



HAL
open science

Construire une géométrie en transition en début de collège : déconstruction dimensionnelle et différentes géométries

Laurent Aubert

► To cite this version:

Laurent Aubert. Construire une géométrie en transition en début de collège : déconstruction dimensionnelle et différentes géométries. Education. 2017. dumas-01649272

HAL Id: dumas-01649272

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01649272>

Submitted on 19 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2016-2017

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Second degré

Parcours : mathématiques

Construire une géométrie en transition en début de collège : déconstruction dimensionnelle et différentes géométries

Présenté par Laurent Aubert

Mémoire de DU encadré par Marie-Caroline Croset

Table des matières

1.État de l'art.....	3
1.1.L'enseignement de la géométrie : Quelles finalités ? Quelles pratiques ?.....	3
1.1.1À l'école, au cycle 2.....	3
1.1.2Au cycle 3.....	3
1.1.3Au cycle 4.....	4
1.1.4Quelles pratiques en classe ?.....	4
1.2.Espace sensible, espace graphique et espace géométrique.....	5
1.3.Les différents types de géométrie (selon Kuzniak et Houdement).....	5
1.4.Comment évolue la notion de figure géométrique et le regard sur les objets chez les élèves ?.....	7
1.4.1Comment les élèves appréhendent les figures géométriques naturellement.....	7
1.4.2La nécessité de décomposer les figures : changer de regard.....	7
1.4.2.1Un exemple au collège :.....	7
1.4.2.2Décomposer une figure en unités plus simples : pas si facile !.....	9
1.4.2.3Déconstruction : quelles pratiques en classes ?.....	9
1.4.2.4Liaison école-collège.....	10
1.5.Restoration de figures et déconstruction dimensionnelle.....	10
1.5.1Reproduction et restauration de figures géométriques.....	10
1.5.1.1Définitions.....	10
1.5.1.2Quelles conditions pour restaurer quelles figures ?.....	11
1.5.1.3L'importance des instruments de tracés pour orienter les apprentissages.....	11
1.5.1.4Comment influencer sur les instruments : le jeu des malus.....	12
1.6.Formulation de la problématique.....	12
2.Méthode.....	13
2.1.Participants.....	13
2.2.Description de la séquence.....	13
2.2.1Séance 0 - évaluation diagnostique : les élèves savent-ils déconstruire ?.....	14
2.2.2Séance 1 : découverte de la restauration de figure.....	15
2.2.2.1Objectifs :.....	15
2.2.2.2Matériel.....	15

2.2.2.3	Procédures attendues :.....	16
2.2.2.4	Donner la possibilité de gommer ?.....	16
2.2.2.5	Savoirs et trace écrite.....	16
2.2.3	Séance 2 : restauration de figure complexe.....	17
2.2.3.1	Objectifs :.....	17
2.2.3.2	Matériel.....	17
2.2.4	Séance 3 : restauration de figures via geogebra.....	18
2.2.5	Séance 4 : restauration d'un carré à partir de l'une de ses diagonales via geogebra	19
2.2.6	Séance 5 : tri d'énoncés et évaluation finale.....	20
2.2.6.1	Objectifs.....	20
2.2.6.2	Déroulement.....	20
2.2.6.3	Choix des énoncés.....	21
2.2.6.4	Évaluation finale.....	23
3.	Résultats et discussion.....	24
3.1.	Séance 0 : évaluation diagnostique.....	24
3.1.1	Résultats.....	24
3.1.2	Les élèves n'identifient pas clairement le niveau de géométrie exigé par l'exercice	25
3.1.3	Comment faire (involontairement) expliciter la consigne ?.....	25
3.2.	Séance 1 : découverte de la restauration de figures.....	25
3.2.1	Procédures observées.....	25
3.2.1.1	Restauration à partir de gabarits d'angles.....	26
3.2.1.2	Les élèves ont recours à de nombreux reports de longueurs.....	26
3.2.1.3	Repérer les sommets permet de reproduire la figure.....	26
3.2.1.4	Prolonger les segments pour faire apparaître les sommets manquants.....	26
3.3.	Problèmes rencontrés.....	27
3.3.1	Quelle validation ? Comment prendre en compte l'imprécision des tracés ?.....	27
3.3.2	Matériel.....	27
3.3.2.1	Règles non informatives.....	27
3.3.2.2	Supports papier pour les tracés.....	27
3.3.3	Correction magistrale avec geogebra.....	27
3.4.	Séance 2 : restauration de figure complexe.....	28
3.4.1	Exiger un vocabulaire précis.....	28

3.4.2	S'organiser dans sa construction : un problème.....	28
3.4.3	Le jeu du malus : une forte motivation.....	29
3.4.4	Comment et pourquoi dévaloriser le report des longueurs ? Méthode graphique et prise de mesure.....	29
3.4.5	Nouvelle trace écrite, nouveaux savoirs :.....	30
3.5.	Séance 3.....	30
3.5.1	Évaluation formative : Comment restaurer une figure ?.....	30
3.5.2	Restaurer une figure en s'aidant de geogebra.....	30
3.6.	Séance 4 :.....	31
3.6.1	Les connaissances sur le carré sont très limitées.....	31
3.6.1.1	Dépasser la vision prototypique du carré.....	31
3.6.1.2	Le carré reste une figure définie par ses 4 cotés.....	31
3.6.2	Les points sont d'abord perçus comme des extrémités.....	31
3.7.	Séance 5 - tri d'énoncés et évaluation finale : une séance d'une grande richesse !.....	32
3.7.1	Il est difficile pour certains élèves de s'imaginer en train de faire la tâche demandée.....	33
3.7.2	Les estimations de grandeurs ne sont pas assez travaillées.....	33
3.7.3	Dans les analyses de figures, l'aspect « mesures » vient en premier.....	33
3.7.4	Les énoncés mêlent différents types de géométries: perceptif/déductif, instrumenté/déductif, perceptif/instrumenté.....	34
3.7.5	Avoir un « vécu » géométrique.....	34
3.7.6	Évaluation finale : les élèves ont-ils modifié leur rapport à la figure?.....	34
3.7.6.1	Une difficulté négligée.....	34
3.7.6.2	Présentation des résultats.....	35
3.7.6.3	Les élèves ont modifié leur vision des figures et des énoncés.....	36
3.7.6.4	La figure induit l'erreur.....	36
4.	Conclusion.....	36
5.	Bibliographie.....	37

Dans mon activité antérieure de professeur des écoles (PE), je suis resté longtemps sur un poste de titulaire remplaçant de secteur : je complétais, à l'année, des PE ayant une décharge ou étant à temps partiel. Une certaine tradition aidant, j' «héritais», en cycle 3, régulièrement des mêmes domaines. En maths : mesures et géométrie.

J'avais rapidement fait plusieurs constats :

- Les résultats étaient décevants dans les activités de reproduction
- Il était difficile d'apprendre à tracer un carré
- Les élèves ne faisaient pas de lien systématique entre utilisation de l'équerre et tracé d'un angle droit (ainsi, même s'ils savaient qu'il fallait tracer un angle droit -ils l'avaient verbalisé, le recours à la règle pour tracer un carré leur convenait)

Dans le dossier RAEP, réalisé pour le CAPES interne, je m'étais interrogé sur ces questions et j'analysais une activité autour des pliages dans une classe unique (du CE1 au CM2) pour construire la notion d'angles droits et de perpendicularité. Malgré tout, lors de l'évaluation finale, il restait encore trop d'élèves de fin de cycle 3 en échec sur la construction d'un carré dont un côté est donné... Si l'activité était bénéfique sur de nombreux points (les manipulations avaient permis à des élèves traditionnellement en échec de se mettre en avant, etc), je n'avais pas complètement rempli la tâche que je m'étais fixée.

Dès lors, qu'est ce qui explique ces difficultés persistantes ?

Cette année, je suis stagiaire dans un collège du sud Isère et j'ai des classes de 4eme et de 6eme. En 4eme, dans le chapitre consacré aux démonstrations, j'ai constaté que certaines démonstrations mettent en échec les élèves pour différentes raisons (impossibilité de raisonner sur une figure faite à main levée, pourquoi ne doit-on plus faire confiance aux instruments alors que c'est grâce à eux que les élèves tracent les figures, pourquoi une mesure n'est elle plus une preuve, etc.) Parmi ces difficultés, j'ai eu du mal à identifier celle-ci : faire apparaître-enrichir ou gommer-appauvrir certains tracés pour raisonner.

Dans ce mémoire, nous étudions comment aider les élèves à mieux comprendre les différents statuts des figures géométriques.

Après avoir observé les instructions officielles et certaines pratiques de classe fréquentes tout

au long de la scolarité des élèves, nous nous demanderons : qu'est ce qui fait obstacle à leurs apprentissages ?

Certaines pistes didactiques ont été explorées pour aider les élèves à mieux appréhender les figures dans les activités de géométrie. L'enjeu est de permettre aux élèves à passer d'une vision des figures en terme de surfaces à une vision de segments et de points : arriver à une « déconstruction dimensionnelle » des figures.

Comment les activités de restauration de figures géométriques peuvent-elles aider les élèves dans ces tâches ? Et comment influencer sur les instruments de tracés pour optimiser ces moments ?

Une autre question a surgi lors de ce cheminement : comment aider les élèves à appréhender le cadre géométrique de l'énoncé ?

Si l'enjeu concerne tous les élèves du collège, nous nous situons plus précisément ici à la charnière entre les apprentissages de l'école primaire et du second degré. Les expérimentations porteront principalement sur la classe de 6^e, dorénavant dernière classe du cycle de consolidation (cycle 3).

1. État de l'art

1.1. L'enseignement de la géométrie : Quelles finalités ? Quelles pratiques ?

Ce travail ayant pour thème la géométrie et plus spécifiquement le rapport aux figures, observons comment dans les Instructions Officielles cet aspect est pris en compte.

1.1.1 À l'école, au cycle 2

Au cycle 2 (CP, CE1, CE2), les connaissances géométriques ont deux objectifs : le repérage dans l'espace et les connaissances sur les solides et les figures planes.

Les problèmes tiennent une place importante. Les concepts (droites, points, segments, angles droits) sont construits à partir d'activités de reproduction, de tri, etc. Les problèmes de description de figures permettent de développer le langage géométrique, et une grande précision dans le vocabulaire est demandée.

Les activités doivent viser des savoirs fonctionnels plutôt que formels. La perception joue un rôle important (l'étude de l'espace environnant est le point de départ des connaissances) mais on passe progressivement vers un contrôle grâce aux instruments.

1.1.2 Au cycle 3

Dans les programmes du cycle 3, les activités géométriques se distinguent de celles du cycle 2 car le raisonnement et l'argumentation complètent la perception et l'utilisation des instruments.

On retrouve, sous différents thèmes, des compétences liées aux figures géométriques. Par exemple, dans « Représenter » : « analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points). », et dans « Reasonner », on trouve la compétence : « en géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre les objets. »

Le document d'accompagnement des nouveaux programmes n'a pas été publié. Que dit le précédent document « Ressources pour les classes de 6^e, 5^e, 4^e et 3^e » (Eduscol, 2017) ?

En introduction, deux idées essentielles sont mises en avant :

1. Continuer à développer les dimensions perceptives et instrumentées de la pratique de la géométrie de l'école primaire,
2. Initier à la géométrie déductive.

Trois finalités sont distinguées :

- Développer une capacité à géométriser (modélisation),
- Fournir un cadre pour expérimenter, mettre en œuvre la démarche d'investigation
- Fournir l'un des supports pour l'apprentissage du raisonnement déductif.

Le document indique également que les problèmes de construction jouent un rôle important, car ils impliquent une analyse des figures en amont des apprentissages sur le raisonnement déductif. L'analyse est favorisée par la réalisation d'un schéma à main levée. « Ces activités de construction doivent être pratiquées le plus tôt possible, dès la 6ème. » précise le texte.

Enfin, pour les activités de construction, les auteurs préconisent une validation sur la démarche plutôt que sur le produit fini.

1.1.3 Au cycle 4

Le document « ressources d'accompagnement du programme de mathématiques cycle 4 » précise certains éléments du programme : « Au cycle 4, l'élève s'appuie toujours sur une géométrie perçue par les sens et contrôlée par les instruments, mais s'oriente progressivement vers une géométrie où les propriétés des objets sont validées par le raisonnement. »

On perçoit donc une vraie progression dans le rapport aux figures et à leurs propriétés. Les propriétés sont liées d'abord à la perception, puis contrôlées par les instruments, et enfin par un raisonnement.

1.1.4 Quelles pratiques en classe ?

Perrin-Glorian (2013) compare les attendus et les pratiques entre l'école primaire et le collège. Ainsi, à l'école primaire, elle observe généralement la progression suivante :

- apprendre à se servir des instruments
- décrire une figure, tracer une figure en utilisant un programme de construction

- écrire un programme de construction
- exiger du soin dans les tracés

Les auteurs pointent également que les élèves ne font pas systématiquement le lien entre propriétés et instruments utilisés (d'après les résultats aux évaluations nationales à l'entrée en 6^e).

On voit que cette considération a été prise en compte au cycle 3, puisqu'il est dorénavant demandé que soit bien établi le lien entre propriétés géométriques et instruments de tracé (par exemple : droite, alignement et règle non graduée, angle droit et équerre). (programme d'enseignement du cycle de consolidation).

Au collège, les mêmes auteurs font remarquer :

- la figure tracée n'est plus objet d'étude
- la figure est au service du raisonnement (les élèves travaillent sur des figures à main levée, voire des figures fausses)
- un changement de regard est nécessaire car il y a une vraie rupture pour les démonstrations : il faut dorénavant se méfier de ce que disent les instruments.

Cependant, les connaissances spatiales des élèves évoluent et Berthelot et Salin (2001) montrent qu'elles sont étroitement liées aux savoirs géométriques. Les auteurs distinguent différents espaces.

1.2. Espace sensible, espace graphique et espace géométrique

Ces auteurs distinguent trois problématiques :

- La problématique géométrique : le modèle est théorique et la validation se fait par la démonstration. On utilise des schémas par exemple et on est dans l'espace géométrique.
- La problématique pratique : dans l'espace sensible, l'environnement en trois dimensions par exemple.
- La problématique de modélisation ou spatio-géométrique : correspond à un problème de l'espace sensible, validé dans l'espace sensible mais mettant en œuvre des démarches théoriques. On y retrouve également les plans, les schémas.

Cette distinction nous permet de distinguer différents types de problèmes.

1.3. Les différents types de géométrie (selon Kuzniak et Houdement)

Dans leur article « Géométrie et paradigmes géométriques », Catherine Houdement et Alain Kuzniak (1998-1999) analysent un énoncé de géométrie. Ils repèrent plusieurs malentendus. Par exemple, l'analyse de la figure peut se faire à plusieurs niveaux. Ils définissent ainsi plusieurs cadres géométriques (paradigmes), dans lesquels les différents modes de conception de l'espace (intuition, expérience et déduction) sont représentés.

Ainsi, la Géométrie I (Géométrie naturelle) se situe dans le monde sensible des objets matériels. « La déduction s'exerce prioritairement sur des objets matériels à l'aide de la perception et de la manipulation d'instruments. » C'est la géométrie du monde réel.

La Géométrie II (Géométrie axiomatique naturelle) se situe dans le monde abstrait des figures et des propriétés mathématiques. Dans ce cadre, le géomètre modélise la réalité, fait des schémas. La déduction logique est basée sur des axiomes.

Enfin, un troisième cadre est possible: la Géométrie III (axiomatique formaliste) qui concerne les classes scientifiques du Lycée.

Les auteurs synthétisent ces trois cadres et leurs relations avec intuition, expérience et déduction dans un tableau (page 19 de leur article) que nous reproduisons.

	Géométrie naturelle I	Géométrie axiomatique naturelle II	Géométrie axiomatique formaliste III
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Outil pour chercher, conjecturer	Outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration Et lien entre les objets.

Si l'on croise ces cadres avec les pratiques à l'école primaire et au collège, on retrouve la progression mentionnée dans les Instructions Officielles : la Géométrie naturelle I assimile la géométrie perceptive (cycle 1) et la géométrie des instruments (cycle 2 et 3). La géométrie axiomatique naturelle II représente la géométrie déductive vers laquelle on tend au collège.

Perrin-Glorian (2013) souligne que les relations entre Géométrie I et Géométrie II sont souvent négligées, à tort.

1.4. Comment évolue la notion de figure géométrique et le regard sur les objets chez les élèves ?

1.4.1 Comment les élèves appréhendent les figures géométriques naturellement

Spontanément, les enfants reconnaissent des surfaces. Avant même leur scolarité, puis à la maternelle, ils sont familiarisés avec les objets géométriques simples et leurs formes. Ce qui deviendra ensuite une figure géométrique est d'abord reconnue comme une surface que l'enfant peut toucher, qui est palpable, qui a une texture, une couleur dont il va pouvoir dessiner le contour. Ses mêmes formes seront classées par type, par couleur, par taille, etc.

Ainsi, les jeunes élèves sont confrontés aux figures géométriques d'abord via les surfaces, ce que l'on appelle les figures 2D¹.

Au cours de la scolarité, la vision par l'élève d'un objet géométrique évolue. Il est vu à différents niveaux et il va s'enrichir de propriétés.

Ainsi, si l'on prend l'exemple d'un rectangle, comment est-il perçu ?

Au Cycle 1 : forme, matière

Au Cycle 2 : contour, gabarits

Au Cycle 3 : quadrilatère, 4 angles droits

Aux Cycles 3 et 4 : réseau de droites, segments, propriétés sur les cotés et les diagonales...

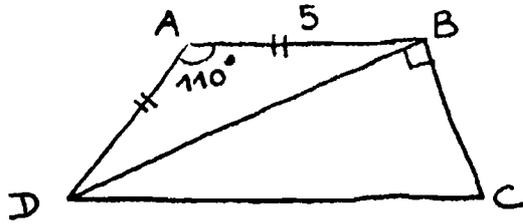
On voit dès lors le changement de dimensions de la figure et la nécessaire évolution dans la perception des élèves : d'une surface, délimitée par ses contours, à une figure géométrique, support de propriétés et définie comme un réseau de points et segments.

¹ Les appellations 0D, 1D, 2D, 3D renvoient aux objets de dimension 0 (point), 1 dimension, 2 dimensions, etc.

1.4.2 La nécessité de décomposer les figures : changer de regard

1.4.2.1 Un exemple au collège :

Observons l'exercice suivant, portant sur les angles en classe de 5ème.



$(AB) \parallel (DC)$

Calculer les mesures de tous les angles et les justifier.

Dans cet exercice², l'élève doit procéder en plusieurs étapes. Dans le tableau suivant, nous indiquons la dimension de la figure concernée pour chaque étape de la procédure élève.

Procédure élève.	résultat	dimension
Repérer un trapèze et sa diagonale		2D et 1D
décoder le schéma et repérer l'égalité des longueurs AB et AD		1D
isoler le triangle isocèle ABD		2D
Somme des angles dans un triangle	$\widehat{ABD} = \widehat{BAD} = 35^\circ$	
« gommer » mentalement les cotés [AD] et [BC] afin de reconnaître des angles alternes/internes	$\widehat{ABD} = \widehat{BDC} = 35^\circ$	1D
Isoler le triangle BDC		2D
Somme des angles dans un triangle	$\widehat{BCD} = 55^\circ$	

Que voit-on dans cet exemple ?

- Des va-et-vient fréquents entre les différents niveaux de dimension des figures
- Le besoin pour les élèves de déconstruire la figure initiale
- La nécessité de faire abstraction mentalement de certaines parties (appauvrir la figure) ou d'en imaginer une autre (enrichir la figure)

En classe de 4ème notamment, on peut remarquer que, à chaque fois que la figure de départ est une figure 2D ou avec des formes 2D clairement identifiables et que la démonstration porte sur des formes 1D ou des relations entre ces formes 1D, l'exercice requiert un changement de regard.

De surcroît, on peut remarquer qu'un grand nombre de problèmes de démonstrations porte sur

² Une erreur s'est glissée dans cet énoncé : il faut lire (DC) et non (OC).

des objets 1D.

Ainsi, l'élève doit être capable de voir dans les figures géométriques des objets multi-dimensionnels et multi-propriétés (Perrin-Glorian, 2013).

On perçoit ainsi, dans de nombreuses taches de géométrie et à tout niveau du collège, l'importance de pouvoir déconstruire les figures, de ce changement de regard.

1.4.2.2 Décomposer une figure en unités plus simples : pas si facile !

Changer de regard, c'est-à-dire passer d'une perception en terme de surfaces à un réseau de segments, points, droites est donc un apprentissage nécessaire.

Mais il est difficile de changer de regard, et c'est ce qui explique pour partie la difficulté dans les démonstrations : il faut savoir regarder une figure.

Ainsi, pour Duval et Godin (2005), si la perception visuelle de formes (ou « d'unités figurales ») est privilégiée au départ comme voie d'analyse par les élèves, elle doit ensuite être supplantée par l'analyse des propriétés géométriques (le codage, ...) et par l'analyse via les instruments (dont l'usage est une variable didactique forte comme nous le verrons dans la partie 1.5.1.3).

En outre, les auteurs font remarquer que l'enseignant « présume » que les propriétés géométriques vont orienter l'analyse visuelle. Mais les propriétés géométriques portent essentiellement sur des objets 1D.

Ainsi, voir et analyser une figure demande de passer de la dimension 2D à 1D : l'élève doit être capable d'une déconstruction dimensionnelle.

Comment cette question est-elle traitée en classe ?

1.4.2.3 Déconstruction : quelles pratiques en classes ?

Dès le primaire, la priorité est donnée aux droites, aux relations entre les droites et aux configurations de droites. Ainsi, il y a sur-valorisation des figures 1D par rapport aux figures 2D.(DUVAL et Godin, 2005).

Or, nous l'avons mentionné plus haut, cette approche n'est pas « naturelle » pour les enfants. Elle est même un obstacle cognitif pour les jeunes élèves, pour qui les figures 2D ne se perçoivent pas « naturellement » en figures 1D. Ces mêmes auteurs écrivent : « il y a priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D ». Dès lors, les priorités données à l'objet

d'enseignement ne respectent pas la perception naturelle des enfants.

Keskessa (2007) constatait, que les enseignants (et les manuels) abordent souvent les connaissances dans l'ordre d'énonciation des savoirs (du simple au complexe) et les propriétés sont travaillées isolément, en lien avec l'usage d'un instrument (la règle pour les notions d'alignements, l'équerre pour l'orthogonalité, ...).

Nous l'avons mentionné plus haut, les connaissances doivent aujourd'hui être construites à partir de problèmes dès le cycle 2. C'est ce que proposaient les auteurs cités ci-dessus : inverser l'approche en faisant repérer des propriétés par reconnaissance perceptive (alignement de points, orthogonalité, droites sécantes, etc) pour construire ensuite les connaissances.

1.4.2.4 Liaison école-collège

Ainsi, notre sujet se situe à la fois sur les savoirs de l'école et ceux du collège. Il s'agit de valider des situations d'enseignement du primaire pour permettre un vrai changement de comportement des élèves au collège.

En outre, il s'agit d'emmener les élèves d'une géométrie de l'école aux attendus du collège. Et même : prendre conscience de différents niveaux de lecture d'une figure géométrique, des différents types de géométrie.

Les auteurs qui ont travaillé sur ce sujet font l'hypothèse suivante : il est possible de travailler ce rapport aux figures pour améliorer les apprentissages géométrie au collège.

Et, pour aider au passage d'une figure géométrique vue comme déterminée par sa surface ou par ses bords (2D) à une figure déterminée par des lignes droites (1D) et des points (0D), les activités de restauration sont efficaces et motivantes (Keskessa, 2007, Perrin-Glorian 2004)

1.5. Restauration de figures et déconstruction dimensionnelle

1.5.1 Reproduction et restauration de figures géométriques

1.5.1.1 Définitions

Dans les deux cas, le but est d'obtenir une figure superposable à un modèle. Les instruments de tracés sont les mêmes (gabarits, règles informable ou non, etc).

Dans le premier cas, l'élève part d'une feuille blanche. Dans le second cas (restauration), une amorce est donnée à l'élève. Duval et Godin (2005) indiquent que les activités de reproduction peuvent être pertinentes pour aider les élèves à changer de regard sur les figures, notamment en jouant sur les instruments. Ils mentionnent également que les activités de restauration, parce qu'elles introduisent une nouvelle variable didactique (l'amorce) sont très efficaces car il est possible d'influencer l'algorithme utilisé par les élèves.

1.5.1.2 Quelles conditions pour restaurer quelles figures ?

En général, les conditions sont les suivantes :

- le modèle est fourni et toujours disponible,
- la validation se fait par les élèves grâce à un transparent,
- seules sont repérées les relations d'incidence entre les éléments de la figure (alignements, droites concourantes, etc.) et il n'y a pas recours aux mesures.

Sur quelles figures ?

1. Les figures doivent être vues comme assemblage de formes par juxtaposition et superposition.
2. Les figures doivent obliger l'élève à prolonger des lignes ou en construire de nouvelles.

Enfin, l'amorce de reproduction joue un grand rôle: c'est une variable didactique importante³.

1.5.1.3 L'importance des instruments de tracés pour orienter les apprentissages

Quels types d'instruments faut-il privilégier pour aider à changer de regard et passer d'une vision 2D à 1D ou 0D ?

Certains instruments permettent de transporter la forme et la taille de la figure (gabarits, transparent, par exemple), d'autres ne transportent que des informations 1D ou 0D (règle non graduée par exemple).

Dans ce contexte Perrin-Glorian (2012) fait remarquer que les instruments du commerce cumulent de multiples fonctions. Par exemple, la règle graduée permet de :

- tracer des traits droits (droites, segments) ;
- vérifier un alignement

3 Duval et Godin, 2005.

- mesurer des longueurs
- mais aussi, tracer des angles droits en utilisant la graduation et la transparence.

Elle conclue qu'un apprentissage est nécessaire pour faire distinguer toutes ces propriétés.

De leur côté, pour Duval et Godin (2005), la déconstruction dimensionnelle qui est cognitivement très complexe ne semble pas pouvoir être acquise par la seule utilisation d'instruments produisant des éléments 1D.

C'est l'utilisation d'instruments différents, les uns permettant de transporter des infos 2D, les autres seulement 1D, qui va permettre aux élèves d'entrer progressivement dans la déconstruction dimensionnelle des formes 2D.

1.5.1.4 Comment influencer sur les instruments : le jeu des malus

Ainsi, les instruments sont une variable didactique importante. Il est nécessaire de les faire évoluer dans le temps et pour orienter le choix des instruments, Duval et Godin proposent un jeu où l'utilisation de certains instruments est pénalisée par des malus. La situation est décrite dans la séance 2 (2.2.3 Restauration de figures complexes.)

1.6. Formulation de la problématique

Ainsi, comme nous l'avons vu plus haut, la géométrie des figures et des instruments de l'école serait différente de la géométrie du collège dans la pratique puisqu'il faudrait dépasser la perception et les mesures pour s'élever vers une géométrie de la déduction. Pour accompagner ce changement, il apparaît nécessaire que les élèves arrivent à déconstruire les figures géométriques, c'est à dire passer d'une vision des objets en 2D (vision naturelle chez les élèves) à une vision en 1D et 0D pour percevoir les relations entre les objets géométriques, voire enrichir ou appauvrir la figure sur laquelle porte le problème.

Dans cet objectif, plusieurs auteurs montrent que les activités de restauration de figures sont particulièrement adaptées pour amener les élèves vers ce changement de regard.

Dans ce cadre, nous avons construit une séquence pour aider les élèves de 6ème à gérer cette difficulté. Mais, dès le début de l'expérimentation, il est apparu un nouvel obstacle : pouvait-on prendre des informations ou des mesures sur la figure de référence de l'énoncé ? En effet, le contrat didactique n'était pas suffisamment explicité et un grand nombre d'élèves ne savaient pas dans quel type de géométrie se situer. Géométrie des instruments, perceptive ou

axiomatique ?

En outre, si, au début du collège, on doit amener les élèves à être méfiants vis-à-vis des figures, à les éloigner d'une géométrie instrumentée, à mettre en défaut les arguments visuels et perceptifs, quelle place peut-on accorder aux activités de restauration de figures puisque la résolution passe par une prise d'informations sur le modèle (mesures, relations d'incidences, alignements, etc.) ?

Enfin, plusieurs travaux (Perrin-Glorian (2013), Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques) militent pour un rééquilibrage entre géométrie des figures et géométrie des axiomes.

Dès lors : En quoi la restauration de figures permet-elle d'articuler la géométrie de l'école primaire et la géométrie du collège ? Comment aider les élèves à percevoir les différents types de géométrie ? C'est à ces questions que nous tentons de répondre.

2. Méthode

2.1. Participants

L'expérimentation porte sur une classe de 6ème d'un collège semi-rural du sud-Isère. Ces élèves sont avec moi par demi-groupe, une fois par semaine, dans le cadre des AP (accompagnement personnalisé). C'est une situation privilégiée pour des activités de recherche ou de remédiation.

J'interviens, en accord avec mon collègue de mathématiques qui a la classe le reste du temps, sur des activités de remédiation ou des exercices d'entraînement. Je ne maîtrise pas la progression, et je m'adapte au rythme de la classe et à sa demande. Néanmoins, pour ce projet, j'ai eu toute liberté pour expérimenter et construire une séquence sur le thème de ce mémoire pendant 6 semaines.

2.2. Description de la séquence

J'ai commencé par bâtir une séquence autour de la restauration de figures. Une évaluation diagnostique allait me permettre d'estimer le degré d'aisance des élèves sur les questions liées au changement de regard et allait me servir de témoin, puis après 3-4 séances avec des figures de plus en plus complexes, ils allaient progresser et arriver à déconstruire progressivement. Je pourrais ainsi mesurer, après une évaluation finale, le progrès accompli et valider la nécessité

de la déconstruction via la restauration de figures.

Au soir de la première séance, tout allait être remis en question et les obstacles que j'avais identifiés m'orientaient vers une problématique sensiblement différente.

2.2.1 Séance 0 - évaluation diagnostique : les élèves savent-ils déconstruire ?

Cette activité a été donnée à des élèves en 1998 dans le cadre des évaluations nationales à l'entrée en 6ème.

Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Les mesures réelles sont en centimètres. Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.

Trouve la longueur du segment [EB].

Explique ta réponse :

L'exercice nécessite de déconstruire la figure de départ en sous figures :

1. ABCD est un rectangle (2D).
2. Dans le cercle de centre A (2D), les segments [AD] et [AE] (1D) ont même mesure.
3. E est le point d'intersection (0D) du cercle de centre A et de rayon [AD] et du côté [AB] (1D).
4. On lit la longueur du segment [DC], on en déduit la longueur de [AB] et enfin de [EB].

On voit bien que l'exercice oblige à voir des objets géométriques dans les différentes dimensions et doit permettre d'évaluer la capacité des élèves à changer de regard.

D'ailleurs, dans les évaluations nationales de 1998, il était spécifié, dans le document du professeur :

Cet exercice, adapté de l'évaluation 1997, est en rupture avec la géométrie de l'école élémentaire et pointe la difficulté à passer de la perception visuelle à l'analyse d'une figure. [...] On sera peu exigeant sur la formulation de l'élève, car c'est la démarche qui compte ici.

Il est prévu de servir de témoin et pourra être proposé à nouveau en fin de séquence.

2.2.2 Séance 1 : découverte de la restauration de figure

2.2.2.1 Objectifs :

- Découvrir le principe de restauration de figures géométriques
- Redéfinir la notion de droites et de points (savoir que l'on peut prolonger des « lignes » et que leur intersection crée un point)

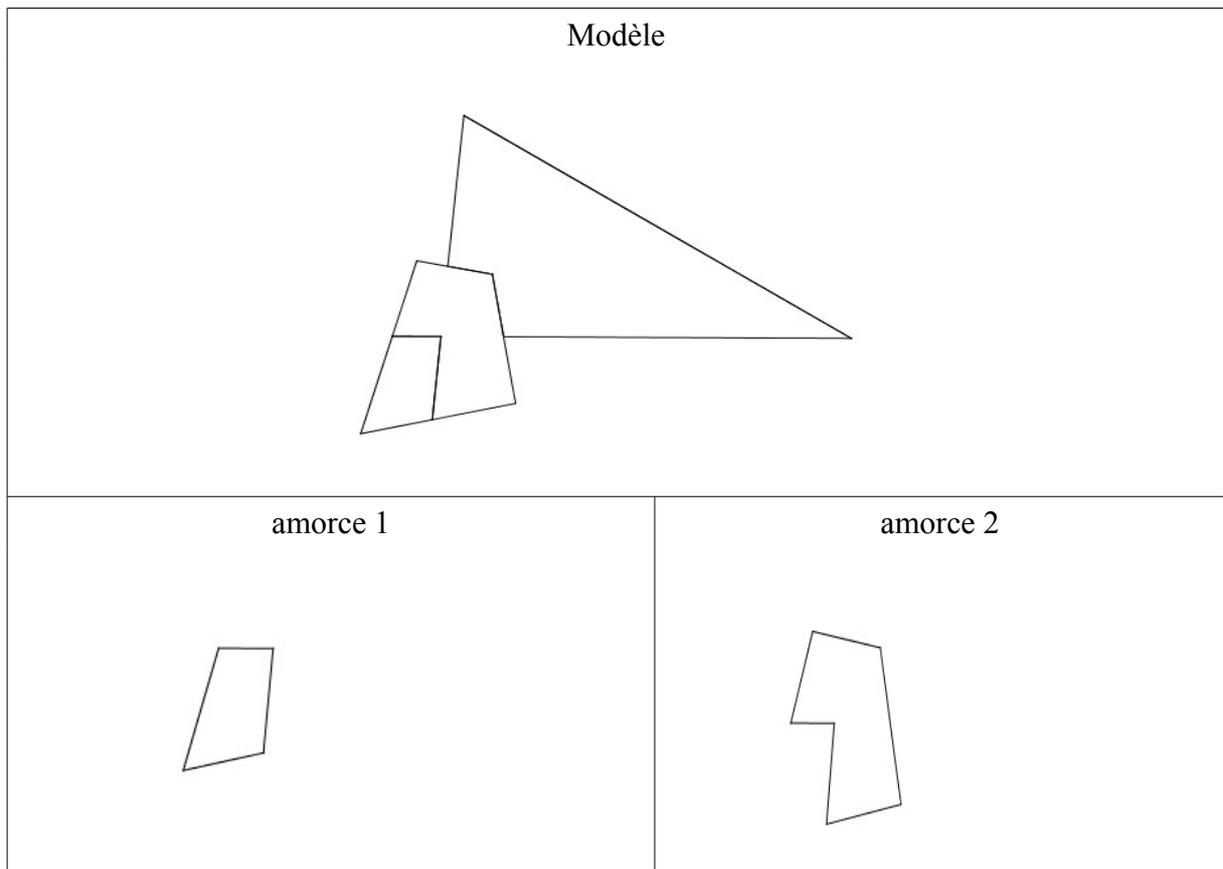
2.2.2.2 Matériel

Deux amorces autour du même modèle sont proposées dans cette première séance. Le modèle est issu d'un document de M.J. Perrin (2012).

Si la première amorce nécessite, au minimum, un report de longueur, la seconde permet de restaurer le modèle sans report de longueur, avec juste des prolongements de segments après repérage des alignements.

Les élèves ne disposent que d'une règle plastique sans mesure (découpée dans un plastique épais) et d'une bandelette de papier pour prendre des mesures (écarts entre des points) le cas échéant. Ils ont chacun une amorce et un modèle de même dimension. En outre, un calque avec le modèle est à leur disposition pour validation.

La consigne est la suivante : *Vous devez restaurer le modèle à l'aide des instruments proposés. Vous avez le droit de prendre des informations sur le modèle. La validation se fera par superposition avec le calque (un décalage de 1mm est toléré).*



2.2.2.3 Procédures attendues :

- L'élève trace une droite à partir d'un point connu en tentant une estimation perceptive globale de sa direction.
- Il éprouve le besoin de recourir à de nombreux reports de longueurs.
- Il repère des alignements

2.2.2.4 Donner la possibilité de gommer ?

Pour avoir déjà proposé des activités de construction avec un calque pour valider le résultat, je sais ce que font les élèves : 1) essais de tracés 2) superposition du transparent pour validation, puis 3) En cas d'erreur, ils mémorisent la position relative exacte du sommet par rapport au sommet de leur tracé, et 4) gommage de leur sommet, déplacement de quelques millimètres et nouveau tracé ; puis 5) superposition du calque, etc.

Néanmoins, je ne veux pas les démoraliser d'avoir à repartir plusieurs fois d'une feuille vierge si le début de leur tracé était juste.

Ainsi, pour éviter les procédures par tâtonnement les élèves ont le droit de gommer avec mon accord.

2.2.2.5 *Savoirs et trace écrite*

La séance doit permettre d'expliciter :

1. Si on sait où placer les sommets, on peut reproduire une figure
2. Les points/sommets sont placés à des endroits précis.
3. Un point est situé à l'intersection de 2 droites.
4. Il faut parfois prolonger les lignes pour trouver un point
5. Les mesures ne sont toujours nécessaires, et en général elles ne suffisent pas.

La séance doit aboutir à une trace écrite du type :

- Un point est situé à l'intersection de lignes (droites).
- Pour trouver un point ou un sommet de la figure, il faut tracer deux lignes de la figure qui passent par ce point; on a souvent besoin de prolonger des segments pour trouver le point.

2.2.3 Séance 2 : restauration de figure complexe

Comme il y a une semaine entre chaque séance, nous débutons chaque fois par un rappel de la séance précédente, des méthodes employées et des savoirs institutionnalisés. À cet effet, j'ai réalisé un diaporama que j'alimente à chaque séance.

2.2.3.1 *Objectifs :*

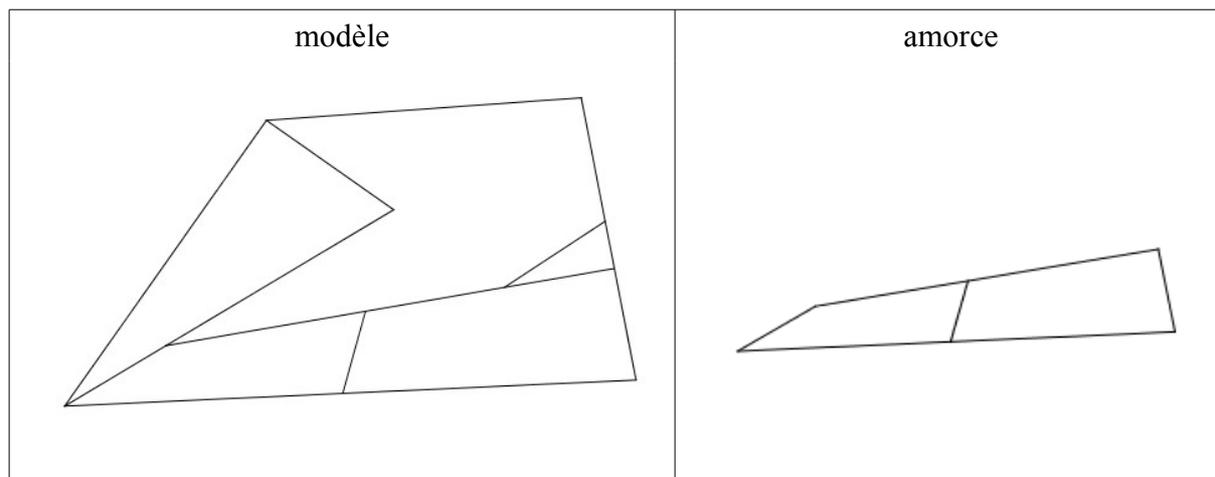
- Restaurer une figure grâce au repérage de points éventuellement extérieurs à la figure
- Se limiter dans les reports de longueurs voire faire sans report de longueur : jeu des malus

2.2.3.2 *Matériel*

Les élèves travaillent sur une nouvelle figure issue de Keskessa (2007). Celle-ci présente une difficulté supplémentaire : il est nécessaire de faire apparaître un point à l'extérieur de la figure pour restaurer le modèle sans report de longueurs. Ce point n'est pas sur le modèle.

A la différence de la séance précédente, les élèves n'ont pas le droit de gommer et doivent donc repartir d'une amorce vierge en cas de tracé trop imprécis.

Les figures ont été reproduites sur geogebra avec des angles relativement ouverts pour éviter des imprécisions de tracés et pour ne pas avoir le point extérieur à la figure trop loin, afin de pouvoir travailler sur des figures assez grandes. J'espérais ainsi pouvoir rendre plus difficile les tracés « au jugé »⁴.



Deux phases sont prévues :

1. restauration sans contrainte (le nombre de reports de longueurs n'est pas limité)
2. Jeu des malus : les élèves disposent de 100€ au départ, et chaque utilisation d'un instrument à un prix (règle non graduée : 5€, compas ou mesure : 20€)

2.2.4 Séance 3 : restauration de figures via geogebra

Les élèves ne maîtrisant pas beaucoup geogebra, je souhaite faire une séance de préparation à la séance 4.

objectifs :

- Maîtriser sur geogebra les onglets *point intersection* et *droite passant par 2 points*
- Évaluer l'utilisation de geogebra pour la restauration de figures

Après un rappel des séances précédentes, je fais une rapide évaluation. Les élèves doivent répondre en quelques mots à la question : *quelles sont les étapes/les démarches pour réussir à*

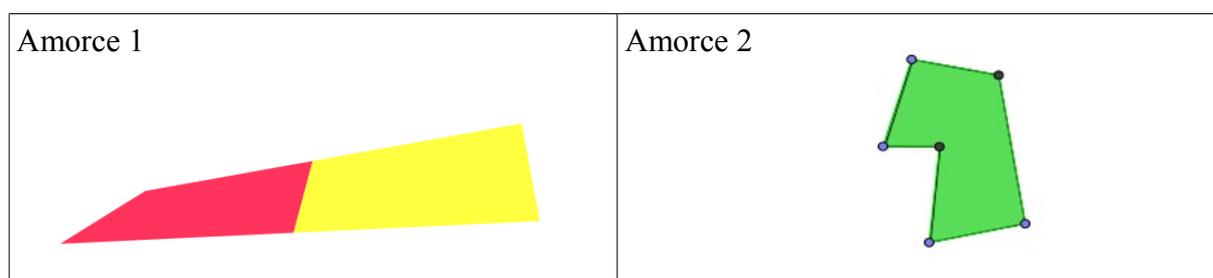
4 La figure, malgré cette précaution, ne résistera pas à des tracés « au jugé ».

restaurer une figure géométrique ?

Ensuite, les élèves doivent restaurer, à l'aide du logiciel de géométrie dynamique, les figures sur lesquelles ils ont travaillé à la séance 1.

Deux amorces sont proposées : l'une avec les sommets clairement identifiés, l'autre sans sommets (charge à eux de les placer ou pas).

Volontairement, les figures sont sans bord, colorées, de manière à être perçues par les élèves comme des surfaces.



Les élèves disposent d'un modèle sur une feuille et la validation est réalisée par moi à la vue de la construction (apparence des prolongements, des points et sommets, etc)

2.2.5 Séance 4 : restauration d'un carré à partir de l'une de ses diagonales via geogebra

Les trois séances précédentes de restauration de figures se situent dans le cadre de la géométrie instrumentée. On peut se demander comment la restauration de figure aide à entrer dans une géométrie déductive. C'est l'objectif de cette quatrième séance.

L'idée est de demander aux élèves, à partir de geogebra, de restaurer un carré à partir de sa diagonale.

La consigne est simple :

1. tracer un segment $[AB]$ tel que $AB=6$
2. tracer le carré $ACBD$

Après renseignement auprès du professeur de mathématiques principal, les élèves n'ont pas travaillé sur les quadrilatères. Une procédure possible est la suivante : les élèves vont construire les côtés à partir des extrémités de la diagonale et vont tracer des angles de 45° . Ils auront ainsi deux droites de chaque côté de la diagonale dont l'intersection fournira les sommets manquants. Pour que les élèves puissent utiliser les onglets concernant les angles, je

décide de faire une activité préparatoire. Les élèves auraient donc, dans un premier temps à construire des triangles : tracer un segment AB de mesure 6cm, puis tracer les triangles ABC et ABD, avec ABC tel que $\angle ABC=75^\circ$ et $\angle BAD=120^\circ$.

A l'aide d'un carré préalablement construit avec geogebra, je présente la méthode de validation : en sélectionnant l'un des 2 points de départ A ou B et en le déplaçant, le carré doit rester un carré (être robuste au déplacement).

2.2.6 Séance 5 : tri d'énoncés et évaluation finale

Cette séance vient clore la séquence. Le but est d'amener les élèves à une lecture critique des énoncés et des figures en réalisant un tri d'énoncés dans un premier temps. Ensuite, un temps est réservé pour l'évaluation finale.

2.2.6.1 Objectifs

1. Comprendre que les procédures privilégiées à l'école ne sont plus les mêmes au collège.
2. Savoir lire un énoncé de géométrie pour comprendre dans quel cadre géométrique il faut répondre.

2.2.6.2 Déroulement

Après un rappel des séances depuis le début, j'invite les élèves à répondre à la question suivante : Aviez-vous le droit de vous servir des instruments de géométrie pour répondre au problème posé ?

Les élèves conviennent de différents types d'énoncés: parfois, on peut analyser la figure avec les instruments, parfois, ce n'est pas possible. Dans ce dernier cas, les informations sont dans le texte de l'énoncé ou sur la figure via le codage.

On dresse un premier bilan: *En géométrie à l'école on se sert des instruments pour construire des figures et pour résoudre les problèmes. Au collège, on va toujours se servir des instruments pour faire des tracés, mais, dans certains exercices, on n'a plus le droit de se servir des instruments pour résoudre le problème. Il faut utiliser d'autres outils : le raisonnement et les propriétés du cours.*

Les élèves par groupe vont prendre connaissance des énoncés⁵. Les consignes sont écrites au tableau :

1-Dans les activités suivantes, a-t-on le droit d'utiliser les instruments pour prendre des « mesures » sur la figure pour résoudre le problème/faire l'exercice ?

2- Comment le sait-on ? Repérer, dans l'énoncé, l'indice et entourer-le.

On s'attend à ce que les élèves fassent deux piles : oui/non. Un troisième type d'énoncé doit questionner: ceux pour lesquels on n'a pas besoin d'utiliser les instruments.

Au moment de l'institutionnalisation, je prévois de regrouper les énoncés sur trois feuilles de couleur différentes :

Feuille verte	Feuille rouge	Feuille blanche
Oui, on peut utiliser les instruments sur la figure	Non, on ne doit pas utiliser les instruments sur la figure	On n'a pas besoin d'utiliser les instruments

On peut dès lors classer les énoncés dans les 3 types de géométrie :

Feuille verte	Feuille rouge	Feuille blanche
Géométrie instrumentée	Géométrie déductive	Géométrie perceptive

A l'issue, une synthèse est prévue sous la forme :

En géométrie, il y a plusieurs types de problèmes et plusieurs « boîtes à outils » pour répondre aux questions posées :

<i>boîte à outils blanche</i>	<i>L'œil, la vue (ex : remettre un tableau droit, estimer mesure d'un angle...)</i>
<i>boîte à outils verte</i>	<i>Les instruments (mesures de longueur, angle, tracés de droites, perpendiculaires, compas pour tracer médiatrice...)</i>
<i>boîte à outils rouge</i>	<i>La démonstration, les propriétés, les définitions (réfléchir sur la figure grâce à propriétés...-remarque : il faut connaître les propriétés!)</i>

Au collège, progressivement la démonstration devient de plus en plus importante. Mais les autres géométries continuent d'exister (par exemple: vérifier si 2 droites sont parallèles à l'œil, mesures dans le bâtiment ou en bricolage...)

⁵ Ceux-ci sont présentés en Annexe 1.

2.2.6.3 Choix des énoncés

En amont, j'ai réalisé une typologie des énoncés (annexe 2). Le degré d'implicite y est une variable majeure⁶. Le vocabulaire varié, les locutions employées, parfois les aspects culturels induisent, pour l'expert, la démarche. Pour l'élève ces connaissances sont à construire.

Les énoncés doivent représenter les différents types de géométrie, avec différents degrés d'implicite et un vocabulaire varié.

Type de géométrie	énoncé	Type d'indices
Perceptive	6	Explicite : « à vue d'oeil »
Instrumentée	1	Explicite : « en prenant les mesures nécessaires »
	4	Explicite (la consigne dans la restauration de figure précisait qu'il était possible de prendre des informations sur la figure)
	9 et 10	Implicite. La consigne est différente et les figures, bien que proches sont également différentes.
Déductive	2	Explicite : « en utilisant les informations données et le codage »
	3	Implicite (présence du codage)
	7	Pas complètement explicite : « les informations codées sur la figure permettent-elles » (suggère que le recours aux instruments n'est pas envisagé)
Perceptive et déductive	5	Implicite (rien ne prouve que la figure est un demi-cercle ; une figure à main levée devrait orienter la démarche)
Instrumentée et déductive	8	Explicite : « explique comment » invite à justifier à l'aide d'une propriété, et « fais-le » renvoie à l'utilisation de la règle

Pour l'exercice 7, il est indispensable de faire un schéma. Pour l'exercice 8 le recours aux instruments de tracé (ici la règle pour prolonger la droite (d) jusqu'à l'intersection avec (Δ)) permet de conjecturer et de s'engager dans une démarche déductive. Ainsi, ces 2 exercices sont des exercices typiques de collège, de géométrie de niveau 2. Pour autant, le recours aux tracés de figures (schéma dans le 1er exercice et prolongement à la règle dans le second) reste

⁶ Kuzniak et Houdement précisent que le cadre géométrique est rarement explicite.

nécessaire.

2.2.6.4 Évaluation finale

A l'issue de cette séquence, je ne souhaitais pas proposer exactement l'activité de départ pour évaluer les avancées des élèves. L'activité proposée est très proche de l'évaluation diagnostique, néanmoins, elle s'en distingue par divers aspects.

Quel est le périmètre de la figure représentée en traits pleins sur ce schéma ?...

La longueur du cercle complet mesure 22 cm.

Explique ta réponse

	Évaluation diagnostique	Évaluation finale
figure	Figure à main levée composée d'un cercle superposé à un rectangle.	La figure est sensiblement la même, mais l'aspect « main levée » semble moins évident.
consigne	La consigne précise que c'est un « dessin à main levé ».	L'élève doit repérer les différentes parties à mesurer ou calculer (« figure en traits pleins »).
	Il est précisé que ABCD est un rectangle.	L'élève doit faire appel à ses connaissances (propriétés) pour reconnaître un rectangle.
	Les mesures sont des nombres entiers.	Les mesures sont des nombres décimaux.
	Il faut calculer la longueur d'un segment.	Il faut calculer le périmètre d'une figure complexe.
Difficultés repérées	Changer de regard et comprendre qu'il n'est pas permis de faire une mesure directe. Les mesures doivent être déduites de la figure et calculées.	
		Repérer que la portion de cercle en traits pleins représente les $\frac{3}{4}$ du périmètre.

		Les difficultés calculatoires sont bien plus complexes (calculer le quart du périmètre du cercle, somme de nombres décimaux).
		Confusion possible aire/périmètre.
	Le calcul comprend une étape (soustraction).	Le calcul comprend quatre étapes et les quatre opérations (soustraction, addition, division et multiplication).

Cette activité doit me permettre d'évaluer si les élèves qui avaient recours à la mesure dans l'évaluation initiale ont changé de comportement.

3. Résultats et discussion

Il est difficile d'analyser la plupart des résultats de manière quantitative. Il s'agissait essentiellement de développer de nouvelles capacités. Mon analyse porte principalement sur les savoirs géométriques acquis ou non par ce groupe d'élèves dans le cadre de cette séquence et au-delà à partir des procédures employées et des obstacles que eux et moi avons rencontrés.

3.1. Séance 0 : évaluation diagnostique

Pour disposer d'un plus grand échantillon, je décidais de proposer l'activité à une autre demi-classe de 6ème, avec moi en AP également.

3.1.1 Résultats

En 1998, le taux de réussite est de 17% en début d'année. Ici, en février, le taux de réussite atteint 52%.

Les commentaires dans le livret du professeur en 1998 précisait : *Difficile en début de sixième, il devrait être mieux réussi en fin d'année, cette compétence étant clairement visée dans le programme de 6e.*

On le constate : en cours d'année, la vision des élèves sur les figures a changé, ils ont appris à s'en méfier. Ainsi, le taux de réussite est bien meilleur en cours d'année qu'à la rentrée.

Ainsi, les élèves arrivent à changer de regard en majorité. Pour autant, un grand nombre d'élèves sont en échec. Pour quelles raisons ?

3.1.2 Les élèves n'identifient pas clairement le niveau de géométrie exigé par l'exercice

Parmi ceux qui sont en échec, 90% ont mesuré sur la figure ou sont restés dans le domaine de la perception : mélange de mesures sur le schéma et de décodage des longueurs (10cm-2.2cm mesurés), estimation « au jugé » et recours à la proportionnalité (« un peu moins que la moitié »).

Pour ceux qui sont en échec, le problème trouve son origine dans une mauvaise interprétation du type de géométrie demandé par l'exercice : ont-ils droit aux instruments ? Il y a conflit entre le codage de la figure et la perception qu'ils en ont. Et ces élèves n'ont pas su trancher : qu'est ce qui est le plus important ? Le codage ou la prise de mesures avec une règle ? Le contrat didactique ici n'est pas explicite.

3.1.3 Comment faire (involontairement) expliciter la consigne ?

Dans la troisième demi-classe, un élève étonné fait remarquer à voix haute « Ce ne sont pas les vraies mesures sur le dessin ». Comme je m'y étais engagé, je ne réponds pas et je laisse les élèves gérer individuellement le problème. Trop tard, le mal (le bien?) était fait : le taux de réussite dans cette demi-classe monte à 90% !

Donc, par cette simple remarque l'élève a involontairement levé l'implicite de l'énoncé : oui ! la figure n'est pas à l'échelle, de plus elle est faite à main levée donc : non ! on ne peut plus se servir des instruments.

Ainsi, cet exercice fait émerger un autre questionnement:

Dans quels cas a-t-on le droit de prélever des informations sur la figure ?

Ou encore :

Comment apprendre aux élèves à lire un énoncé pour qu'ils comprennent dans quelle géométrie ils se situent ?

3.2. Séance 1 : découverte de la restauration de figures

3.2.1 Procédures observées

Outre les procédures attendues et répertoriées ci-avant, d'autres procédures sont apparues :

- Restauration à partir de gabarits d'angles
- Repérage des sommets par superposition de l'amorce et du modèle et transparence

3.2.1.1 Restauration à partir de gabarits d'angles

Un élève propose d'utiliser des gabarits d'angles. Mais la bandelette, prévue pour des mesures, est trop fine! Il abandonne rapidement compte tenu du matériel imposé. Cependant, la méthode nous semble valable. On convient : « Quand on repère l'angle entre 2 droites, si on connaît l'une de ses droites, on peut tracer l'autre. »

3.2.1.2 Les élèves ont recours à de nombreux reports de longueurs

C'est la procédure employée par la majorité au départ. Mais elle ne résiste pas à la validation avec le calque. La mesure des côtés, seule, ne permet pas de restaurer le modèle.

Pour la deuxième figure, la consigne devenait: « Essayez de restaurer avec le minimum de report de longueurs ». Les élèves tentent tous de relever le défi : aucun report de longueur. La motivation est très forte de faire aussi bien que son voisin. Les élèves construisent la notion de droite et du point défini comme intersection entre deux droites (à ce sujet, un rappel est fait au tableau : pourquoi le symbole du point est-il une croix?)

3.2.1.3 Repérer les sommets permet de reproduire la figure.

Certains élèves commencent à superposer l'amorce et le modèle pour décalquer. Ils le font de manière cachée ou non, pressentant que leur procédure risque d'être invalidée. J'interviens. Une élève tente de contourner l'interdit: «je veux pas décalquer vraiment, je veux juste mettre les points ».

Ces élèves ont compris l'objectif : en repérant les sommets de la figure, on peut la restaurer. Il reste pour eux à comprendre où placer les sommets.

Nous avons convenu que la difficulté était de placer les points de manière précise et, pour cet exercice, à l'intersection de droites particulières.

3.2.1.4 Prolonger les segments pour faire apparaître les sommets manquants

C'est la démarche experte. L'élève E s'engage directement dans le prolongement des segments de l'amorce. Il utilise toutefois quelques reports de longueurs non nécessaires et n'a pas repéré tous les alignements. Il termine la figure le premier malgré des imprécisions dans les tracés (mais en deçà du seuil de 1mm).

Un autre élève vérifie par transparence que la partie de départ correspond bien à une partie du modèle puis, utilisant sa règle, il repère quelques alignements (mais pas tous) par

transparence.

Ces élèves ont bien construit la notion de droites et de points.

3.3. Problèmes rencontrés

3.3.1 Quelle validation ? Comment prendre en compte l'imprécision des tracés ?

Sur cette figure, certains angles sont très aigus, ce qui la rend très sensible aux imprécisions de tracés. Ainsi, une bonne procédure ne conduit pas forcément à validation par le calque alors qu'une procédure erronée (grâce à une bonne perception des longueurs) peut être validée...

Je dois ainsi préciser dans la séance que cette procédure de validation n'est pas parfaite et que les traits de construction doivent rester apparents pour montrer comment sont construits les sommets manquants : sont-ils placés de manière approximative ou à l'intersection de prolongements de côtés ?

3.3.2 Matériel

3.3.2.1 Règles non informatives

Mes règles étaient un peu fines apparemment... Les élèves se plaignent d'imprécisions dans les tracés dus au manque de rebords des règles.

3.3.2.2 Supports papier pour les tracés

L'utilisation de papier plus épais aurait permis d'éviter les procédures de superposition amorce-modèle. Mais finalement, cette procédure a donné l'occasion de clarifier ce qui était attendu : trouver le lieu des sommets.

3.3.3 Correction magistrale avec geogebra

Dans l'un des groupes, on avait un peu de temps à la fin. La correction avec geogebra n'a, il me semble, pas apporté grand-chose....

Elle me permettait toutefois de re-familiariser les élèves avec les possibilités du logiciel qu'ils avaient eu peu l'occasion d'utiliser, en vue des séances de la fin de la séquence.

3.4. Séance 2 : restauration de figure complexe

3.4.1 Exiger un vocabulaire précis

Les élèves se souviennent de la séance précédente et des procédures utilisées : « ah oui, il fallait prolonger les lignes ». Le vocabulaire (ligne, trait, côté, droite, segment) n'est pas acquis. Ne souhaitant pas surcharger les élèves et craignant de compliquer inutilement les choses, j'avais volontairement laissé dans la trace écrite « prolonger les lignes ». Cette imprécision de langage me dérange maintenant. Faut-il continuer à tolérer les différentes appellations, car il s'agit tantôt de segments et tantôt de droites ? Pourtant le vocabulaire est construit en même temps que les concepts géométriques.

C'était l'occasion de repréciser les notions de segments et de droites. On le verra par la suite, cette tolérance a peut être eu un impact sur les procédures utilisées par les élèves dans la séance 4.

3.4.2 S'organiser dans sa construction : un problème

Pour cette deuxième séance de restauration de figures, quelles sont les procédures observées ? Deux élèves recherchent et repèrent les alignements directement. Ils aboutissent rapidement à un tracé correct.

Pour les autres, la recherche est rapide et incomplète. Mais ils coopèrent et les alignements repérés sont partagés avec les voisins.

La difficulté vient également de l'ordre dans lequel on peut placer les points. Cet ordre, qui n'est pas précisé et que nous n'avons pas explicité lors de la dernière séance, est ici important.

Alors, l'exercice devient un vrai problème : en repérant tous les alignements (il y en a 4) et en recherchant l'ordre dans lequel on trace les droites, il est possible de restaurer sans aucune mesure. Dans le cas contraire, les mesures sont indispensables.

Dans ce 1^{er} temps, les élèves ne prolongent pas suffisamment tous les segments, ils ne poursuivent pas le tracé jusqu'à faire apparaître le point extérieur à la figure. C'est une vraie difficulté pour tous.

Finalement, une élève fait apparaître le point extérieur à la figure qui va devenir « le sommet du tipi ».

3.4.3 Le jeu du malus : une forte motivation

Cette fois-ci les élèves connaissent la figure, les alignements sont tous repérés et encore visibles au tableau comme aide pour certains (après une première synthèse d'étape)

Principe : les élèves disposent de 100€ au départ et l'utilisation des instruments est plus ou moins pénalisée. Ainsi, l'utilisation de la règle « coûte » 5€, et une mesure 20€.

Bien que, dans ce second temps, les élèves travaillent toujours sur la même figure, le jeu du malus amène une forte motivation et va orienter les procédures.

Ainsi, une question que je n'avais pas anticipée : « Peut-on tracer à la main ? » (sous-entendu : Je vais faire l'économie de la règle !) Il faut alors redéfinir les objets géométriques et le niveau de géométrie dans lequel on se place (ce n'est pas un dessin).

L'élève É réussit avec 7 tracés et 0 mesure. C'est une forte motivation pour les autres d'arriver à reproduire la figure avec toujours 65€ dans son porte-monnaie. Finalement tous ou presque font apparaître le « sommet du tipi », seule procédure qui permet de se passer des reports de longueurs.

3.4.4 Comment et pourquoi dévaloriser le report des longueurs ? Méthode graphique et prise de mesure.

Le jeu du malus permet aussi un réinvestissement direct des procédures vues auparavant (« ah oui, faut faire le tipi »).

Mais ces procédures sont-elles comprises comme plus pertinentes dans le cadre d'un travail de restauration ou plus efficaces dans le cadre strict du jeu du malus ? (« Il faut faire le tipi », sous-entendu : « quand c'est gratuit, je peux mesurer, j'arrive autant à restaurer ma figure... »).

Avec les élèves, nous avons pris un temps pour constater que les sommets étaient situés à l'intersection du prolongement de côtés (méthode graphique). Cependant, la procédure du type « prolongement puis report de longueur » (géométrie « pratique ») n'a pas été invalidée car, dans le cadre de nos figures de restauration de petites dimensions, elle est valable, et parfois, elle est même plus précise. Remarquons de surcroît, qu'elle est majoritairement utilisée dans la vie de tous les jours.

Ainsi, il a été utile avec les élèves d'explicitier les enjeux de chaque méthode.

3.4.5 Nouvelle trace écrite, nouveaux savoirs :

Nous avons enrichi la trace écrite de la séance précédente : « Parfois, il faut prolonger les lignes en dehors de la figure ... pour tracer un point qui n'est pas un sommet de la figure (mais qui servira à la construction) ».

3.5. Séance 3

3.5.1 Évaluation formative : Comment restaurer une figure ?

Les réponses des élèves sont de deux niveaux :

- elles explicitent des démarches : « on prolonge les droites », « on place des points pour se repérer et on les relie », « on trace toutes les droites et ensuite on relie les points qui se sont formés au croisement des droites »
- elles renvoient à des notions de géométrie acquises par les élèves : « quand deux droites se croisent, on a un point », l'un rajoute « pour faire un point bien précis », « on peut s'aider des points », « on n'a pas besoin de mesurer »

La notion de point semble bien établie. Les droites sont correctement construites : par 2 points, il passe une droite ; elles sont obtenues par prolongement de segments. Il ressort également qu'il n'est pas nécessaire de mesurer, voire que c'est moins précis.

3.5.2 Restaurer une figure en s'aidant de geogebra

Très rapidement, les élèves, sans grande connaissance du logiciel et sans intervention de ma part utilisent la fenêtre algèbre pour afficher les points sur l'amorce. Ils construisent un faisceau de droites passant par les points. Certains n'utilisent pas encore l'onglet « point intersection », mais dans la majorité des cas, la notion de point et de droite semble bien assimilée.

Pour le professeur, la validation est aisée, car tous les traits sont apparents.

3.6. Séance 4 :

3.6.1 Les connaissances sur le carré sont très limitées

3.6.1.1 Dépasser la vision prototypique du carré

Le segment de départ étant horizontal par défaut avec geogebra, les élèves arrivent à imaginer les sommets manquants mais ils n'arrivent pas à dépasser l'obstacle d'une figure qui n'est pas dans sa configuration prototypique pour répondre à la question (« ça ne peut pas être la diagonale si elle n'est pas penchée », « c'est un coté parce qu'il est horizontal », etc.)

C'est l'occasion d'une discussion collective : si on déplace ou si on « tourne » le carré, est-il toujours un carré ? Les élèves répondent par l'affirmative et semblent convaincus.

Néanmoins la majorité des élèves commence par déplacer le point B ; le carré est alors à plat, la diagonale a vraiment une tête de diagonale : on peut commencer !

3.6.1.2 Le carré reste une figure définie par ses 4 cotés

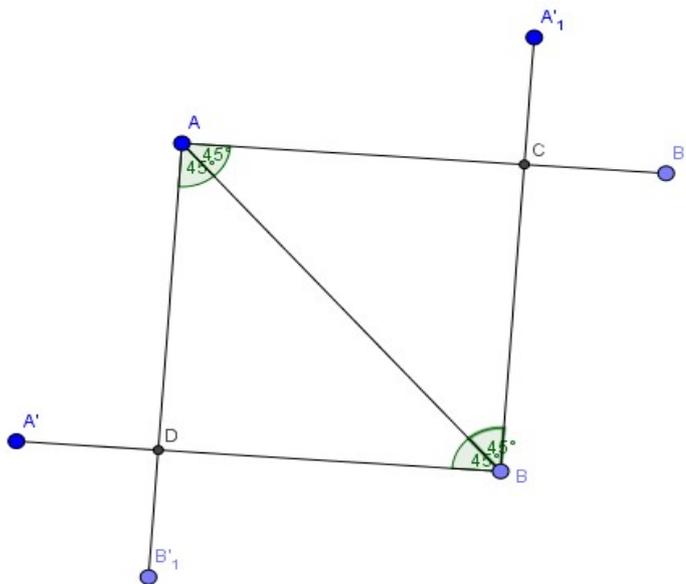
Il est compliqué pour les élèves de raisonner à partir de la diagonale. Ainsi, j'observe chez plusieurs élèves la même procédure. Ils contournent la consigne : construction du carré avec [AB] pris comme coté en traçant les perpendiculaires au segment de départ, ils définissent les points d'intersection, nommés C et D par défaut, obtiennent un carré ACBD puis ils renomment les points. Le carré respecte les conditions de validation mais un rapide retour en arrière permet d'invalider la démarche.

Avec difficulté, les élèves vont restaurer le carré en utilisant l'onglet « angle de mesure donnée ». Peut-être ont-ils influencés par la préparation en amont. Ils se placent d'emblée dans une géométrie instrumentée. Mais avaient-ils les connaissances pour faire autrement ?

3.6.2 Les points sont d'abord perçus comme des extrémités

En utilisant la fonction « angle », les élèves obtiennent 4 nouveaux points, obtenus par transformation des extrémités du segment de départ par rotation de 45° .

Au lieu de construire les droites passant par ces points, ils tracent des segments. Ils obtiennent ainsi la figure ci-après.



Remarquons que celle-ci est valable puisqu'elle résiste à la validation : en déplaçant A ou B,

le carré reste un carré.

Les points sont donc vus comme des extrémités. Les élèves n'ont pas dépassé la vision du point comme sommet. Ils n'ont pas compris l'intérêt de la figure « du tipi ».

Les notions de droite et de points sont-elles si bien installées ?

D'autres procédures ne sont pas apparues (tracé de la seconde diagonale, perpendiculaire à la première par exemple). Les élèves, après renseignement, n'avaient que peu travaillé sur les quadrilatères et la symétrie. Leurs connaissances du carré étaient peut-être trop limitées à ce moment.

3.7. Séance 5 - tri d'énoncés et évaluation finale : une séance d'une grande richesse !

Il y a eu de vrais débats dans les groupes. Ces séances de tris ou de classement provoquent de vraies interactions et sont des moments très riches, pour le professeur qui a matière à évaluation rapide, pour les contenus mathématiques échangés et pour la vie de la classe.

Tous les énoncés ont posé problèmes. Même les plus simples (quand la consigne est explicite) ont fait l'objet d'un débat dans au moins un groupe.

3.7.1 Il est difficile pour certains élèves de s'imaginer en train de faire la tâche demandée...

... et donc de s'engager dans le tri d'énoncés sans résoudre le problème.

Par exemple, échanges avec l'élève P pour l'énoncé 10 :

P: « Pas besoin des instruments, c'est un programme de construction. »

professeur : « alors, explique comment tu fais cet exercice »

P: « ... ah si, il faut mesurer les côtés pour dire combien ça fait »

La consigne a donc été bien comprise, mais l'élève (par ailleurs pas en difficultés) n'arrivait pas à anticiper une démarche de résolution. Je me suis demandé, par la suite, s'il fallait que les élèves, dans ce type d'activité, aient un temps pour démarrer le problème.

3.7.2 Les estimations de grandeurs ne sont pas assez travaillées

Par exemple « à vue d'œil, donne la mesure des angles à 10° près » (énoncé 6).

Pour plusieurs élèves, la mesure d'angles ne peut se faire qu'à l'aide d'un rapporteur. Pourtant, la consigne de l'énoncé 6 semble explicite, et finalement, tous arrivent à donner une mesure assez précise des angles (vérifié collectivement lors de la séance). Le recours aux estimations à l'œil et aux ordres de grandeurs n'est pas suffisamment travaillé. Et pourtant, elle donne du sens aux connaissances et permet d'éviter des erreurs de tracés : ainsi dans un exercice de construction de parallélogramme d'angle donnée, j'avais remarqué que dans une de mes classes de 4ème, plus de 20% des élèves avaient construit un angle de 110° et qui était aigu. Au delà de la difficulté connue de l'utilisation du rapporteur dans le bon sens, le lien n'était pas fait entre angles obtus/aigus et des mesures supérieures ou inférieures à l'angle droit.

3.7.3 Dans les analyses de figures, l'aspect « mesures » vient en premier

Revenons sur la discussion autour de l'exercice 10 avec l'élève P dans le 1) ci-dessus. Pour le géomètre expert, il convient de vérifier d'abord quelles sont les propriétés de la figure et les relations entre les différents segments : y-a-t-il des angles droits ? est-ce un carré ? Les deux segments à l'intérieur sont-ils des diagonales dont on a effacé une partie ? L'aspect dimension et mesures vient dans un second temps.

Pourtant, j'ai constaté dans deux énoncés lors de cette séance que les élèves pensaient d'abord aux aspects « mesures » dans la description qu'aux relations entre les objets géométriques.

Ceci justifie que, dans les travaux de restauration, il faut s'affranchir des questions de

longueurs et de mesures.

3.7.4 Les énoncés mêlent différents types de géométries: perceptif/déductif, instrumenté/déductif, perceptif/instrumenté...

... mais la démarche de résolution n'est absolument pas explicitée. À l'élève de savoir, sans aucun élément à sa disposition, quel est le contrat.

Nous sommes à la fin du second trimestre, les élèves identifient rapidement la difficulté dans l'énoncé 7. Ils sont devenus méfiants vis-à-vis des figures et aucun n'envisage de prendre une équerre pour vérifier les angles droits sur la figure. Certains proposent de tracer un schéma pour comprendre la question posée. C'est d'ailleurs la démarche experte (il est difficile de résoudre le problème sans tracer nous-même les droites demandées). Même si le problème reste théorique et requiert une démarche déductive, le schéma va rendre le problème « pratique », « réel ». L'étape est donc nécessaire, elle prend ici tout son sens et en voyant les droites (donc via le « sensible »), on peut conjecturer et imaginer une démarche déductive.

3.7.5 Avoir un « vécu » géométrique

L'exercice 5 a posé problème, et plus spécialement à deux élèves parmi les plus dégourdis de la classe. En effet, si l'identification des sous figures et le codage n'ont soulevé aucune question, la longueur manquante de la portion d'hypoténuse a fait obstacle. Comment la connaître ? Ils étaient bien conscients que la figure était tracée à main levée, mais ne voyaient pas comment faire sans mesurer une longueur. Ils proposaient de mesurer la portion d'hypoténuse inconnue puis le coté donné pour 4cm et enfin, par proportionnalité, de trouver par le calcul la longueur manquante.

La difficulté est bien d'analyser la figure, d'anticiper sur la démarche mais aussi d'avoir un « vécu géométrique » (par exemple :« je sais qu'avec les longueurs de 2 cotés et un angle, je peux tracer un triangle »).

3.7.6 Évaluation finale : les élèves ont-ils modifié leur rapport à la figure?

3.7.6.1 Une difficulté négligée

La correction des évaluations fait ressurgir une différence supplémentaire entre les énoncés

des évaluations initiale et finale. En effet, dans la première figure, les segments [AE] et [EB] ne semblent vraiment pas avoir la même longueur. Dans la figure de l'évaluation finale, le cercle semble couper en 2 parties égales la longueur supérieure du rectangle. Ainsi, plusieurs élèves ont considéré que la partie en trait plein mesurait 3,5cm, comme la partie en pointillé. Ils n'ont pas vérifié que la somme de ces deux longueurs n'était pas égale à la deuxième longueur du rectangle (7,8cm). Ainsi, j'ai négligé la difficulté perceptive de cet exercice. Plusieurs élèves s'y sont trompé.

3.7.6.2 Présentation des résultats

On peut analyser les résultats à cette évaluation du point de vue du type de géométrie dans lequel s'est placé l'élève.

Chaque élève est repéré par un numéro. Le raisonnement de certains élèves les place dans 2 types de géométrie.

Ainsi, l'élève 15, dans son explication de l'évaluation diagnostique, écrit : « le segment [AB] mesure 10cm (*déductif*) ; E est à peu près au milieu (*perceptif*), donc je mets une approximation : 4,5cm ».

Pour l'élève 18 : « le cercle A mesure 2,2cm (*instrumenté*) et le segment [AB] mesure 10cm (*déductif*), donc la mesure est de 7,8cm ».

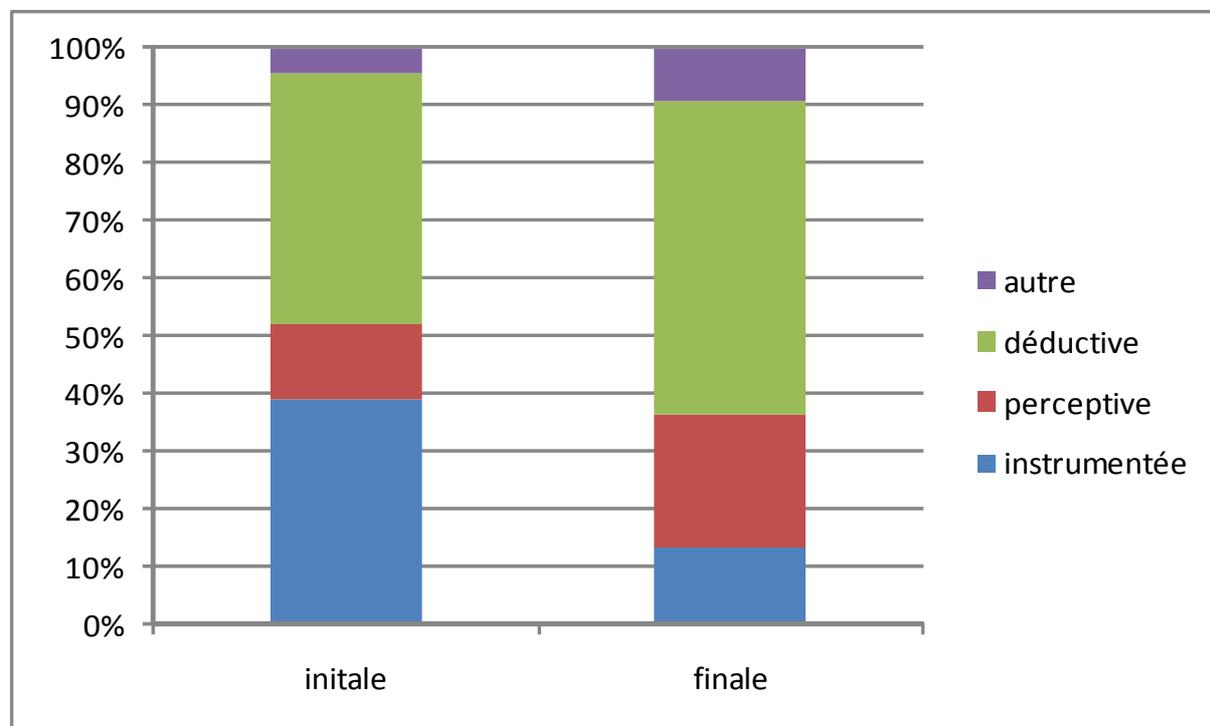
Évaluation diagnostique	instrumentée			perceptive			déductive		
	2	7	17				1	4	6
	5	10	12			8	9	11	
	21			15		3		18	
							13	14	
			18			16	20		

Évaluation finale	instrumentée			perceptive			déductive		
	2	7	17	10	12	18	1	8	9
						4	13	14	
						6	16	20	
							3	15	18

3.7.6.3 Les élèves ont modifié leur vision des figures et des énoncés.

Seuls 3 d'entre eux continuent d'analyser la figure avec les instruments (ils étaient 9 au départ). On peut rappeler que l'aspect « main levé » est moins évident.

On peut dire qu'un grand nombre d'élèves ont modifié leur vision des figures et des énoncés.



3.7.6.4 La figure induit l'erreur

Les élèves 4 et 6 ont correctement traité le problème jusqu'à trouver la longueur manquante en traits pleins du rectangle. L'élève 6 précise : « la longueur du rectangle est coupée en 2 par le cercle, donc ça fait 3,5cm. »

Pour ces élèves, il n'y avait pas d'ambiguïté dans la figure de l'évaluation diagnostique. L'élève 10 rajoute d'ailleurs le codage sur sa figure.

Néanmoins, ces élèves ont changé de regard sur la figure. Ils ont repéré qu'il est interdit d'y prélever une mesure. C'est un vrai progrès.

4. Conclusion

Changer de regard est essentiel pour entrer dans les problèmes de géométrie. Cela s'apprend. Notre expérimentation valide la pertinence des activités de restauration dans cet objectif. De

plus, même si les activités proposées se situent dans une géométrie des instruments, elles peuvent être utilisées pour aider les élèves à réfléchir et percevoir les différents types de cadres géométriques du problème proposé. Ce dernier objectif est essentiel dès le cycle 3 puis au collège car la non explicitation du cadre géométrique du problème met un grand nombre d'élèves en échec.

On a vu que cette problématique est maintenant prise en considération dans les Instructions Officielles. Néanmoins, j'ai pu constater, lors de discussions avec mes collègues titulaires ou stagiaires, que ces notions restaient parfois floues...

5. Bibliographie

Bulletin Officiel n°17 du 23 avril 2015, Éducation Nationale.

Bulletin Officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015, Education Nationale.

Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. Grand N. n°76. (pp.7-27). IREM de Grenoble.

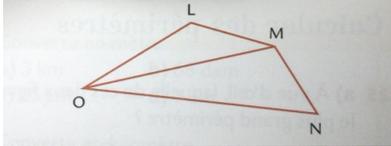
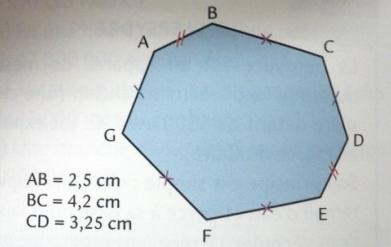
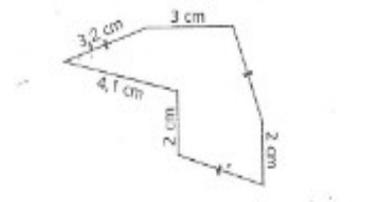
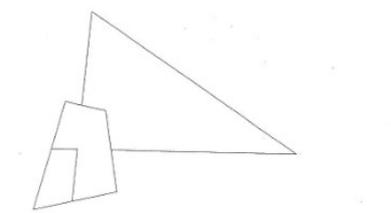
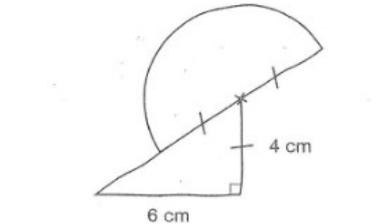
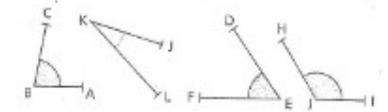
Houdement, K. & Kuzniak, A. Petit x. Géométrie et paradigmes géométriques. Grenoble : IREM de Grenoble, 1999, n°51 (pp. 5-21). ISSN : 0759-9188.

Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J. & Delplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. Grand N. n° 79. (pp. 33-60). IREM de Grenoble.

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C. & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. Repères n°90. (pp. 5-41). IREM

Annexe 1

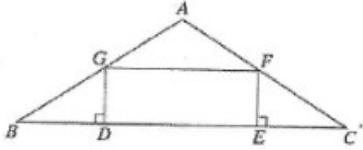
Énoncés pour l'activité de tri – séance 5

<p>Énoncé 1</p> <p>En prenant les mesures nécessaires, calculer :</p> <p>a) le périmètre de LMNO ;</p> <p>b) le périmètre de MON.</p> 	<p>Énoncé 2</p> <p>En utilisant les informations données et le codage, calculer le périmètre de la figure.</p>  <p>AB = 2,5 cm BC = 4,2 cm CD = 3,25 cm</p>	<p>Énoncé 3</p> <p>Exprimer en cm le périmètre de cette figure.</p> 
<p>Énoncé 4</p>  <p>Voilà le modèle de la figure à restaurer.</p>	<p>Énoncé 5</p> <p>Construis sur papier uni la figure correspondant à chacun de ces schémas.</p> 	<p>Énoncé 6</p> <p>Évaluer à vue d'œil la mesure des angles suivants à 10° près.</p> 

Énoncé 7

12 1° Les informations codées sur la figure ci-dessous permettent-elles d'affirmer que :

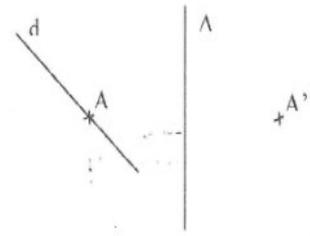
a) $(FE) \parallel (GD)$? b) $(GF) \parallel (BC)$?



2° On appelle d la droite parallèle à la droite (BC) passant par A . Est-il vrai que les droites (GD) et d sont perpendiculaires?

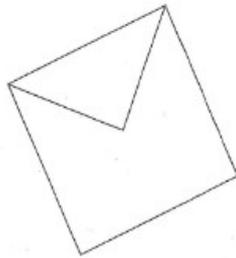
Énoncé 8

Voici une droite Δ . On sait que A' est le symétrique de A par rapport à Δ . A est sur la droite d . Peut-on construire la droite symétrique de d par rapport à Δ à l'aide de la règle uniquement? Explique comment, et fait le.



Énoncé 9

Reproduis cette figure sur une feuille de papier uni.



Énoncé 10

Ecris le programme de construction de la figure ci-dessous.



Annexe 2

Typologie des activités de géométrie au début du collège en vue d'un tri d'activités géométriques par élève de 6ème (en avril)

Objectif : De quels indices disposent les élèves pour savoir quel regard porter sur les figures de l'énoncé ? Quels types d'information peut-on prendre sur cette figure ?

Consigne : Ai-je le droit de me servir des instruments de géométrie pour mesurer ou repérer des caractéristiques sur la figure de l'énoncé ?

Les indices sont de différentes natures. Ils sont portés par la consigne, de manière plus ou moins explicite, la figure géométrique de l'énoncé ou le contexte (aspect culturel). Certains verbes sont évocateurs de la démarche attendue (mesurer, justifier). Certaines locutions renvoient à un procédé (« reproduire en vraie grandeur » suggère que les mesures directes sont inappropriées). Des éléments du contexte (culturels), parfois non précisés, orientent ou interdisent une démarche (la reconnaissance d'une figure à main levée interdit la prise de mesure ou la reconnaissance d'un angle droit ; si une figure est tracée sur un quadrillage, celui-ci est, en général, composé de droites orthogonales ; une carte est en général à l'échelle, et permet donc des mesures).

Les indices peuvent être : - écrits et explicites (vocabulaire spécifique, locutions, ...), ou implicites.

- non-écrits et explicites (codage) ou implicites (contextuels ou culturels : quadrillage, carte, tracé à main levée)

		Géométrie instrumentée	Géométrie perceptive	Géométrie déductive
Indices écrits	verbes	Mesurer, vérifier, restaurer, <i>reproduire</i>	Sembler (« quelles sont les droites qui <i>semblent</i> être parallèles »)	justifier, démontrer, prouver, expliquer, <i>reproduire</i>
	Vocabulaire et locutions		« à vue d'œil » « à main levée », « reproduire en vraie grandeur »	
Non écrits	visibles			Le codage
	Culturels ou contextuels	Une carte, un quadrillage		

Année universitaire 2016-2017

Master 2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation **Mention Second degré Parcours : Mathématiques**

**Titre du mémoire : Construire une géométrie en transition en début de collège :
déconstruction dimensionnelle et différentes géométries**

Auteur : Laurent Aubert

Résumé :

Comment aider les élèves à changer de regard sur les figures ? Accompagner les élèves dans cette difficulté à partir du cycle 3 est nécessaire pour favoriser les apprentissages mais aussi au cycle 4 car la perception des figures dans les activités de raisonnement reste problématique. Les activités de restauration de figures peuvent y contribuer.

Un autre obstacle apparaît : le cadre géométrique de l'énoncé est souvent peu explicite et source de malentendus. Comment aider les élèves à percevoir dans quel type de géométrie ils doivent répondre ? Géométrie perceptive ? Instrumentée ? Déductive ? La restauration de figures, en complément d'une activité de tri d'énoncés, contribue à répondre à ces questions.

Mots clés : géométrie, liaison école-collège, changement de regard, géométrie instrumentée, géométrie perceptive, géométrie déductive.

Summary :

How can we help the pupils change their look on geometric figures? Guiding the pupils in this difficulty from cycle 3, is necessary to help the learning process in geometry. It is also important for cycle 4 because the perception of figures in the activities of reasoning remains problematic for numerous pupils. The activities of figure restoration can contribute to it.

Another obstacle appears: the geometrical framework of the statement is often implicit and source of misunderstandings. How can we help the pupils perceive in which type of geometry they have to answer? Perceptive geometry? Instrumented? Deductive? The restoration of figures, as a supplement to an activity of statement sorting, contributes to answer these questions.

Key words : geometry, school-high school link, change of vision, perceptive geometry, instrumented geometry, deductive geometry.