



**HAL**  
open science

## La restauration de figure complexe favorise la déconstruction dimensionnelle

William Lovric, Léo Millet

► **To cite this version:**

William Lovric, Léo Millet. La restauration de figure complexe favorise la déconstruction dimensionnelle. Education. 2017. dumas-01535040

**HAL Id: dumas-01535040**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01535040>**

Submitted on 8 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0  
International License

Master « Education et métiers de l'enseignement du premier degré », 2e année. Année 2016-2017

UAR 1.1 APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE :  
APPROCHE DIDACTIQUE

Intitulé du sujet de mémoire : La restauration de figure  
complexe favorise la déconstruction dimensionnelle

Directrice de mémoire : Mme Julie Horoks

LOVRIC William U21500089 MILLET Léo M20900422  
25/04/2017

## Table des matières

1. Introduction .....	2
2. Contexte .....	3
2.1. Définition de la géométrie et de la figure géométrique. ....	3
2.2. Comment les Textes officiels abordent-ils la figure géométrique à l'école élémentaire ?.....	5
2.3. Questionnement initial.....	6
3. Cadre Théorique.....	7
3.1. Difficultés et obstacles rencontrés par les élèves. ....	7
3.2. Pourquoi une restauration plutôt qu'une reproduction ? .....	10
3.3. Un des obstacles : la démotivation. Nécessité de créer des situations suscitant le plaisir .....	11
3.4. Problématique et hypothèse. ....	13
4. Méthodologie .....	13
4.1. Situation de recherche.....	18
4.2. Observations et analyse des séances proposées à deux classes de CE2. ....	20
Analyse a priori séance 1 .....	20
Analyse a posteriori séance 1 .....	24
Analyse à priori séance 2.....	33
Analyse à posteriori séance 2 .....	35
Analyse à priori séance 3.....	38
Analyse a posteriori séance 3 .....	46
5. Conclusion.....	58
6. Bibliographie.....	60
7. Annexes.....	61

### Remerciements

Nous tenons à remercier notre directrice de mémoire Mme Julie Horoks pour ses conseils et commentaires ainsi que sa disponibilité pour notre mémoire.  
Nous remercions également Mme Brigitte Grugeon-Allys pour toute l'aide qu'elle nous a apportée.

## 1. Introduction

François Boule (2001) souligne que les incertitudes pédagogiques consécutives (quel rôle laissé à l'intuition ? Comment passer du concret à l'abstrait ? Comment articuler observation et déduction ? Et à partir de quand ?). Toutes ces incertitudes auraient engendré « au mieux un déficit de connaissances, au pire une attitude négative vis à vis de la géométrie, et à coup sûr une insuffisance de la formation des professeurs ». Ce constat sur la situation de l'enseignement de la géométrie nous a poussés à nous intéresser aux difficultés que pouvaient rencontrer les élèves à l'école primaire. Aujourd'hui encore, nous constatons que malgré les progrès du numérique, qui ouvrent de nouvelles perspectives à l'enseignement de la géométrie, il y a une résistance forte face à la géométrie. Cette affirmation de l'existence de difficultés en géométrie est d'ailleurs validée par l'Etude de la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) réalisée en 2014 sur les résultats en mathématiques en fin de collège. En effet, on constate une augmentation importante du pourcentage d'élèves de faible niveau qui passe de 15% à 19,5%, soit une augmentation de près d'un tiers. De plus, nous remarquons que les élèves réussissent mieux les items de « gestion de données » que ceux de « géométrie » ou de « nombres et calculs ».

Alain Kuzniak (1998) explique que « les difficultés relèvent essentiellement de la confusion entre l'objet mathématique et l'objet tracé. Elles créent des obstacles sur la notion de point, de droite et plus généralement sur celle de figure ». Sortir de la vision iconique serait donc indispensable pour accéder aux différents modèles de géométrie : naturelle, axiomatique naturelle ou formelle.

« L'enseignant de 6<sup>e</sup> va devoir assurer le passage d'une géométrie expérimentale à la géométrie de démonstration qui sera à la base de l'enseignement des mathématiques dans les classes suivantes du second degré. La gestion « douce » de cette rupture semble bien difficile pour l'enseignant de 6<sup>ème</sup> qui préférera souvent « reprendre à zéro », ce qui est mal acquis pour certains élèves ». Dans cette optique, les enseignants du primaire et plus particulièrement ceux de fin de cycle 2 CE2 ont un rôle très important à jouer. L'ensemble des enseignements qu'ils proposent aux élèves doivent favoriser une transition efficace

et favorable entre le primaire et le secondaire. Les difficultés des élèves face aux activités géométriques, repérées lors de nos différentes lectures, nous ont amené à axer nos recherches sur les modalités d'apprentissages de la géométrie en fin de cycle 2 CE2.

## 2. Contexte

### 2.1. Définition de la géométrie et de la figure géométrique.

Avant toute chose, il convient de définir le terme géométrie, sur lequel seront axés nos propos tout au long du document.

Si l'on revient à l'étymologie du terme grec « géométrie », nous pouvons d'abord définir la géométrie comme la science de la mesure du terrain. Euclide, célèbre mathématicien de la Grèce antique, définissait la géométrie comme la science des figures de l'espace et disait « en géométrie, il n'y a pas de chemin réservé aux rois ». On retrouve par-là l'idée de la nécessité d'un apprentissage de qualité, car ce n'est que par le savoir et la compréhension que l'on peut donner du sens à cette discipline. On distinguera la géométrie plane (à deux dimensions) de la géométrie dans l'espace (à trois dimensions). Dans notre document, nous centrerons nos propos sur la géométrie plane et donc sur les figures géométriques sur un espace à deux dimensions. Avant de présenter les prescriptions des textes officiels à propos de l'enseignement de la géométrie, définissons ce qu'est une figure géométrique.

Pour cela nous nous appuyons sur le travail de Michel Demal et de Danielle Popeler qui proposent, sur le site internet de [l'unité de valorisation de la géométrie des transformations \(UGVT\)](http://www.uvgt.net/theofigsol.pdf)<sup>1</sup>, la définition suivante :

« Par définition, les figures géométriques sont formées de côtés et de sommet de telle manière que :

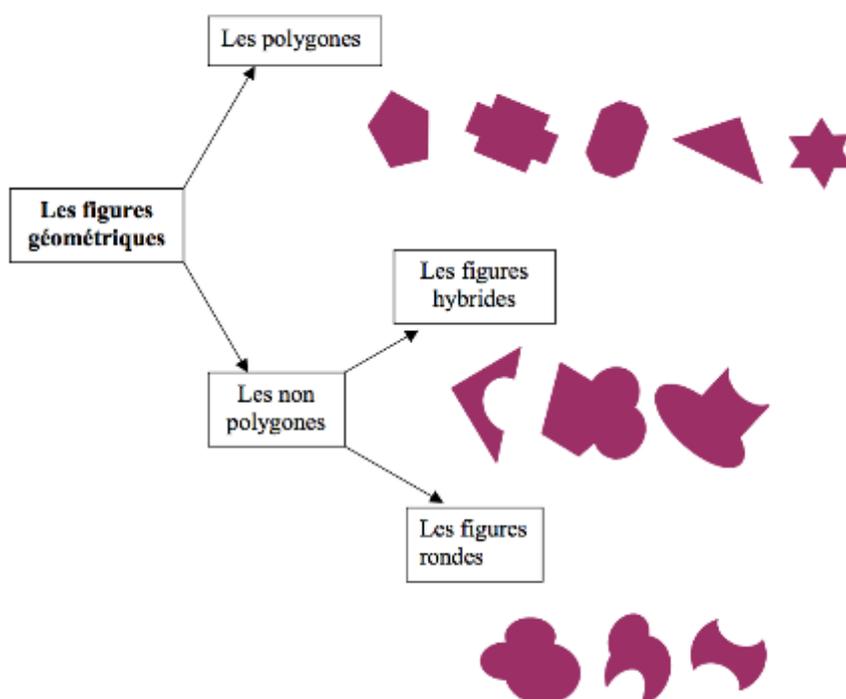
- Les sommets sont des points et les côtés sont soit droits soit courbés ;
- Les côtés droits sont des segments de droite dont les extrémités sont des sommets ;
- Les côtés courbes sont tantôt des courbes fermées sans sommet, tantôt des arcs de courbe dont les extrémités sont des sommets ;
- Les côtés courbes sont "lisses", sans aspérité (sans pointe) sauf éventuellement aux sommets ;

---

<sup>1</sup> [www.uvgt.net/theofigsol.pdf](http://www.uvgt.net/theofigsol.pdf)

- Tout sommet est l'extrémité d'exactly deux côtés ;
- La figure est en une seule partie (connexe), ce qui signifie qu'il est possible de passer de tout point de la figure à tout autre point de la figure sans quitter celle-ci ;
- Deux côtés droits consécutifs ne sont jamais alignés. »

Ensuite, les auteurs du document précisent l'existence de 3 types de figures géométriques dans le plan : les polygones, dont les côtés sont des segments de droites, les figures rondes, composées de côtés courbes, et les figures hybrides composées d'au moins un côté droit et d'un côté courbe. Voici un diagramme illustrant cette classification :



A l'école élémentaire, la plupart des activités géométriques de construction, de reproductions ou de restauration sont axées sur les polygones. Comme nous pouvons le constater, il existe une infinité de polygones. Certains sont très familiers des élèves, et ce dès la maternelle : le triangle, le carré, la croix, l'étoile. D'autres le sont beaucoup moins et sont alors sources de difficultés pour de nombreux élèves qui y sont confrontés. L'activité de reproduction suppose une analyse de la figure et va donc nécessiter de la part de l'élève des capacités de repérage de sous-figures de base, de relations ou liens entre ces figures. L'élève devra établir également une chronologie dans ces actions pour reproduire la figure. Les activités de reproduction, de restauration, de construction

s'inscrivent bien dans les objectifs attendus dans les textes officiels, ces différentes opérations sont vues comme des activités de résolution de problèmes et vont ainsi mobiliser de la part des élèves des connaissances sur les figures usuelles et seront l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique.

## 2.2. Comment les Textes officiels abordent-ils la figure géométrique à l'école élémentaire ?

Afin d'avoir la vision la plus exacte de ce qui est attendu des élèves en géométrie à la fin du palier 2 (fin de CE2), nous nous sommes appuyés sur les programmes de 2008 ainsi que sur les programmes qui seront mis en application à la rentrée 2016.

Programmes 2008	Programmes 2016
Reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels.	Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels.
Percevoir et reconnaître quelques relations et propriétés géométriques : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs. Percevoir et reconnaître parallèles et perpendiculaires.	Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).
Situer un objet par rapport à soi ou à un autre objet, donner sa position et décrire son déplacement.	(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations.

Nous constatons que les programmes de 2016 sont dans la continuité de la logique de ceux de 2008. Cependant le texte de 2016 propose un enrichissement des propriétés géométriques (par exemple les notions d'égalité d'angle, d'agrandissement et de réduction). L'élargissement des notions favorisera le raisonnement déductif des élèves. De plus, les programmes de 2016 insistent sur l'importance de la résolution de problèmes dans tous les domaines : nombres et calculs, grandeurs et mesures, organisation et gestion

de données ainsi qu'en géométrie. Les notions de géométrie plane et les connaissances sur les figures usuelles s'acquièrent à partir de résolution de problèmes (reproduction de figures, activités de tri et de classement, description de figures, reconnaissance de figures à partir de leur description, tracés en suivant un programme de construction simple). La reproduction de figures diverses, simples et composées est une source importante de problèmes de géométrie dont on peut faire varier la difficulté en fonction des figures à reproduire et des instruments disponibles. Les concepts généraux de géométrie (droites, points, segments, angles droits) sont présentés à partir de tels problèmes.

Au cycle 2, les élèves se familiarisent avec la géométrie. Ils apprennent dans un premier temps à reconnaître et nommer les figures simples (carrés, rectangles, triangle et triangle rectangle) et s'initient de ce fait à un premier vocabulaire propre à la discipline. Qui plus est, ils apprennent à reproduire et tracer certaines figures géométriques à l'aide d'instruments (règles et équerre) ou de techniques (papier calque par exemple).

Au cycle 3, l'enseignement de la géométrie assure un passage d'une reconnaissance perceptive des figures à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracés et de mesures. Les élèves y apprennent les propriétés leur permettant par la suite de participer à des activités géométriques de description, de construction ou de reproduction (alignement, perpendiculaire, parallèle, symétrie, milieu, égalité de longueur...). Ils s'exercent également à l'utilisation de techniques et d'instruments variés : règle, équerre, compas, calque, papier quadrillé, pointé, uni, pliage...

Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. Elles sont aussi une occasion de fréquenter de nouvelles représentations de l'espace (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus...).

### **2.3. Questionnement initial.**

Quelles situations d'enseignement pourrait-on créer en géométrie en cycle 3 pour favoriser le passage de l'école élémentaire au collège, durant lequel les élèves rencontrent souvent de grandes difficultés ?

## 3. Cadre Théorique

### 3.1. Difficultés et obstacles rencontrés par les élèves.

En faisant des recherches sur les difficultés rencontrées par les élèves, liées à la géométrie, nous nous sommes arrêtés sur l'article, de Raymond Duval et Marc Godin (2005). L'article propose des solutions pour sortir de la vision iconique (passage du dessin à la figure) qui est un obstacle épistémologique, afin d'accéder à la démonstration au collège, et passe par la déconstruction dimensionnelle de la figure. Par exemple, au collège pour vérifier la nature d'une figure on peut se servir des diagonales qui ne sont pas immédiatement perceptibles, elles existent mais ne sont pas représentées. Pour amener les élèves à cette déconstruction, les auteurs insistent sur l'importance du choix de la figure et de la progression des instruments à utiliser pour les reproduire. Les instruments à la disposition des élèves sont une variable didactique des situations d'apprentissage qui va progressivement obliger l'élève à reconnaître la figure comme un assemblage de lignes. Cet article nous invite finalement à engager une réflexion sur l'enseignement de la géométrie en élémentaire. Pour les auteurs, l'analyse d'une figure est vue comme un assemblage par juxtaposition ou superposition et une des difficultés est de passer de l'un à l'autre.

Nous reprenons ici un exemple de vision figurative proposé par Duval et Godin (2005) où l'élève aura tendance à voir un bonhomme (image 1), ce qui est un obstacle pour la reproduction. Il est donc indispensable de passer à un assemblage par superposition pour reproduire fidèlement la figure (image 2).

Image 1

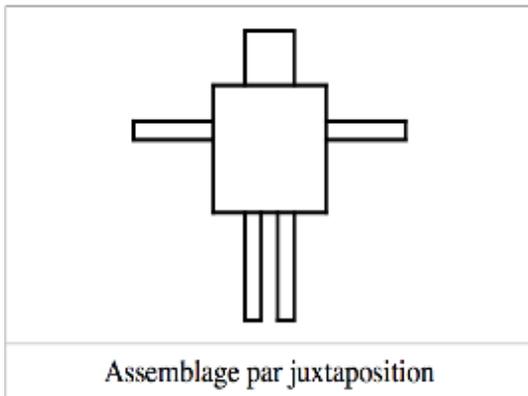
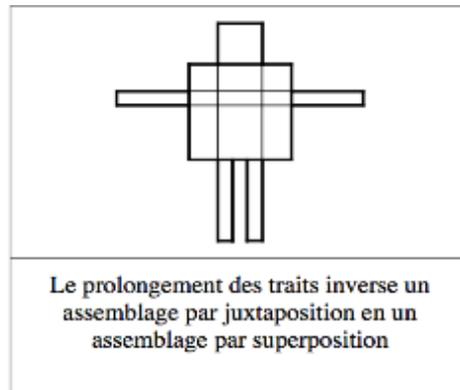
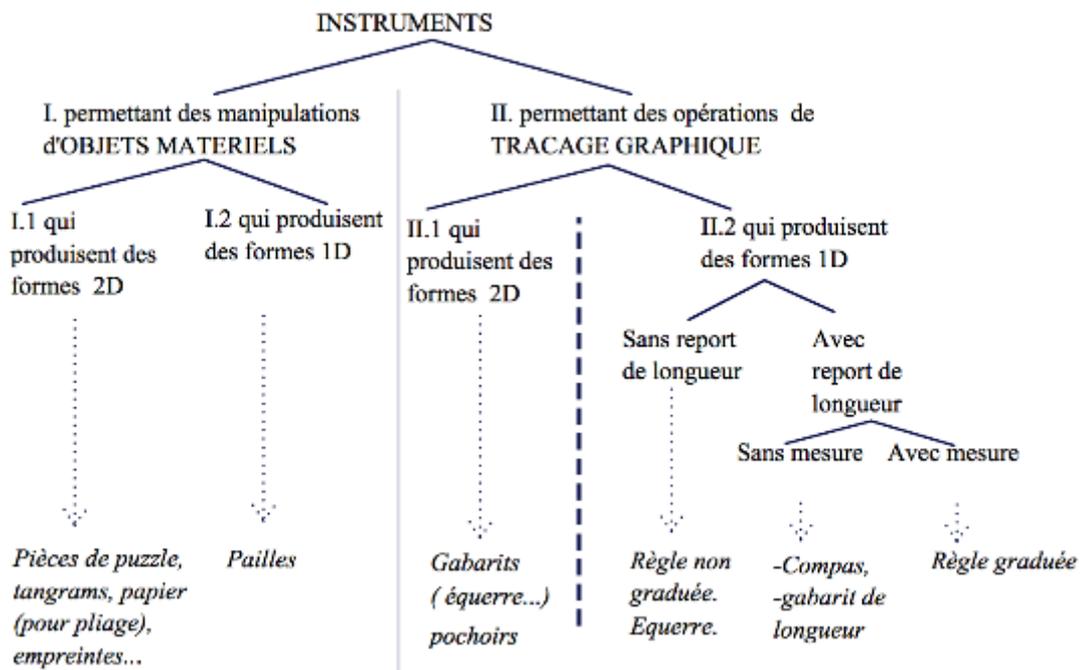


Image 2



Nous dressons une liste des différentes catégories d'instruments utilisés en géométrie classés par production de formes 3D/2D ou 1D. Pour notre recherche, nous avons privilégié les instruments permettant les opérations de traçage graphique, produisant des formes 1D et sans report de longueur. Nous nous sommes basés sur l'arbre des instruments de Duval et Godin 2005 pour arrêter notre choix.



Pour compléter notre étude, nous nous sommes appuyés sur l'article de Perrin-Glorian (2007) qui propose une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. L'article permet une approche différente de l'enseignement classique. En effet, les auteurs ont constaté que les enseignants privilégiaient à l'époque une approche du simple au complexe dans les classes. Les

savoirs sont abordés dans un ordre usuel (droites et segments, puis parallèles et perpendiculaires, figures planes et construction, figures composés et solides). La complexité va ainsi croissante dans le nombre de traits de la configuration géométrique. Cependant, le travail de reproduction de figures se limiterait à la reproduction de figures de base. Les auteurs affirment que pour accéder à une déconstruction dimensionnelle, les élèves doivent se trouver dans une situation de résolutions de problème à partir de figure complexe. Dans leur article, les auteurs proposent des situations en cycle 3 qui vont permettre de développer des habiletés en analyse géométrique. Un exercice à partir d'une amorce de figure et d'une règle non graduée va inciter l'élève à travailler sur la notion d'intersection de droites, de prolongement.

Dans l'exemple ci-dessous, pour reproduire la figure 1, il faut partir de l'amorce (fig. 2) puis dégager la trame (fig.3), c'est-à-dire les points importants par intersection de droites qui permettront progressivement la reconstruction de la figure initiale.

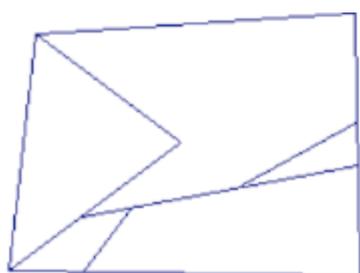
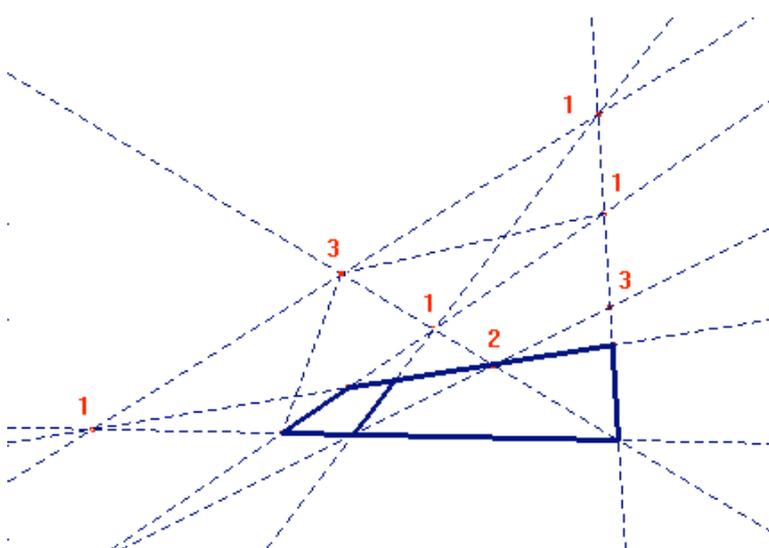


Figure 1



Figure 2



Le choix de la figure est une variable didactique qui permettra de travailler l'analyse géométrique. Les auteurs rappellent que le travail de reproduction doit donner lieu à une

institutionnalisation qui mettra en exergue des propriétés géométriques implicites que les élèves transcriront dans leur cahier. Ces savoirs implicites font défaut aux élèves et expliqueraient en partie les difficultés au collège. Cet article vient compléter l'apport de Raymond Duval et Marc Godin en partant non pas de la reproduction mais de la restauration de figures, qui va nécessiter de construire les points nécessaires par intersection des lignes qui correspondent à la trame de la figure. La trame de la figure permet de porter un autre regard et favorise la déconstruction dimensionnelle.

### 3.2. Pourquoi une restauration plutôt qu'une reproduction ?

Parce que l'élève sera amené à raisonner sur la différence entre la figure modèle et l'amorce. L'élève devra identifier dans la figure modèle les sous-figures caractérisant l'amorce. Pour résoudre le problème, il devra s'orienter vers le prolongement de certains tracés de droites pour chercher des intersections qui mettent en lumière un point important pour reproduire fidèlement le modèle ou bien chercher des alignements. La reproduction sans amorce de figures quant à elle ne nécessite pas la construction d'intersections de droite, c'est pourquoi nous avons privilégié la restauration.

En tenant compte des préconisations de ces deux articles, nous avons pu construire plus précisément notre problématique. Ainsi, nous avons choisi de privilégier une figure de restauration pour affiner notre questionnement.

Favrat (2005) confirme l'importance de travailler sur des figures à compléter pour limiter l'empressement des élèves à tracer sans prendre le temps de la réflexion sur la stratégie à adopter. L'auteur parle de « pause réflexive ». Compléter une figure va obliger l'élève à prendre le temps de l'analyse des différences entre les figures avant de se lancer dans les tracés.

Dans un second temps nous nous sommes interrogés sur le support à privilégier pour favoriser les apprentissages des élèves. Favrat préconise le papier uni pour forcer le raisonnement déductif.

Enfin, un dernier point nous a semblé essentiel dans la construction de notre problématique : le langage géométrique. Ainsi, nous nous sommes appuyés sur un article de Mathé (2004) qui rappelle que le raisonnement déductif est fondamental en géométrie. Il souligne la difficulté des élèves à nommer de façon précise et sans équivoque les objets géométriques (et leurs propriétés) et à donner du sens au vocabulaire de la géométrie.

Mathé rappelle l'importance du débat argumentatif entre élèves, ceux-ci seront ainsi obligés de justifier leurs hypothèses de les confronter avec celles de leurs pairs. Ils seront ainsi amenés à comprendre l'intérêt de disposer d'un vocabulaire géométrique commun qui servira de corpus de référence. En effet, Mathé insiste sur l'importance pour les élèves de se doter d'un corpus de référence qui est un ensemble d'énoncés «élémentaires» dont la valeur de vérité doit être préétablie et admise par tous.

### **3.3. Un des obstacles : la démotivation. Nécessité de créer des situations suscitant le plaisir**

L'ouvrage de Michel Bourbion, Bernard Da Costa, Jean-François Jamart et Nicole Pannetier(2006) nous a servi de référence.

Cet ouvrage propose des activités géométriques pour lesquelles l'élève sera impliqué au maximum. La recherche, l'essai et l'erreur y sont volontiers acceptés et les situations proposées sont des plus concrètes pour les élèves. Ce livre met de ce fait la motivation et le plaisir de la pratique au centre des apprentissages. Ces idées sont d'ailleurs présentées dès la page de présentation : « nous avons développé des activités géométriques plaçant l'enfant dans des situations où il s'implique, agit et crée. « Nous pensons qu'un problème vivant, voire ludique, pas trop bavard, plutôt concret permet à l'élève de trouver des conditions favorables pour entrer dans une vraie recherche mathématique, y trouvant de l'intérêt et même du plaisir ». A noter que ce document est le fruit de nombreuses recherches menées à l'Irem Paris-Nord, réalisées au contact d'élèves variés (plus ou moins réceptifs aux mathématiques et éprouvant pour certains de grandes difficultés face aux activités géométriques, pour d'autres de grandes facilités). Dans cette optique, le livre propose un important panel d'exercices pour lesquels chaque enfant sera en mesure d'être en situation de réussite : « Certain élèves, considérés comme faibles en mathématiques, révèlent souvent des qualités en ce domaine (le dessin géométrique raisonné) qui peuvent leur (re)donner confiance et les (re)lancer dans leurs apprentissages. Ce document apparaît être un support de qualité durant la phase d'apprentissage de notre séquence et nous a permis de réinvestir quelques exercices.

Cet ouvrage se divise en deux grandes parties proposant chacune d'elle une progression intéressante pour une année scolaire. La première partie est plus axée sur les

apprentissages de l'œil et de la main : apprendre à regarder des figures pour les voir et les reproduire. Voici ce qui est mis en avant dans le livre : « l'observation de figure est en effet essentielle en géométrie : reconnaître des figures usuelles planes ou spatiales, les formes, les directions, ... Il nous est souvent apparu qu'il existait de grandes disparités dans les classes ; certains « voient », d'autres non. L'expérience montre que ceux qui « ne voient pas » sont, hélas, lourdement pénalisés dans la suite de leur parcours ». On retrouve donc bien ici l'idée de François Boule sur le déficit de connaissance.

La deuxième partie de l'ouvrage axe les situations d'apprentissage sur la maîtrise des instruments (le crayon, la règle, le compas et la gomme) en proposant une initiation à l'analyse et au raisonnement. Les auteurs de ce document défendent ici l'idée selon laquelle la pratique de ces activités de dessin raisonné permet d'accompagner au mieux l'élève lors de son passage de l'approche instrumentée de l'école élémentaire à l'approche axiomatique du collège : « la recherche d'indices pertinents, éléments nécessaires à la construction d'une figure, montre que le raisonnement géométrique ne se réduit pas à l'apprentissage formel de la démonstration ».

On retrouve un enseignement classique au sens de M.-J. Perrin-Glorian, l'apprentissage sur figure complexe y est peu abordé. L'essentiel des situations se font sur papier quadrillé et restent axées sur des figures usuelles.

### 3.4. Problématique et hypothèse.

#### **Problématique**

Quelle situation d'enseignement peut amener progressivement les élèves de fin de cycle 2 ou début de cycle 3 à construire la trame d'une figure favorisant ainsi la déconstruction dimensionnelle 2D/1D/0D et amener les élèves à se créer un corpus de référence ?

#### **Hypothèse**

La restauration de figure complexe en CE2 pousse à enrichir le vocabulaire de la géométrie, amène au raisonnement déductif et favorise la déconstruction dimensionnelle.

## 4. Méthodologie

Afin de prouver notre hypothèse sur l'intérêt de la restauration de figure complexe pour la déconstruction dimensionnelle, nous expliquerons dans un premier temps les spécificités de notre choix de figure puis nous effectuerons une analyse de quelques exercices effectués en classe de CE2 afin de mettre en valeur leur absence de complexité, ne permettant pas particulièrement de favoriser la déconstruction dimensionnelle. Par ailleurs, ces exercices nous serviront d'évaluation diagnostique nous permettant ainsi de constituer un groupe d'élèves ayant certains prérequis pour aborder ces notions.

Nous nous sommes appuyés sur un exercice de restauration de figure complexe tiré de l'article de Perrin-Glorian (2007). L'objectif sera d'identifier les propriétés d'alignement et de déterminer des points importants pour le tracé pour mettre en évidence la trame de la figure.

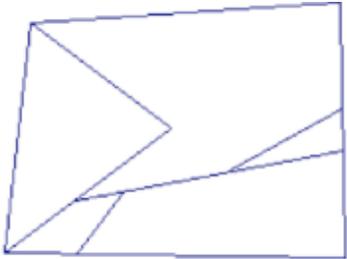
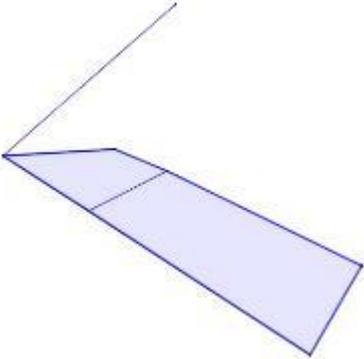
Dans notre hypothèse, nous partons d'une figure complexe, la situation choisie ne comporte aucune figure remarquable. Par figure remarquable nous entendons figures avec lesquelles les élèves ont l'habitude d'être en contact lors des situations d'enseignement en mathématique aux cycles 2 et 3 (carré, rectangle, triangle, cercle, losange...). De plus, celle-ci devrait favoriser la déconstruction dimensionnelle car elle oblige à tracer la trame de la figure sur le modèle. En effet, pour réussir l'exercice, l'élève doit repérer les

alignements et déterminer les points importants par l'intersection de lignes, points sans lesquels la restauration de la figure ne peut se faire de manière exacte. Pour cela il est d'abord nécessaire d'identifier cette partie dans la figure dont elle est extraite. Cette reconnaissance visuelle de la partie dans le tout permettra une analyse des positions relatives de certains éléments de la partie fournie (surfaces, segments ou sommets) avec des éléments de la figure complète, contribuant ainsi à l'acquisition du vocabulaire.

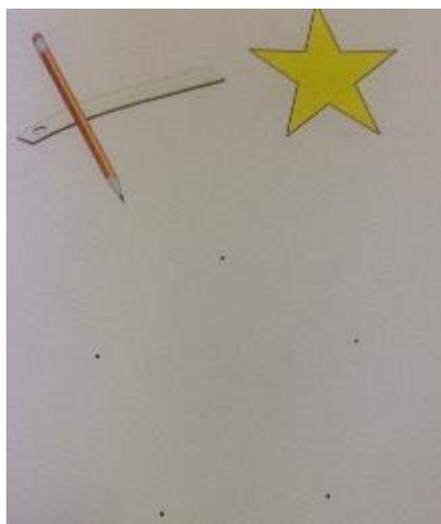
De plus, l'élève sera progressivement amené à constituer son corpus de référence comme le fait qu'un point est défini par l'intersection de deux droites. En effet, nous prévoyons que nos différentes mises en situation pourront permettre aux élèves d'intégrer que chacun des points qu'ils font apparaître sont en fait l'intersection de deux prolongements de droites et il faudra également privilégier la croix qui manifeste plus précisément l'intersection que le point.

Proposer cette situation aux élèves et analyser leur mise en activité ainsi que leurs productions devrait a priori permettre de tester notre hypothèse.

De plus Barrier (2014), préconise le changement d'échelle pour éviter les reports de longueur et conseille de changer l'orientation de l'amorce. En effet, la position oblique de l'amorce vise à mettre l'accent sur les relations entre sous-éléments d'une même figure et les élèves ne pourront s'aider ni de l'orientation des bords de la feuille, ni de celle de la figure modèle. Cette variable didactique, que nous avons choisi d'apporter à cette situation de restauration, amènera a priori les élèves à pousser leur activité d'analyse et d'observation. En effet, changer l'orientation de la feuille apparaît ici être indispensable pour l'élève. Cette variable permettra d'amener les élèves à comprendre que deux figures peuvent être semblables bien que leurs orientations ne le soient pas (c'est en effet uniquement par superposition que l'on pourra vérifier que deux figures sont similaires). De plus, la position oblique de l'amorce empêchera les élèves d'utiliser d'autres critères que la réalisation de la trame de la figure.

Modèle	Amorce
	

Pour justifier notre choix de figure, nous nous sommes fondés sur d'autres situations :



Cet exercice est tiré de l'ouvrage de Bourbion (2006). Bien que celui-ci apporte des difficultés liées à l'agrandissement, une amorce qui se réduit à quelques points, les élèves peuvent reproduire le modèle sans forcément amener à la déconstruction dimensionnelle. En effet, il est possible de relier les points, tracer des segments approximatifs à la règle, supprimer les traits inutiles sans avoir à prendre des informations sur le modèle avec l'instrument.



Ce second exercice tiré du même ouvrage peut également ne pas amener les élèves à la déconstruction dimensionnelle, ceux-ci comme précédemment pourront relier les points et effacer les traits inutiles sans pour autant effectuer une analyse approfondie du modèle et s'intéresser à l'alignement des points ou tracer des segments non immédiatement perceptibles.

<i>Instruments : Un gabarit déchiré et une seule règle.</i>	
<i>Etape 1 :</i>	<i>Etape 2 :</i>
<i>Etape 3 :</i>	<i>Etape 4 :</i>
<i>Etape 5 :</i>	

Contrairement aux deux situations précédentes, cet exercice tiré de l'article de Duval et Godin (2005) va obliger les élèves à prolonger les lignes avec la règle non informative et à procéder à une intersection de lignes pour révéler le sommet manquant. On se situe bien dans une problématique de déconstruction dimensionnelle.

Néanmoins, la figure n'est pas assez complexe, elle ne nécessite pas le traçage d'une trame et est limitée en terme d'enrichissement du vocabulaire. De ce fait, cet exercice ne s'inscrit pas suffisamment dans le raisonnement déductif.

Nous centrons notre recherche sur la capacité des élèves à résoudre des problèmes de reproduction et de construction, que l'on trouve dans les progressions du cycle 2 et plus précisément de la classe de CE2. Il apparaît en effet indispensable de maîtriser ces compétences avant l'entrée au collège. En effet, celles-ci sont des prérequis pour le passage de la géométrie instrumentée à la géométrie axiomatique (pour laquelle l'élève doit raisonner pour reconnaître).

Toutefois, ces situations seront d'abord proposées pour nous permettre d'évaluer les acquis des élèves, et d'envisager la continuité avec la situation de recherche qui ne doit concerner que les élèves n'ayant pas de difficultés techniques. En effet, il s'agit ici d'une situation de recherche. De ce fait, notre objectif est bien ici de tester notre dispositif ainsi que notre hypothèse. C'est pourquoi nous avons décidé de ne pas proposer cette situation aux élèves pour lesquels l'échec traduirait plus un manque d'habileté dans la manipulation des instruments qu'une incapacité à construire la trame d'une figure.

A la fin de la situation de recherche nous proposerons une phase de verbalisation, institutionnalisation durant laquelle les élèves du groupe restreint pourront proposer leurs différentes stratégies. Nous recueillerons ainsi des informations qui devraient nous permettre de confirmer que les élèves restent dans une vision iconique et ne voient pas le dessin géométrique. Pour amener progressivement les élèves à prendre conscience de cette différence et effectuer ce passage difficile dans un premier temps, il faudra favoriser pour les élèves l'acquisition d'un corpus de référence qui est une étape indispensable pour l'apprentissage de la démonstration au collège. Les élèves seront donc amenés, avec l'étayage<sup>2</sup> de l'enseignant, à énoncer les propriétés géométriques avec le vocabulaire approprié. Dans un deuxième temps, par des exercices ciblés, par la verbalisation des stratégies nous pensons que les élèves prendront plus le temps de la réflexion avant de se

---

<sup>2</sup> Le concept d'étayage en pédagogie renvoie à la théorie de l'américain Bruner (1983) et à l'intervention de l'adulte dans l'apprentissage de l'enfant : "L'étayage (désigne) l'ensemble des interactions d'assistance de l'adulte permettant à l'enfant d'apprendre à organiser ses conduites afin de pouvoir résoudre seul un problème qu'il ne savait pas résoudre au départ. "

lancer dans les solutions immédiates. En effet, les différentes phases de verbalisation sont pour nous des temps propices afin de mesurer l'efficacité ou non de nos situations proposées et donc petit à petit répondre à notre hypothèse de départ.

#### **4.1. Situation de recherche**

L'objectif de cette situation de recherche est de favoriser la déconstruction dimensionnelle 2D/1D/0D pour les élèves de fin de cycle 2, en CE2, ou début cycle 3. Cette approche permettra aux élèves d'être dans une posture réflexive dans leurs actions afin de résoudre le problème. Le rôle de l'école est justement de sortir du genre premier affectif ou utilitaire (géométrie naturelle), de passer progressivement à une prise de distance, de recul sur l'objet géométrique et ainsi accéder progressivement à une géométrie axiomatique naturelle ou formelle, et aussi de développer des compétences métalinguistiques (en verbalisant sur les propriétés, les déductions) ou métacognitives (stratégies à élaborer pour résoudre un problème). C'est une attitude critique qu'il faut que les élèves adoptent et la pratique des mathématiques peut aller dans ce sens. Les élèves doivent prendre conscience que le dessin n'est qu'une représentation d'un objet idéal non matériel. Pour transposer les termes de Saussure (1964) en linguistique sur le signifiant (mot) et le signifié (concept) en géométrie, le dessin serait ici le signifiant et la figure le signifié. Comme pour la lecture où il est nécessaire de dissocier le sens et les mots, nous pouvons faire le parallèle avec la géométrie et dissocier la vision iconique et la vision figurative. Ainsi, passer du dessin au dessin géométrique, choisir les bons instruments, confronter les hypothèses avec ses camarades, participe au développement intellectuel de l'élève. La pratique de la géométrie est très révélatrice de cette posture réflexive car elle demande aux élèves de se tourner vers l'abstraction. Combiner reproduction et restauration de figures, variété des instruments et transcription des propriétés géométriques devrait permettre aux élèves de mieux appréhender le passage de la vision instrumentée à la démonstration au collège en développant leurs habiletés et en enrichissant leur langage mathématique (droite, segment, point).

Cette situation devrait permettre à notre recherche sur l'enseignement de la géométrie de recueillir des informations sur l'apport de la restauration de figures qui est peu utilisé

dans les manuels, et pour les élèves de faire émerger plusieurs connaissances propices aux apprentissages qui se décomposent ainsi :

### **Connaissances mathématiques**

- Les sommets des figures sont des points.
- un point se construit par l'intersection de deux droites ; c'est en particulier facile s'il est à l'intersection de deux-droites déjà présentes sur le dessin ;
- un segment est porté par une droite qu'on peut prolonger autant qu'on veut sur le dessin, de chaque côté ;
- il suffit de deux points pour tracer une droite ;

Toutes ces connaissances vont dans le sens de ce que préconise Mathé dans son article. Celle-ci insiste sur l'importance du raisonnement déductif qui est fondamental en géométrie. Et pour qu'il y ait raisonnement déductif il faut pouvoir s'appuyer sur un corpus de référence (ensemble d'énoncés élémentaires admis par tous) comme mentionné ci-dessus. Mathé souligne la difficulté qu'ont de nombreux élèves pour nommer de façon précise et sans équivoque les objets géométriques et à donner du sens au vocabulaire de la géométrie (par exemple les élèves parlent de formes pour désigner solides et figures planes). La compréhension de la nature des figures est subordonnée au vocabulaire et à son sens. Ces connaissances permettent alors, à l'élève qui les détient, d'être capable de proposer les stratégies suivantes lors de situations de reproductions géométriques.

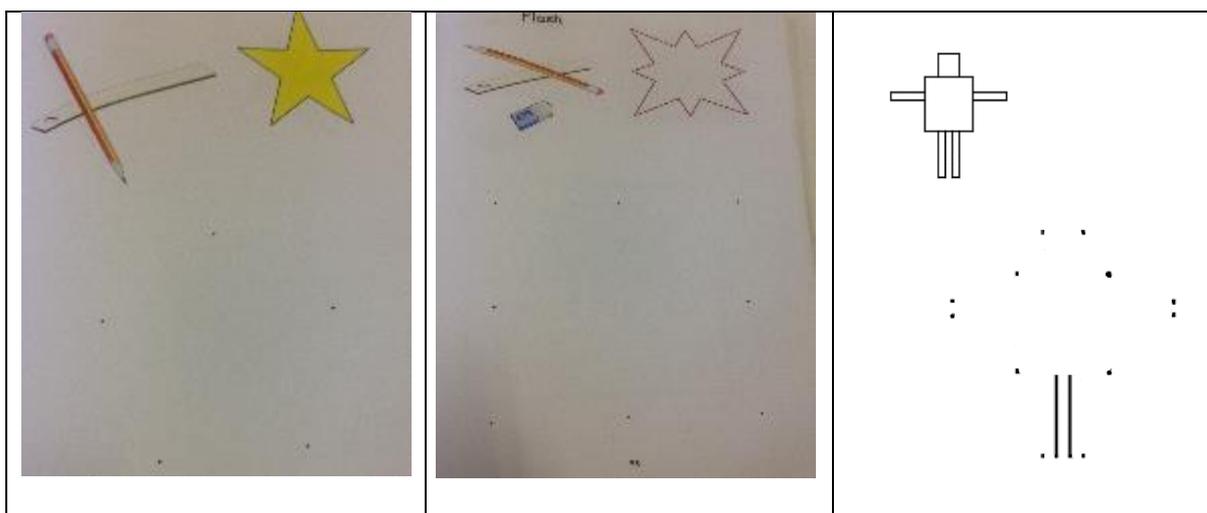
### **Stratégies de reproduction :**

- Prolonger des droites pour déterminer un point important.
- Faire apparaître des droites qui ne sont pas immédiatement perceptibles sur le modèle.
- Rechercher des alignements pour voir si le point qu'on veut construire est aligné avec deux points qu'on a déjà, ce qui facilite son tracé.

## 4.2. Observations et analyse des séances proposées à deux classes de CE2.

Les activités de recherche qui vont être proposées ont été menées en classe de CE2. Au cours de ces séances les élèves ont travaillé par petits groupes pendant une heure. Les données dont nous disposons consistent en une prise de photos, d'enregistrements vidéos que nous avons partiellement transcrits ainsi que de la récupération des travaux effectués par les élèves : les premiers jets, les étapes intermédiaires, les stratégies adoptées par les élèves et les productions finales. Dans les séances, nous avons le souci constant de rendre l'élève acteur et que le problème lui soit dévolu. Les exercices proposés s'inscrivent dans cette démarche et sont familiers des élèves qui se lancent facilement dans l'activité. De plus, pour faire preuve de vigilance didactique, nous avons essayé d'être le plus clair possible dans la transmission des consignes données pour la réalisation de la tâche demandée. En effet, nous avons constaté lors de la mise en œuvre de l'activité que les stratégies adoptées peuvent différer selon ce qui est transmis aux élèves. Notre travail en binôme nous a permis d'ajuster nos séances grâce aux retours que nous nous sommes fait au sujet des réussites ou des obstacles vécu lors des mises en situation.

### Analyse a priori séance 1



La séance 1 est une séance de découverte pour les élèves. Elle nous permettra de mettre en avant la difficulté qu'ont les élèves de sortir de la vision iconique. Par le biais du calque, nous leur ferons constater le contraste avec le résultat attendu. Par ailleurs, la reproduction de figure sur papier uni est une mise en situation inédite pour la plupart des élèves de CE2 qui composent nos deux classes. Dans cette optique, au vu de l'expérience des élèves sur ce type de situation nous mettons les élèves en situation de recherche.

Nous avons fait le choix du travail en petit groupe car l'interaction entre pairs va permettre de déstabiliser les représentations des élèves comme le souligne le philosophe des sciences Karl Popper. Travailler en réseau devrait permettre d'atteindre un stade qu'on ne pourrait atteindre seul.

Chacun des groupes d'élèves sera placé en situation de recherche. Il est donc envisageable que les élèves procèdent majoritairement par tâtonnement. Il est également fort probable que les élèves ne pensent pas immédiatement à relier les points (sommets) de l'étoile, ce qui est la procédure de résolution la plus efficace. Pour cette séance nous avons pensé à une modalité de travail en groupe afin de multiplier les chances de réussite des élèves, tout en favorisant les interactions entre ces derniers.

#### **Les procédures d'élèves attendues pour la première figure :**

→ Les élèves repèrent que les points sont les sommets de l'étoile mais reproduisent celle-ci avec approximation (sans relier les sommets). Dans ce cas, les élèves se rendront compte que cette procédure n'est pas acceptable grâce à la vérification via le calque.

→ Les élèves pensent à relier les points sans repérer que ceux-ci sont les sommets de l'étoile. Ils réalisent donc un hexagone. Dans ce cas les élèves n'ont pas besoin du calque pour se rendre compte de leur erreur.

En aval du premier temps de recherche des élèves, nous prévoyons de proposer un temps de mise en commun des différentes stratégies. Cette mise en commun devrait faire apparaître certaines procédures plus efficaces que d'autres et donc amener progressivement les élèves à relier les sommets de l'étoile de manière pertinente. Cette phase apparaît extrêmement instructive pour notre travail de recherche. En effet, celle-ci nous permettra de faire le point, tout d'abord, sur les représentations des élèves puis, ensuite, d'évaluer l'évolution de leurs réussites face à ce genre de situation.

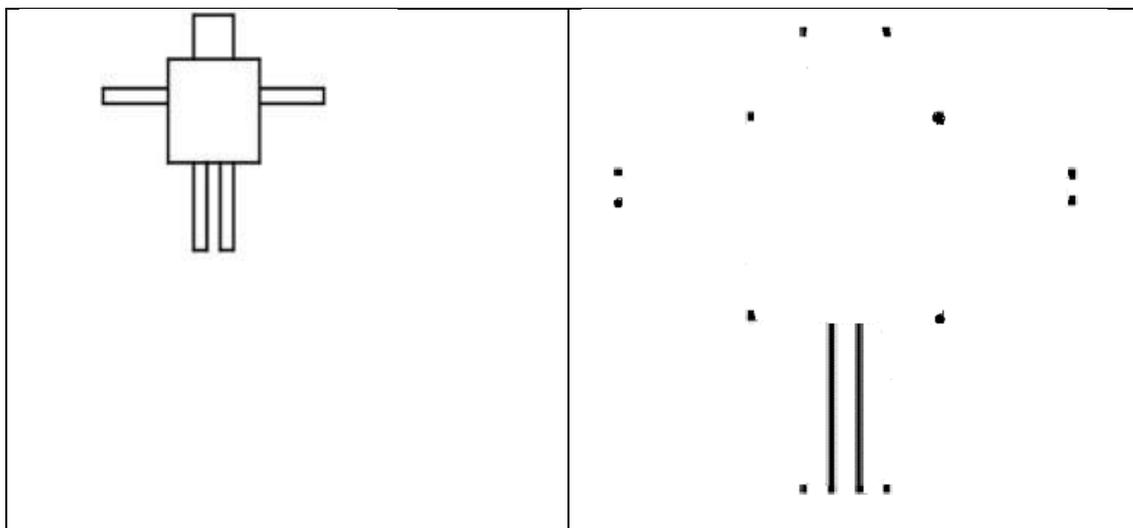
Cependant, il est fort probable que la plupart des groupes continuent à éprouver de grandes difficultés à reproduire la deuxième figure. Les séances suivantes seront donc nécessaires afin de favoriser le prolongement de lignes par les élèves.

**Difficultés attendues pour la deuxième étoile :**

La deuxième étoile apparaît plus complexe à reproduire. Effectivement, celle-ci est composée de 8 sommets, soit 3 de plus que la première. De ce fait, les droites à tracer seront plus difficiles à repérer. Nous envisageons fortement qu'un grand nombre d'élèves vont tenter de relier les différents sommets de l'étoile (de la même manière que pour la reproduction de la première étoile). Cependant, il est également fort probable qu'une grande partie de ces derniers ne parviennent pas à relier les bons sommets entre eux.

Dans cette optique, nous prévoyons également que l'accumulation des essais erronés sur les feuilles des élèves complexifie encore plus la résolution de la situation de reproduction.

**Analyse a priori de la situation de reproduction du bonhomme.**



Tout d'abord, nous tenons à préciser que nous avons choisi de mettre à disposition des élèves une amorce (voir ci-dessus) comportant les sommets de la figure à reproduire. En

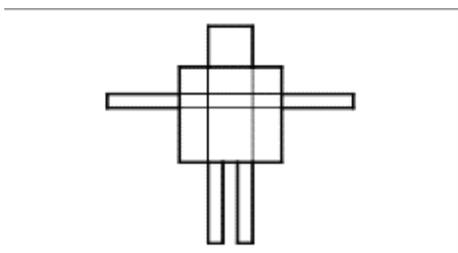
effet, notre objectif est ici le prolongement de droites, l'assemblage par superposition et non la reproduction à l'échelle du bonhomme.

**Réussites attendues :**

. Comme cette activité est placée après celle de l'étoile, nous pensons que les élèves ne s'intéresseront pas au caractère prototypique des figures mais aux alignements et aux prolongements de lignes c'est pourquoi il ne nous est pas apparu nécessaire cette fois d'effectuer une rotation de l'amorce.

**Difficultés attendues :**

Nous pensons que la principale difficulté à laquelle les élèves risquent d'être confrontés est le fait de percevoir cette figure comme un bonhomme et non comme une figure réalisée par juxtaposition de figures connues ou comme un réseau de lignes. Dans cette optique, il est fortement prévisible qu'un certain nombre d'élèves ne pense pas à relier certains points les uns aux autres de la manière suivante :



Effectivement, cette figure ayant un caractère réaliste elle peut poser certains problèmes aux élèves. Nos bras ne sont en effet pas reliés de la sorte et notre tête n'est pas reliée à nos jambes non plus.

De ce fait, nous nous attendons à retrouver des reproductions non fidèles au modèle initial en particulier au niveau des rectangles composant les bras et les jambes ainsi qu'au niveau du carré qui fait office de tête.

## Analyse a posteriori séance 1

### Activité 1 séance 1

Lors de précédentes séances nous avons constaté dans nos deux classes respectives que tous les élèves manipulent correctement la règle graduée. De fait, les activités ne se sont pas limitées à un nombre d'élèves restreint mais bien à toute la classe.

La consigne donnée aux élèves était la suivante : « *Je vais vous demander de reproduire l'étoile que vous avez sur la feuille. Vous la reproduisez sur la feuille là où il y a des points. Elle doit être parfaitement identique au modèle même si elle est agrandie. Elle doit être parfaitement identique. Si elle est pas identique, ce n'est pas bon ça veut dire que vous ne faites pas ce qu'il faut. Vous avez le droit d'utiliser votre règle. Evidemment, je vérifierai votre travail, si ce n'est pas bon vous recommencerez* ».

Pour illustrer les réponses des élèves nous recenserons leurs travaux sous forme de tableaux et de graphiques en distinguant les résultats de la classe A et ceux de la classe B. Les deux classes sont situées toutes les deux en zone d'éducation prioritaire et contiennent le même nombre d'élèves cependant les modalités de travail sont différentes : en 5 petits groupes de 4 élèves pour la classe A et en individuel pour la classe B. Ce choix entre travail de groupe et travail individuel s'explique par le fait que nous souhaitons observer si le travail de groupe avec ses échanges entre élèves (le débat argumentatif) permet une réelle avancée dans la réalisation de la tâche demandée par rapport à un travail individuel.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 1 de la séance 1 pour la classe A. Les colonnes représentent les différentes stratégies mises en place dans les différents groupes d'élèves.

Séance1 classe A	Activité1	Hexagones	Mesures	Reconnaissance de sommets	Reproduction exacte
CE2 Enseignant A 1 groupe = 4 élèves		2 Groupes	2 Groupes	1 Groupe	0 Groupe

[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

Bien que les stratégies des élèves puissent différer, les élèves n'ont pu reproduire de manière identique le modèle. Plusieurs explications peuvent expliquer ces difficultés, une activité de restauration trop inhabituelle mais surtout un manque de vigilance didactique : la consigne n'était pas claire et mathématiquement fausse (reproduire à l'identique une figure agrandie). Aucun élève n'a songé véritablement à observer de façon plus réfléchie le modèle et ils n'ont pas pensé à distinguer des points importants, observer des alignements ou tracer la trame de la figure.

C'est pourquoi dans un second temps, l'enseignant A a donné un indice aux élèves en les incitant à observer des alignements sur le modèle et en les faisant verbaliser. Bien que les alignements aient fait l'objet d'une séance la semaine précédant la réalisation de la tâche, les élèves n'ont pas su réinvestir ou du moins su appliquer cette notion, aussi l'enseignant A leur a rappelé que des points alignés sont sur une même droite.

Certains élèves ont bien tenu compte de cette assistance et ont pris le soin de s'intéresser au modèle, cependant le fait d'être intervenu a probablement influencé les stratégies des élèves et provoqué un effet contrat où ils effectuent ce que l'enseignant attend plutôt qu'un réel changement de procédure. Quelques élèves cherchent désormais les points importants et les alignements mais il est difficile de déterminer si cette activité des élèves est liée à :

- Un effet contrat
- L'exécution d'une nouvelle consigne qui consiste en une étape intermédiaire
- L'adoption d'une nouvelle stratégie de résolution pour l'élève.

Cependant aucun élève n'a éprouvé le besoin de nommer les points et ils n'ont pas pensé à prolonger les lignes qui feraient apparaître des traits non représentés sur le modèle. Nous avons constaté que la vision iconique est très présente chez les élèves et qu'il est indispensable de les guider pour faire ressortir les propriétés géométriques du modèle.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 1 de la séance 1 pour la classe A après assistance de l'enseignant sur la reconnaissance d'alignements.

Séance1 classe A	Activité1	Hexagones	Mesures	Reconnaissance de sommets	Reproduction exacte
CE2 Enseignant A 1 groupe = 4 élèves		0 groupe	0 groupe	0 groupe	5 groupes

[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

L'analyse a posteriori de cette séance nous a permis de mettre au point un certain nombre de réajustements et de remédiations à la situation et plus particulièrement à la passation de consigne et ainsi a permis d'éviter des erreurs liées à la qualité de l'enseignement qui nous écarte de l'objectif. Ces quelques adaptations affineront notre expérimentation.

Tout d'abord, l'enseignant s'est rendu compte que le savoir disponible des élèves (lié à la géométrie) n'était pas à la hauteur de ce qu'il avait prévu lors de son analyse à priori. Dans cette optique, lors de la deuxième réalisation de cette séance, par le deuxième enseignant, celui-ci s'est appliqué à préciser certains termes du vocabulaire géométrique en jeu (sommets, points, droites).

De plus, l'analyse a fait émerger que le fait de ne pas avoir présenté l'étoile au tableau n'a pas permis aux élèves de se questionner davantage sur la figure, de prendre le temps de la réflexion (comme repérer les alignements sans perdre l'intérêt de l'activité). Verbaliser sur le modèle avec les élèves leur aurait permis d'éviter de répéter les mêmes erreurs et donc leur éviter de se lancer uniquement dans une activité de dessin manipulatoire. Ceci aurait permis de leur faire acquérir le vocabulaire géométrique qui leur fait défaut. C'est pourquoi, lors de la séance réalisée dans la classe B l'enseignant B avait préalablement pris soin de réaliser l'étoile en grand format au tableau. Cet ajout dans la séance a permis d'amener les élèves à mettre plus facilement en lien l'étoile avec l'amorce et donc de comprendre que les différents points de celle-ci représentaient en fait les sommets de l'étoile (voir ci-dessous).



Que ce soit en travail par petits groupes ou en individuel, une feuille a été distribuée à chaque élève afin qu'il s'investisse davantage et afin de nous permettre d'observer plus de procédures de réalisations (erronées ou correctes).

Les différentes remédiations : -représenter l'étoile au tableau -verbaliser avec les élèves sur le modèle ont permis à l'enseignant B d'observer que ses élèves parvenaient beaucoup plus rapidement que ceux de la séance réalisée par l'enseignant A à entrer dans l'activité 1. En effet, plusieurs d'entre eux sont parvenus à percevoir les prolongements de lignes permettant la reproduction agrandie de l'étoile.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 1 de la séance 1 pour la classe B

Séance1 activité 1 classe B	Hexagones	Mesures	Reconnaissance de sommets	Reproduction exacte
CE2 Enseignant B	1 élève	3 élèves	14 élèves	3 élèves
Total 21 élèves				

[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

#### *Activité 2 séance 1*

L'activité 2 bien que plus complexe est une activité de consolidation, elle a permis de vérifier si les élèves se lancent toujours dans l'activité de façon immédiate sans analyse du modèle ou prennent le temps d'observer et de recueillir les informations importantes.

La consigne était identique à la première activité, les élèves ont le choix d'appliquer les procédures qu'ils souhaitent.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 2 de la séance 1 pour la classe A

Séance1 activité 2 classe A	Hexagones	Mesures	Reconnaissance de sommets	Prolongement de lignes	Reproduction exacte
CE2 Enseignant A 1 groupe = 4 élèves	0 groupe	0 groupe	0 groupe	4 groupes	1 groupe

[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

Pour la classe B, un grand nombre d'élèves est parvenu à la reproduction de la figure grâce à une aide apportée par le maître. En effet celui-ci, a amené un certain nombre d'élèves à numéroter les sommets de l'étoile (sur le modèle ainsi que sur l'amorce) afin de faciliter l'analyse de la figure et a pu ainsi faire émerger la trame. Observer les sommets s'inscrit dans la déconstruction dimensionnelle dont l'objectif est bien de reconnaître des unités figurales de dimensions inférieures comme le point représenté par les sommets.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 2 de la séance 1 pour la classe B

Séance1 activité 2 classe B	Hexagones	Mesures	Reconnaissance de sommets	Prolongement de lignes	Reproduction exacte
CE2 Enseignant B Total 21 élèves	0 élève	1 élève	10 élèves	6 élèves	4 élèves

### Activité 3 séance 1

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 3 de la séance 1 pour la classe A

Séance1 activité 3 Classe A	Activité non liée à la géométrie	Mesures	Reconnaissance de sommets	Prolongement de lignes	Reproduction exacte
CE2 Enseignant A 1 groupe = 4 élèves	1 groupe	0 groupe	0 groupe	4 groupes	0 groupes

[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

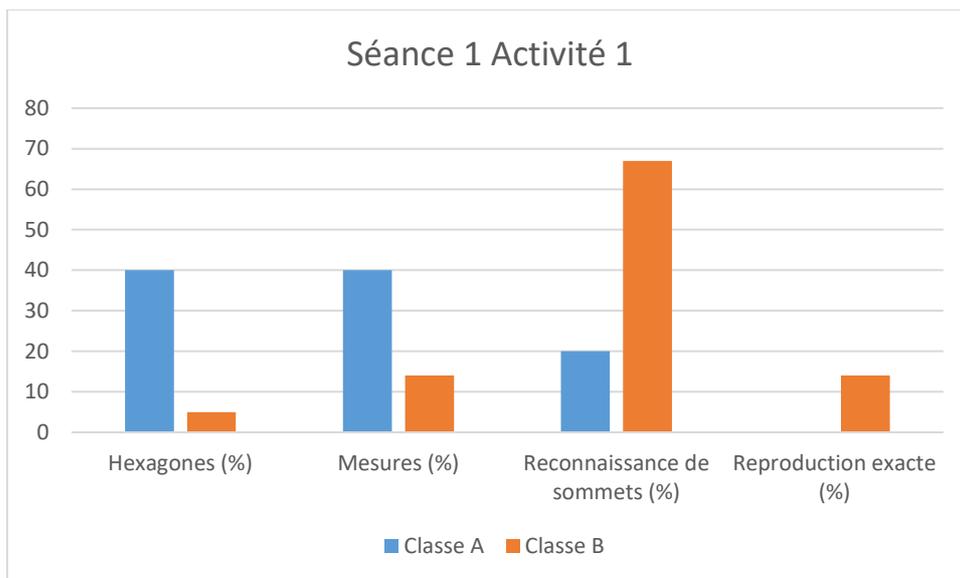
Pour la classe B, l'enseignant a choisi de mettre en place une séance dédiée à la reproduction du bonhomme afin d'observer au mieux les différentes procédures, réussites et difficultés des élèves.

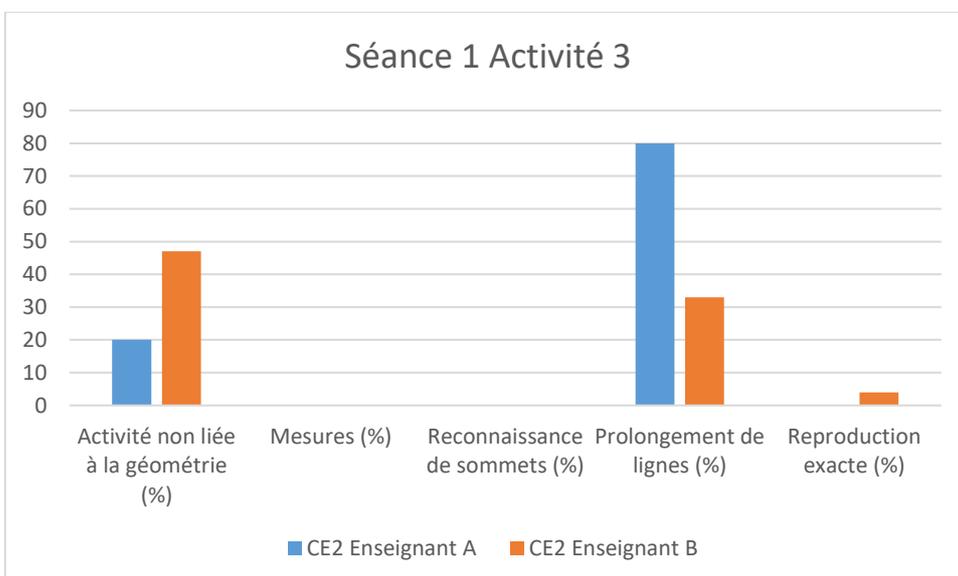
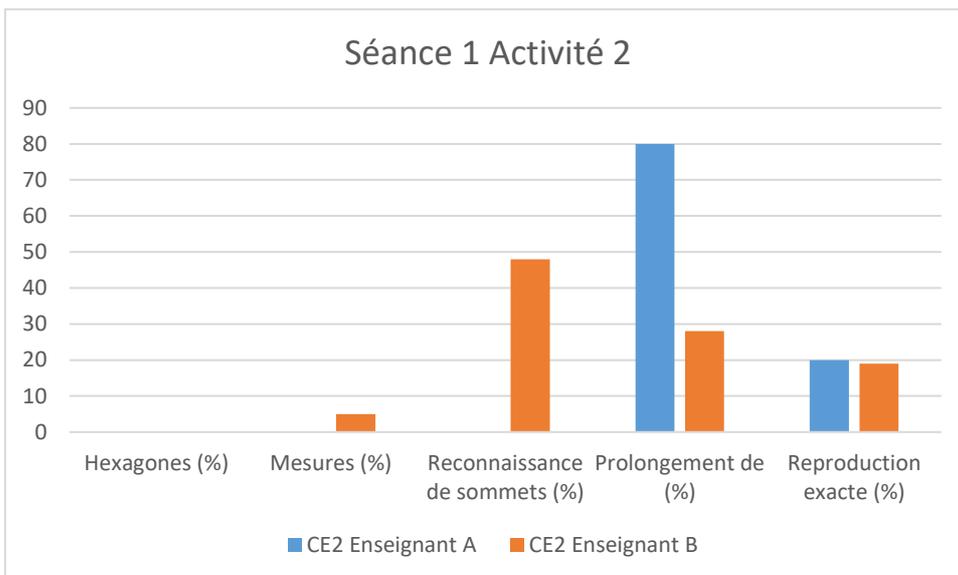
Comme pour les élèves de la classe A, qui ont été confrontés à cette situation, beaucoup d'élèves de la classe B ont été sujets à des obstacles assez similaires. Tout d'abord, l'enseignant B a remarqué qu'un grand nombre d'élèves avait du mal à sortir de la vision iconique du bonhomme et donc qu'ils ne parvenaient à percevoir le prolongement des lignes nécessaires à la reproduction exacte de la figure. L'enseignant B a observé également que pour les élèves ayant songé au prolongement de lignes, la vision iconique est persistante. En effet, on remarque que certains élèves prolongent les lignes qui relient les bras mais pas ceux qui relient les jambes à la tête qui est sans doute moins logique. Le prolongement de lignes à lui seul est une condition nécessaire mais non suffisante au changement de regard dessin-figure.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 3 pour la classe B

Séance1 activité 3	Activité non liée à la géométrie	Mesures	Reconnaissance de sommets	Reconnaissance de sommets Prolongement de lignes	Reproduction exacte
CE2 Enseignant B 21 élèves	10 élèves	0 élève	0 élève	7 élèves	4 élèves

Représentation graphique en pourcentage des différentes procédures des élèves de la séance 1 pour les classes A et B.





### Bilan des 3 activités

L'étude de ces graphiques nous a permis d'observer un certain nombre de points :

- Apporter des remédiations sur la reformulation de la consigne, faire verbaliser les élèves sur le modèle permet à quelques élèves de la classe B de reproduire la figure de façon exacte et non pas de rester dans les procédures de mesures ou de dessins approximatifs.
- Le travail en petit groupe de la classe A n'a pas permis de faire émerger des procédures efficaces. Le travail sur le modèle en collectif quant à lui a permis la reconnaissance de sommets et quelques reproductions exactes.

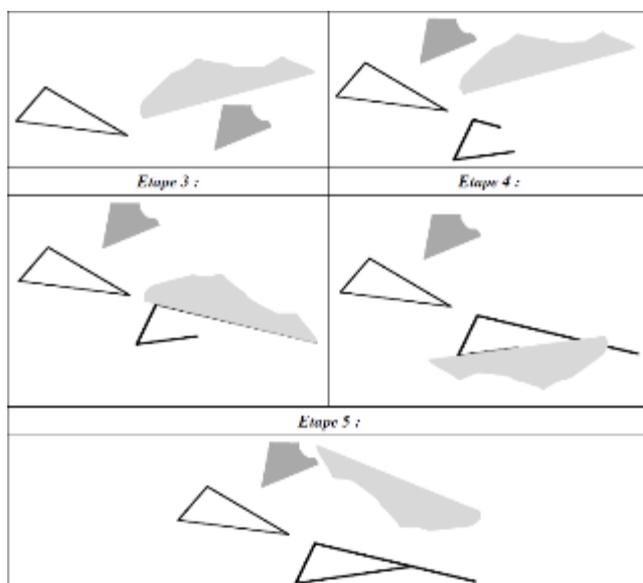
- On peut remarquer lors de l'activité 2 de la séance 1 pour la classe B que la reconnaissance de sommets a pu engendrer le prolongement de lignes.
- Lors de la séance 3, aucune reconnaissance de sommets n'a pu être observée. Plusieurs hypothèses, une représentation iconique trop forte du bonhomme ou un effet contrat qui finalement n'a pas donné sens aux élèves qui n'ont pas réinvesti les procédures des deux premières activités. Néanmoins, le prolongement de lignes à lui seul a pu permettre quelques reproductions exactes.

Globalement, ces trois activités ont permis de constater les difficultés des élèves à rentrer dans la géométrie, les élèves restent dans une vision iconique. Il faut nécessairement l'intervention de l'enseignant par un guidage sur le travail à effectuer sur le modèle pour que les élèves commencent à élaborer d'autres stratégies comme la reconnaissance de sommets ou le prolongement de lignes.

A l'issue de ces activités, lors d'une synthèse collective, nous avons échangé sur les procédures à mettre en place pour reproduire les étoiles en reprenant le vocabulaire attendu et ainsi contribuer à alimenter le corpus de référence de l'élève. Il sera néanmoins difficile d'observer si ce corpus peut permettre aux élèves de changer leurs stratégies pour la restauration. De plus, l'enseignant B a proposé aux élèves de nommer les sommets pour distinguer le dessin du dessin géométrique. Nous avons également pris le temps de définir ce qu'est un point, pour vérifier lors de la prochaine séance si les élèves réinvestissent ces apprentissages dans l'utilisation de gabarits et de règles non informatives.

## Analyse à priori séance 2

### Activité 1 séance 2



Cette séance est directement tirée de l'article de Duval et Godin (2005). Elle s'inscrit dans l'importance de varier les instruments pour changer de regard sur les figures. Il s'agit d'une situation de reproduction d'un triangle par le prolongement de ligne à l'aide d'une règle non informative et d'un morceau de carteline déchiré avec un bord droit. Il est donc attendu des élèves qu'ils se servent du gabarit 2D pour créer une amorce et qu'ils prolongent les deux côtés du triangle incomplet afin de faire apparaître le sommet du triangle manquant par l'intersection des deux lignes prolongées.

#### **Réussites attendues :**

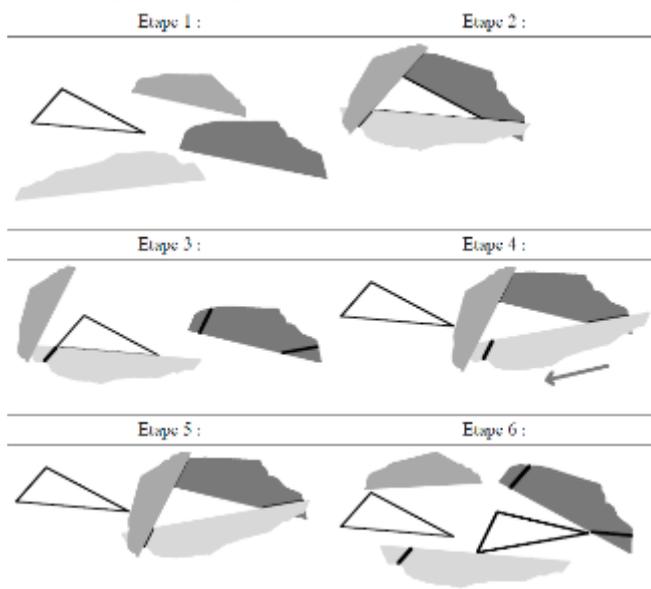
Nous nous attendons à ce que les élèves parviennent pour la plupart d'entre eux à utiliser la procédure la plus efficace, à savoir prolonger les deux cotés à l'aide du morceau de carteline.

#### **Difficultés attendues :**

Nous prévoyons que les principales difficultés auxquelles les élèves risquent d'être confrontés seront dues à l'utilisation de la règle non informative. En effet, cette règle non informative n'est pas un outil que les élèves ont eu l'habitude de manier durant leur

scolarité. Il est donc possible que nous retrouvions, sur les productions, des lignes non correctement tracées.

### Activité 2 séance 2



Comme on peut le voir sur la schématisation ci-dessus, la procédure de reproduction du triangle est ici bien spécifique. Il est ici attendu des élèves qu'ils superposent les morceaux de carteline afin d'en faire des règles informatives et de procéder à un assemblage par juxtaposition.

#### **Réussites attendues :**

Nous nous attendons à ce que les élèves utilisent de manière plus efficace les morceaux de carteline car dans la précédente activité ils ont pu reconnaître l'importance d'utiliser tout le matériel à disposition et éventuellement de transformer la carteline en règle informative. Cependant, cet élément fera office d'une transition efficace vers la sous-partie des difficultés attendues, ces derniers risquent d'avoir plus de difficultés à reproduire avec exactitude les trois angles du triangle.

#### **Difficultés attendues :**

Il est fort probable qu'un grand nombre d'élèves ne pense pas à superposer les morceaux de carteline afin de pouvoir retrouver aisément le contour du triangle à reproduire. En

effet, cette procédure de reproduction n'est pas évidente pour des élèves de CE2. Ces derniers ont plus particulièrement l'habitude d'utiliser le matériel géométrique classique (règle, équerre, compas...)

## Analyse à posteriori séance 2

### Activité 1 séance 2

Les tableaux ci-dessous recensent les résultats de l'activité 1 de la séance 2 pour les classes A et B. Les colonnes représentent les différentes stratégies des groupes d'élèves.

Séance2 activité 1 classe A	Utilisation du gabarit	Règle informative	Translation et mesures	Reproduction exacte
CE2 Enseignant A 1 groupe = 4 élèves	1 groupe	1 groupe	3 groupes	0 groupe

En ce qui concerne les morceaux de papier cartonné faisant office de règle non informative, les élèves se sont vite adaptés à leur utilisation. L'enseignant A a tout de même constaté qu'une importante partie des élèves de sa classe utilisait exclusivement le morceau de papier cartonné le plus grand. Les élèves se sont donc lancés dans l'activité et l'enseignant a pu observer plusieurs procédures ne permettant pas la reproduction exacte de la figure.

Séance2 activité 1 classe B	Utilisation du gabarit	Règle informative	Translation et mesures	Reproduction exacte
CE2 Enseignant B Total 21 élèves	7 élèves	3 élèves	9 élèves	2 élèves

[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

### Activité 2 séance 2

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 2 de la séance 2 pour la classe A.

Séance2 activité 2 classe A	Translation et mesures	Utilisation de 2 instruments	Utilisation de 3 instruments	Reproduction exacte
CE2 Enseignant A 1 groupe = 4 élèves	3 groupes	1 groupe	1 groupe	1 groupe

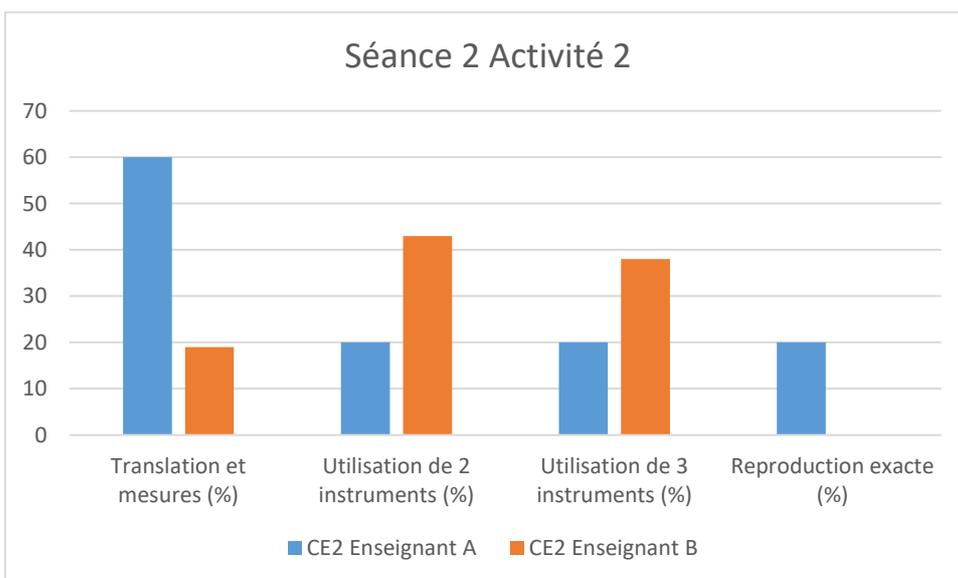
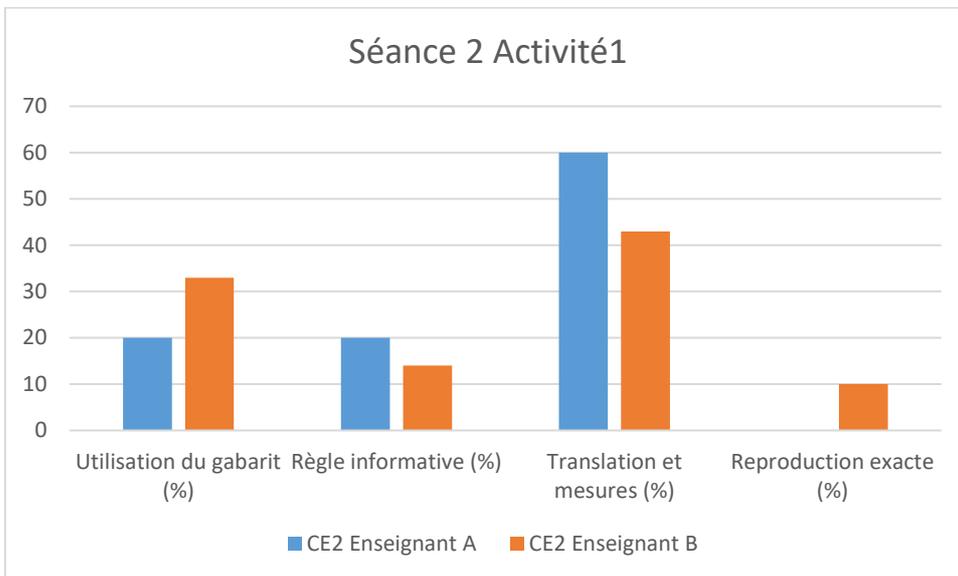
[Voir les annexes pour consulter nos commentaires sur le déroulement des séances incluant des exemples de productions d'élèves.](#)

Lors du lancement de la séance 2, les élèves se sont vite adaptés à l'utilisation des morceaux de papier cartonné faisant office de règles non informative. L'enseignant B a tout de même constaté qu'une importante partie des élèves de sa classe utilisait exclusivement le morceau de papier cartonné le plus grand comme dans l'activité 1. Nous pensons que l'utilisation d'un seul instrument au quotidien peut-être à l'origine de cette démarche. Les élèves se sont donc lancés dans l'activité et l'enseignant a pu observer plusieurs procédures ne permettant pas la reproduction exacte de la figure. Peu d'élèves sont parvenus à reproduire exactement la figure. Pour la plupart, une aide de l'enseignant a été nécessaire. Cependant l'enseignant a pu constater que l'utilisation de la règle non informative n'avait pas posé de grandes difficultés aux élèves contrairement à ce qu'il avait pu imaginer lors de l'analyse à priori.

Le tableau ci-dessous recense les résultats de l'activité 2 de la séance 2 pour la classe B.

Séance2 activité 2 classe B	Translation et mesures	Utilisation de 2 instruments	Utilisation de 3 instruments	Reproduction exacte
CE2 Enseignant B Total 21 élèves	4	9	8	0

Représentation graphique en pourcentage des différentes procédures des élèves de la séance 2



Bilan de la séance 2

Cette séance a permis de vérifier qu'un modèle à forte vision iconique (le triangle) peut empêcher de remarquer que la figure peut être vue comme un assemblage par juxtaposition de surfaces et a fortiori un assemblage par superposition de lignes. L'utilisation d'une seule règle au quotidien peut également s'avérer un obstacle à l'assemblage par juxtaposition de surfaces. Les élèves n'osent pas utiliser tous les instruments mis à leur disposition. Un seul groupe d'élève de la classe A et 7 élèves de la classe B ont ressenti le besoin de se servir de tous les outils mis à leur disposition et donc

du morceau de carteline représentant une partie du triangle. Encore une fois, la présence de l'enseignant a été indispensable pour que les élèves éprouvent le besoin de varier leurs méthodes.

### **Conclusion sur les séances 1 et 2**

Ces deux séances nous ont permis de conforter l'hypothèse selon laquelle des figures à forte vision iconique (étoile, triangle, bonhomme) peuvent faire obstacle à la géométrie et comme le rappelle Francis Reynès dans l'article Géométrie ou trahison des dessins ? : « *La confusion entre modèle et image, ainsi que la facilité technique à dessiner une représentation qui correspond à la demande font obstacle au changement de point de vue, donc de démarche* ». Toutes ces activités nous ont permis de vérifier que les élèves ne parviennent pas à décomposer la figure modèle en unités figurales de dimensions inférieures 1D. Les élèves ne pensent pas ou n'osent pas travailler sur le modèle pour procéder à des repérages (nommer les sommets, chercher des alignements, prolonger des lignes). C'est pourquoi nous testerons lors de la séance 3 notre hypothèse en présentant aux élèves une activité de restauration de figure complexe non familière des élèves avec une règle non informative.

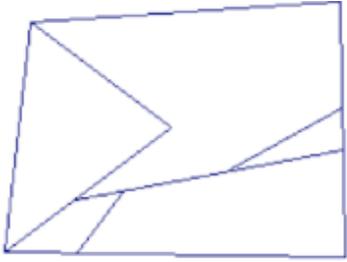
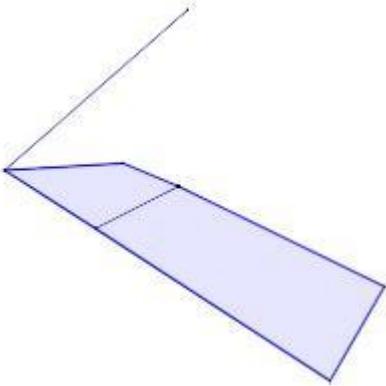
### Analyse à priori séance 3

Cet exercice se présentera sous la forme d'une situation problème, c'est-à-dire une situation d'enseignement qui a pour but de permettre aux élèves d'acquérir une connaissance nouvelle et pour laquelle ces derniers vont devoir entrer dans une logique de recherche. Cette situation va permettre l'approche d'une notion nouvelle amenant au raisonnement déductif grâce à la constitution d'un corpus de référence.

Nous nous attendons à ce que les élèves éprouvent des difficultés à reproduire la figure de façon exacte d'où la nécessité pour les élèves de revoir leur stratégie de résolution obligeant ainsi les élèves à adopter une démarche de recherche. Outre les problèmes techniques de tracé et les approximations multiples nous pensons que certains élèves pourraient par tâtonnement, s'approcher d'une démarche s'orientant plus vers le prolongement de lignes ou la reconnaissance de sommets qui dans les activités précédentes a pu engendrer le prolongement de lignes et parfois une reproduction exacte.

Lors de la mise en commun nous procéderons à l'étayage nécessaire pour permettre aux élèves de s'approprier le vocabulaire géométrique adéquat et ainsi contribuer à l'enrichissement du corpus de référence.

Dans cette situation, les élèves devront reproduire la figure suivante en se basant sur l'amorce figure de droite.

Modèle	Amorce
	

Les élèves auront à leur disposition une règle graduée non informative empêchant ainsi d'effectuer des mesures pour reproduire à l'identique le modèle. Pour notre activité de recherche, nous devons inciter les élèves à ne pas s'arrêter à un premier jet qui ne ferait que les conforter dans la vision iconique. Aussi par l'aide du calque, nous pourrions faire constater aux élèves le contraste avec le résultat attendu et ainsi les amener à adopter d'autres stratégies. Le calque est pour nous une variable didactique favorisant les changements de procédures.

En ce qui concerne le choix des instruments (voir schéma page 8). Favrat (1992) souligne la différence que pose l'utilisation de l'équerre et de la règle. La règle graduée ou non pose des difficultés techniques : tenir la règle d'une main, sans qu'elle pivote, et tracer avec l'autre main sans être gêné par la première, tracer sans à-coups, penser à se déplacer ou bouger sa feuille pour rendre le tracé plus confortable. L'équerre pose à la fois des difficultés techniques et conceptuelles (exemple : confusion entre verticale et perpendiculaire). Notre choix d'instrument se limitera de ce fait à la règle non graduée. Offre (2006) rappelle le rôle de la règle, qui est utilisée pour le tracé et l'alignement et qui peut également servir d'équerre car c'est généralement un rectangle. De plus, elle est introduite depuis le cours préparatoire donc familière pour les élèves. L'objectif de notre recherche n'est pas d'améliorer la capacité des élèves à utiliser l'instrument mais de

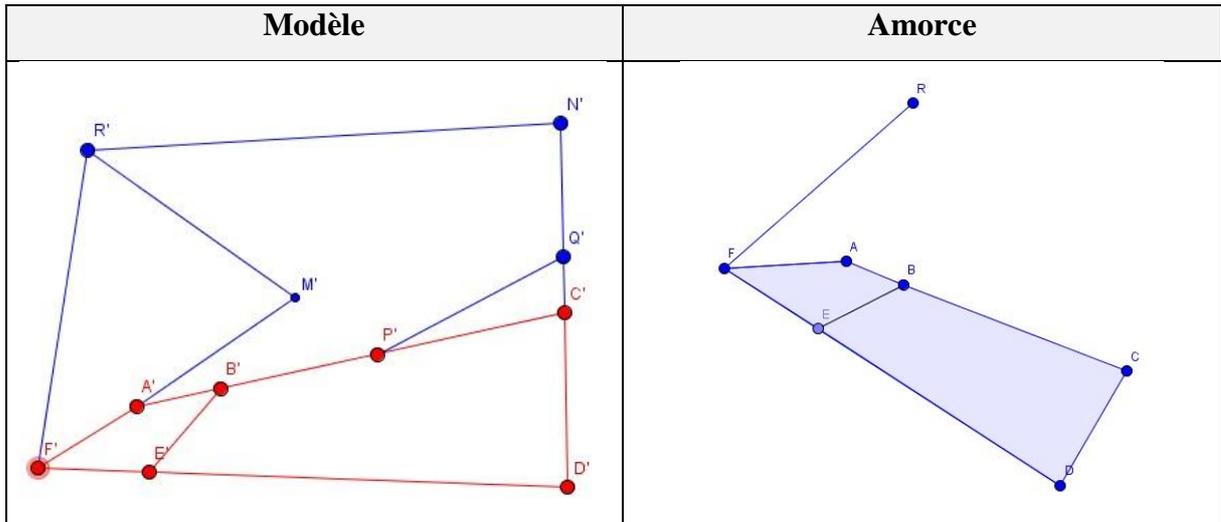
favoriser la recherche de points importants constitutifs de la trame de la figure et ainsi aller progressivement vers la déconstruction dimensionnelle en limitant leurs difficultés d'ordre technique. Par ailleurs Offre précise qu'il est contraignant d'utiliser plusieurs instruments consécutivement. Comme Favrat, on retrouve chez Offre l'idée de difficultés techniques et conceptuelles. Celui-ci parle d'économie gestuelle et économie conceptuelle permises par l'utilisation de la règle.

De plus, Offre nous conforte dans notre choix d'utiliser la règle comme instrument pour favoriser la déconstruction dimensionnelle. En effet, dans cet article il est mentionné : « Nous avons pour le moment principalement travaillé l'usage de la règle non graduée en lien avec la recherche d'alignement permettant de passer d'une vision des figures en termes de surfaces à une vision en termes de lignes délimitant ces surfaces et de points déterminant ces lignes ».

Notre situation étant destinée à un public de CE2, il a été nécessaire d'adapter l'amorce prévue initialement dans l'article de Perrin-Glorian en y limitant la complexité. C'est pourquoi nous avons fait le choix de faire apparaître le point R dans l'amorce car il est nécessaire d'effectuer plusieurs étapes complexes pour le déterminer :

- Reconnaissance d'alignements des points R, M, P, D et des points R, A, E
- Le point R est l'intersection des droites (DM) et (AE)
- Déterminer le point M

Toutes ces étapes risquent de dépasser ce qui peut être attendu d'un élève à cet âge et donc de les démotiver.



Le choix de la figure permet une « pause réflexive » en reconnaissant d’abord dans la figure modèle les sous-figures caractérisant l’amorce. En effet, identifier l’amorce dans la figure modèle à reproduire va nécessiter de prendre le temps de l’analyse au lieu de se lancer directement dans le tracé. Les élèves devraient se rendre compte de la nécessité de nommer tous les sommets pour se servir des propriétés des figures. Dans le cas contraire et pour les besoins de notre activité de recherche, nous les inciterons à nommer les sommets pour les aider à développer des stratégies.

Cette reconnaissance visuelle de la partie dans le tout permettra une analyse des positions relatives de certains éléments de la partie fournie avec la figure modèle :

- Les sommets A, B, C, D, E, F, R
- Les segments [AB], [BC], [CD], [DE], [EF], [FR]
- Les polygones ABEF et BCDE qui ne sont pas des polygones remarquables

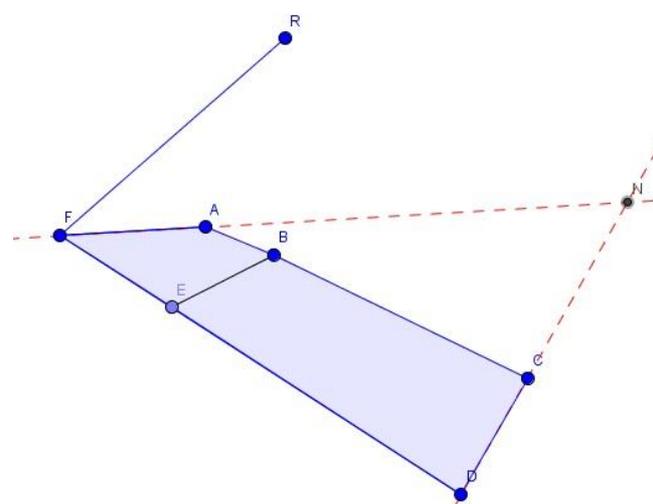
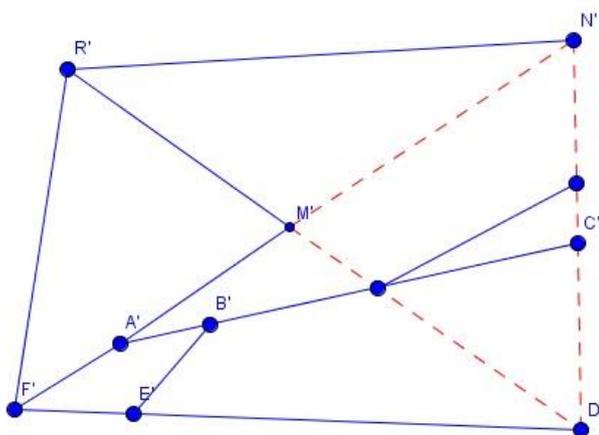
De plus, le positionnement non prototypique de l’amorce est une difficulté supplémentaire qui obligera l’élève à effectuer mentalement une rotation de la figure modèle ou de l’amorce. En effet, le modèle et l’amorce seront présentés sur la même page. Ce choix devrait permettre d’éviter que l’élève effectue une rotation de la feuille au lieu de s’obliger à une représentation mentale. Le changement d’échelle, autre difficulté, empêchera les translations et l’utilisation d’un gabarit de longueur.

Cependant, l'analyse de l'amorce ne suffit pas à la reproduction, l'élève devra s'adonner à un travail d'analyse sur la figure modèle pour déterminer des points remarquables qui l'aideront par la suite à restaurer cette figure. Pour reproduire cette figure, il est essentiel en effet de tracer les diagonales du polygone.

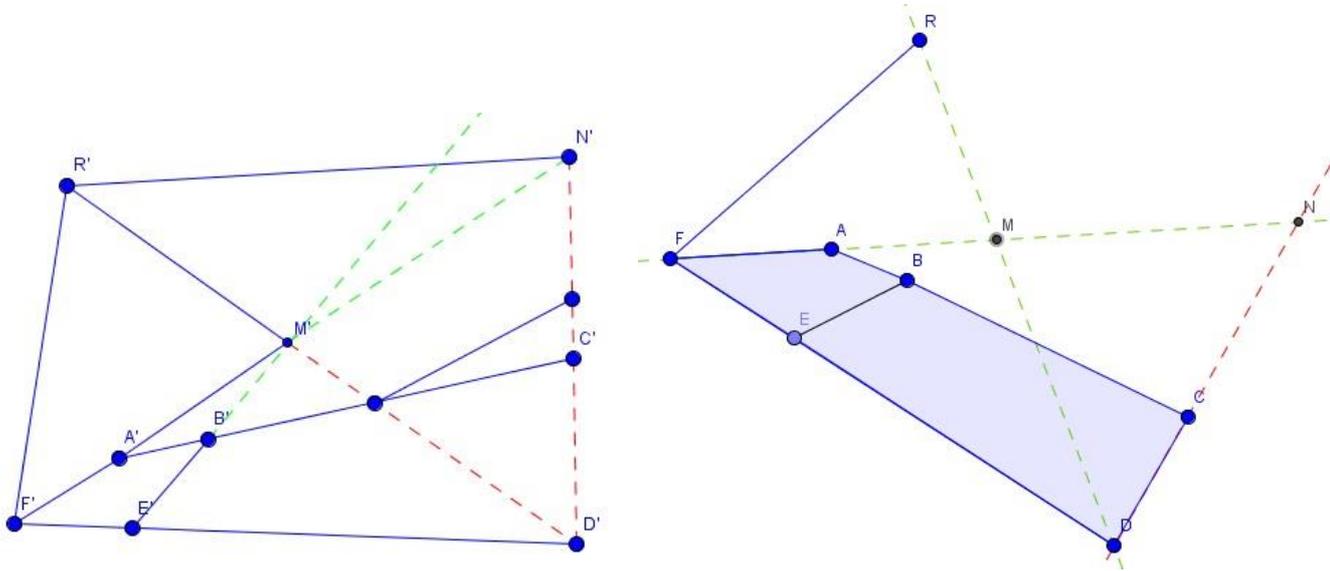
Au fur et à mesure de la construction, il apparaîtra des termes de géométrie spécifiques comme la demi-droite, l'alignement, les diagonales (segments du polygone qui relient deux sommets non consécutifs) ou encore le polygone convexe (polygone dont toutes les diagonales sont à l'intérieur du polygone) qui viendront enrichir le vocabulaire et contribueront à l'établissement du corpus de référence pour l'élève et du corpus de données à analyser pour la recherche. Le fait d'effectuer des travaux sur plusieurs séances devrait nous permettre de constater si les élèves se servent du vocabulaire géométrique nouvellement acquis dans les activités et le réinvestissent. Il nous sera néanmoins difficile de savoir si cet enrichissement du corpus entraîne véritablement une évolution des stratégies de restauration.

Nous proposons ici une procédure de résolution attendue chez les élèves. Cette procédure n'est pas la seule car les élèves peuvent commencer par déterminer d'autres points. Dans notre démarche, nous privilégions la détermination en premier lieu du point N' mais les élèves peuvent faire le choix de débiter par le point M'.

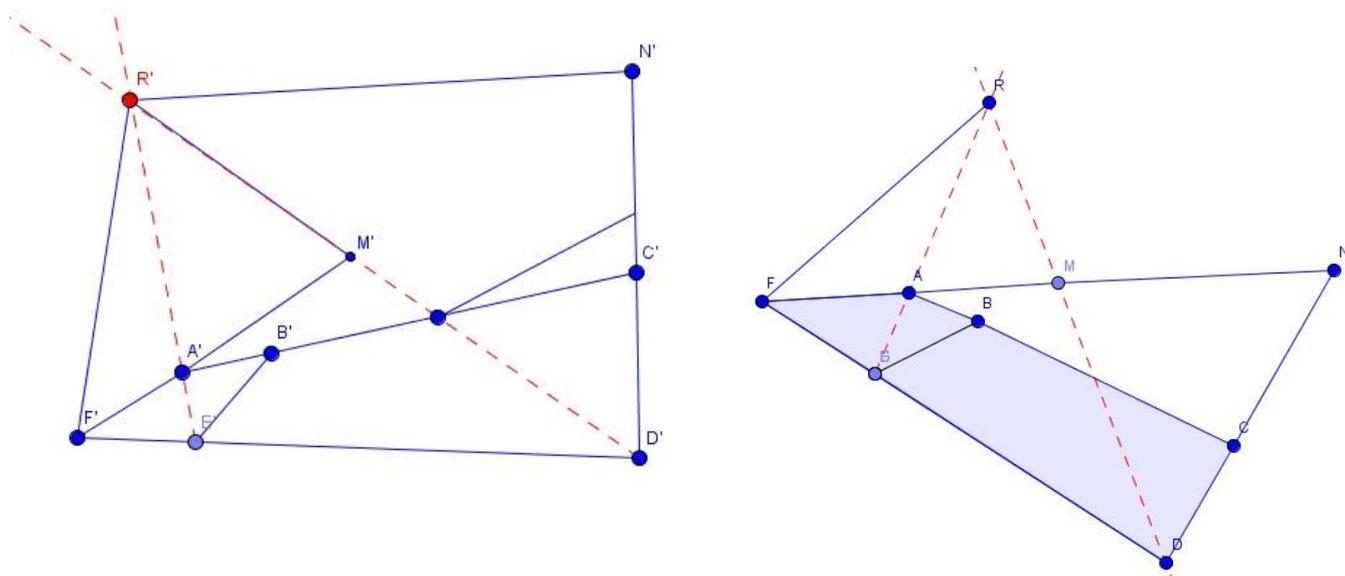
Première étape, détermination du point N' comme intersection des demi-droites  $[F'A')$  et  $[D'C')$ .



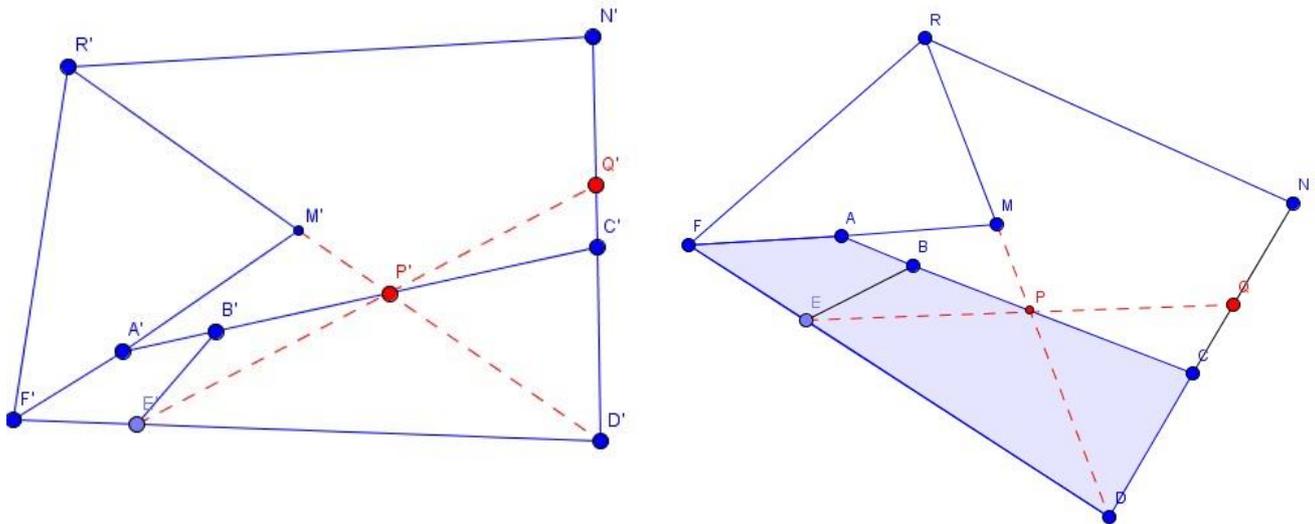
Seconde étape, les élèves auront dû à ce niveau déterminer l'importance de tracer le point  $M'$  qui est l'intersection des diagonales mais pour déterminer ce point  $M'$ , il faut reconnaître que ce point est également l'intersection des droites  $(F'A')$  et  $(E'B')$ .



Comme mentionné plus haut, le fait de faire apparaître le point  $R'$  dans l'amorce va considérablement simplifier la tâche des élèves et pourront ainsi mobiliser leurs ressources pour se concentrer sur les alignements. Les élèves devront remarquer par prolongement de lignes que ce point est l'intersection des demi-droites  $[E'A')$  et  $[D'M')$  et par déduction qu'il est également bien aligné avec les points  $E', A'$  ou  $D'$  et  $M'$ .



La dernière étape consistera en la détermination du point P' comme intersection de la demi-droite [R'M') et du segment [A'C']. Ce point permettra de déterminer le point Q' comme intersection de la demi-droite [E'P') et du segment [D'N'].



A l'issue de cette dernière étape, nous synthétiserons les étapes effectuées par les élèves dans un tableau. On y retrouve les savoirs nécessaires à la restauration de figures mais aussi des connaissances associées à la verbalisation du vocabulaire géométrique pour l'appropriation d'un corpus de référence.

Etape	Connaissances	Difficultés
Reconnaissance de l'amorce	-Lien entre les sous-figures -Chronologie	-Changement d'échelle -Positionnement de l'amorce non prototypique -Sortir de la vision iconique pour utiliser les propriétés de la figure.
Langage	-Connaître le vocabulaire : sommets, segments, points, figure et polygones	-Utilisation du corpus pour élaborer des stratégies
Analyse des sous-figures	-Nommer les points sur l'amorce, sur le modèle	-Déterminer des points importants. -Construction de la trame

Détermination du point N'	-Un point est l'intersection de deux droites -Trois points alignés sont sur la même droite -Un segment est porté par une droite qu'on peut prolonger autant qu'on veut sur le dessin, de chaque côté ;	-Prolonger des droites pour déterminer un point important -Faire apparaître des droites qui ne sont pas immédiatement perceptibles sur le modèle. -Rechercher des alignements
Détermination du point M'	-Vocabulaire demi-droite, diagonale, polygone convexe	-Prolonger des droites -Faire apparaître des droites qui ne sont pas immédiatement perceptibles sur le modèle.
Détermination des point P' et Q'	Réinvestissement des connaissances antérieures	-Analyse du modèle -Prolonger des droites -Faire apparaître des droites qui ne sont pas immédiatement perceptibles sur le modèle.

A l'issue de cette synthèse, les élèves devront ensuite effacer les traits inutiles pour reconstituer la figure demandée.

Cet exercice, on le constate, nécessite de la part des élèves de tracer la trame de la figure et peut ainsi favoriser la déconstruction dimensionnelle. La situation de recherche dans laquelle seule la règle non graduée est utilisée oblige au prolongement de lignes, au repérage d'alignements. L'élève va mettre en avant la trame de la figure. Cette situation va également obliger le raisonnement déductif : trouver des points importants pour la reproduction. Elle va aussi permettre l'acquisition de connaissances relatives aux propriétés de certains objets mathématiques :

- un point se construit par l'intersection de deux droites ; c'est en particulier facile s'il est à l'intersection de deux-droites déjà présentes sur le dessin ;
- un segment est porté par une droite qu'on peut prolonger autant qu'on veut sur le dessin, de chaque côté ;
- il suffit de deux points pour tracer une droite

Lors des mises en commun, nous faisons l'hypothèse que les élèves pour se faire comprendre prennent conscience de la nécessité d'employer le langage géométrique. La restauration pas à pas devrait permettre de sortir de la vision iconique figée 2D à une vision non-iconique d'un réseau de droites non immédiatement perceptibles. La trame de la figure ainsi reconstituée, permettra nous l'espérons la déconstruction dimensionnelle. Pour encourager les élèves, cette fois en se positionnant en tant qu'enseignant nous pensons que l'utilisation de points de bonus motivera les élèves à chercher : +10 points si l'élève trouve seul un point significatif. L'objectif est de déstabiliser la vision iconique pour aller vers la déconstruction dimensionnelle et passer progressivement d'une géométrie naturelle GI à une géométrie axiomatique naturelle GII.

### Analyse a posteriori séance 3

#### **Classe A.**

La consigne donnée aux élèves était la suivante : « *Je vais vous demander de reproduire la figure modèle que vous avez en haut de la feuille. Vous la reproduirez à partir de la figure amorce en dessous. Vous avez le droit d'utiliser la règle que je vous ai donnée. Je vérifierai votre travail au moyen d'un calque, si ce n'est pas bon vous recommencerez. Pour enrôler les élèves dans l'activité et favoriser la déconstruction dimensionnelle, nous avons décidé que chaque groupe recevrait 10 points s'il pouvait déterminer un point important et s'il savait expliquer comment il avait trouvé ce point* ».

Pour éviter des erreurs de compréhension, la consigne a été reformulée par les élèves

Olivia : « Il faut reproduire la figure ici et déterminer les points importants ».

Les élèves auront 10 minutes pour réaliser la tâche demandée.

Les résultats par élève sont représentés dans la tableau ci-dessous :

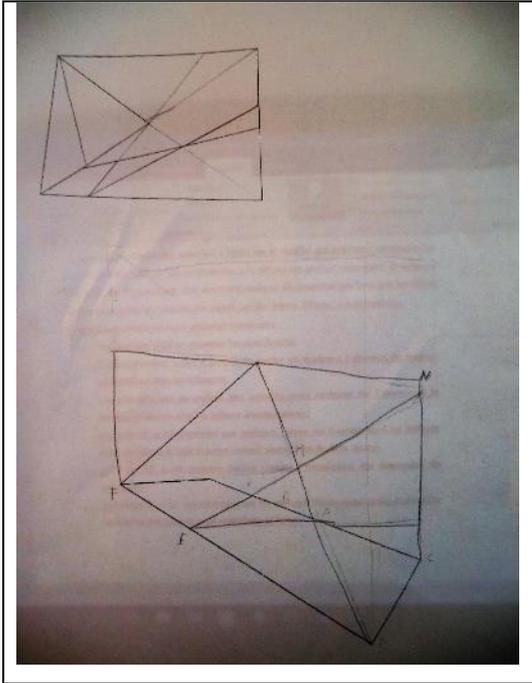
	Reconnaissance de l'amorce	Langage	Nommer les sommets	Point N'	Point M'	Point P'	Point Q'
Levon							
Aminata							
Aymene							
Sadine							
Lucas							
Bilel							
Badiala							
Matthias							
Jennyfer							
Ketsia							
Jayden							
Kevin							
Razvan							
Elise							
Anderson							
Kamel							
Assimou							
Adam							
Olivia							
Rayan							

#### 0' Lancement de l'activité.

Lors du lancement de l'activité, nous avons pu constater que les séances précédentes n'ont pas permis à l'ensemble des élèves de réfléchir sur le modèle pour procéder à des repérages : nous avons observé que les élèves ne cherchent pas d'alignements, ne nomment pas les sommets et se lancent rapidement dans les tracés sur l'amorce.

#### 5' Assistance sur orientation de l'amorce

Le fait que l'amorce soit en position oblique a été source de grandes difficultés pour certains élèves qui n'ont pas pu faire le lien entre le modèle et l'amorce. Les élèves procèdent le plus souvent par translation. Cette procédure ne pouvant pas être envisagée ici, elle a été un frein pour plusieurs élèves.



### 7' Assistance sur échelle

Le changement d'échelle a aussi été un obstacle pour quelques élèves qui ont transformé la règle non graduée en règle informative et ont donc procédé au mesurage. Comme pour la translation, cette procédure n'est pas envisageable ici.

Pour les inciter à changer de procédure, l'enseignant A leur a signifié que cette procédure est inefficace.

### 8' Rappel sur les séances précédentes

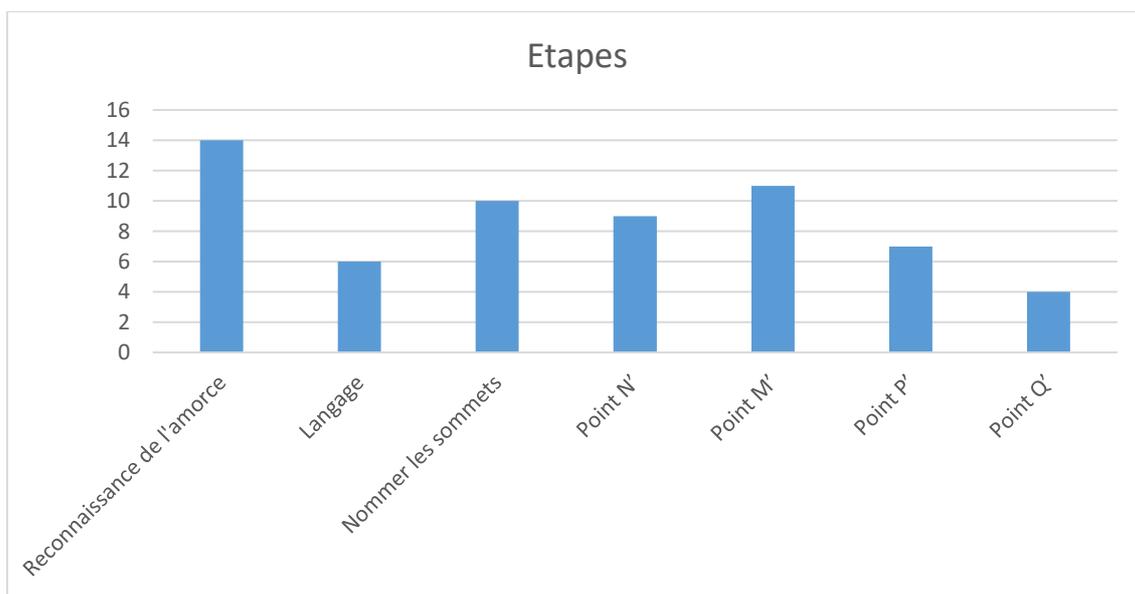
Pour inciter les élèves à changer de stratégies. L'enseignant a dû guider les élèves en les invitant à se rappeler des procédures utilisées lors des activités précédentes à savoir la reconnaissance d'alignement, la prolongation de lignes et la nécessité de travailler sur le modèle.

Lors du rappel, nous avons pu observer que les élèves essaient d'utiliser le vocabulaire géométrique Jayden : « j'ai trouvé deux alignements » pour signifier que deux points sont alignés avec un troisième sur la même droite.

### 15' Mise en commun

Le modèle est représenté au tableau. Les élèves vont tenter d'expliquer leur démarche. Un élève vient au tableau expliquer comment il a déterminé un point important. Comme nous l'avions anticipé c'est le point N que l'élève essaie de reproduire en premier. L'élève pense à prolonger une ligne mais ne voit pas l'utilité de prolonger une autre ligne pour faire apparaître le point comme intersection de droites. A ce moment un rappel sur le point a été effectué pour permettre aux élèves de se doter d'un corpus de référence : un point est l'intersection de deux droites.

Etapes	Reconnaissance de l'amorce	Langage	Nommer les sommets	Point N'	Point M'	Point P'	Point Q'
Nombre d'élèves	14/20	6/20	10/20	9/20	11/20	7/20	4/20

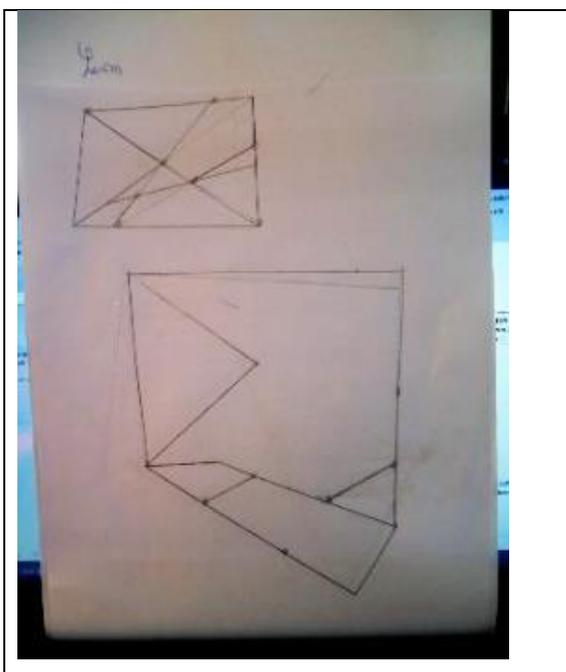


### Bilan de la séance 3

Le bilan nous a permis de constater que les élèves ont très peu travaillé sur le modèle. Il semble que les élèves ne se sentent pas autorisés à écrire sur le modèle qui doit rester pour eux un dessin figé qui ne doit pas subir de transformations.

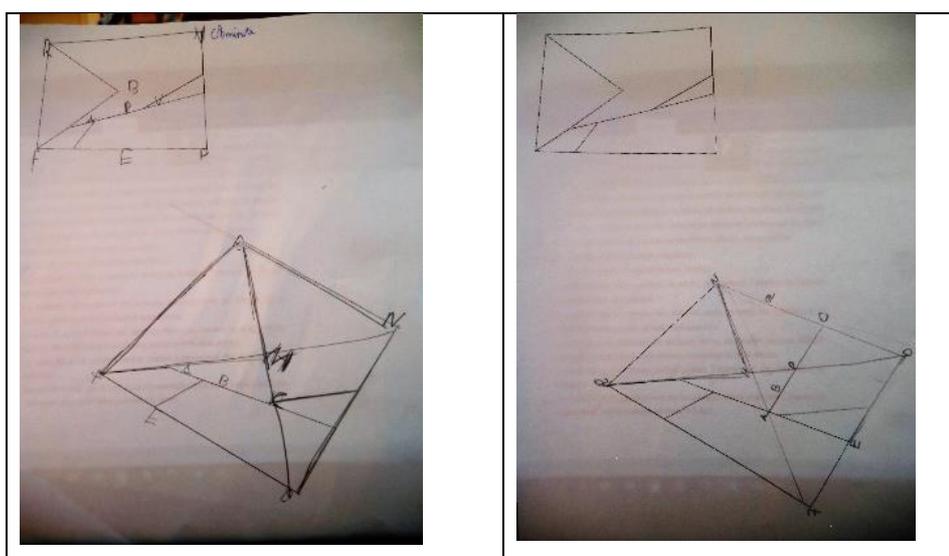
De plus, les élèves ont parfois conscience de l'importance de repérer des points importants qu'ils marquent le plus souvent par de gros ronds (pas des croix) mais la

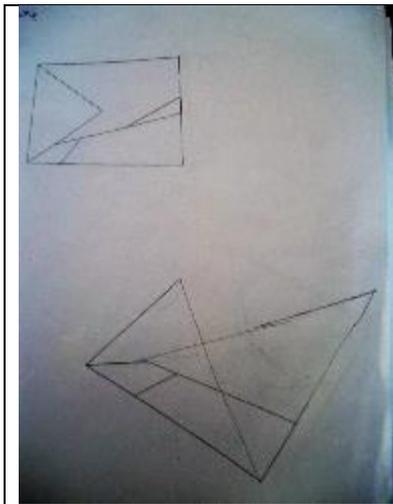
plupart du temps ne les nomment pas pourtant nous avons interrogé quelques élèves qui savent à quoi sert de nommer des points par des lettres comme Olivia : « à se repérer ».



L'analyse du graphique nous permet de remarquer que :

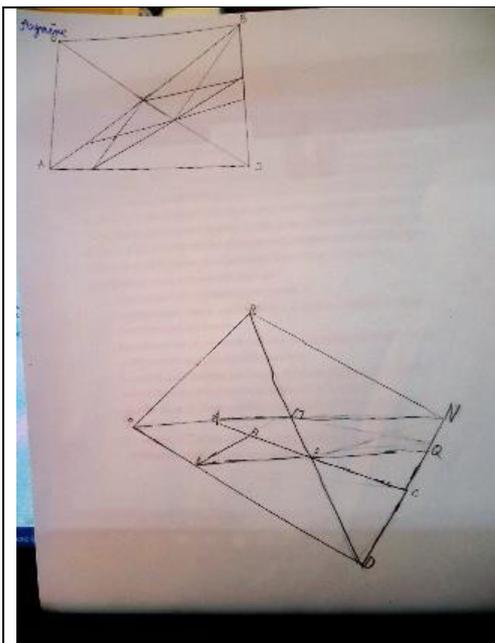
- Une majorité d'élève reconnaît les sous-figures.
- L'enregistrement audio/vidéo de la séance met en évidence l'absence du langage géométrique dans les échanges.
- Les sommets ont pu parfois être nommés mais rarement sur l'amorce et le modèle en même temps ou encore avec les mêmes dénominations.





Le point N'a été déterminé par quelques élèves. On constate qu'il est difficile pour les élèves de se représenter le point comme intersection de deux droites : une seule droite prolongée leur suffit. Il aurait sans doute été judicieux de présenter aux élèves cette notion en amont de cette séquence pour limiter la complexité.

Le point M'a pu être reconnu comme l'intersection des diagonales du polygone.



Les points P' et Q' ont été trouvés par les quatre élèves ayant pensé à toutes les opérations nécessaires pour reproduire la figure.

### **Classe B :**

L'enseignant B a commencé la séance en amenant les élèves à se remémorer ce qu'ils avaient fait lors des séances précédentes. Dans cette optique, l'enseignant a permis aux élèves de verbaliser les situations auxquelles ils ont été confrontés ainsi que les stratégies qui ont permis de reproduire les figures dont il a été question (les étoiles, le triangle).

Ensuite, l'enseignant a énoncé la consigne aux élèves en s'appuyant sur l'une des feuilles. Voici ce qui a été annoncé aux élèves : « *Vous allez devoir reproduire la figure que vous voyez en haut de la feuille (l'enseignant pointe la figure du doigt). Pour cela vous disposez d'une amorce sur votre feuille que vous voyez ici (l'enseignant pointe du doigt l'amorce). Pour vous aider à reproduire la figure je vais vous donner une bande de papier cartonné que vous allez pouvoir utiliser comme règle* ». A la suite de cette consigne, un élève lève le doigt et pose la question suivante :

- Elève : « on peut tracer des traits sur la règle ? ».
- L'enseignant : « Si vous voulez mais attention qu'est-ce qu'on remarque entre l'amorce et la figure à reproduire ? ».

Observation des élèves.

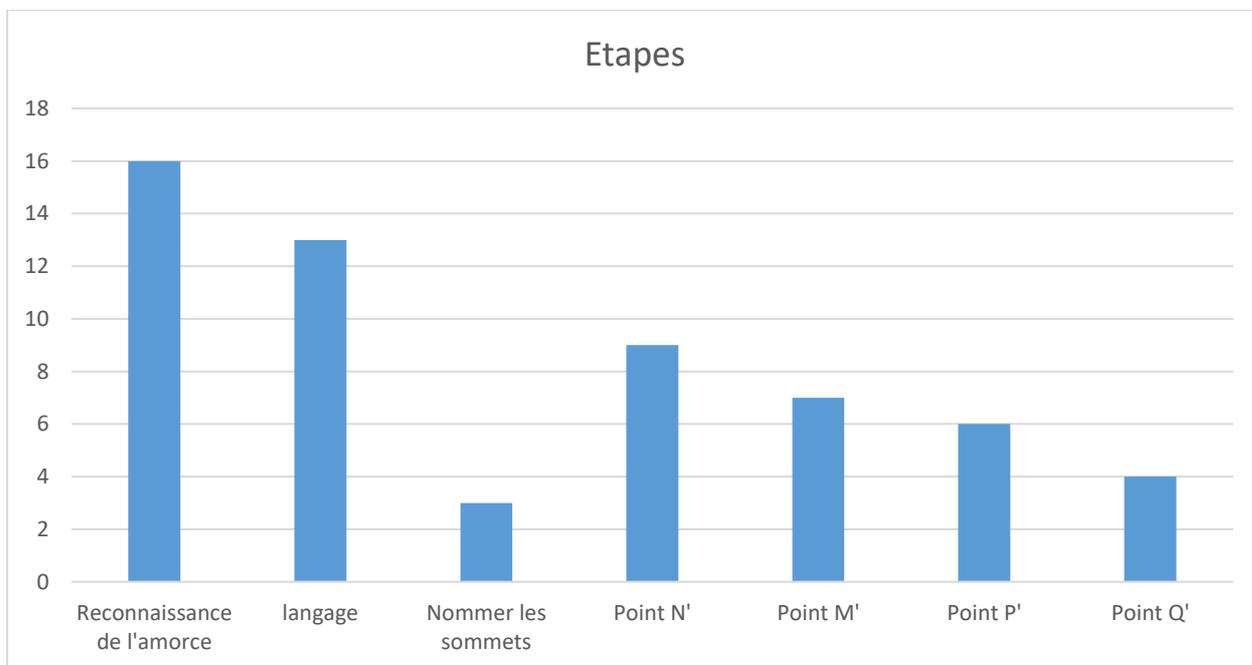
- Elève qui lève le doigt : « ah ! l'amorce est plus grande que la figure ! »
- L'enseignant : « très bien ! L'amorce est plus grande que la figure à reproduire. Donc votre reproduction sera de la même taille que le modèle ? »
- Les élèves : « non ! »
- Un élève : « la reproduction sera agrandie ».
- L'enseignant : « exactement ! donc cela ne sert à rien de mesurer les côtés de la figure avec votre bandelette cartonnée ».

L'enseignant B a donc pris le temps d'amener les élèves à identifier l'agrandissement de l'amorce par rapport à la figure afin de limiter les erreurs liées à de mauvais reports de longueurs. Enfin l'enseignant a fait reformuler la consigne par ses élèves afin de s'assurer de la compréhension de tous.

Les résultats par élève sont représentés dans la tableau ci-dessous :

	Reconnaissance de l'amorce	Langage	Nommer les sommets	Point N'	Point M'	Point P'	Point Q'
Darine							
Hejan							
Laël							
Arys							
Laura							
Gift							
Aliya							
Kylian							
Saroumaya							
Royce							
Kahina							
Mariame							
Mohamed							
Ilyess							
Marcel							
Oubayed							
Assia							
Aaron							
Bastien							
Myriam							
Cyrielle							

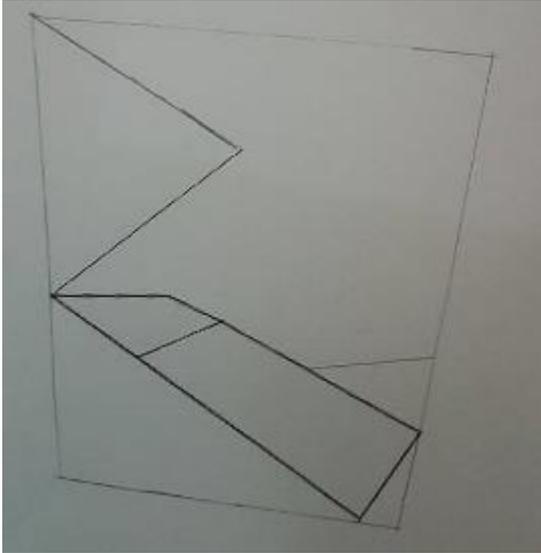
Étapes	Reconnaissance de l'amorce	Langage	Nommer les Sommets	Point N'	Point M'	Point P'	Point Q'
Nombre d'élèves	16/21	13/21	3/21	9/21	7/21	6/21	4/21



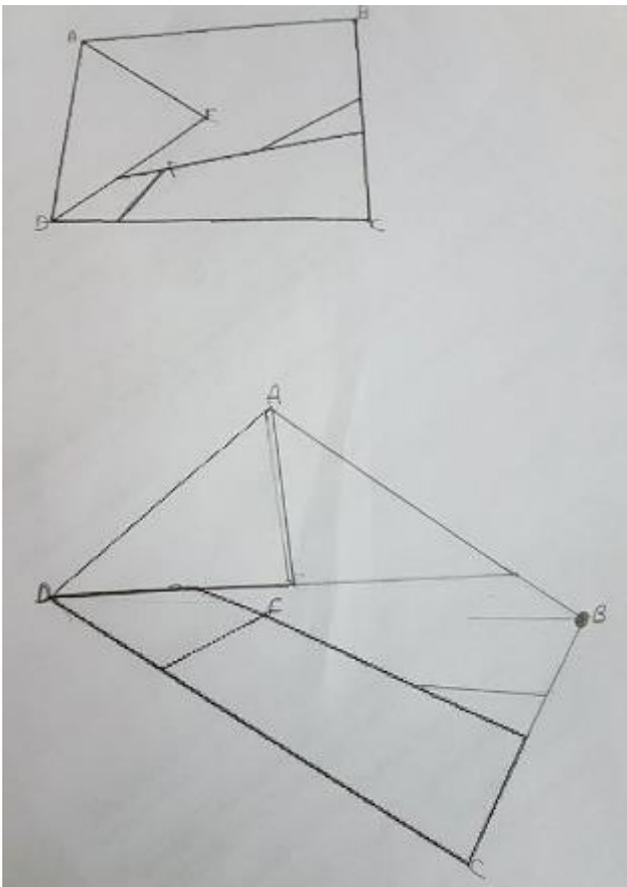
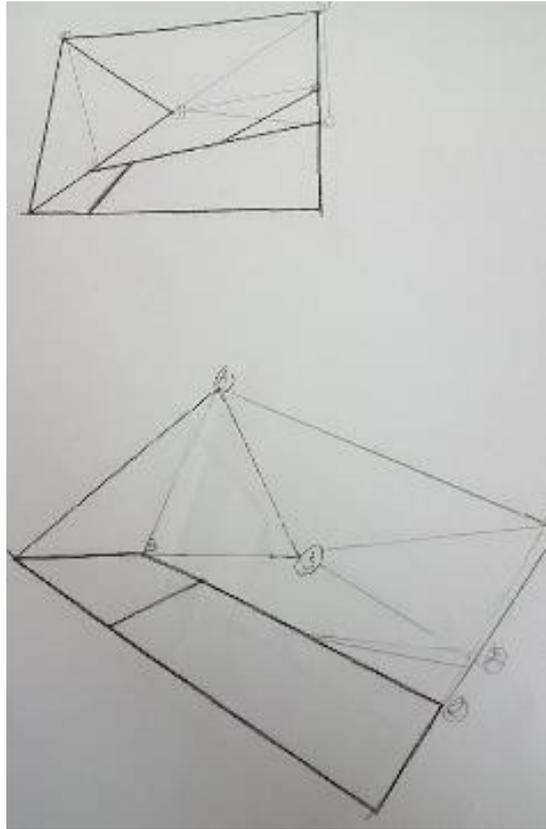
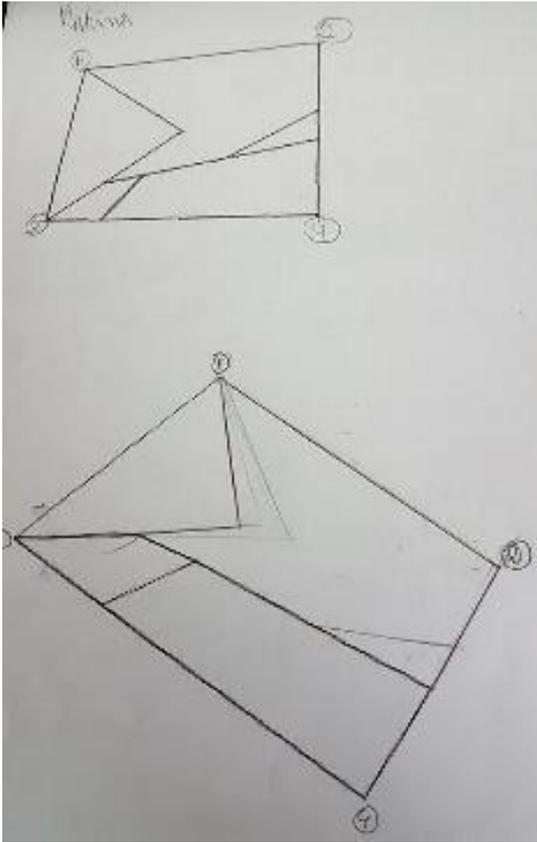
Les résultats indiqués ci-dessus ont été relevés par l'enseignant B durant la séance et la mise en situation des élèves d'une part et en amont de cette séance grâce au relevé des fiches d'exercices des élèves d'autre part.

Ces derniers nous permettent d'affiner notre analyse de la séquence quant aux réussites et difficultés des élèves.

Nous constatons dans un premier temps qu'une majorité d'élève (16 sur 21 soit 76% de l'effectif de la classe) a reconnu l'amorce comme étant une partie de la figure à reproduire. Pour les 5 élèves n'ayant pas reconnu l'amorce l'enseignant dans le classe B est arrivé à la même conclusion que celui de la classe A, à savoir que l'orientation de l'amorce différente de celle de la figure à reproduire a été source d'erreurs pour certains élèves. Voici d'ailleurs une photographie de production d'élève concerné par cette difficulté qui l'a empêché de parvenir à une reproduction acceptable de la figure.

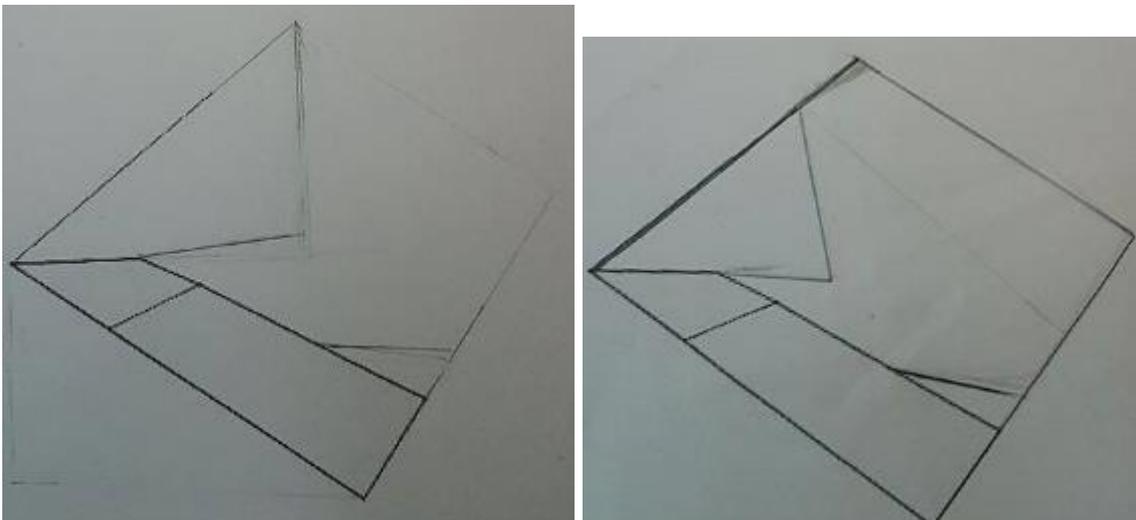


D'autre part, nous pouvons remarquer que seulement trois élèves ont nommé les sommets de la figure à reproduire ainsi que sur l'amorce. Cette stratégie qui avait été abordée et dont l'enseignant avait démontré l'efficacité durant les séances précédentes n'a donc pas été appropriée par les élèves. Cependant, le tableau nous montre que les 3 élèves ayant annoté les sommets ne sont pour autant pas parvenus à reproduire avec exactitude la figure. A l'inverse, les quelques élèves de la classe B ayant été en réussite lors de cette situation n'ont pas utilisé cette stratégie et se sont limités à la recherche d'alignements et aux prolongements de lignes qui en découlent (cf page suivante). On peut déduire de ces réussites que la reconnaissance de sommets n'est pas ici essentielle pour réussir la tâche et que la reconnaissance de sommets ne peut se comprendre que si les élèves prennent conscience de la déconstruction dimensionnelle.



En ce qui concerne la reproduction de la figure, nous pouvons voir que certains points ont été reproduits plus fréquemment que d'autres (en particulier le point N' ayant été placé correctement sur l'amorce par 9 élèves sur 21 contre seulement 4 élèves sur 21 pour le point Q'). Nous pensons que les élèves privilégient la détermination du point N' plutôt que M' car ils essaient de reproduire en premier lieu le contour de la figure. Le point M' quant à lui qui est l'intersection des diagonales et semble poser plus de difficultés.

Tout comme ce qu'a pu constater l'enseignant A lors de la réalisation de la séance, l'enseignant B a pu observer que très peu d'élèves ont annoté des prolongements sur la figure modèle. Cela démontre que l'analyse de la figure par les élèves a été très rapide et donc insuffisante pour parvenir à une reproduction acceptable. En effet, beaucoup plus d'élèves ont pensé à prolonger le segment [DC] que le segment [FA]. Cet élément est à prendre en compte puisque c'est entre autres ce qui les a empêché d'identifier correctement le point N'. Pour prendre le temps d'une analyse approfondie du modèle, il aurait sans doute été préférable de procéder en deux temps : d'abord présenter le modèle seul aux élèves et quelques minutes plus tard leur donner le travail à réaliser (modèle et amorce).



D'autre part, l'utilisation de la règle informative (bandelette de papier cartonné) n'a pas posé de problèmes aux élèves. En effet, durant les séances précédentes, ces derniers avaient été confrontés à des situations impliquant l'utilisation de règles non informatives. Le contrat didactique était donc, dans cette optique, connu des élèves.

## 5. Conclusion

Pour arriver à une déconstruction dimensionnelle, il faut établir qu'une surface est un réseau de lignes ou de points. Il est donc nécessaire d'utiliser tous les outils moyens à notre disposition pour véritablement obliger les élèves à reconstruire leurs représentations, revoir si nécessaire leurs façons de penser sur les figures géométriques. Pour cela, on peut s'appuyer sur les variables didactiques qui sont nombreuses : les propriétés géométriques de la trame, les propriétés géométriques de la figure, leurs relations avec la trame, les éléments fournis de la figure à reproduire (amorce), les instruments disponibles, la règle du jeu de la reproduction. De plus, il sera essentiel pour les élèves de se créer un corpus de référence sur lequel s'appuyer pour le raisonnement déductif.

Notre activité ne nous a pas permis de confirmer notre hypothèse : la restauration de figure complexe à elle seule ne permet pas de parvenir à la déconstruction dimensionnelle et par conséquent à la connaissance de propriétés géométriques qui vont amener progressivement au raisonnement déductif. De plus, la difficulté pour les élèves à se servir du modèle pour y apporter des transformations nécessaires à la reproduction a probablement empêché le besoin d'enrichir le vocabulaire des élèves. Il faut un étayage fort de l'enseignant pour amener les élèves à se doter d'un corpus de référence.

Le bilan de ces activités nous a amené à formuler une nouvelle hypothèse :

**La restauration de figure complexe couplée à la variation d'instruments 3D/2D/1D favoriserait la déconstruction dimensionnelle et mène au raisonnement déductif.**

Nous pensons désormais que c'est l'absence de création de situation de restauration utilisant des instruments variés qui a été un frein pour les élèves.

Néanmoins, nous avons pu constater l'importance de nommer les points, les sommets qui en leur absence empêchent les élèves d'utiliser le vocabulaire pour nommer des segments, des droites ou des polygones. Les différentes difficultés : amorce penchée, changement d'échelle, figure non reconnaissable, utilisation de la règle non graduée ont permis toutefois d'obliger les élèves à changer de procédure. Nous avons mis en évidence la trame de la figure avec les points et les droites ce qui a permis aux élèves de prendre conscience de l'importance des unités figurales de dimension inférieure.

Nous avons pensé qu'en guidant les élèves à nommer les sommets favoriserait la déconstruction dimensionnelle or nos résultats nous ont montré que cet étayage est contre-

productif ce que confirme l'analyse de Duval et Godin : « *Cela revient à dire qu'analyser une figure en fonction de la connaissance que l'on a des propriétés géométriques présuppose la déconstruction dimensionnelle des représentations visuelles que l'on veut articuler aux propriétés géométriques* ». Nous pensons que le langage géométrique qui fait sens pour les élèves est subordonné à la déconstruction dimensionnelle sinon il peut s'apparenter à un effet topaze (réponse banale vue comme un réel savoir).

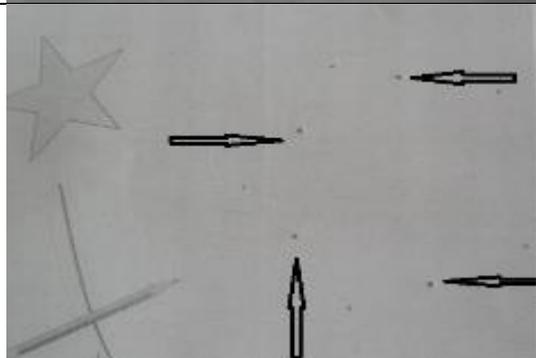
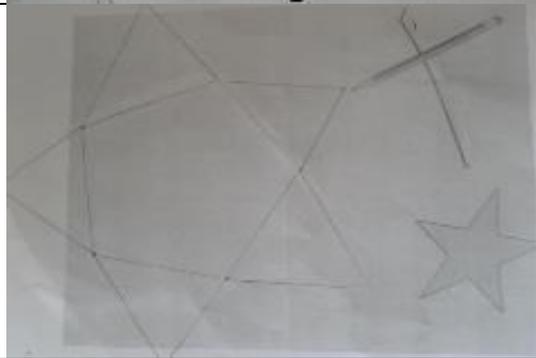
Ces deux années de master nous auront permis de comprendre la difficulté et en même temps la nécessité de la recherche en didactique des mathématiques qui contribue à la politique éducative de réduction des inégalités. En effet, c'est par la contribution active de nombreux chercheurs, qui mettent en évidence tous les obstacles épistémologiques et qui confrontent leurs hypothèses pour arriver à déterminer un savoir qui sera ensuite transposé en contenu d'enseignement, que les objectifs de réussite pour tous pourront être atteints. En conséquence, les élèves devraient être mieux formés en étant plus acteurs dans leurs apprentissages par la construction de situations d'enseignement adaptées et porteuses de sens.

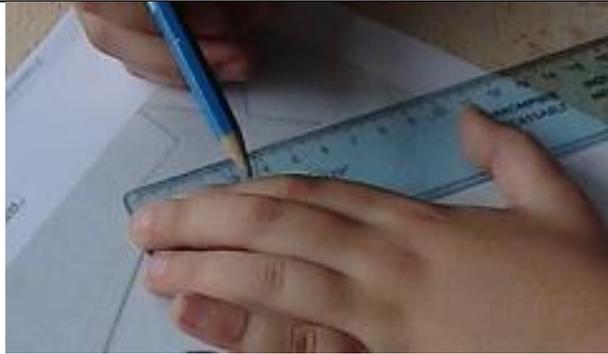
## 6. Bibliographie

- Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N* N°76.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Keskessa, B. & Deplace, J.-R. (2007). Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N* N° 79, 33-60.
- Mithalal, J. (2010). Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle.
- Taveau, C. & Kuzniak, A. (1998). *Travaux géométriques 6<sup>e</sup>*. Nathan.
- Boule, F. (2001). *Questions sur la géométrie et son enseignement*. Nathan.
- Soury-Lavergne, S. (2013). Les technologies pour la géométrie à l'école primaire. *Regard croisé* N°4.
- Briand, J. & Peltier, M.-L. & Ngono, B. & Vergnes, D. (2009). *Euro Maths CM2 : Livre du professeur*. Hatier.
- Favrat, J.-F. (1992). Traces aux instruments et raisonnements géométriques. *Grand N* N° 49, 11-35.
- Mathé, A.-C. (2004). Analyse d'une situation d'argumentation en géométrie des solides en classe de CM1-CM2. *Grand N* N° 74, 33-51.
- Arzoumanian, P. & Dalibard, E. (2015). Note d'information n°19 mai 2015. Direction de l'évaluation de la prospective et de la performance.
- Offre, B. & Perrin-Glorian, M.-J. & Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Grand N* N° 77, 7-36.
- Bourbion, M. & Da Costa, B. & Jamart J.-F. & Pannetier, N. (2006). *Papiers crayons... aborder la géométrie par le dessin de l'école au collège, IREM Paris-Nord*
- Barrier, T. & Hache, C. & Mathé A.-C. (2014). Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves *Grand N* N° 93.
- Bruner, J. S., & Hickmann, M. (1983). La conscience, la parole et la 'zone proximale': réflexions sur la théorie de Vygotsky. Le développement de l'enfant: savoir faire, savoir dire, 281-292.
- Saussure, F. (1964). *Cours de linguistique générale*, Ed. Payot, 98-101
- Reynes, F. Géométrie ou trahison des dessins ?. *Petit x* N° 26

## 7. Annexes

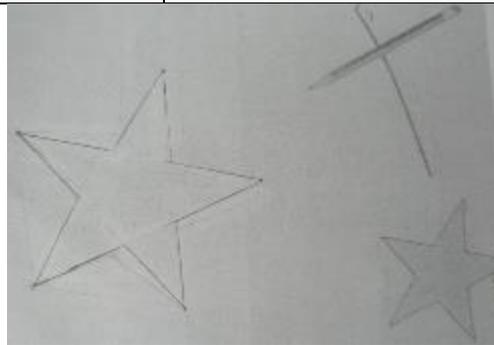
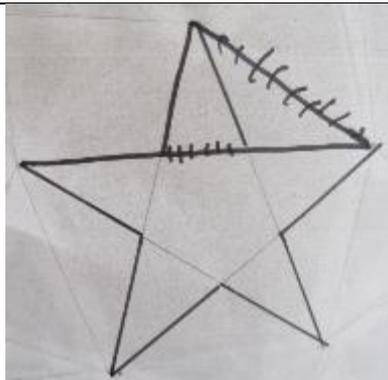
### Activité 1 séance 1

	<p>Nous constatons ici que l'élève relie les points sans s'intéresser au modèle. Ici L'élève décrit un hexagone.</p>
	<p>Ici l'élève tente approximativement de représenter une étoile en reliant les points et en construisant des segments de mesures variables. On se situe toujours dans la vision iconique.</p>
	<p>L'élève a cherché à déterminer d'autres points que ceux de l'amorce pour l'aider dans son tracé. Bien qu'il n'ait pas fait figurer ces points sur le modèle. On peut constater qu'il a pris le temps de la réflexion et commence à voir le modèle comme un dessin géométrique.</p>
	<p>On voit dans cette reproduction que l'élève ne distingue pas les sommets de l'étoile. La procédure suivie est de relier les points pour former un hexagone puis chaque côté de l'hexagone représente la base d'un triangle.</p>



Il s'agit là d'une photographie provenant d'un enregistrement vidéo. L'enseignant observe ici le travail d'un élève lors d'une activité de reproduction d'une étoile en petit groupe. Durant l'enregistrement, l'enseignant demande à l'élève d'expliquer pas à pas sa stratégie de reproduction. L'élève dont il est question utilise le modèle mais en prenant des mesures approximatives à la règle graduée.

« -Déjà il faut mesurer ce trait  
-Attends, Attends on commence du zéro  
-3 cm  
-on peut pas  
-La moitié de 2  
-on va dire 2  
-on va dire 6  
-pas 6 »

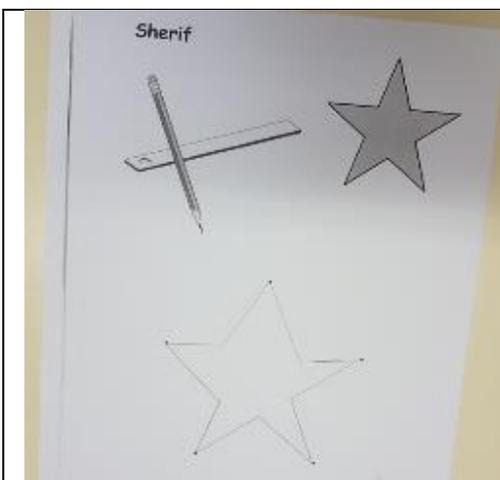


Après de nombreux tâtonnements et avec l'assistance de l'enseignant, on remarque une prise en compte des alignements et du prolongement de lignes. Les élèves ont pu aboutir à la reproduction attendue.



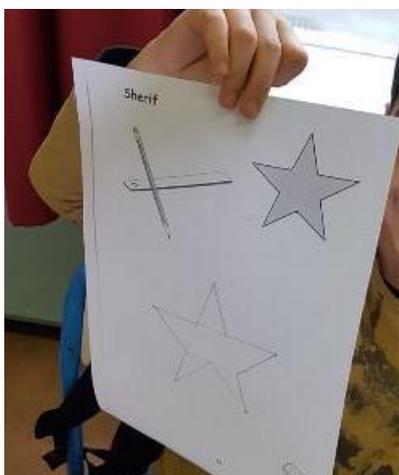
Ici, l'élève est parvenu à reproduire l'étoile en reliant les sommets entre eux. Sur cette photo, nous pouvons voir que l'élève gomme les lignes qui lui ont permis de reproduire l'étoile mais qui ne font pas partie de celle-ci.

En ce qui concerne les autres élèves, l'enseignant B a constaté des difficultés proches de celles vécues lors de la première mise en situation classe A.

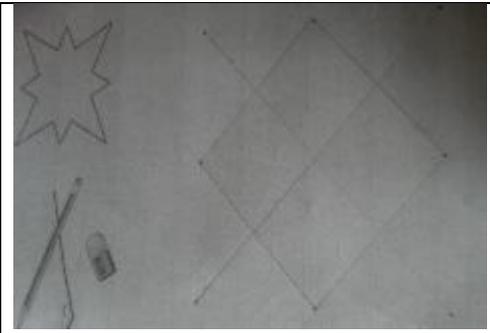
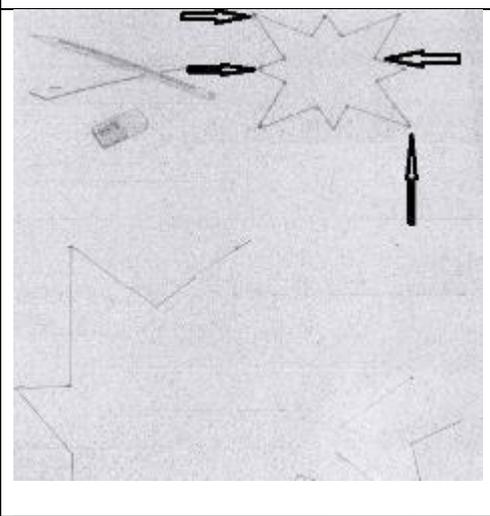
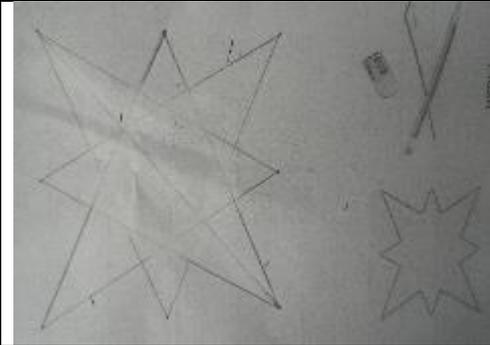


Ici l'élève ne parvient pas à percevoir les alignements des points remarquables de l'étoile. L'effet produit par cet obstacle a donc été la production d'étoiles difformes comme celle présentée ci-contre.

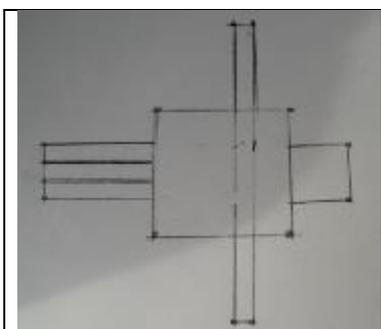
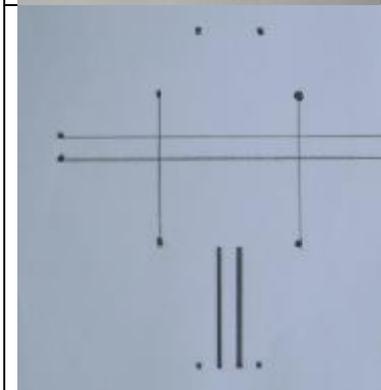
Finalement l'enseignant B a pu observer qu'à force de tâtonnements et de réajustements la plupart des élèves sont parvenus à reproduire des étoiles au moins partiellement correctes (à l'image de celle-ci).

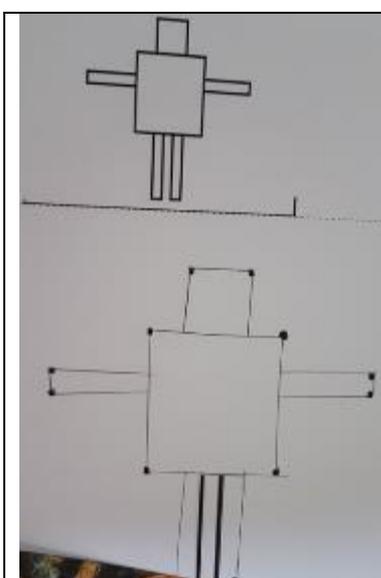


*Activité 2 séance 1*

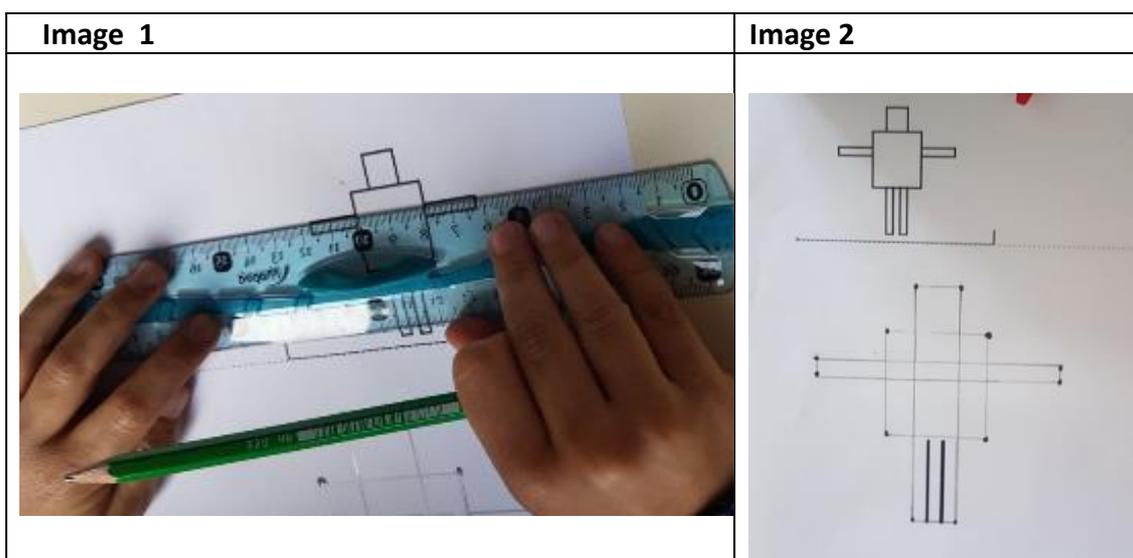
	<p>Bien que l'élève n'a pas reproduit de façon identique le modèle. Celui-ci n'hésite pas à prolonger des lignes, tente d'observer les alignements. Il est important à ce niveau de nommer les sommets pour progresser dans l'analyse.</p>
	<p>Ici l'élève a travaillé sur le modèle en marquant les points significatifs ce qui constitue une avancée même s'il n'arrive pas à établir le lien avec l'amorce. Ce serait ici l'occasion de montrer aux élèves l'intérêt de nommer ces sommets qui permettront de faire le lien avec l'amorce et devraient ainsi faciliter la restauration.</p>
	<p>Ici l'élève après quelques essais représente fidèlement le modèle. Les alignements et les prolongements de lignes semblent compris. L'élève ne semble plus voir le modèle comme un dessin.</p>

### Activité 3 séance1

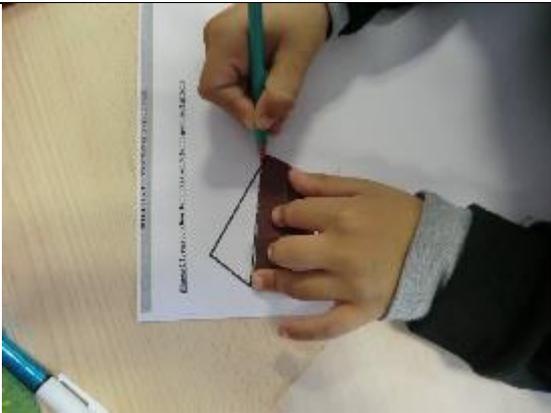
	<p>La vision iconique du bonhomme est toujours très présente. L'élève ne manifeste pas le besoin de reconnaître des alignements. Néanmoins le prolongement des lignes au niveau des bras montre un début d'assemblage par superposition de lignes.</p>
	<p>Ici l'élève a commencé l'activité par un assemblage par superposition. Il n'a pas débuté par des figures reconnaissables comme le corps ou la tête mais a cherché des alignements et a débuté par un prolongement de lignes non immédiatement perceptibles.</p>

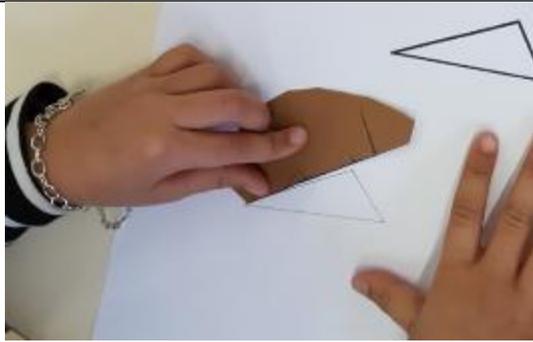
	<p>Ici, on peut voir la production d'un élève qui n'est pas sortie de la vision iconique de la figure. On remarque qu'il n'y a pas de tracé sur le modèle. De plus, l'observation a montré que cet élève n'avait pas cherché à mettre en avant des éventuels alignements sur la figure (jambe/tête – bras/bras).</p>
---	--

D'autres élèves de la classe ont cependant accordé plus de temps à l'analyse du modèle avant de se lancer dans la reproduction sur conseil de l'enseignant (voir image 1 ci-dessous). Cette analyse leur a permis de sortir petit à petit de la vision iconique de la figure et donc de percevoir les alignements de points. Lors de la reproduction ils ont alors compris l'intérêt de faire apparaître certains traits de construction validant la reproduction (voir image 2).

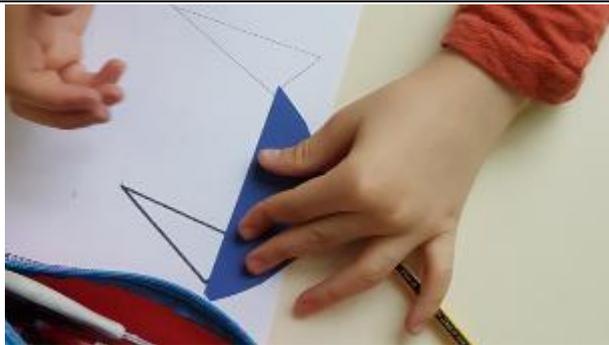


*Activité 1 séance 2*

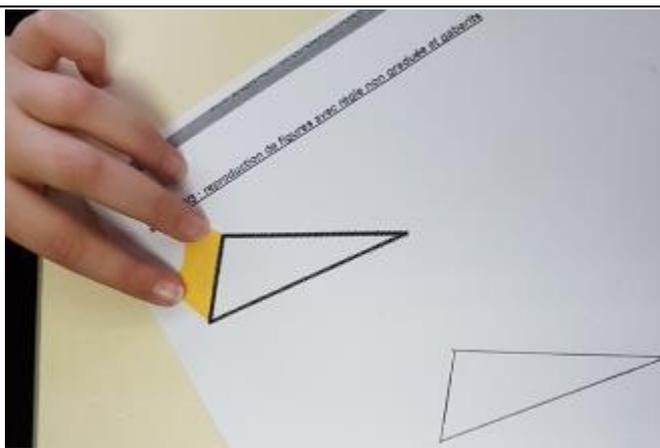
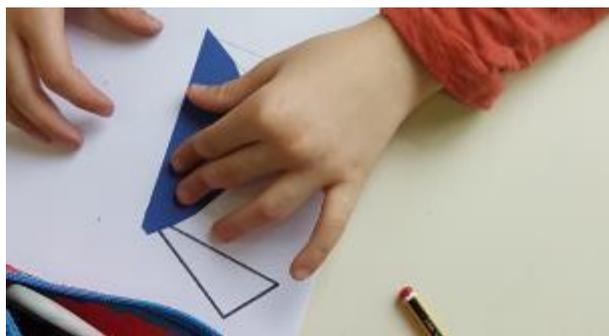
	<p>Ici l'élève rend la carteline informative même si dans ce cas ce n'est pas nécessaire.</p>
	<p>Après plusieurs essais infructueux, l'élève ici s'intéresse au gabarit et remarque qu'il se superpose parfaitement au modèle.</p>
	<p>Nous pouvons ici observer un élève qui reporte la mesure des côtés du triangle sur le modèle afin de les reporter sur la feuille. Un grand nombre d'élèves ont proposé cette procédure de résolution. La validation de leurs productions avec le papier calque leur a permis de se rendre compte de la non exactitude de leur réalisation.</p>



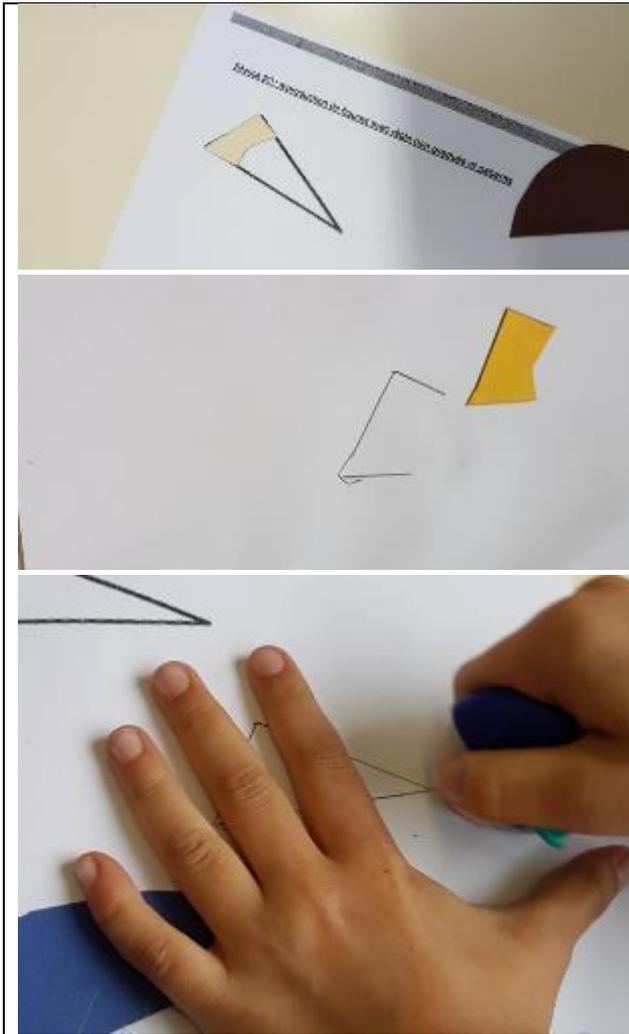
Nous pouvons ici constater une procédure similaire à celle présentée précédemment. On peut observer sur cette photo les traits tracés par l'élève sur la règle non informative afin de reproduire le triangle.



Ici, l'élève a reproduit le triangle par translation. Il a utilisé le morceau de papier cartonné en plaçant son extrémité sur chacun des sommets du triangle afin de tracer les différents sommets du triangle à reproduire à l'autre extrémité de papier cartonné. Cependant l'élève a pu se rendre compte que cette méthode ne permettait pas une reproduction suffisamment précise de la figure.



Au bout de plusieurs essais ne permettant pas une reproduction acceptable de la figure, certains élèves se sont penchés sur l'éventuelle utilité que pouvait avoir le petit morceau de papier cartonné. Comme on peut l'observer sur la photographie ci-contre, ces derniers ont pu constater qu'une des longueurs du triangle était similaire à un des côtés du morceau de papier. Cependant, on peut observer que cet élève n'a pas pensé à placer le papier à l'intérieur du triangle.



Enfin, nous pouvons observer ici la démarche d'un élève ayant effectué la procédure de résolution experte.

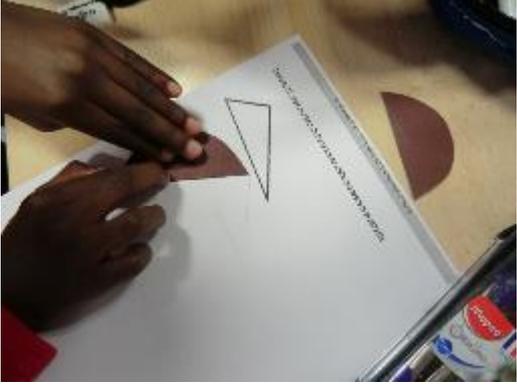
Voici la retranscription de sa verbalisation :

« J'ai commencé par placer le morceau de papier à l'intérieur du triangle. J'ai vu que le morceau rentrait exactement dans le triangle. Donc j'ai placé le morceau ici (l'enfant montre l'emplacement de la reproduction sur la feuille) et j'ai tracé le contour avec mon crayon. Ensuite j'ai pris le grand papier et j'ai continué les traits (l'élève a en fait prolongé les traits avec la règle non informative). Et après j'ai gommé les traits qui sont en dehors du triangle ».

Cet élève est donc parvenu à visualiser les prolongements de droites nécessaires à la reproduction du triangle.

### Activité 2 séance 2

Deux stratégies observées et non envisagées dans l'analyse à priori :

	<p>Les élèves ne se servent pas toujours de tout le matériel à disposition. Certains ne se sont servis que d'un seul morceau de carteline et effectuent des translations sur la feuille.</p> <p>Cette stratégie observée nous amène à conclure qu'il aurait sans doute mieux valu leur demander de tracer la figure sur une autre feuille.</p>
	<p>D'autres n'ont utilisé que deux cartelines qu'ils ont rendu informatives et ont procédé à une translation.</p>

Travail proposé par l'un des groupes d'élèves

	<p>Après plusieurs essais, un groupe a présenté à la classe sa méthode de résolution.</p> <p>Après réflexion, nous aurions pu reproduire la situation en grand format pour une meilleure visibilité lors de la mise en commun.</p>
---	--