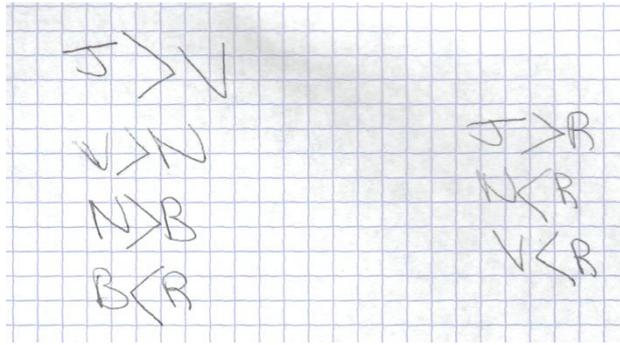
Annexe 13 : Productions de Christophe aux épreuves 1 et 5

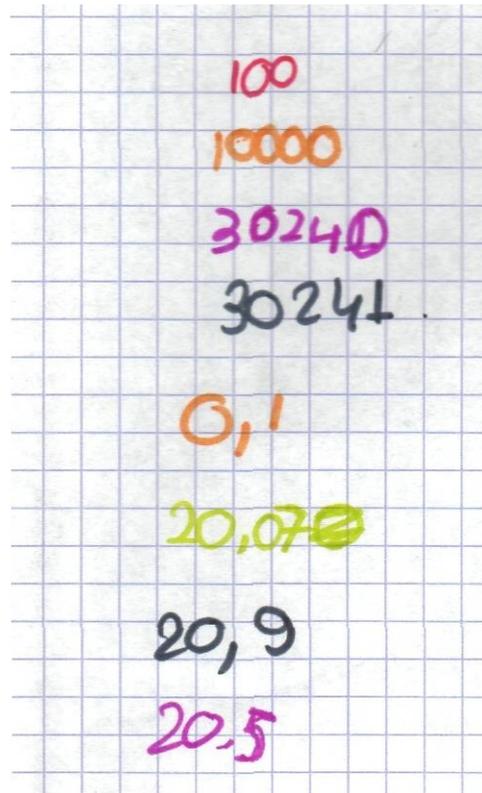


Annexe 14 : Production d'Eva à l'épreuve 5



Annexe 15 : Productions de Florie aux épreuves 1 et 5



Annexe 16 : Production de Gaëlle à l'épreuve 5

Handwritten numbers on a grid background:

- 100
- 10000
- 30240
- 30241
- 0,1
- 20,070
- 20,9
- 20,5

Barbara MARTIN LANZA

L'OPERATION DE SERIATION : étude auprès d'adolescents présentant des troubles logiques et tout-venant

179 pages, 31 références bibliographiques

Mémoire d'orthophonie – UNS / Faculté de Médecine - Nice 2013

RESUME

L'évolution des structures de pensée est essentielle au bon développement global d'un individu. Parmi elles, on observe la sériation, qui tout comme la conservation, est une des structures logiques primordiales à la compréhension du concept de nombre. Les orthophonistes sont de plus en plus sensibilisés au repérage et à la remédiation des troubles relevant du domaine logico-mathématique. Pourtant, ils manquent encore d'outils pour appréhender au mieux ces difficultés et notamment lorsqu'elles se présentent chez des adolescents.

En nous appuyant sur la théorie piagétienne et les travaux qui en découlent, nous avons pensé pouvoir mettre en évidence les éventuels décalages des compétences sériales en confrontant des adolescents à des épreuves de sériation présentant chacune des caractéristiques propres. Nous avons posé l'hypothèse qu'il serait possible de grader ces différentes épreuves par ordre de complexité.

Dans le cadre de notre expérimentation, nous avons proposé à un groupe d'adolescents présentant des troubles logico-mathématiques ainsi qu'à un groupe d'adolescents tout-venant, cinq problèmes mettant en jeu la sériation additive, la sériation multiplicative et la sériation numérique. Aucun des problèmes sélectionnés n'a un même contenu ou matériel sériable.

Nous avons analysé les protocoles de conduites employés par les adolescents pour résoudre les problèmes ainsi que les outils langagiers associés. Ces analyses nous ont permis de déterminer si les participants présentaient des profils homogènes ou non sur l'ensemble des épreuves. Aussi, nous avons pu comparer les profils de progression des réussites des deux populations.

Notre étude nous a permis de conclure que la complexité de chaque épreuve n'est définie ni par sa réussite ni par le niveau de la structure que l'on évalue mais par le niveau d'élaboration des conduites nécessaires à sa résolution.

MOTS-CLES

Acquisition – Dyscalculie – Evaluation – Etude de cas – Adolescent – Sériation

DIRECTEUR DE MEMOIRE

Isabelle THUBE-POLI