



**HAL**  
open science

# Le raisonnement logique : sa place dans les apprentissages et son impact sur la réussite : handicap, difficultés scolaires et mathématiques

Benoît Le Cam, Éva Toussaint

## ► To cite this version:

Benoît Le Cam, Éva Toussaint. Le raisonnement logique : sa place dans les apprentissages et son impact sur la réussite : handicap, difficultés scolaires et mathématiques. Education. 2017. dumas-01549091

**HAL Id: dumas-01549091**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01549091>**

Submitted on 28 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



**UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE – ESPE de l'académie de Versailles**

---

**MÉMOIRE**

présenté en vue d'obtenir le

**Master 2 MEEF Métiers de l'Enseignement de l'Education et de la Formation**

SPÉCIALITÉ : aucune

PARCOURS : premier degré

OPTION : aucune

---

# **Le raisonnement logique : sa place dans les apprentissages et son impact sur la réussite**

Handicap, difficultés scolaires et mathématiques

**Eva TOUSSAINT**

**Benoît LE CAM**

---

Sous la direction de : **Mme Hélène RADZYNSKI**

Assesseur : **Mme FOURMY**

Le raisonnement logique :

sa place dans les apprentissages et son impact sur la réussite

**Mémoire de Master 2 MEEF parcours premier degré, Saint-Germain-en-Laye, 2017**

---

### **RÉSUMÉ**

Il n'existe qu'1 % d'enfants diagnostiqués dyscalculiques. Parmi ceux en difficulté scolaire, les autres présentent des troubles logico-mathématiques. Définir la dyscalculie puis la différencier de l'innumérisme permet alors d'en déduire la place qu'occupe le raisonnement logique dans les apprentissages et son impact sur la résolution de problèmes. Cela amène à discuter l'intérêt du TEDI-MATH, outil diagnostic de cette dyscalculie. Ainsi, partant de problèmes additifs ou soustractifs ayant entraîné des difficultés en classe, il est possible de présenter une séquence pédagogique permettant de travailler la résolution de problèmes et donc la logique mathématique, points essentiels des programmes. En prolongement, il y a possibilité de mettre en place un protocole inspiré du TEDI-MATH dont la visée est d'expliquer les difficultés de certains par la présence éventuelle de troubles logico-mathématiques. S'en déduisent de fait plusieurs possibilités de remédiation à apporter.

**Mots clés : dyscalculie, raisonnement logique, résolution de problèmes, TEDI-MATH**

# Déclaration anti-plagiat

---

Nous soussignés Eva Toussaint & Benoît Le Cam :

- déclarons que ce mémoire est un document original fruit d'un travail personnel ;
- sommes au fait que la loi sanctionne sévèrement la pratique qui consiste à prétendre être l'auteur d'un travail écrit par une autre personne ;
- attestons que les citations d'auteurs apparaissent entre guillemets dans le corps du mémoire ;
- attestons que les sources ayant servi à élaborer notre travail de réflexion et de rédaction sont référencées de manière exhaustive et claire dans la bibliographie figurant à la fin du mémoire ;
- déclarons avoir obtenu les autorisations nécessaires pour la reproduction d'images, d'extraits, figures ou tableaux empruntés à d'autres œuvres.

Fait à Saint-Germain-en-Laye, le 27/06/17.

## Sommaire

<b>Remerciements</b> .....	
<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>A. Partie théorique</b> .....	<b>3</b>
1. Troubles et difficultés en mathématiques.....	3
a. La définition de la dyscalculie établie par Fischer .....	3
b. Le terme d'innomérisme établi par Vigier .....	5
2. La place du raisonnement logique dans les apprentissages.....	6
a. Le modèle piagétien du nombre .....	6
b. Les troubles du raisonnement logico-mathématique et son lien avec la résolution de problèmes .....	7
c. La création du TEDI-MATH par Grégoire .....	9
3. Quel est l'intérêt du TEDI-MATH ?.....	11
a. Le rôle du professeur des écoles dans la prévention des troubles des apprentissages .....	11
b. Qu'est-ce que réellement le TEDI-MATH ?.....	13
<b>B. Partie expérimentale et didactique</b> .....	<b>16</b>
1. Méthodologie .....	16
a. Population étudiée et programmes scolaires .....	16
b. Evaluation diagnostique et repérage des élèves en difficulté .....	17
c. Protocole employé.....	18
d. Résultats obtenus au test-jeu .....	19
2. Elaboration d'une séquence pédagogique pour toute la classe autour de la résolution de problèmes.....	25
3. Outils de différenciations et de remédiations en raisonnement logique pour les élèves A, G, H et P.....	29
a. L'importance de l'activité de calcul mental .....	29
b. La prise en compte de la représentation mentale au sein de la résolution de problèmes.....	30
c. La notion de schéma dans la résolution de problèmes .....	32
d. L'aspect ludique des mathématiques comme fondement du travail de raisonnement logique .....	33
e. Des exemples de différenciation au quotidien à l'école pour les mathématiques .....	34
f. L'importance des partenaires scolaires dans l'aide à la remédiation du trouble logico-mathématiques .	34
<b>Conclusion</b> .....	<b>36</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>38</b>
<b>Annexes</b> .....	<b>40</b>

## Remerciements

Nous adressons nos remerciements aux personnes qui nous ont grandement aidés dans la réalisation de ce mémoire, pour lequel nous nous sommes investis pendant plusieurs mois.

En premier lieu, nous remercions Mme Nathalie Bonneton, professeur chercheur à l'ESPE de Saint-Brieuc, pour l'aide et le temps qu'elle nous a consacré. En tant que Tutrice de mémoire en Master 1, elle a été la première à nous guider dans notre travail et à nous aider à trouver des solutions pour avancer, même encore cette année. De même, nous remercions Mme Hélène Radzynski, professeur de mathématiques à l'ESPE de Saint-Germain-en-Laye, pour son professionnalisme et son dévouement. En tant que nouvelle Tutrice, nous la remercions également de nous avoir permis de poursuivre cette étude qui nous tenait particulièrement à cœur.

Dans un second temps, nous aimerions remercier nos équipes enseignantes respectives, aux écoles élémentaires publiques Jules Verne à Croissy-sur-Seine et Jean-Rostand à Chatou. Nous leur sommes reconnaissants de nous avoir renseignés et d'avoir collaboré à ce projet. Nous remercions aussi nos classes de CE1 pour leur contribution essentielle du point de vue des réponses qu'elles nous ont apportées. Parallèlement, nous souhaitons remercier ici nos collègues de Master 2, notamment Eugénie et Romain, pour le soutien moral apporté cette année et dans la réalisation de ce mémoire.

En troisième lieu, nous tenons à remercier Estelle, nos parents, nos frères et sœurs, nos conjoints ainsi que nos nombreux amis bretons pour leur solidarité et leur amour sans faille.

## Introduction

Dans le cadre de notre deuxième année de Master MEEF à l'ESPE de Saint-Germain-en-Laye, nous avons réalisé un Mémoire sur l'Adaptation aux Situations de Handicap liées aux mathématiques. Ainsi, professeurs des écoles stagiaires potentiellement destinés à y être confrontés, nous avons décidé de consacrer notre année à appréhender la complexité de la dyscalculie, aussi et surtout celle du raisonnement logique, sa place dans les apprentissages ainsi que son impact sur la réussite en mathématiques.

Bien que très controversée, nous savons à présent que la recherche a beaucoup avancé pour ce qui est des apprentissages précoces. Or, la conception de l'enseignement des mathématiques est passée d'une dimension plutôt culturelle et sociale (se familiariser avec les noms et les usages du nombre, découvrir le monde) à une dimension plutôt cognitive : construire les premiers outils afin de structurer sa pensée. Ainsi, les nouveaux programmes scolaires 2015 pour l'école maternelle affirment la nécessité de prendre en compte les connaissances d'ores et déjà acquises par l'élève, la diversité des méthodes d'apprentissage et le triple code avec usage des doigts. Il n'en demeure pas moins que le professeur des écoles doit porter une attention très particulière au fait que chaque enfant acquière les connaissances et compétences de base stipulées par les programmes. Or, il arrive régulièrement que ces acquisitions se voient entravées par la présence de difficultés et troubles d'apprentissage dont témoignent certains dès leur plus jeune âge.

En effet, si nous en revenons à l'essence même du problème, alors rappelons qu'au niveau cérébral, les mathématiques requièrent la participation collaborative de plusieurs circuits neuronaux distincts et dissociables, qui jouent un rôle dans le traitement mathématique. Ces réseaux ont recours à des régions du cerveau assez éparpillées, d'où l'intérêt des neurosciences, qui sont en passe d'aider à la mise en place d'une pédagogie des mathématiques. Puisque les compétences mathématiques s'avèrent dès lors dissociables, les enseignants ne doivent pas enseigner en partant du principe que, si l'apprenant a des difficultés dans un champ mathématique, alors il en a pour l'intégralité de la matière. En parallèle, des recherches montrent que les élèves atteints de dyscalculie, par exemple, ont des lésions au niveau du circuit pariétal, impliqué autant dans les troubles en lien avec la numération que dans les difficultés d'ordre spatial. Cependant, les chercheurs commencent à montrer que des protocoles thérapeutiques adaptés peuvent permettre de rééduquer les enfants dyscalculiques.

L'objet de notre Mémoire a donc été de se demander comment le professeur des écoles, soucieux d'aider les élèves à progresser, fait pour repérer, analyser puis remédier aux troubles et difficultés logico-mathématiques, sans les confondre.

Ainsi, notre écrit se décompose en deux parties. Au sein de la première, théorique, nous définirons les termes clés de notre sujet. Dans la seconde partie, nous décrirons l'ensemble du travail expérimental que cela nous a conduit à mener en classe.

## **A. Partie théorique**

### **1. Troubles et difficultés en mathématiques**

Revenons-en au modèle d'apprentissage actuel en mathématiques, le triple code, qui n'est autre que celui de Dehaene, psychologue cognitif et neuroscientifique français. Ce modèle se définit par le code visuel arabe, qui permettrait les calculs écrits (procédures) ; le code verbal auditif, qui lui jouerait un rôle dans le comptage (dénombrement) ainsi que le stockage des séquences verbales propres aux tables de multiplication et d'addition. Quant au code analogique, représenté par une droite numérique, il autoriserait les comparaisons numériques, les approximations et l'appréhension immédiate de la valeur d'un nombre.

#### **a. La définition de la dyscalculie établie par Fischer**

Comme nous l'avons évoqué auparavant, la dyscalculie compte parmi les troubles d'apprentissage en mathématiques. Elle est en réalité encore bien plus complexe qu'elle n'en a l'air, comme le montrent les études de Fischer par la suite.

Assurément, selon lui, la dyscalculie développementale, puisque c'est ainsi qu'il la nomme dans ses écrits, se traduit par « une incapacité à apprendre à calculer à un niveau « normal » ». Elle est d'ailleurs à distinguer de l'acalculie (ou dyscalculie acquise) qui, elle, résulte d'un accident neurologique et qui conduit donc à la perte des capacités à calculer acquises antérieurement. Dans les années 1970, lors des premières recherches sur la dyscalculie, quand il était fait mention de dyscalculie développementale, cela se rattachait uniquement à un dysfonctionnement cérébral, qui serait vraisemblablement d'origine génétique. Par conséquent, la dyscalculie n'intéressait donc pas les enseignants de mathématiques. En effet, cela relevait davantage du domaine médical, puisque neurologique et anatomique, que du domaine didactique. Or, depuis ces années 1970, nombreuses ont été les investigations psychologiques et neurologiques au sujet de la dyscalculie, qui permettent aujourd'hui d'avoir un œil nouveau sur cette notion. Par conséquent, Fischer va s'intéresser à la réalité et à l'utilité de la dyscalculie développementale dans l'enseignement, notamment dans le fait de distinguer les élèves qui seraient dyscalculiques de ceux qui présenteraient simplement des difficultés au niveau des traitements numériques et arithmétiques. Certains chercheurs préfèrent d'ailleurs parler plutôt d' « enfants à faibles habiletés numériques ».

En premier lieu, il faut savoir que les élèves présumés dyscalculiques font généralement les mêmes erreurs que tous les élèves, mis à part qu'elles sont simplement plus fréquentes et qu'elles surviennent à des âges plus avancés. De surcroît, l'élève dyscalculique est souvent dyspraxique surtout, dyslexique aussi. Ou bien, il peut avoir effectivement des problèmes de mémoire déclarative. Enfin, les systèmes d'évaluation distinguent seulement deux catégories : les bons élèves et les mauvais, ce qui n'est strictement pas le reflet de la réalité.

Ensuite, Fischer différencie les dyscalculiques « potentiels » (au nombre de 1 % des élèves de CE<sub>2</sub> et de CM<sub>2</sub> sur un échantillon d'une dizaine de milliers d'élèves), c'est-à-dire les enfants qui ont eu des performances faibles en calcul à un moment donné, mais d'autres performances significativement meilleures dans un autre domaine. Il s'avère finalement que ces élèves ne sont pas tant dyscalculiques selon lui. La preuve en est qu'un sujet peut par exemple avoir des facilités en géométrie, sans pour autant qu'il en ait en numération. Et inversement. Par conséquent, Fischer affirme que les « vrais » cas de dyscalculies, à l'inverse des cas de dyscalculies « potentielles », sont donc très rares, voire nuls.

En outre, l'approche des temps de réponse dans certains tests qui permettent de repérer la dyscalculie va lui permettre de compléter sa définition de la dyscalculie en énonçant que la dyscalculie est un dysfonctionnement neurologique, éventuellement d'origine génétique, de même qu'elle est l'objet d'une défaillance de certains processus numériques basiques comme la comparaison nombre/chiffre, par exemple.

Enfin, une étude de Shalev et al. en 2001 a permis d'affirmer qu'en moyenne un enfant d'un parent dyscalculique sur deux le serait lui aussi. D'autres travaux ont également conduit à soutenir que les maladies génétiques telles que la trisomie 21 ou le syndrome de Turner amèneraient fréquemment à des difficultés en calcul, même si, dans ce cas, de nouvelles difficultés existent dans des domaines différents. De la sorte, Fischer affirme que la dyscalculie n'est pas nécessairement un état permanent. Grâce aux travaux de Shalev et al. à nouveau, nous avons appris que 40 % des enfants diagnostiqués dyscalculiques en CM<sub>2</sub> ne le sont plus six années plus tard. Cela dit, selon une source de l'INSEE, il y aurait aujourd'hui environ 3 % de sujets adultes de 18 à 65 ans qui seraient potentiellement dyscalculiques. Fischer explique cette part importante par le fait que peu d'entre eux utilisent encore le calcul une fois les bancs de l'école quittés, à moins d'y avoir recours dans le cadre professionnel. Donc, cela n'entraîne pas les régions cérébrales concernées par le traitement numérique,

n'aidant ainsi pas la dyscalculie à s'amoinrir ou même à disparaître. Par extension, la société elle-même, de par les facilités qu'elle offre, n'incite plus autant qu'avant à calculer et à effectuer des raisonnements numériques. Cette absence de pratique en faveur de la dyscalculie contredit dès lors une possible origine génétique de ce trouble.

### **b. Le terme d'innumérisme établi par Vigier**

Au contraire de Fischer, Vigier songe que mieux vaut parler d'innumérisme que de dyscalculie.

Par ce terme, il entend la situation provisoire d'un enfant qui a bénéficié d'une éducation « normale », mais qui cependant rencontre des difficultés à maîtriser plusieurs concepts mathématiques. Parallèlement, le chercheur ne manque pas de souligner que 47 % des élèves, soit près de la moitié d'entre eux compte tenu des estimations, quittent le collège avec des lacunes plus ou moins importantes en mathématiques.

Ils ont des soucis soit dans la numération, soit dans les opérations de division et de multiplication dans les problèmes arithmétiques. L'addition et la soustraction sont moins touchées, puisque principes plus courants et spontanés : les enfants s'en sont imprégnés en les utilisant dans leurs jeux ; il n'en est pas de même pour les autres opérations.

Par exemple, en numération, s'il est demandé à certains élèves de dire quel est le chiffre des centièmes dans « 153,12 », alors ils sont incapables de répondre « 2 » à la question. Ils n'ont pas intégré le concept, le principe.

A l'opposé de la dyscalculie, qui prône l'héritage génétique afin d'expliquer ces problèmes, Vigier certifie que la cause à l'origine de l'innumérisme reste les cours de mathématiques tels qu'ils ont été donnés à l'école.

Il estime globalement que l'apprentissage des connaissances est commandé par les deux types de facteurs environnement et héréditaires, qu'il ne considère pas comme ayant une influence parallèle suffisante pour empêcher une personne d'atteindre le socle commun de connaissances et de compétences en mathématiques établi par l'Education nationale.

D'une part, le facteur environnemental révèle que, si des difficultés persistent en mathématiques, alors cela relève d'un problème d'enseignement : les difficultés en mathématiques seraient un trouble secondaire, puisque construites dans le temps.

D'autre part, le facteur héréditaire évoque une piste cognitive comme deuxième raison éventuelle des obstacles. Un partage équitable d'objets dès l'âge de deux ans serait comme inné chez un enfant au regard de situations quotidiennes comme par exemple mettre trois

couverts pour une assiette. En maternelle, l'apprentissage de la distributivité maintient active cette notion spontanée automatisée par le cerveau. La proportionnalité et le partage sont par conséquent des notions mathématiques innées, spontanées. Elles apparaissent les premières chez les élèves au niveau cérébral ; ainsi, elles semblent être le meilleur outil afin d'accéder aux pensées abstraites et à la logique : les difficultés en mathématiques seraient un trouble primaire, puisque « innées » dirait Deahene.

Ainsi, même s'il n'y avait pas de réalité du terme dyscalculie, puisqu'elle ne concerne que très peu de sujets (1,5 % d'enfants dyscalculiques au CM<sub>2</sub>), elle reste néanmoins un dysfonctionnement d'origine neurologique concernant la plupart, qui entraîne des difficultés en calcul, pareillement à l'innumérisme plus fréquent (CM<sub>2</sub> : 13 % touchés).

La dyscalculie et l'innumérisme étant à présent définis, intéressons-nous à cette fameuse place du raisonnement logique dans les apprentissages, en référence à Piaget, chercheur en psychologie développementale et cognitive, puis Grégoire, docteur en psychologie s'étant inspiré des travaux de son prédécesseur.

## **2. La place du raisonnement logique dans les apprentissages**

### **a. Le modèle piagétien du nombre**

Tout au long de son parcours scolaire, et au cours de sa vie de manière générale, l'individu va être amené à raisonner, réfléchir, résoudre des problèmes ou des situations grâce à une logique. Comme nous l'avons brièvement évoqué ci-avant, les processus mathématiques innés qui n'ont pas été correctement développés chez le jeune enfant l'empêchent d'accéder à la pensée abstraite et ainsi de raisonner par la logique. Par conséquent, c'est ce qui peut engendrer pour nombre d'entre eux des troubles des apprentissages en mathématiques.

Ainsi, bien au-delà de la dyscalculie, lorsque celle-ci atteint l'altération de la logique, on peut alors souvent parler de trouble secondaire puisqu'au fil des apprentissages, l'enfant va rencontrer des difficultés dans le raisonnement logique. Mais ce n'est pas toujours le cas ; ces difficultés peuvent également être primaires car présentes dès la naissance.

Piaget, grand psychologue du développement a été l'un des premiers à s'intéresser de près au raisonnement logique de l'individu. Ce faisant, cela lui a ainsi permis de définir trois stades de développement de l'intelligence du sujet à des âges de la vie précise. L'objectif de Piaget était de fonder une théorie constructiviste de la connaissance et ceci en étudiant la logique en

construction chez l'enfant ou encore de comprendre la construction des capacités de son raisonnement. Il exprime en 1947 que « la logique est une axiomatique de la raison dont la psychologie de l'intelligence est la science expérimentale ». Pour Piaget, la logique est d'ailleurs l'organisateur interne de la pensée du sujet mais est aussi l'aboutissement d'un développement dont il tentera tout au long de sa vie de comprendre les lois. En effet, l'individu se retrouvera sans cesse confronté à des situations qui lui poseront problèmes et qui le pousseront par conséquent à développer sa capacité à penser le monde, à raisonner, donc d'y trouver une logique.

Plus généralement, concernant les troubles en mathématiques, Piaget a tenté de comprendre quelles compétences logiques l'élève maîtrise-t-il pour réellement comprendre le concept du nombre. A savoir que ces compétences logiques sont d'ailleurs déterminées par l'adaptation et l'organisation d'objets. Le nombre, à ce propos est d'ailleurs construit par l'élève par l'abstraction de cette organisation qui peut être la réunion de ces objets, leur ordination ou leur mise en correspondance terme à terme. Pour lui, ce sont les opérations (notamment les opérations de sériation et de classification que nous allons définir ci-après) qui vont fonder la compréhension du nombre. La conservation (que nous définirons également plus tard) joue pour lui aussi un rôle essentiel dans la théorie piagétienne dans le sens qu'un nombre doit rester identique à lui-même pour que l'élève en ait une bonne compréhension. Dans tous les cas, la représentation du nombre chez l'élève est corrélative du développement de ces fameuses compétences logiques qui, comme nous l'avons dit s'organise étape par étape, stade par stade.

Pour Grégoire et al., le modèle Piagétien a eu une influence prépondérante sur la didactique des mathématiques dans le sens qu'il a également été utilisé comme cadre théorique quant à la compréhension des dyscalculies. D'ailleurs, pour Piaget, la dyscalculie « est l'expression d'un trouble du développement des opérations logiques et est sous-jacente au concept du nombre ».

#### **b. Les troubles du raisonnement logico-mathématique et son lien avec la résolution de problèmes**

En réalité, il faut savoir, comme l'exprime Heugebaert E., qu'il n'existe qu'1% d'enfants diagnostiqués « vrais » dyscalculiques, sans troubles associés comme la dyspraxie, la dyslexie etc. Lorsque les troubles sont associés, le taux monte à 10% des élèves. Pour le reste des

élèves en difficulté, on parle plutôt de troubles logico-mathématiques auquel nous allons plus précisément nous intéresser.

Ce qui est communément appelé domaine « logico-mathématique » relève, selon Le Duigou N., d'une série de compétences cognitives, que sont la numération, la catégorisation, la maîtrise des opérations, le principe de conservation et le raisonnement logique. Quand nous parlons ici de raisonnement logique, il s'agit de faire référence à la résolution de problèmes en établissant des liens de causalité, en tirant des conclusions à partir d'hypothèses ou encore en sortant des données importantes d'un énoncé, par exemple.

A cet effet, précisons que, d'après des chercheurs canadiens, la résolution de problèmes n'est autre que « la réflexion et l'action orientées vers un but dans des situations » de la vie réelle « pour lesquelles aucune solution de routine n'existe ».

Effectivement, « la personne qui cherche à résoudre un problème a défini un objectif de façon plus ou moins précise, mais ne sait pas exactement comment l'atteindre. La compréhension du problème et sa transformation par étapes, fondée sur la planification et le raisonnement », c'est-à-dire le repérage des informations disponibles pertinentes et des relations qui les unissent afin d'en construire une représentation externe, « constituent le processus de résolution du problème ».

Ainsi, partant d'une situation concrète, pas nécessairement spécifique à une discipline mathématique, la résolution de problèmes fait notamment appel à l'organisation et au raisonnement logique.

Annie Feyfant exprime d'ailleurs dans un article que « la capacité à résoudre des problèmes est souvent citée comme l'une des compétences clés du 21<sup>ème</sup> siècle ». Cela dit, c'est une activité mathématique qui pose souvent difficulté aux élèves car ces derniers auraient un manque de confiance évident dans leur capacité à résoudre des problèmes de mathématiques. De plus, les difficultés de résolution de problèmes seraient également liées à « la compréhension du problème en lui-même, au contexte dans lequel il s'inscrit ».

Les élèves présentant des difficultés au niveau de ces résolutions de problème peuvent donc manifester des troubles du raisonnement logico-mathématique, aussi appelés RLM.

Selon Becker et al., les troubles du raisonnement logico-mathématique se définissent par « le retard ou l'absence des structures logiques nécessaires à l'apprentissage du nombre et au raisonnement ». Pour ces derniers, ces troubles, qui se réfèrent au modèle Piagétien,

comme nous l'avons explicité précédemment, concernent davantage la logique générale et peuvent également être les conséquences de troubles du langage. Par ailleurs, généralement, ces troubles ne sont pas spécifiques et sont, d'après Le Duigou N., associés à d'autres pathologies, telles que la dyspraxie, la dysorthographe, les troubles visuo-perceptifs etc., qui expliquent donc les difficultés rencontrées. Plusieurs « signes d'appel » en classe permettent de repérer, de s'alerter sur des potentiels troubles logico-mathématiques comme : le refus de participer, la non-acquisition des tables, la difficulté à résoudre des problèmes – comme nous venons de l'exprimer –, la difficulté à comprendre la notion de monnaie ainsi que la difficulté à intégrer l'emploi du temps.

Dans tous les cas, les élèves qui présentent des troubles du raisonnement logique ont généralement un « retard » de deux années minimum concernant la maîtrise d'au moins une des structures logiques, d'après Gaulard L. Il est alors plus que nécessaire d'identifier clairement ces troubles lorsqu'en tant que professeurs des écoles nous remarquons quelques difficultés notables au sein du domaine logico-mathématique chez un élève, puisque le versant mathématique ne peut se mettre correctement en place si l'une des structures logiques n'est pas correctement maîtrisée. Identifier, voire même diagnostiquer ces troubles mathématiques sera ainsi le rôle du TEDI-MATH créé par Grégoire et al.

### **c. La création du TEDI-MATH par Grégoire**

Même si le modèle piagétien a été critiqué nombre de fois par des chercheurs tels que Ribeaupierre, Fayol ou encore Bideaud, aborder le domaine numérique comme un secteur autonome de structuration de même que l'a fait Piaget reste tout à fait d'actualité et c'est en ce sens que le modèle piagétien du nombre a inspiré Grégoire et al. pour l'un des domaines de leur nouvel outil de diagnostic novateur.

Effectivement, Grégoire et al. en 2001 ont mis au point un outil à visée clinique nommé « TEDI-MATH » (Test Diagnostique des Compétences de base en Mathématiques) qui permet de repérer, et surtout de diagnostiquer par plusieurs subtests que nous détaillerons plus précisément dans la dernière partie. Le subtest, en revanche qui nous intéresse ici et qui est donc directement inspiré par le modèle piagétien s'intitule « opérations logiques » où pour ce faire, ils ont ainsi étudié par de nombreux tests les relations entre le développement des opérations logiques et les compétences en arithmétique des jeunes élèves de l'école primaire. Ces jeunes élèves, au nombre de 217 (autant de garçons que de filles) et d'âge variant entre 6

ans et 5 mois et 7 ans et 5 mois ont été tirés aléatoirement au sein de classes françaises et belges francophones. Ils ont été testés lors de trois périodes de l'année (en novembre, mai et novembre de l'année suivante). Ces derniers n'avaient jamais redoublé, ne présentaient pas de d'importantes difficultés en français ni de troubles sensoriels ; tels étaient les critères d'exclusion définis par Grégoire.

Le test des opérations logiques est évalué au travers de cinq épreuves présentées aux élèves les unes après les autres où leur contenu est énoncé par l'examineur mais reste visible pour l'enfant sur la durée de sa résolution. Sachons aussi que dans chaque épreuve, les items sont présentés par ordre de difficulté. Quels sont-ils ?

- L'épreuve de **sérialisation numérique**. Elle consiste à ordonner des objets à partir de leur différence. Il s'est avéré que 32 élèves sur ces 217 n'ont pas maîtrisé cette épreuve qui parmi toutes est d'ailleurs celle qui différencie le mieux les enfants du point de vue de leurs performances en arithmétique.
- L'épreuve de **classification**. Elle consiste à classer des cartes en constituant des catégories selon des symboles. Lors des tests, 89 élèves ont échoué à cette épreuve car ces derniers se sont davantage concentrés sur une analyse minutieuse des stimuli pour tenter de catégoriser plutôt que de faire abstraction des caractéristiques de ces stimuli.
- L'épreuve de **conservation du nombre**. L'élève a là face à lui deux paquets disposés différemment et doit expliquer s'ils sont de mêmes quantités ou de quantités différentes alors qu'il s'agit bel et bien du même nombre. 83 élèves n'ont pas maîtrisés cette épreuve car ils se sont davantage focalisés sur la perception donc leur jugement, leur logique a été biaisée.
- L'épreuve de **inclusion numérique**. Dans cette épreuve, le sujet a 6 jetons dans une enveloppe fermée et doit savoir s'il en a assez ou pas par rapport à un chiffre donné. L'usage d'une enveloppe fermée empêche le recours au comptage et oblige l'enfant à raisonner sur le nombre comme ensemble de classes emboîtées. Suite aux épreuves, il s'est avéré que 50 élèves sur les 217 n'ont pas maîtrisés cette épreuve.

- L'épreuve de **composition additive**. L'enfant doit imaginer un berger qui répartit son troupeau de moutons entre deux prairies. L'objectif va être ensuite d'imaginer les répartitions possibles de six et huit moutons en ayant sous les yeux deux prairies vides. Pour cette épreuve cette fois, 105 élèves n'ont pas acquis le raisonnement logique de cette épreuve et ne maîtrisent donc pas cette notion. Cette épreuve, sachons-le, est celle qui différencie le mieux les sujets en fonction de leurs performances en arithmétique et en problèmes verbaux.

Dans tous les cas, les résultats à ces tests ont permis de montrer que les sujets qui réussissent les épreuves logiques sont aussi ceux qui sont les plus performants en arithmétique que ce soit aussi bien sous forme arithmétique classique que sous forme de problèmes verbaux. De plus, les épreuves logiques les plus discriminatives sont l'épreuve de sériation et celle de la composition additive. Mais quoi qu'il en soit, les résultats obtenus justifient bien l'utilisation des épreuves logiques dans le cadre d'un test de diagnostic des dyscalculies comme le TEDI-MATH car ils apportent un soutien à une évaluation de ces troubles, inspirés comme nous l'avons dit du modèle piagétien du nombre.

Se pose alors la question plus générale de l'intérêt du TEDI-MATH au-delà des troubles de l'apprentissage en mathématiques dans les opérations logiques puisqu'un élève dyscalculique peut l'être aussi bien dans tous les domaines de numération tout comme dans seulement une partie, voire un seul domaine. Et quelle est donc réellement le rôle de l'enseignant vis-à-vis de ces élèves dyscalculiques ?

### **3. Quel est l'intérêt du TEDI-MATH ?**

#### **a. Le rôle du professeur des écoles dans la prévention des troubles des apprentissages**

Un élève par classe, au moins, présente un trouble spécifique d'apprentissage. En effet, 4 à 6 % de la population souffrent de ces troubles : dyslexie, dysorthographe, dysphasie, dyspraxie, dyscalculie, troubles déficitaires de l'attention avec ou sans hyperactivité, etc. Il peut s'agir de formes légères, moyennes ou sévères. Ces dernières (1 % de la population) constituent de véritables situations de handicap et nécessitent des structures spécialisées, au moins pendant quelques années.

Les troubles spécifiques d'apprentissage sont des dysfonctionnements neuropsychologiques qui touchent des enfants d'intelligence normale ou supérieure. Ces

dysfonctionnements peuvent alors avoir des conséquences psychologiques importantes si l'environnement de l'élève les comprend mal.

Un dépistage précoce ainsi qu'une prise en charge compétente pluridisciplinaires peuvent réduire la situation de handicap. Le bilan doit tenir compte des aspects neuropsychologiques, orthophoniques, psychomoteurs, psychologiques, pédagogiques et sociaux.

Malgré leur volonté de mieux comprendre et de mieux aider les enfants qui ont des troubles d'apprentissage, certains professeurs des écoles ont encore du mal à se représenter les dysfonctionnements neuropsychologiques et à les prendre en compte. Or, ce ne sont pas des orthophonistes et ils ne savent pas diagnostiquer si un élève est « dys » ou pas. Néanmoins, ils ont souvent des impressions, des doutes. Au moindre soupçon, ils doivent recommander aux parents d'envoyer leur enfant consulter un orthophoniste afin que celui-ci, notamment pour les cas de potentiels troubles dyscalculiques fassent passer à l'enfant le test diagnostique TEDI-MATH, par exemple. La consultation doit être prescrite par le médecin généraliste. Le bilan orthophonique ne peut se faire sans prescription médicale. Cette consultation permettra à l'élève de savoir exactement où il en est. Selon C. Guerrieri, il est important de souligner que ce qui doit alerter l'enseignant, c'est ce qui lui semble illogique, même alien, non pas ce qui lui semble mauvais voire nul, affligeant. Son rôle n'en est que plus essentiel dans la prévention, le repérage ainsi que l'inclusion des enfants « dys ».

Pour le dépistage de la dyscalculie, quelques points de repères sont :

- le fait de confondre certains chiffres et certains signes ;
- la lecture d'un nombre à plus de sept chiffres qui est extrêmement malaisée ;
- l'incapacité à faire, voire à concevoir certaines opérations comme la division, la soustraction, la règle de trois ou l'équation ;
- une très mauvaise grammaire souvent combinée à une excellente orthographe ;
- une absence de sens du rythme.

Il existe des outils de repérage comme le TEDI-MATH, dont les principales caractéristiques sont la cible de la partie qui s'ensuit.

## **b. Qu'est-ce que réellement le TEDI-MATH ?**

Comme nous l'avons précédemment évoqué, le TEDI-MATH (Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques) est un test qui a été créé en 2001 par J. Grégoire, C. Van Nieuwenhoven, et M.-P. Noël à partir de 538 enfants de la moyenne section à la classe de CE2 afin d'en construire l'étalonnage et la pertinence du test.

Ce test est donc, comme brièvement évoqué ci-avant, un outil diagnostique à visée clinique des troubles des apprentissages numériques des enfants que l'on peut faire passer du début de la moyenne section à la fin du CE2, voire un peu après pour les enfants en très grande difficulté. Les épreuves présentes au sein du TEDI-MATH reposent sur cinq compétences en mathématiques que l'élève est censé acquérir:

- Les opérations logiques sur les nombres
- La chaîne numérique verbale
- Les systèmes numériques
- L'arithmétique
- Les processus de quantification numérique

Ces épreuves ont été conçues à partir de nombreuses théories issues des domaines de la neuropsychologie et de la psychologie cognitive comme notamment la théorie piagétienne du nombre, les théories cognitivistes de McCloskey, les théories en didactique des mathématiques de Deblois en 1996 et de Dionne en 1994 etc.

Dans tous les cas, les épreuves du TEDI-MATH ont été conçues pour permettre une évaluation précise et aisée des divers troubles possibles résidents dans les compétences mentionnées ci-avant et qui peuvent apparaître au cours des premiers apprentissages de la numération. Il vise en effet à évaluer les habiletés dans le développement et la maîtrise des compétences numériques et arithmétiques des élèves donc de repérer les acquis et les difficultés et ainsi, suite aux résultats de ce test, de décrire et de comprendre les difficultés que les enfants rencontrent dans ces activités numériques afin de pouvoir ensuite y apporter une aide adaptée dès le diagnostic confirmé par les résultats du test.

Concernant la passation du test, il faut savoir qu'elle est individuelle, qu'il y a un examinateur et qu'elle est relativement longue puisqu'il faut en effet compter approximativement 2 heures par élèves ; ce qui est d'ailleurs une variable à prendre en compte

dans l'analyse des résultats. En revanche, cette analyse des résultats est relativement aisée et rapide par rapport au nombre d'exercices puisqu'en effet, la feuille de synthèse des résultats permet donc une analyse précise des difficultés et ceci d'autant plus grâce à deux graphiques représentant le profil général de l'élève dans ses acquis et ses difficultés.

Le test TEDI-MATH est composé de 6 subtests qui sont eux-mêmes composés de différentes épreuves et de sous-épreuves. Quels sont-ils ?

- **Subtest comptage** : il évalue le degré de maîtrise de la séquence verbale numérique à travers des épreuves telles que compter le plus loin possible, compter avec une borne supérieure et inférieure, compter à rebours et par pas.
- **Subtest dénombrement** : il évalue les cinq principes décrits par Gelman et Gallistel en 1978 ; c'est-à-dire le principe de correspondance un à un, le principe d'ordre stable, le principe de cardinalité, le principe d'abstraction et le principe de non-pertinence de l'ordre. Les épreuves de ce subtest sont des activités de dénombrement de patterns littéraires et aléatoires et une épreuve de cardinalité.
- **Subtest compréhension du système numérique** : ce subtest est évalué par quatre activités numériques telles que le système numérique arabe, le système numérique oral, le système en base dix et le transcodage.
- **Subtest opérations logiques** : comme nous l'avons exprimé ci-avant il est inspiré directement du modèle piagétien à propos du raisonnement logique vis-à-vis des compétences numériques. Les activités de ce subtest, rappelons-le sont des activités de sériation, de classification, de conservation, d'inclusion et de décomposition additive.
- **Subtest opérations (d'addition, de soustraction et de multiplication)** : le but est ici d'évaluer la compréhension des propriétés des opérations arithmétiques à travers différents supports et différentes variables (taille des nombres, opérations qui varient systématiquement, etc.). Les épreuves sont des épreuves d'opérations avec support imagé, d'opérations avec énoncé arithmétique et verbal et de connaissances conceptuelles.
- **Subtest estimation de la grandeur** : il relève de la capacité de l'élève à estimer l'ordre de grandeur de certains éléments. Il est évalué par une épreuve de comparaison de patterns de points dispersés et d'une activité de grandeur relative.

Il est important aussi de savoir que toutes ces épreuves évoquées sont construites sous forme de jeu éducatif, puisque l'intérêt est aussi que le sujet développe ses capacités cognitives, affectives, sociales et langagières sollicitées donc à travers le jeu. Aussi, le jeu est vu comme un facteur de développement de la motivation à apprendre et donc permet à l'élève de persévérer dans l'acceptation de ses difficultés. Mais surtout, c'est là l'occasion d'avoir le plaisir de jouer et de se dépasser en mathématiques; ce qui est peut-être moins évident en contexte réel de classe.

Pour finir, lorsque le diagnostic d'un enfant potentiellement dyscalculique ou qui, du moins, présente des difficultés dans les apprentissages en mathématiques sont confirmés par le TEDI-MATH, l'enfant doit alors être pris en charge par un partenaire extrascolaire comme le psychologue scolaire, l'orthophoniste etc. Doit également être mis en place pour cet enfant, avec le professeur des écoles, un dispositif de besoins éducatifs particuliers généralement de type PAP (Plan d'Accompagnement Personnalisé) ou bien un PPS (Plan Personnalisé de scolarisation). Le but étant qu'il puisse continuer à suivre les enseignements en mathématiques mais de manière adaptée à ses propres troubles.

## **B. Partie expérimentale et didactique**

### **1. Méthodologie**

#### **a. Population étudiée et programmes scolaires**

L'état général de nos classes respectives est le suivant : deux classes de CE1 aux niveaux hétérogènes, l'une de vingt-cinq élèves dont seize garçons et neuf filles, l'autre de vingt-neuf élèves dont seize garçons également mais treize filles.

Depuis le 1<sup>er</sup> septembre 2017, date à laquelle nous sommes officiellement devenus professeurs des écoles stagiaires, nous sommes tenus de leur enseigner les mathématiques à raison de deux fois par semaine, chaque jeudi et vendredi matin.

De ce fait, compte tenu des nouveaux programmes scolaires pour l'école élémentaire, notre enseignement se répartit en trois domaines d'apprentissage, à savoir la numération, la géométrie ainsi que les grandeurs et mesures. C'est sans compter la résolution de problèmes qui s'y intègre le mercredi matin.

C'est là qu'intervient la logique, justement travaillée au niveau des points suivants dans les programmes 2016 de cycle 2 :

- la résolution de problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul (résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure, des déplacements sur une demi-droite graduée, ... conduisant à utiliser les quatre opérations ; organiser et gérer des données)
- la résolution de problèmes impliquant des longueurs, des masses, des contenances, des durées, des prix (résoudre des problèmes, notamment de mesurage et de comparaison, en utilisant les opérations sur les grandeurs ou sur les nombres ; résoudre des problèmes impliquant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre).

Définir ce qu'est la résolution de problèmes nous a dès lors permis de mettre en place une évaluation diagnostique portée donc sur le raisonnement logique.

## **b. Evaluation diagnostique et repérage des élèves en difficulté**

En tant que professeurs des écoles, notre choix s'est porté sur la troisième fiche « Problèmes : situations additives et soustractives ».

Elle était issue du manuel « Pour comprendre les mathématiques en CE1 » publié aux éditions Hachette. Nous l'avons donc proposée à l'ensemble de la classe. C'était avant de la considérer comme évaluation diagnostique au regard des résultats de nos élèves, en baisse par rapport aux deux fiches précédentes.

Il s'agissait de la suite d'une leçon qui proposait trois problèmes de transformation d'états (en référence à la classification de Gérard Vergnaud) avec recherche de la valeur de l'état final, la transformation étant tantôt additive, tantôt soustractive. Avec cette leçon, il s'agissait de rechercher la valeur de l'état initial. L'interprétation des énoncés était donc plus difficile que celle de la fiche précédente, dans laquelle, pour trouver l'état final, le raisonnement suivait l'ordre chronologique de l'énoncé. Dans cette fiche, pour trouver l'état initial, il fallait raisonner en inversant l'ordre chronologique de l'énoncé. Cela obligeait à partir de la fin et à faire la transformation « à l'envers » pour revenir à l'état initial.

Les contextes proposés étaient ceux de la leçon à laquelle faisait suite la fiche. Cela devait favoriser la familiarisation des élèves avec ces contextes et limiter les difficultés de compréhension de l'énoncé. De petits nombres facilement maîtrisés par les élèves avaient été choisis afin qu'ils ne soient pas un obstacle à la résolution de ces problèmes.

Ainsi, il était question de trouver la valeur de l'état initial dans une situation de transformation d'état au lieu de calculer la valeur de l'état final dans une transformation additive ou soustractive.

Bien que la compétence travaillée s'avérait en conséquent plus complexe, le fait que pas moins d'un quart des élèves de chaque classe soit en difficulté nous a donné l'envie d'élaborer une séquence sur la résolution de problèmes en vue de travailler leur raisonnement logique puis favoriser leurs réussites.

Préalablement, nous avons donc tenu à évaluer le niveau logico-mathématique de celles et ceux en échec par le biais du protocole à suivre.

### c. Protocole employé

C'est avec le quart de nos élèves, les deux classes confondues (7 et 9 élèves, donc 16 en tout), en difficulté sur cette page du fichier de résolution de problèmes, que nous avons fait passer un petit test de 5 minutes à chacun sur la période fin janvier/début février.

Ce test, inspiré du TEDI-MATH (partie « Opérations logiques »), était un moyen pour nous de pouvoir non pas confirmer mais repérer un potentiel trouble logico-mathématique. Pour confirmer, diagnostiquer une potentielle dyscalculie, il faudrait que les élèves passent le TEDI-MATH avec un maître E ou un psychologue scolaire ; ce qui n'était pas ici l'objectif puisque nous nous attachions juste à repérer le raisonnement logique. De plus, les exercices suivants ont été inspirés du TEDI-MATH seulement, c'est-à-dire que nous avons tirés certains subtests de ce dernier pour les transformer en exercices de type scolaires créés par nous-mêmes. Les élèves, tous consentants, s'installaient sur une table de deux, face à nous. Nous leur disions qu'il s'agissait de faire quelques petits jeux de mathématiques ensemble pendant 5 minutes dans le but que nous, professeur des écoles, puissions préparer les prochaines séances de mathématiques. Ils avaient simplement pour obligation de ne rien dévoiler de ce qu'ils avaient fait à leurs camarades.

Notre test était composé de quatre petits exercices que voici<sup>1</sup> :

- Un exercice de *sérialisation numérique (sérialisation de chiffres arabes)* : cela consistait à donner à l'élève 16 cartes-nombres sériées de 0 à 200 (9, 10, 21, 29, 30, 50, 68, 70, 87, 88, 100, 121, 162, 170, 199, 200) et lui demander de les ranger sur sa table du plus petit au plus grand en lui indiquant de commencer à gauche de la table. Il était noté sur 1 (réussi en totalité).
- Un exercice de *conservation numérique* : ici, c'était l'occasion de vérifier si l'élève était conservant ou non. Nous mettions deux rangées de 8 jetons (jetons tirés du matériel Picbille) sur la table. L'une devant l'élève, l'autre devant la nôtre. Cet exercice se faisait en quatre temps. Le premier, les jetons se touchaient les uns les autres ; l'élève devait nous dire si nous avions le même nombre de jetons ou si l'un d'entre nous en avait plus en expliquant pourquoi. Dans un second temps, la même question était demandée mais cette fois la rangée du professeur des écoles était espacée alors que la rangée de l'élève était restée de même. Troisièmement, les deux rangées étaient redevenues comme à la première étape ; la même question de quantité était toujours posée à l'élève. Pour finir, la rangée du professeur des

---

<sup>1</sup> Les intitulés des exercices du test et leur définition sont à retrouver dans la partie théorique « La création du TEDI-MATH par Grégoire ».

écoles était disposée en un petit tas, celle de l'élève était restée telle quelle et nous repositions une dernière fois la question à l'élève. Si les quatre fois l'élève répondait que l'un et l'autre avait toujours autant de jetons, alors il avait 4 points (l'exercice était noté sur 4).

- Un exercice d'**inclusion numérique** : l'élève avait à sa disposition une enveloppe et 6 jetons (les mêmes jetons que l'exercice précédent). Il lui était demandé de mettre 6 jetons dans une enveloppe pour ainsi lui demander s'il y en avait assez pour qu'on lui en prenne 6, ensuite 4 et enfin 7. L'élève devait justifier sa réponse pour les trois fois. Cet exercice était noté sur 3.
  
- Un exercice de **décomposition additive** : cette fois-ci il s'agissait de répondre à un problème de différentes manières. Le problème était le suivant « Un fermier a 6 lapins. Il en a mis 4 dans une cage et 2 dans l'autre cage. Comment pourrait-il faire autrement ? » L'élève doit donc donner deux manières différentes de disposer les lapins (jetons Picbille) dans les cages (délimitation de deux carrés de 40 cm<sup>2</sup>). Et dans un second temps, nous lui demandons de disposer non pas 6 lapins mais 8 dans les deux cages et ceci de 4 manières différentes. Cet exercice était noté sur 6.

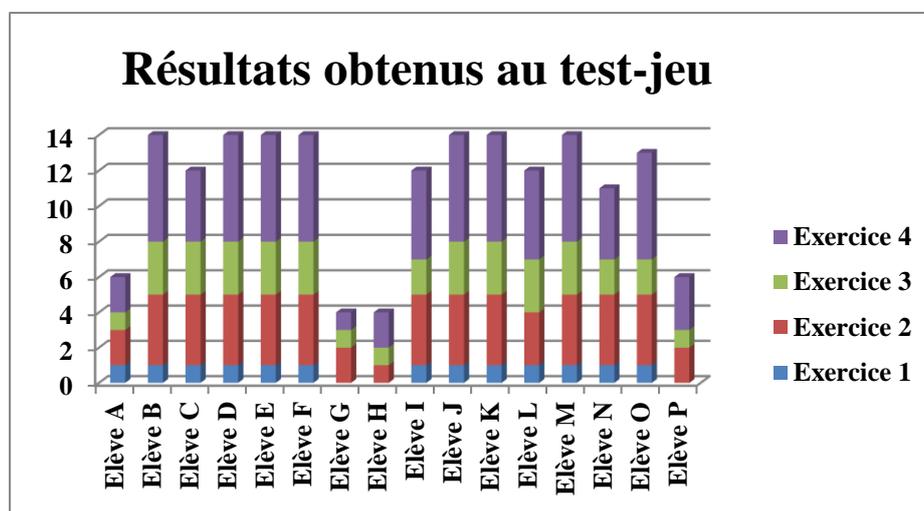
Le test-jeu est donc noté (pour nous, enseignant) sur un total de 14 points. Pour se référer au TEDI-MATH quant à la notation, nous pouvons considérer que si l'élève a 14 points, alors il est dans la norme attendue des enfants de cet âge (CE1, 2<sup>ème</sup> période 7 ans et demi/8 ans). En revanche, dès 3 points en dessous de la norme (11 points et moins), nous pouvons considérer l'élève comme ayant peut-être certains troubles logico-mathématiques.

#### **d. Résultats obtenus au test-jeu**

##### *i. Résultats généraux*

Suite à la passation du test-jeu expliqué précédemment, nous avons répertorié les résultats obtenus dans un tableau à double entrée. En effet, cela est un bon moyen de rendre compte des réelles réussites et échecs de chacun.

	Elèves classe 1 (E. Toussaint)							Elèves classe 2 (B. Le Cam)							
<b>Exercice 1 /1</b>	<b>1</b>	1	1	1	1	1	<b>0</b>	<b>0</b>	1	1	1	1	1	1	<b>0</b>
<b>Exercice 2 /4</b>	<b>2</b>	4	4	4	4	4	<b>2</b>	<b>1</b>	4	4	4	3	4	4	<b>2</b>
<b>Exercice 3 /3</b>	<b>1</b>	3	3	3	3	3	<b>1</b>	<b>1</b>	2	3	3	3	3	3	<b>1</b>
<b>Exercice 4 /6</b>	<b>2</b>	6	4	6	6	6	<b>1</b>	<b>2</b>	5	6	6	5	6	4	<b>3</b>
<b>Total /14</b>	<b>6</b>	14	12	14	14	14	<b>4</b>	<b>4</b>	12	14	14	12	14	12	<b>6</b>



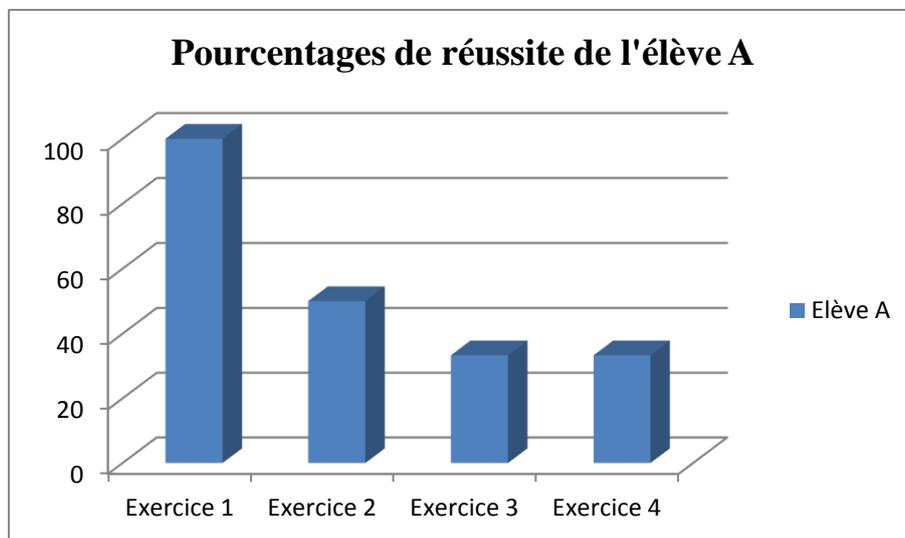
Au vue du tableau de résultats et du graphique ci-dessus, nous observons nettement que deux profils se distinguent : les élèves ayant obtenus plus de 11 points au test-jeu et ceux en dessous (entre 4 et 6 points).

Effectivement, douze élèves ont correctement réussi le test ; nous pouvons alors en conclure que les éventuelles difficultés à résoudre des problèmes chez ses enfants ne relèvent pas de troubles logico-mathématiques. En revanche, nous pouvons peut-être expliquer les faiblesses en activité de problèmes mathématiques par le fait qu'elle demande beaucoup d'entraînement ; ceci d'autant plus qu'elle est considérée par les chercheurs comme l'une des activités mathématiques les plus complexes pour les élèves. Il sera donc nécessaire pour ces élèves de répéter cette activité tout au long de leur scolarité afin d'acquérir l'automatisation des stratégies de résolution. La séquence que nous proposerons ci-après en est un début.

Quant aux résultats des 4 autres élèves (élèves A, G, H, P), ils peuvent s'expliquer par de possibles troubles logico-mathématiques puisqu'ils sont bien inférieurs à la moyenne attendue par des élèves de leur tranche d'âge (CE1 / 2<sup>ème</sup> période). Cela expliquerait donc leurs difficultés en mathématiques, notamment en résolution de problèmes. Nous allons à présent expliciter le profil de chacun.

#### ii. Résultats de l'élève A

	Pourcentages de réussite à chaque exercice
<b>Exercice 1</b>	100,00 % (1/1)
<b>Exercice 2</b>	50,00 % (2/4)
<b>Exercice 3</b>	33,33 % (1/3)
<b>Exercice 4</b>	33,33 % (2/6)
<b>Pourcentage de réussite totale</b>	<b>42, 86 % (6/14)</b>

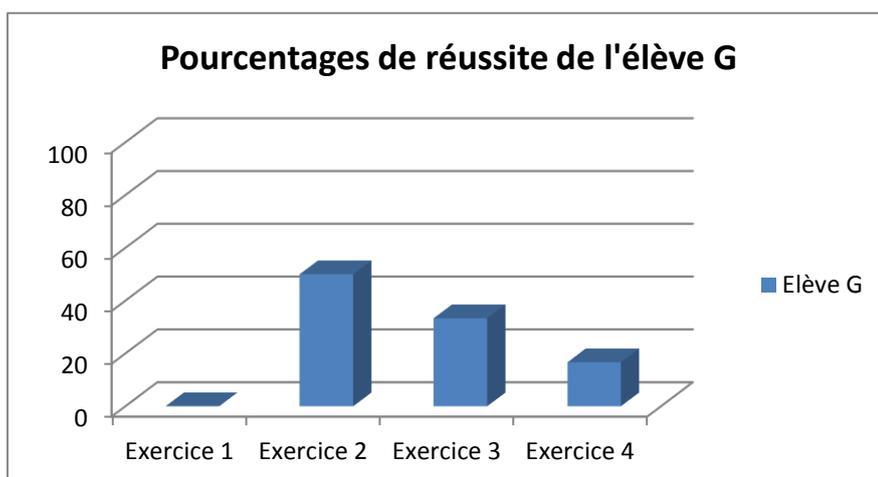


L'élève A, comme nous pouvons le remarquer ci-dessus, a obtenu des résultats très hétérogènes pour ces exercices. Effectivement, elle sait ordonner correctement des nombres jusqu'à 200. En revanche, lorsqu'il s'agit d'apporter une réflexion en rapport à des problèmes de conservation, d'inclusion et de décomposition, les résultats sont en nette baisse. Pour ce qui est de la conservation numérique, l'élève pensait qu'en changeant la forme de la rangée, la quantité changeait. De plus, elle ne recomptait pas le nombre de jetons, contrairement à d'autres élèves, pour s'assurer que la quantité n'avait nullement changé ; elle n'est donc pas conservante.

Enfin pour expliquer les erreurs d'inclusion numérique et de décomposition additive, puisqu'elles impliquent un effort de compréhension verbale dans les énoncés, nous pensons que c'est ce qui, en plus du manque de raisonnement logique, a biaisé dans ses réussites aux exercices. En effet, l'élève A présente de grandes lacunes également dans les autres disciplines, notamment dans l'étude de la langue et la compréhension écrite et orale. Il faut savoir qu'un P.P.R.E se met progressivement en place pour cette élève.

### iii. Résultats de l'élève G

	Pourcentages de réussite à chaque exercice
<b>Exercice 1</b>	0,00 % (0/1)
<b>Exercice 2</b>	50,00 % (2/4)
<b>Exercice 3</b>	33,33 % (1/3)
<b>Exercice 4</b>	16,67 % (1/6)
<b>Pourcentage de réussite totale</b>	<b>28,57 % (4/14)</b>

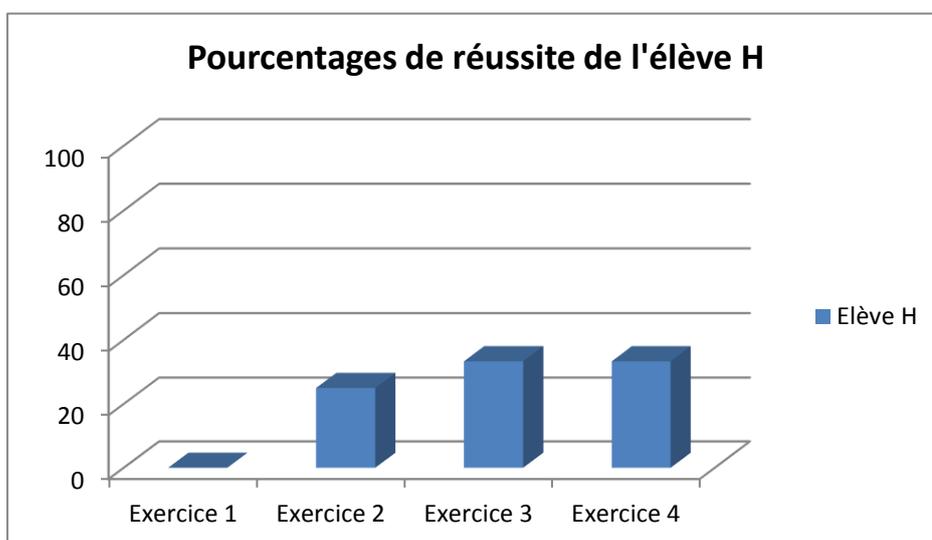


Avant tout, il faut savoir que l'élève G est une élève qui a un an de retard par rapport à sa classe d'âge. Effectivement, elle devrait être en CE2 mais avait été maintenue en CP car les retards d'apprentissages étaient trop importants pour l'ensemble des enseignements. C'est une enfant qui est née prématurée et qui a connu un retard général de développement. Au quotidien dans la classe elle est accompagnée d'une AVS qui l'aide pour la rédaction de réponses, la reformulation de consignes, l'accompagnement moral etc. D'autre part, elle est prise en charge à plusieurs moments de la semaine par le RASED ; nous l'évoquerons plus tard.

Pour ce qui est des résultats du test-jeu, on remarque que l'élève ne sait pas ranger de nombres suivant un ordre chronologique. En observation, nous avons remarqué qu'elle y arrive jusqu'à 68 et qu'ensuite elle inverse les nombres pour finalement abandonner. L'exercice 4 a également posé problème à l'élève G puisqu'elle a réussi à trouver une autre manière de disposer les lapins dans la cage (3 de part et d'autres) mais s'est arrêtée là car la tâche lui était trop compliquée. Nous pouvons en conclure que cette élève aurait potentiellement des troubles logico-mathématiques qui l'empêcheraient de résoudre des opérations logiques.

#### *iv. Résultats de l'élève H*

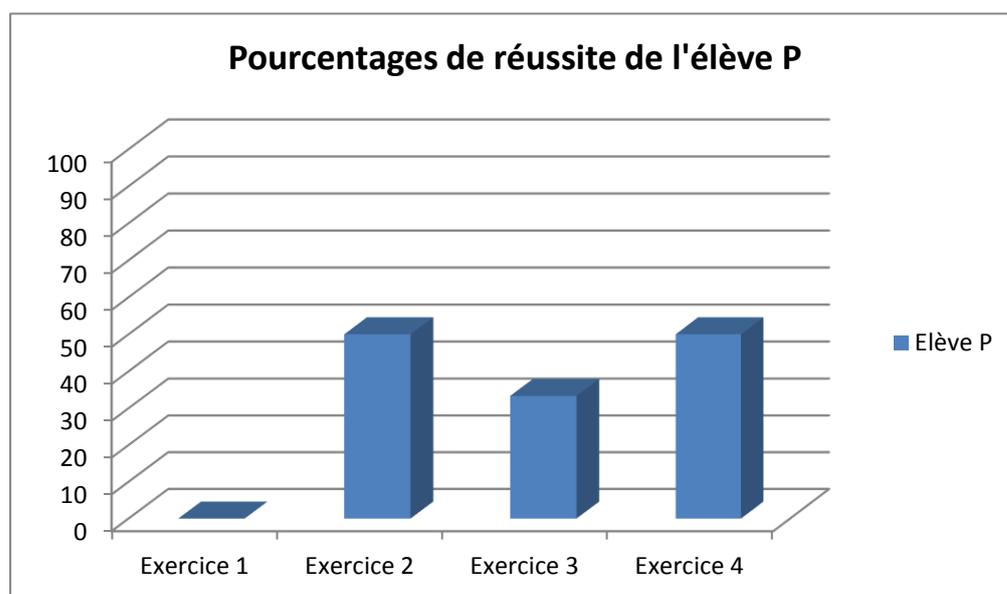
	<b>Pourcentages de réussite à chaque exercice</b>
<b>Exercice 1</b>	0,00 % (0/1)
<b>Exercice 2</b>	25,00 % (1/4)
<b>Exercice 3</b>	33,33 % (1/3)
<b>Exercice 4</b>	33,33 % (2/6)
<b>Pourcentage de réussite totale</b>	<b>28.57 % (4/14)</b>



L'élève H est lui aussi un élève qui présente de nombreuses difficultés en activités de mathématiques ainsi qu'en français. Quelques temps après la rentrée, la psychologue scolaire de l'école était venue l'observer pour pouvoir mettre en place potentiellement un aménagement pour cet élève puisque les difficultés, voire troubles, avaient été posés dans les matières majeures. Or la famille ne souhaitait pas qu'il y ait de suite à ce repérage pour accompagner l'enfant autrement dans ses apprentissages. Quoi qu'il en soit, nous pouvons, grâce aux résultats prétendre à un potentiel trouble logico-mathématique puisque la logique de suite de nombres n'est pas respectée et que les exercices comme l'inclusion ou encore la décomposition additive n'a été effectuée qu'en partie et l'autre, abandonnée. L'élève H n'a donc pas trouvé la logique servant à résoudre ces exercices centrés sur la résolution de problèmes. Quant à l'exercice de conservation du nombre, l'élève n'a apparemment pas non plus une vision claire des quantités et n'y voit pas le raisonnement logique permettant de prétendre à ce que les collections soient toujours les mêmes.

**v. Les résultats de l'élève P**

	Pourcentages de réussite à chaque exercice
Exercice 1	0,00 % (0/1)
Exercice 2	50,00 % (2/4)
Exercice 3	33,33 % (1/3)
Exercice 4	50,00 % (3/6)
Pourcentage de réussite totale	<b>42,86 % (6/14)</b>



Pour en finir avec cet élève, également un garçon, il est à savoir que depuis la rentrée il est suivi par une orthophoniste spécialisée dans les mathématiques car il a un retard important dans ce domaine d'apprentissage en comparaison avec ses camarades. Effectivement en début d'année, il ne connaissait pas la suite logique de la comptine numérique jusqu'à 10; compétence normalement acquise en moyenne section de maternelle. Depuis, grâce au suivi orthophonique et à la prise en charge de l'élève en APC notamment où l'on s'est efforcé au maximum de travailler la numération à l'aide de manipulation (serpent-puzzle par exemple), l'élève a progressé dans le domaine mathématiques mais certains troubles demeurent. Effectivement, au vue des résultats ci-contre, nous pouvons émettre l'hypothèse que l'élève P a lui aussi des troubles logico-mathématiques puisque les résultats pour ces opérations logiques sont plus faibles que la moyenne ; ceci notamment en sériation de chiffres arabes et en inclusion numérique. Concrètement, l'élève ne sait toujours pas ranger une série de nombres dans l'ordre chronologique – même si la sériation jusqu'à 30 est maintenant acquise- et il ne sait pas résoudre un problème pour savoir si sa quantité de jetons est suffisante dans le cas où nous lui en demandons plus ou moins.

## 2. Elaboration d'une séquence pédagogique pour toute la classe autour de la résolution de problèmes

		Titre de la séquence : problèmes additifs et soustractifs de composition* et transformation** d'états		Niveau : CE1 [cycle 2]		
		<b>Objectifs généraux de la séquence :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Résoudre des problèmes relevant de l'addition et de la soustraction.</li> <li>- Respecter les trois étapes de la procédure de résolution de problème : schéma, calcul, phrase-réponse.</li> <li>- Distinguer la situation de la question.</li> <li>- Sélectionner les informations pour savoir quelle opération utiliser.</li> <li>- Travailler le raisonnement logique mathématique.</li> </ul>	<b>Principaux éléments du Socle Commun de Connaissances, de Compétences et de Culture du 23 avril 2015 :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ <i>Domaine 1</i> : le langage pour penser et communiquer</li> <li>- Comprendre et s'exprimer en utilisant la langue française ainsi que le langage mathématique.</li> <li>→ <i>Domaine 4</i> : les systèmes naturels et les systèmes techniques</li> <li>- Capacité à résoudre des problèmes.</li> </ul>			
Séances	Durée	Titre	Objectifs opérationnels	Matériel	Modalité	
Séance 1	45'	Trouver une procédure de résolution de problèmes.	Résoudre un problème en choisissant sa procédure de résolution : passer par la manipulation d'objets concrets, représenter une situation par le dessin, par le schéma ou par le mime.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour les élèves : jetons, billes, gommettes, barquettes, feuille de papier, crayons.</li> <li>- Pour l'enseignant : grille d'observation.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organisation spatiale : classe.</li> <li>- Organisation humaine : individuelle.</li> </ul>	
Séance 2	45'	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprendre la situation de problème additif.</li> <li>- Créer un affichage référent.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Passer par la manipulation d'objets concrets pour représenter une situation par le dessin, par le schéma ou par le mime.</li> <li>- Caractériser un problème additif.</li> <li>- Identifier et différencier la question de la situation.</li> <li>- Réaliser un affichage de référence sur les problèmes additifs et leurs caractéristiques.</li> <li>- Répondre à la question d'un problème en formulant une phrase.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Jetons, billes, gommettes, barquettes, feuille de papier, crayons, grande affiche et feutres.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organisation spatiale : une table pour deux ou trois élèves.</li> <li>- Organisation humaine : par groupes différenciés***.</li> </ul>	

			<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser la technique opératoire de l'addition.</li> <li>- Schématiser pour retranscrire la compréhension de l'énoncé de la situation.</li> </ul>		
<b>Séance 3</b>	45'	S'entraîner à la résolution de problèmes en utilisant l'affichage référent.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser l'affichage de référence.</li> <li>- Répondre à la question d'un problème en formulant une phrase.</li> <li>- Utiliser la technique opératoire de l'addition.</li> <li>- Schématiser pour retranscrire la compréhension de l'énoncé.</li> </ul>	Jetons, billes, gommettes, barquettes, feuille de papier, crayons mis à disposition pour ceux qui en ont besoin et affichage de référence au tableau.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organisation spatiale : classe.</li> <li>- Organisation humaine : individuelle.</li> </ul>
<b>Séance 4</b>	45'	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprendre la situation de problème soustractif.</li> <li>- Créer un affichage référent.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Passer par la manipulation d'objets concrets pour représenter une situation par le dessin, par le schéma ou par le mime.</li> <li>- Caractériser un problème soustractif.</li> <li>- Identifier et différencier la question de la situation.</li> <li>- Réaliser un affichage de référence sur les problèmes soustractifs et leurs caractéristiques.</li> <li>- Répondre à la question d'un problème en formulant une phrase.</li> <li>- Utiliser la technique opératoire de la soustraction.</li> <li>- Schématiser pour retranscrire la compréhension de l'énoncé de la situation.</li> </ul>	Jetons, billes, gommettes, barquettes, feuille de papier, crayons, grande affiche et feutres.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organisation spatiale : une table pour deux ou trois élèves.</li> <li>- Organisation humaine : par groupes différenciés***.</li> </ul>
<b>Séance 5</b>	45'	S'entraîner à la résolution de problèmes en utilisant l'affichage référent.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser l'affichage de référence.</li> <li>- Répondre à la question du problème en formulant une phrase.</li> <li>- Utiliser la technique opératoire de la soustraction.</li> <li>- Schématiser pour retranscrire la</li> </ul>	Jetons, billes, gommettes, barquettes, feuille de papier, crayons mis à disposition pour ceux qui en ont besoin et affichage de référence au tableau.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organisation spatiale : classe.</li> <li>- Organisation humaine : individuelle.</li> </ul>

			compréhension de l'énoncé.		
<b>Séance 6</b>	45'	Produire un énoncé.	- S'exprimer à l'oral comme à l'écrit dans un vocabulaire approprié et précis. - Répondre à la question du problème en formulant une phrase.	- Affichage de référence au tableau.	- Organisation spatiale : une table pour deux ou trois élèves. - Organisation humaine : par groupes différenciés****.
<b>Séance 7</b>	45'	Evaluer les acquis.	- Résoudre des problèmes de type composition et transformation d'états. - Respecter la méthode de présentation et de résolution. - Utiliser deux techniques opératoires : l'addition et la soustraction.	- Jetons, billes, gommettes, barquettes mis à disposition.	- Organisation spatiale : classe. - Organisation humaine : individuelle.

La catégorie des problèmes de transformation d'état

\*



**Etat initial +/- Transformation = Etat Final**

Exemples donnés :

*Une locomotive tire 29 wagons, on en accroche 4 autres. Combien de wagons la locomotive a-t-elle maintenant ?*

(Problème de transformation d'un état avec recherche de l'état final par transformation positive.)

*Anita a 54 bonbons. Elle en dévore 28. Combien de bonbons lui reste-t-il ?*

(Problème de transformation d'un état avec recherche de l'état final par transformation négative.)

*Pierre a maintenant 42 bons-points. Il en a gagné 3 dans la journée. Combien en avait-il en arrivant ce matin à l'école ?*

(Problème de transformation d'un état avec recherche de l'état initial par transformation positive.)

*Louis a entamé la boîte de chocolats. Il en a mangé 25. Il en reste 191. Combien de chocolats y avait-il dans la boîte ?*

(Problème de transformation d'un état avec recherche de l'état initial par transformation négative.)

## La catégorie des problèmes de composition d'états



\*\*

### **Partie + Partie = Tout**

#### Exemples donnés :

*Dans un bouquet, il y a 32 roses et 17 iris. Combien y-a-t-il de fleurs dans le bouquet ?*

(Problème de composition d'états avec recherche d'un tout.)

*Dans la classe de CP-CE1, il y a 19 élèves. 8 élèves sont au CP. Combien sont au CE1 ?*

(Problème de composition d'états avec recherche d'une partie.)

#### Différenciation :

- \*\*\* - *Groupe 1* : avec l'enseignant, théâtralisation du problème pour la compréhension puis manipulation et représentation de la situation pour trouver la solution.
  - *Groupe 2* : tâtonnements et représentation du problème et de la solution avec du matériel.
  - *Groupe 3* : représentation par le dessin ou le schéma du problème et de la solution.
  - *Groupe 4* : groupe d'élèves capables de présenter directement une procédure de calcul sans passer par une représentation dessinée.
- 
- \*\*\*\* - *Groupe 1* : l'enseignant aide les élèves à choisir les objets et les actions en demandant aux enfants de théâtraliser pour mettre en mots le problème.
  - *Groupe 2* : l'enseignant fait le schéma et demande aux élèves de produire un énoncé et une question qui fonctionnent avec.
  - *Groupe 3* : mise à disposition du matériel pour visualiser l'énoncé du problème.

### 3. Outils de différenciations et de remédiations en raisonnement logique pour les élèves A, G, H et P

#### **a. L'importance de l'activité de calcul mental**

Afin de pouvoir petit à petit remédier à ses troubles logico-mathématiques, le calcul mental nous semble être un élément fondamental à travailler avec les élèves et à acquérir puisqu'il est l'essence même du raisonnement logique en mathématiques. Il est fondamental sur l'aspect social dans le sens qu'il est utile dans la vie quotidienne. Il est aussi indispensable pour le calcul posé et bien sûr, il aide à la résolution de problèmes.

Le calcul mental peut être défini comme étant une activité mathématique qui consiste à effectuer des calculs avec uniquement la réflexion, la logique et la mémoire comme support. Le résultat peut en revanche être écrit. Dans le bulletin officiel du 26 mars 2016, il est défini comme étant le fait de « calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur ». Rappelons que les programmes actuels en cycle 2 prévoient 180 heures annuelles, soit 5 heures hebdomadaires de mathématiques. Sur ces 5 heures hebdomadaires, environ 15 minutes doivent être consacrées au calcul mental, le plus souvent en début de séance.

Quels sont donc les outils à donner aux élèves afin de pouvoir être performant en calcul mental et ainsi, en raisonnement logique ?

Tout d'abord les affichages en classe semblent très importants. Elles doivent être construites avec les élèves et doivent évoluer tout au long de l'année ; ceci d'autant plus pour les affichages relatifs aux procédures (passage à la dizaine, à la centaine etc.). Les tableaux des nombres de 0 à 99 ou les frises chronologiques sont également des aides précieuses, elles peuvent même être distribuées aux élèves en difficultés comme **l'élève G, H et P**, rangées dans des enveloppes à leur disposition à tout moment. Enfin, les affiches de tables de multiplication peuvent être tout aussi utiles mais ne doivent pas figurer au mur trop longtemps car l'obligation de mémorisation peut être altérée.

Ensuite, en tant que professeurs des écoles, c'est à nous de vérifier les conditions de mémorisation des élèves au moment de l'activité de calcul mental. En effet, il faut vérifier qu'en premier lieu, les élèves ont bien compris quelle est l'opération qui est mise en jeu (addition, soustraction, multiplication). La deuxième condition est pour l'élève la prise de conscience de l'intérêt de disposer d'un répertoire de résultats. La dernière condition, quant à

elle est la plus évidente, c'est-à-dire l'entraînement régulier ; ce qui rejoint l'importance de pratiquer cette activité au minimum un quart d'heure par jour.

Enfin, notamment en Activités Pédagogiques Complémentaires (APC), il est possible de travailler exclusivement le calcul mental au travers de nombreux jeux. Cela permet à la fois de varier les situations d'entraînement et de réinvestir les compétences déjà acquises pour ensuite les entretenir. C'est là l'occasion d'insister sur la base même du calcul mental qui doit reposer sur les connaissances conceptuelles des élèves. C'est-à-dire que si l'élève comprend que  $4 + 3 = 7$ , alors il comprendra pour toujours que  $3 + 4 = 7$  mais aussi que  $7 - 4 = 3$  et que  $7 - 3 = 4$ . A l'oral et sans matériel, il existe quelques jeux de calcul mental comme « le jeu du furet », « le compte est bon » ou encore « le nombre cible ».

Il existe également des jeux à construire tels que « le jeu du serpent », « les dominos », « la boîte noire », « le jeu du trésor », « les cartes magiques » etc. Nous pouvons également citer quelques jeux commercialisés portant sur le calcul mental tels que « Le Milles Bornes », « le Lobo 77 », « Pirates mathématiciens » etc.

Pour terminer, il serait pertinent également d'intégrer les TICE en utilisant des logiciels spécialisés dans le calcul mental tels que « Calcul@tice », Mathador, Primaths » etc. en prenant bien en compte quelques limites que peuvent avoir ces logiciels.

### **b. La prise en compte de la représentation mentale au sein de la résolution de problèmes**

Comme l'a exprimé Annie Feyant, « l'apprentissage des nombres et des opérations à l'école primaire est considéré comme essentiel » et ceci aussi bien du point de vue des savoirs mathématiques que pour leur usage dans la vie quotidienne ou professionnelle. Or, les problèmes mathématiques peuvent devenir source de difficultés, même quand les premiers éléments des connaissances semblent acquis. En effet, comme nous l'avons exprimé ci-avant dans la théorie, les élèves en voulant résoudre des problèmes mathématiques, auraient un manque de confiance évident dans leur capacité à pouvoir les résoudre. De plus, les difficultés de résolution de problèmes seraient également liées à « la compréhension du problème en lui-même au contexte dans lequel il s'inscrit ». De ce fait, il est alors fondamental de pouvoir comprendre ce qui se passe concrètement au niveau de la cognition de l'élève pour la résolution de problème afin de pouvoir ensuite les accompagner au mieux dans la réussite de cette activité.

L'objectif ici est de mettre en évidence l'importance des représentations mentales dans la résolution de problèmes mathématiques sachant que les élèves en difficultés dans la résolution de problèmes ont justement des difficultés pour établir une représentation mentale puisque c'est un procédé cognitif complexe. En effet, une mauvaise représentation mentale ou même l'absence de celle-ci expliquerait la difficulté de résolution de problèmes.

La première des difficultés réside dans la compréhension de l'énoncé et celle-ci influe directement sur la réflexion qui doit être mise en place dans le problème en question et ainsi sur le résultat du problème. Il nous paraît alors fondamental d'aider l'élève en difficulté à reformuler l'énoncé/le problème, afin peut-être de pouvoir y mettre d'autres mots, ou d'en définir certains, ce qui aiderait davantage à sa compréhension. Par exemple, prenons cet énoncé de fin de CE1 : « *Un berger a un troupeau de 25 brebis. Il donne à chacune 3kg de foin par jour. Combien de kg de foin lui faut-il par jour ?* ». Ici, il faut déjà s'assurer que l'élève ait acquis la notion de masse puisque l'on parle de kilogrammes. Ensuite, nous devons nous assurer qu'il connaisse le lexique se rapportant à la ferme (berger, troupeau, brebis) et enfin qu'il sache ce qu'est « du foin ». Précisons qu'il est préférable qu'un problème donné à un élève est d'autant mieux compris quand il est accompagné d'une image ou photo de la situation. Cela lui donne la possibilité de commencer à s'imaginer la situation et trouver sa bonne logique mathématique afin de pouvoir le résoudre. Par conséquent, l'élève doit être capable d'élaborer une représentation qui est mobile. C'est-à-dire, qui peut être « modifiée par l'ajout, le retrait ou la transformation d'un élément », comme l'exprime Justine Nyiri.

En bref, il est évident de veiller à ce que les énoncés aient un sens pour les élèves et les aider à rechercher les données utiles afin de pouvoir ensuite réussir à le résoudre. Cela les aidera par la suite à avoir une meilleure représentation mentale, ce qui leur permettra d'acquérir une technique de tri plus performante, organiser les données et les mettre en relation.

Cela dit, cette représentation mentale si importante dans la résolution de problème ne peut se faire sans schématisation.

### **c. La notion de schéma dans la résolution de problèmes**

Nous pensons que les élèves ayant des troubles logico-mathématiques et qui ainsi, rencontrent des difficultés dans la résolution de problèmes ne schématisent pas, pas assez ou pas correctement le problème donné.

D'après une définition donnée par le dictionnaire du français<sup>2</sup>, le schéma est : « une représentation simplifiée (d'un objet, un processus...), destinée à expliquer la structure, à faire comprendre le fonctionnement ». Ce schéma, comme nous le disions aidera à une meilleure représentation mentale pour résoudre les problèmes.

Tout d'abord, pour réaliser les schémas, il faut apprendre aux élèves à sélectionner les informations utiles de l'énoncé, les organiser, les mettre en relation et choisir des symboles pour les représenter ; ceci afin de rendre plus accessible les données de l'énoncé et ainsi soulager la mémoire de l'enfant pour finalement trouver la bonne opération. De plus, le schéma pourra être utilisé comme un outil de vérification du problème et enfin pour présenter la solution du problème.

De ce fait, nous pensons que la schématisation doit être travaillée isolément, en tant qu'objet d'apprentissage avant d'être utilisée comme un outil d'aide à la résolution de problèmes. Elle doit en effet être travaillée sur du long terme puisque les élèves ont besoin de répéter longtemps et de connaître de nombreuses situations pour acquérir cet outil parfaitement. De plus, les élèves doivent prendre conscience que schématiser ce n'est pas dessiner mais symboliser, donc il faut leur apprendre à mettre en symbole les mots lus.

Enfin, il faut qu'en tant que professeurs des écoles, nous comprenions que schématiser est loin d'être un exercice inné pour l'élève et que ce sont d'ailleurs les élèves qui ont des difficultés à résoudre des problèmes, ou qui ont simplement des troubles du raisonnement logique qui auront également des difficultés à savoir schématiser. Cet apprentissage peut donc également se faire à part entière en temps d'APC avec les élèves en difficulté. En revanche, il ne serait pas intéressant ni productif d'obliger les élèves à schématiser s'ils n'en voient pas l'utilité ; ce serait les enclotter dans des procédures qui ne leur conviennent pas, comme le pense Audrey Bultez. Dans ce cas précis il faudrait trouver un autre moyen de représentation que le schéma.

---

<sup>2</sup> Dictionnaire du français 40 000 mots, 1997, France, p. 1007

#### **d. L'aspect ludique des mathématiques comme fondement du travail de raisonnement logique**

Les élèves qui présentent des troubles du raisonnement logique ont besoin que les mathématiques leur soient rendues ludiques et concrètes. Il faut donc favoriser la manipulation de matériel lorsque les opérations de calcul leurs sont enseignées (bâtonnets, macaronis, dés, jeux de cartes, monnaie, billes, etc.) Il est possible d'utiliser des CD-ROMS d'apprentissage, des jeux de société et des jeux en ligne pour susciter leur motivation.

Ces activités fournissent souvent une aide concrète aux enfants dans différentes situations. Elles leur apportent une meilleure compréhension de l'énoncé, du nombre et des opérations. Elles sont à utiliser adéquatement avec les notions travaillées ou en support pour aider à comprendre. Néanmoins, il est indispensable de suivre les indications de l'enseignant qui jugera bon de travailler une notion particulière à part ou en l'intégrant dans l'appropriation de nouvelles.

Par exemple, il est ainsi possible d'utiliser le jeu de l'oie puis travailler sur l'avancée du pion sur les cases (une case par chiffre récité) pour travailler la coordination entre la récitation de la chaîne numérique et le pointage des éléments. Des activités d'appariement, de memory ou de loto sont également à proposer. Aussi, aider les élèves à repérer les petites quantités sous forme de constellations afin qu'ils disposent des objets de cette manière lorsqu'ils devront en compter, simplifierait ainsi leur tâche.

Il ne faut pas non plus oublier de travailler le raisonnement logique de la vie quotidienne en lien avec les mathématiques. Elle concerne l'environnement de l'enfant et les propriétés physiques des objets qui l'entourent (lourd, léger, gros, petit, de même taille mais pas de même forme, etc.)

Par exemple, dans l'intention de travailler la conservation, l'élève a autant de pâte à modeler que son voisin, mais l'une est en boule, l'autre étirée. L'objectif est de prendre conscience que la forme n'a pas d'incidence sur la masse. De même, il y a autant de livres dans son sac que dans celui de son voisin, cependant ces livres ne sont pas de volumes identiques, d'où des sacs aux masses différentes.

D'autres exemples de remédiation aux troubles logico-mathématiques existent et sont à initier en classe comme différenciation.

### **e. Des exemples de différenciation au quotidien à l'école pour les mathématiques**

Bigorgne F. et al. préconise de nombreux aménagements en classe pour les élèves présentant des troubles logico-mathématiques. Nous retiendrons ceux qui nous paraissent les plus intéressants et réalisables pour nos deux classes.

Pour commencer, il est indispensable, comme nous l'avons brièvement exprimé de leur laisser à disposition tout le matériel nécessaire comme les tables de multiplication, les frises numériques etc. Egalement nous pouvons leur proposer du papier millimétré ou quadrillé pour la réalisation des figures géométriques. Pour ce qui est des problèmes mathématiques, nous devons leur permettre de surligner, de placer des couleurs etc.

Il est important également de hiérarchiser les consignes lorsque l'on met les élèves en activités mathématiques en leur demandant qu'une seule chose à la fois.

Ensuite, il est important de ne pas exiger autant des élèves qui présentent des troubles logico-mathématiques de ceux qui n'en ont pas pour l'explication rédigée de résultats par exemple, ou dans le calcul mental, le soin, le graphisme etc. En revanche, il faut favoriser au maximum l'interrogation à l'oral, tenir compte de la fatigabilité cognitive ainsi que la lenteur, accorder plus de temps ou diminuer le nombre d'exercices, notamment en évaluation et donc en adapter la notation. Il faut ensuite éviter les présentations denses, les tableaux à double entrée qui sont trop compliqués sur le plan visuel pour l'élève.

Enfin, il faut accepter d'autres procédures de raisonnement si celles-ci sont correctes. D'ailleurs il est très important de valoriser par les commentaires les points forts et les progrès.

### **f. L'importance des partenaires scolaires dans l'aide à la remédiation du trouble logico-mathématiques**

Il arrive parfois que les troubles logico-mathématiques soient trop présents dans les apprentissages et que les éléments de remédiation cités jusqu'à maintenant soient encore insuffisants dans leur réussite en mathématiques. Ce qui est le cas par exemple pour **l'élève G** et **l'élève P**. Dans ces situations, il revient au professeur des écoles de s'entretenir avec les parents afin de les inviter à rencontrer une tierce personne qui pourrait aider, accompagner l'élève d'une manière différente dans l'accompagnement ou la résolution du trouble de l'enfant. Dans ce cas là, un PAP (Plan d'Accompagnement Personnalisé) ou PPS (Projet Personnalisé de Scolarisation), comme nous l'avons exprimé dans la partie théorique est

élaboré par l'équipe pluridisciplinaire de la maison départementale des personnes handicapées (MDPH) à partir des besoins identifiés. Ceci établit, le RASED et son équipe (psychologue scolaire, ergothérapeute etc.) prend en charge l'élève pour pouvoir travailler avec lui ce qui lui pose problème dans les apprentissages.

**L'élève G**, par exemple, rencontre tous les jeudis matins pendant le temps scolaire, une ergothérapeute. L'objectif pour l'ergothérapeute est de permettre à cette élève de maintenir, restaurer et permettre les activités mathématiques de manière autonome et efficace sous forme de rééducation et réadaptation. L'ergothérapeute, doit prendre soin de diviser son approche en plusieurs grands domaines : numération, comptine numérique, dénombrement, calcul mental, résolution de problèmes, etc., et de tenir compte des nombreuses interactions entre eux.

L'ergothérapeute a pour objectif d'aider **l'élève G** à la maîtrise et la taille de sa comptine numérique, développer ses capacités de transcodage jusqu'au moins 200 d'ici la fin du CE1 et surveiller l'évolution de ses capacités en calcul mental en apprenant de nouvelles procédures. Pour ce faire, l'ergothérapeute s'appuie presque exclusivement sur la manipulation en ayant recours par exemple aux jetons pour les simples calculs (comme  $33-3$  ou  $56+6$ ) puisque c'est une enfant qui a des capacités visuelles plutôt développées. Quant aux problèmes, elle utilise beaucoup d'objets miniatures (animaux, playmobils, etc.). Parallèlement à cela, l'ergothérapeute veille à développer la confiance de l'élève et sa faible estime de soi. Depuis quelques semaines, nous avons remarqué beaucoup de progrès dans les apprentissages mathématiques et ceci d'autant plus qu'elle reprend confiance en elle ainsi qu'en ses réussites.

## Conclusion

« Logique : un bon outil qu'on nous vend presque toujours sans la manière de s'en servir. » [Pierre Véron] C'est en lisant ces quelques mots que notre réflexion prend tout son sens et que le rôle que nous avons à jouer en tant que professeurs des écoles s'avère essentiel.

Rappelons que notre questionnement était le suivant : comment faire pour repérer, analyser puis remédier aux troubles et difficultés logico-mathématiques, sans les confondre ?

En terme de connaissances, cette question nous a d'abord engagés à élargir la conception que nous avons de la dyscalculie, un trouble donc primaire mais cependant rare. Nous l'avons définie selon les mots de Fischer, pionnier de la psychologie cognitive, puis différenciée de l'innomérisme au regard de Vigier. Cela nous a permis d'en déduire naturellement la place qu'occupe le raisonnement logique dans les apprentissages ainsi que son impact important sur la réussite mathématique, notamment en ce qui concerne la résolution de problèmes, en nous appuyant sur les dires de Piaget et Grégoire. En guise de réponse possible à ce sujet de dialectique, nous avons dès lors discuté l'intérêt du TEDI-MATH, outil diagnostic de la dyscalculie.

Ainsi, partant de problèmes additifs ou soustractifs ayant posé problème en classe, nous avons présenté en classe une séquence pédagogique. Elle permettait de travailler la résolution de problèmes et donc la logique mathématique, points essentiels des programmes scolaires. En prolongement, nous avons mis en place un protocole inspiré du TEDI-MATH. Il avait pour but d'expliquer les difficultés importantes de certains de nos élèves par la présence éventuelle de troubles logico-mathématiques. Nous avons alors évoqué plusieurs possibilités de remédiation à proposer en tant que professeurs des écoles.

Notre travail nous a finalement fait entendre que le professeur des écoles n'a pas la légitimité de diagnostiquer un trouble quel qu'il soit. Toutefois, c'est à lui que revient la responsabilité de repérer puis analyser les difficultés en amont avant de songer à la remédiation. Ce n'est qu'après avoir effectué notre expérimentation sur le terrain que nous sommes aujourd'hui en mesure de penser que, sur nos cinquante-quatre élèves, quatre auraient potentiellement des troubles logico-mathématiques.

Il n'en résulte pas moins que nous sommes ravis d'avoir pu mettre notre séquence pédagogique en application avec les premiers élèves de nos carrières, d'autant plus qu'ils ont

généralement progressé dans le domaine de la résolution de problèmes. Leur raisonnement logique s'est également amélioré peu à peu, y compris celui de ceux en difficulté, notamment de par la remédiation explicitée lors de la discussion.

Aussi, nous avons chaque fois pris davantage de plaisir à rédiger ce Mémoire. Il nous a effectivement permis de réaliser l'importance de prêter une attention toute particulière à la singularité des apprenants parmi tous les enseignements. Pas seulement en mathématiques. La vocation d'un professeur étant de favoriser continuellement les apprentissages grâce à la meilleure des différenciations possible.

Ces derniers mots nous permettent de conclure que notre désir d'enseigner auprès d'un public en situation de handicap dès que possible s'intensifie de jour en jour.

## Bibliographie

- Ouvrages / Publications

- AGERS, 2009, Enseigner aux élèves avec troubles d'apprentissage.
- FISCHER J-P., 2012, La Dyscalculie Développementale : réalité et utilité pour l'enseignement, *Article du bulletin 488*
- GREGOIRE J., 2008, Développement logique et compétences arithmétiques.
- PIAGET J. et SZEMINSKA A., 1941, La genèse du nombre chez l'enfant., *7e édition*
- VIGIER M., 2010, L'innumérisme.
- BECKER E. et al, La dyscalculie ou les troubles logico- mathématiques.
- GUERRIERI C., 2011, Le guide de survie du professeur confronté à des élèves dys.
- GAULARD L., 2013, Implication des fonctions exécutives dans le raisonnement logico-mathématique
- HEUGEBAERT E., 2012, Les troubles du calcul : Journée des DYS
- FEYFANT A., 2015, La résolution de problèmes de mathématiques au primaire, *N°105*
- BREANT R., 2011, Le calcul mental à l'école élémentaire : Démarches et progressions
- COUCHOUX C., RENAUT M., 2005, Les aides à la schématisation en résolution de problèmes.
- NYIRI, J., 2015, La place des représentations mentales dans les difficultés de résolution de problèmes.

- BULTEZ A., 2012, Le schéma peut-il être une aide chez l'élève en difficulté dans la résolution de problèmes ?
- BIGORGNE F. et al, 2012, Troubles logico-mathématiques et dyscalculies : ressources locales et pistes d'intervention.
- BARRAY V., 2013, « Prise en charge des difficultés mathématiques des enfants porteurs de troubles spécifiques des apprentissages en ergothérapie », *Développements* (n° 16-17), p. 13-35.

- **Sitographie**

- LE DUGOU N. [en ligne] <http://clap.chu-nancy.fr/qu-est-ce-qu-un-trouble-des-apprentissages/troubles-du-raisonnement-logico-mathematique/les-troubles-du-domaine-logico-mathematique>. Consulté le 25/03/17
- CERI [en ligne] <https://www.oecd.org/fr/sites/learninginthe21stcenturyresearchinnovationandpolicyapprendre/auxiesieclerechercheinnovationetpolitiques/40583325.pdf> Consulté le 15/01/16
- STATISTIQUE CANADA, [en ligne] <http://www.statcan.gc.ca/pub/81-004-x/def/4068738-fra.htm> Consulté le 02/04/17

- Annexe n°1 : La page de fichier vierge (évaluation diagnostique)

**47** Problèmes : Situations additives ou soustractives (3)

**1**

Le car transporte des élèves.

À l'arrêt, 5 élèves descendent.

Le car repart avec 17 élèves.

Imagine que les 5 élèves remontent dans le car.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule. .... = .....

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait ..... élèves.

**2**

Le car transporte des élèves.

À l'arrêt, 6 élèves montent.

Le car repart avec 19 élèves.

Imagine que les 6 élèves redescendent du car.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule. .... = .....

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait ..... élèves.

**3**

L'aquarium contient des poissons.

On ajoute 4 poissons.

L'aquarium contient 24 poissons.

Combien de poissons cet aquarium contenait-il au départ ?

..... = .....

Cet aquarium contenait ..... poissons.

Compétence : Trouver la valeur de l'état initial dans une situation de transformation d'état.  
 Calcul mental : Double de dizaines entières. L'enseignant dit : « double de 3 » puis « double de 30 » ; l'élève dit « 6 » ; puis écrit 60.

47 quarante-sept

**- Annexe n°2 : Exemples d'élèves en difficulté pour cette leçon**

**47 Problèmes : Situations additives ou soustractives (3)**

**1** Le car transporte des élèves. À l'arrêt, 5 élèves descendent. Le car repart avec 17 élèves.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule.  $17 + 5 = 22$

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait 22 élèves.

*Imagine que les 5 élèves remontent dans le car.*

**2** Le car transporte des élèves. À l'arrêt, 6 élèves montent. Le car repart avec 19 élèves.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule.  $19 - 6 = 13$

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait 13 élèves.

*Imagine que les 6 élèves redescendent du car.*

**3** L'aquarium contient des poissons. On ajoute 4 poissons. L'aquarium contient 24 poissons.

Combien de poissons cet aquarium contenait-il au départ ?

$24 - 4 = 20$

Cet aquarium contenait 20 poissons.

*Compétence : Trouver la valeur de l'état initial dans une situation de transformation d'état.*  
*Calcul mental : Double de dizaines entières. L'enseignant dit : « double de 3 » puis « double de 30 » ; l'élève dit « 6 », puis écrit 60.*

**47 quarante-sept**

**47 Problèmes : Situations additives ou soustractives (3)**

**1** Le car transporte des élèves. À l'arrêt, 5 élèves descendent. Le car repart avec 17 élèves.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule.  $17 - 5 = 12$

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait 12 élèves.

*Imagine que les 5 élèves remontent dans le car.*

**2** Le car transporte des élèves. À l'arrêt, 6 élèves montent. Le car repart avec 19 élèves.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule.  $19 - 6 = 13$

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait 13 élèves.

*Imagine que les 6 élèves redescendent du car.*

**3** L'aquarium contient des poissons. On ajoute 4 poissons. L'aquarium contient 24 poissons.

Combien de poissons cet aquarium contenait-il au départ ?

$24 - 4 = 20$

Cet aquarium contenait 20 poissons.

*Compétence : Trouver la valeur de l'état initial dans une situation de transformation d'état.*  
*Calcul mental : Double de dizaines entières. L'enseignant dit : « double de 3 » puis « double de 30 » ; l'élève dit « 6 », puis écrit 60.*

**47 quarante-sept**

**47 Problèmes : Situations additives ou soustractives (3)**

**1** Le car transporte des élèves. À l'arrêt, 5 élèves descendent. Le car repart avec 17 élèves.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule.  $17 + 5 = 22$

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait 22 élèves.

*Imagine que les 5 élèves remontent dans le car.*

**2** Le car transporte des élèves. À l'arrêt, 6 élèves montent. Le car repart avec 19 élèves.

Avant l'arrêt, combien d'élèves le car transportait-il ?

Écris l'opération et calcule.  $19 - 6 = 13$

Complète la phrase réponse. Avant l'arrêt, le car transportait 13 élèves.

*Imagine que les 6 élèves redescendent du car.*

**3** L'aquarium contient des poissons. On ajoute 4 poissons. L'aquarium contient 24 poissons.

Combien de poissons cet aquarium contenait-il au départ ?

$24 - 4 = 20$

Cet aquarium contenait 20 poissons.

**oui!**

- Annexe n°3 : Fiche de protocole que l'on complétait en même temps que les élèves A, B, [...] P donnaient les réponses

## TEST - JEU

### 1. Sériation de chiffres arabes

« Je vais te donner des nombres, tu vas devoir les ranger du plus petit au plus grand. »

Ordre correct	Observations	Notation
OUI NON		1 0

### 2. Conservation numérique

« Est-ce que c'est toi qui as le plus de jetons, est-ce moi qui en ai le plus ou bien avons-nous tous les deux le même nombre de jetons ?

Et maintenant ? Peux-tu m'expliquer pourquoi ? »

	Equivalence	Elargissement	Equivalence	Jetons en tas
Réponse	MOI TOI =	MOI TOI =	MOI TOI =	MOI TOI =
Observations				
Notation	1 0	1 0	1 0	1 0

### 3. Inclusion numérique

« Mets 6 jetons dans l'enveloppe. Tu as mis 6 jetons dans l'enveloppe. Est-ce qu'il y en a assez si je veux prendre .... Jetons dans l'enveloppe ? »

Items	Vérification dans l'enveloppe	Réponse	Justification	Notation
8 jetons	OUI-NON	OUI-NON		1 0
4 jetons	OUI-NON	OUI-NON		1 0
7 jetons	OUI-NON	OUI-NON		1 0

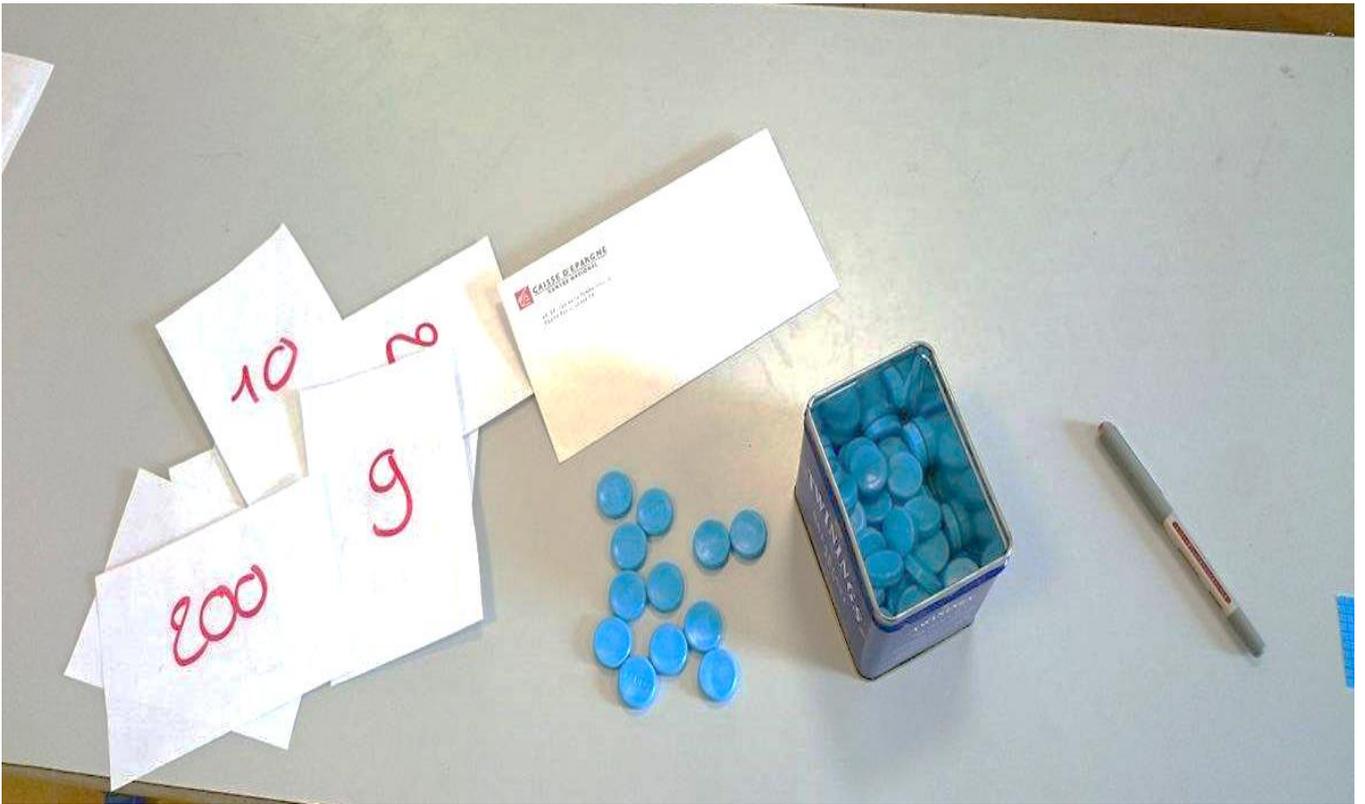
### 4. Décomposition additive

« Un berger a 6 moutons. Il en a mis 4 dans une prairie et 2 dans l'autre prairie. Comment pourrait-il faire autrement pour ranger les moutons ? »

Items	Nombres de moutons	Décomposition choisie	Observation	Notation
1	6			1 0
2	6			1 0
3	8			1 0
4	8			1 0
5	8			1 0
6	8			1 0

SCORE TOTAL : /14

- Annexe n°4 : Le matériel nécessaire au protocole (test-jeu)



Nous y retrouvons les cartes-nombres de 9 à 200, les jetons Picbille avec sa boîte et l'enveloppe de l'exercice 3.