



**HAL**  
open science

## Enseigner la notion de fraction au CM2 : enjeux d'apprentissage et rôle du langage dans ces derniers

Blandine Alonso

### ► To cite this version:

Blandine Alonso. Enseigner la notion de fraction au CM2 : enjeux d'apprentissage et rôle du langage dans ces derniers. Education. 2017. dumas-01617554

**HAL Id: dumas-01617554**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01617554>**

Submitted on 16 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Master « Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la  
formation »  
Mention 1<sup>er</sup> degré  
Parcours : M2A

## **Mémoire de master**

Année universitaire 2016-2017

**ENSEIGNER LA NOTION DE FRACTION AU CM2 :  
ENJEUX D'APPRENTISSAGE ET RÔLE DU LANGAGE DANS  
CES DERNIERS**

Auteur : ALONSO Blandine

Directrice de mémoire : CHESNAIS Aurélie

Membres du jury de soutenance : CHESNAIS Aurélie et LARGUIER Mirène

Soutenu le 22 mai 2017

## Table des matières

<b>RESUME</b> .....	<b>4</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>4</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>5</b>
<b>INTRODUCTION : L'ORIGINE DE NOS RECHERCHES</b> .....	<b>6</b>
<b>PARTIE I : LE CONCEPT DE FRACTION ET SES DIFFERENTS ASPECTS</b> .....	<b>8</b>
1. LA FRACTION : SON APPARITION ET SON EVOLUTION DANS LE TEMPS.....	8
1.1 <i>Définition du terme</i> .....	8
1.2 <i>Les fractions d'hier à aujourd'hui : leur apparition et leur développement dans le temps</i> .....	9
1.3 <i>Les différents aspects de la fraction</i> .....	10
1.3.1 Selon l'auteur Rouche.....	11
1.3.2 Selon le chercheur Brissiaud.....	11
2. LA FRACTION : DU POINT DE VUE DE L'ENSEIGNEMENT.....	12
2.1 <i>Regards sur les textes officiels</i> .....	12
2.2 <i>Les enjeux des fractions au cycle 3, au cours moyen deuxième année</i> .....	13
2.3 <i>Les objectifs concernant les fractions à l'école élémentaire</i> .....	14
2.4 <i>Les difficultés des élèves quant à l'apprentissage du concept de fraction</i> .....	15
2.5 <i>Les langages autour de la notion de fraction</i> .....	16
<b>PARTIE II : EXPERIMENTATIONS</b> .....	<b>19</b>
1. « LA SITUATION DES BANDES » :.....	19
1.1 <i>Présentation de la situation d'apprentissage</i> .....	19
1.2 <i>Les objectifs d'apprentissage</i> .....	20
1.3 <i>Choix du dispositif</i> .....	20
1.4 <i>Phase 1</i> .....	20
1.4.1 Description de la phase 1.....	20
1.4.2 Enjeux d'apprentissage de la phase 1.....	20
1.4.3 Choix des valeurs de l'énoncé.....	21
1.4.4 Analyse a priori.....	21
1.4.4.1 <i>Procédures attendues</i> .....	21
1.4.4.2 <i>Difficultés attendues</i> .....	22
1.4.5 Analyse a posteriori.....	22
1.4.5.1 <i>Procédures réalisées</i> .....	22
1.4.5.2 <i>Difficultés rencontrées</i> .....	22
1.4.6 Résultats.....	23
1.5 <i>Phase 2</i> .....	23
1.5.1 Description de la phase 2.....	23
1.5.2 Les enjeux d'apprentissage de la phase 2.....	24
1.5.3 Choix des valeurs de l'énoncé.....	25
1.5.4 Analyse a priori.....	25
1.5.4.1 <i>Procédures attendues</i> .....	25
1.5.4.2 <i>Difficultés attendues</i> .....	25
1.5.5 Analyse a posteriori.....	25
1.5.5.1 <i>Procédures réalisées</i> .....	25
1.5.5.2 <i>Difficultés rencontrées par les élèves</i> .....	26
1.5.6 Résultats.....	26
1.6 <i>Phase 3</i> .....	27
1.6.1 Description de la phase 3.....	27
1.6.2 Les enjeux d'apprentissage de la phase 3.....	27
1.6.3 Choix des valeurs de l'énoncé.....	27
1.6.4 Analyse a priori.....	27
1.6.4.1 <i>Procédures attendues</i> .....	27
1.6.4.2 <i>Difficultés attendues</i> .....	28
1.6.5 Analyse a posteriori.....	28
1.6.5.1 <i>Procédures réalisées</i> .....	28
1.6.5.2 <i>Difficultés rencontrées</i> .....	30
1.6.6 Résultats.....	30
2. SITUATION DE « LA MACHINE A PARTAGER » : FRACTIONS ET GRADUATIONS.....	31
2.1 <i>Première séance</i> .....	31
2.1.1 Description de la première séance.....	31

2.1.2	Les enjeux d'apprentissage de cette première séance.....	32
2.1.3	Choix du dispositif « la machine à partager » .....	33
2.1.4	Choix des valeurs.....	33
2.1.5	Analyse a priori .....	33
2.1.5.1	Procédures attendues .....	33
2.1.5.2	Difficultés attendues.....	34
2.1.6	Analyse a posteriori .....	34
2.1.6.1	Procédures réalisées.....	34
2.1.6.2	Difficultés rencontrées .....	34
2.1.7	Résultats.....	35
2.2	<i>Deuxième séance</i> .....	35
2.2.1	Description de la deuxième séance .....	35
2.2.2	Les enjeux d'apprentissage et les objectifs de cette deuxième séance .....	36
2.2.3	Choix du dispositif .....	36
2.2.4	Choix des valeurs.....	37
2.2.5	Analyse a priori .....	38
2.2.5.1	Procédures attendues .....	38
2.2.5.2	Difficultés attendues.....	38
2.2.6	Analyse a posteriori .....	39
2.2.6.1	Procédures réalisées .....	39
2.2.6.2	Difficultés rencontrées .....	39
2.2.7	Résultats.....	39
<b>CONCLUSION .....</b>		<b>41</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>		<b>42</b>
<b>ANNEXES.....</b>		<b>43</b>
1.	FICHE DE PREPARATION DE « LA SITUATION DES BANDES » .....	43
1.1	<i>Document distribué à chaque élève lors de la phase 1</i> .....	44
1.1.1	Productions d'élèves.....	45
1.1.2	Productions d'élèves.....	46
1.1.3	Production d'élève.....	46
1.1.4	Productions d'élèves.....	47
1.1.5	Production d'élève.....	47
1.1.6	Production d'élève.....	48
1.1.7	Productions d'élèves.....	48
1.2	<i>Document distribué à chaque élève lors de la phase 2</i> .....	49
1.2.1	Productions d'élèves.....	50
1.2.2	Productions d'élèves.....	51
1.2.3	Production d'élèves.....	51
1.3	<i>Document distribué à chaque élève lors de la phase 3</i> .....	52
1.3.1	Productions d'élèves.....	53
1.3.2	Recueil des réponses de tous les élèves .....	54
1.3.3	Productions d'élèves.....	58
2.	FICHE DE PREPARATION DE LA SITUATION « LA MACHINE A PARTAGER » SEANCE 1 .....	59
2.1	<i>Segment distribué à chaque élève lors de la séance 1</i> .....	60
2.2	<i>Outil « la machine à partager » (Euromaths)</i> .....	60
2.3	<i>Document distribué à chaque élève lors de la séance 1</i> .....	61
2.3.1	Production d'élève : phase 2 .....	62
2.3.2	Production d'élève : phase 2 .....	62
2.3.3	Production d'élève : phase 2 .....	62
2.3.4	Production d'élève : phase 3 .....	62
2.3.5	Production d'élève : phase 3 .....	62
2.3.6	Productions d'élèves : phase 3 .....	63
2.3.7	Production d'élève : phase 3 .....	63
2.4	<i>Trace écrite de la séance 1</i> .....	64
3.	FICHE DE PREPARATION DE LA SITUATION « LA MACHINE A PARTAGER » SEANCE 2.....	65
3.1	<i>Document distribué à chaque élève lors de la séance 2</i> .....	66
3.1.1	Productions d'élèves.....	67
3.1.2	Production d'élève.....	68
3.1.3	Production d'élève.....	69
3.2	<i>Trace écrite de la séance 2</i> .....	69

## Résumé

Ce mémoire s'intéresse à la notion de fraction et à son apprentissage à l'école élémentaire, au cycle 3, plus particulièrement au CM2. Cette notion est introduite dès le CM1 et est souvent appréhendée des élèves de CM2. Les résultats des évaluations nationales montrent d'ailleurs généralement que c'est un concept mal maîtrisé et compris qu'en fin de CM.

C'est pourquoi, je me suis intéressée dans ce mémoire aux enjeux d'apprentissage que cette notion vise et à la place du langage dans ces derniers.

Pour ce faire, j'ai analysé le concept de fraction tel que son savoir de référence, son savoir à enseigner et son savoir enseigné au CM2 en utilisant des dispositifs adéquats.

Mots clés : fraction, écritures fractionnaires, enseigner les fractions au cycle 3, nombres rationnels, langage, difficultés d'apprentissage.

## Abstract

This report is about the study of the notion of fraction and its learning during the cycle 3 at the elementary school, more particularly to the fifth year of primary school. This notion is introduced from the fourth year of primary school and is often feared for the pupils of CM2. The results of the national evaluations generally show that this concept is poorly understood and understood only at the end of the CM.

That is why, I were taked an interest in the issues of learning at which this notion aims and to the place of the language in the latter.

To do it, I analyzed the concept of fraction as its reference knowledge, its knowledge to teach and its knowledge taught in CM2 with adequate devices.

Keys words : concept of fraction, stakes in learnings of the notion of fraction, to teach the fractions the cycle 3, the rational numbers, the language.

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer mes remerciements à ma directrice de mémoire, Aurélie CHESNAIS, pour m'avoir suivie dans l'élaboration de ce mémoire. Son investissement, sa disponibilité et ses conseils m'ont été d'une grande aide.

Je souhaite également remercier Mirène LARGUIER ainsi que Alain BRONNER, responsables de la communauté de recherche thématique « démarche d'investigation en mathématiques » dans laquelle s'inscrit mon mémoire. Tout au long de ces deux années de master 1 et 2, ils m'ont apporté les principes fondamentaux de la recherche et les outils indispensables à la réalisation du mémoire. Leurs conseils ont été fort enrichissants.

De plus, je remercie mes tuteurs universitaire et de terrain, respectivement, Maïté EUGENE et Laurent CARAYON pour leurs remarques et leurs suggestions pertinentes.

Par ailleurs, j'exprime chaleureusement ma reconnaissance à mes collègues, professeurs des écoles de mon école pour leur soutien.

Enfin, mes pensées vont tout particulièrement à ma famille qui m'a toujours encouragée dans mes études. Son soutien m'a été d'une précieuse aide.

## Introduction : l'origine de nos recherches

J'ai décidé, concernant l'étude de ce mémoire, de me concentrer sur une discipline qui est pratiquée chaque jour de la semaine. Effectivement, au cours moyen première année et au cours moyen deuxième année (cycle 3), les mathématiques se pratiquent sur une durée hebdomadaire d'environ cinq heures. Après l'enseignement du français, il s'agit du domaine disciplinaire le plus important en terme de volume horaire.

Ainsi, je me suis intéressée à cette matière et plus particulièrement à la notion de fractions simples qui apparaît à l'école élémentaire, au cycle 3, dès le CM1. Celle-ci se révèle souvent très complexe pour les élèves:

Les fractions sont un des premiers et principaux terrains où se développe le dégoût des mathématiques et la conviction, à peu près toujours fausse, que l'on est incapable de cette activité « réservée aux plus intelligents ». Nicolas ROUCHE (1998, p. 1 avant-propos).

Cette déplaisance envers les fractions est d'autant plus problématique que cette notion, comme énoncé dans le bulletin officiel du 26 novembre 2015, doit être au cycle 3 « à la fois un objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux ».

De plus, la notion de fraction est utilisée dans d'autres matières scolaires comme les sciences ou encore la géographie. Il est donc primordial que les élèves comprennent « les nombreux phénomènes qu'elles servent à expliquer » (Nicolas ROUCHE, 1998, p. 1). Egalement, ils doivent convenir de leur utilité dans la vie courante.

Ainsi, ayant une classe de cours moyen deuxième année, il m'a paru important de pouvoir approfondir les questions liées à l'enseignement et l'apprentissage de cette notion.

Par ailleurs, les langages sont essentiels pour « penser et communiquer » comme l'évoque le domaine numéro un du socle commun de connaissances, de compétences et de culture. En faisant appel aux nouveaux programmes de l'école élémentaire mis en place en 2015 et applicables depuis la rentrée 2016, je remarque que les langages font partie intégrante d'un des cinq domaines du nouveau socle commun de connaissances, de compétences et de culture commune, à savoir le domaine sus-énoncé. En effet, les langages servent de support de travail mais aussi de communication. Par conséquent, ils sont au cœur de chaque discipline, en particulier en mathématiques. Aussi, j'ai décidé d'accorder une attention particulière aux enjeux langagiers dans mon travail de recherche à propos de l'enseignement des fractions afin de tenter de percevoir les langages comme un moyen et un objet d'apprentissage pour comprendre la notion de fractions.

Il convient dès lors de m'interroger, d'une part, sur les enjeux d'apprentissage liés à la notion de fraction chez des élèves de cycle 3, de cours moyen deuxième année et, d'autre part, de mettre en exergue le rôle du langage dans la compréhension de ce concept de fraction.

Dans une première partie, j'aurai recours à des éclairages théoriques. Pour ce faire, mes recherches se baseront sur le concept de fraction et ses différents aspects.

Dans une deuxième partie, je me situerai, en tant que professeure des écoles, au cycle 3, au cours moyen deuxième année. J'analyserai les expérimentations qui ont été mises en place dans ma classe concernant la notion de fraction. Ces dernières permettront de constater les réussites mais aussi les difficultés des élèves concernant la notion de fraction afin de cibler les facteurs qui en sont responsables.



## PARTIE I : le concept de fraction et ses différents aspects

Je présente dans cette première partie un aperçu du concept de fraction en détaillant les différents aspects qu'il peut prendre. L'objectif de cette approche théorique est d'une part de définir le terme de fraction selon les mathématiciens, d'autre part de réaliser un retour en arrière dans l'histoire afin de mieux comprendre les raisons pour lesquelles le concept de fraction a été créé et comment il est parvenu jusqu'à nous puisque cette réflexion peut nourrir celle concernant son enseignement et son apprentissage.

### 1. La fraction : son apparition et son évolution dans le temps

#### 1.1 Définition du terme

Le terme de fraction est défini comme étant « l'action de rompre » (*L'Estat de la cité de Jherusalem ds Itinéraires à Jérusalem*, éd. H. Michelant et G. Raynaud, p. 23).

Dans la deuxième moitié du XIII<sup>ème</sup> siècle, du point de vue mathématique, il est semblable à la « division » (*Introd. d'astron*, B.N. 1353).

En 1992, Baruk définit, dans son dictionnaire de mathématiques élémentaires, une définition plus complète que celles évoquées ci-dessus du terme de fraction :

Avant 1980, le mot fraction faisait référence à un nombre qui a été « rompu » en parts égales, par exemple  $\frac{3}{4}$ . Le terme amène également la notion d'opérateur parce qu'il permet de désigner une partie d'une quantité. Après cette date, les programmes scolaires français, entre autres, ont limité le terme fraction à une simple question scripturaire, retirant ainsi la notion numérique rattachée à la fraction. Ainsi, la fraction n'est qu'une manière d'écrire la relation existant entre un numérateur et un dénominateur. Cette forme d'écriture laisse plus de latitude pour faire émerger le concept de nombre rationnel. La règle d'écriture la plus souvent adoptée est  $\frac{a}{b}$ . Si a et b désignent deux entiers, et que b soit non-nul, le nombre obtenu à partir du quotient de a et de b s'appelle un nombre rationnel ou fraction. (1992)

Ainsi, Baruk aborde les fractions comme étant une manière d'écrire les nombres rationnels. En effet, si je recherche la définition d'un nombre rationnel, il m'est indiqué qu'il correspond à un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction  $\frac{a}{b}$  où a et b sont des nombres entiers relatifs (positif ou négatif) et où b est non nul. Les nombres rationnels comprennent donc les fractions telles que  $\frac{2}{3}$  ou encore  $\frac{12}{6}$  et respectivement les nombres décimaux finis ou périodiques tels que 0,25 et  $\frac{1}{3}$ .

## 1.2 Les fractions d’hier à aujourd’hui : leur apparition et leur développement dans le temps

Pour cette partie, je me suis appuyée des travaux présentés par Alahmadati, chercheur en Sciences de l’Education, dans sa thèse en 2016.

L’utilisation des fractions a fait son apparition dès lors que des êtres humains en ont ressenti le besoin. En effet, dès l’Antiquité, les fractions sont apparues dans le but d’exprimer des rapports non entiers. Ces rapports non entiers permettaient de résoudre certains problèmes de la vie de tous les jours. Les civilisations babyloniennes et égyptiennes ont été les premières à avoir laissé des traces sur leurs connaissances mathématiques. Elles ont fait appel aux fractions dans l’intérêt de répondre à des besoins économiques et commerciaux à savoir les intérêts, les échanges monétaires et les taxes. Il était dès lors nécessaire pour ces populations de pouvoir représenter le résultat d’un partage sous une autre forme qu’un nombre entier.

Ahmès, scribe égyptien écrit 1650 ans environ avant J-C un papyrus appelé le papyrus de Rhind. Celui-ci est conservé au British Museum de Londres et est une des sources les plus importantes concernant les mathématiques dans l’Egypte antique. Je peux ainsi remarquer que les égyptiens n’avaient pas la même vision des fractions que les babyloniens.

Les égyptiens percevaient la fraction comme étant un partage. Ils utilisaient uniquement, exceptée la fraction  $\frac{2}{3}$ , les fractions de la forme  $\frac{1}{n}$  et les sommes  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \dots$  de deux ou de plusieurs dénominateurs a, b, etc tous différents. Pour les fractions telles que  $\frac{2}{n}$ , ils avaient créé des tables de décompositions où les doubles étaient systématiquement remplacés par des sommes de dénominateurs différents. La fraction était alors exprimée sous la forme d’une somme de fractions de numérateur 1 uniquement.

Quant aux babyloniens, la numération était à base 60. Les symboles utilisés dans cette numération étaient le clou de valeur 1 et le chevron de valeur 10. Il était alors possible d’écrire tous les nombres de 1 jusqu’à 59. Le clou et le chevron augmentaient en fonction du nombre qu’ils souhaitaient écrire. A propos des fractions, elles avaient toutes pour dénominateur un multiple de 60. Seul le numérateur était donc à écrire. Nous utilisons d’ailleurs actuellement cette numération dite sexagésimale pour les heures, les minutes et les secondes ainsi que pour les mesures d’angles.

C’est par la suite, au XIème siècle que les arabes considèrent les fractions comme étant le rapport de deux longueurs et des nombres à part entière. Le résultat de  $\frac{a}{b}$  est donc le nombre qui multiplié par b donne a. De plus, le trait ou la barre qui symbolise la notation fractionnaire est lui aussi un héritage des peuples arabes.

En 1427, dans *La Clé de l’arithmétique*, le célèbre Al-Kashi « expose la manière d’opérer dans le système sexagésimal de position qu’utilisaient les astronomes ». Il définit ce que représente

une fraction décimale. Il explique et montre comment passer toute fraction en somme de fractions décimales. Il conçoit même des tableaux de conversion de fractions décimales en fractions sexagésimales utilisées par les babyloniens comme évoqué précédemment.

En Occident, les nombres décimaux tardent à venir car l'écriture décimale des nombres a du mal à prendre sa place. Mais c'est Viète en 1579, qui incitera son usage devant les fractions sexagésimales. Il utilisera la « barre verticale pour séparer les parties entières et décimales des nombres ».

Cependant, la découverte des nombres décimaux sera attribuée au belge Simon Stevin pour deux raisons. La première se justifie par la conception de sa théorie qui est indépendante des travaux qui ont été réalisés auparavant par les savants arabes. La deuxième raison découle du fait que son système s'est répandu d'une manière très rapide en étant adopté en une dizaine d'années. Stevin énonce dans son fascicule de dix pages intitulé « la Disme » et publié en 1582, des règles de calculs simples. Par exemple, dans son système de notation, le nombre 567 s'écrit  $567^\circ$  et se lit « cinq cent soixante sept comencemens ». Quant à la partie décimale, le nombre 0,457 se note :  $4^1 5^2 7^3$  et se lit « 4 primes 5 secondes et 7 tierces ».

En 1592, un italien, Giovanni Antonio Magini fait évoluer cette notation et propose la notation suivante qui est par ailleurs toujours employée par les pays anglo-saxons : 89.532

En 1595, le suisse Jost Bürgi indique le chiffre du nombre qui correspond à l'unité simple par un petit rond au-dessus de celui-ci.

Enfin, il faut attendre le début du XVII<sup>ème</sup> siècle, pour voir apparaître la virgule dans l'écriture des nombres décimaux. On doit cette écriture au néerlandais Van Roijen Snell et à l'écossais Napier.

Je peux ainsi constater que l'invention du concept de fraction a été la réponse à des problèmes de la vie courante qui souhaitaient exprimer des rapports non entiers. J'ai également pu remarquer que ce concept n'a cessé d'évoluer jusqu'à aujourd'hui.

### 1.3 Les différents aspects de la fraction

Après avoir aperçu l'évolution du concept de fraction dans le temps, il me faut, pour réfléchir à l'enseignement de cette notion, m'attacher aux différents aspects que peuvent prendre les fractions. En effet, plusieurs auteurs et chercheurs ont mis en avant le fait qu'une fraction était utilisée de plusieurs manières différentes. Rouche, dans son ouvrage intitulé « Pourquoi ont-ils inventé les fractions ? » (1998), évoque trois types de fractions différentes. Ce dernier pense que les fractions se différencient en fonction de leur usage et de leur signification. En ce sens, le chercheur Brissiaud (1998) le rejoint mais lui, distingue quatre types de fractions.

### 1.3.1 Selon l'auteur Rouche

Selon l'auteur Rouche, les fractions peuvent servir à représenter les opérateurs de fractionnement et sont ainsi appelées les fractions opérateurs. Elles permettent d'évoquer une partie représentée sous la forme d'une fraction de quelque chose, par exemple  $\frac{2}{3}$  de la tarte ou d'un triangle, ou de toute autre grandeur. Si nous écrivons  $\frac{2}{3}$  de la tarte, cela signifie que nous coupons la tarte en 3 parts égales et que nous prélevons 2 parts. La fraction  $\frac{2}{3}$  se lit deux tiers, ce qui privilégie « le découpage et le prélèvement ».

Elles peuvent par ailleurs étudier des rapports et être dans ces cas-là des fractions rapports. La fraction rapport exprime un rapport de deux grandeurs. Par exemple, si nous considérons que A est à B comme 4 est à 5, alors  $A = \frac{4}{5}B$  et si  $A = \frac{4}{5}B$ , alors A est à B comme 4 est à 5. La fraction rapport peut être notamment rencontrée dans le quotidien : « on parle d'une carte à l'échelle  $\frac{1}{25000}$ , d'un plan de maison au  $\frac{1}{50}$ , d'une réduction au  $\frac{3}{4}$ , etc. » Finalement, nous avons au départ deux grandeurs telles que A et B qui ont « entre elles un rapport connu exprimé par deux nombres ».

Enfin, elles peuvent évoquer des rapports d'une grandeur quelconque à une unité de mesure et se nommer fractions mesures. Par leurs mesures, elles expriment les grandeurs. Ces fractions mesures « apparaissent dans des expressions telles que  $\frac{3}{4}$  kg ou  $\frac{1}{2}$  heure. »

### 1.3.2 Selon le chercheur Brissiaud

Brissiaud évoque la fraction comme un fractionnement de l'unité, comme une division-partition de la pluralité, comme une fraction-rapport ou bien encore comme une fraction proportion.

Pour lui, les types de fraction appelés « fractionnement de l'unité » et « division-partition de la pluralité » permettent tous deux de représenter un partage de l'unité en parts égales. Cependant elles se distinguent de par la façon de les partager. Brissiaud l'illustre en se servant de la fraction  $\frac{2}{3}$ , dans laquelle il distingue les sortes de grandeurs que 2 et 3 sont susceptibles de représenter selon la signification que nous souhaitons leur donner.

D'après Brissiaud, si le nombre 2 est sans dimension et qu'il opère sur  $\frac{1}{3}$  (2 fois un tiers par exemple) la fraction  $\frac{2}{3}$  se lit alors « deux tiers ». Il s'agit ici d'une « partition de l'unité suivie d'une multiplication » qui est appelée de manière plus abrégée « fractionnement de l'unité ». Cela revient à partager l'unité donnée qui peut être une tarte ou un rectangle par exemple en 3 parts égales. Parmi ces 3 parts égales, nous en sélectionnons 2.

Dans le cas à présent où 2 renvoie à une grandeur alors que le nombre 3 est sans dimension. La fraction  $\frac{2}{3}$  se lit « 2 divisé par 3 » mais elle renvoie au partage de la totalité des 2 en 3 parties égales. Il s'agit alors d'une « division-partition de la pluralité ».

Ensuite, si maintenant les nombres 2 et 3 renvoient à des grandeurs de même nature (par exemple des valeurs en centimètres), la fraction désigne alors un rapport. Dans ce cas,  $\frac{2}{3}$  se lit souvent « 2 divisé par 3 ». Cette fraction renvoie à une « division-quotition » à savoir « combien de fois 3 dans 2 ? ».

Enfin, dans le cas où les nombres 2 et 3 renvoient à des grandeurs de natures différentes,  $\frac{2}{3}$  se lit le plus « 2 pour 3 ». La fraction signifie alors ce qu'on appelle habituellement une proportion. Elle peut s'interpréter par exemple comme 2 médecins pour 3 milliers d'habitants. Souvent, elle sert à définir une vitesse (2 kilomètres en 3 minutes) ou un rendement (2 litres de jus de pommes pour 3 kg de pommes).

Je connais à présent l'origine des fractions et dans quel but elles ont été créées. Grâce à différents travaux, j'ai pu énumérer les différents aspects que peuvent prendre les fractions. De fait, je me rends compte de la richesse de la notion de fraction mais aussi de sa complexité.

## **2. La fraction : du point de vue de l'enseignement**

### **2.1 Regards sur les textes officiels**

Tout d'abord, il convient de faire un point sur l'évolution des programmes depuis 2002 relatifs à l'enseignement de la notion de fractions à l'école élémentaire.

Concernant les programmes de 2002 et 2007, les objectifs à atteindre en fin de cycle 3 dans ce domaine sensible étaient que

Les élèves mettent en place une première maîtrise des fractions et des nombres décimaux : compréhension de leurs écritures, mise en relation des écritures à virgule avec des sommes de fractions décimales, etc. Les fractions sont essentiellement introduites, au cycle 3, pour donner du sens aux nombres décimaux. (2007, p. 137).

Quant aux programmes de 2008 de l'école primaire, le travail sur les fractions est présenté sous la forme d'une liste des différents points à aborder :

Fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ; nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et

inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près. (2008, p. 23).

Enfin, si je considère le bulletin officiel du 26 novembre 2015 :

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée (2015, p.205)

Ainsi, l'élève de fin de cycle 3 doit être capable :

D'utiliser et de représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux ainsi que de résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul (2015, p.201).

Il est entendu par là que l'élève doit être capable de comprendre et d'utiliser la notion de fractions simples. Pour cela, il doit connaître les écritures fractionnaires, être capable de désigner à l'oral et à l'écrit diverses fractions (un quart, un demi, un huitième, etc.), savoir décomposer une fraction en plusieurs fractions additives ou multiplicatives, encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs et établir des égalités entre des fractions simples.

Je constate alors que, d'après les repères de progressivité du bulletin officiel du 26 novembre 2015, la fraction est à nouveau présentée comme étant « à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux » (2015, p.205) rejoignant les programmes de 2007. En effet, d'après Ermel :

[Au CM2] les nombres décimaux sont à nouveau travaillés comme au CM1, à l'aide des fractions décimales qui permettent de donner une signification aux chiffres après la virgule dans l'écriture décimale des nombres. (2001, p. 385)

## **2.2 Les enjeux des fractions au cycle 3, au cours moyen deuxième année**

Il est précisé dans les repères de progressivité du bulletin officiel n°11 du 26 novembre 2015 que :

Du CM1 à la 6<sup>e</sup>, il est abordé différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6<sup>e</sup>. (2015, p. 209)

En effet, plusieurs aspects de la fraction sont abordés; la fraction partage ; la fraction proportion ; la fraction repère sur une droite graduée adaptée ; la fraction division ainsi que la fraction quotient.

C'est l'aspect de partage qui permet d'introduire la fraction à partir du cycle 3. Cette fraction ne sera alors pas considérée comme étant un nombre mais plutôt comme étant un opérateur de partage. Par exemple, la fraction  $\frac{2}{4}$  désigne que l'unité est partagée en quatre morceaux égaux et que nous en retenons deux. A ce stade de l'apprentissage, la fraction ne représente pas le quotient

de  $n$  par  $p$  mais «  $n$  fois  $1/p$  » où  $\frac{1}{p}$  correspond à une partie d'une unité fractionnée en  $p$  parties égales.

Une fois que la fraction partage est construite avec les élèves, la fraction peut être perçue comme un repère sur une droite graduée adaptée c'est à dire qu'elle peut être placée sur cette droite repérée. Elle tient compte de la distance par rapport à l'origine de la droite graduée. Il est alors possible de travailler les équivalences entre différentes écritures (par exemple  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{5}{10}$ ).

Finalement au CM2, seuls les aspects de la fraction partage, la fraction proportion et la fraction repère sur une droite graduée adaptée seront traités avec les élèves. Quant aux aspects division et quotient de la fraction, ils seront étudiés au collège à partir de la sixième.

Les enjeux énoncés dans le livre du maître Euromaths CM2 rejoignent ceux du bulletin officiel n°11 paru le 26 novembre 2015. Les auteurs de ce livre du maître présentent :

Les fractions et les nombres décimaux [...] comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante : problèmes de partage ; problèmes de mesure de longueurs ou d'aires ; problèmes de repérage d'un point sur une droite. (2009, p.38)

### 2.3 Les objectifs concernant les fractions à l'école élémentaire

Lorsque les élèves arrivent au début du cycle 3, à savoir au cours moyen première année, ils ont déjà connaissance des écritures à virgule de par leur usage social notamment dans le contexte des grandeurs telles que le prix, la taille, la masse. En effet, les élèves utilisent à l'oral, au quotidien ces écritures à virgule pour exprimer par exemple un prix en euro (cinq euros quarante-six) ou bien une longueur en mètre (six mètres dix-huit). Cela laisse envisager aux élèves que ces nombres à virgule sont constitués de deux nombres entiers juxtaposés davantage que comme un nombre décimal. Il est alors primordial de débiter l'apprentissage des nombres décimaux, comme énoncé dans les textes officiels précédemment, en s'appuyant sur les fractions et plus particulièrement sur les fractions décimales. Les fractions décimales vont faciliter leur construction.

Afin de permettre l'apprentissage des fractions décimales, sont introduites en premier lieu les fractions simples. Ce dernier se conçoit dès lors que le fractionnement de l'unité est nécessaire pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne le permettent pas à eux seuls. Il est conseillé d'introduire les fractions en faisant manipuler des grandeurs aux élèves, en matérialisant une unité telle qu'un segment, une bande, un rectangle, un disque, etc. C'est en variant les différents types de supports pour travailler la notion de fraction que la compréhension de la notion d'unité se concrétisera. Par ailleurs, il est souhaitable d'introduire dès le début du cycle 3 des fractions supérieures à l'unité. Cela évitera que les élèves puissent penser qu'une fraction est nécessairement

inférieure à 1 et également cela préparera à la suite des apprentissages à savoir la décomposition des fractions décimales menant à l'écriture à virgule. La demi-droite graduée, notamment, permet de faire le lien entre ces différentes écritures de nombres. Les élèves se rendent compte que  $\frac{3}{2}$  unités =  $1 + \frac{1}{2}$  unités.

De plus, il convient dès le début de l'introduction des fractions, d'expliquer aux élèves le sens de la nouvelle convention d'écriture d'une fraction. Il est essentiel que les élèves acceptent que le « nombre du dessous » du trait de la fraction correspond au dénominateur et par ailleurs qu'il correspond au nombre de parts en lequel on partage l'unité. Le « nombre du dessus » s'appelle le numérateur et indique combien la fraction contient de parts de l'unité.

Par ailleurs, les élèves doivent s'approprier l'écriture symbolique d'une fraction. Dans ce but, en début d'apprentissage, il convient d'entraîner les élèves à verbaliser la fraction  $\frac{3}{2}$  par « trois demis » et non « trois sur deux ». De plus, il sera nécessaire d'insister sur l'idée qu'il s'agit de « trois fois un demi ». Comme le précise le document d'accompagnement Eduscol :

La verbalisation « quatre tiers » joue donc un rôle essentiel dans la construction du concept de fraction, elle doit être préalable à l'introduction de la notation symbolique et vivre tout au long du cycle 3. (2016, p.9)

Il est important de noter que le langage joue un rôle essentiel dans la compréhension des différents aspects que la fraction met en jeu.

## 2.4 Les difficultés des élèves quant à l'apprentissage du concept de fraction

Comme je l'ai évoqué précédemment, les fractions sont des nombres rationnels. A l'évidence, l'apprentissage de la notion de fraction n'est autre que l'objet d'un nouvel apprentissage pour les élèves, celui de nouveaux nombres. Ainsi, ce nouvel apprentissage amène à de nouvelles propriétés des nombres qui sont différentes de celles des nombres connus jusqu'à maintenant. Selon Brousseau (1981), le passage des nombres entiers aux nombres rationnels est complexe et la série d'obstacles vécue par les enfants est le résultat de difficultés à admettre de remettre en cause un certain nombre de choses (exemple : la multiplication d'un nombre entier « grossit » ce nombre, tandis que la multiplication d'un nombre rationnel « diminue » ce nombre).

Les difficultés qui débutent l'apprentissage des fractions concernent celles rencontrées lors de partages puisque c'est l'aspect partage de la fonction qui introduit la notion de fraction au cycle 3. L'étude de Pothier et Sawada (1983) montre que les élèves maîtrisent en premier le partage en deux en coupant la forme en deux parties égales. Lorsque cette procédure est acquise, ils n'ont pas de difficultés à effectuer tout partage pour lequel le nombre de parties à partager demandé est une puissance de deux tel que  $4 = 2 \times 2 = 2^2$ ,  $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ ,  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ , etc. Ceci ne pose pas de



difficultés aux élèves puisque l'enfant partage en deux en répétant cette procédure de sorte à atteindre le nombre de parties demandées (2, 4, 8, 16, etc.). En revanche, les élèves ont des difficultés à partager une forme en un nombre impair de parties égales. Lorsqu'il leur est demandé de partager une forme en un nombre impair de parts égales, ils ont tendance à commencer par partager la forme en deux initialement et à compenser par la suite par translation ou rotation pour obtenir un partage en un nombre impair de parties égales.

Les élèves ont des difficultés lorsque le numérateur de la fraction dépasse le dénominateur et ainsi l'unité choisie. Pour eux, il ne leur est pas possible de pouvoir prendre plus de parts égales que ce que l'unité en est partagée, par exemple  $\frac{4}{2}$  voudrait dire que la pizza est partagée en deux parts égales et qu'on en voudrait 4. Il est dès lors important d'introduire dès le départ les fractions avec un numérateur supérieur au dénominateur afin d'éviter les blocages des élèves.

De plus, lorsque nous symbolisons « trois quarts » par le partage d'une pizza en quatre parts égales auxquelles nous en prenons trois, il est judicieux de faire attention à ce que les élèves n'associent pas trois parts à trois unités, ce qui peut vite porter à confusion.

Par ailleurs, la barre de fraction n'est pas toujours perçue comme symbole de partage. Certains élèves associent la barre de fraction à une virgule en disant par exemple que  $\frac{1}{3} = 1,3$ . Ces erreurs peuvent se retrouver lorsqu'ils doivent placer une fraction sur une demi-droite graduée pour coder une position et placent  $\frac{1}{3}$  à l'endroit où devrait se situer 1,3.

## 2.5 Les langages autour de la notion de fraction

Le langage est à la fois un objet mais aussi un outil au service des apprentissages. L'enjeu de maîtriser des outils langagiers est important. En effet, maîtriser des outils langagiers permet de pouvoir agir, mémoriser, comprendre, transmettre, questionner, expliquer et synthétiser. Je vais donc détailler les éléments langagiers verbaux et symboliques qui contribuent au développement des compétences langagières liées à la notion de fraction.

Le langage verbal comprend le langage à la fois oral mais aussi le langage écrit.

Le langage oral concerne toutes les interactions des élèves entre eux et des élèves avec l'enseignant. Quant au langage écrit, cela touche aux productions des élèves et à celles de l'enseignant.

Il est intéressant de noter les différences entre les premières représentations écrites des élèves et leur production finale car en effet, dans un contexte scientifiques, les activités langagières efficaces doivent solliciter des productions langagières diverses et non qu'un seul écrit terminal. De plus, il est curieux d'observer lors de mises en commun et suite aux confrontations de toutes les productions d'élèves, par quel biais les élèves n'ayant pas la bonne solution au départ parviennent à

celle attendue. Les auteures, Rebière qui a réfléchi au rôle des pratiques langagières dans les apprentissages, et qui accompagnée de Jaubert a travaillé sur les pratiques de reformulation et la construction de savoirs, montrent, à travers leurs travaux, combien le langage joue un rôle important dans la construction de la connaissance et quels éléments contribuent au développement des compétences langagières. Elles évoquent à propos de la mise en commun que « la présentation et confrontation de toutes les affiches génèrent un objet ayant subi une série de transformations depuis la première perception individuelle ». Le rôle tenu par l'enseignant dans l'étayage a toute autant son importance dans la construction du savoir en jeu.

Autour de la notion de fraction, le langage symbolique est tout autant nécessaire dans l'apprentissage des fractions. Il correspond au caractère ordinal de la fraction, au sens de l'écriture pour lequel le trait de la fraction est un opérateur de partage ainsi qu'au signe « = » qui exprime l'équivalence entre deux écritures ( $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ ). Les élèves doivent bien prendre conscience de l'écriture fractionnaire et de son sens pour travailler la notion de fraction.

Par ailleurs, je me suis intéressée à une séquence mise en ligne sur le site de l'IREM de la Réunion sous forme de vidéos. Cette dernière m'apporte de premières informations avant même d'avoir expérimenté en classe. J'ai pu constater que l'enseignant joue un rôle important dans le développement des compétences langagières liées à la notion de fractions chez les élèves. En effet, son étayage permet d'interroger les élèves quant à leur pratique personnelle. Il incite les élèves à manipuler pour trouver la solution. Il fait également reformuler les élèves. D'après les auteures Rebière et Jaubert, la reformulation accompagne la construction de savoirs. Elles évoquent aussi que les premières formulations sont contraintes à être reformulées pour les rendre plus compréhensibles.

De plus, j'ai relevé l'importance des interactions entre pairs. Cette riche interactivité est la preuve de l'institutionnalisation de leur propre pratique dans l'objectif de partager des cheminements personnels à d'autres personnes. Les mises en commun collectives permettent de réaliser les passerelles et de faire les identifications pour beaucoup d'élèves. Les représentations s'installent et évoluent par la prise de parole et la confrontation des expériences de pensée de chacun. Les bilans de chaque fin de séance permettent aux élèves d'évoquer ce qu'ils ont appris. La verbalisation orale a ainsi une place primordiale dans la compréhension de la notion de fractions.

D'autre part, j'ai observé que les élèves avaient des vitesses kinesthésiques différentes au niveau de la manipulation et de l'écriture. Ils ont souvent des difficultés à verbaliser sous la forme d'une fraction une partie de la longueur de la bande et produisent des confusions entre la traduction du pliage et le fractionnement obtenu.

D'après le concept de « transposition didactique » de Chevallard (1985) dont le processus est de transformer le savoir « savant » en un savoir pouvant être enseigné à des apprenants, j'ai

étudié les savoirs savants ainsi que les savoirs à enseigner. Il est dorénavant intéressant d'analyser les savoirs enseignés.

Pour cela, je vais présenter les séances que j'ai élaborées dans ma classe visant à prendre en compte un certain nombre des enjeux évoqués dans cette première partie. J'analyserai leur mise en œuvre en classe et leurs conséquences sur les apprentissages des élèves. Enfin, j'interrogerai la place du langage dans l'apprentissage de cette notion.

## **PARTIE II : expérimentations**

Je vais, à présent, appréhender les enjeux d'apprentissage de la notion de fraction qui sont pris en charge dans les situations que j'ai réalisées au sein de ma classe de cours moyen deuxième année afin de percevoir comment le savoir de référence et le savoir à enseigner sont finalement enseignés.

Pour ce faire, lors de la troisième période de l'année scolaire, dans ma classe de cours moyen deuxième année, j'ai entamé une séquence permettant de retravailler la notion de fractions. Il sera intéressant d'analyser les séances qui amènent la notion de fraction permettant par la suite d'introduire les nombres décimaux en utilisant les fractions décimales.

Mon expérimentation fera l'objet de trois situations. Ces situations permettent d'introduire à nouveau la notion de fraction dans une classe de CM2. La première et la deuxième situation concernent la fraction partage. Quant à la troisième situation, elle conduit à utiliser la fraction pour coder une longueur ou une position sur la droite graduée.

Tout au long de cette expérimentation, j'analyserai les réussites et les échecs des élèves quant à ces enjeux d'apprentissage et j'attacherai une attention particulière aux éléments langagiers qui participent au développement ou non des compétences liées à la notion de fraction.

### **1. « La situation des bandes » :**

« La situation des bandes » est tirée du manuel Ermel intitulé Apprentissages numériques et résolution de problèmes au CM2.

#### **1.1 Présentation de la situation d'apprentissage**

« La situation des bandes » comprend trois grandes phases (annexe 1).

Dans un premier temps, il s'agit pour les élèves qu'ils construisent des longueurs égales à une fraction d'une longueur qui leur est donnée par l'enseignant.

Puis, lors de la seconde phase, les élèves doivent reconstituer la longueur de la bande initiale dont ils ne disposent pas, en ayant à leur disposition, une bande qui mesure trois quarts de la bande initiale.

Enfin, lors de la dernière phase, les élèves doivent dire les fractions qui représentent les parties de différentes figures.

## 1.2 Les objectifs d'apprentissage

D'après Ermel, les objectifs d'apprentissage visés dans cette situation sont « d'installer ou réinstaller une première signification des fractions simples (un demi, un quart, trois quarts, un huitième, trois huitièmes) dans un contexte de longueur ». La fraction  $\frac{a}{b}$  signifie à ce niveau d'apprentissage  $a$  fois  $\frac{1}{b}$  et non le résultat de  $a$  par  $b$  qui sera un concept étudié plus tard dans les apprentissages (en sixième).

De plus, un des autres objectifs de cette première situation est que les élèves connaissent et utilisent les relations entre ces fractions en les traduisant par des écritures additives et multiplicatives. Il s'agit par exemple de savoir que le nombre 1 peut s'exprimer sous la forme d'une ou plusieurs fractions telles que :  $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ . De la même manière, il est possible d'écrire 1 décomposé en écritures multiplicatives telles que  $1 = 2 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{4}$ .

## 1.3 Choix du dispositif

Ce dispositif offre, de par la possibilité de manipuler, une concrétisation quant à la signification d'une fraction (signification du dénominateur et du numérateur).

Par ailleurs, en alternant le travail individuel, le travail à deux et les mises en commun, les élèves confrontent leurs procédures et se remettent en question sur eux-mêmes sans que l'enseignant valide ou non directement.

## 1.4 Phase 1

### 1.4.1 Description de la phase 1

L'enseignant distribue à chaque élève une bande de 21 centimètres de longueur. Ils ont alors pour consigne la suivante : « découpez dans cette bande un morceau de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande. » Pour réaliser cette consigne, les élèves n'ont évidemment pas le droit d'utiliser la règle pour mesurer. Chaque élève réalise la consigne en binôme mais écrivent leur procédure individuellement. Il s'en suit une phase collective où les longueurs obtenues par chaque élève sont comparées au tableau et regroupées par même longueur. A l'issue de cette phase collective chaque élève reprend la fiche (annexe 1.1) où il a écrit sa procédure initiale pour écrire la procédure qu'il ferait s'il devait faire à nouveau l'activité.

### 1.4.2 Enjeux d'apprentissage de la phase 1

Les enjeux de cette première phase sont que les élèves :

- 1 : comprennent que « trois quarts » signifie qu'il faut partager en quatre parties égales ma bande et en prendre trois. Chaque partie vaut « un quart » de la bande.

- 2 : conçoivent qu'obtenir « un quart » de la bande revient à plier la bande une première fois en deux parties superposables, puis à replier cette bande obtenue en deux parties superposables. Cet enjeu est un élément purement langagier.
- 3 : sachent expliquer précisément par écrit la procédure qu'ils ont utilisée. En tant qu'auteur d'un message, il est alors nécessaire qu'ils emploient un vocabulaire précis s'ils souhaitent que leurs camarades obtiennent la longueur de la bande voulue. Le vocabulaire précis concerne la façon dont est pliée la bande à savoir en parties égales, parts égales, morceaux égaux, parties superposables, parts superposables ou encore en morceaux superposables.

Finalement, ces enjeux évoqués font référence au savoir à enseigner tel que la fraction pour résoudre des problèmes de partage et la fraction pour résoudre des problèmes de mesure de d'aire.

### 1.4.3 *Choix des valeurs de l'énoncé*

Tout d'abord, le choix de demander aux élèves de reproduire une longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande est de les mettre en confiance en utilisant une fraction qu'ils connaissent déjà.

De plus, c'est une fraction avec un dénominateur pair qui est aussi une puissance de deux ; ce qui facilite la tâche demandée comme je l'avais vu précédemment grâce à l'étude de Pothier et Sawada (1983).

Cette situation permet de reprendre conscience de la signification d'une fraction pour ceux qui ne s'en rappelleraient pas.

### 1.4.4 *Analyse a priori*

#### 1.4.4.1 *Procédures attendues*

Les procédures attendues sont les suivantes :

- 1<sup>ère</sup> possibilité : « j'ai plié la bande en deux parties qui se superposent puis j'ai replié cette bande en deux parties superposables afin d'obtenir un partage de la bande en quarts (soit quatre parties égales). J'ai donc plié deux fois en deux successivement. J'ai terminé en comptant trois quarts. J'ai ensuite enlevé le quart qui était de trop. »
- 2<sup>ième</sup> possibilité : « j'ai plié la bande en deux parties qui se superposent, puis j'ai replié seulement une des parties en deux parties qui se superposent. J'ai terminé en prenant la moitié de la bande à laquelle j'ai ajouté un quart de la bande pour obtenir une bande égale à trois quarts. »
- 3<sup>ième</sup> possibilité : « j'ai plié la bande en trois parties égales. »
- 4<sup>ième</sup> possibilité : « j'ai plié la bande une première fois puis je l'ai repliée une seconde fois. J'ai obtenu quatre parts ».

#### 1.4.4.2 Difficultés attendues

Les difficultés que je peux envisager sont :

- ils peuvent ne pas comprendre ce que signifie une longueur égale à « trois quarts »
- ils peuvent penser cela impossible à réaliser sans l'utilisation d'un double décimètre puisqu'ils n'envisagent pas le pli pour partager la bande en parties égales
- ils peuvent rencontrer des difficultés pour verbaliser sous la forme d'un écrit leur procédure.

#### 1.4.5 Analyse a posteriori

##### 1.4.5.1 Procédures réalisées

Les procédures réalisées avant la mise en commun par les élèves ont été les suivantes :

- certains élèves se sont restreints seulement au numérateur « 3 » de la fraction et ont partagé la bande en trois parts égales sans tenir compte du dénominateur « 4 » (annexe 1.1.1)
- Des élèves ont plié deux fois successivement la bande de sorte à ce que les deux parties se superposent pour obtenir quatre parties égales. Ils ont ensuite retiré une partie égale à « un quart ». (annexe 1.1.2)
- Des élèves ont partagé approximativement la bande en quatre parties et en ont découpé une (annexe 1.1.3).
- Des élèves ont noté avoir plié deux fois et découpé un morceau. (annexe 1.1.4)
- Un élève a dit avoir plié la bande en trois. (annexe 1.1.5)

##### 1.4.5.2 Difficultés rencontrées

Les élèves ont pu rencontrer les difficultés suivantes :

- certains élèves n'ont pas su à quoi correspondait le langage verbal « trois quarts » et se sont arrêtés seulement à l'information « trois » en partageant leur bande en trois parts égales (annexe 1.1.1)
- comme difficulté anticipée, des élèves ont eu du mal pour verbaliser sous la forme d'un écrit leur procédure. Certains ont donc fait des schémas (annexes 1.1.2 et 1.1.6)
- deux élèves ont associé le pliage à une part. Il mentionne que « trois pliages équivalent à trois morceaux ». L'enjeu langagier n'est pas atteint.
- les élèves manquent de précision dans leur procédure écrite. Par conséquent, elle ne permet pas aux autres élèves d'obtenir une bande d'une longueur égale à « trois quarts » de la bande de départ. (annexe 1.1.4)
- d'autres ont pensé cela impossible sans l'aide des graduations d'une règle.

## 1.4.6 Résultats

Enjeux visés dans cette situation	Réussite ou échec de l'enjeu visé avant la mise en commun		Réussite ou échec de l'enjeu visé suite à la mise en commun	
	Réussite	Echec	Réussite	Echec
1	14	12	22	4
2	14	12	22	4
3	5	21	19	7

Parmi les vingt-et-un élèves qui n'étaient pas en mesure d'expliquer leur procédure avant la mise en commun, je remarque que quatorze d'entre eux sont capables de le faire après celle-ci (annexe 1.1.7).

La mise en commun après leur temps de recherche par binôme permet de préciser ce que signifient « un quart » et « trois quarts », d'introduire et d'utiliser les écritures  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{3}{4}$  en écrivant ces fractions sur les morceaux correspondants ainsi que de préciser que dans la fraction  $\frac{3}{4}$ , le 3 est le numérateur et le 4 est le dénominateur. Les élèves comprennent que le 4 indique qu'il faut partager en quatre parties égales leur bande et que le 3 indique qu'il faut prendre trois parties parmi les quatre. De plus, lors de cette mise en commun, les élèves énoncent leur procédure. Il est alors possible de valider ou non les procédures en les réalisant lorsque les élèves les énoncent. Les élèves se rendent alors compte tout seul de leur manque de précision quant à leur procédure écrite. Ils reformulent alors afin que les autres élèves puissent obtenir la longueur de bande attendue.

## 1.5 Phase 2

### 1.5.1 Description de la phase 2

L'enseignant affiche une bande au tableau et distribue aux élèves une bande de longueur égale à « trois quarts » de la bande affichée au tableau (les plis des quarts sont apparents sur la bande) ainsi qu'une bande d'une longueur plus grande. La consigne est la suivante : « comme vous, j'ai obtenu par pliage et découpage des morceaux de longueur égale à trois quarts de la longueur de cette bande (36 cm). J'ai donné à chaque équipe l'un de ces morceaux. En utilisant ce morceau, vous devez découper dans la grande bande une bande identique à la bande de départ. » De la même façon que lors de la première phase, les élèves ont un document afin d'écrire leur procédure (annexe 1.2).

Une mise en commun a ensuite eu lieu. Les bandes obtenues par les élèves ont été affichées au tableau afin que l'on compare leur longueur. Cette dernière a permis de dégager les relations suivantes :



- $1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$
- $1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$
- $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
- $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
- $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
- $\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
- $1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8}$
- $\frac{2}{4} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$ .

Pour ce faire, des schémas au tableau ont été réalisés afin que les élèves visualisent et comprennent mieux ces relations. Par exemple, il a été expliqué et représenté au tableau que si on partageait chaque « quart » en deux parties égales, lorsque nous comptons le nombre total de parts, nous en avons non plus quatre mais huit parts. Les élèves ont ainsi compris la relation : « un quart » égale à « deux huitièmes ». Afin d'écrire ces équivalences d'écritures, l'enseignant introduit le signe « = » entre deux écritures qui signifie ici que par exemple « deux quarts » c'est la même chose que « un demi ». Il s'agit typiquement d'une question de langage symbolique mathématique. Il en est de même pour le signe « + » qui est introduit non pas comme l'addition de deux nombres tels que « un demi » égale « un quart » plus « un quart » mais plutôt comme « un demi » c'est « un quart » et encore « un quart ». Les élèves ne perçoivent pas encore les fractions comme des nombres, il est donc important que le langage symbolique soit introduit de cette manière.

### 1.5.2 Les enjeux d'apprentissage de la phase 2

Les enjeux d'apprentissage de la phase 2 sont que les élèves :

- 1 : comprennent que pour obtenir une longueur de bande égale à « quatre quarts » ils doivent ajouter « un quart » à « trois quarts ». Par là, j'attends qu'ils fassent le lien entre la relation « quatre quarts » et la relation « trois quarts » auxquels on ajoute « un quart » ou bien « quatre quarts » égale à quatre fois « un quart » ou encore « quatre quarts » égale à « un demi » auquel on ajoute « un quart ».
- 2 : sachent que le langage écrit symbolique «  $\frac{3}{4}$  » code le langage purement verbal « trois quarts ».
- 3 : soient capables d'expliquer leur procédure de sorte à ce que si un camarade réalise la procédure énoncée à l'écrit, il retrouve la longueur de la bande initiale.

Les enjeux de cette seconde phase permettent de travailler les enjeux cités dans la partie théorique tels que la fraction partage et la fraction comme mesure d'aire.

### 1.5.3 Choix des valeurs de l'énoncé

Le fait de demander une longueur égale à celle de la bande initiale en laissant à disposition une bande mesurant « trois quarts » de la bande initiale invite les élèves à recomposer « quatre quarts » de la manière qu'ils souhaitent. Encore une fois, les quarts sont connus des élèves et peuvent être réinvestis plus facilement.

### 1.5.4 Analyse a priori

#### 1.5.4.1 Procédures attendues

Les possibilités de procédures des élèves peuvent être :

- 1<sup>ère</sup> possibilité : « J'ai reporté le morceau « trois quarts » sur la grande bande puis j'ai reporté seulement « un quart », ce qui m'a fait « quatre quarts » ».
- 2<sup>ème</sup> possibilité : « J'ai reporté quatre fois « un quart » sur la grande bande ».
- 3<sup>ème</sup> possibilité : « J'ai reporté deux fois « un demi » sur la grande bande ».
- 4<sup>ème</sup> possibilité : « J'ai reporté une fois « trois quarts » de la bande initiale sur la grande bande ».
- 5<sup>ème</sup> possibilité : « J'ai partagé en quatre parts égales les « trois quarts » de la bande initiale, et j'ai reporté « quatre quarts » sur la grande bande ».
- 6<sup>ème</sup> possibilité : « J'ai partagé cette nouvelle petite bande en quatre parties égales. J'ai reporté les « trois quarts » sur la grande bande ».

#### 1.5.4.2 Difficultés attendues

Il est possible que les élèves rencontrent les mêmes difficultés que celles de la phase précédente. Leur bande à leur disposition égale à « trois quarts » de la bande initiale peut les perturber sachant qu'on leur parle de quarts et qu'ils ont en main une bande partagée en trois morceaux égaux. Ils peuvent vouloir partager les « trois quarts » de leur bande en « quatre quarts » afin de reporter sur la grande bande, quatre fois « un quart ». De plus, la consigne de cette phase étant davantage chargée en informations que celle de la phase une, il est possible que les élèves aient une surcharge cognitive et ne sachent que faire.

### 1.5.5 Analyse a posteriori

#### 1.5.5.1 Procédures réalisées

La plupart des élèves ont dit avoir reporté la petite bande mesurant « trois quarts » de la bande initiale sur leur grande bande, puis avoir reporté seulement « un quart » de cette petite bande afin d'obtenir la longueur de la bande initiale égale à « quatre quarts ». Ils ont ensuite découpé cette longueur sur la grande bande (annexe 1.2.1).

Les autres élèves ont reporté la longueur de leur petite bande à disposition égale à « trois quarts » de la bande initiale et ont reporté puis découpé cette longueur là sur la grande bande (annexe 1.2.2).

### 1.5.5.2 Difficultés rencontrées par les élèves

Des élèves ont compris que la petite bande mesurait « trois quarts » de la bande initiale et que par conséquent, les trois morceaux présents sur cette bande représentait chacun « un quart » de la bande initiale. Ils ont donc reporté cette longueur, puis seulement un morceau égal à « un quart » de la bande initiale afin d'obtenir « quatre quarts » et ainsi retrouver la longueur initiale de la bande.

Quant à d'autres élèves, ils ont reporté la petite bande sur la grande bande soit simplement pour remplir le contrat didactique, soit parce qu'ils pensaient qu'en partageant en quatre parts égales la petite bande égale à « trois quarts » de la bande initiale, ils retrouveraient la longueur de la bande initiale égale à « quatre quarts » en reportant toute la longueur de cette petite bande sur la grande bande.

Finalement, cet exercice est complexe pour les élèves puisque ils ont eu à disposition une petite bande partagée en trois morceaux égaux mais pour lesquels chaque morceau était égal à « un quart ». J'ajoute à cela que la consigne présentant un certain nombre d'informations, il est possible qu'une surcharge cognitive ait empêché aux élèves de réaliser la tâche.

### 1.5.6 Résultats

Enjeux de la situation	Enjeu atteint avant la mise en commun		Enjeu atteint après la mise en commun	
	Oui	Non	Oui	Non
1	16	12	22	6
2	16	12	22	6
3	10	18	22	6

Je remarque dès lors, que les élèves acceptent que pour obtenir « quatre quarts » de la bande initiale il faut ajouter aux « trois quarts » de la bande initiale, « un quart » de cette bande initiale.

De plus, je constate que douze élèves qui n'étaient pas en mesure d'expliquer précisément la procédure à suivre avant la mise en commun sont capables de l'expliquer précisément après cette dernière (annexe 1.2.3).

La mise en commun facilite la remise en question de leur écrit initial à savoir s'il était erroné ou seulement pas assez précis. Elle fait donc l'objet d'une première institutionnalisation quant à la signification d'une fraction. Les élèves remarquent l'importance qu'il faut accorder à la précision de l'écrit de sa procédure.

## 1.6 Phase 3

### 1.6.1 Description de la phase 3

Un exercice a été distribué aux élèves afin que je réalise une évaluation diagnostique individuelle à cette étape de l'apprentissage.

Les élèves ont chacun une feuille comportant huit figures avec comme consigne :

« Pour chaque figure, dis quelle fraction de l'unité représente la partie grisée et dis une autre écriture possible de cette fraction » (annexe 1.3).

### 1.6.2 Les enjeux d'apprentissage de la phase 3

Les enjeux d'apprentissage de cette phase sont que les élèves :

- sachent représenter une aire à l'aide d'une fraction en comptant le nombre de parts grisées par rapport au nombre de parts totales.
- soient capables de décomposer  $(\frac{2}{4}, \frac{5}{10}, \frac{2}{8}, \frac{5}{9})$  sous la forme de deux ou plusieurs fractions comme par exemple  $\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ .
- soient capables d'écrire l'équivalence des écritures :  $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  en disant que lorsqu'ils partagent chaque quart ils obtiennent huit fois « un huitième ».
- aperçoivent que « deux quarts » et « cinq dixièmes » représentent la moitié d'une partie grisée d'une figure soit « un demi » de la figure.

Les enjeux d'apprentissage de cette troisième phase permettent de travailler les enjeux cités dans la partie théorique tels que la fraction partage et la fraction comme mesure d'aire.

### 1.6.3 Choix des valeurs de l'énoncé

Concernant cette phase 3, il est distribué aux élèves un exercice. Il permet de voir si les élèves ont compris la signification d'une fraction et s'ils savent le réinvestir avec d'autres fractions que les quarts comme les huitièmes, les neuvièmes ou les dixièmes. De plus, il permet d'analyser si les élèves savent décomposer une fraction en une écriture fractionnaire comprenant deux ou plusieurs fractions. Pour ce faire, l'exercice comprend des figures de formes différentes. Il est proposé aux élèves « afin de faire utiliser les fractions précédentes et d'autres fractions dans un contexte légèrement différent et de mettre en évidence certaines équivalences d'écriture » (Ermel, 2001, p. 455).

### 1.6.4 Analyse a priori

#### 1.6.4.1 Procédures attendues

Les fractions et écritures correctes que je peux attendre des élèves sont les suivantes :

- pour les figures a, h :  $\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Explications possibles : la figure est partagée en quatre parts égales, deux parts égales sont grisées, cela représente donc « deux quarts » de la figure ou bien la moitié de la figure telle que « un demi ».

- pour les figures b, c, e :  $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
- pour la figure d :  $\frac{5}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$
- pour la figure f :  $\frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$
- pour la figure g :  $\frac{5}{9} = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{9} + \frac{3}{9}$  etc.

#### 1.6.4.2 Difficultés attendues

Les difficultés attendues sont les suivantes :

- ils peuvent avoir des difficultés à écrire l'équivalence d'une fraction avec un numérateur égal à 1.
- Ils peuvent ne pas avoir compris la signification d'une fraction et par exemple écrire un numérateur et un dénominateur erroné.

#### 1.6.5 Analyse a posteriori

##### 1.6.5.1 Procédures réalisées

Les procédures des élèves sont les suivantes :

Pour la figure a) :

- Dix-neuf élèves ont compté le nombre de parts égales dans la figure pour déterminer le dénominateur 4 de la fraction et ont compté le nombre de parts grisées pour déterminer le numérateur. Ils ont ensuite décomposé la fraction en divisant le numérateur par 2.
- un élève a divisé par deux chaque parts égales présentes sur le gâteau et a obtenu  $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ . Il a ensuite décomposé la fraction  $\frac{4}{8}$  en une somme de deux fractions égales.
- quatre élèves ont remarqué visuellement que la partie grisée de la figure couvrait la moitié de la figure et ont donc écrit que la partie grisée représentait  $\frac{1}{2}$  de la figure totale.
- enfin deux élèves ont partagé en deux chaque quart de la figure et ont donc écrit 8 au dénominateur de la fraction mais ont laissé les deux parts au numérateur.

Pour les figures b), c) et e) :

- quatorze élèves ont compté le nombre de parts totales afin de déterminer le dénominateur et le nombre de parts grisées afin de déterminer le numérateur. Pour décomposer cette fraction sous la forme d'au moins deux fractions, les élèves ont partagé en deux chaque quart de la figure et ont donc obtenu la fraction  $\frac{2}{8}$ .
- huit élèves ont su écrire  $\frac{1}{4}$  mais n'ont pas su écrire cette fraction sous la forme de plusieurs fractions en ayant 1 comme numérateur.

- Deux élèves, faute de savoir écrire  $\frac{1}{4}$  sous la forme de plusieurs fractions, ont écrit :  $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ . Il semblerait que  $\frac{1}{4}$  soit vu comme un gâteau partagé en 4, mais qu'ils ne retiennent pas l'égalité des parts.
- Un élève a décomposé la fraction  $\frac{1}{4}$  sous la forme d'une différence, à défaut de trouver une décomposition sous la forme d'une somme, ce qui est tout autant juste.
- Enfin, un autre élève a écrit  $\frac{3}{4}$ . Il est possible que cet élève là ait confondu la partie grisée avec la partie blanche et ait mis la représentation de la partie blanche.

Pour la figure d) :

- vingt-six élèves ont compté le nombre total de parts afin de déterminer le dénominateur, puis le nombre de parts grisées pour déterminer le numérateur. Ils ont ensuite décomposé sous la forme d'une somme cette fraction ( $\frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}$  ou 5 fois  $\frac{1}{10}$ ).
- Certains ont remarqué visuellement que la partie grisée représentait  $\frac{1}{2}$  de la figure.
- un autre élève a compté le nombre de parts grisées pour déterminer le numérateur ainsi que le nombre de parts non grisées pour déterminer le dénominateur.

Pour la figure f) :

- vingt-cinq élèves ont compté le nombre de parts totales pour déterminer le dénominateur ainsi que le nombre de parts grisées pour déterminer le numérateur.
- Un élève a compté le nombre total de parts pour déterminer le dénominateur et le nombre de parts non grisées pour déterminer le numérateur.
- un autre élève a regroupé par deux les huitièmes et a ainsi écrit 4 comme dénominateur et a compté le nombre de parts grisées pour déterminer le numérateur.

Pour la figure g) :

- certains élèves ont compté le nombre de parts total afin de définir le dénominateur, puis ont compté le nombre de parts grisées pour définir le numérateur. Afin de donner cette fraction sous la forme de plusieurs fractions, certains ont décomposé le numérateur en une somme égale à 5, d'autres ont partagé chaque neuvième en deux afin d'obtenir une fraction avec un numérateur pair leur permettant d'écrire la fraction sous la forme de deux fractions égales.
- Un élève a écrit  $\frac{5}{9} = \frac{3}{7}$  en faisant le rapport entre  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  à savoir on soustrait 2 au numérateur ainsi qu'au dénominateur. En obtenant une fois de plus une fraction avec un numérateur pair, cet élève a partagé en deux le numérateur 3 et a obtenu  $\frac{3}{7} = \frac{1,5}{7} + \frac{1,5}{7}$ .
- Un autre élève a une fois de plus écrit la fraction qui représentait la partie blanche en indiquant la fraction  $\frac{4}{9}$  et non la partie grisée.
- L'élève qui a écrit  $\frac{5}{8}$  a certainement mal compté le nombre de parts totales.

Un autre élève a écrit  $\frac{5}{9}$  mais lorsqu'il a décomposé il a écrit  $\frac{5}{9} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ . L'élève a sans doute employait la règle spontanée la plus utilisée par les élèves qui est la suivante : pour ajouter les fractions il faut ajouter les numérateurs d'une part et les dénominateurs de l'autre.

- Il pense qu'il faut additionner également les dénominateurs pour obtenir le dénominateur 9 de la même façon que le numérateur.

Pour la figure h) :

- plus de la majorité des élèves ont trouvé la fraction  $\frac{2}{4}$  en comptant le nombre total de parts déterminant le dénominateur ainsi que le nombre total de parts grisées pour déterminer le numérateur.
- Certains élèves ont écrit comme dénominateur le nombre de parts non grisées et pour le numérateur le nombre de parts grisées.

### 1.6.5.2 Difficultés rencontrées

D'après la consigne, les élèves sont partis dans l'optique que pour décomposer une fraction, il fallait absolument donner l'équivalence de cette fraction sous la forme d'une écriture fractionnaire composée de deux fractions égales. Ils sont donc restés bloqués à la fraction « cinq neuvièmes » qui est une fraction possédant un numérateur et un dénominateur impair. Pourtant, la consigne ne précisait pas de donner une écriture fractionnaire sous la forme de deux fractions égales. Ils pouvaient très bien dire que  $\frac{5}{9} = \frac{4}{9} + \frac{1}{9}$  ou bien encore que  $\frac{5}{9} = \frac{2}{9} + \frac{3}{9}$ , mais, n'y ayant pas été habitués, ils ne s'y sont pas autorisés (annexe 1.3.1).

Certains ont donné la fraction équivalant à la partie non grisée à la place de celle grisée.

### 1.6.6 Résultats

D'après le recueil des productions des élèves (annexe 1.3.2), je peux obtenir le tableau ci-dessous qui m'indique si les enjeux de cette troisième phase ont été atteints ou non par les élèves.

Enjeux de cette phase	Nombre d'élèves qui a atteint l'enjeu visé							
	Fig. a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
1	28	27	27	28	28	26	23	24
2	$\frac{2}{4}$		$\frac{5}{10}$		$\frac{2}{8}$		$\frac{5}{9}$	
	24		22		22		17	
3	18							
4	Figure a)		Figure d)			Figure h)		
	4		11			4		

Comme je peux le constater dans le tableau ci-dessus, les élèves sont en réussite quant aux enjeux de dernière phase. Les élèves ont plutôt bien réinvesti les relations vues précédemment. De

plus, malgré que certaines réponses ne fussent pas justes, elles sont toutes porteuses de sens. En effet, les élèves appliquent des propriétés qui sont applicables aux nombres entiers mais pas aux nombres irrationnels. Il est intéressant de remarquer le langage des fractions qu'utilisent les élèves. Certains emploient le langage symbolique de la fraction ( $\frac{3}{4}$ ), du langage écrit : trois quarts et du langage symbolique associé à du langage écrit : 3 quarts (annexe 1.3.3).

Il est nécessaire d'approfondir davantage le travail à propos des relations entre les fractions telles que :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ . Ces équivalences seront alors travaillées avant de passer à la fraction graduation évoquée dans les expérimentations suivantes.

## **2. Situation de « la machine à partager » : fractions et graduations**

Les deux situations suivantes seront traitées lors de deux séances différentes. La première séance est nécessaire afin que les élèves sachent utiliser la machine à partager qui est réutilisée dans la deuxième situation.

### **2.1 Première séance**

L'objectif de cette première séance (annexe 2) est que les élèves sachent utiliser le dispositif de « la machine à partager » qui leur permet de partager un segment en parts équitables.

#### **2.1.1 Description de la première séance**

Cette séance comprend globalement 4 phases.

Les premières phases à savoir une et deux permettront de faire comprendre le fonctionnement de la « machine à partager » aux élèves. Ce dispositif doit être perçu comme un outil qui évitera de plier pour partager le segment en x segments égaux.

Les dernières phases permettent de retravailler l'utilisation de la machine à partager et d'introduire les fractions de dénominateur 10 préparant les fractions décimales.

Pour démarrer la première phase de cette séance, l'enseignant distribue à chaque élève une bande de même longueur et leur demande de partager cette bande en 4 morceaux égaux sans utiliser la règle graduée pour mesurer. Les élèves réinvestissent ce qu'ils connaissent des séances précédentes. L'enseignant leur demande ensuite de la partager en 5 morceaux égaux. Le but étant ici que les élèves se rendent compte qu'il n'est pas possible d'utiliser les techniques qu'ils disposent jusque là. L'enseignant en profite donc pour leur présenter le dispositif la « machine à partager ». Il leur explique que c'est un outil qui va leur permettre d'avoir plus de possibilités de partages que le pliage, par exemple lorsque l'on veut partager la bande unité en 5 ou en 10 morceaux égaux. Il leur fait ainsi comprendre l'intérêt d'utiliser cet outil pour ces partages ci qui ne serait pas nécessaire



pour les partages en 4 ou en 2 comme vu les séances précédentes. Il leur montre alors le document présentant la « machine à partager » en leur indiquant qu'il se compose de droites parallèles entre elles et que les écartements entre toutes celles-ci sont identiques. Il procède ensuite à la démonstration d'utilisation de ce dispositif. Pour ce faire, il prend une bande et leur montre comment fonctionner ; en faisant pivoter la bande autour d'une de ses extrémités fixées sur une ligne de la machine à partager, il est aisé de voir le segment successivement partagé en cinq, six, etc parts égales. En faisant pivoter la bande il faut que la pointe de chaque angle supérieur de droite et de gauche de celle-ci touche une ligne de la machine à partager jusqu'à trouver le nombre de parts que l'on recherche.

Concernant la phase deux, les élèves, individuellement, vont commencer à utiliser « la machine à partager » afin de partager la bande unité en 5 matérialisée par 4 petites marques.

Ils auront de ce fait la consigne suivante :

Consigne : « tracez un segment sur une bande de papier de la longueur que vous souhaitez, puis, partagez ce segment en 5 segments de même longueur à l'aide de la machine à partager ». L'enseignant passe voir les élèves et un élève vient le faire au tableau en montrant tout en verbalisant la façon dont il procède. Le matériel à disposition des élèves est le suivant : vingt-neuf segments sur la bande unité (annexe 2.1), du papier, des ciseaux, des compas et vingt-neuf documents photocopiés de la page 288 du guide du maître Euromaths CM1 (annexe 2.2).

Lors de la troisième phase, les élèves ont comme consigne : « Partage le segment  $u$  en 10 segments de même longueur à l'aide de « la machine à partager », puis, colorie une partie correspondant à  $\frac{6}{10}u$  ainsi qu'une autre correspondant à  $\frac{18}{10}u$ . Ensuite, trace un segment  $[AB]$  de longueur  $\frac{7}{10}u$  puis un autre segment  $[CD]$  de longueur  $\frac{22}{10}u$ . Explique comment tu as fait (annexe 2.3).

Il s'en suit une phase collective dans laquelle les élèves sont invités à passer au tableau pour montrer sa procédure. Au cours de cette mise en commun il est important que l'enseignant mette en évidence l'égalité  $\frac{18}{10}u = 1u + \frac{8}{10}u$  car certains élèves reporteront 10 graduations du segment  $u$  sans avoir conscience que  $\frac{10}{10}u$  c'est  $1u$ .

Enfin, les élèves écrivent une trace écrite (annexe 2.4).

### **2.1.2 Les enjeux d'apprentissage de cette première séance**

Les enjeux de ces trois phases permettent que les élèves :

- 1) sachent utiliser un dispositif simple pour partager équitablement une bande en dix parts égales.

- 2) distinguent le vocabulaire « trait » et « segment ». Il est important qu'ils se rendent compte que le nombre de traits ne correspond pas au nombre de segments.
- 3) qu'ils traduisent ce que code le langage écrit symbolique  $\frac{6}{10}u$  et  $\frac{18}{10}u$  sous la forme d'une partie (aire) à colorier sur une bande
- 4) qu'ils traduisent ce que code le langage écrit symbolique  $\frac{7}{10}u$  et  $\frac{22}{10}u$  sous la forme d'un segment.
- 5) être capable d'expliquer précisément la procédure pour tracer un segment de longueur  $\frac{7}{10}u$  ainsi qu'un autre de longueur  $\frac{22}{10}u$ .

Cette situation fait travailler aux élèves les enjeux généraux tels que la fraction comme partage, la fraction comme mesure de longueur ou d'aire.

### 2.1.3 *Choix du dispositif « la machine à partager »*

Le dispositif appelé « la machine à partager » permet de partager un segment en plusieurs parties de même longueur sans avoir besoin de mesurer et d'effectuer une division. Il permet donc de rencontrer des fractions variées de l'unité, de les utiliser pour exprimer la longueur de segments ou pour construire des segments de longueurs données.

Ce dispositif sera l'occasion pour les élèves de retravailler les équivalences d'écritures.

De plus, je profiterai, en utilisant ce dispositif, pour introduire les fractions de dénominateur dix préparant ainsi les fractions décimales qui viendront par la suite.

### 2.1.4 *Choix des valeurs*

Le fait de demander aux élèves de tracer un segment de longueur  $\frac{6}{10}u$  contraint les élèves à utiliser la machine à partager pour partager son segment  $u$  en dix morceaux égaux puisqu'en pliant il serait difficile d'obtenir dix morceaux égaux. Par ailleurs, le fait de leur demander ensuite de colorier une partie égale à  $\frac{18}{10}u$  permet de dépasser l'unité et donc d'obliger les élèves à décomposer la fraction  $\frac{18}{10}u$  en  $\frac{10}{10}u + \frac{8}{10}u$  ou bien encore  $1u + \frac{8}{10}u$ . Les élèves devront reporter  $1u$  puis  $\frac{8}{10}u$ .

### 2.1.5 *Analyse a priori*

#### 2.1.5.1 Procédures attendues

Afin de colorier une partie égale à  $\frac{6}{10}u$ , les élèves reportent  $\frac{6}{10}u$  après avoir partagé en dix segments égaux la bande unité à l'aide de la « machine à partager ».

Concernant le coloriage de la partie égale à  $\frac{18}{10}u$ , les élèves peuvent reporter  $1u$  (soit la bande unité) puis  $\frac{8}{10}u$  ou bien reporter dix-huit fois « un dixième ».

### 2.1.5.2 Difficultés attendues

Certains élèves peuvent avoir du mal à comprendre le dispositif de la « machine à partager ».

Les élèves peuvent confondre le nombre d'espaces avec le nombre de traits sur la bande unité, par exemple sur une bande unité partagée en cinq parts égales, cinq espaces sont présents pour six traits de graduation. Ils peuvent alors oublier un espace pensant qu'en partageant la bande unité en cinq morceaux il y aura que cinq traits sur la bande unité.

Quant aux reports des graduations sur la bande, ils peuvent commencer à compter dès le premier trait de la bande et ainsi oublier « un dixième ».

### 2.1.6 Analyse a posteriori

#### 2.1.6.1 Procédures réalisées

Afin de partager la bande en dix parties égales, les élèves ont fait pivoté la bande de sorte à ce que la pointe de chaque angle supérieur de droite et de gauche de celle-ci touche une des droites de la machine à partager en ayant dix parties égales (annexe 2.3.1). D'autres élèves ont partagé la bande unité en onze parties égales en traçant dix traits (annexe 2.3.2). Enfin, un élève a tracé dix traits à distance égale les uns par rapport aux autres mais sans tenir compte de toute la longueur de la bande (annexe 2.3.3). Il a ainsi obtenu onze parts dont une part d'une longueur différente des dix autres parts.

A propos de la seconde phase, certains ont reporté six fois « un dixième » afin de colorier une partie de la bande. Pour la partie correspondant à la fraction « dix-huit dixièmes », des élèves ont reporté dix-huit fois « un dixième » (annexe 2.3.4), d'autres ont reporté une fois la bande unité, puis, huit fois « un dixième » (annexe 2.3.5). Ils ont procédé de la même manière pour tracer les segments [AB] et [CD] (annexe 2.3.6). Quant à un autre élève, il a commencé à placer un trait sur l'extrémité gauche de la bande en comptant un trait comme part (annexe 2.3.7). Il a donc reporté six traits et a obtenu « cinq dixièmes » et non « six dixièmes », « dix-sept dixièmes » et non « dix-huit dixièmes », « six dixièmes » à la place de « sept dixièmes » et « vingt-et-un dixièmes » au lieu de « vingt-deux dixièmes ».

#### 2.1.6.2 Difficultés rencontrées

Des élèves ont rencontré des difficultés à manipuler « la machine à partager » afin d'obtenir le partage de la bande en dix parts égales. Souvent, ces élèves ont assimilé un trait au comptage d'une partie et ont alors obtenu un partage en neuf parts égales.

Quasiment tous les élèves ont su traduire une fraction sous la forme d'une longueur ou d'un segment.

Quant à l'explication de leur procédure, la difficulté du passage à l'écrit persiste pour moins d'une dizaine d'élèves.

### 2.1.7 Résultats

Enjeux visés dans cette situation	Nombre d'élèves qui a atteint l'enjeu visé	Nombre d'élèves qui n'a pas atteint l'enjeu visé
1	17	9
2	17	9
3	24	2
4	24	2
5	19	7

## 2.2 Deuxième séance

L'équivalence des écritures fractionnaires a été travaillée les séances précédentes en lien avec la fraction partage. Cette séance (annexe 3) ci va donc aborder la fraction permettant de coder une longueur ou une position sur une demi-droite graduée.

### 2.2.1 Description de la deuxième séance

Les élèves reprennent la bande (mesurant 1u) avec laquelle ils ont travaillé la séance précédente. Celle-ci est déjà partagée en dix morceaux égaux grâce à l'outil : « la machine à partager ».

Il leur est distribué un document (annexe 3.1) dans lequel figure une demi-droite graduée telle que :

Z



0

Les élèves ont comme consigne la suivante : « Observe la demi-droite ci-dessus. Le point Z est à l'origine. En te servant de la bande qui mesure 1u de l'exercice précédent, place les points suivants sur la demi-droite ci-dessus :

- Le point A à une distance  $\frac{8}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point B à une distance  $\frac{20}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point C à une distance 1u de l'origine Z.

- Le point D à une distance  $\frac{1}{2}u$  de l'origine Z.
- Le point E à une distance  $2u + \frac{4}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point F à une distance  $\frac{33}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point G à une distance  $2u$  de l'origine Z
- Le point H à une distance  $\frac{12}{5}u$  de l'origine Z.

Y'a-t-il des points placés au même endroit ? Si oui, lesquels ?

En prenant  $u$  pour unité, donne la mesure des longueurs de: [ZA] et [ZE] puis les longueurs de [AE] et [DG]. »

A la fin de la séance, les élèves écrivent une trace écrite (annexe 3.2).

### 2.2.2 Les enjeux d'apprentissage et les objectifs de cette deuxième séance

Les enjeux d'apprentissage visés lors de cette deuxième séance sont que les élèves :

- 1) sachent placer un point à une distance « x dixièmes » de l'origine Z à l'aide d'une bande partagée en dixièmes
- 2) sachent placer un point à une distance exprimée en demis ou en cinquièmes de l'origine à l'aide d'une bande partagée en dixièmes
- 3) reconnaissent que deux points (deux fractions équivalentes :  $2u = \frac{20}{10}u$  et  $\frac{24}{10}u = \frac{12}{5}u$ ) peuvent coder une même position sur une demi-droite graduée
- 4) soient capables de donner la mesure des longueurs de segments à l'aide d'une fraction.

Ces enjeux visés font référence aux enjeux plus généraux tels que la fraction pour résoudre des problèmes de mesure de longueur ou de repérage sur une droite.

Les objectifs principaux de cette situation sont que les élèves fassent le lien entre la position d'un point sur une droite graduée et la position de ce point sur une droite graduée par rapport à l'origine.

Par ailleurs, elle permet aux élèves d'utiliser les fractions pour coder une longueur ou une position sur un axe gradué.

Les élèves doivent être capables de repérer des fractions et de savoir les placer sur une demi-droite graduée.

### 2.2.3 Choix du dispositif

Cette situation montrera aux élèves que les fractions permettent également de coder la position de différents points de la droite et que, par ailleurs, cette position correspond à la distance du point considéré au point choisi comme origine de la droite.

Par ailleurs, le choix de mettre à disposition des élèves une demi-droite non graduée va leur permettre de constater l'importance de la graduation. En effet, lorsqu'ils placeront les derniers points, ils se serviront de ceux déjà placés pour y parvenir. L'idée de droite graduée pour gagner du temps apparaîtra ainsi toute seule.

De plus, le fait que certains points sont confondus sur la demi-droite graduée comme par exemple  $\frac{5}{10}u$  et  $\frac{1}{2}u$  montre aux élèves que ce sont des équivalences d'écriture. Ils retrouvent ainsi un résultat qu'ils ont déjà eu dans le cadre des fractions partage.

#### 2.2.4 *Choix des valeurs*

L'intention de demander aux élèves de placer dans un premier temps le point A à une distance  $\frac{8}{10}u$  de l'origine Z est voulue dans le but que les élèves comprennent le fait de placer un point à telle distance de l'origine d'une demi-droite. Le placement de ce premier point est fait en groupe classe afin de se mettre d'accord sur la notation du point sur la demi-droite (notamment par un trait). De plus, une verbalisation a lieu afin d'expliquer la lecture de la position d'un point (par exemple, le point A est à une distance  $\frac{8}{10}u$  de l'origine Z).

Concernant le point B, il est souhaitable qu'il soit placé à une distance  $\frac{20}{10}u$  afin que l'élève puisse utiliser le point A pour placer le point B en ajoutant  $\frac{12}{10}u$  de plus en partant du point A.

Le point C a pour but de montrer aux élèves que  $\frac{10}{10}u$  est finalement égal à  $1u$  soit la bande entière  $u$ .

Ensuite le point D placé à  $\frac{1}{2}u$  de l'origine Z incite les élèves à plier en deux leur bande unité afin de placer ce point D. Les élèves constateront qu' $\frac{1}{2}u$  égale à  $\frac{5}{10}u$  soit un résultat qu'ils ont déjà rencontré dans le cadre des fractions partage.

Le point E à une distance  $2u + \frac{4}{10}u$  de l'origine Z a pour intérêt à ce que les élèves se rendent compte du gain de temps que leur procure la droite graduée pour placer ce nouveau point.

En effet, les élèves n'ont juste qu'à ajouter  $\frac{4}{10}u$  en partant du point B confondu avec G. De plus, cette fraction se représente sous la forme d'une décomposition d'un entier et d'une fraction.

Le point G à une distance  $2u$  de l'origine Z permet de voir que ce point est confondu avec le point B déjà placé sur la demi-droite égal à  $\frac{20}{10}u$ .

Pour que l'idée de graduation prenne du sens, il est proposé aux élèves les points E et H à savoir réciproquement  $\frac{33}{10}u$  et  $\frac{12}{5}u$  qui sont des valeurs incluant plusieurs unités entières. Les élèves

constateront que  $\frac{33}{10}u$  peut se décomposer sous la forme de trois unités :  $3u$  ainsi que d'une fraction telle que  $\frac{3}{10}u$ .

Enfin, la dernière question s'agissant de demander aux élèves de donner la mesure de quatre segments permet de voir si l'élève a compris qu'une fraction code une longueur. Les deux premières longueurs servent à faire lire aux élèves les graduations présentes sur la droite graduée. Le segment [ZE] est choisi car c'est une longueur qui peut être donnée en décomposée et cela aide à avoir l'idée de repères c'est à dire ceux de la droite graduée. En revanche, concernant les deux dernières longueurs, en ne prenant pas Z comme origine mais le point A comme origine pour la longueur [AE] et le point D comme origine pour la longueur [DG], cela implique que l'élève fasse le lien entre la position d'un point sur une droite graduée et sa distance à l'origine du segment. Pour terminer, en proposant d'écrire la longueur [DG] qui dépasse l'unité, cela favorise l'éventuel résultat sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction.

### 2.2.5 Analyse a priori

#### 2.2.5.1 Procédures attendues

Les élèves placent le point A en reportant à l'aide de leur bande graduée huit fois « un dixième ». Pour les points B, C, E, F et G, les élèves reportent soit  $x$  fois « un dixième », soit en reportant  $x$  fois l'unité et  $x$  fois « un dixième » selon la fraction ou bien encore en se servant des fractions qui codent déjà une position sur la demi-droite graduée permettant de leur faire gagner du temps. Pour les points D et H dont les dénominateurs ne sont pas des dixièmes, les élèves partagent leur bande en « demi » ou en « cinquième » afin de reporter sur la demi-droite graduée les points ou bien ils cherchent à combien de dixièmes équivalent « un demi » ainsi que « douze cinquièmes ». Pour donner les points qui sont placés au même endroit sur la demi-droite graduée, les élèves regardent les points qui codent une même position sur l'axe gradué à savoir les points B et G ainsi que les points E et H.

Enfin, pour donner la mesure des longueurs des segments [ZA] et [ZE], les élèves n'ont qu'à lire depuis l'origine Z, à quelle distance sont placés les points A et E. En revanche, pour la mesure des segments [AE] et [DG], les élèves se servent des points déjà présents sur la demi-droite. Pour la longueur du segment [AE], les élèves ajoutent les dixièmes qui séparent le point A du point E et donc les dixièmes correspondants aux segments : [AC], [CB] et [BE]. Ils procèdent de la même façon pour la longueur du segment [DG].

#### 2.2.5.2 Difficultés attendues

Les élèves peuvent rencontrer des difficultés à placer des points en tenant compte d'une origine.

Il est possible qu'ils n'arrivent pas à positionner des points pour lesquels la fraction n'a pas un dénominateur égal à dix.

Enfin, ils risquent d'être gênés pour donner la mesure des longueurs des segments pour lesquels un des points n'est pas l'origine de la demi-droite graduée.

## 2.2.6 Analyse a posteriori

### 2.2.6.1 Procédures réalisées

Pour placer les points sur la demi-droite, quasiment tous les élèves ont réalisé les procédures attendues (annexe 3.1.1).

Seulement quatre élèves, ont placé « un demi » comme si cela était « un dixième » (annexe 3.1.2).

Tous les élèves ont constaté que les points B et G ainsi que E et H codaient une même position de la demi-droite.

Enfin, seuls trois élèves, ont donné les longueurs [AE] et [DG] comme si respectivement les points A et D était à l'origine de la demi-droite (annexe 3.1.3).

### 2.2.6.2 Difficultés rencontrées

Certains élèves ont rencontré des difficultés pour placer le point D à une distance « un demi » de l'origine Z sachant que leur bande était partagée et graduée en dixièmes.

Quant aux autres élèves, ils ont réussi avec succès les enjeux visés de cette séance.

## 2.2.7 Résultats

Enjeux visés dans cette situation	Nombre d'élèves qui a réussi l'enjeu fixé	Nombre d'élèves qui n'a pas réussi l'enjeu fixé
1	26	0
2	22	4
3	26	0
4	23	3

Je constate que les enjeux visés dans cette situation ont été réussis de tous ou presque. Les situations précédentes ont permis aux élèves de réinvestir en adaptant leurs compétences à cette nouvelle situation.

Cependant, quelques élèves ont placé la fraction « un demi » sur la demi-droite graduée à la position qui code en réalité « un dixième ». Cela montre que ces élèves n'ont pas saisi le sens de la fraction. Ils ont regardé simplement le numérateur « 1 » sans se soucier du dénominateur « 2 » qui apporte une information primordiale quant à la valeur de la fraction. Il semblerait que l'écriture



symbolique écrite «  $\frac{a}{b}$  » soit introduite trop tôt dans l'apprentissage des fractions sans pour autant que les élèves en aient compris le sens. L'écriture purement verbale « un demi » durant le début de l'apprentissage de la notion jusqu'à la zone proximale de développement de l'élève serait la solution afin d'éviter ces confusions à long terme.

## Conclusion

Suite aux trois situations que j'ai expérimentées dans ma classe, j'ai pu étudier les enjeux que ces dernières prenaient en compte et ainsi analyser les réussites mais aussi les échecs des élèves. Chaque enjeu faisait référence à certains des enjeux plus généraux énoncés dans les textes officiels ou manuels comme la fraction pour résoudre un problème de partage, la fraction pour résoudre un problème de mesure d'aire ou de longueur ou encore la fraction pour résoudre un problème de repérages d'un point sur une droite.

Comme j'ai pu le constater, la fraction partage a été un enjeu important dans l'apprentissage des fractions. Il a été donc essentiel de varier les supports afin de diversifier les types de représentations d'un partage.

De plus, j'ai pris conscience qu'il est nécessaire de bien concevoir les situations d'apprentissage afin qu'elles puissent prendre en compte les enjeux que je souhaite viser. Une situation bien pensée rend le réinvestissement de compétences travaillées lors de situations précédentes possible et ainsi, permet l'adaptation de ces compétences aux nouvelles situations.

Par ailleurs, j'ai constaté que les langages sont pour la majorité des élèves facteurs de réussite dans la compréhension de la notion de fractions. En leur faisant verbaliser à l'écrit leur procédure et en leur permettant de les confronter entre pairs à l'oral, cela a permis de les remettre en question face à leur propre procédure. Ils ont, de fait, compris la nécessité d'adopter un vocabulaire approprié et précis pour expliquer leur procédure. Les reformulations de leur procédure à l'oral (entre pairs) comme à l'écrit (lors de l'écriture de la procédure retenue après la mise en commun) les ont beaucoup aidés dans la construction du savoir.

Néanmoins, il n'est pas négligeable de souligner que les langages, dans un moindre cas, peuvent être une barrière quant à l'apprentissage des fractions. En effet, j'ai pu remarquer que l'écriture de la fraction telle que  $\frac{a}{b}$  relevant du langage écrit purement symbolique induisait les élèves en erreur. Ils s'attardaient seulement au numérateur et ne tenaient pas compte du dénominateur alors que c'est ce dernier qui donne l'information majeure de la fraction. Il est donc préférable d'une part, que cette écriture ne soit pas trop vite introduite dans l'apprentissage des fractions. D'autre part, l'introduction des fractions doit davantage mettre en évidence l'insuffisance des nombres entiers de manière à ce que ces dernières soient vues comme de nouveaux nombres complémentaires aux entiers.

Ainsi, la recommandation majeure à promulguer pour l'introduction des fractions est de privilégier en tout premier lieu, le travail sur le sens avant d'amener la technique et l'automatisation.

## Références bibliographiques

- Colomb J. (2005) Ed., *Apprentissages numériques et résolution de problèmes (CM1)*, Paris, Hatier.
- Colomb J. (2005) Ed., *Apprentissages numériques et résolution de problèmes (CM2)*, Paris, Hatier.
- PELTIER M-L, BRIAND J, NGONO B, VERGNES D (2009). Euro Maths CM1. Paris, Hatier.
- PELTIER M-L, BRIAND J, NGONO B, VERGNES D (2009). Euro Maths CM2. Paris, Hatier.
- IREM de la Réunion, 2016, *Introduction aux fractions par les bandes de Ermel (CM1)* [En ligne], <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article147>. Consulté le 18 décembre 2016.
- Jaubert M., Rebière M., ASTER n°33. (2001). Écrire pour comprendre les sciences, INRP Pratiques de reformulation et construction de savoirs.
- Rebière M. (2002) « Quelques remarques pour réfléchir au rôle des pratiques langagières dans les apprentissages en mathématiques. », communication à la COPIRELEM
- ROUCHE N., 1998, Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?, L'esprit des sciences, Ellipses
- BROUSSEAU G., BROUSSEAU N. (1987). Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. IREM de Bordeaux
- PERRIN-GLORIAN M-J, (1986). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège. Petit x n°10 pp. 5 à 29
- [En ligne] <file:///Users/Blandine/Documents/PES%202016:2017/FAC/TD/CRT/doc%20d'accompagnement.pdf>. consulté le 28 mars 2017.
- [En ligne] <http://www.cnrtl.fr/etymologie/fraction> consulté le 28 mars 2017.

## Annexes

### 1. Fiche de préparation de « la situation des bandes »

« La situation des bandes »		
<p><b>Objectifs :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- installer ou réinstaller une première signification des fractions simples dans un contexte de longueur</li> <li>- connaître et utiliser les relations entre ces fractions, les traduire par des écritures additives et multiplicatives (par exemples : <math>\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}</math> ou <math>\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}</math>)</li> </ul> <p><b>Référence aux programmes élémentaire (2015) :</b></p> <p>CYCLE 3 Mathématiques : Nombres et calculs</p> <p>❖ <b>Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Comprendre et utiliser la notion de fractions simples           <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecritures fractionnaires</li> <li>• Diverses désignations des fractions (orales, écrites)</li> <li>• Etablir des égalités entre des fractions simples.</li> </ul> </li> </ul>		
Matériel	Déroulement	Dispositif
<p>1 bande d'environ 3 cm de largeur et de 21 cm de longueur pour chaque binôme</p> <p>la bande de chaque binôme de la classe au tableau</p> <p>Pour l'enseignant : une bande d'environ 3 cm de largeur et de 36 cm de longueur</p> <p>Pour les élèves : 2 bandes : - une bande de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande de</p>	<p><b>Phase 1 : construction d'une longueur égale à trois quarts d'une longueur donnée :</b></p> <p><b>Etape 1 :</b> « découpez dans cette bande un morceau de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande ».</p> <p><b>Etape 2 :</b> mise en commun, comparaison des longueurs obtenues et explicitation des procédures utilisées.</p> <p>Recherche ensemble de l'origine des différences de longueurs.</p> <p><b>Phase 2 : reconstitution d'une longueur à partir de trois quarts de cette longueur</b></p> <p><b>Etape 1 :</b> « comme vous, j'ai obtenu par pliage et découpage des morceaux de longueur égale à trois quarts de la longueur de cette bande (36 cm). J'ai donné à chaque équipe l'un de ces morceaux. En utilisant ce morceau, vous devez découper dans la grande bande une bande identique à la bande de départ. »</p>	<p>Par binôme</p> <p>En groupe classe</p> <p>Par binôme</p>

<p>l'enseignant - une bande de 3 cm de largeur et de 42 cm de longueur</p> <p>la bande de chaque binôme + la bande de l'enseignant</p> <p>Un document présentant 8 figures pour chaque élève</p>	<p><b>Etape 2</b> : affichage au tableau de la bande de chaque groupe.</p> <p>Si elles ont toutes la même longueur, on demande aux élèves de prouver que c'est la bonne longueur.</p> <p>Dans le cas contraire, on leur fait rechercher l'origine des différences et donner des arguments permettant de rejeter ou de retenir certaines bandes.</p> <p>Pour terminer, on vérifie que les bandes aient toutes la même longueur que la bande de départ de l'enseignant.</p> <p><b>Phase 3</b> : « Pour chaque figure, dis quelle fraction de l'unité représente la partie grisée et dis une autre écriture possible de cette fraction ».</p>	<p>En groupe classe</p> <p>En individuel</p>
--	--	--

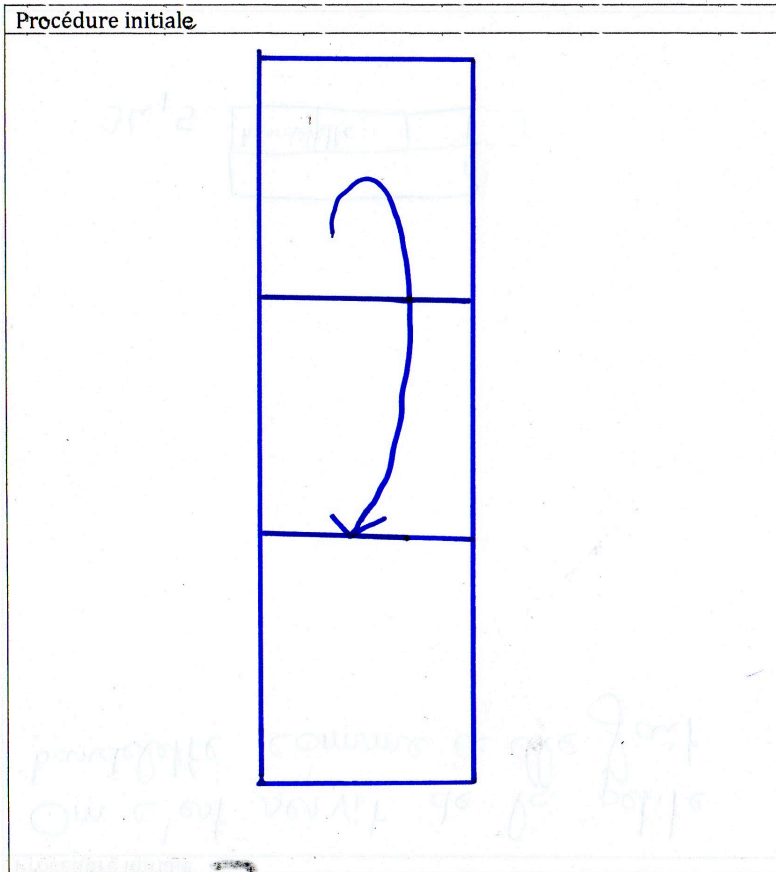
### 1.1 Document distribué à chaque élève lors de la phase 1

Prénom : .....

**Consigne** : découpe dans cette bande un morceau de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande.

Procédure initiale	Procédure choisie après la mise en commun

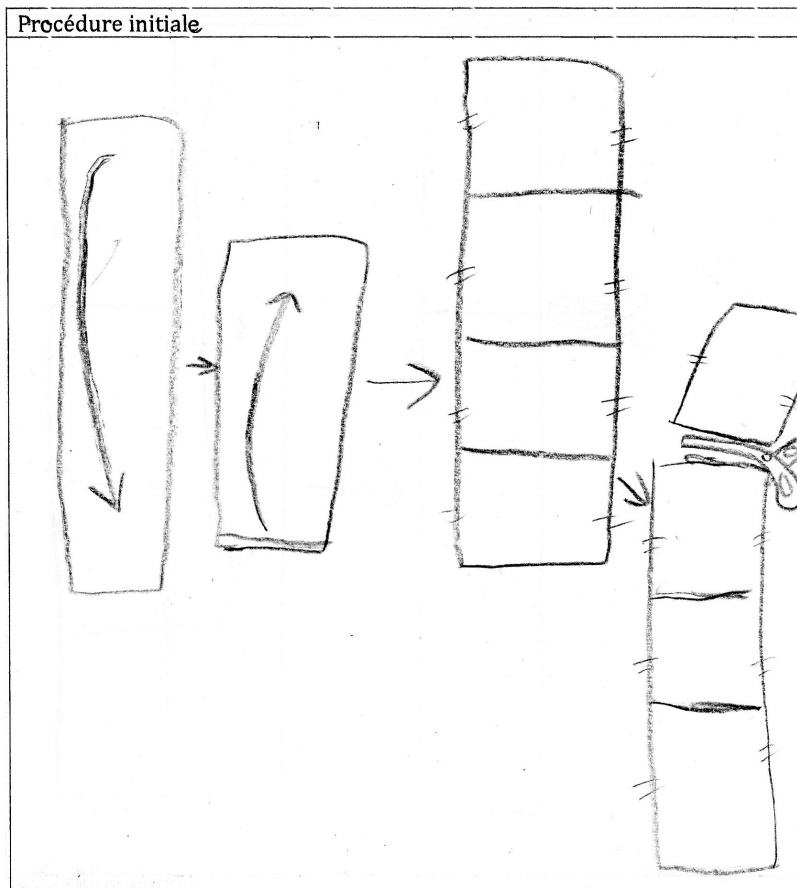
### 1.1.1 Productions d'élèves phase 1



Procédure initiale

On se souvenait de la mesure du côté de la feuille la largeur ça faisait 21 cm. On a vérifié la longueur de la bande et ça faisait pareil que la feuille du côté de <sup>la</sup> largeur. On a plier en trois et on a fait la division  $21:3$ .  
\* Ça faisait 7 puisque  $7 \times 3 = 21$ . Et voilà.

### 1.1.2 Productions d'élèves phase 1



Procédure initiale

On plie en 2 et après on replie en 2  
ça nous fait 4 quart mais on découpe 1 quart  
ça nous fait 3 quart.

### 1.1.3 Production d'élève phase 1

Procédure initiale

On a fait des traits à peu près égal à  $\frac{3}{4}$   
puis nous avons plier pour si c'était bon! puis nous  
avons découper un morceau pour vérifier si c'est  
égal à  $\frac{3}{4}$

### 1.1.4 Productions d'élèves phase 1

Procédure initiale

On plie en 2 fois et après on découpe un morceau.

Procédure initiale

On plie deux fois puis on découpe un morceau.

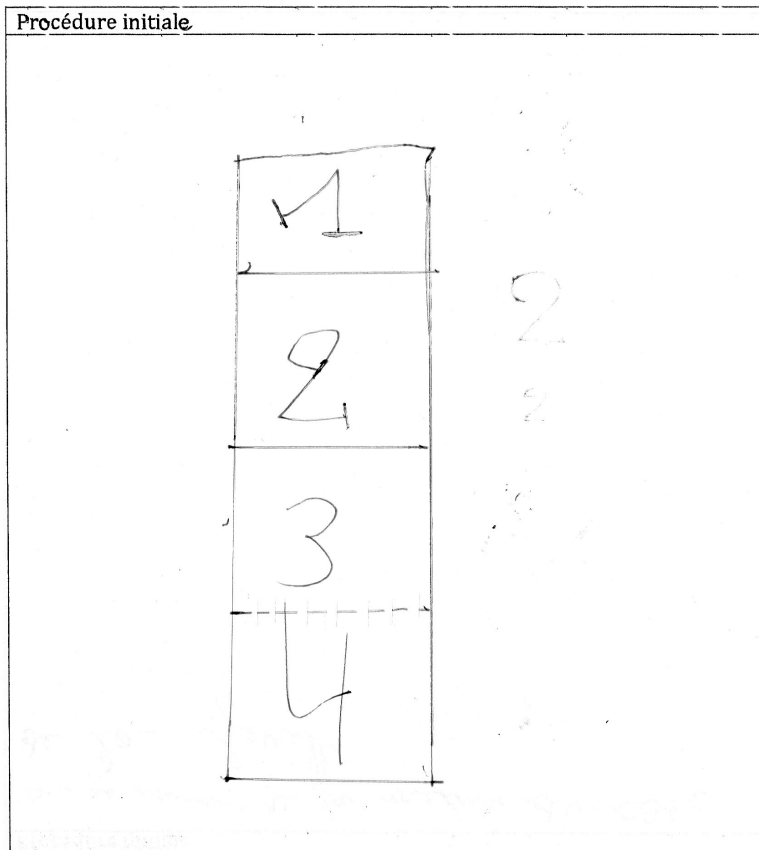
### 1.1.5 Production d'élève étape 1

Procédure initiale

On a plié en trois.



### 1.1.6 Production d'élève phase 1



### 1.1.7 Productions d'élèves phase 1

Procédure initiale	Procédure choisie après la mise en commun
<p>On a fait des traits à peu près égal à <math>\frac{3}{4}</math>            puis nous avons plier pour si c'était bon! puis nous            avons découper un morceau pour vérifier si c'est            égal à <math>\frac{3}{4}</math></p>	<p>On plie en deux <sup>partie égale</sup> encore en deux <sup>partie égale</sup> et puis            on déplie et on <sup>en</sup> découpe un.</p>

Procédure initiale	Procédure choisie après la mise en commun
<p>On se souvenait de la mesure du côté de la feuille la largeur ça faisait 21 cm. On a vérifié la longueur de la bande et ça faisait pareil que la feuille du côté de <sup>la</sup> largeur. On a plier en trois et on a fait la division <math>21:3</math>.  <del>ça</del> ça faisait 7 puisque <math>7 \times 3 = 21</math>. Et voilà.</p>	<p>Il faut plier en 2 puis encore en 2 puis on n'en coupe un <del>à</del> ça fait <math>\frac{3}{4}</math>.</p>

**1.2 Document distribué à chaque élève lors de la phase 2**

Prénom : .....

**Consigne** : découpe dans la grande bande une bande identique à celle de départ.

Procédure initiale	Procédure choisie après la mise en commun

1.2.1 Productions d'élèves phase 2

Procédure initiale

ON a fait plier en 2 et on a fait 4 quart et on a découpé 2 carreaux.

---

partie 2

il faut mettre la <sup>petit</sup> bandelette sur la grande bandelette est on fait un tiers ~~so~~ à la fin de la petit bandelette ~~est~~ on fait quatre quart.

Procédure initiale


Mettre la petite bande sur la grande puis tracer un trait. On rajoute un 4<sup>ème</sup> carré

carré

### 1.2.2 Productions d'élèves phase 2

Procédure initiale

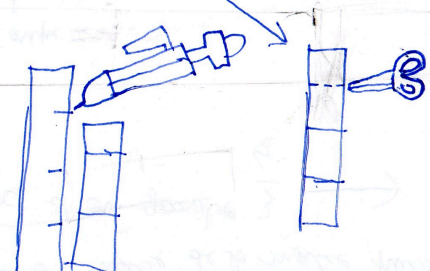
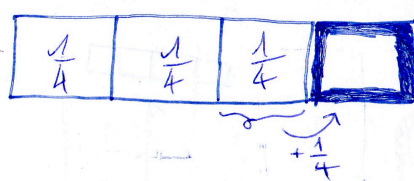
D'abord, on a mis la petite et la grande bande côte à côte, puis on a fait un petit trait



Procédure initiale

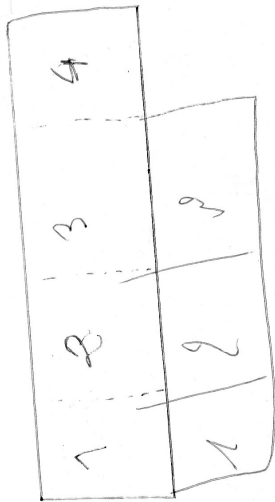
On place la bande de  $\frac{3}{4}$  sur la grande bande pour savoir la taille de la petite et on fait un trait. Ensuite on a plié la grande bande sur les plis de la petite bande. Et on a rabattu sur les plis on a découpé le bout restant

### 1.2.3 Production d'élèves phase 2

Procédure initiale	Procédure choisie après la mise en commun
<p>d'abord on a mis la bande à côté de la autre etc et après on a tracé les traits et après on on a découpé <math>\frac{1}{4}</math> et après on a obtenu <math>\frac{3}{4}</math></p> 	<p>on a <math>\frac{3}{4}</math> et on rajoute <math>\frac{1}{4}</math> et on obtien <math>\frac{4}{4}</math></p> 

Procédure initiale

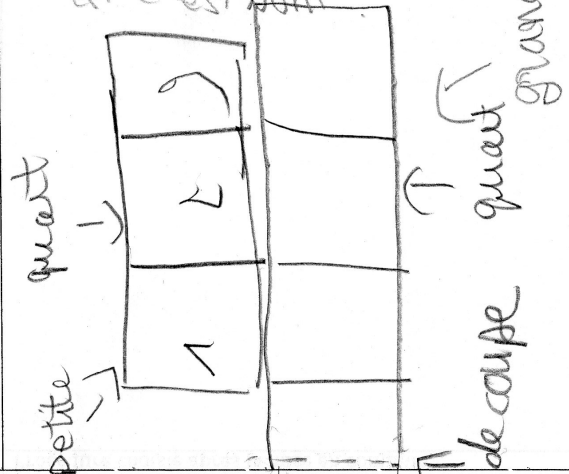
Mettre la petite bande sur la grande puis tracer un trait. On rajoute un 4ème carré



Sarah et Mélissa

Procédure choisie après la mise en commun

on a mis la petite bande sur la grande bande après sa fait déjà trois quart. On trace un trait sur les trois quart et après on rajoute 1 quart on découpe ce qui est en trop et c'est bon



Mélissa

1.3 Document distribué à chaque élève lors de la phase 3



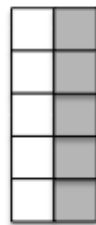
a



b



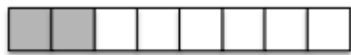
c



d



e



f

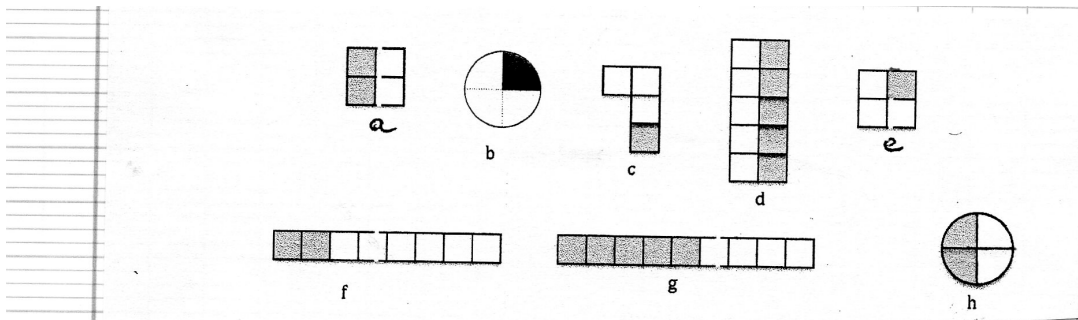


g

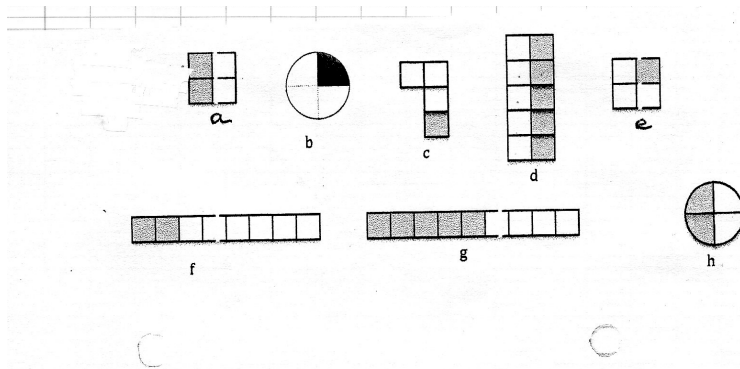


h

### 1.3.1 Productions d'élèves phase 3



a deux quart ( $\frac{2}{4}$ ) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 B un quart ( $\frac{1}{4}$ ) =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 c un quart ( $\frac{1}{4}$ ) =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 d cinq dixième ( $\frac{5}{10}$ ) =  $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 e un quart ( $\frac{1}{4}$ ) =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 B deux huitième ( $\frac{2}{8}$ ) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 g cinq neuvième ( $\frac{5}{9}$ ) =  
 R deux quart ( $\frac{2}{4}$ ) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$



a  $\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 b  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 c  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 d  $\frac{5}{10} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}$   
 e  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 f  $\frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 g  
 h

Handwritten solutions for figures a through h:

- a)  $\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ;  $\frac{2}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
- b)  $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
- c)  $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$
- d)  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} + \frac{2}{10}$
- e)  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
- f)  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1,5}{3} + \frac{1,5}{3}$
- g)  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
- h)  $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

### 1.3.2 Recueil des réponses de tous les élèves phase 3

Figure	Réponses données	Nombre d'élèves
a)	$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	19
	$\frac{2}{4}$	2
	2 quarts	1
	$\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$	1
	$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ et $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	4
	$\frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$	2
b)	$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$	10
	$\frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$	2
	$\frac{1}{4}$	7

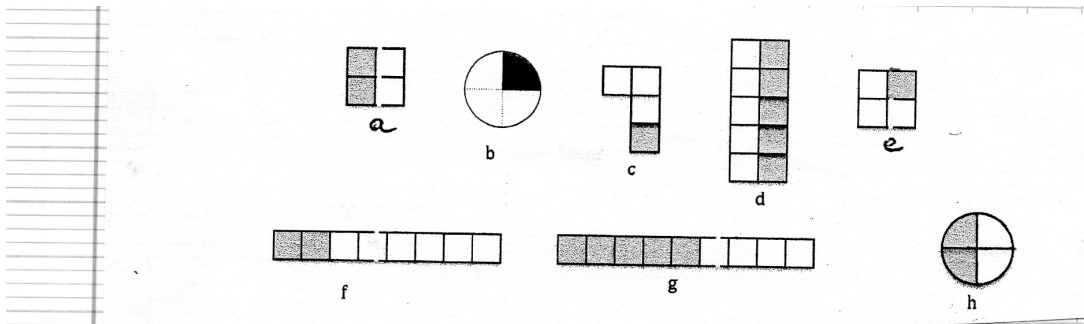
	<p>un quart</p> $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ $\frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$	<p>1</p> <p>3</p> <p>1</p> <p>2</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
c)	$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$ $\frac{2}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$ $\frac{1}{4}$ <p>1 quart</p> $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4}$ $\frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$	<p>17</p> <p>1</p> <p>6</p> <p>1</p> <p>2</p> <p>1</p> <p>1</p>
d)	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{5}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$ $\frac{5}{10}$ <p>5 quarts</p> $\frac{5}{10} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}$ $\frac{5}{10} = \frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{5}{5} = \frac{5}{10} + \frac{5}{10}$	<p>10</p> <p>5</p> <p>4</p> <p>1</p> <p>7</p> <p>1</p>



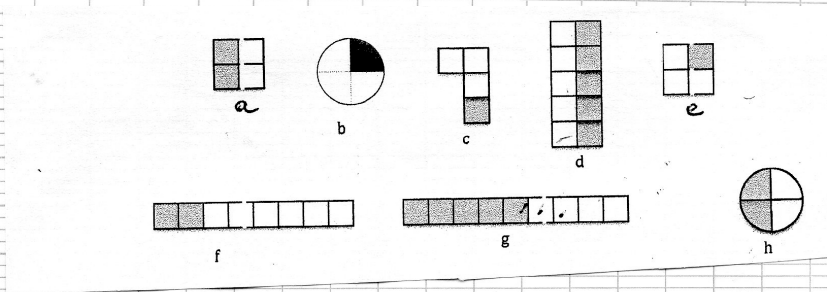
		1
e)	$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ <p>un quart</p> $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4}$ $\frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$	13 2 9 1 1 2 1
f)	$\frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ <p>2 quarts</p> $\frac{6}{8} = \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$ $\frac{2}{8} = \frac{4}{16} + \frac{4}{16}$ $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$	22 3 1 1 1 1
g)	$\frac{10}{18} = \frac{5}{18} + \frac{5}{18}$ $\frac{5}{9} = \frac{5}{18} + \frac{5}{18}$ <p>5 quarts</p> $\frac{5}{9}$ $\frac{5}{9} = \frac{3}{7} = \frac{1,5}{7} + \frac{1,5}{7}$ $\frac{5}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ $\frac{4}{9} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9}$	3 2 1 3 1 3 1

	$\frac{5}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9}$	5
	$\frac{5}{9} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$	1
	$\frac{5}{9} = \frac{4}{9} + \frac{1}{9}$	2
	$\frac{4}{9} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9}$	1
	$\frac{5}{9} = \frac{10}{18} + \frac{10}{18}$	1
	$\frac{5}{9} = \frac{4}{7}$	1
	$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8}$	1
	$\frac{5}{9} = \frac{10}{10} = \frac{5}{10} + \frac{5}{10}$	1
	$\frac{5}{9} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1
h)	$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	20
	$\frac{2}{2}$	1
	2 quarts	1
	$\frac{2}{4}$	1
	$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$	1
	$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	1
	$\frac{2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	3
	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$	1

1.3.3 Productions d'élèves phase 3



a deux quart ( $\frac{2}{4}$ ) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 b un quart ( $\frac{1}{4}$ ) =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 c un quart ( $\frac{1}{4}$ ) =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 d cinq dixième ( $\frac{5}{10}$ ) =  $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 e un quart ( $\frac{1}{4}$ ) =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 f deux huitième ( $\frac{2}{8}$ ) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 g cinq neuvième ( $\frac{5}{9}$ ) =  
 h deux quart ( $\frac{2}{4}$ ) =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$



a) 2 quart ou 1 demie =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 b) 1 quart =  ~~$\frac{2}{4} + \frac{2}{4}$~~  =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 c) 1 quart =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 d) 5 dixième ou 1 demie =  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$   
 e) 1 quart =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 f) 2 huitième =  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$   
 g) 5 neuvième =  ~~$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$~~   
 h) 2 quart ou 1 demie =  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

## 2. Fiche de préparation de la situation « la machine à partager » séance 1

### « La machine à partager » : séance 1

#### Objectifs :

- savoir utiliser le dispositif « la machine à partager »
- traduire ce que code une fraction sous la forme d'une partie (aire ou segment) à colorier.

#### Référence aux programmes élémentaire (2015) :

CYCLE 3 Mathématiques : Nombres et calculs

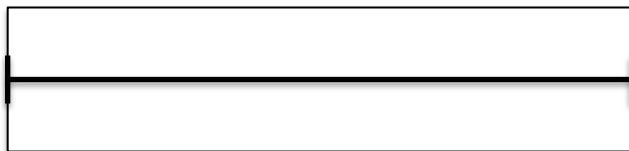
#### ❖ Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux :

- Comprendre et utiliser la notion de fractions simples
  - rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples.

2.6

Matériel	Déroulement	Dispositif
Dispositif « la machine à partager » en A3 au tableau + bandes	<p><b>Phase 1 :</b> L'enseignant distribue à chaque élève une bande de même longueur et leur demande de partager cette bande en 4 morceaux égaux, puis de le partager en 5 morceaux égaux. L'enseignant présente alors l'outil : « la machine à partager » aux élèves et procède à la démonstration d'utilisation.</p>	En individuel + en groupe classe
Document fois 29	<p><b>Phase 2 :</b> L'enseignant distribue aux élèves un document. Les élèves ont la consigne suivante : « trace un segment sur une bande de papier de la longueur que tu souhaites, puis, partage ce segment en 5 segments de même longueur à l'aide de « la machine à partager » ». Mise en commun au tableau. Un élève fait la démonstration.</p> <p><b>Phase 3 :</b> Les élèves ont la consigne suivante : « Partage le segment u en 10 segments de même longueur à l'aide de « la machine à partager », puis colorie une partie correspondant à <math>\frac{6}{10}</math> u ainsi qu'une autre correspondant à <math>\frac{18}{10}</math> u. Ensuite, trace un segment [AB] de longueur <math>\frac{7}{10}</math> u puis un autre segment [CD] de longueur <math>\frac{22}{10}</math>u. Explique comment tu as fait. »</p>	En individuel
Cahier de leçon de mathématiques	<p><b>Phase 4 :</b> mise en commun au tableau et explication des procédures. Construction de la trace écrite.</p>	En groupe classe

## 2.1 Segment distribué à chaque élève lors de la séance 1



## 2.2 Outil « la machine à partager » (EuroMaths)

**Machine à partager**

ÉTAPES 8, P. 32 ET 60, P. 156

A large rectangular area filled with a dense grid of parallel diagonal lines, slanted from the top-left to the bottom-right. This grid is intended for students to use as a tool for sharing or dividing objects.

EUROMATHS CM2 - © HATIER - PARIS 2009 • REPRODUCTION AUTORISÉE POUR UNE CLASSE SEULEMENT

**288** FICHES PHOTOCOPIABLES • MATÉRIEL

2.3 Document distribué à chaque élève lors de la séance 1

Prénom : .....

**Les fractions : « la machine à partager des segments »**

**Consigne 1 :** « Trace un segment sur une bande de papier de la longueur que tu souhaites, puis, partage ce segment en 5 segments de même longueur à l'aide de « la machine à partager ». »

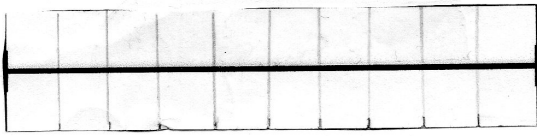
**Consigne 2 :** « Partage le segment  $u$  en 10 segments de même longueur à l'aide de « la machine à partager », puis colorie une partie correspondant à  $\frac{6}{10}u$  ainsi qu'une autre correspondant à  $\frac{18}{10}u$ . »

**Consigne 3 :** « Trace un segment  $[AB]$  de longueur  $\frac{7}{10}u$  puis un autre segment  $[CD]$  de longueur  $\frac{22}{10}u$ . Explique comment tu as fait. »

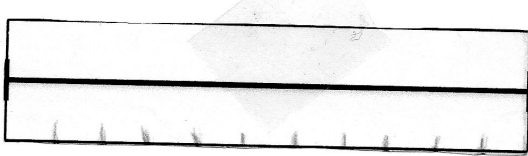
Explication :

.....  
.....  
.....

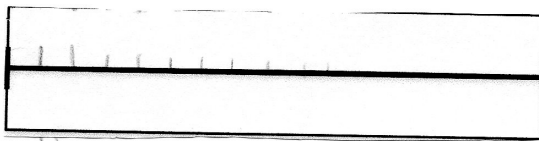
2.3.1 Production d'élève : phase 2



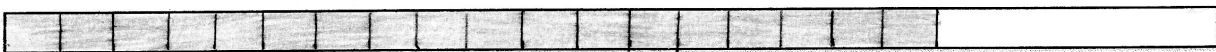
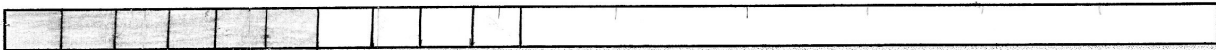
2.3.2 Production d'élève : phase 2



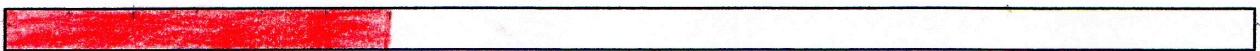
2.3.3 Production d'élève : phase 2



2.3.4 Production d'élève : phase 3

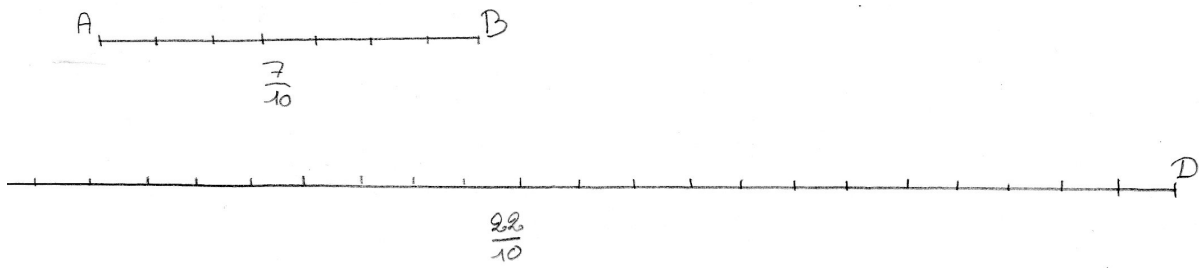


2.3.5 Production d'élève : phase 3



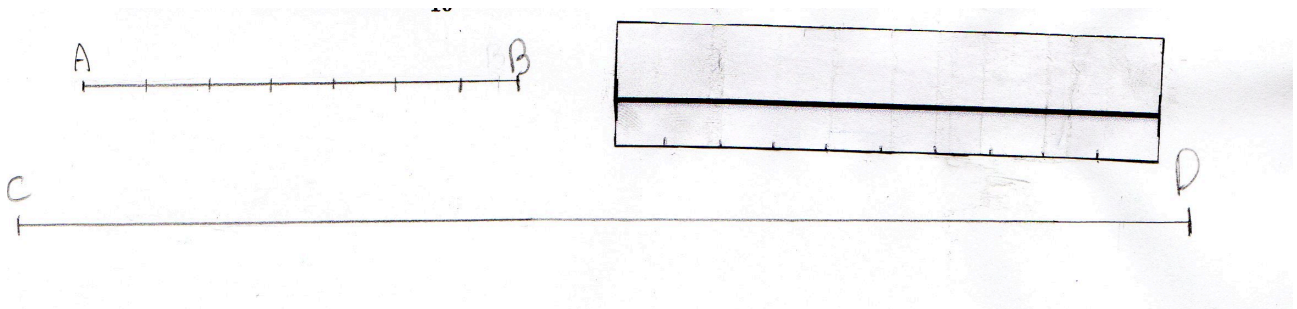
J'ai pris 1 u et après j'ai pris  
la bande et j'ai plier chaque  $\frac{5}{5}$  en  $\frac{10}{10}$  et  
j'ai fait  $\frac{5}{10}$  7

### 2.3.6 Productions d'élèves : phase 3



**Explication :** [AB] : j'ai pris ma bande avec les 10 segments égaux, je l'ai pris j'ai fait les 7 traits, chaque segments égaux. Et je trace un grand trait qui passe par les 7 traits.

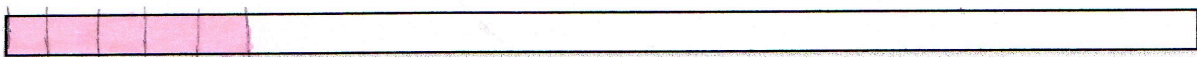
[CD] : j'ai reporté 2 fois la bande entière, puis j'ai rajouté  $\frac{2}{10}$  et j'ai tracé un grand trait qui passe par tout les traits.



**Explication :** Pour [AB] j'ai reporté 7 fois la bande que j'ai plier en 10.

Pour [CD] j'ai pris ma bande et j'ai tracer 2 u et après j'ai reporté 2 fois ma bande qui est plier en 10 et ça donne  $\frac{22}{10}$

### 2.3.7 Production d'élève : phase 3

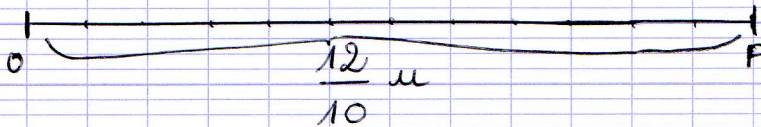
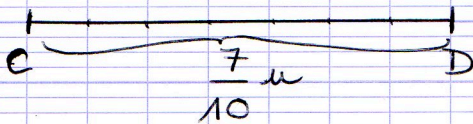
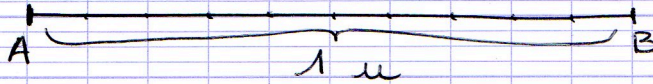




## 2.4 Trace écrite de la séance 1

« La machine à partager »

La machine à partager permet de partager en parts égales un segment.



Chaque partie  $\rightarrow$  représente  $\frac{1}{10} \text{ u}$ .

### 3. Fiche de préparation de la situation « la machine à partager » séance 2

#### « La machine à partager » : séance 2

##### Objectifs :

- savoir qu'une fraction code une position sur un axe gradué
- savoir placer des fractions sur un axe gradué
- savoir donner la mesure des longueurs de segments à l'aide d'une fraction.

##### Référence aux programmes élémentaire (2015) :

CYCLE 3 Mathématiques : Nombres et calculs

##### ❖ Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux :

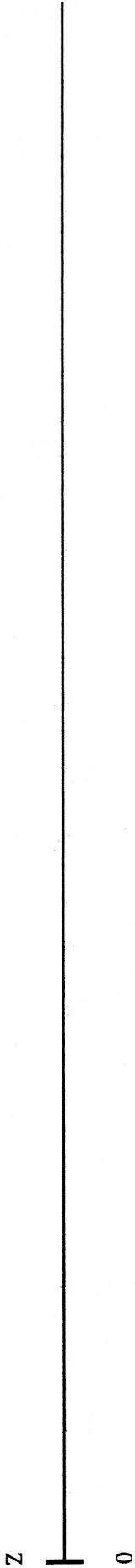
- Comprendre et utiliser la notion de fractions simples
  - Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.

Matériel	Déroulement	Dispositif
Bande de la séance 1 + document fois le nombre d'élèves	<p><b>Phase 1 :</b></p> <p>Les élèves reprennent la bande qu'ils ont partagée en dixièmes à l'aide de « la machine à partager ».</p> <p>L'enseignant distribue à chaque élève un document (annexe 3.1). Les élèves ont alors pour consigne la suivante : « Observe la demi-droite ci-dessus. Le point Z est à l'origine. En te servant de la bande qui mesure 1u de l'exercice précédent, place les points suivants sur la demi-droite ci-dessus :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Le point A à une distance <math>\frac{8}{10}u</math> de l'origine Z.</li> <li>• Le point B à une distance <math>\frac{20}{10}u</math> de l'origine Z.</li> <li>• Le point C à une distance 1u de l'origine Z.</li> <li>• Le point D à une distance <math>\frac{1}{2}u</math> de l'origine Z.</li> <li>• Le point E à une distance <math>2u + \frac{4}{10}u</math> de l'origine Z.</li> <li>• Le point F à une distance <math>\frac{33}{10}u</math> de l'origine Z.</li> <li>• Le point G à une distance 2u de l'origine Z</li> <li>• Le point H à une distance <math>\frac{12}{5}u</math> de l'origine Z.</li> </ul> <p>Y'a-t-il des points placés au même endroit ? Si oui, lesquels ?</p> <p>En prenant u pour unité, donne la mesure des longueurs de: [ZA] et [ZE] puis les longueurs de [AE] et [DG]. »</p>	En individuel
Cahier de leçon de mathématiques	<p><b>Phase 2 :</b> mise en commun au tableau où les élèves viennent expliquer leur procédure.</p> <p><b>Phase 3 :</b> élaboration de la trace écrite.</p>	En groupe classe  En groupe classe

3.1 Document distribué à chaque élève lors de la séance 2

Prénom : .....

date : .....



**Consigne :** Observe la demi-droite ci-dessus. Le point Z est à l'origine. En te servant de la bande qui mesure 1u de l'exercice précédent, place les points suivants sur la demi-droite ci-dessus :

- Le point A à une distance  $\frac{8}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point B à une distance  $\frac{20}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point C à une distance 1u de l'origine Z.
- Le point D à une distance  $\frac{1}{2}u$  de l'origine Z.
- Le point E à une distance  $2u + \frac{4}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point F à une distance  $\frac{33}{10}u$  de l'origine Z.
- Le point G à une distance 2u de l'origine Z.
- Le point H à une distance  $\frac{12}{5}u$  de l'origine Z.

Y'a-t-il des points placés au même endroit ? Si oui, lesquels ?

.....

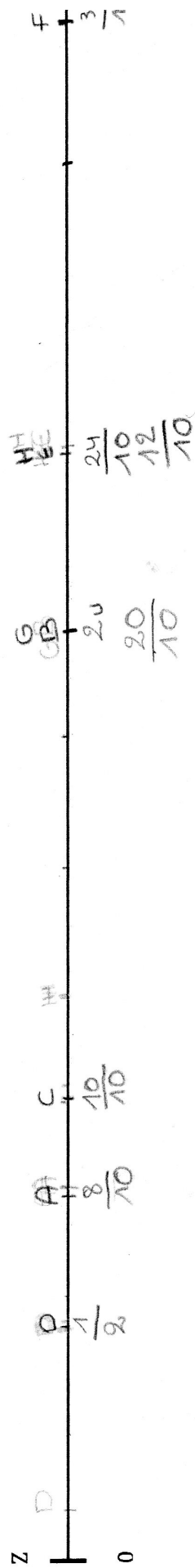
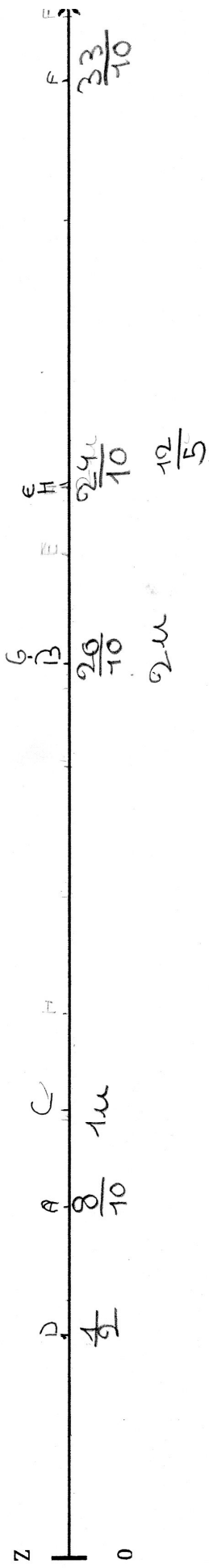
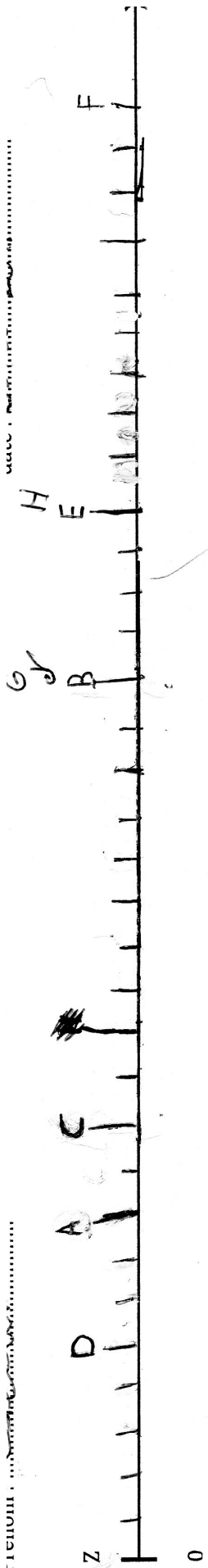
En prenant u pour unité, donne la mesure des longueurs de: [ZA] et [ZE] puis les longueurs de [AE] et [DG].

.....

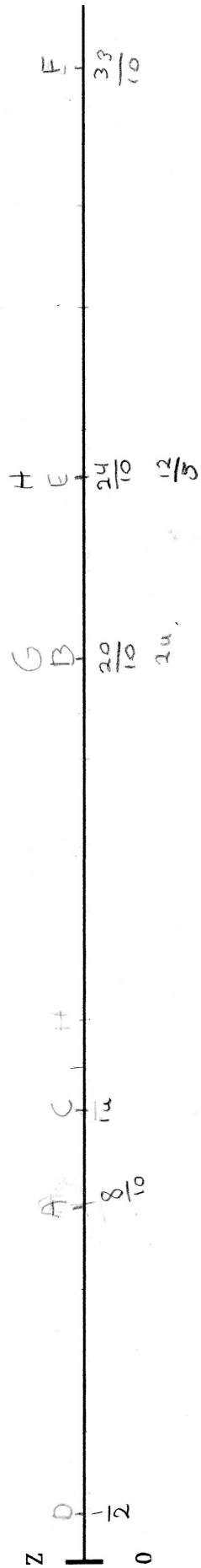
.....

### 3.1.1 Productions d'élèves

FIGURE 11 : ..... (top) ..... (middle) ..... (bottom)



### 3.1.2 Production d'élève



### 3.1.3 Production d'élève

En prenant  $u$  pour unité, donne la mesure des longueurs de:  $[ZA]$  et  $[ZE]$  puis les longueurs de  $[AE]$  et  $[DG]$ .

$$[ZA] = \frac{8}{10} \quad [ZE] = 2u + \frac{4}{10} \quad [AE] = 2u + \frac{4}{10} \quad [DG] = 7u + \frac{5}{10}$$

### 3.2 Trace écrite de la séance 2

