



HAL
open science

Les narrations de recherche : une aide pour résoudre des problèmes de mathématiques à l'école élémentaire ?

Cécile Desmons

► To cite this version:

Cécile Desmons. Les narrations de recherche : une aide pour résoudre des problèmes de mathématiques à l'école élémentaire ?. Education. 2017. dumas-01618109

HAL Id: dumas-01618109

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01618109>

Submitted on 12 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Paris

**ÉCOLE SUPÉRIEURE DU PROFESSORAT ET DE L'ÉDUCATION
DE L'ACADÉMIE DE PARIS**

**LES NARRATIONS DE RECHERCHE : UNE AIDE
POUR RESOUDRE DES PROBLEMES DE
MATHEMATIQUES A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ?**

Cécile Desmons

MEMOIRE DE MASTER MEEF

Mention Premier degré

Sous la direction de Michèle Deprez

2016-2017

Mots-clés : narration de recherche, mathématiques, problèmes, cycle 3, métacognition

TABLE DES MATIERES

Introduction.....	1
Partie 1 : éclairage théorique.....	3
1. Les problèmes en mathématiques	3
1.1. Les problèmes dans les instructions officielles	3
1.2. Qu'est-ce-qu'un problème?	4
1.3. Typologies	4
1.4. Résoudre un problème : quels éléments importants?	7
2. Les narrations de recherche.....	8
2.1. Historique et définition.....	8
2.2. Objectifs	9
2.2.1. Objectifs relationnels	9
2.2.2. Objectifs disciplinaires	9
2.2.3. Objectifs méthodologiques	10
3. La métacognition.....	10
3.1. Définitions	10
3.2. Le rôle de l'enseignant	11
3.3. La narration de recherche : une activité métacognitive?	12
Partie 2 : méthodologie.....	14
1. Hypothèses	14
2. La classe	14
3. Dispositif.....	14
3.1. Situation test	15
3.2. Séquence d'apprentissage.....	17
3.2.1. Choix des problèmes.....	18
3.2.2. Présentation de la narration de recherche aux élèves	18
3.2.3. Correction et évaluation des productions des élèves	19
3.2.4. Rôle de l'enseignant et mise en commun	20
3.2.5. Déroulement de la séquence	20
Partie 3 : résultats et analyse	21
1. Situation initiale	21
1.1. Résultats	21
1.2. Analyse	22

1.2.1.	Compréhension de l'énoncé	22
1.2.2.	Sens de l'égalité	23
1.2.3.	Statut de la solution	23
1.2.4.	Procédures de résolution rencontrées	24
2.	Séquence de narration de recherche : résultats et analyse.....	26
2.1.	Première narration de recherche	26
2.1.1.	Recherche	26
2.1.2.	Narration	28
2.2.	Travail en binômes : analyse du rendu d'autres élèves	28
2.3.	Réécriture de la première narration	29
2.4.	Mise en commun fictive	29
	Conclusion	33
	Bibliographie	35
	Annexes	36
	Annexe 1 : Outils pour les cycles, exemple de séquence sur le produit cartésien	36
	Annexe 2 : Séquence d'apprentissage de la narration de recherche	38
	Annexe 3 : Résultats du problème de la situation initiale et réponses au questionnaire.....	43
	Annexe 4 : Résultats du problème résolu par narration de recherche (séance 1).....	45
	Annexe 5 : Résultats du travail en binôme (analyse des narrations de recherche)	46

INTRODUCTION

Professeur des écoles stagiaire en classe de CM2 avec un élève atteint d'un TDAH diagnostiqué et un élève présentant des troubles de l'attention notables je souhaitais travailler sur les dispositifs de classe permettant de favoriser la concentration de ces élèves. Au cours de mes premières lectures, il m'est apparu que :

- l'attention prend diverses formes et demande de nombreuses opérations mentales : faire attention c'est établir des priorités¹.

- une démarche métacognitive peut permettre aux élèves de développer leur attention : les élèves prennent conscience de « comment ils font » pour être attentifs. Dans ce sens, le site *Développer l'attention et la concentration* de l'Académie de Versailles précise : « Devenir élève, c'est comprendre "qu'il se passe quelque chose dans ma tête" et que je peux avoir prise sur cette activité. »²

J'ai donc orienté mes recherches sur la notion de métacognition. Deux aspects distincts de ce concept me sont apparus :

- les connaissances métacognitives³ : ce sont les connaissances que l'individu a de son propre fonctionnement cognitif pour accomplir un tâche ;

- les régulations métacognitives⁴ : ce sont les procédures que l'individu met en œuvre afin d'utiliser ces connaissances. On parle aussi de « contrôle » exercé sur le système cognitif.

De plus, au cours des premières périodes de classe, j'ai observé que la plupart des élèves de la classe avaient des difficultés pour résoudre des problèmes de mathématiques :

- blocage sur l'énoncé ;
- utilisation aléatoire des données de l'énoncé ;

¹ Houart M. & Romainville M., "Être ou ne pas être dans la lune, telle est l'attention", *Le point sur la recherche en éducation*, n°5, Département Education et Technologie – Facultés universitaires de Namur, 1999, pp.43-59

² Académie de Versailles, "Attention et Concentration", *Développer l'attention et la concentration*, (consulté le 04/03/2017) <http://www.i-en-versailles.ac-versailles.fr/Espace%20pedagogique/Apprendreapprendre/Lattention/DevelopperlAttention.htm>

³ Henry V., Delagardelle J.-C., Bair J., « Les narrations de recherche en tant qu'activités métacognitives dans l'enseignement des mathématiques », *Transfert*, 5, 2007

⁴ Ibid.

- « contrat didactique » implicite : les élèves pensent que l'enseignante attend uniquement « la bonne réponse » et se focalisent sur celle-ci.

Une démarche métacognitive pour résoudre des problèmes de mathématiques permet donc à l'élève de se décentrer de la seule réussite de la tâche, de se mettre à distance de ce qu'il fait et de se demander « comment il fait » pour les résoudre.

Les narrations de recherche me paraissent donc intéressantes car elles permettent à l'élève d'expliquer sa démarche mais aussi ses doutes, ses erreurs, etc. Ainsi, elles font fonctionner la métacognition. Il s'agit de persuader l'élève qu'il n'a pas perdu son temps si la recherche n'a pas abouti⁵ et de modifier ce « contrat didactique » implicite sur lequel les élèves se basaient auparavant.

Comment les narrations de recherche font-elles fonctionner la métacognition pour résoudre des problèmes de mathématiques au CM2 ? En quoi modifient-elles l'attitude des élèves face aux apprentissages ?

⁵ Ss coord. Bonafé F., *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*, Brochure APMEP n°151, IREM de Montpellier et APMEP, décembre 2002, 168p.

PARTIE 1 : ECLAIRAGE THEORIQUE

1. Les problèmes en mathématiques

1.1. Les problèmes dans les instructions officielles

L'expression « résoudre des problèmes » apparaît dès l'introduction du socle commun de connaissances, de compétences et de culture⁶. Ainsi, à l'issue de la scolarité obligatoire, l'élève doit être capable de résoudre des problèmes en mobilisant des connaissances, démarches et procédures adaptées. On retrouve cette idée dans le domaine 2 (les méthodes et outils pour apprendre) dont une des compétences du sous-thème « Organisation du travail personnel » est liée à l'identification des problèmes, la démarche de résolution, etc.

La résolution de problèmes est aussi au cœur des programmes de mathématiques pour le cycle 3. En effet, il est écrit que « la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. »⁷ Ainsi, elle est à la fois une démarche qui permet aux élèves d'aborder les différentes notions mathématiques mais aussi un but à atteindre qui prouve l'acquisition des compétences mathématiques des élèves.

On retrouve encore cette notion dans les programmes de mathématiques⁸, dans les domaines 1 et 4 du socle. La résolution de problèmes est donc une démarche générale qui est commune à tous les domaines des mathématiques et qui contribue à la construction des compétences du socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

Enfin « Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux, le calcul. » et « Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et décimaux. » sont des compétences qui doivent être acquises en fin de cycle 3 pour les domaines « nombres et calculs » et « grandeurs et mesures ».

On note donc que deux expressions relatives aux problèmes coexistent dans les instructions officielles : « la résolution de problèmes » et « résoudre des problèmes ». Il est donc indispensable de définir ce qu'est un problème.

⁶ BOEN n°17 du 23/04/2015

⁷ BOEN n°11 du 26/11/2015, Cycle 3, Mathématiques, p.197

⁸ Ibid.

1.2. Qu'est-ce-qu'un problème?

On trouve la phrase suivante dans la publication *Le nombre au cycle 3*⁹ : « Faire des mathématiques, c'est avant tout résoudre des problèmes. » Le problème est donc le cœur de l'activité mathématique, c'est par lui que l'élève construit la connaissance mathématique.

Gérard Vergnaud, donne la définition suivante : « Par problème il faut entendre, dans le sens large que lui donne le psychologue, toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification, pour produire une solution. »¹⁰ Un problème suppose donc que la solution ne se trouve pas immédiatement dans l'énoncé. Il faut, en effet, que l'élève éprouve le besoin de chercher, de se questionner. Il doit avoir l'occasion de mettre en œuvre une réelle démarche par laquelle il se questionne, émet des hypothèses, tâtonne, etc. Ainsi, la solution au problème n'est pas le but atteindre mais sera la preuve que l'élève a tout mis en œuvre pour résoudre ce problème.

Mais les problèmes ne sont pas seulement une mise en activité des élèves, si on entend par là, faire manipuler les élèves. Les problèmes sont avant tout une activité mentale, basée sur la représentation que l'élève se fait de la situation inspirée du réel qui lui est proposée. Les problèmes relèvent donc bien de l'espace des représentations et non de l'espace sensible, même si, l'activité de l'élève peut osciller entre ces deux espaces, notamment lorsqu'il procède par recherche et tâtonnement. L'évocation du problème peut donc être pratique (manipulation) ou dessinée (dessin, schéma) mais la résolution sera toujours mathématique (raisonnement, calculs).

J'ai défini ici le problème mathématique de manière générale mais les didacticiens ont caractérisé les problèmes plus précisément en construisant des typologies.

1.3. Typologies

Je vais m'intéresser ici à deux typologies de problèmes qui coexistent et sont toutes deux utiles pour mieux comprendre les problèmes et notamment ceux de l'école élémentaire, mais aussi pour construire des séquences qui font sens et qui permettent aux élèves de construire des connaissances.

⁹ *Le nombre au cycle 3*, Ressources pour faire la classe, SCEREN, Ministère de l'éducation nationale, 2012, 125p.

¹⁰ Vergnaud G., "Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives", *Grand N*, n°38, IREM de Grenoble, novembre 1986

La première à laquelle je m'intéresse est la typologie de Roland Charnay¹¹ qui est construite à partir des objectifs d'apprentissage poursuivis. Cette typologie classe les problèmes selon leur fonction :

- Faire construire de nouvelles connaissances par les élèves : ce sont les situations-problèmes.

- Travailler les connaissances déjà acquises :

- Immédiatement après la construction de la connaissance : ce sont les problèmes de réinvestissement.
- De façon différée après la construction de la connaissance en utilisant une situation différente de celles abordées lors de la construction de la connaissance mais qui demande tout de même son réinvestissement : ce sont les problèmes de transfert.

- Faire utiliser différentes catégories de connaissances construites antérieurement par les élèves : ce sont les problèmes de synthèse.

- Faire le point sur la façon dont les connaissances sont maîtrisées par les élèves : ce sont les problèmes d'évaluation.

- Apprendre à chercher, donc faire développer aux élèves des compétences méthodologiques : ce sont les problèmes ouverts.

Les différents types de problèmes présentés ici vont permettre de construire une séquence en les organisant de façon chronologique. En effet, on abordera en général une notion par une situation-problème, on la travaillera grâce à des problèmes de réinvestissement puis éventuellement des problèmes de transfert. On pourra approfondir la notion en utilisant des problèmes de synthèse. Enfin, l'enseignant évaluera les connaissances des élèves grâce aux problèmes d'évaluation. Pendant la phase d'entraînement, on pourra proposer des problèmes ouverts pour faire travailler aux élèves leurs compétences de chercheur.

La deuxième typologie de problème que je présente ne se rapporte plus à la fonction du problème comme la précédente mais plutôt à la notion mathématique travaillée. En effet, la typologie de Gérard Vergnaud porte sur les structures de problèmes. Selon cette typologie, il existe deux types de situations: les situations additives et les situations multiplicatives. Dans

¹¹ Charnay R., « Problème ouvert, problème pour chercher », *Grand N*, 51, pp.77-83, 1992-1993

la catégorie des situations additives, on trouvera des problèmes d'addition ou de soustraction classés selon trois structures :

- la transformation d'un état : recherche de l'état initial, de la transformation, ou de l'état final ;
- la composition de deux états : recherche du composé ou d'une partie ;
- la comparaison de deux états : recherche de l'un des états ou de la comparaison.

Dans la catégorie des situations multiplicatives, on trouve des problèmes de multiplication ou de division classés selon cinq structures :

- la multiplication : recherche du nombre total d'éléments ;
- la division :
 - partition : recherche du nombre d'éléments par part ;
 - quotition : recherche du nombre de parts ;
- la comparaison multiplicative (ou « fois plus, fois moins ») :
 - recherche du référé ou du référent ;
 - recherche de la relation de comparaison
- le produit cartésien (variables discrètes ou continues) :
 - recherche de la mesure de la grandeur-produit ;
 - recherche de la mesure de l'un des deux domaines de grandeur initiaux ;
- la proportionnalité :
 - problèmes de proportionnalité simple et directe : problèmes de 4^{ème} proportionnelle et problèmes de comparaison
 - problèmes de proportionnalité simple composée
 - problèmes de proportionnalité multiple

Enfin, on retrouve une autre classification des problèmes dans les programmes de 2015¹² ou dans la collection ERMEL¹³ qui serait plutôt liée au contexte des problèmes :

¹² BOEN n°11 du 26/11/2015

¹³ *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM2*, ERMEL, Hatier, 2001, 579p.

- Les problèmes qui portent sur des situations supposées connues des élèves : issues d'autres enseignements, de la vie de la classe ou de la vie courante. Ce sont des problèmes dits « concrets ».

- Les problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques qui n'ont pas de rapport avec la vie quotidienne mais qui portent sur une situation mathématique, purement abstraite. Ce sont des problèmes dits « théoriques ».

Pour finir, on retrouve la référence aux structures de problèmes au cœur des programmes pour les cycles 2¹⁴ et 3, par exemple :

- « problèmes relevant des structures additives (addition / soustraction) »
- « problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division) ».

1.4.Résoudre un problème : quels éléments importants?

Dans un article de la revue *Grand N*¹⁵, Jean Julo pose la question : « Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? » La réponse apportée par son article à cette question sera négative. En effet, d'après les recherches présentées dans cette publication, il conclut : « L'idée d'environnements spécifiques, conçus à la fois comme ensembles de problèmes auxquels l'élève sera confronté sur une période donnée et comme ensembles d'aides permettant, par le biais d'une meilleure représentation, la résolution d'un problème donné, nous semble assez prometteuse. » Je vois notamment dans cette conclusion un lien avec une activité issue des travaux de ce même chercheur : la multiprésentation. Celle-ci est une aide apportée aux élèves pour résoudre des problèmes. Elle consiste à proposer un choix du même problème mais habillé de différents contextes à l'élève. D'après différentes publications¹⁶, la multiprésentation avec choix faciliterait la résolution de problèmes pour les élèves qui reconnaissent la situation dans laquelle ils seront amenés à réussir le problème.

Pour continuer selon cette idée qu'il faut mettre l'élève en présence de nombreux problèmes qui s'attachent à construire la même connaissance mathématique, il est intéressant

¹⁴ BOEN n°11 du 26/11/2015, p.77

¹⁵ Julo J., « Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? », *Grand N*, n°69, 2002, pp.31-52

¹⁶ Nguala J.-B., « La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes », *Grand N*, n°76, 2005, pp.45-63

de travailler avec certains outils tels que la brochure du SCEREN, Outils pour les cycles¹⁷, Situations multiplicatives. En effet, on retrouve dans les séquences proposées les différentes typologies citées précédemment qui se croisent en intégrant des problèmes ayant différentes fonctions selon leur place dans la séquence. Et chaque séquence permet de travailler une certaine structure de problème. De plus, dans chaque séquence, on retrouve des problèmes de même structure mais présentés dans des contextes différents (par exemple, pour le produit cartésien, problème des menus, des rectangles et des enveloppes) (voir annexe 1).

En plus de mettre les élèves en présence d'un nombre important de problèmes, il me semble important de replacer l'écrit au cœur de la résolution de problèmes pour aider les élèves à structurer leur raisonnement. D'ailleurs, dans l'introduction du programme de mathématiques au cycle 2¹⁸, il est écrit : « La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. » La pratique pédagogique de la narration de recherche prendra donc sa place ici.

2. Les narrations de recherche

2.1. Historique et définition

Historiquement, les narrations de recherches sont d'abord des écrits du collègue. En effet, c'est au sein du groupe Géométrie de l'IREM¹⁹ de Montpellier, composé de professeurs de mathématiques de collège et de lycée qu'est né ce nouveau type d'exercice. Des recherches²⁰ menées par ce groupe ont montré qu'un intérêt vif de l'expérimentateur (observation individuelle de l'élève) pour l'activité de l'élève pouvait conduire à une plus grande motivation pour l'activité réalisée, ce qui se traduit par une meilleure capacité de recherche et une plus grande ingéniosité développée dans les stratégies mises en œuvre que dans une situation normale de classe. Suite à cela, les membres du groupe Géométrie, au sein de leurs classes, ont proposé à leurs élèves de ne pas se concentrer uniquement sur la solution d'un problème mais de raconter chronologiquement les différentes étapes de leur recherche de la façon la plus précise possible. Le terme « Narration de recherche » apparaît en 1989,

¹⁷ Graff O., Wozniak B., *Situations multiplicatives : problèmes de multiplication et de division*, Outils pour les cycles, SCEREN-CRDP Nord-Pas de Calais, 2011, 204p.

¹⁸ BOEN n°11 du 26/11/2015, Cycle 2, Mathématiques, p.73

¹⁹ Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

²⁰ Chevalier A., « Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire », *Petit x*, n°33, 1992-1993, pp.71-79

lorsqu'Arlette Chevalier, membre du groupe Géométrie, présente ces travaux lors de la 41^{ème} Rencontre internationale de la CIEAEM²¹. Arlette Chevalier, dans son article de la revue *Petit x*²² donne la définition d'une narration de recherche selon Pais L.C.²³ : « Une narration de recherche est l'exposé détaillé, écrit par l'élève lui-même, de la suite des activités qu'il met en œuvre lors de la recherche de la solution d'un problème mathématique. » La narration de recherche est donc avant tout un écrit qui cherche à valoriser l'activité de recherche de l'élève qui est trop souvent oubliée au profit de l'exécution du « contrat didactique » : utiliser les données de l'énoncé pour faire un ou plusieurs calcul(s) et donner la bonne solution.

2.2.Objectifs

2.2.1.Objectifs relationnels

Lors de la rédaction d'une narration de recherche, l'élève est encouragé à s'exprimer à la 1^{ère} personne du singulier : c'est lui l'auteur de la recherche, le chercheur. L'enseignant, par ses annotations, remarques individualisées, va répondre personnellement à l'élève. Il s'instaure alors un véritable échange entre l'élève et l'enseignant. Cette valorisation de l'activité de l'élève peut permettre d'installer une relation de confiance entre l'enseignant et l'élève, même pour ceux qui ont le plus de difficultés. Et si l'élève gagne en confiance en lui, il gagnera probablement en motivation pour l'activité.

Cette activité peut aussi apparaître comme un « espace de liberté ». En effet, la narration de recherche est un récit de l'activité cognitive de l'élève, elle est donc propre à chacun et il n'est donc pas possible d'exiger une écriture formalisée. L'élève pourra profiter de cette liberté pour essayer de nouvelles stratégies.

2.2.2.Objectifs disciplinaires

Un des objectifs de la narration de recherche est que l'élève comprenne mieux l'activité mathématique. En effet, même succinctement à l'école élémentaire, une démarche scientifique est mise en œuvre lors de la résolution de problème : essais, conjecture,

²¹ Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques

²² Chevalier A., « Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire », *Petit x*, n°33, 1992-1993, pp.71-79

²³ Pais L.C., *Représentation des corps ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège : pratique d'élèves, analyse de livres*, Thèse de doctorat, Edition IREM, 1994

validation. En effet, lors des mises en commun, en observant certains travaux d'élèves on pourra aborder cette démarche.

Plus encore, il s'agit de montrer que la phase de recherche fait pleinement partie du travail du mathématicien autant que la rédaction de solutions qui est souvent la seule à être rédigée et donc mise en valeur. Il est essentiel de montrer par cet écrit que la recherche a autant de valeur que la solution.

2.2.3.Objectifs méthodologiques

La phase de recherche de la narration demande une écriture chronologique de la pensée de l'élève. Elle l'oblige à penser à sa propre pensée, à sa manière de réfléchir. L'élève se met donc à distance de sa réflexion et peut ainsi acquérir une attitude métacognitive sur l'activité de résolution de problème.

Par certains aspects, la narration de recherche peut permettre aux élèves de construire des compétences métacognitives, la partie suivante donnera donc un aperçu du concept de métacognition.

3. La métacognition

3.1.Définitions

En introduction, je parlais des deux aspects distincts de la métacognition : les connaissances métacognitives et les régulations métacognitives. Ces deux pôles de la métacognition sont issus des définitions de la métacognition en psychologie. Ainsi, Flavell²⁴, en 1976, écrit que « la métacognition se réfère aux connaissances du sujet sur ses propres processus et produits cognitifs. Elle renvoie aussi au contrôle actif, à la régulation et à l'orchestration de ces processus. » Anne-Marie Doly²⁵ montre que la métacognition fait aussi partie du champ de la philosophie car elle est une prise de conscience de soi par « une pensée qui peut fonctionner de façon critique et réflexive ». La métacognition à l'école doit donc être

²⁴ Doly A.-N., « La métacognition : de sa définition par la psychologie à sa mise en œuvre à l'école », dans Toupiol G., *Apprendre et comprendre. Place et rôle de la métacognition dans l'aide spécialisée*, Retz, 2006, pp.84-124

²⁵ Ibid.

envisagée en se rapportant toujours à ces deux domaines pour ne pas en perdre le sens premier. Les pédagogues se sont donc emparés de ce concept notamment dans la sphère de la difficulté scolaire. En effet, en utilisant la métacognition à l'école, l'enseignant enseigne à la fois une stratégie propice à la réussite des apprentissages scolaires en même temps qu'une mise à distance critique et réflexive vis-à-vis du savoir et des mécanismes d'apprentissage.

Ainsi, Britt-Mari Barth²⁶ écrit : « La métacognition a pour but d'élargir les champ de conscience de l'apprenant et donc sa capacité à réutiliser ce qu'il sait dans des contextes différents. » Ceci demande donc que l'élève soit conscient de connaissances qu'il a mais aussi de la manière dont il les a acquises et des contextes dans lesquelles il peut les utiliser. On retrouve donc bien dans cette définition pédagogique le sens donné par les champs psychologique et philosophique.

Un autre pédagogue, Marc Romainville²⁷, à partir des définitions de ces divers champs a dégagé trois types d'activités métacognitives :

- « l'explicitation par l'élève des procédures qu'il a utilisées lors d'une tâche », on est plutôt ici du côté des métaconnaissances : l'élève sait comment il a fait et est capable de l'expliquer ;

- « l'analyse des ses stratégies, pour voir notamment si elles s'avèrent efficaces », soit les habiletés de contrôle données par la définition des psychologues ;

- « la conceptualisation, la généralisation, afin d'aboutir à des règles réutilisables », il s'agit ici à nouveau des connaissances métacognitives.

L'élève ne peut pas construire seul ces connaissances et habiletés, l'enseignant est donc là pour l'aider, dans un rôle de médiateur, en n'imposant jamais de procédures particulières d'apprentissage.

3.2.Le rôle de l'enseignant

Pour l'enseignant, pratiquer la métacognition consiste d'abord à enseigner conjointement des connaissances et la manière de les apprendre. Il s'agit donc de rendre visible les processus à l'œuvre lors de la construction d'un savoir. L'enseignant doit attirer

²⁶ Barth B.-M., *Le savoir en construction*, Retz, Paris, 2002, 208p.

²⁷ Zakhartchouk J.-M., *Apprendre à apprendre*, Canopé éditions, 2015, 136p.

l'attention des élèves sur ce qu'il fait lorsqu'il est en train de le faire : Quelles sont les questions qu'ils se posent ? Quelles sont les connaissances qu'ils utilisent ? Quels sont les mécanismes qu'il active ? Etc.

Ensuite, l'utilisation du langage par les élèves et la verbalisation de ce qu'ils sont en train de faire (ou qu'ils ont fait, ou vont faire) sont des éléments importants pour entrer ensuite dans l'explicitation de son activité mentale. Il faut donc faire attention aux élèves dont la maîtrise du langage est difficile et peut donc les empêcher d'explicitier leur pensée.

Ainsi, un autre rôle de l'enseignant est de construire un climat de confiance, où la réussite d'un exercice n'est pas une fin en soi mais où l'élève se sent libre d'exprimer ses difficultés ou ses réussites, ses doutes, ses solutions, etc. Il s'agit donc de faire accepter l'erreur comme un passage obligé lors de la construction d'une connaissance. Ici, le travail en groupe et la mise en commun prennent tout leur sens puisqu'ils permettent de mettre en lumière les procédures des élèves et d'en tirer un savoir qui sera issu de leur travail et non simplement donné par l'enseignant.

Il est donc un médiateur qui, par son attitude, ses remarques, fait cheminer l'élève dans un processus de construction métacognitive. Ainsi, lorsque l'élève a pris conscience de ce qu'il a appris et de comment il a fait pour apprendre, il est important qu'il puisse exprimer cela, notamment à l'écrit, pour fixer ses nouvelles compétences.

3.3.La narration de recherche : une activité métacognitive?

J'ai montré que la métacognition relève de divers champs scientifiques et qu'à l'école, elle peut être mise en œuvre selon différentes modalités dans lesquelles l'enseignant joue un rôle de médiateur. Mais alors, quels aspects de la narration de recherche peuvent en faire une activité métacognitive ?

La narration de recherche consiste à faire un récit chronologique de la phase de recherche lors de la résolution d'un problème en mathématiques. Cet écrit pourra donc présenter la façon de réfléchir de l'élève et donc expliquer les processus cognitifs qu'il met en œuvre lorsqu'il cherche. En cela, a narration de recherche fait fonctionner la métacognition.

De plus, ce dispositif vise à créer une relation de confiance entre l'enseignant et l'élève, il participera donc à créer une atmosphère propice au développement de la métacognition.

Enfin, la narration de recherche suppose toujours un moment de mise en commun des stratégies des élèves pour résoudre un problème. L'enseignant montrera ici le rôle de l'erreur et favorisera la construction du climat de confiance. Plus encore, ce moment permettra de revenir sur les procédures des élèves, de les mettre en mots. On retrouve donc ici le rôle de la verbalisation pour construire des connaissances métacognitives.

La narration de recherche permet donc à l'élève d'avoir une analyse réflexive sur son travail et de réfléchir à sa manière d'approcher les problèmes en mathématiques. Elle présente donc les aspects d'une activité métacognitive. Dans la suite de ce mémoire, je montrerai donc le dispositif mis en place dans ma classe pour étudier si la narration de recherche aide les élèves à résoudre plus facilement des problèmes.

PARTIE 2 : METHODOLOGIE

1. Hypothèses

Hypothèse 1 : Les élèves, placés régulièrement en activité de narration de recherche, entrent plus facilement dans la démarche de résolution de problème et rompent le « contrat didactique » initial (donner la « bonne réponse »).

Hypothèse 2 : La narration de recherche est une activité métacognitive : les élèves sont capables d'expliquer comment ils font pour résoudre le problème, la manière dont ils réfléchissent, les connaissances qu'ils utilisent.

2. La classe

L'expérimentation que je présente ici s'est déroulée dans la classe de CM2 que je partage à mi-temps avec une autre professeure des écoles stagiaire. Nous sommes alternativement en responsabilité sur la classe sur des périodes d'environ trois semaines consécutives. Ainsi, le travail présenté porte essentiellement sur les périodes 3 et 4, c'est-à-dire du 03/01/2017 au 18/01/2017 puis du 20/02/2017 au 09/03/2017.

Comme écrit en introduction, au moins deux élèves de la classe présentent des troubles de l'attention. Au moins quatre autres élèves ont un comportement souvent inadapté à la classe. Une grande majorité des élèves est focalisée sur le « contrat didactique » lors de la résolution d'un problème : pour eux il faut trouver la bonne réponse sinon cela ne sert à rien de réfléchir. Ainsi, à la lecture d'un énoncé qu'ils ne comprennent pas immédiatement, ils disent : « Je n'y arrive pas. » et en restent là.

Ayant vécu cette situation plusieurs fois et pas seulement en mathématiques, il m'a paru important de travailler sur cela pour entraîner les élèves à réfléchir bien que la solution ne leur apparaisse pas immédiatement (ce qui caractérise d'ailleurs un problème).

3. Dispositif

Outre l'aspect expérimental, cette séquence permet de développer les compétences suivantes chez les élèves :

- reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations multiplicatives
- résoudre des problèmes en utilisant le calcul.

Ce dispositif est constitué d'une situation test ayant lieu avant et après la séquence d'apprentissage et de la séquence d'apprentissage sur les narrations de recherche.

3.1.Situation test

Une même situation test initiale et finale a été prévue afin d'évaluer les apprentissages des élèves à l'issue d'une séquence de narration de recherche.

Cette situation est issue de la brochure de l'IREM de Montpellier « Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée »²⁸.

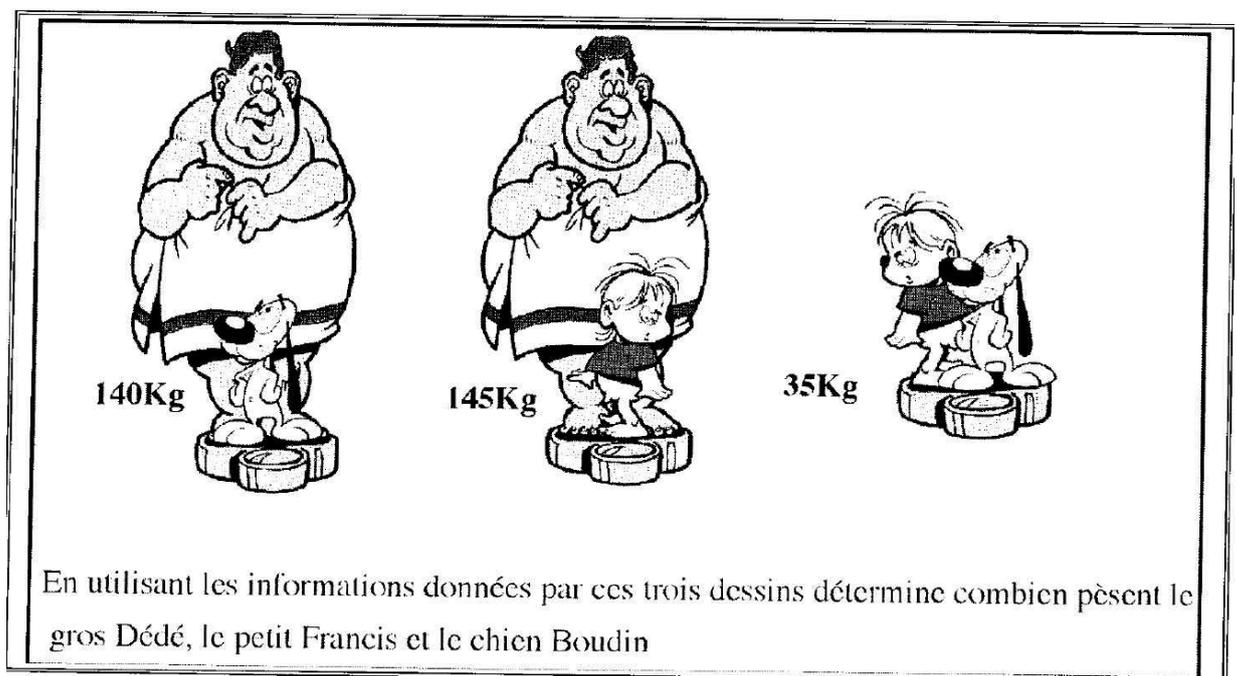


Figure 1 : Problème proposé aux élèves en situation initiale et situation finale

Mon choix s'est porté sur ce problème car :

- Il a déjà été testé sur diverses classes de l'école élémentaire jusqu'au collège, je dispose donc des différentes procédures qui ont été relevées dans les classes où ce problème a été donné. Ceci permettra une première comparaison avec les procédures initiales de ma classe de CM2.

²⁸ Ss coord. Bonafé F., *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*, Brochure APMEP n°151, IREM de Montpellier et APMEP, décembre 2002, 168p.

- L'énoncé du problème est présenté sous la forme de dessins et d'une phrase question : il peut donc être plus facile à comprendre pour des élèves pour qui la lecture est encore difficile. De plus, cette forme fait aussi son originalité et peut donc être une motivation pour que les élèves se mettent en activité.

- Ce problème est un « problème ouvert²⁹ » : son énoncé est court et ne comprend pas de questions qui induisent la méthode de résolution ou un cheminement de réflexion pour l'élève. Comme je l'ai écrit précédemment, l'énoncé est simple à comprendre et porte sur une situation et des objets familiers des élèves.

La situation initiale a consisté à donner ce problème aux élèves sans explications supplémentaires que celles de l'énoncé. J'ai tout de même expliqué aux élèves à quoi allait servir ce problème et que je le garderai pour le comparer plus tard au même problème (voir séquence en annexe 2). Les élèves avaient seulement l'obligation de réaliser ce problème sur feuille mais aucune autre contrainte ne leur a été donnée.

À l'issue de cette activité de résolution de problème, un questionnaire a été donné aux élèves afin de mieux comprendre leur réaction face à un problème. Les questions posées étaient :

- « Qu'as-tu trouvé facile ? »
- « Qu'as-tu trouvé difficile ? »
- « Penses-tu avoir trouvé la solution ? Pourquoi ? »

La situation finale n'a pas encore été proposée aux élèves mais elle consistera à leur donner le même problème que celui proposé en situation initiale avec des données numériques différentes. Cela évitera tout risque que les élèves donnent des résultats gardés en mémoire. Cette situation aura lieu après qu'une ou plusieurs séquences de résolution de problèmes utilisant la narration de recherche aient été réalisées avec les élèves. Il leur sera donc demandé d'utiliser cet outil pour résoudre le problème.

Je propose d'évaluer ce travail par des critères quantitatifs et qualitatifs. En effet, il est intéressant de relever le nombre d'élèves qui ont essayé de résoudre le problème (et ceux qui n'ont rien fait ou rien écrit sur leur feuille), ceux qui ont apporté une réponse correcte, ceux qui ont fait des calculs, ceux qui ont utilisé un raisonnement, ceux qui ont écrit une phrase

²⁹ Charnay R., « Problème ouvert, problème pour chercher », *Grand N*, 51, pp.77-83, 1992-1993

réponse. Il est aussi important de mesurer la qualité de l'écrit proposé par rapport au premier jet (situation initiale) de la résolution du problème. Il faudra par exemple s'intéresser aux élèves qui n'auraient rien écrit en situation initiale et voir si la pratique de la narration de recherche leur a permis de se débloquent même s'ils n'apportent pas de solution. Pour les autres, on pourra observer s'ils ont écrit plus qu'une simple phrase réponse, s'ils ont essayé d'expliquer leur raisonnement et si leur écrit montre la chronologie de leur recherche.

L'objectif de ce travail est avant tout de « persuader l'élève qu'il n'a pas perdu son temps si la recherche n'a pas abouti »³⁰, il s'agit que les élèves aient compris que leur raisonnement est plus important que le résultat.

3.2.Séquence d'apprentissage

La séquence proposée porte sur l'apprentissage de la démarche de narration de recherche à travers la résolution de problèmes de type produit cartésien mettant en jeu des variables discrètes.

L'objectif principal de cette séquence est la familiarisation avec la narration de recherche dans un contexte de problème de type produit cartésien.

Pour préparer cette séquence, j'ai utilisé comme sources :

- la brochure *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée* de l'IREM de Montpellier et de l'APMEP³¹ :

- Chapitre 2 – Modalités de mise en œuvre
- Chapitre 4 – Incidences sur les pratiques, réinvestissements, prolongements : 1- Les narrations de recherche à l'école primaire

- le livre *Résolution de problèmes cycle 3* de Sylvie Gamo³² : Partie 4 : Une pratique pédagogique pour apprendre à résoudre des problèmes : la narration de recherche.

Ces deux ouvrages proposent des exemples de mise en œuvre d'une séquence de narration de recherche.

³⁰ Ibid.

³¹ Ss coord. Bonafé F., *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*, Brochure APMEP n°151, IREM de Montpellier et APMEP, décembre 2002, 168p.

³² Gamo S., *Résolution de problèmes cycle 3*, Bordas pédagogie, Paris, 2003, 128p.

3.2.1.Choix des problèmes

Le problème choisi pour démarrer la séquence est le suivant : « J'envoie une carte postale à 12 personnes qui en envoient chacune une à 12 autres personnes. Après le deuxième envoi, combien de personnes auront reçu une carte postale ? » Ce problème, d'après la typologie de Charnay est une situation-problème puisqu'il ouvre la séquence. De plus, d'après la typologie de Vergnaud, ce problème est un problème de type produit cartésien. Cependant on peut aussi le qualifier de problème complexe car, en plus d'effectuer un produit cartésien, l'élève doit ajouter les 12 premières cartes postales envoyées.

De plus, ce problème à 5 des 6 caractéristiques des problèmes pouvant donner lieu à une narration de recherche citées dans la publication de l'IREM³³ :

- l'énoncé est bref et facilement accessible pour les élèves ;
- la solution n'est pas évidente ;
- l'énoncé n'amène aucun guidage dans la résolution par l'élève ;
- il est possible d'effectuer des tâtonnements, dessins, schémas, etc. pour démarrer la recherche ;
- le problème se situe dans un champ de connaissances où l'élève peut prouver la validité de ses conjectures : ici champ multiplicatif avec multiplication de nombres à deux chiffres.

D'autres problèmes d'entraînement pourront être proposés aux élèves à la fin de la séquence. Ce seront aussi des problèmes de type produit cartésien portant sur des variables discrètes.

3.2.2.Présentation de la narration de recherche aux élèves

Il est important de présenter le nouveau contrat didactique aux élèves. En effet, pour un certain nombre d'entre eux, le plus important était de trouver la bonne solution. Ici, il est important de leur indiquer que ce n'est pas le résultat qui sera évalué mais la démarche. Il est donc impératif de donner une consigne claire aux élèves.

³³ Ss coord. Bonafé F., *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*, Brochure APMEP n°151, IREM de Montpellier et APMEP, décembre 2002, 168p

Pour gagner en clarté, j'ai décidé de dédier un cahier aux narrations de recherche. Ainsi chaque élève pourra y retrouver l'ensemble de ses narrations et voir l'évolution de son travail.

J'ai donc présenté le cahier et le dispositif aux élèves, tout d'abord en leur demandant, ce que, pour eux, pouvait vouloir dire « narration de recherche ». Après leurs propositions, j'ai donné la consigne du travail à effectuer :

« Cela veut dire : raconter tout ce que vous faites pour résoudre un problème. Ce qui est important est d'expliquer toutes les étapes de votre travail et pas d'avoir la bonne réponse. Pour moi, votre façon de réfléchir sera plus importante que la réponse au problème. Vous avez le droit d'hésiter, de rayer, de dessiner, de schématiser etc. mais pas d'effacer. Vous utiliserez donc uniquement un stylo bille bleu.»

Contrairement à ce qui est préconisé par la publication de l'IREM³⁴, je n'ai pas ajouté de consignes écrites à la fin de l'énoncé, ceci me semblant trop complexe pour des élèves de CM2.

3.2.3. Correction et évaluation des productions des élèves

Pour la correction et l'évaluation des productions des élèves, il est important, d'une part, de s'attacher à la recherche de la solution au problème et d'autre part à la qualité du récit que l'élève fait de sa recherche. Ainsi, la brochure de l'IREM³⁵ donne 5 critères pour évaluer la recherche (interrogation sur l'énoncé ; essais, vérifications et contradictions ; cohérence ; recherches de preuves ; éléments critiques sur son propre travail) et 4 pour évaluer la narration (le style d'écriture, la précision du récit, sa chronologie, sa sincérité). Pour l'évaluation de la recherche, je garderais les critères évoqués sauf la recherche de preuves. Pour l'évaluation de la narration, j'observerais simplement si l'élève a essayé d'expliquer sa recherche notamment en faisant des remarques sur sa démarche et s'il définit des étapes dans sa recherche.

³⁴ Ibid.

³⁵ Ibid.

3.2.4.Rôle de l'enseignant et mise en commun

La publication de l'IREM³⁶ donne trois mots-clés quand au compte-rendu fait en classe à partir des narrations : personnalisation, valorisation et motivation. Pour le premier mot-clé, j'ai décidé de faire un commentaire écrit personnalisé pour chaque narration mais sans dire si la solution avait été trouvée. Ceci englobe aussi le deuxième mot-clé puisqu'un commentaire personnalisé montre que je fais attention aux écrits de chacun et valorise ainsi l'écrit de tous les élèves. De plus, lors de la mise en commun, je mettrai en valeur certaines productions. La mise en commun sera l'occasion de montrer que plusieurs procédures peuvent amener à la résolution du problème mais aussi que des obstacles ou erreurs peuvent permettre de se poser des questions afin d'avancer. Elle sera donc l'occasion de favoriser la motivation des élèves en leur montrant que divers cheminements sont possibles.

3.2.5.Déroulement de la séquence

La séquence (voir annexe 2) prévue se déroulera en 4 séances et a été créée à partir de la proposition de mise en œuvre d'une séquence de narration de recherche du livre de Sylvie Gamo³⁷. La première séance est dédiée à l'apprentissage de la narration de recherche. Les élèves vont la découvrir et la mettre en œuvre pour résoudre un premier problème. La deuxième séance est une séance d'approfondissement en binômes pour mieux comprendre la narration de recherche : chaque binôme recevra la photocopie de deux narrations de recherche de leurs camarades et devra essayer d'expliquer ce qu'ils comprennent du travail de leur camarade. La troisième séance sera une séance de réécriture à partir des remarques individuelles que j'aurais écrites dans les cahiers des élèves et du travail de la troisième séance. La quatrième séance sera une mise en commun des procédures des élèves.

³⁶ Ibid.

³⁷ Gamo S., *Résolution de problèmes cycle 3*, Bordas pédagogie, Paris, 2003, 128p.

PARTIE 3 : RESULTATS ET ANALYSE

1. Situation initiale

1.1.Résultats

(Voir annexe 3)

Sur les 27 élèves que compte la classe, un élève était absent lors de cette séance. Pour ce qui est du questionnaire, j'ai récolté seulement 23 réponses.

Voici ce qu'il faut retenir de la résolution du problème de la situation initiale et de l'analyse du questionnaire qui a été donné ensuite aux élèves :

- 5 élèves sur 26 n'ont rien écrit sur leur feuille, soit presque 1 élève sur 5. Et d'après les questionnaires, 4 élèves ont eu un problème de compréhension de l'énoncé.

- 8 élèves ont trouvé la solution correcte au problème, ce qui ne représente même par un tiers de la classe. Pourtant, selon le questionnaire, 14 élèves pensaient avoir trouvé la solution correcte soit plus de la moitié de la classe.

- 11 élèves ont écrit les calculs qu'ils ont fait pour résoudre le problème donc moins de la moitié des élèves.

- 5 élèves ont écrit au moins une phrase démontrant un raisonnement.

- 13 élèves n'écrivent ni raisonnement ni calcul et 6 d'entre eux écrivent une phrase réponse.

- 15 élèves ont écrit une phrase réponse.

- Dans les réponses aux questionnaires, certains élèves disent qu'obtenir le poids d'un personnage était facile et obtenir le poids d'un autre était difficile. Ainsi, 5 élèves ont trouvé difficile d'obtenir certains poids et 6 élèves ont trouvé facile d'obtenir certains poids.

- Toujours en ce qui concerne le questionnaire, très peu d'élèves expliquent ce qu'ils ont trouvé difficile ou facile.

1.2. Analyse

1.2.1. Compréhension de l'énoncé

Pour certains élèves l'énoncé semble avoir été difficile à comprendre. En effet, certains n'ont rien écrit sur leur feuille et d'autres expriment leur incompréhension dans le questionnaire. La présentation des données sous forme figurative pose problèmes pour certains. Ainsi, l'élève A. dit « Ce que j'ai trouvé difficile c'est l'énoncé du problème et les trois dessins » ; ou encore, sur la figure 2 on voit que l'élève C. a attribué des couleurs à chaque

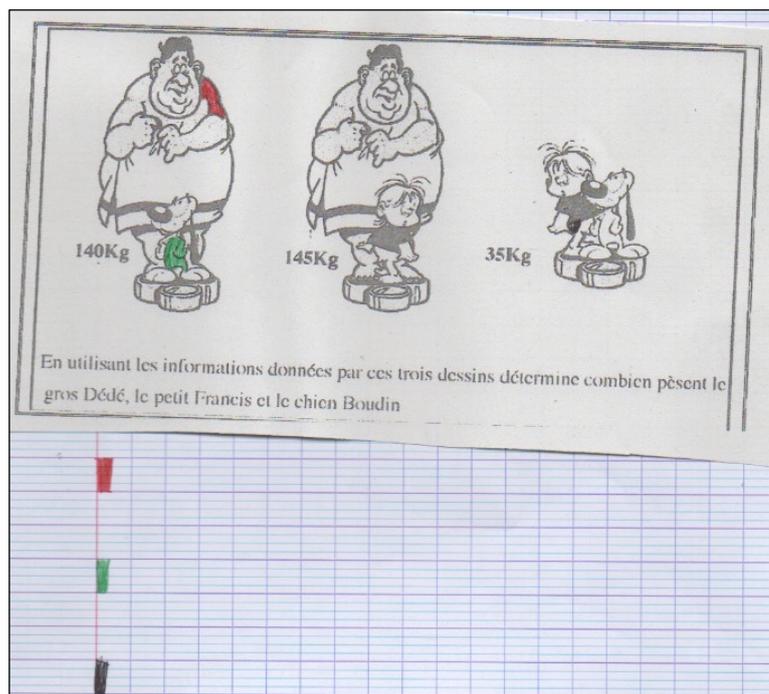


Figure 2 : Elève C. - Situation initiale

personnage et dans son questionnaire il écrit « Ce que j'ai trouvé (*difficile*) était de comprendre le problème pour trouver la solution ». Ainsi, le dessin et l'énoncé court portant sur une situation « pseudo concrète » que je pensais pouvoir être motivante pour les élèves et plus facile à comprendre est un frein pour certains d'entre eux. Ceci est évoqué dans les éléments d'analyse de la publication de l'IREM³⁸.

Les auteurs ajoutent qu'ils ont trouvé, majoritairement, « un besoin de reformulation » des données du problème. Pourtant, dans les résolutions de mes élèves, un seul écrit sur sa feuille une reformulation des données (voir figure 3). Ici l'élève traduit le

Dédé + Boudin = 140 kg
Dédé + Francis = 145 kg
Boudin + Francis = 35 kg

Francis pèse 5 kg de plus que Boudin

Francis pèse 20 kg	145 kg
Boudin pèse 15 kg	- 20 kg
Dédé pèse 125 kg	125 kg

140
- 15
125

Figure 3 : Elève J. - Situation initiale

³⁸ Ss coord. Bonafé F., *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*, Brochure APMEP n°151, IREM de Montpellier et APMEP, décembre 2002, 168p.

dessin par une formulation écrite. Ainsi, une aide potentielle aux élèves en difficulté vis-à-vis de cet énoncé serait de leur proposer d'essayer de reformuler le problème à leur façon.

1.2.2. Sens de l'égalité

Comme évoqué dans le texte de l'IREM³⁹, certains élèves, même s'ils ont trouvé la solution au

Handwritten student work on grid paper showing calculations for a problem. The text reads: "François = Paulin = 5 kg", "35 - 5 = 30 ÷ 2 = 15 + 5 = 20 François = 20 kg Paulin = 15 kg", and "Dédé = 125 kg car 745 - 20 = 725 et 740 - 75 = 725".

Figure 4 : Elève T. - Situation initiale

problème passent par des écritures de calculs incorrectes. J'ai au moins un exemple de cela dans ma classe (voir figure 4). Ici, le statut du signe d'égalité n'est pas compris. En effet, l'élève écrit ses calculs de la même façon qu'il les taperait sur l'écran d'une calculatrice. Le signe de l'égalité est donc ici vu comme « l'exécute » de la calculatrice et non comme un signe traduisant une relation entre deux écritures. En effet, on peut lire une égalité de gauche à droite ou de droite à gauche puisque les deux termes représentent le même nombre. Il faudra donc travailler sur le sens de l'égalité ultérieurement.

1.2.3. Statut de la solution

Plusieurs élèves de la classe utilisent l'adjectif « bon » pour définir leur calcul ou leur solution dans les questionnaires. On retrouve donc ici l'idée de « contrat didactique » qui amène les élèves à vouloir faire les « bons calculs » et trouver la « bonne solution ». Pourtant, la consigne donnée aux élèves précisait que ce problème n'était en aucun cas une évaluation mais qu'il allait servir pour voir l'évolution des compétences des élèves en résolution de problèmes après s'être entraîné en classe. Les élèves étaient libres de résoudre le problème comme ils le souhaitaient.

De plus, certains élèves se contentent d'écrire une phrase réponse sans aucun calcul ni raisonnement. On peut donc penser, là encore, que pour eux, seule importe la solution et non la démarche qu'ils ont mise en place pour la trouver. Pour ce type d'élève, certains apportent la solution correcte et d'autres non (voir figure 5).

³⁹ Ibid.

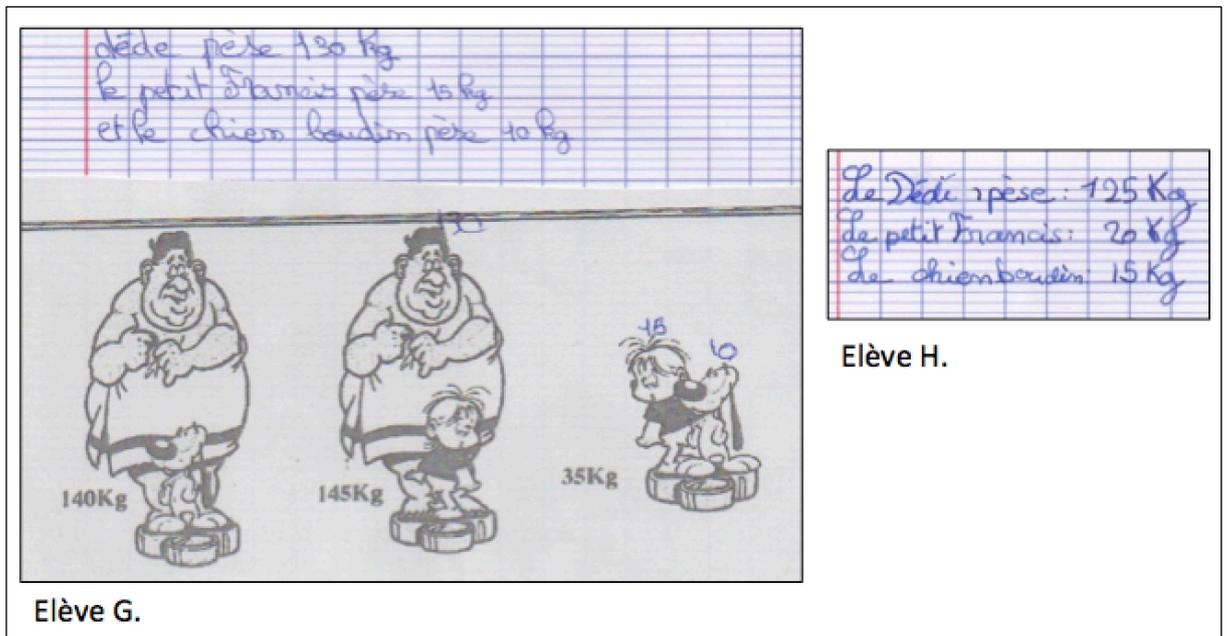


Figure 5 : Elèves G. et H. - Situation initiale

1.2.4. Procédures de résolution rencontrées

Calculs avec les données de l'énoncé avec ou sans vérification

Plusieurs élèves utilisent les nombres de l'énoncé pour réaliser des calculs (additions ou soustractions) donnant le poids des deux personnages d'une balance. Ils réitèrent pour une deuxième balance et comme ici leurs résultats sont justes ils s'arrêtent là alors que pour la dernière balance ils ne trouveraient pas le bon résultat. Certains vont jusqu'au bout mais en faisant des erreurs de calculs. D'autres arrivent au bon résultat. Ainsi, avec une même procédure, les résultats diffèrent. Les élèves ont donc dû effectuer d'autres étapes mais qu'ils n'écrivent pas sur leur feuille. Il sera donc intéressant de voir si, par la suite, la mise en œuvre de la narration de recherche permet d'observer cela dans les écrits des élèves.

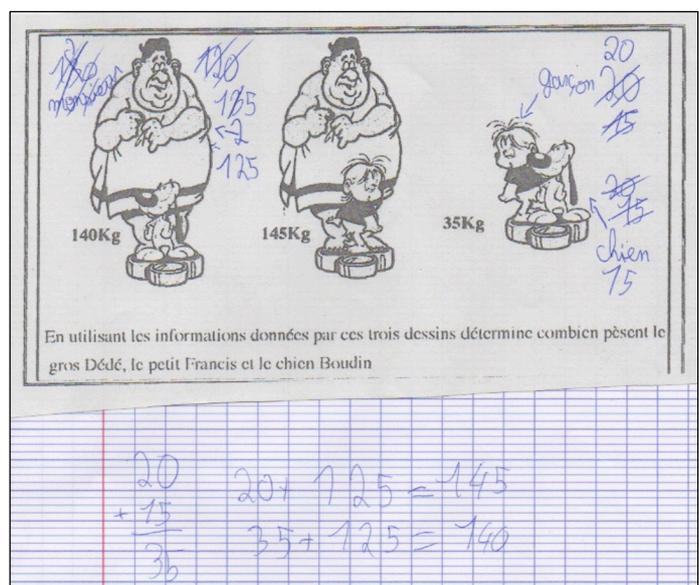


Figure 6 : Elève M. - Situation initiale

Tâtonnement

Sur un rendu d'élève on observe

clairement une procédure par tâtonnement (voir figure 6). On peut penser que d'autres élèves ont commencé par cela avant d'écrire uniquement leur phrase réponse ou de mettre en place la procédure précédente. Ici, l'élève attribue successivement divers poids aux personnages puis vérifie si cela fonctionne. Finalement il trouve le poids exact pour chaque personnage.

Observation de l'écart entre deux pesées (voir figure 7)

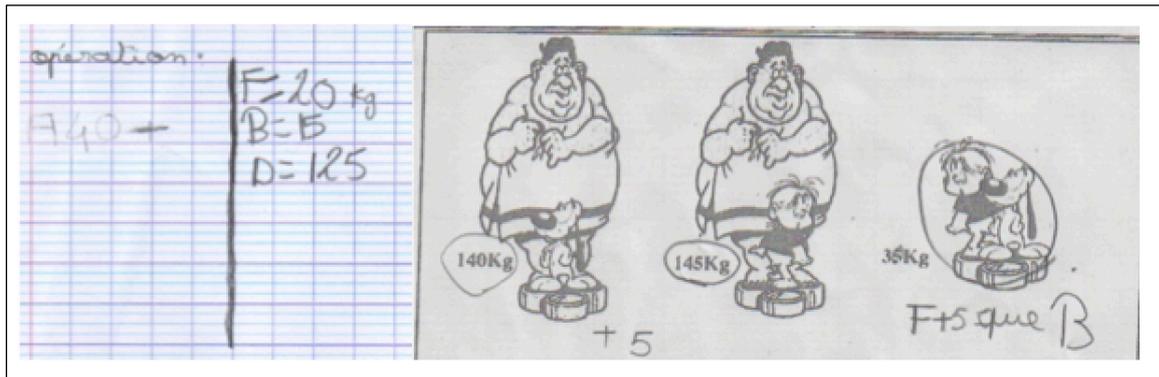


Figure 7 : Elève L. - Situation initiale

Quelques élèves ont observé l'écart entre les pesées et en on déduit que Francis pèse 5kg de plus que le chien Boudin. À partir de là, ils ont trouvé le poids de chaque personnage.

Pour conclure sur cette situation initiale, les procédures de résolution sont assez peu visibles sur les rendus des élèves. On peut donc se poser plusieurs questions :

- Ont-ils considéré que ce rendu devait être « propre » et ne pas comporter les traces de leurs réflexion, essais, erreurs, tâtonnements ?
- Pense-t-ils qu'ils doivent uniquement donner les « bons calculs » et le « bon résultat » ?
- Ont-ils compris le problème ou bien se sont-ils contentés d'utiliser les nombres pour faire des calculs ?

La mise en œuvre de la narration de recherche aura donc pour but d'essayer de rendre plus visible la démarche des élèves et de leur montrer que leur réflexion est plus importante que le résultat.

2. Séquence de narration de recherche : résultats et analyse

2.1. Première narration de recherche

2.1.1. Recherche

Interrogation sur l'énoncé

Contrairement à la situation initiale, pour ce problème, une majorité d'élèves ont essayé de comprendre et de raisonner, soit par un écrit textuel soit en faisant un dessin figuratif ou schématique. En effet, je relève ici 13 traces de raisonnement, 5 dessins et 2 schémas (voir annexe 4). Les élèves se sont donc questionnés sur l'énoncé et les modalités de résolution du problème. Pourtant, seuls 2 élèves ont trouvé la solution correcte et 8 en ont compris le sens (utilisation du produit cartésien). Ceci peut montrer que la consigne de la narration de recherche les a engagés dans une démarche de recherche qui était beaucoup moins visible lors de la situation initiale.

Essais, vérifications et contradictions

J'ai relevé des marques de tâtonnement sur seulement 2 rendus d'élèves (voir figure 8), pourtant les auteurs de la publication de l'IREM⁴⁰ écrivent que « le cheminement de toute recherche contient ces trois étapes, parfois très brèves, parfois plus longues. » Ainsi, bien que les élèves soient entrés dans une démarche de recherche, ils ne questionnent pas encore leur

Figure 8 displays two pages of handwritten student work on grid paper. The left page, labeled 'Elève L.', is dated 'Vendredi, 13 janvier'. It features a grid with 'X' marks, a legend for 'personne X' and 'maie O', and calculations: $12 + 12 = 24$, $13 \times$, $12 \times 12 =$, 240 , and $240 + 12 = 252$. A note says 'il y a 6 personnes' and 'il faut 55 150 plaques'. The right page, labeled 'Elève I.', shows crossed-out calculations and a final conclusion: 'Pour trouver j'ai dû faire une multiplication. La réponse est: 292 personnes ont reçu la carte postale'.

Figure 8 : Elèves L. et I. – Narration de recherche

⁴⁰ Ibid.

production et ne mettent pas en doute leur raisonnement. Il est tout de même intéressant de regarder les productions des deux élèves qui portent des marques de leurs essais.

On observe sur ces deux rendus des ratures qui barrent certains calculs. L'élève I. a même utilisé du correcteur alors que j'avais mentionné que tout devait rester apparent sur leur cahier, même les erreurs. On retrouve ici probablement la trace du « contrat didactique » initial. Ce même élève semble avoir réalisé le calcul expert (produit cartésien) qui permet, en partie, de trouver la solution au problème. En effet, il pose apparemment (même si le signe qui marque la multiplication n'est pas conventionnel) : $12 \times 12 = 144$. Pourtant ce calcul est barré. On pourrait donc penser qu'il pose ensuite $144 + 12$ pour terminer le problème. Pourtant la suite de son calcul ne fait pas sens avec cette addition. Ce calcul est à nouveau barré. Il justifie avoir fait une multiplication mais est-ce un des deux calculs qu'il a posé ? Enfin, sa réponse finale n'est pas exacte.

Quant à lui, l'élève L. a barré l'addition $12 + 12$. On voit ainsi le cheminement de sa réflexion. Il a rejeté ce calcul probablement grâce à son schéma qui lui a permis de visualiser que l'ordre de grandeur du résultat de cette addition n'était pas en adéquation avec son schéma. Ensuite, l'élève écrit « 13 X » mais je ne parviens pas à définir à quoi cela correspond. Puis l'élève écrit en ligne le calcul qu'il souhaite réaliser et qu'il pose ensuite. Malheureusement le calcul posé est faux mais l'élève pense bien ensuite à ajouter les 12 premières cartes postales. On voit donc que cet élève s'est posé des questions et qu'il résout finalement correctement le problème (en dehors de l'erreur de calcul).

Ces deux exemples peuvent être intéressants à montrer lors d'une mise en commun pour exposer qu'un raisonnement passe par des essais, des erreurs, etc. et qu'on arrive grâce à cela à résoudre correctement un problème.

Cohérence

Certains écrits sont incohérents avec l'énoncé. En effet, certains élèves qui effectuent le calcul $12 + 12$ ou 2×12 expliquent que pour le deuxième envoi une personne envoie une carte postale chacune à 12 personnes alors que ce sont les 12 personnes qui ont reçu les premières cartes qui elles-mêmes envoient chacune 12 cartes postales.

Eléments critiques sur son propre travail

Les élèves écrivent leur première narration de recherche, on ne voit donc pas, pour l'instant, de prise de distance par rapport au travail réalisé.

2.1.2. Narration

Pour cette première narration, les élèves ont commencé à montrer leur recherche comme je l'ai dit précédemment.

Pour quelques uns, on rencontre des connecteurs logiques comme « après », « avant », « d'abord », « quand » dans leurs écrits ce qui montre la chronologie de leur narration et des étapes de leur recherche.

D'autres ont fait des schémas ou dessins qui montrent des étapes distinctes grâce à des flèches, des traits de séparation, l'organisation sur la page de cahier.

D'autres encore ont opté pour une organisation qui montre ce qu'ils comprennent, ce qu'ils cherchent et les calculs qu'ils font.

Tous ces éléments montrent que certains élèves ont essayé de structurer leur narration pour rendre compte des étapes de leur recherche. Ils commencent donc à construire cette démarche de narration de recherche.

Dans ces écrits on ne trouve pas encore d'observation ou d'explication des élèves sur leur propre recherche.

L'analyse des productions d'autres élèves va permettre aux élèves d'observer d'autres démarches que la leur et pourra permettre, par la suite, d'enrichir leur propre production.

2.2. Travail en binômes : analyse du rendu d'autres élèves

L'objectif de la deuxième séance était d'approfondir le travail sur la narration de recherche en observant et analysant en binômes les travaux d'autres élèves. Ainsi, chaque binôme avait la photocopie du travail de deux autres élèves. La consigne donnée aux élèves était la suivante : « Aujourd'hui, vous allez travailler sur des extraits de narration de recherche d'élèves de la classe. En groupe, vous allez lire les différents extraits que je vais vous donner et essayer d'identifier les différentes stratégies utilisées pour résoudre le problème. Ensuite

vous devrez faire une synthèse écrite qui explique ces stratégies et ce que vous trouvez intéressant pour chacune d'elle. »

Sur 12 groupes d'élèves, 10 s'intéressent au calcul qui a été réalisé par leur camarade. La moitié des groupes essaie de comprendre et donc d'expliquer la démarche qui a été employée par leurs camarades. 3 groupes corrigent et/ou émettent un jugement sur la production qui leur est présentée. Les élèves s'attachent d'abord à ce qui est le plus facile à expliquer pour eux, c'est-à-dire les calculs. Ainsi, la moitié des groupes ne va pas plus loin que cela et n'essaie pas de comprendre le raisonnement de l'autre élève.

2 groupes manifestent leur incompréhension vis-à-vis des productions. Il aurait pu être intéressant qu'ils expliquent ce qu'ils ne comprenaient pas.

2.3. Réécriture de la première narration

La troisième séance devait être une séance de réécriture de la narration à partir d'un retour sur le travail d'analyse de la séance 2 et mes remarques dans le cahier des élèves.

Pour diverses raisons, cette séance n'a pas pu être menée ainsi. Certains élèves ont eu l'occasion de revenir sur leur narration durant un temps court (une dizaine de minutes) seulement à partir des remarques faites dans leur cahier.

Le temps donné et les remarques écrites dans les cahiers des élèves n'ont pas permis que les élèves reviennent de façon significative sur leurs narrations. En effet, soit ils paraphrasent ce qu'ils ont déjà écrit, soit ils essaient de donner de nouvelles explications mais qui sont peu claires, soit ils n'ont pas eu le temps de rédiger suffisamment.

2.4. Mise en commun fictive

Je n'ai pas eu le temps d'effectuer la quatrième séance de ma séquence, c'est-à-dire la mise en commun des travaux des élèves qui montrerait différentes procédures des élèves afin de faire apparaître les erreurs et d'identifier les procédures les plus efficaces pour résoudre le problème. Je vais donc décrire ici la mise en commun que j'envisagerais.

Je choisirais pour cette mise en commun trois productions d'élèves : la première est un dessin figuratif, la deuxième un dessin schématique et la troisième le calcul « expert ».

Production 1 (figure 9)

Sur ce dessin l'élève s'est représenté et, par une flèche, le nombre 12 et le dessin d'une enveloppe, il traduit l'envoi de 12 cartes postales. On retrouve ensuite les 12 personnes qui ont reçu les cartes postales associées à leurs 12 enveloppes. Puis on voit une nouvelle flèche qui traduit l'envoi de cartes postales et à nouveau 12 personnes ayant chacune reçu une carte. Il entoure ensuite toutes les cartes reçues et relie ces différents groupes par des traits et dénombre 24 cartes postales. Le premier envoi traduit en dessin par l'élève est correct, c'est le second, qui intervient après la deuxième flèche, qui est erroné et traduit en fait l'addition des deux nombres de l'énoncé :

$$12 + 12 = 24$$

Pour faire comprendre cette erreur aux élèves j'effectuerais un abaissement des valeurs numériques. L'énoncé du problème deviendrait donc : « J'envoie une carte postale à 2 personnes qui en envoient chacune une à 3 autres personnes. Après le deuxième envoi, combien de personnes auront reçu une carte postale ? » Ici, si on effectue l'addition des deux nombres de l'énoncé, on obtient : $2 + 3 = 5$. Or si on fait le dessin des deux personnes qui envoient chacune une carte postale à 3 personnes, on obtiendra déjà 6 cartes postales. Ceci montrera aux élèves que l'addition n'est pas la bonne procédure. On pourra ensuite faire le dessin de la première personne qui envoie une carte postale à 2 personnes, on dessinera donc 2 personnes ayant chacune leur carte. On pourra donc dénombrer 4 cartes postales. Soit, en le traduisant par un calcul : $2 + (2 \times 3) = 8$.

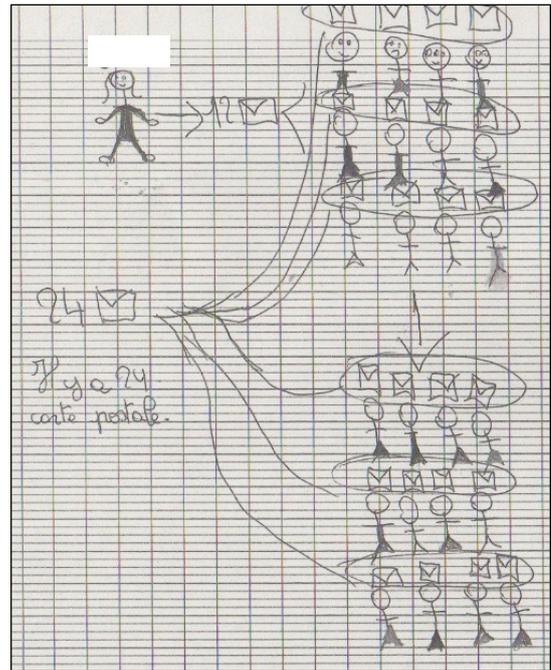


Figure 9 : Elève C.L. - Dessin figuratif

Production 2

Sur ce schéma (figure 10) l'élève s'est représenté par un rond et a représenté les 12 personnes à qui sont envoyées les cartes par 12 croix. Sous le rond est indiqué le nombre 12, ce qui semble vouloir dire qu'il reproduit ce schéma 12 fois. Si on construisait complètement le schéma, on aurait 12 ronds avec à chaque fois 12 croix associées aux ronds. Ceci correspondrait à une représentation typique du produit cartésien : le schéma

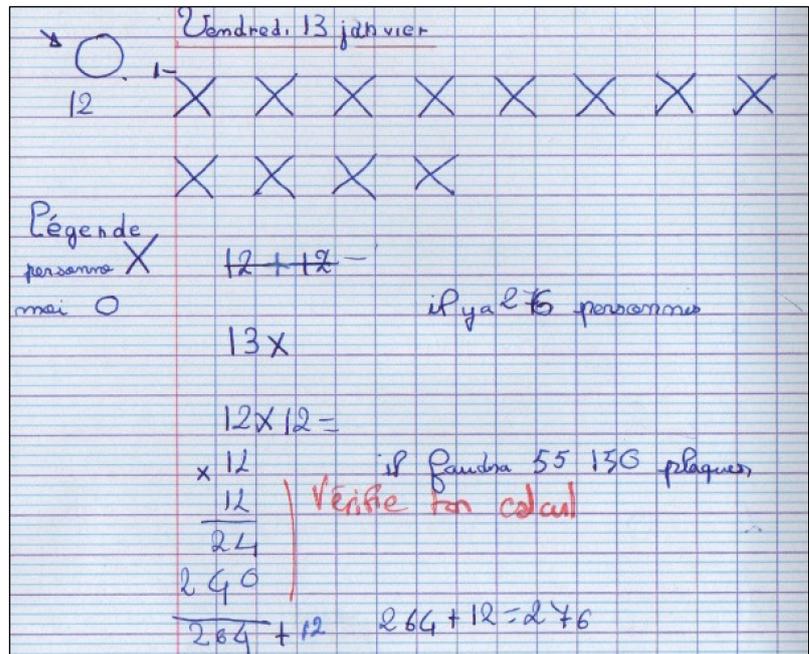


Figure 10 : Elève L. – Dessin schématique

sous forme d'arbre. On peut donc reprendre les représentations schématiques de l'élève pour débiter un arbre. Il faudra montrer qu'il est compliqué de réaliser l'arbre complètement et qu'il faut donc chercher une opération qui traduit ce schéma. On aurait donc 12 fois 12 croix et 12 fois un rond. On traduit cela par le calcul : $(12 \times 12) + 12 = 156$. On voit donc ici que la procédure la plus efficace est d'utiliser la multiplication.

Production 3 (figure 11)

Si les 12 personnes envoient chacune 12 cartes postales il faut multiplier les 12 personnes en voyant chacune 12 cartes cela fait 144 plus les 12 premières cartes égal 156.
156 personnes recevront des cartes postales.

Elève T.

Je fais $12 \times 12 = 144$ donc il y a 144 personnes + 12 cartes postales = 156

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ = 24 \\ \hline 120 \\ \hline 144 \end{array}$$

Je pense que 156 est la bonne réponse.

Elève A.

Il s'agit ici de montrer que la procédure la plus efficace pour résoudre ce problème est une multiplication (produit cartésien) avec ajout des 12 premières cartes postales reçues.

Figure 11 : Elève T. et A. – Résolution « experte »

CONCLUSION

En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, ce mémoire m'a permis de me questionner sur la résolution de problèmes. Grâce à mes lectures, j'ai mieux compris comment se construit une séquence. En effet, croiser les typologies de problèmes de Vergnaud et Charnay permet de construire une séquence avec des problèmes dont l'objectif d'apprentissage est différent en fonction de leur place dans la séquence et qui construit une connaissance mathématique à partir de problèmes dont le contexte peut être différent mais dans lesquelles la notion travaillée est la même. Je me suis intéressée ici plus précisément aux problèmes de type produit cartésien. Pour la séquence d'apprentissage de narration de recherche j'ai utilisé un problème complexe qui utilise le produit cartésien. Il est vrai que ce problème était donc plus difficile qu'un simple problème de produit cartésien, tel que le problème des menus. J'ai ainsi réalisé que pour travailler une structure de problème, il est impératif de construire une séquence en choisissant bien les problèmes et en les complexifiant au fur et à mesure de la séquence.

Au sein d'une séquence, une séance peut être l'occasion de mettre en commun les travaux des élèves. Le travail que j'ai mis en œuvre pour ce mémoire m'a démontré la nécessité de ce moment. En effet, la mise en commun favorise la construction d'un climat bienveillant dans la classe puisque son point de départ est la production des élèves. Elle permet de faire le point sur une notion, de procédures, etc. Elle dynamise la classe car elle permet à l'élève de se questionner sur son travail par rapport à celui de ses camarades et de se mobiliser sur la suite des séances grâce à de nouvelles notions, procédures, connaissances qui lui ont été apportées. En effet, je me suis rendue compte, à l'issue de la séance de travail en groupe qu'il aurait été intéressant de faire un point sur ce que les élèves avaient retenu des travaux de leurs camarades que je leur avais demandé d'analyser. Ceci aurait permis d'identifier les éléments importants à retrouver dans leur recherche et leur narration. La nouvelle rédaction de la narration de recherche de la séance 3 aurait sans doute été plus riche. C'est pourquoi j'ai proposé dans ce mémoire un exemple de mise en commun qui pourrait avoir lieu pour la séance 4. Comme ces moments sont souvent chronophages, j'ai limité l'analyse à 3 productions d'élèves. Il faudra tout de même préciser aux autres que leurs productions sont également intéressantes, mais qu'il est impossible de tout voir en même temps. Lors d'une autre mise en commun, c'est les travaux d'autres élèves qui seront

analysés. Cette mise en commun permettrait de clôturer cette première séquence d'apprentissage de la narration de recherche.

Pour finir, je reviendrais donc sur la mise en place de cette activité dans la classe. Un point positif à retenir est que les élèves sont entrés plus facilement dans l'activité de recherche et la plupart ont essayé de résoudre le problème. Une moitié de la classe a commencé à expliquer son raisonnement, alors qu'un très faible nombre d'élèves l'avait fait lors de la situation-test. Il sera donc intéressant de continuer ce type d'activité pour voir si la dynamique perdure et si les élèves rompent avec le « contrat didactique » initial où la bonne réponse est le seul attendu, pour en construire un nouveau où l'explicitation de sa recherche et de son raisonnement est plus important que le résultat. L'hypothèse 1 pourra donc être validée. Les élèves ne maîtrisent pas encore la démarche de narration de recherche mais, pour certains, ils ont commencé à structurer l'écriture de leur narration. Ils donnent ainsi à lire leurs processus de pensée, les étapes de leur réflexion. Ils commencent donc à adopter une attitude métacognitive. Cependant cela reste succinct et n'est pas observé chez tous les élèves. Il faudrait donc beaucoup plus de temps et de pratique de la narration de recherche pour valider ou invalider l'hypothèse 2. Enfin, la narration de recherche replace le langage et l'expression écrite au cœur des mathématiques. Par son cadre non formel, et le passage permis par les dessins, elle permet aux élèves, même en difficulté à l'écrit d'entrer dans l'activité. La valorisation de leur travail pourra leur permettre de prendre confiance en leurs compétences langagières et de s'engager peu à peu dans une narration plus écrite que dessinée.

Je vais donc essayer de continuer à mener cette activité jusqu'à la fin de l'année scolaire car je pense qu'elle est une aide pour mes élèves pour apprendre à résoudre des problèmes.

BIBLIOGRAPHIE

LIVRES

- Barth B.-M., *Le savoir en construction*, Retz, Paris, 2002, 208p.
- Gamo S., *Résolution de problèmes cycle 3*, Bordas pédagogie, Paris, 2003, 128p.
- Zakhartchouk J.-M., *Apprendre à apprendre*, Canopé éditions, 2015, 136p.

BROCHURES

- Graff O., Wozniak B., *Situations multiplicatives : problèmes de multiplication et de division*, Outils pour les cycles, SCEREN-CRDP Nord-Pas de Calais, 2011, 204p.
- Ss coord. Bonafé F., *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*, Brochure APMEP n°151, IREM de Montpellier et APMEP, décembre 2002, 168p

ARTICLES

- Charnay R., « Problème ouvert, problème pour chercher », *Grand N*, 51, pp.77-83, 1992-1993
- Chevalier A., « Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire », *Petit x*, n°33, 1992-1993, pp.71-79
- Doly A.-N., « La métacognition : de sa définition par la psychologie à sa mise en œuvre à l'école », dans Toupiol G., *Apprendre et comprendre. Place et rôle de la métacognition dans l'aide spécialisée*, Retz, 2006, pp.84-124
- Henry V., Delagardelle J.-C., Bair J., « Les narrations de recherche en tant qu'activités métacognitives dans l'enseignement des mathématiques », *Transfert*, 5, 2007
- Houart M. & Romainville M., « Etre ou ne pas être dans la lune, telle est l'attention », *Le point sur la recherche en éducation*, n°5, Département Education et Technologie – Facultés universitaires de Namur, 1999, pp.43-59
- Julio J., « Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? », *Grand N*, n°69, 2002, pp.31-52
- Nguala J.-B., « La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes », *Grand N*, n°76, 2005, pp.45-63
- Vergnaud G., « Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives », *Grand N*, n°38, IREM de Grenoble, novembre 1986

SITES WEB

- Académie de Versailles, "Attention et Concentration", *Développer l'attention et la concentration*, (consulté le 04/03/2017) <http://www.ien-versailles.ac-versailles.fr/Espace%20pedagogique/Apprendreaapprendre/Lattention/DevelopperlAttention.htm>

ANNEXES

Annexe 1 : Outils pour les cycles, exemple de séquence sur le produit cartésien

ORGANISATION DE LA SÉQUENCE 4				
Produit cartésien : variables discrètes et continues				
Parcours d'enseignement et itinéraires d'apprentissage de l'élève				
Objectif de la séquence : savoir résoudre les problèmes multiplicatifs de type produit cartésien mettant en jeu des variables discrètes ou continues par procédure générique.				
PROGRESSION DES SÉANCES →				
	SÉANCE 1	SÉANCE 2	SÉANCE 3	SÉANCE 4
Type de situation	Problème de découverte	Problème de découverte	Problème de découverte	Problème de découverte
Particularité	Résoudre un problème de produit cartésien (variables discrètes). Recherche de card (AXB).	Résoudre un problème de produit cartésien (variables discrètes). Recherche de card (A) ou de card (B).	Résoudre un problème de produit cartésien - variables continues. Recherche de l'aire du rectangle.	Résoudre un problème de produit cartésien (variables continues). Recherche de la mesure de l'une des deux grandeurs.
Type de problème	Produit cartésien (variables discrètes). Recherche de card (AXB).	Produit cartésien (variables discrètes). Recherche de card (A) ou de card (B).	Produit cartésien (variables continues). Recherche de l'aire du rectangle (mesure de la grandeur-produit).	Produit cartésien (variables continues). Recherche de la longueur ou de la largeur du rectangle (mesure de l'une des deux grandeurs).
Descriptif de la situation	Les menus	Les menus	Les rectangles	Les rectangles
Contexte	Cardinal	Cardinal	De mesure	De mesure
Activité mentale de l'élève	Associer le geste mental « combien de possibilités différentes ? » à une multiplication « $a \times b$ ».	Associer le geste mental « combien d'éléments différents pour construire toutes ces possibilités ? » à une division « $a : b$ ».	Associer le geste mental « recherche de l'aire du rectangle » à une multiplication « $a \times b$ ».	Associer le geste mental « quelle est la longueur d'un côté d'un rectangle connaissant l'aire et l'autre côté ? » à une division « $a : b$ ».
Passerelle vers une autre séance				Séance 6

ORGANISATION DE LA SÉQUENCE 4
Produit cartésien : variables discrètes et continues
Parcours d'enseignement et itinéraires d'apprentissage de l'élève

Objectif de la séquence : savoir résoudre les problèmes multiplicatifs de type produit cartésien mettant en jeu des variables discrètes ou continues par procédure générique.

PROGRESSION DES SÉANCES →

SÉANCE 5	SÉANCE 6	SÉANCE 7	SÉANCE 8	SÉANCE 9
Entraînement	Création d'outils de résolution	Entraînement	Réinvestissement	Évaluation
Distinguer problèmes de recherche de card (AXB), problèmes de recherche de card (A), problèmes de recherche de l'aire et problèmes de recherche de la mesure de l'une des deux grandeurs.	Mise en place d'outils de résolution		Atelier renforcement	Évaluation différenciée
Produit cartésien (variables discrètes et variables continues)	Produit cartésien (variables discrètes) Recherche de card (AXB) ou recherche de card (A) ou de card (B) Produit cartésien (variables continues) Recherche de l'aire ou recherche de l'une des deux mesures	Produit cartésien (variables discrètes et variables continues)	Produit cartésien (variables discrètes et variables continues)	Produit cartésien (variables discrètes et variables continues)
Les menus Les rectangles	Les enveloppes Les rectangles	Les enveloppes Les rectangles Les menus	Hors contexte connu	Hors contexte connu
Cardinal ou de mesure	Cardinal ou de mesure	Cardinal ou de mesure	Cardinal ou de mesure	Cardinal ou de mesure
Résolution des procédures utilisées (connue → inconnue / spontanée → générique) pour résoudre les problèmes de produit cartésien.	Élargissement du sens de la multiplication et de la division. Séance 7 ou Séance 8	Évolution des procédures utilisées (connue → inconnue / spontanée → générique) pour résoudre des problèmes de produit cartésien. Séance 8	Élargissement du sens de la multiplication et de la division.	Cardinal ou ordinal Avec ou sans reste.

Annexe 2 : Séquence d'apprentissage de la narration de recherche

Séquence Mathématiques – Nombres & Calculs – Cycle 3 – CM2 Résolution de problèmes : le produit cartésien

Objectifs généraux :

- se familiariser avec la narration de recherche
- construire le sens de la multiplication : résoudre des problèmes de type produit cartésien

	Titre	Objectif de la séance	Déroulement	Matériel
Séance 1 (détachée)	Evaluation diagnostique	- Analyser les stratégies d'élèves traduisant leur compétence à mettre des informations en relation. - Repérer divers types de stratégies de recherche, permettant d'identifier des stades de raisonnement différents chez les élèves.	1- Explication de la séquence sur la narration de recherche aux élèves 2- Lecture de l'énoncé en classe entière 3- Résolution individuelle	Énoncé du problème photocopié pour les élèves Feuilles
Séance 1 bis	Apprentissage de la narration de recherche	Découvrir la narration de recherche pour résoudre un problème	1- Découverte de la narration de recherche et lancement de l'activité 2- Appropriation du problème 3- Rédaction de la narration	Cahier « Mes narrations de recherche » Vidéoprojecteur
Séance 2	Approfondissement, Travail en groupe hétérogène.	Identifier différentes stratégies pour résoudre un même problème	1- Résumé des travaux des élèves par l'enseignante 2- Analyse des productions en groupes 3- Rédaction d'une synthèse en groupe	Photocopies avec différents extraits anonymes des cahiers des élèves
Séance 3	Réécriture individuelle.	- Expliquer les éléments imprécis de la	1- Rendu des narrations & retour sur la	Cahier « Mes narrations de recherche »

		narration - Reformuler la narration	séance précédente 2- Réécriture individuelle de la narration et rendu	
Séance 4	Mise en commun, méthodologie.	Identifier des stratégies plus ou moins efficaces pour résoudre un problème	1- Compte rendu collectif de ces 1ères narrations & mise en commun des diverses stratégies 2- Point de méthodologie	Cahier « Mes narrations de recherche » Tableau Création d'un affichage ou d'une fiche méthode

Séance 1 (détachée)

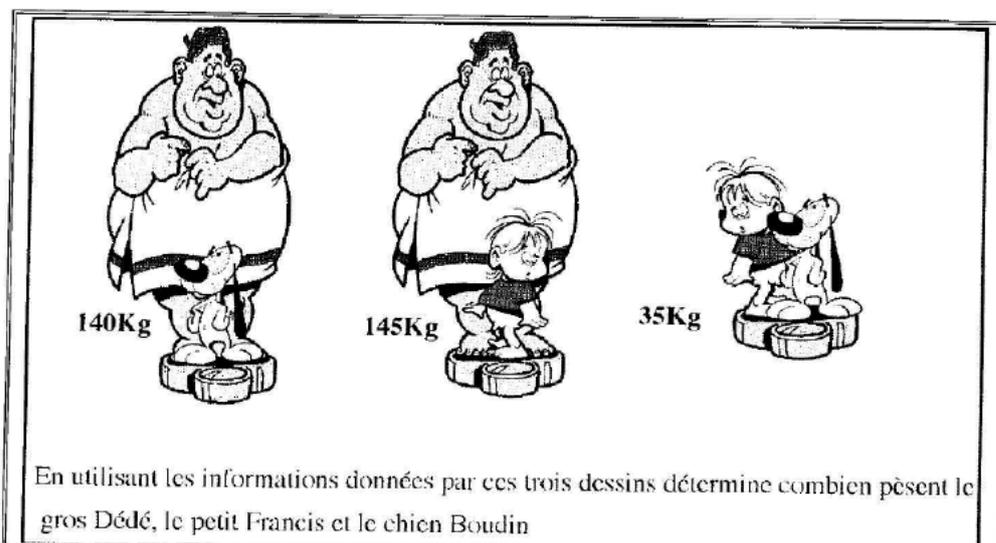
Résolution de problèmes – Période 3
Etude sur les narrations de recherche

Situation initiale : Le problème du gros Dédé

Les élèves résolvent leur problème comme d'habitude. Sur feuille, car le problème est ramassé par l'enseignante pour en garder la trace et comparer avec la situation finale.

Expliquer clairement aux élèves à quoi cela va servir :

« Je vais vous donner un problème à résoudre. Je vous laisse le résoudre comme vous voulez. Même si vous ne trouvez pas la solution, écrivez tout ce que vous vouliez faire. Je ne vais pas évaluer ce problème. Je vais le garder jusqu'à la fin de la prochaine période (avant les vacances de Pâques). D'ici là, nous allons apprendre une nouvelle façon de résoudre des problèmes. Et je vous donnerai ensuite un problème qui ressemble à celui-ci. Nous pourrions donc comparer si ce que nous allons apprendre vous a aidé à résoudre plus facilement les problèmes. »



Objectifs :

- Proposer un énoncé sous forme figurative dans un registre différent d'un registre-texte plus habituel pour l'élève
- Analyser les stratégies d'élèves traduisant leur compétence à mettre des informations en relation.
- Repérer divers types de stratégies de recherche, permettant d'identifier des stades de raisonnement différents chez les élèves.

Questionnaire après la passation du problème

- Qu'as-tu trouvé difficile ?
- Qu'as-tu trouvé facile ?
- Penses-tu avoir trouvé la solution ?

Séance 1 bis : Apprentissage de résolution de problèmes et écriture personnelle de la narration de recherche.

Objectif : découvrir la narration de recherche pour résoudre un problème

Déroulement :

Phase 1 : Lancement de l'activité

1- Présentation du nouveau cahier « Mes narrations de recherche »

« Lorsque nous travaillerons sur les problèmes, vous utiliserez ce cahier qui se nommera « Mes narrations de recherche » Avez-vous une idée de ce que veut dire « narration de recherche » ? ».

Les élèves proposent leurs idées.

Reformulation par l'enseignant. « Cela veut dire : raconter tout ce que vous faites pour résoudre un problème. Ce qui est important est d'expliquer toutes les étapes de votre travail et pas d'avoir la bonne réponse. Pour moi, votre façon de réfléchir sera plus importante que la réponse au problème. Vous avez le droit d'hésiter, de rayer, de dessiner, de schématiser etc. mais pas d'effacer. Vous utiliserez donc uniquement un stylo bille bleu.»

2- Présentation du problème

Énoncés des problèmes projetés. Lecture silencieuse du problème puis lecture à haute voix en classe entière.

Phase 2 : Phase d'appropriation du problème

Les élèves s'approprient le problème en le lisant à nouveau de façon silencieuse et en le reformulant individuellement. Ensuite, reformulation collective en identifiant ce que l'on recherche.

Phase 3 : Phase de recherche individuelle

Travail individuel écrit dans le cahier « Mes narrations de recherche ». Les élèves doivent écrire comment ils font pour résoudre le problème, au fur et à mesure de leur recherche. Les cahiers de narration sont ensuite ramassés par l'enseignante.

Pendant cette phase, l'enseignante circule dans la classe pour répondre aux questions et aider les élèves à entrer dans cette nouvelle activité.

Problèmes proposés aux élèves :

1- J'envoie une carte postale à 12 personnes qui en envoient chacune une à 12 autres personnes. Après le deuxième envoi, combien de personnes auront reçu une carte postale ?

Réponse : 156

Pour les plus rapides :

2- Dans un stade, il y a 425 rangées de 130 places chacune. Combien doit-on prévoir de plaques pour numéroter toutes les places ?

Réponse : 55 250

Séance 2 : Approfondissement, travail en groupe hétérogène.

Objectif : Identifier différentes stratégies pour résoudre un même problème

Déroulement :

Phase 1 : Résumé des travaux des élèves par l'enseignante

L'enseignante fait un court bilan sur ces premières narrations. Explication du travail de la séance : « Aujourd'hui, vous allez travailler sur des extraits de narration de recherche d'élèves de la classe. En groupe, vous allez lire les différents extraits que je vais vous donner et essayer d'identifier les différentes stratégies utilisées pour résoudre le problème. Ensuite vous devrez faire une synthèse écrite qui explique ces stratégies et ce que vous trouvez intéressant pour chacune d'elle. »

Reformulation par les élèves

Phase 2 : Analyse des productions en groupes de 3

1 fiche d'extraits de narration par groupe.

Travail oral au sein des groupes pour identifier les stratégies, leurs qualités et leurs défauts.

Phase 3 : Rédaction d'une synthèse en groupe

Travail écrit en groupe : synthèse qui explique les stratégies identifiées et leurs intérêts.

Séance 3 : Réécriture individuelle.

Objectifs :

- Expliquer les éléments imprécis de la narration
- Reformuler la narration

Déroulement :

Phase 1 : Rendu des narrations & retour sur la séance précédente

En fonction des synthèses des élèves, possibilité de préparer un affichage qui reprend les stratégies identifiées ou bien retour oral sur ces synthèses.

Rendu des cahiers de narration aux élèves (corrigés et questionnés par l'enseignante).

Les élèves prennent connaissance des remarques et questions de l'enseignante.

« Aujourd'hui, vous allez pouvoir retravailler votre narration pour la rendre plus claire. »

Phase 2 : Réécriture individuelle de la narration et rendu

Les élèves réécrivent leur narration en fonction des remarques et questions de l'enseignante.

Pendant cette phase, l'enseignante circule dans la classe pour répondre aux questions et aider les élèves les plus en difficulté.

Séance 4 : Mise en commun, méthodologie.

Objectif : Identifier des stratégies plus ou moins efficaces pour résoudre un problème.

Déroulement :

Phase 1 : Compte rendu collectif de ces 1ères narrations & mise en commun des diverses stratégies

Phase 2 : Point de méthodologie

Autres problèmes possibles :

3- J'ai 5 pulls, 4 pantalons et 3 paires de chaussures. Combien de tenues différentes puis-je porter ?

Réponse : 60

4- Une carte de restaurant propose :

7 entrées différentes

6 plats de viande différents

2 accompagnements différents

8 desserts différents

Combien de repas différents puis-je commander ?

Réponse : 672

5- Pour choisir son VTT, Karim a le choix entre 35 modèles différents selon la couleur et la taille du cadre. Sachant qu'il existe 5 dimensions de cadre, combien a-t-il de couleurs différentes ?

Réponse : 7

Annexe 3 : Résultats du problème de la situation initiale et réponses au questionnaire

Elèves	Essai de résolution	Résolution correcte	Calculs	Raisonnement	Phrase réponse
1	1	1	0	1	0
2	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	0	1
6	1	0	0	0	1
7	1	0	1	0	1
8	1	0	0	0	1
9	1	1	1	0	1
10	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0
12	1	1	1	0	0
13	0	0	0	0	0
14	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS
15	1	1	0	0	1
16	1	0	0	0	1
17	1	0	1	0	1
18	1	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0
20	1	0	1	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0
23	1	0	0	1	1
24	1	0	0	0	1
25	1	1	1	0	1
26	1	1	1	1	0
27	1	0	1	0	0
Total 1(= oui)	21	8	11	5	15
Total 0 (= non)	5	18	15	21	11
Total oui et non	26	26	26	26	26
Total	27	27	27	27	27

Elève	Qu'as-tu trouvé difficile ?	Qu'as-tu trouvé facile ?	Penses-tu avoir trouvé la solution ? Pourquoi ?
1	0	0	0
2	Trouver la solution	0	Oui
3	Rien	Rien	Non, pas terminé
4	Rien	Tout	Oui
5	La technique	Facile quand la technique est trouvée	Oui car tout va ensemble
6	Rien	Tout	Oui car j'ai des facilités et déjà fait ce genre d'exercice
7	Enoncé et les 3 dessins	0	Non
8	Poids de Dédé	Poids du chien Boudin et de Francis	Moyennement car il me manque Dédé
9	Rien	Facile	Oui car j'ai fait des calculs et les ai vérifiés plusieurs fois
10	Difficile car pas assez entraîné	Facile	Non, pas le temps
11	Poids de Dédé	Poids du chien Boudin et de Francis	Oui car résultat logique
12	Au début, je n'arrivais pas à comprendre le problème	Le chien Boudin	Oui car j'ai trouvé la bonne solution
13	Au départ, du mal à raisonner et j'étais stressé	Calculs faciles	Oui car j'ai raisonné
14	Poids du chien mais en fait il fallait faire une addition	Poids de Francis	Oui, en additionnant les poids
15	Poids de Dédé	C'était logique	Oui car j'ai vérifié plusieurs fois et je suis sûr de moi
16	Difficile	Rien	Non
17	Les personnages étaient sur plusieurs balances à chaque fois.	Rien	Non car je n'ai pas compris la consigne
18	Pas difficile	Très facile	Oui car ma solution est logique
19	Comprendre le problème pour trouver la solution	Plutôt difficile	Non car pas fini
20	Rien car je crois avoir la bonne réponse	Facile	Oui car je crois que j'ai fait le bon calcul
21	Rien	Poids de 35kg	Oui car mes calculs étaient bons
22	Poids du chien et du garçon	Poids du gros Dédé	Non
23	Rien de difficile	Facile	Oui
	Rien = 8	Facile = 8	Oui = 14
	Poids = 5	Difficile = 4	Non = 7
	Enoncé = 4	Pas de réponse = 3	Pas de réponse = 1
	Stress = 1	Calculs = 1	Moyennement = 1
	Pas de réponse = 2	Poids = 6	
	Technique = 1	Logique = 1	
	Manque d'entraînement = 1		
	Trouver la solution = 1		

Annexe 4 : Résultats du problème résolu par narration de recherche (séance 1)

	Essai de résolution	Produit cartésien correct	Résolution correcte	Calculs	Raisonnement (texte)	Phrase réponse	Dessin	Schéma
1	1	1	0	1	0	1	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	1	1	0	0
4	1	0	0	0	1	0	0	0
5	1	0	0	1	1	0	0	0
6	1	0	0	0	1	0	0	0
7	1	1	0	1	0	1	0	1
8	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS
9	1	1	1	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	1	1	0	0
11	1	0	0	1	1	0	0	0
12	1	1	0	1	1	1	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	1	0	1	0	1	0	0
15	1	0	0	1	0	0	0	0
16	1	0	0	0	0	0	1	0
17	1	0	0	0	0	0	1	0
18	1	0	0	0	0	1	1	0
19	1	0	0	1	1	1	0	0
20	1	1	0	1	1	0	0	0
21	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS	ABS
22	1	0	0	0	0	0	0	0
23	1	1	0	0	1	1	0	0
24	1	0	0	1	0	1	1	0
25	1	0	0	1	1	1	0	0
26	1	1	1	0	1	1	0	0
27	1	0	0	0	1	1	1	0
Oui	23	8	2	14	13	13	5	2
Non	2	17	23	11	12	12	20	23
Total (sans absents)	25	25	25	25	25	25	25	25
Total	27	27	27	27	27	27	27	27

Annexe 5 : Résultats du travail en binôme (analyse des narrations de recherche)

Groupes	Calcul	Méthode	Corrige / Jugement	Incompréhension
1	1	1	1	0
2	1	0	1	1
3	0	1	0	0
4	1	0	0	0
5	0	1	0	0
6	1	0	0	0
7	0	1	0	0
8	1	0	0	0
9	1	0	1	0
10	1	1	0	1
11	1	1	0	0
12	1	0	0	0
Oui	10	6	3	2
Non	2	6	9	10

Résumé (français)

La résolution de problèmes est au cœur des programmes de mathématiques mais aussi du socle commun de connaissances, de compétences et de culture. À l'issue du cycle 3, les élèves doivent être capable de résoudre des problèmes dans deux des trois domaines des programmes de mathématiques. J'ai observé que les élèves de ma classe de CM2 avaient des difficultés à entrer en recherche lorsqu'il s'agissait de résoudre des problèmes. Je me suis donc intéressée à la narration de recherche, activité mathématique développée par des professeurs et chercheurs de l'IREM de Montpellier. J'ai construit et mis en œuvre une séquence de narration de recherche à partir de leurs travaux afin d'observer si les élèves, placés régulièrement en activité de narration de recherche, entrent plus facilement dans la démarche de résolution de problème et si ils sont capables d'expliquer comment ils font pour résoudre le problème, la manière dont ils réfléchissent, les connaissances qu'ils utilisent, c'est-à-dire d'avoir une démarche métacognitive.

Résumé (anglais)

Problem solving not only is at the heart of the programs built by the French Department for Education in Mathematics but also in the national common base of French education. At the end of the fifth year of primary school, students must be able to solve problems in two of the three areas of mathematics. I observed that students in my class had difficulties getting into researching when it came to solving problems. I was therefore interested in the narrative of research, a mathematical activity developed by professors and researchers from the IREM of Montpellier. I have constructed and implemented a unit on the narrative of research and based on their work, in order to analyse whether students regularly placed in a narrative of research activity are more easily involved in the problem solving process and whether they are able to explain how they solve the problem, how they think, the knowledge they use, that is to say, to have a metacognitive approach.