



HAL
open science

**Dans quelle mesure la droite numérique en cycle 2
faciliterait-elle la représentation, dans le cadre
d'activités de résolution de problèmes de comparaison de
mesure, et donc accroîtrait- elle la réussite des élèves ?**

Imane Boulboul

► **To cite this version:**

Imane Boulboul. Dans quelle mesure la droite numérique en cycle 2 faciliterait-elle la représentation, dans le cadre d'activités de résolution de problèmes de comparaison de mesure, et donc accroîtrait-elle la réussite des élèves ?. Education. 2017. dumas-01629679

HAL Id: dumas-01629679

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01629679>

Submitted on 28 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0
International License



Mémoire de recherche

Master 2 MEEF

Option UAR 1.1

Dans quelle mesure la droite numérique en cycle 2 faciliterait-elle la représentation, dans le cadre d'activités de résolution de problèmes de comparaison de mesure, et donc accroîtrait- elle la réussite des élèves ?

Boulboul Imane

Groupe M2E

Tuteur de recherche : Me Pilet Julia

Responsable de recherche : Me Grugeon-Allys Brigitte

Mai 2017

INTRODUCTION

Dans le cadre de mon *Master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation premier degré*, j'ai été amenée, au cours de mes stages de première année, à rencontrer différents niveaux de classes depuis la maternelle jusqu'au CM2.

C'est à l'occasion d'une séance de mathématiques que j'ai pu observer l'importance du nombre d'élèves en difficulté lors d'activités de résolution de problèmes, dans une classe de CM1 pour être précise. Face à ce constat, je me suis alors interrogée sur ma propre expérience, douloureuse en la matière lorsque j'étais élève, notamment face à l'échec, perçu d'emblée comme traumatisant voire insurmontable.

En tant qu'enseignante fonctionnaire stagiaire aujourd'hui, cette situation m'a particulièrement interpellée sur ma propre pratique de classe, si bien que je me suis intéressée aux dispositifs que l'on pouvait mettre en place pour aider les élèves dans ce genre de situation.

La démarche de résolution des problèmes en cycle 2 présente non seulement l'intérêt d'être une source de réflexion didactique inépuisable, mais également celui de faire partie des sujets récurrents de la profession. En effet, de nombreux auteurs s'accordent sur le fait que résoudre un problème mathématique ne peut être réduit à effectuer une opération et à trouver un résultat. Cette activité de résolution de problèmes est inhérente au domaine des mathématiques et les concepts vont s'acquérir en s'exerçant à résoudre des problèmes.

La résolution des problèmes constitue un réel enjeu dans la construction du rapport des élèves aux mathématiques : soit ils sont et restent motivés par la volonté « d'aller au bout de l'énigme », et donc de résoudre le problème, soit ils lâchent prise car ils se sentent démunis face aux obstacles cognitifs. Face à ce constat, on peut s'interroger sur la raison de ce mal-être vis-à-vis de la résolution de problème à l'école. Est-ce en raison du manque de formation à proprement dit des enseignants sur la manière d'enseigner la résolution de problèmes ? Ou le manque de manuels scolaires voire de guides du maître ne proposant que très peu de contenus didactiques nécessaires aux enseignants et aux élèves ?

Notre recherche s'appuie sur de nombreux travaux d'auteurs que vous retrouverez dans notre bibliographie, tels que *Catherine Houdement*, *Nathalie Pfaff*, *Martine Floc'h*, *Nathalie Monnier*, *Iliada Elia* ou encore l'enseignant-chercheur *Jean Julo*. Ces éminents chercheurs

s'accordent à reconnaître l'existence d'au moins deux grandes phases dans la résolution de problèmes : d'une part, la constitution de **la représentation** mentale du problème et d'autre part, **la résolution** en tant que telle.

C'est précisément dans cette phase de représentation que se situe notre objet de recherche, entre le moment où l'élève reçoit et interprète la consigne et celui où il déclenche la recherche du résultat. La « droite numérique » est l'une des nombreuses représentations schématiques iconiques dont elle constitue, à elle seule, une forme de symbole.

Nous nous sommes ainsi interrogés sur l'idée suivante : **dans quelle mesure la droite numérique en cycle 2 faciliterait-elle la représentation dans le cadre d'activités de résolution de problèmes de comparaison de mesures, et donc accroîtrait-elle la réussite des élèves ?**

Tout d'abord, définissons et délimitons le cadre théorique de notre recherche de façon claire et précise : Nous tâcherons dans une première partie d'éclaircir des notions telles que *schéma*, *problème mathématique* et *représentation*. Il sera également question dans cette partie de mettre en regard les uns avec les autres certains travaux de chercheurs et de spécialistes en didactique des mathématiques tels que Catherine Houdement, Nathalie Pfaff & Martine Floc'h et Jean Julo, pour les plus cités. Leurs recherches visent à dresser un paysage didactique propice à la résolution de problèmes mathématiques en plaçant la schématisation au centre de leurs préoccupations : elle est, en effet, un outil nécessaire à la fois pour la construction d'un modèle, mais également pour la symbolisation, dans la mesure où elle fait l'objet d'un apprentissage spécifique.

Dans une seconde partie, nous détaillerons le protocole d'expérimentation mis en place dans une classe de CE2 sur la commune de Maisons-Alfort, visant à étudier plus spécifiquement l'usage d'un outil de schématisation précis : **la droite numérique ou droite graduée**.

Le recueil de données s'articulera autour de trois étapes majeures : un **pré-test**, une **séance d'apprentissage** dédiée à l'introduction de la droite numérique dans le cadre des problèmes additifs de comparaison de mesures, et enfin d'un **post-test**.

Cette expérimentation donnera ensuite lieu à une analyse des données brutes recueillies ; analyse qui nous permettra de mesurer les effets de l'introduction de la droite numérique comme outil à la représentation d'un problème additif. Nous terminerons enfin nos

investigations en proposant une réponse à notre question de recherche citée plus haut. Ce sera également l'occasion de mettre en évidence les limites intrinsèques de notre protocole.

CADRE THEORIQUE DE RECHERCHE

I. Définition et délimitation du champ des concepts utilisés.

a) Qu'est-ce qu'un problème mathématique ?

Dans un premier temps, force est de constater que le paysage théorique qui encadre la définition de ce qu'est un problème mathématique est considérablement fourni. Parmi la multitude de définitions de l'objet d'apprentissage, nous avons pris le parti de nous concentrer sur les définitions les plus susceptibles d'alimenter efficacement notre propos.

Gérard Vergnaud, psychologue et spécialiste du développement et de l'éducation de l'enfant, propose ainsi la définition suivante :

“Par problème, il faut entendre dans le sens large que lui donne le psychologue, toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèses et de vérification pour produire une solution ”. (Vergnaud, 1986)

Or « le savoir se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de situations à maîtriser » (Vergnaud, 1986)

L'équipe de l'IREM de Lyon quant à elle, sous la direction de Roland Charnay (1993), nous propose une définition d'un problème dit « ouvert » par l'énumération d'un certain nombre de caractéristiques :

« - L'énoncé ne doit induire ni la méthode ni la solution.

- La solution ne doit pas se limiter à l'application immédiate de résultats présentés en cours.

- Le domaine du problème en question doit être « familier » pour les élèves.

Ils doivent prendre facilement possession de la situation énoncée pour s'engager dans des essais, des tentatives, des contre-exemples. »

On se rend alors compte que l'équipe de l'IREM oppose les problèmes « ouverts » à ceux qui sont habituellement proposés dans les manuels scolaires et généralement conçus sous la forme d'énoncés évoquant des situations du quotidien. La résolution de ces problèmes n'implique alors qu'une simple application de connaissances. En ce qui concerne notre expérimentation, nous ne nous intéresserons pas particulièrement aux problèmes ouverts mais aux problèmes additifs de comparaison.

Catherine Houdement (1998-1999) apporte pour sa part une précision supplémentaire dans la définition de ce qu'est un problème en y insérant le critère d'une nécessaire « intentionnalité didactique » :

« Ainsi tout problème mathématique dans l'enseignement est donné avec une intention didactique, celle de vouloir activer certaines notions ou de préparer la construction de nouvelles notions. »

Ces différentes approches présentent plusieurs intérêts pour le développement de notre propos. Tout d'abord, elles permettent de se rendre compte de la complexité qui se cache derrière l'établissement d'un consensus sur la nature même d'un problème. Ensuite, si elles ne permettent pas de répondre aux mêmes questions ni aux mêmes objectifs, elles admettent qu'un problème, par essence, doit conduire un élève à mettre en place une démarche intellectuelle sans que sa résolution soit, pour autant, d'emblée disponible.

b) Les différents problèmes rencontrés par les élèves dans le cadre scolaire

A partir de l'ensemble de nos lectures citées dans notre bibliographie, nous proposons de constituer des **catégories de problèmes** à partir de deux critères clefs : le premier critère régit la prise en compte du *rôle des problèmes dans le cadre des apprentissages*, tandis que le second prendra en compte de *l'opération mobilisée*.

Classification selon R. Charnay :

Le premier critère permet d'aborder la situation-problème en prenant en compte le rôle des problèmes dans le cadre des apprentissages (Charnay, 1992-1993)

- **Les problèmes permettant d'introduire une nouvelle notion :**
 - Situation problème ou “ problème de découverte” : il s'agit d'un problème dont la résolution aboutit à la construction d'une nouvelle connaissance ou d'un nouvel aspect d'une connaissance antérieure.
- **Les problèmes mettant en jeu des acquis antérieurs :**
 - Les problèmes d'application ou problème “d'entraînement” : ce sont des problèmes d'entraînement qui visent la maîtrise du sens d'une nouvelle connaissance.
 - Les problèmes de réinvestissement : ce sont des problèmes plus complexes que les précédents. Leur résolution va obliger l'élève à mobiliser plusieurs connaissances pour les transférer dans un contexte nouveau.
- **Les problèmes de recherches :**
 - Les problèmes ouverts : il s'agit de problèmes dont la résolution va inciter les élèves à développer leur capacité de recherche. Les élèves devront construire de nouvelles procédures car, en général, ils ne connaissent pas encore la solution experte.

En parallèle, Catherine Houdement (2003) définit un cadre dans lequel il n'existe que deux catégories de problèmes pour les élèves, les problèmes qu'ils reconnaissent et savent traiter rapidement d'une part (*typologie des problèmes de Vergnaud*) et d'autre part les problèmes qui exigent de la part des élèves à mobiliser plus de connaissances.

Ce second critère organise notre pensée et notre démarche didactique en abordant la situation-problème sous l'angle de l'opération requise. Ce sont les problèmes « basiques » notamment ceux du champ additif qui nous interpellent plus particulièrement dans le cadre de notre sujet de mémoire :

Classification selon G. Vergnaud

- **Les problèmes additifs**, soient les problèmes relevant de l'addition et/ou de la soustraction. Ces problèmes de comparaison sont reconnus comme étant les plus difficiles à résoudre par les élèves (Floc'h et Pfaff, 2005).
- **Les problèmes multiplicatifs**, soient les problèmes relevant de la multiplication et/ou de la division (problème ternaire ou quaternaire) présents dès la maternelle mais qui sont étudiés aux cycles 3 et 4 au travers de techniques expertes.
 - Problèmes de « division –quotition » où l'on va rechercher “le nombre de parts”. Ex : *“La voiture fait des tours de piste pendant 36 minutes. Elle met 3 minutes pour faire un tour. Combien de tours a-t-elle fait ?”*
 - Problèmes de « division-partition » où l'on va rechercher “ la valeur de la part. Ex : *”Dans un mariage, il y a 126 invités qui sont assis autour de 21 tables. Combien y a-t-il d'invités par table ?”*
 - Problème de quatrième de proportionnelle où l'on va rechercher “une valeur en fonction d'un rapport”. Exemple : *“2 mètres de fil de fer pèsent 250 g. Combien pèsent 75 mètres de fil de fer ?”*
 - Problème de multiplication.

c) Les sous- catégories de structures mathématiques

Gérard Vergnaud (1986) a mis en évidence le champ conceptuel des structures additives qu'il définit comme étant l'ensemble des situations qui peuvent être résolues par une addition, une soustraction ou une combinaison de ces deux dernières. Ces situations-problèmes peuvent relever de trois contextes différents :

- **Cardinal** : le problème concerne des quantités discrètes d'objets, de paquets...
- **De mesure** : le problème concerne des quantités continues de longueurs, de durées, de poids.
- **Ordinal** : des bonds sont effectués sur une piste graduée.

Cette typologie de Gérard. Vergnaud nous semble être la plus pertinente pour structurer notre propos autour de notre problématique initiale, dans la mesure où nous nous intéressons aux aides didactiques applicables dans les 3 situations – problèmes citées précédemment.

On retrouve ainsi dans cette typologie :

i. Les structures mathématiques dynamiques :

➤ Transformation d'état :

La transformation d'une mesure initiale en une mesure finale : *Il y a 13 fruits dans la corbeille. On rajoute 3 bananes.*

On peut, à partir de là trouver de multiples sous-types selon que l'on a affaire à une addition ou une soustraction, que l'on cherche l'état final, la transformation ou l'état initial.

- La transformation est un ajout et on cherche l'état final, il faut faire une addition : *Il y a 13 pommes dans la corbeille de fruits, on rajoute 8 pommes. Combien y en a-t-il maintenant ?* Ou, dans un contexte ordinal, *Pierre joue au jeu de l'Oie, il est sur la case 12, il obtient 7, où arrivera-t-il ?*

- La transformation est un ajout et on cherche l'état initial, il faut faire une soustraction : *On ajoute 8 pommes dans la corbeille de fruits, il y en a maintenant 21. Combien de pommes y en avait-il avant qu'on en rajoute ?*

- La transformation est un ajout et on cherche la transformation, il faut faire une soustraction *Il y avait 13 pommes dans la corbeille de fruits, on en a rajouté et maintenant il y en a 21. Combien en a-t-on rajouté ?*

- La transformation est un retrait et on cherche l'état final, il faut faire une soustraction : *Il y a 21 pommes dans la corbeille de fruits, on enlève 8 pommes. Combien y en a-t-il maintenant*

➤ Composition de transformations :

- Les données sont des mesures ou des repères sur une ligne.

- L'énoncé est dynamique.

- Les transformations peuvent être de même sens ou non et plus de deux transformations peuvent intervenir.

ii. Les structures mathématiques statiques :

➤ Comparaison de mesures :

Il s'agit de retrouver soit la comparaison lorsqu'on connaît les deux états, soit l'un des deux états si l'on dispose d'informations sur la comparaison et l'autre état. Notons que la comparaison peut être positive ou négative.

Exemple : *Il y a deux corbeilles de fruits sur la table. Il y a treize fruits dans la première corbeille, et huit de plus dans la deuxième, combien y en a-t-il dans la seconde corbeille ? On recherche un des deux états, connaissant l'écart positif.*

➤ Composition de mesure, qui correspond concrètement à la combinaison : deux ou plusieurs mesures sont réunies pour n'en plus former qu'une.

➤ La transformation d'une relation et la composition de relations :

Exemple : *Marie doit 20 euros au boucher, elle lui a rendu 15 euros, combien lui doit-elle encore ?*

Exemple d'une composition de relations : *Nadia a emprunté 50 billes à sa sœur. Mais sa sœur lui en avait déjà emprunté 20. Combien Nadia doit-elle en rendre à sa sœur ?*

Notons que ces deux dernières sous-catégories ne sont pas abordées en cycle 2.

Au-delà du cadre théorique, il nous semble primordial que les enseignants et les élèves soient familiarisés avec les typologies de problèmes. Elles fournissent une clé de lecture des énoncés et invitent dans le même temps à proposer les situations les plus variées possibles. La fréquentation régulière d'énoncés diversifiés et leur traitement doivent logiquement conduire progressivement les apprenants à construire des catégories de problèmes, pour enfin s'approprier les procédures standardisées de résolution correspondantes. C'est la question même du « sens des apprentissages » qui a été posée depuis les années 1980, notamment par Guy Brousseau, comme nous le verrons ultérieurement.

II. Ce que disent les textes officiels :

a) Place des problèmes à l'école primaire :

Avant de commencer, il apparaît important de faire un état des lieux de la place qu'occupent les problèmes à l'école primaire. Nous avons choisi de délimiter le champ temporel de notre propos entre de 2002 et aujourd'hui, dans la mesure où les années 2002 - 2008 ont été le théâtre de changements conséquents quant à l'importance accordée à la résolution de problèmes en cycle 2. Pour preuves, référons-nous aux jalons que constituent les instructions officielles :

En 2002 :

« La résolution de problèmes occupe une place centrale dans la construction et l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques répertoriées dans les différentes rubriques du programme. »

En 2008 :

« La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations. Conjointement une pratique régulière du calcul mental est indispensable. »

En 2015, dès l'entrée à l'école maternelle, les élèves sont confrontés à des situations de problèmes :

« L'enseignant les met face à des problèmes à leur portée (...) il cible des situations, pose des questions ouvertes pour lesquelles les enfants n'ont pas alors de réponse directement disponible. » (Bulletin officiel, 2015).

Grâce à ces trois jalons, on se rend compte qu'en une quinzaine d'années, les textes officiels donnent deux orientations essentielles. Si, d'une part, une place toute particulière est donnée à la construction des apprentissages, il semble que, d'autre part, le rôle de l'enseignant soit finalement revisité comme étant un vecteur de cette construction plutôt qu'un guide.

En théorie donc, à l'école élémentaire, l'enseignant doit mettre en place des situations pour que l'élève « s'engage dans une démarche de résolution de problèmes en posant des questions, en

manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, (...) après un temps de recherche autonome ». Ainsi la résolution de problèmes au cycle 2 doit-elle être mise « *au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements* » (Bulletin officiel, 2015).

Toutefois aucun guide du maître ou document d'accompagnement n'explique à l'enseignant comment aider l'élève à mieux se représenter un problème. Dans les récents programmes de l'école primaire (2015) il est bien question de « schéma », « dessin », « croquis » mais en aucune façon on ne propose à l'enseignant une méthodologie pour apprendre aux élèves à se représenter un problème.

Les enseignants sont libres de tester des outils didactiques afin de permettre aux élèves de se construire une représentation du problème traité. Mais cette liberté pédagogique est à la fois passionnante puisqu'elle laisse l'enseignant libre de tester de nouvelles approches, mais aussi très seul face à la complexité de la résolution de problèmes.

III. La vision des didacticiens :

En pratique, les situations d'enseignement se révèlent à nuancer, si l'on en croit Catherine Houdement (2003) :

« A l'école c'est le maître qui décide des problèmes, il les choisit. (...) Les problèmes sont en général artificiels face aux préoccupations des élèves (...), rarement issus de la réalité et ne font souvent que l'évoquer. Si l'élève décide de les traiter, c'est parce qu'il fait son métier d'élève. »

Cette situation est par essence fragile dans la mesure où élève est un "métier" que tous n'abordent pas de la même façon.

Les problèmes répondent alors à une double fonction : d'abord ils permettent aux élèves de donner du sens aux apprentissages, et ensuite ils leur permettent de raisonner. « *C'est dans l'activité de résolution de problèmes que se trouve la source de la connaissance* » écrit Jean Julo (1999). Cependant, il ne s'agit pas seulement de chercher mais de « *réussir à aller jusqu'au bout de l'élaboration d'une procédure nouvelle (non connue).* »

a) La représentation des problèmes :

La phase dite de représentation des problèmes est peut-être la plus difficile pour les élèves et cela d'autant plus que lorsqu'elle est accentuée par la présence de **mots inducteurs** tels « de plus », « de moins » dans les énoncés. D'où l'intérêt dans le cadre de notre mémoire de travailler sur la représentation des problèmes à travers la schématisation.

Ainsi pour Jean Julo (1995), résoudre un problème revient à perpétuellement construire et reconstruire notre représentation initiale de ce dernier. C'est alors que la compréhension de l'énoncé du problème et de l'interprétation du contexte sémantique qui lui est contigu apparaît essentielle.

La construction de cette représentation passe par trois vecteurs simultanés et non-linéaires qui s'articulent les uns avec les autres :

1. **Le processus d'interprétation et de sélection** : il permet de déchiffrer les informations en fonction du cadre linguistique et de nos propres connaissances antérieures. Il est faux de croire que les informations dont on a besoin pour résoudre le problème sont là, bien visibles ; ce qui est donné, c'est un contexte sémantique qu'il faut interpréter pour avoir accès aux informations. Le contenu de notre représentation est le résultat du processus d'interprétation qui est aussi, entre autres, un processus de sélection d'informations. Ce sont les connaissances que nous avons à un moment donné qui guident notre interprétation.
2. **Le processus de structuration** : au-delà de la compréhension de la consigne, il y a la façon dont nous hiérarchisons cette information et ce que nous consentons à faire. La représentation d'un problème ne se construit pas de façon juxtaposée mais forme un tout cohérent qui se structure ; c'est aussi pour cela qu'il ne s'agit pas seulement d'apprendre des éléments juxtaposés pour réussir.

3. **Le processus d'opérationnalisation** : il permet le passage à une action effective ou mentale par la mise en œuvre de connaissances opératoires antérieures. En d'autres termes, il permet le passage à l'acte effectif (calculs, tracés, ...) ou mental (déductions): ce passage à l'acte résulte de la mise en œuvre de connaissances opératoires, issues de nos expériences passées. C'est le côté visible de la résolution.

b) La place de la schématisation :

Intéressons-nous plus particulièrement aux rôles attribués aux schémas dans l'activité de résolution de problème par les textes officiels.

Le socle commun de connaissances et de compétences prévoit la possibilité pour l'élève de résoudre des problèmes au moyen de divers objets mathématiques tels que les nombres, la règle de trois... et des schémas. Les documents d'accompagnement de 2002 (p 15-16) envisagent, à ce titre, que les élèves puissent avoir recours à des procédures expertes ou des procédures personnelles et, parmi elles, la schématisation.

Que disent exactement les textes officiels des schémas et de la schématisation au cycle 2 ? Afin de répondre à cette question, appuyons-nous sur deux sources faisant particulièrement autorité :

1. Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture (BO n° 17 du 23 avril 2015)
2. Le bulletin officiel spécial du 26 novembre 2015

Ainsi, du point de vue du socle commun :

Domaine 1 - Les langages pour penser et communiquer :

« Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques : la familiarisation avec un lexique approprié et précis permet la lecture (...) de résultats à partir de représentations variées d'objets (tableaux, graphiques simples, cartes, schémas, frises chronologiques...). »

Domaine 4 - les systèmes naturels et les systèmes techniques :

« L'élève pratique le calcul, mental et écrit (...) il estime et contrôle les résultats (...). Il résout des problèmes impliquant des grandeurs variées. »

Quant au point de vue du bulletin officiel spécial :

« Au cycle 2, on ne cesse d'articuler le concret et l'abstrait (...). Toutes ces activités mènent à la représentation, qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations) ou symbolique abstraite. »

« Résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure, des déplacements sur une demi-droite graduée, ... conduisant à utiliser les quatre opérations. »

Globalement, les textes officiels ne sont pas très clairs sur l'utilisation du schéma dans la résolution de problèmes ; d'où la nécessité de nous orienter vers la lecture d'articles consacrés à la didactique des mathématiques pour approfondir le sujet.

c) La schématisation – Définitions :

Rappelons d'abord et avant tout que « schématiser » n'est pas synonyme de « dessiner », même si par nature, son but est de simplifier un problème donné. Il est ainsi communément admis parmi les didacticiens cités précédemment que le schéma est une aide pour comprendre, mémoriser et questionner. Le schéma n'est pas une représentation parfaite du réel. Il permet une visualisation et une meilleure compréhension d'un système de façon extrêmement simplifiée. Néanmoins, la schématisation est une opération qui est loin d'aller de soi, puisqu'elle requiert une faculté de synthétisation, autant que celle de symbolisation. On estime ainsi que la caractéristique fondamentale qui permet de distinguer un dessin d'un schéma est le **niveau d'abstraction imposé**.

Si l'on s'intéresse à la définition du terme schéma du dictionnaire conventionnel tel que *Le Petit Larousse* (1999), on trouve les caractéristiques suivantes :

« Dessin, tracé figurant les éléments essentiels d'un objet, (...), d'un processus, et destiné à faire comprendre sa conformation et/ou son fonctionnement. »

Selon Adam (2000) : *« Le schéma se présente comme une représentation intermédiaire entre le texte linéaire et l'illustration, servant à faire ressortir les caractères propres à l'objet représenté et surtout ayant une fonction structurante, pour ceux qui ont du mal à bien organiser leur pensée ».*

Si l'étymologie grecque du mot ne pose pas de réel problème à l'entendement (*schéma* signifie *forme, figure*), ce terme reste complexe à définir en français car il est polysémique et peut varier en fonction de la discipline dans laquelle il est employé. Ces considérations ne s'arrêtent d'ailleurs pas à la seule notion de *schéma* puisque, de manière générale, les termes de *dessin*, *croquis* et *schéma* sont utilisés à l'école primaire sans que leur sens premier soit précisément bien connu, toujours en rapport avec le degré d'abstraction qu'ils requièrent.

C'est une des difficultés que rencontrent les élèves lorsque l'on aborde initialement avec eux la schématisation. En effet, les élèves ont tendance à vouloir trop détailler leur schéma, le rendant ainsi plus proche d'un dessin. La schématisation, modélisation de la réalité, va donc nécessiter un apprentissage.

Rappelons enfin qu'un tel outil se construit à partir d'une interrogation, sans disposer immédiatement d'une procédure admissible et automatique pour atteindre le but final. En résumé, un schéma, dans un premier temps, permet de disposer des données de manière visuelle, de les rendre plus accessibles en les sortant de leur énoncé, dans lequel elles sont souvent « cachées », et par conséquent de faciliter leur mémorisation. Dans un second temps, elle aide à développer le processus de résolution (« Que cherche-t-on ? ») qui est d'ores et déjà entamé, dès lors que l'élève a reconnu, même inconsciemment la structure du problème posé.

Houdement (2003) résume les choses ainsi : un schéma est un « *passage par lequel l'élève allège la charge mnémonique* », souvent déjà en surcharge cognitive lors de la 1ère lecture de l'énoncé.

d) La schématisation – typologie :

Monnier (2003), a proposé une typologie des schémas, communément admise comme étant la plus claire puisque la plus citée, que nous reprenons dans ce mémoire, dont voici les éléments clefs :

➤ **Les représentations iconiques** à consonance analogique :

- Les dessins, à caractère figuratif (représentations personnelles de la réalité utilisées par des élèves de cycle 2).

- Les outils mathématiques d'un niveau plus abstrait de schématisation (droite numérique, graduée, représentations ensemblistes). Ce sont des représentations du monde qui exposent les données sous une forme mathématique. Ce sont justement ces représentations de type iconiques que nous étudierons ici essentiellement.

- **Les tableaux et les graphiques** : ce sont des dispositifs d'aide à la représentation des données sous une autre forme que l'énoncé littéral, plus pertinents pour des notions abordées en cycle 3, notamment la proportionnalité et les pourcentages.
- **Les représentations symboliques** de type écriture algébrique ou les schémas de Vergnaud.

e) **Les difficultés observées chez les élèves face à la résolution de problèmes :**

Les variables didactiques discrètes ou continues sur lesquelles l'enseignant peut intervenir ne peuvent pas être mis sur le même plan dans l'enseignement élémentaire car la familiarité des élèves avec ces différentes grandeurs n'est pas la même. En outre, l'acquisition de certaines grandeurs est plus difficile que d'autres. On doit distinguer, comme l'a montré Jean Piaget (1941), les quantités discrètes des quantités continues mais il existe aussi des différences entre les quantités continues : entre le périmètre et l'aire, entre la longueur et le volume.

D'un point de vue cognitif, la résolution de problèmes n'est pas un processus linéaire, elle fait partie des activités intellectuelles les plus complexes. En effet, lorsque nous cherchons à résoudre un problème, nous nous établissons progressivement une certaine représentation. Selon Jean Julo (1999) « *Se représenter le problème c'est non seulement se représenter un objet particulier, mais aussi se représenter la tâche particulière qui est associée à cet objet* ».

Michel Fayol (1990) rejoint Jean Julo sur ce point ; il fait le constat qu'on a longtemps admis que le niveau de complexité d'un problème était dépendant des opérations à effectuer, ou à la taille des nombres. Mais il a été approuvé qu'à opération constante (addition ou soustraction), les problèmes faisant référence à des situations « statiques » représentaient un niveau de difficulté supérieure aux élèves que ceux décrivant des situations « dynamiques » (Nesher, 1982). Le calcul n'est donc pas la plus grande source de difficultés pour les enfants en résolution de problèmes.

Hiérarchisons les principales difficultés que les élèves sont susceptibles de rencontrer lors de cette activité :

- i. Les éléments d'ordre sémantique qui concernent l'ordre d'apparition des données ; il arrive que l'ordre des événements de l'histoire ne soit pas celui dans lequel ils sont relatés dans l'énoncé.
- ii. La syntaxe de l'énoncé du problème, la présence de mots inducteurs d'opération, certains calculs s'effectuant dans le sens contraire de la comparaison, ce qui génère une erreur fréquente chez les élèves de cycle 2, qui associent le terme « plus que » à l'addition et le terme « moins que » à la soustraction, tout comme la place de la question dans l'énoncé.
- iii. Les facteurs liés au sacerdoce de travail notamment le nombre d'étapes pour trouver le résultat exact, aux outils autorisés ou non (calculatrice, fiches etc...)
- iv. Les difficultés peuvent naissant de la représentation que se font les élèves des attentes de l'enseignant lorsqu'il leur propose un problème à résoudre. Ce contrat implicite entre l'enseignant et l'enseigné est dénommé **contrat didactique**. Dans une expérience menée par Stella Baruk en 1985, avec des élèves de l'école élémentaire et devenue célèbre sous le nom de « l'âge du Capitaine », les élèves sont confrontés à des problèmes « absurdes » du type : « dans une classe, il y a 14 garçons et 15 filles. Quel est l'âge de la maîtresse ? ». Les élèves fournissent très généralement la réponse : « La maîtresse a 29 ans » ! Les enfants justifient leur réponse en expliquant qu'ils ont utilisé les nombres de l'énoncé et qu'ils ont choisi l'addition car c'est ce que nous sommes en train d'apprendre ou alors parce qu'avec les autres opérations le résultat ne pouvait correspondre à l'âge de la maîtresse.

De nombreux didacticiens comme Sylvie Gamo (2001) ou Alain Descaves (1992) se sont penchés sur la question, et ont proposé des pistes de remédiation à la résolution de problèmes en évoquant la reformulation des énoncés par la verbalisation, mais également en « mettant en relation différents systèmes de représentation (langue naturelle, représentations iconiques, matériels, écrits mathématiques) ».

La mise en correspondance entre ces différentes représentations permettrait alors d'aider à la compréhension de l'énoncé, en fournissant une base au fonctionnement cognitif.

Les représentations schématiques permettent de présenter les données de façon non linéaire en

allégeant la mémoire de travail, elles peuvent ainsi faciliter la construction de la représentation du problème.

f) La schématisation un outil de remédiation :

Jean Julo (1995) précise la question de la représentation des problèmes en affirmant que la résolution des problèmes est à la fois du ressort de la didactique des mathématiques (formation et développement des connaissances qui caractérisent cette discipline), mais également de la psychologie cognitive (activités mentales qui se rapportent à la mémoire, au raisonnement, à la faculté de se projeter dans une situation dite virtuelle). Monnier (2003) abonde également dans ce sens en affirmant que de multiples processus cognitifs sont en jeu à chaque tentative de résolution, imposant à l'élève de se représenter mentalement une situation qui n'existe pas dans sa réalité immédiate.

Monnier (2003) utilise les termes de « construction progressive » voire de « démarche linéaire » où l'élève doit sélectionner les informations clés pour à la fois comprendre et structurer sa pensée. Tout le problème pour l'enseignant est alors de savoir comment intervenir pour aider à cette bonne représentation du problème.

Résoudre un problème c'est d'abord et avant tout apprendre à traduire un énoncé, en comprendre le sens, pour ensuite en tirer un raisonnement issu d'une représentation.

Jean Julo (1995), précise alors sa vision des processus mis en jeu :

« Comprendre quelque chose serait construire une représentation de cette chose, la représentation étant “ un ensemble d'éléments solidaires, constituant un tout qui a son fonctionnement et sa logique propre. »

g) Implication des enseignants dans la phase de représentation :

L'aide supposée qu'apporte un schéma quant à la représentation d'un énoncé interroge sur sa mise en pratique concrète en classe.

Rappelons que tout le travail revient à l'enseignant « à savoir comment intervenir au mieux notamment dans le processus de structuration, pour aider une bonne représentation du problème traité » (Monnier, 2003).

Cette place de l'enseignant nous renvoi donc directement au concept de **dévolution** théorisé par Guy Brousseau (1998) : « Acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage ou d'un problème à résoudre. »

Comment ? l'enseignant doit faire avancer la connaissance grâce au jeu sur le contrat didactique cité précédemment, et par la mise en place de situations didactiques dans lesquelles il place successivement l'élève.

Conséquences ? L'enseignant par ce biais suscite le développement de stratégies faisant avancer théoriquement la construction du savoir. (Source : Wikipédia - Guy Brousseau)

Guy Brousseau (1998) a élaboré un modèle théorique en faisant le constat sur le fait qu'il existe des situations **non didactiques, didactiques** et **a-didactiques**. Il définit cette dernière ainsi « le maître se refuse à intervenir comme possesseur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation. » Or ce sont ces situations a-didactiques que nous retrouvons dans la résolution de problème.

Ce concept définissant la place de l'enseignant est le résultat d'un paradoxe : En effet, l'enseignant veut faire produire les réponses adéquates, alors que l'élève n'en est pas capable, puisque l'objet premier de l'enseignement est justement qu'il s'approprie les savoirs nécessaires pour y parvenir. (Source : Wikipédia - Guy Brousseau)

On comprend alors que l'élaboration et la mise en place d'aides à la représentation ne sont pas des tâches aisées. Il serait intéressant de rechercher l'existence d'une méthode dite « universelle » qui pourrait être efficace. Mais le risque d'une méthode générale imposée serait, du point de vue de l'élève, qu'il ne puisse s'en détacher de sans véritablement s'approprier un savoir. Prenons l'exemple d'un schéma systématique et standardisé, imposé par l'enseignant dans le cadre d'un problème de comparaison. L'élève pourrait interpréter ce schéma comme étant la seule et unique façon de représenter un problème, et pourrait appliquer cette schématisation à tous les problèmes rencontrés sous le prétexte biaisé que c'est l'enseignant qui l'a proposée.

La manière dont l'enseignant va introduire le schéma dans les activités de résolution de problèmes va dépendre de sa propre représentation de ce qu'est un schéma. Est-ce que les enseignants perçoivent les schémas « comme simples tracés ? Sont-ils pensés comme un objet d'apprentissage ? ou bien comme étant un objet à regarder ? »

Comme le soulignent Claire Margolinas et Marceline Laparra (2009), une des raisons pour lesquelles le schéma est difficile à didactiser est liée au fait que le schéma soit “un écrit et non pas à une image”. Pour ces auteurs, le schéma ne pourra être bénéfique aux élèves que s’il est appréhendé comme “un outil méthodologique transversal” qui nécessite, comme tous les écrits, un apprentissage spécifique.

IV. Usage spécifique d’un outil de représentation : la droite numérique

a) Analyse des travaux d’Iliada. E - 2011

Alors que les différentes approches de la représentation évoquées plus haut dans la « vision des didacticiens » sont nombreuses, le cas de la droite numérique (Elia Iliada, 2011) apparaît comme étant un des outils de schématisation le plus plébiscité et le plus utilisé par les enseignants. De prime abord, il est vrai que la droite numérique peut apparaître, trop complexe pour des élèves de cycle 2. Mais comme Elia Iliada a pu le démontrer dans son article (2011), la droite graduée semble avoir un impact positif sur les élèves lors de la modélisation d’un problème additif à résoudre.

Pour notre sujet de recherche, nous avons choisi de nous intéresser plus particulièrement au problème additif de type comparaison de mesures car, d’une part, ce sont ceux qui sont le moins bien réussis par les élèves de l’école élémentaire, et d’autre part car ce sont des problèmes qui relèvent du champ conceptuel des structures additives qui sont au programme du cycle 2.

La droite graduée est un type de schématisation relevant de la catégorie des représentations iconiques, particulièrement apprécié des enseignants. Elia Iliada en donne une définition claire : *“Droite munie d’une origine, laquelle correspond à la valeur 0, et de graduations régulièrement espacées pour représenter des nombres entiers.”*

Dans son article de 2011 traitant du “rôle de la droite graduée dans la résolution de problème additifs”, Elia Iliada émet l’hypothèse selon laquelle *“la droite graduée peut avoir une double fonction dans la résolution d’un problème. Elle peut servir non seulement comme une aide aux opérations numériques correspondant à la procédure de résolution, mais aussi comme système*

sémiotique de représentation d'une structure mathématique de la situation du problème". Pour tenter de valider cette hypothèse, elle a mis en place un protocole expérimental sur des élèves de CP, CE1 et CE2 dans des classes de Chypre.

Le groupe expérimental (356 élèves) a suivi un enseignement basé sur l'usage de la droite graduée en relation avec d'autres représentations dans la résolution des problèmes additifs. Ces élèves ont ainsi été soumis à des problèmes de transformation avec une forme de représentation spécifique : l'usage de la description verbale associée à l'usage d'une droite graduée. Tandis que le groupe témoin (756 élèves) a suivi un programme ordinaire en mathématiques, soumis à des problèmes identiques, avec l'usage de la description verbale seule en matière de représentation.

Une analyse statistique de type factorielle confirmatoire a été employée afin de déterminer l'impact de la structure de la résolution des problèmes et les performances des 2 groupes, en fonction de l'âge. Les résultats obtenus démontrent que la performance des élèves dans la résolution des problèmes semble augmenter avec l'âge. L'augmentation entre les élèves de CP et ceux de CE1 est plus importante que celle entre les élèves de CE1 et ceux de CE2.

La recherche permet de conclure que pour les problèmes avec l'inconnue sur l'état final et les problèmes avec une transformation négative ayant l'inconnue sur l'état initial, la droite graduée a constitué une aide supplémentaire importante pour les élèves dans le cadre de la procédure de résolution des problèmes.

De plus, l'observation des flèches que les élèves ont placées sur la droite graduée nous indique deux usages clés de l'outil "droite graduée" en effet ces dernières représentaient soit la procédure de résolution (c'est à dire l'opération pour mener à la solution), soit la situation mathématique globale du problème issu de l'énoncé.

L'auteur insiste sur le fait que le programme expérimental a eu des effets positifs sur la capacité générale à résoudre des problèmes de transformation au CP et au CE1. En effet, les élèves du groupe expérimental ont majoritairement mieux réussi que ceux du groupe contrôle dans tous les cas de figure.

On peut en conclure d'après les résultats suggérés qu'il existe un jeu entre les différentes représentations mentales des élèves (matérielle, verbale et symbolique) où la droite graduée aurait une fonction de modélisation clé dans la représentation des problèmes de transformation,

et donc au final dans la compréhension de ces structures mathématiques en CP et CE1. Cependant en CE2, le stade de développement des élèves est tel que pour la plupart, le recours à une représentation auxiliaire devient superflu.

Pour finir on retiendra que lorsque la fonction de modélisation de la droite graduée aide le processus de résolution c'est à priori de deux manières :

- **Conversion** de la situation du problème en une représentation graphique (grâce à la droite graduée) en se concentrant sur la structure du problème sans se laisser déconcentrer par le contexte de l'énoncé.
- **Représentation** des ordres de grandeurs, position des quantités en jeu, et place de l'inconnue dans le contexte.

La lecture exhaustive de cet article nous a permis d'entrevoir les possibilités supposées qu'offrent la droite numérique face aux problèmes additifs de comparaison. C'est à partir de ces données que nous avons décidé de tester, dans notre propre protocole, l'intérêt de l'usage de la droite graduée au sein d'une classe de CE2, en France.

EXPERIMENTATION

Problématique

La question de l'utilisation de schémas dans la résolution de problèmes, en particulier dans son rôle de "système sémiotique de représentation d'une structure mathématique de la situation du problème" (Duval, 1993), nous conduit à traiter la problématique suivante :

Dans quelles mesures les représentations schématiques iconiques, en l'occurrence, la droite graduée, en cycle 2, facilite la représentation des énoncés de problèmes de type comparaison de mesures, et donc d'accroître la réussite des élèves dans leur résolution ? Est-ce que les phases de validation/ formulation et d'institutionnalisation conduisent-elles à une meilleure compréhension de la fonction de la droite graduée dans la résolution de problèmes ?

Autrement dit, notre travail d'expérimentation a pour objectif de vérifier l'impact d'un outil, la droite numérique, en matière de capacité de représentation des élèves lors de la résolution de problème de type comparaison spécifiquement.

L'objectif principal du protocole vise à apprendre aux élèves à se représenter un problème additif de comparaison, en lien avec l'influence des mots inducteurs, syntaxe et place de la question dans l'énoncé, tout en mesurant l'impact des phases dites de formulation-validation et institutionnalisation mises en place par l'enseignante en amont.

Hypothèses

- La droite graduée est une aide significative pour les élèves dans la résolution de problèmes additifs de type comparaison.
- Les étapes de formulation/validation, d'institutionnalisation mises en place par l'enseignante permettent aux élèves de confronter leurs productions et de s'interroger sur leurs procédures et stratégies de résolution.
- La droite graduée aide les élèves dans les cas où les mots inducteurs voire la syntaxe générale de l'énoncé induisent un choix d'opération erroné.

Méthodologie

Cette expérimentation s'appuie donc sur l'analyse des **traces écrites** d'élèves de cycle 2, suites aux différentes étapes mises en place par l'enseignante pour amener les élèves à résoudre des problèmes additifs (phases de formulation/validation et d'institutionnalisation incluses). Nous nous attarderons plus précisément dans nos résultats sur les choix de schématisation effectués, et à l'utilisation ou non de la droite numérique.

I. Contexte

L'expérimentation s'est déroulée en 2017 au sein de l'école primaire *Jules- Ferry* à Maisons-Alfort, commune du Val- de Marne comptant 54000 habitants. L'école se situe dans le quartier du Vert de Maisons, la catégorie socioprofessionnelle la plus représentée dans ce quartier étant celle des employés et des ouvriers qualifiés.

Depuis la rentrée 2015, l'école appartenant au Réseau d'Education Prioritaire (REP), compte 156 élèves, répartis dans 8 classes différentes.

Le protocole expérimental a été mis en place dans une classe de **CE2** qui compte 22 élèves dont 10 filles et 12 garçons, il est à noter qu'un des élèves est dyslexique et une autre est allophone (*difficultés en lecture*).

Cette étude prospective repose sur le recueil de données issues de problèmes favorables à la schématisation. On distinguera ainsi 2 phases dites de **PRE TEST**, avec 3 problèmes distincts (n°1, 2 et 3) puis de **POST TEST** avec de nouveau 3 problèmes de type comparaison (n°4, 5 et 6) dans des contextes de monnaie et d'âge. Les deux phases sont séparées par une **séance d'apprentissage** distincte pendant laquelle les élèves seront amenés à schématiser des problèmes (dits *du jeu de l'oie et du timbre*) par la droite graduée.

L'expérimentation s'échelonne sur une période de cinq semaines, en fin de quatrième et début de cinquième période scolaire.

Les pré-test et post-test vont porter sur plusieurs critères aboutissant à deux niveaux d'analyse grâce à une approche quantitative et qualitative.

Les énoncés de problèmes en pré-test et en post-test sont différents, mais avec les mêmes variables didactiques, afin d'éviter que les élèves ayant une bonne mémoire se souviennent uniquement des résultats. Nous avons cependant conservé la même structure : il s'agira toujours de problème additif de comparaison dans des contextes de monnaie et d'âge.

L'objectif est de mesurer l'influence du schéma (et plus précisément lors du post-test de l'usage de la droite numérique) dans la résolution du problème selon **des critères** objectifs quantifiables suivants :

- Typologie des schémas exécutés. (Droite graduée, dessin figuratif)
- Nombre de résultat correct avec schéma.
- Nombre de résultat correct sans schéma.
- Nombre de problème traitées et terminées (réponse correcte ou erronée).
- Nombre d'élèves ayant reconnu la bonne opération.
- Nature des erreurs ayant menées à des résultats erronés.

Notre recherche s'appuie donc sur deux séries de 3 problèmes *additifs de type comparaison de mesure* à résoudre par les élèves. En classe, le terme "d'énigmes" a été privilégié par l'enseignante plutôt que celui de « problèmes » afin de favoriser l'enrôlement et encourager les élèves.

Voici les éléments que nous avons pris en compte dans le choix des problèmes du pré-test et post-test :

- Est-ce que la situation sollicite le processus de schématisation ?
- Est-ce que la situation dépeint une réalité concrète pour l'élève (question du sens accordé par l'élève) ?
- Est-ce que le problème requiert l'utilisation de l'addition et/ou la soustraction ?
- Est-ce que le contexte présente des données numériques simples afin d'éviter trop d'erreurs de calculs ?

Les conditions de déroulement du pré test et post test sont les mêmes afin d'assurer un minimum de reproductibilité à notre protocole, cependant nous avons décidé de jouer sur les variables didactiques afin que les procédures puissent évoluer :

- Les élèves devront travailler seul et répondre par écrit sur le document fourni.
- Lors de ces deux tests, aucune limite de temps ne sera annoncée.
- Trois élèves seront choisis pour lire à voix haute les trois problèmes puis l'enseignante s'assurera que le vocabulaire soit bien compris de tous.
- Aucun bouillon ne sera autorisé, tout devant apparaître sur la copie.
- Lors de ces deux tests, les élèves s'installent à leur place habituelle, une copie comprenant les trois problèmes est distribuée à chaque élève.

N.B : Initialement, le protocole m'imposait de ne pas intervenir dans sa mise en place au sein de la classe test. Cependant, j'ai à plusieurs reprises dû apporter quelques précisions en matière de consignes, organisation et logistique.

Les données recueillies lors des pré/post test sont les productions de chacun des élèves que nous analyserons dans notre discussion à suivre.

La séance d'apprentissage dite d'introduction de la droite numérique aura logiquement lieu entre le pré et le post test.

Une première phase aura pour objectif de revenir sur certaines productions d'élèves du pré-test antérieur. Nous analyserons ainsi les procédures mises en œuvre par les élèves afin de repérer ceux qui utilisent d'ores et déjà la schématisation. Puis nous nous intéresserons également à la relation entre les mots inducteurs et l'opération en jeu, source de représentation erronées.

Dans un second temps, l'enseignante va introduire l'emploi d'un « nouvel outil, » la droite numérique, au travers de l'exemple d'une copie « fictive » d'un élève qui aurait employé cette méthode. Une droite vierge, non graduée est fournie à chaque élève pendant cette séquence d'apprentissage.

Afin de vérifier l'utilisation adéquate de la droite numérique, deux problèmes **successifs** (différents de ceux donnés en pré et post test) sont présentés et résolus individuellement, lors d'une phase que nous pourrions qualifier « d'entraînement », puis corrigés après confrontation des travaux de chacun sous la forme de binôme. (Problème dit « *du jeu l'oie* », puis celui dit « *des timbres* »)

Théoriquement, une fois ces deux problèmes « d'entraînement » résolus et corrigés collectivement à l'aide d'un schéma type, les élèves doivent connaître les éléments clefs qui constituent une droite numérique : Sens de la droite générale, positionnement de l'origine, réalisation d'une graduation croissante, orientation des flèches dont la direction symbolise le

sens des opérations. (Addition / soustraction).

Nous nous appuyerons alors sur un enregistrement audio afin d'analyser les phases de formulation/ validation et d'institutionnalisation mises en place par l'enseignante. Ces enregistrements permettront de mettre en exergue si les retours (« feedbacks ») de l'enseignante permettent aux élèves de mettre en mots comment ils se sont servis de la droite numérique pour se représenter les deux problèmes, mais également de prendre conscience des différentes utilisations possible de la droite graduée.

L'enseignante invite au tableau les élèves semblant avoir intégré le concept de droite numérique afin qu'ils explicitent à tous leurs procédures. Le but est de permettre aux élèves d'explorer **la pluralité des procédures** ; ils vont chercher à formuler des arguments pour expliciter de manière raisonnée leurs démarches.

II. Analyses a priori

a) Analyse a priori du PRE TEST :

Problème n°1 :

Pierre possède 9 cartes. Léa a 11 cartes de plus que Pierre. Combien Léa a-t-elle de cartes ? Recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison positive.

Problème n°2 :

Cette année Nadia a acheté 36 litres de jus d'orange pour sa fête. Elle a acheté 20 litres de moins que l'année dernière. Combien de litres de jus d'orange a-t-elle acheté l'année dernière ? Recherche de l'état comparé connaissant l'état comparé et la comparaison négative.

Problème n°3 :

Jeudi, le directeur de l'école a commandé 159 repas pour la cantine, mercredi 126. Combien de repas en plus a-t-il commandé jeudi ? Recherche de l'état comparé connaissant l'état comparé et la comparaison positive.

Voici la formulation précise de la consigne donnée aux élèves :

“Après vous avoir lu et expliqué le vocabulaire difficile, vous disposerez d’un temps illimité pour résoudre les 3 problèmes. Le travail doit être fait sur la copie fournie.

Toutes vos recherches doivent apparaître sur cette feuille. Aucun autre brouillon n’est autorisé. Aucun autre matériel ne vous sera fourni pour vous aider à résoudre les problèmes. Vous êtes libres de choisir l’ordre dans lequel vous souhaitez répondre aux énigmes. Si vous êtes en difficulté sur une énigme, ne perdez pas trop de temps et passez à la suivante. Vous pourrez y revenir à la fin. Ce travail ne sera pas évalué.”

➤ *Procédures attendues des élèves pour le problème n°1 :*

La procédure experte que l’on peut s’attendre à retrouver est l’addition (posée ou en ligne) $11+9=20$. Cependant, on peut également envisager que certains élèves vont avoir recours à une représentation schématique du problème, à l’aide de dessins personnels. En effet, cette procédure « non experte », pourrait les conduire au résultat juste, sous réserve qu’ils ne se trompent pas dans le dénombrement. Le mot inducteur « plus que » oriente assez facilement les élèves vers l’addition donc on peut s’attendre à obtenir des résultats assez bons pour ce problème. Deux types de représentation du calcul sont possibles : $11+9 = ?$ en ligne, ou posée. Pour ce problème, il est peu probable que les élèves utilisent la droite numérique.

➤ *Les erreurs probables pour le problème n°1 :*

On peut préjuger que les erreurs envisagées vont être de l’ordre de la technique opératoire et ou des erreurs de calcul (les élèves ne vont pas se tromper sur les données à utiliser). Au regard de la présence d’un mot inducteur n’entraînant pas d’interprétation erronée, on peut supposer que les élèves ne seront a priori pas face à un obstacle insurmontable.

➤ *Les procédures attendues pour le problème n°2 :*

? -20 = 36 : Ce calcul correspond à un des sens de la soustraction, on utilise la soustraction pour calculer un complément ou ce qu’il manque $36+20= ?$ (56) qui correspondent à une procédure experte.

On peut prévoir que certains élèves ressentent le besoin de dessiner 36 bouteilles de jus pour 2017 et également faire la même chose pour 2016. La question est de savoir s’ils vont enlever ou ajouter 20 litres à 36 litres. Certains vont peut-être se servir de représentation iconique type de dessins figuratifs personnels.

Il semble peu probable que les élèves puissent utiliser une droite numérique pour placer les nombres ainsi que les données liées au temps car cela ne leur a pas été enseigné.

➤ *Les erreurs probables pour le problème n°2 :*

À l'inverse du problème n° 1, le mot inducteur « de moins que » peut conduire à une méprise de l'énoncé et donc à une représentation erronée du problème.

Dans ce cas, les élèves vont peut-être être influencés en choisissant la soustraction. Or, l'addition est l'opération adaptée pour résoudre convenablement ce problème.

Hormis les erreurs d'interprétation, les erreurs probables seront sûrement de l'ordre de la technique opératoire de l'addition posée ou de la soustraction pour ceux qui auront opté pour ce calcul. On peut supposer que les élèves qui dessinent pourront faire des erreurs dans le dénombrement car les nombres choisis sont grands, même s'ils utilisent le groupement par 10. Les erreurs vont être liées également aux informations chronologiques telles que « cette année », « l'année dernière », les élèves vont avoir du mal à se représenter ce problème car la lecture de l'énoncé ne peut se faire de manière linéaire. La première information qui apparaît est le nombre de litres de jus d'orange acheté cette année puis l'information suivante est en lien avec la précédente, mais comme les deux phrases sont séparées par un point, les élèves vont devoir faire des inférences et remettre les informations dans l'ordre.

➤ *Les procédures attendues pour le problème n°3 :*

Les procédures envisagées sont de deux types, certains élèves vont probablement utiliser la soustraction posée : $159 - 126 = ?$ ou alors l'addition à trou : $? + 126 = 159$ (procédure de type complément). Le calcul de $159 - 126$ est équivalent à celui de $126 + ? = 159$. C'est donc le calcul de cette addition lacunaire qui va être réalisé. Cette procédure présente l'avantage de n'être qu'une adaptation d'une technique connue (celle de l'addition).

Pour le problème n° 3, les données numériques choisies 159 et 126 ne vont pas permettre aux élèves d'utiliser le dessin personnel figuratif car les nombres sont trop grands (impossibilité de dénombrer). De plus, il est peu probable que des élèves de CE2 puissent poser le calcul de la soustraction en ligne, les nombres étant volontairement grands.

➤ *Les erreurs probables pour le problème n°3 :*

Ce problème présente comme les deux autres, un énoncé très court avec des mots facilement accessibles pour les élèves. Cependant, les élèves risquent de faire des erreurs inhérentes à l'interprétation du problème.

La structure de l'énoncé présente des données numériques qui ne devraient pas poser de problème en temps normal, mais la syntaxe de l'énoncé ainsi que le mot inducteur « plus que » va orienter les élèves vers la procédure non adéquate. Alors que dans le problème n° 1, il induisait bien vers la procédure attendue. Cette erreur potentielle dans le choix de l'opération est liée à la structure de l'énoncé et surtout à la place de l'inconnue. La recherche d'un des états entraîne une confusion dans l'interprétation des données numériques ; de ce fait le calcul est influencé dans le sens positif alors que c'est la soustraction qui est attendue.

Le fait que la première information donnée soit un des deux états que l'on cherche est tout aussi perturbant pour l'élève que la présence du mot inducteur « plus que ». On peut donc s'attendre à ce que les élèves se tournent vers l'addition alors que l'opération attendue la plus adéquate est la soustraction.

De plus, la présence d'informations temporelles « jeudi », « mercredi » est un élément à prendre en compte lors du processus de représentation que les élèves vont tenter de mettre en place. Les informations données n'apparaissent pas dans l'ordre chronologique de l'histoire évoquée. Cet obstacle risque de mettre beaucoup d'élèves en difficulté contrairement aux deux premiers problèmes. Il est possible qu'une confusion naisse entre la frise chronologique et la droite graduée lorsque cet outil sera introduit.

b) Analyse a priori de la séance d'introduction de l'outil, la droite numérique :

L'objectif de cette phase du protocole est d'amener les élèves à comprendre qu'il y a plusieurs façons de se représenter un problème et donc plusieurs possibilités pour le symboliser.

L'enseignante débute en expliquant le déroulement de la séance, à savoir les différentes phases qui se succéderont :

i. Retour sur les productions sélectionnées du pré-test

Il s'agira d'analyser la façon dont l'enseignante met en avant la pluralité des démarches, l'efficacité de certaines par rapport à d'autres, en termes de temps mais également pour s'éviter des étapes intermédiaires trop longues et/ou trop coûteuses (dénombrement). Nous supposons

que les élèves vont essayer d'explicitier l'utilisation de schéma et ou de dessins par rapport à leurs habitudes, de justifier ou non leurs résultats.

Nous pouvons supposer que les élèves n'ayant pas été sélectionnés pour présenter leurs démarches ne vont pas se sentir concernés et donc ne participeront pas au débat.

L'enseignante va-t-elle s'appuyer sur les élèves présents au tableau ou va-t-elle chercher à solliciter les autres élèves ? Va-t-elle faire le lien entre les mots inducteurs et les opérations choisies ?

ii. Dévolution et passation des consignes

Nous faisons l'hypothèse que la manière dont l'enseignante va présenter la consigne est déterminante pour que les élèves prennent en charge ce problème. Nous avons pris le parti de préciser aux élèves que cet outil a été suggéré et utilisé dans une autre classe de CE2. La dévolution de l'enseignante est inhérente à ses habitudes pédagogiques, de ce fait il est probable que nous ne puissions pas avoir de marges de manœuvres pour agir sur cette phase.

Comme aucune indication ne sera donnée sur les utilisations possibles, nous pouvons supposer qu'ils vont être intrigués par ce défi à relever. (La droite numérique fournie est vierge, seule l'origine 0 est présente ainsi que la pointe de la droite).

iii. Premier temps de recherche individuelle

Nous avons pris le parti de leur fournir l'outil clé en main afin de soulager certains élèves d'une tâche surajoutée qui ne ferait que constituer une surcharge de travail inutile. Nous avons choisi de ne mettre aucune graduation afin d'observer la manière dont les élèves vont graduer la droite. L'enseignante n'apporte aucune aide pendant ce temps de recherche, s'assure que le vocabulaire présent dans l'énoncé ne constitue pas de difficulté supplémentaire.

Nous pouvons anticiper sur le fait que les élèves soient intrigués par ce nouvel outil, et qu'ils cherchent à l'utiliser par tous les moyens afin de remplir le contrat didactique implicite qui les lie à l'enseignante. Mais on peut tout à fait envisager que certains, malgré leur bonne volonté, n'arriveront pas à se servir de cet outil s'ils ont déjà mentalement une représentation correcte du problème, donc de l'opération à effectuer. On peut penser que parmi ces élèves, certains pourront utiliser l'outil seulement comme un moyen pour présenter le résultat final.

Voici les énoncés des deux problèmes « d'entraînement » que les élèves tenteront de résoudre individuellement à l'aide de la droite numérique introduit précédemment. Pour ce premier problème, les élèves vont devoir chercher comment la droite numérique présentée permet de se

représenter le problème :

Problème « dit du jeu de l'oie » : « Au jeu de l'oie, le pion de Béatrice est sur la case 25, le pion d'Hervé a parcouru 12 cases de moins que celui de Béatrice. Sur quelle case se trouve-t-il ? » Ce problème correspond à la recherche de l'état 2 connaissant l'état 1 et la comparaison négative.

Cette énigme va sûrement poser des difficultés inhérentes au vocabulaire présent « parcourir », « case », au mot inducteur « de moins » mais également en rapport avec la syntaxe globale.

Le terme parcourir peut ne pas être assez « transparent », explicite pour certains élèves comme les verbes inducteurs d'opération « reculer » ou « enlever », qui orientent automatiquement vers une soustraction.

Les valeurs numériques (25 et 12) ne devraient pas compliquer la tâche des élèves car elles sont volontairement petites et permettent le recours au dessin ou comptage à rebours.

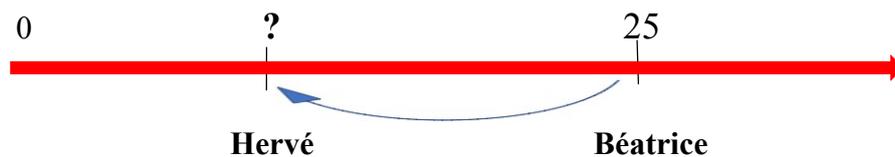
La question posée à la fin de l'énoncé doit permettre aux élèves de garder en mémoire ce que l'on cherche. Cependant la tournure de la phrase « sur quelle case se trouve-t-il ? » peut être un obstacle majeur. Certains élèves en CE2 ont encore des compétences en lecture fragiles, donc nous pouvons supposer que pour quelques-uns d'entre eux ils ne sachent pas à quoi correspond concrètement le pronom « il » dans la phrase « Sur quelle case se trouve-t-il ? ».

➤ *Les procédures attendues pour le problème « dit du jeu l'oie » :*

Les procédures attendues peuvent être différentes en fonction de leur capacité à reconnaître cet énoncé comme étant un problème additif nécessitant l'utilisation de la soustraction.

Certains élèves ne vont sûrement pas avoir besoin de la droite numérique pour résoudre ce problème. Ils vont associer les termes « parcourir 12 cases de moins » à « reculer de 12 cases » et vont donc soustraire 12 à 25 pour connaître la position d'Hervé.

Pour d'autres, le fait que les données numériques ne soient pas très grandes va leur permettre soit de mettre les 25 graduations sur la droite puis d'en barrer 12 pour obtenir la réponse au problème, soit de placer sur la droite numérique le nombre 25, correspondant à la case de Béatrice et un point d'interrogation pour la case d'Hervé. On peut envisager ce type d'utilisation de la droite numérique.



➤ *Les erreurs possibles pour le problème « dit du jeu de l'oie » :*

Nous pouvons supposer que certains élèves ne vont pas comprendre et déduire le sens « reculer », induit théoriquement par les termes « parcourir 12 cases de moins ». Ils vont peut-être additionner les deux valeurs numériques présentes dans l'énoncé car l'addition est la technique opératoire la mieux maîtrisée.

Si l'élève utilise la droite numérique comme une bande numérique, il peut dessiner les 25 cases sur la droite et ensuite en barrer 12. Dans ce cas de figure, il peut se tromper lorsqu'il va barrer les 12 cases. Cette erreur provient d'une procédure liée au dénombrement.

Une autre erreur est de l'ordre de la technique opératoire posée ; si la technique de la soustraction n'est pas encore bien maîtrisée, les enfants peuvent tenter de soustraire 25 à 12. Donc la réponse au problème sera fausse même si l'élève a reconnu que c'était un problème additif qui relevait de la soustraction.

Sur la schématisation précédente, on peut analyser les erreurs potentielles, notamment celles en rapport avec l'orientation de la flèche. Si la flèche part d'Hervé pour aller vers Béatrice, l'élève pourra assimiler ce problème à une addition à trous, à savoir : $? + 12 = 25$. Mais si la flèche à l'inverse part de Béatrice pour aller vers Hervé, l'élève l'aura interprété comme un problème relevant de la soustraction : $25 - 12 = ?$

En effet, ces deux procédures sont possibles en fonction du sens accordé au mot inducteur « de moins » et à la mise en relation avec les autres données de l'énoncé.

iv. La mise en commun intermédiaire

Nous supposons que l'enseignante discutera de cet outil avec les élèves pour avoir leurs avis sur l'efficacité supposée de cet outil, révélant potentiellement la confusion entre la droite numérique et la frise chronologique étudiée en Histoire.

Nous pensons que pour les élèves ayant utilisé les graduations de manière incohérente par rapport à la taille des nombres, l'enseignante devra revenir sur l'intérêt même de ces graduations. Puisque la variable didactique (les données numériques) sur laquelle nous avons

pu agir (taille des nombres plus ou moins grande), nous estimons que l'enseignante pourra revenir sur le fait que mettre toutes les graduations systématiquement est une perte de temps. Nous pouvons présager que l'enseignante va orienter les élèves sur la présence et la position des nombres en lien avec le problème (comment placer Hervé par rapport à Béatrice ?). Nous supposons qu'aucun élève n'aura l'idée spontanée de mettre une flèche pour symboliser une opération dite d'ajout ou de retrait.

Problème des timbres : « Jean avait 324 timbres dans son album. Il en a placé de nouveaux. Il y en a maintenant 417. Combien Jean a-t-il placé de timbres ? ». Recherche de la comparaison positive connaissant les deux états à comparer.

➤ *Les procédures attendues pour le problème des timbres :*

Ici, nous connaissons les deux états mais nous recherchons un écart. Certains élèves de CE2 vont certainement être en mesure de le résoudre directement en utilisant la procédure attendue, c'est-à-dire en posant l'opération $417-324$, soit parce qu'ils ont de suite attribué cet énoncé à un problème de type soustractif, soit parce qu'ils ont construit un raisonnement du type : « Dans les 417 timbres, il y'a les « anciens » et les « nouveaux », si je retire les « anciens » il restera les « nouveaux » ce qui renvoie au premier sens de la soustraction.

On peut supposer que d'autres élèves vont avoir recours à des procédures personnelles de différentes natures :

- Addition à trou, le problème est mathématisé par $324 + ? = 417$.
- Recherche de l'écart entre 324 et 417.
- Sommes arbitraires ajoutées successivement (présentation erronée d'un point de vue de la syntaxe mais qui correspond à une démarche correcte) ou toute autre procédure proche du mime :
 $324 + 50 = 374 + 20 = 394 + 6 = 400 + 17 = 417$
 $50 + 20 + 6 + 17 = 93$
- D'autres élèves vont utiliser des procédures inappropriées, par exemple en additionnant les nombres présents dans l'énoncé sans se soucier du nombre de timbres dont Jean disposait au début.
- On peut supposer que certains élèves réutiliseront la droite numérique ou graduée afin de les aider à se représenter le problème.

Dans cet énoncé, les mots inducteurs « placé de nouveaux » n'induisent pas directement une opération. Le verbe « placer » ne fait pas référence à une soustraction contrairement à « enlever », « retirer ». Ce problème a été volontairement choisi afin de vérifier si les élèves ont compris le sens « ajouter » des termes inducteurs « placé de nouveaux ». Contrairement aux problèmes du pré-test, les termes inducteurs choisis ne sont pas aussi « transparents ». Ici il sera intéressant d'observer si les points importants mis en avant dans la mise en commun intermédiaire ont eu un impact sur la manière de se représenter ce second problème.

➤ *Les erreurs possibles pour le problème dit « des timbres » :*

Pour ce problème, voici les erreurs que nous avons hiérarchisées en fonction de leur intérêt pour notre problématique :

- 1/ Le calcul opératoire, notamment celle qui nous intéresse le plus à savoir le choix de l'opération à effectuer.
- 2/ Erreur induite par les mots inducteurs « placer », « de nouveaux » qui ne provoquent pas chez l'élève la mise en œuvre de la soustraction mais les orientent plutôt vers l'addition.
- 3/ Erreur liée à la présence d'une retenue. (Technique opératoire mal maîtrisée)
- 4/ Risque de vouloir placer toutes les graduations sur la droite, ce qui va entraîner d'une part, une perte de temps considérable source d'échec, et d'autre part, des erreurs dans le dénombrement des graduations.

c) Analyse a priori du POST TEST

Les énoncés des 3 problèmes du post test sont différents du pré-test (seules les données des variables didactiques ont changées) mais les consignes énoncées sont les mêmes que lors du pré-test :

Problème n° 4 : « **Théo et Karim ont épargné 74 euros pour acheter un cadeau à leur copain, Jonathan. Ils constatent qu'ils ont 17 euros de plus que le prix du cadeau. Combien coûte ce cadeau ?** » Ce problème correspond à la recherche de l'état 2 connaissant l'état 1 et la comparaison positive.

Problème n° 5 :

« **Un commerçant a fait payer 25 euros de moins que le prix marqué sur l'étiquette. Jules a payé 94 euros. Quel est le prix marqué sur l'étiquette ?** » Ce problème correspond à la recherche de l'état 1 connaissant l'état 2 et la comparaison négative.

Problème n°6 :

« **Marine a 8 ans de plus que son petit frère Robin. Cette année, elle a fêté ses 15 ans. Quel est l'âge de Robin ?** » Ce problème correspond à la recherche de l'état 2 connaissant l'état 1 et la comparaison positive.

Contrairement à la phase de pré test, nous pensons que certains termes des énoncés devront être redéfinis notamment « épargner », « un commerçant », « constater ». Sans cette précision linguistique, les élèves risquent de ne pas comprendre le sens même des problèmes. Nous pouvons présumer que les stratégies des élèves vont être fortement influencées par les caractéristiques sémantiques des énoncés (mots inducteurs d'opération, place de l'inconnue, formulation et emplacement de la question dans l'énoncé).

On peut d'ores et déjà affirmer que lors du post-test, les élèves vont tenter de se servir de la droite graduée systématiquement pour les trois problèmes ci-dessus afin de remplir le « contrat didactique » qui les lie à l'enseignante. Même si lors de la passation des consignes, l'enseignante insistera sur le fait que l'outil ne doit être utilisé que s'ils pensent en avoir besoin. D'autres élèves vont sûrement résoudre dans un 1^{er} temps le problème grâce à un calcul posé puis décideront dans un 2nd temps de placer les données utilisées sur la droite numérique. Nous pouvons enfin supposer que les élèves ne vont pas avoir recours à des représentations de type dessins personnels figuratifs, grâce au nouvel outil proposé à la séance précédente.

➤ *Les procédures attendues pour le problème n°4 :*

Certains élèves vont sûrement reconnaître dans cet énoncé une addition car il se laisse induire par l'élément linguistique « de plus ». On peut donc s'attendre à différentes démarches :

- Une addition posée (74+17)
- Le sur comptage en utilisant les doigts de la main (74, 75, 76 etc...)
- La procédure attendue, la soustraction posée qui peut être envisagée si les élèves ont compris *de facto* le sens implicite de l'énoncé.

➤ *Les erreurs à envisager pour le problème n°4 :*

L'erreur la plus probable est celle liée au mot inducteur « de plus » qui va induire l'addition mais également de la syntaxe de la phrase. La formulation de la phrase est telle que les informations ne sont pas données dans la même chronologie que « l'action » évoquée dans l'énoncé. De ce fait, la représentation du problème ne pourra se faire de manière linéaire.

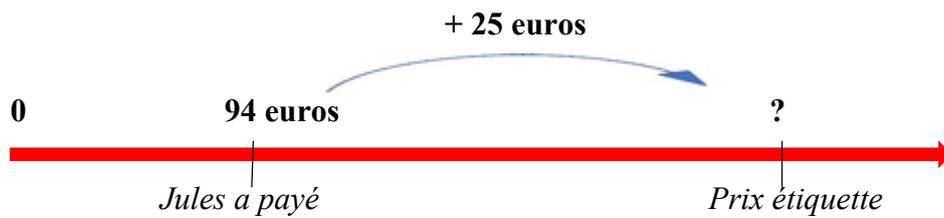
De plus, les élèves vont peut-être choisir le bon calcul, à savoir la soustraction, mais des erreurs liées à la présence d'une retenue vont apparaître.

La place de la question, en fin d'énoncé peut constituer un obstacle à la représentation et donc à la résolution, d'autant plus que cette dernière porte sur le prix de l'étiquette avant la remise. Les élèves vont-ils réussir à se saisir de ce problème alors que dans la réalité ils se préoccuperaient sûrement beaucoup plus du prix qu'ils ont payé après la remise ?

➤ *Les procédures attendues pour le problème n°5 :*

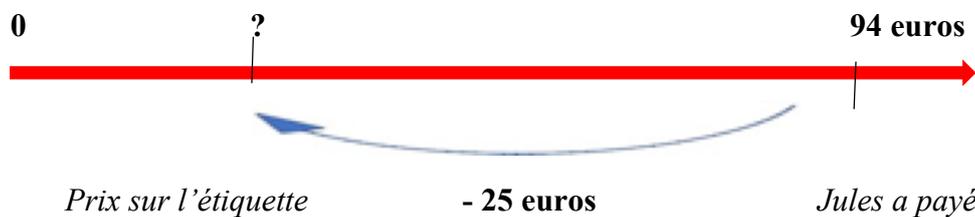
On peut s'attendre à différentes procédures en lien avec la ou les représentations que les élèves se font de ce problème de comparaison. A l'inverse de l'énoncé précédent, le terme inducteur d'opération « en moins » n'oriente pas l'élève vers la même technique opératoire : ils risquent de privilégier la soustraction.

On peut envisager que les élèves utilisent la droite numérique en positionnant la flèche de 94 vers 119. Une flèche représentant un ajout de 25 euros à partir de 94 euros sera alors idéalement représenté



Modélisation juste

Mais la procédure attendue et correcte qui correspond à ajouter 25 euros à 94 euros est envisageable si les élèves ont compris l'implicite contenue dans l'énoncé.



Modélisation erronée

➤ *Les erreurs à envisager au problème n° 5 :*

L'erreur la plus fréquente attendue est le choix de la soustraction en lieu et place de l'addition des données. Si les élèves ne comprennent pas le sens du mot inducteur et aux liens que celui-ci fait entre les données du problème, ils vont tout simplement soustraire les données numériques présentes. (Cf. modélisation erronée)

➤ *Les procédures attendues pour le problème n°6 :*

Pour ce dernier problème du post-test, le contexte de l'âge ne devrait pas être source d'erreur, d'autant plus que les nombres choisis sont petits ; mais la syntaxe de la phrase peut mettre en difficulté certains élèves. Nous sommes ici dans un contexte de comparaison positive.

La procédure attendue est la soustraction, qui pourra être posée (15-8). Ils pourront également avoir recours à l'addition à trous ($? + 8 = 15$ ans). Comme les nombres de l'énoncé sont petits, ils vont pouvoir utiliser le sur comptage en cherchant : « combien dois-je ajouter à 8 pour obtenir 15 ans : 9,10, ...15.

III. Résultats & analyses a posteriori

a) Analyse a posteriori du PRE TEST

Récapitulatif des données recueillies lors des pré tests ci-dessous : Il est important de préciser qu'il manquait deux élèves lors du pré-test. (Échantillon : 20 élèves)

Pré-test	Problème 1		Problème 2		Problème 3	
Problèmes traités par les élèves	20 /20		20/20		18/20	
Nombre d'élèves ayant reconnu la bonne opération	16		6		6	
	Erreur de calcul 1	Sans 15	Erreur de calcul 0	Sans 6	Erreur de calcul 2	Sans 4
Nombre d'élèves n'ayant pas reconnu la bonne opération	4		14		12	
	Erreur de calcul 4	Sans 0	Erreur de calcul 2	Sans 12	Erreur de calcul 8	Sans 4
Pas de réponse fournie	0		0		2	

Pré-test	Problème 1			Problème 2			Problème 3		
Problèmes traités par les élèves	20/20			20/20			18/20		
Problèmes dont le résultat est correct	15			6			4		
Présence d'un schéma (S), d'un dessin (D) ou d'une droite numérique (DN)	S 0	D 10	DN 0	S 0	D 9	DN 0	S 0	D 4	DN 0
Nombre de résultat correct Avec ou Sans schéma/ dessin	Avec : 4 Sans : 11			Avec : 1 Sans : 5			Avec : 0 Sans : 4		
Erreur liée à la technique opératoire (retenue, etc...)	-			-			2		
Erreur causée par le sens des mots inducteurs	5			14			12		
Absence de réponse	-			-			2		

Ces deux tableaux récapitulatifs des données du pré tests sont construits autour de deux grandes catégories d'informations :

- Le nombre d'élèves ayant réussi à résoudre les problèmes, quel que soit la technique employée.
- Le nombre d'élèves ayant commis une erreur source de résultats erronés voire d'une absence totale de réponse rédigée.

On notera également qu'une distinction aura été mentionnée afin de différencier parmi les bonnes réponses, celles qui ont été produites à l'aide d'un schéma de celles générées sans l'aide d'un dessin ou représentation schématique quel que soit sa nature.

A travers ces tableaux, on constate qu'à partir du moment où les élèves ont reconnu la bonne opération, ils ne commettent que très peu d'erreur de calcul.

Prenons par exemple le problème n°1, sur les 16 élèves n'ayant pas été influencés par le mot inducteur, seul un élève a commis une erreur de calcul. Lorsqu'il a voulu dessiner les 9 cartes de Pierre il en a oublié une, et lorsqu'il a posé le calcul il a repris les données de son dessin et non celles de l'énoncé.

Cela n'est pas le cas pour le 3ème problème où l'on observe qu'un tiers des élèves ayant choisi la bonne opération ont commis une erreur de calcul. Cela peut s'expliquer par la taille des nombres plus grande que dans les deux autres problèmes du pré tests.

Prenons pour exemple une élève qui a choisi la bonne opération mais au lieu de soustraire 159 à 126, a posé l'opération $156 - 126$, on peut supposer qu'il s'agit plus d'une erreur d'inattention qu'une erreur de calcul d'autant plus qu'elle avait pris le soin de surligner les données numériques dans l'énoncé. Est-ce que l'on peut considérer qu'en CE2, la confusion entre le 6 et le 9 peut être due à un problème de lecture ?

Pour les élèves ayant une représentation erronée des problèmes pour le problème n°1, on constate 100 % d'erreur de calcul. On peut s'interroger sur ce constat d'échec puisque dans notre analyse a priori, nous avons annoncé qu'il était peu probable que les élèves soient mis en difficulté par la taille des nombres (9 et 11). Les raisons sont à chercher du côté de la syntaxe de l'énoncé, qui a induit certains vers la mauvaise réponse : deux d'entre eux n'ont pas compris la relation de comparaison entre Pierre et Léa. Les deux élèves ont répondu que Léa avait 2 cartes de plus que Pierre. Deux autres élèves (assis côte à côte) ont posé l'opération $9 - 11 = 18$. On remarque immédiatement qu'il y'a une erreur dans la technique opératoire. D'autre part, l'une d'entre eux a dessiné les 9 cartes de Pierre mais n'a pas représenté les cartes de Léa dans son dessin. Est-ce que cette non représentation des cartes traduit l'incompréhension de l'énoncé lié au mot inducteur « de plus » ?

Pour les problèmes n°2 et n°3, on constate une baisse considérable du nombre d'élèves ayant opté pour l'opération correcte.

Sur le problème n°2, 2/14 ont commis une erreur de calcul liée à la mauvaise représentation du problème, alors que pour le problème n°3, 8/12 ont commis une erreur de calcul. Nous avons anticipé dans notre analyse a priori que les erreurs de représentation allaient être beaucoup plus importantes pour le problème n°3, mais nous ne nous attendions pas à un tel nombre d'erreurs pour le problème n°2 du pré- test. L'ordre d'apparition des données du problème n°2 nous semble a posteriori être l'obstacle majeur ayant généré autant d'échec lors du pré-test.

b) Séance d'apprentissage de la droite numérique : Analyse didactique de certaines productions d'élèves

Tout d'abord nous nous attarderons sur l'analyse didactique des productions d'élèves du pré-test qui ont été retenues afin que l'enseignante puisse mettre en avant la pluralité des procédures. Ces dernières ont été choisies car elles permettent de vérifier les hypothèses émises dans l'analyse a priori.

Production élève L. au problème n°2 du pré test :(Cf annexe)

L'élève a utilisé le dessin en symbolisant les litres de jus par des bâtons, elle distingue les “ 36 litres pour cette année” et les “ 20 litres de l'année dernière”. Cette représentation est une des procédures que nous avons envisagées dans l'analyse a priori. On observe qu'elle a bien intégré les deux états à comparer mais elle n'arrive pas à faire le lien entre les deux données. On peut toutefois remarquer que sa phrase réponse est en adéquation avec la question car elle précise que Nadia a acheté 46 litres de jus l'année dernière.

Elle tente d'expliquer sa démarche en justifiant sa réponse par la présence du mot inducteur “ de moins” dans l'énoncé, mais n'arrive pas à nous expliquer comment elle a obtenu 66 dans son calcul. L'enseignante lui demande si ce dessin l'a aidé à résoudre le problème mais elle ne semble pas savoir. Elle répond seulement qu'elle a compris au travers de la consigne qu'il fallait obligatoirement un dessin dans l'encadré. Cela nous oblige à analyser la façon dont nous avons pensé la consigne, mais également la manière dont l'enseignante a pris en charge le processus de dévolution. La consigne n'était peut-être pas assez explicite pour les élèves, l'enseignante n'a peut-être pas eu le temps de relire la consigne préparée en amont avant de l'énoncer aux élèves.

Production élève K au problème n°2 du pré-test : (Cf annexe)

Cette procédure diffère de la précédente en termes de choix de représentation et de procédure choisie. L'élève nous explique avoir dessiné les 36 litres de jus d'orange puis a entouré les 16 litres qu'il a enlevés au 36 de l'année dernière. On observe qu'il a choisi le dénombrement car aucun calcul n'apparaît sur la copie. Cependant en voulant dessiner les 36 bouteilles, une de plus a été représentée, erreur que nous avons anticipé en rapport avec le dénombrement dans notre analyse a priori.

L'enseignante a posé de nombreuses questions afin de l'aider à expliciter sa démarche mais malgré toutes les reformulations et encouragements, sa présentation n'a pas permis aux autres élèves de se sentir concerné par cette démarche. Nous sommes ici face à un facteur externe qui ne nous permet pas d'analyser avec les outils de la didactique, pourquoi cette présentation n'a pas permis aux élèves de s'identifier dans le choix de la procédure « par dénombrement ».

Production élève I au problème n°2 du pré test : (Cf annexe)

Il s'agit d'un des 6 élèves de la classe avoir utilisé l'addition pour résoudre le problème malgré la présence du mot inducteur "de moins". On s'aperçoit qu'il a surligné trois informations dans l'énoncé : les données numériques (36 et 20) et "moins". Lorsqu'il explique sa procédure, il précise ne pas avoir eu besoin de faire de dessin ou de schéma pour l'aider à résoudre le problème. Il explique qu'il a essayé de reformuler l'énoncé mentalement, différemment, en changeant la place des informations. Grâce à cela il a compris que Nadia avait acheté plus de jus l'année dernière en comparaison avec l'année suivante, donc il opté pour l'addition. Il est important de souligner que sur les 6 élèves ayant résolu correctement ce problème, aucun n'a eu besoin de matérialiser le problème grâce à un dessin et ou un schéma.

Suite à cette phase, l'enseignante explique à travers ces productions qu'il existe différents outils pour se représenter le problème (dessin, schéma, ...) mais il s'avère que certains élèves n'ont plus besoin de se représenter le problème à travers ces différents outils ; ils font simplement appel à un calcul dont le choix leur semble évident. Comme nous l'avons envisagé dans l'analyse a priori, aucun élève de cette classe n'a pensé à utiliser spontanément une droite numérique.

i. 1^{ère} phase de recherche individuelle :

Les élèves reçoivent une feuille blanche avec une droite déjà tracée, seule l'origine et l'orientation de la flèche y figurent. Nous constatons que parmi les 21 élèves, 3 posent au préalable l'opération puis essayent de placer les données sur la droite. On peut se poser la question de la nécessité d'un tel outil pour ces élèves là, mais également s'intéresser à la puissance du contrat didactique dans de telles situations d'apprentissage. Ils ne considèrent pas cet outil comme une aide à la résolution mais plutôt comme une étape « forcée ».

Comme nous l'avions anticipé dans l'analyse a priori, il n'a pas été simple de choisir lors de la même séance les productions d'élèves, afin que les potentialités didactiques illustrent au mieux la phase de mise en commun intermédiaire qui devait suivre.

Voici les cinq copies que nous avons exploitées pour expliciter aux élèves l'intérêt et l'usage que l'on peut faire de la droite numérique. Nous avons classé les procédures selon plusieurs critères :

- Les données numériques sont-elles placées avec les prénoms correspondants ?
- Les graduations sont-elles représentées et de quelle nature sont-elles ?
- Y a-t-il une flèche qui illustre le sens de l'opération ?
- Y a-t-il une phrase réponse pertinente qui accompagne la droite ?

1/Production élève K au problème « dit du jeu de l'oie » (Cf annexe)

Cette production a été présentée en premier afin de discuter notamment de la présence des graduations. L'élève a dessiné "25 traits" correspondant aux cases du jeu de l'oie. L'enseignante lui pose des questions sur son utilisation à savoir pourquoi a-t-il fait toutes les graduations (l'enseignante précise que les traits en terme scientifique sont appelés des « graduations »). Grâce à plusieurs reformulations différentes, l'enseignante tente de lui faire expliciter ce qui lui a fait choisir la soustraction mais il précise qu'il a lu " de moins" dans l'énoncé donc a opté pour la soustraction.

2/Production élève R au problème « dit du jeu de l'oie » (Cf annexe)

Par rapport à la production précédente, l'élève a fait correspondre la position du pion avec le prénom du personnage correspondant. Il a également ajouté au-dessus de la droite « -12 » afin de traduire le sens de l'opération sur la droite. L'enseignante lui demande d'expliquer pourquoi il a placé le chiffre 12 avant celui de Béatrice. L'élève explique alors qu'il a compris que le pion d'Hervé "était 12 cases en arrière sur la piste " Cet élève avait « visualisé » l'action de jeu

mentalement, avant de l'illustrer via la droite numérique. L'enseignante lui demande pourquoi a-t-il mis toutes ces graduations. Il répond alors que cela lui a permis ensuite de placer plus rapidement 13 sur la droite.

3/ Production élève I au problème « dit du jeu de l'oie » (Cf annexe)

L'élève présente sa démarche en expliquant qu'il a d'abord posé le calcul, puis a disposé les données du problème sur l'outil. Quand l'enseignante lui demande pourquoi il ne s'est pas servi de la droite avant pour se représenter le problème, l'élève répond qu'il n'en a pas eu besoin puisqu'il a de suite compris quelle opération il fallait poser.

On peut remarquer également sur cette trace, la présence d'un arc au-dessus des données numériques, on arrive à interpréter cela comme une volonté de symboliser le sens « enlever » ou « retirer » de la soustraction.

L'enseignante tente de faire participer le reste de la classe en demandant si d'autres élèves ont procédé comme I.

Elle tente ainsi d'amener les élèves à formuler que la flèche correspond à un changement, à un déplacement.

Ce que l'on peut regretter c'est que l'enseignante n'oriente pas suffisamment le débat sur l'élément clé de l'énoncé, à savoir l'influence du mot inducteur « de moins ». Il aurait été intéressant de pouvoir faire constater par les élèves que dans cet énoncé, le mot inducteur « de moins » entraîne bien l'utilisation de la soustraction contrairement aux problèmes du pré-test qui pouvaient les induire en erreur.

4/ Production élève C au problème « dit du jeu de l'oie » (Cf. annexe)

La prochaine production a été choisie en raison de sa ressemblance avec un outil qu'ils connaissent déjà à savoir la bande numérique.

L'élève explique qu'il a noté tous les chiffres compris entre 1 et 25 et ensuite qu'il en a barré 12. Il a interprété le problème comme étant un problème où il fallait enlever 12 au positionnement de Béatrice pour connaître celui d'Hervé. Donc il l'a traduit en dessinant les 25 cases comme sur une **bande numérique** ou sur un jeu de l'Oie réel, puis il en a barré 12.

L'enseignante l'interroge sur sa procédure, l'élève expliquant alors que cela lui a paru plus simple à faire, plutôt que la droite numérique.

ii. Mise en commun intermédiaire :

L'enseignante demande aux élèves ce qui est commun dans les procédures présentées par leurs camarades. A travers cette sollicitation l'enseignante semble vouloir faire émerger les points importants qu'il faut retenir de ce premier problème « dit du jeu de l'Oie » et de l'usage de la droite numérique.

Ce qui ressort des propositions d'élèves sont la présence des « données numériques » de l'énoncé.

L'enseignante valide cette formulation puis leur demande ce qu'il faudrait impérativement mettre sur la droite pour bien représenter le problème. Un élève ajoute qu'il faut mettre le signe moins pour savoir l'opération que l'on doit effectuer. Cependant il est à noter que dans le choix des productions, nous avons pris le parti de ne présenter que les représentations qui permettaient de mettre en avant les avantages de la droite numérique.

Est-ce qu'il n'aurait pas été plus judicieux de s'appuyer sur les représentations erronées ou sur les droites numériques non exploitées ou incomplètes ? Cette question traduit une des difficultés de l'enseignant qui doit prendre des décisions et faire des choix didactiques « dans l'urgence ». Il s'avère que ces derniers peuvent avoir des incidences lors de l'institutionnalisation. Pour conclure sur cette phase, nous pouvons regretter que les avantages de la droite numérique aient été obtenus de manière descendante par l'enseignante, aucune discussion n'a réellement eu lieu afin que l'efficacité de cet outil ne vienne véritablement des élèves, ce qui pourra peut-être expliquer les résultats du post test.

iii. 2^{ème} temps de recherche individuelle :

La dernière partie de la séance consistait à résoudre un deuxième problème de comparaison (le problème dit « des timbres ») individuellement dans les mêmes conditions que le problème dit du « jeu de l'Oie ». Mais cette fois ci, une phase où les élèves devaient être en binôme devait suivre, afin de confronter leurs utilisations de la droite numérique. Or les élèves n'ont pas compris la consigne donnée, en pensant qu'ils devaient argumenter sur l'exactitude du résultat, et corriger la copie du camarade. Cet imbroglio peut se comprendre du fait que nous avons oublié de demander à un ou plusieurs élèves de reformuler ladite consigne.

L'objectif du 2^{ème} problème était de vérifier si les élèves allaient utiliser les informations importantes que l'enseignante avait formulées dans la mise en commun intermédiaire (présence des données numériques sur la droite, d'une flèche exprimant une opération, d'un symbole caractérisant la place de l'inconnue et d'une graduation cohérente par rapport à la taille des nombres).

Malgré le quiproquos évoqué, l'enseignante demande à certains élèves d'expliquer leurs procédures et les difficultés qu'ils ont rencontrées face à ce nouveau problème. Un élève fait une remarque importante sur la taille des nombres (variable didactique qui avait pour but de faire évoluer les procédures) et que cela lui a posé problème pour les graduations.

Production élève N au problème des timbres : » (Cf annexe)

En analysant sa production, on s'aperçoit qu'il a essayé de faire toutes les graduations. L'enseignante lui demande la raison de ce choix mais un autre élève intervient et lui dit qu'il n'y avait pas assez de place sur la droite pour toutes les mettre. L'enseignante précise qu'il y avait d'autres graduations possibles ; elle demande ainsi aux élèves lesquelles auraient pu convenir. Les réponses ne viennent pas des élèves, alors l'enseignante leur donne la réponse à savoir graduer de 100 en 100 par exemple. Il est regrettable que l'enseignante n'ait pas eu le temps de demander aux élèves de regarder leurs copies afin de vérifier si d'autres élèves n'avaient pas eu d'autres idées.

En y regardant de plus près, une élève avait eu l'idée de faire ce type de graduations (*élève L*) en démarrant ses graduations à partir de 300 jusqu'à 700. L'enseignante aurait pu s'appuyer sur sa procédure afin de démontrer que cela n'était pas nécessaire, et qu'au contraire ce n'était pas la procédure la plus efficace et la plus rapide. Malgré ce problème de graduation, l'élève L n'a pas éprouvé de difficultés pour résoudre ce problème. (*Production élève L au problème des timbres*)

iv. Institutionnalisation :

Cette dernière phase de la séance a permis à l'enseignante de revenir sur les avantages d'utiliser ce nouvel outil. L'enseignante a essayé de solliciter les élèves afin que cette institutionnalisation puisse être à l'initiative des élèves. La gestion des variables didactiques sur le problème des timbres a permis de confronter les élèves à une situation différente. Ils ont dû s'adapter et changer leurs procédures du fait de la taille des nombres cités. On s'aperçoit que les élèves en se confrontant aux regards des autres, s'interrogent sur leurs démarches et peuvent envisager que la procédure d'un camarade soit plus efficace.

L'enseignante a conclu la phase d'institutionnalisation en rappelant les éléments clés à retenir lorsqu'on veut utiliser la droite numérique dans un problème de type comparaison :

- La présence d'une graduation en adéquation avec les données numériques du problème.

- La présence d'une flèche pour symboliser et illustrer l'opération en jeu : vers la pointe de la flèche pour une addition, vers le « 0 » pour une soustraction.
- La présence des données numériques utiles de l'énoncé.
- L'importance de représenter par exemple par un point d'interrogation, la place de l'inconnue.

Faute de temps, l'enseignante n'a pas eu le temps de revenir sur les 3 sens que l'on peut attribuer au processus de soustraction :

- - Le sens « enlever » : pour obtenir le résultat, l'élève peut dessiner des images et en barrer (*dessiner 56 bouteilles et en barrer 20*).
- - Le sens « pour aller à » comment aller de 20 à 32 ?
- - Le sens « écart » : l'écart entre deux nombres A et B est le nombre qu'il faut ajouter à A pour obtenir B ainsi que le nombre qu'il faut enlever à B pour obtenir A. La caractéristique particulière de ce sens écart, par rapport aux précédents, est sa commutativité : l'écart entre A et B est aussi l'écart entre B et A.

c) Analyse a posteriori du POST TEST versus PRE TEST

Récapitulatif des données recueillies lors du post test ci-dessous : Il est important de préciser que tous les élèves étaient présents lors du post-test. (Échantillon : 22 élèves)

Post-test	Problème 4		Problème 5		Problème 6	
Problèmes traités par les élèves	22/22		22/22		22/22	
Nombre d'élèves ayant reconnu la bonne opération	10		11		14	
	Erreur de calcul 1	Sans 9	Erreur de calcul 0	Sans 11	Erreur de calcul 4	Sans 10
Nombre d'élèves n'ayant pas reconnu la bonne opération	12		11		8	
	Erreur de calcul 5	Sans 8	Erreur de calcul 6	Sans 5	Erreur de calcul 3	Sans 5
Pas de réponse fournie	0		0		0	

Post-test	Problème 4			Problème 5			Problème 6		
Problèmes traités	22/22			22/22			22/22		
Problèmes résolus correctement	9			11			10		
Présence d'un schéma (S), d'un dessin (D) ou d'une droite numérique (DN)	S 1	D 2	DN 0	S 0	D 0	DN 0	S 0	D 1	DN 0
Nombre de résultat correct Avec ou Sans schéma/ dessin	Avec : 0 Sans : 9			Avec : 0 Sans : 11			Avec : 0 Sans : 10		
Erreur liée à la technique opératoire (retenue, etc...)	1			-			3		
Erreur causée par le sens des mots inducteurs	11			10			8		
Absence de réponse	1			1			1		

Les tableaux récapitulatifs des données des post tests sont également construit autour de deux grandes catégories d'informations :

- Le nombre d'élèves ayant réussi à résoudre les problèmes, quelque soit la technique employée.
- Le nombre d'élèves ayant commis une erreur source de résultats erronés voire d'une absence totale de réponse rédigée.

A travers l'analyse comparative des données issues du pré et du post test voici les informations clé que nous retenons :

- Le nombre d'élèves ayant à la fois reconnu la bonne opération et exécuté cette même opération sans erreur de calcul, a progressé entre les 2 phases de test.
- Le nombre d'élèves n'ayant pas reconnu la bonne opération est en rapport direct avec le niveau de difficulté supposé (Cf analyses a priori) des problèmes posés dans les 2 phases de test.

Exemples :

Le problème n°1 dont le taux de réussite est le plus grand (15/20) est considéré comme un problème « simple ». Le nombre d'élèves n'ayant pas reconnu la bonne opération n'est que de 4 sur 20 élèves.

Le problème n°4 dont le taux de réussite est le plus faible (9/22) est considéré comme un problème plus complexe (Syntaxe, présence de 3 protagonistes, nature de la question). Le nombre d'élèves n'ayant pas reconnu la bonne opération est de 12 sur 22 élèves !

- Le nombre d'élèves ayant utilisé l'outil « droite numérique » lors de la phase de post - test est proche de ZERO, alors que le nombre d'élèves ayant eu une bonne réponse dans les problèmes n°4, 5 et 6 varient autour de 50%. Seul 1 élève a tenté de se servir de la droite graduée pour les problème n°4 et n°5.
- Lorsqu'on analyse plus finement ces résultats on s'aperçoit que le nombre d'élèves ayant reconnu la bonne opération en post test est beaucoup plus homogène par rapport au pré-test, où les écarts étaient plus importants entre les trois problèmes (n°1, 2 et 3)

Pré test : Variation de 16/20 à 6/20

Post test : Variation de 10/22 à 14/22

- La lecture attentive des copies nous permet d'affirmer que les 4 élèves qui ont réussi les 3 problèmes du pré test, ont également réussi les 3 problèmes du post test, sans JAMAIS employer un procédé de schématisation pour se représenter les problèmes.
- La source d'erreur principale de tous les problèmes est liée au facteur linguistique : Le sens accordé aux mots inducteurs. Plus l'énoncé semble complexe, plus ce facteur est à l'origine des erreurs commises.
- Le taux succès général synonyme de résolution de problème (bon choix d'opération + bonne technique opératoire) s'améliore entre la phase de pré et post test :

Pré test : 25/60

Post test : 30/66

- En post test, le nombre de nouveaux élèves ayant obtenus de bons résultats en plus du groupe des 4 « bons élèves » du pré test sont de :

+4 élèves pour le problème n°4

+7 élèves pour le problème n°5

+6 élèves pour le problème n°6

IV. Discussion

A partir de la confrontation détaillée des données « pré tests *versus* post tests », plusieurs tendances ressortent clairement du protocole expérimental, laissant entrevoir une réponse claire à notre problématique générale sur l'impact d'un outil de schématisation dans la résolution de problèmes additifs :

- Globalement, nos élèves ont progressé entre les 2 phases de tests. Nous constatons que le taux de réussite des élèves est directement proportionnel au niveau de complexité supposé dans notre analyse a priori, dans les 2 phases de tests. En post test, les élèves ne réussissent pas mieux face à des problèmes considérés comme plus « difficiles ». Le taux de réussite du problème n°4, considéré comme plus ardu, est le plus faible des 3 problèmes du post test.
- L'outil « droit numérique » présenté lors de la séance d'apprentissage séparant les 2 phases test n'a jamais été employé par les élèves en post test, qu'ils aient reconnu ou pas la bonne opération à effectuer.
- Les étapes de formulation/validation et d'institutionnalisation de la séance d'apprentissage semblent avoir malgré tout eu un impact positif sur le taux de réussite global aux problèmes, puisqu'on obtient en post test des écarts moins importants entre « les bons » et « les moins bons élèves » : le nombre d'élèves ayant reconnu la bonne opération en post test est beaucoup plus homogène (environ la moitié des effectifs sur les 3 derniers problèmes).

D'autre part le nombre de nouveaux « bons élèves » en post test, autrement dit, ceux qui ont réussi à répondre aux problèmes n°4, 5 et 6 révèle une certaine efficacité de la séance d'apprentissage qui comptaient 2 problèmes dits « d'entraînement ». La question fondamentale sous-jacente est la suivante : Est-ce que ces nouveaux « bons élèves » le sont devenus grâce à l'outil « droite numérique », ou tout simplement parce qu'ils ont eu

l'occasion d'être confrontés à un panel de problèmes additifs de comparaison. (Jeu de l'oie, Jeu du timbre) ?

- « Les bons élèves » restent les mêmes entre les deux phases de test, en conservant leur aptitude à reconnaître la bonne opération quelque soit les mots inducteurs employés, et à exécuter ces opérations sans erreur.

Toutes ces données nous laissent à penser que **l'impact de l'outil « droite numérique » dans le cadre limité de notre expérimentation s'est avéré nul dans la résolution de problèmes additifs de comparaison**. La persistance d'un obstacle majeur, malgré la séance d'apprentissage, stoppe toute progression d'un noyau dur d'élèves n'ayant connu aucune progression entre les deux phases de test. L'analyse des copies de ces « moins bons élèves » révèle ainsi clairement un manque de compréhension des problèmes posés. Il semblerait qu'ils ne parviennent pas à faire des inférences entre les données du problème, en se limitant à l'exécution d'opération conditionnée par une lecture au 1^{er} degré des mots inducteurs :

« de plus » = addition, « de moins » = soustraction

Ces lacunes récurrentes dans le profil des « moins bons élèves » ne leur permettent pas d'être sensibilisés à un outil de représentation tels que celui de la droite graduée. N'ayant pas les pré requis nécessaires pour reconnaître l'intention de l'auteur du problème, ils ne parviennent à placer des données clés des énoncés sur une droite numérique. La schématisation n'apporte pas ici d'aide en matière d'organisation et de hiérarchisation des informations issues des énoncés. Autrement dit, **ils ne savent pas comment traduire les données implicites des énoncés en opération mathématiques**. La schématisation ne représente alors qu'un obstacle supplémentaire pour ce profil d'élèves. Un entretien spécifique avec chacun d'entre eux pourrait nous mettre sur la bonne voie afin de comprendre et d'anticiper ce type de lacunes. Ils ne pourront alors « désamorcer » ce blocage qu'une fois cette capacité à **comprendre l'implicite** acquise (Que cherche t on ? A partir de quelles données ? Quelle opération dois-je choisir pour répondre à ce problème ?). L'intérêt de ce traitement des données « utiles » d'un énoncé de problème est très largement remis en cause par C. Houdement et S. Coppé (2002). En effet, elles s'accordent sur le fait qu'il est très compliqué de demander à des élèves « de déterminer, a priori, sans résoudre le problème les données utiles à sa résolution ? »

D'autre part, cet outil ne s'est pas non plus avéré « utile » pour des élèves dont le développement cognitif est suffisamment avancé pour reconnaître *de facto* la bonne opération à effectuer à la lecture des énoncés. Au mieux, il pouvait servir a posteriori à représenter leurs propres résultats,

obtenus sans schémas. On pourrait alors considérer la droite numérique comme une forme de vérification illustrée synthétisant la démarche employée par l'élève, avec un choix adapté des graduations, le sens de la flèche synonyme d'opération et une visualisation de l'inconnue recherchée sur l'axe générale de la droite.

Enfin, les étapes de formulation/validation et d'institutionnalisation mises en place par l'enseignante ont permis aux élèves de confronter leurs représentations initiales et de s'interroger sur leurs procédures et stratégies de résolution mais n'ont pas fait naître d'automatisme quant à l'emploi de la droite numérique. Elles restent néanmoins une source de progrès pour les élèves ayant besoin de se confronter à une variété de situations-problèmes, pour justement développer cette aptitude à « traduire » les données implicites d'un problème, quel que soit la méthode employée.

CONCLUSION

En définitive, tout le monde s'accorde à dire que l'activité de résolution de problème additif de comparaison est un processus particulièrement complexe. Il requiert en effet de la part des élèves la mise en œuvre de compétences ayant trait aussi bien à la langue qu'à la numération, mais également à la représentation symbolique. Cette dernière s'est finalement retrouvé au centre de notre démarche dont l'objectif était d'évaluer l'impact de l'emploi de la droite numérique comme outil de symbolisation dans le cadre précis des problèmes additifs de comparaison de mesures.

Après expérimentation, il s'avère que les résultats obtenus ne nous ont pas permis de valider l'une de nos hypothèses. En effet, la droite graduée, en cycle 2, ne nous a pas paru être un réel vecteur facilitant la représentation des énoncés de problèmes et donc n'augmente pas véritablement la réussite des élèves dans leur résolution. Toutefois, on veillera à appréhender ce constat avec précaution dans la mesure où cette expérimentation n'a concerné qu'un échantillon de 22 élèves sur une période s'étalant sur 3 semaines.

La deuxième hypothèse se place dans le triangle didactique du côté de l'enseignant et a quant à elle apporté des réponses plus consistantes. Nous voulions mesurer l'efficacité des phases de formulation/validation d'une part puis d'institutionnalisation d'autre part sur la façon dont les élèves ont confronté leurs procédures pour améliorer leurs capacités de représentation d'une situation donnée. Nous avons pu constater qu'en accordant beaucoup plus de place à ces étapes dans la pratique, l'enseignante permet aux élèves d'obtenir de meilleurs résultats dans le choix et l'exécution d'une opération mathématique. Afin de réellement apprécier ces effets, nous estimons malgré tout nécessaire d'associer à toute expérimentation future des entretiens individuels avec chaque élève.

INTRODUCTION.....p3

CADRE THEORIQUE DE RECHERCHE.....p5

I. Définition et délimitation du champ des concepts utilisés.....p5

- a) Qu'est-ce qu'un problème mathématique ?
- b) Les différents problèmes rencontrés par les élèves dans le cadre scolaire.
- c) Les sous- catégories de structures mathématiques.

II. Ce que disent les textes officiels.....p11

- a) Place des problèmes à l'école primaire.

III. La vision des didacticiens.....p12

- a) La représentation des problèmes.
- b) La place de la schématisation.
- c) La schématisation – Définitions.
- d) La schématisation – Typologie.
- e) Les difficultés observées chez les élèves face à la résolution de problèmes.
- f) La schématisation un outil de remédiation.
- g) Implication des enseignants dans la phase de représentation.

IV. Usage spécifique d'un outil de représentation : la droite numérique.....p21

- a) Analyse des travaux d'Iliada.E – 2011.

EXPERIMENTATION.....p24

Problématique.....p24

Hypothèses.....p24

Méthodologie.....	p25
I. Contexte.....	p25
II. Analyse a priori.....	p28
a) Analyse a priori du PRE TEST.	
b) Analyse a priori de la séance d'introduction de l'outil, la droite numérique.	
c) Analyse a priori du POST TEST.	
III. Résultats & analyses a posteriori.....	p41
a) Analyse a posteriori du PRE TEST	
b) Séance d'apprentissage de la droite numérique : Analyse didactique de certaines productions d'élèves	
c) Analyse a posteriori du POST TEST versus PRE TEST	
IV. Discussion.....	p54
CONCLUSION.....	p57

BIBLIOGRAPHIE & ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE

1. Adam, M. (2000). *Les schémas, un langage transdisciplinaire – Les comprendre, les réussir*. Editions L'Harmattan. Paris.
2. Balacheff, N. & Margolinas, C. (2005), *Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques*. In Mercier A. & Margolinas C. (Ed.), *Balises en Didactiques des Mathématiques*, pp. 75 -106. Grenoble: La Pensée Sauvage - Éditions.
3. Baruk, S (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*, Edition du Seuil/Science ouverte, Paris.
4. Charnay, R. (1993). *Problèmes ouverts, problèmes pour chercher*. IREM Lyon-Grand N, n°51.
5. Descaves, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. Hachette Éducation, Paris.
6. Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitive, Vol. 5, pp. 37-65, IREM de Strasbourg.
7. Fayol, M. (1990) : *L'enfant et le nombre* - Delachaux et Niestlé
8. Floc'h, M & Pfaff, N (2005) *Une séquence sur les problèmes additifs au cycle 2 le cas des comparaisons de mesures*, Grand N n° 75, pp. 19-30.
9. Gamo, S. (2001). *Résolution de problèmes cycle 3*. Bordas pédagogie. Paris : Bordas/VUEF
10. Houdement, C. (2003) *La résolution de problèmes en question*. Grand N, 71, pp.7-23.
11. Houdement, C. (1999), *Le choix des activités pour la « résolution de problèmes »*, Grand N n°63 p. 55-76.
12. Iliada, E. (2011). *Le rôle de la droite graduée dans la résolution de problèmes additifs*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. 16, pp 45-66, IREM de Strasbourg.
13. Julo, J. (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*, Ed. P.U.R.
14. Julo, J. (2000). « *La proportionnalité à travers les problèmes* », Rapport d'évaluation, Publication de l'I.R.E.M. de Rennes.

15. Julo, J. (2002). *Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?*, Grand N n°69, pp 31-52.
16. Laparra, M & Margolinas, C. (2009.) « *Le schéma : un écrit de savoir ?* », *Pratiques*, 143-144, pp 51-82.
17. Monnier, N (2003). *Les schémas dans les activités de résolution de problèmes*, Grand N n° 71 p. 25 à 47.
18. Nesher, P. Greeno, J.G. & Riley, M.S. (1982), *The development of semantic categories for addition and subtraction*, *Educational Studies in Mathematics*, 13, pp 373–394.
19. Vergnaud, G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité* - Peter Lang.
20. Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 2-3, p. 133-170, Ed. La Pensée Sauvage.
21. Vergnaud, G. (1998). *Au fond de l'action, la conceptualisation*. *Pédagogie d'aujourd'hui : Savoirs théoriques et savoirs d'action*, (2 Ed.). Paris : P.U.F.