Année universitaire 2016-2017

Master *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention *Premier degré*

Géométrie et manipulation au cycle 2

Manipuler les formes constituant des figures complexes pour mieux identifier les propriétés géométriques en jeu

Présenté par Adeline CURTET - - GRANGER

Mémoire de M2 encadré par Sophie SOURY-LAVERGNE

Attestation de non-plagiat

Je soussigné(e) (Prénom NOM)

Adeline CURTET - - GRANGER

Auteur du mémoire de master 2 ou de l'écrit scientifique réflexif MEEF-PE / ~~MEEF-SD~~ / ~~MEEF-EE~~ / ~~MEEF-PIF~~ (entourez la mention et indiquez le titre du mémoire)

Géométrie et manipulation au cycle 2 - Manipuler les formes constituant des figures complexes pour mieux identifier les propriétés géométriques en jeu

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Chambéry,
le 11 mai 2017.

Signature de l'étudiant(e)



Autorisation de diffusion électronique
d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS[1]

Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussigné(e) Adeline CURTET - - GRANGER

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé :

Géométrie et manipulation au cycle 2 - Manipuler les formes constituant des figures complexes pour mieux identifier les propriétés géométriques en jeu

, agissant en l'absence de toute contrainte,

☐☒ **autorise** ☐☐ **n'autorise pas** [2]

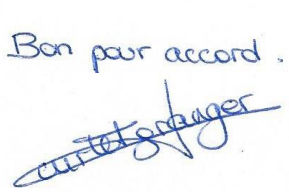
le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à Chambéry le 11 mai 2017

Signature de l'étudiants(e),

Précédée de la mention « bon pour accord »



[1] La base DUMAS (Dépôt Universitaire des Mémoires Après Soutenance) est en accès libre à l'adresse : http://dumas.ccsd.cnrs.fr/

NB : le mémoire sera diffusé sur Dumas si la note obtenue pour l'écrit est supérieure ou égale à 16/20 et si l'auteur et le responsable de mémoire en donnent l'autorisation

[2] Entourer la mention choisie

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

PARTIE THEORIQUE 2

ÉTAT DE L'ART 2

1. APPROCHE HISTORICO-PRATIQUE DE LA GEOMETRIE 2

1.1. La géométrie dans l'Antiquité 2

1.1.1. Les prémices de la géométrie 2

1.1.2. Etymologie d'une science 2

1.1.3. L'âge d'or grec 2

1.2. La géométrie au croisement des civilisations 3

1.2.1. Les apports de l'Orient 3

1.2.2. En Occident : la Renaissance mathématique 3

1.2.3. Vers une géométrie moderne 3

2. LA STRUCTURATION GEOMETRIQUE CHEZ L'ENFANT 3

2.1. L'enfant et la relation à l'espace : les stades de Piaget 3

2.1.1. L'espace vécu perceptif : le stade sensori-moteur 4

2.1.2. L'espace perçu représentatif : le stade préopératoire 4

2.1.3. L'espace conçu projectif : le stade des opérations concrètes 4

2.2. Les espaces de Brousseau 4

2.2.1. Le micro-espace 4

2.2.2. Le méso-espace 5

2.2.3. Le macro-espace 5

3. DE LA GEOMETRIE A SON ENSEIGNEMENT A L'ECOLE 5

3.1. L'entrée de la géométrie parmi les disciplines scolaires 5

3.1.1. Les débuts de l'enseignement géométrique 5

3.1.2. L'apparition de la géométrie dans les Instructions Officielles 5

3.1.3. La circulaire de juin 1986 sur les « Activités géométriques, compléments aux Programmes et Instructions du 13 mai 1985 » 6

3.2. Les attentes institutionnelles à l'école maternelle 6

3.2.1. Le choix de la terminologie 6

3.2.2. Une approche perceptive de la géométrie 7

3.3. Les attentes institutionnelles à l'école élémentaire 7

3.3.1. Espace et géométrie, concret et abstrait : quels enjeux d'enseignement ? 7

3.3.2. Une géométrie instrumentée 8

3.4. Les Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2) 8

3.4.1. La géométrie dans les Instructions Officielles de juin 2008 8

3.4.2. La géométrie dans les Instructions Officielles de novembre 2015 9

3.4.3. Eléments de géométrie plane 9

4. L'ETUDE DES FORMES GEOMETRIQUES 10

4.1. Quelques définitions dans le plan 10

4.2. Relations spatiales 10

4.2.1. La place du repérage dans l'espace dans les Programmes 10

4.2.2. Positions spatiales et choix langagiers 10

4.3. Relations géométriques 11

4.3.1. Sommets et côtés communs 11

4.3.2. Egalités de longueurs 11

4.3.3. Alignement 11

4.3.4. Perpendicularité et angle droit 11

5. MANIPULER : DES OUTILS POUR CONSTRUIRE DES CONNAISSANCES MATHEMATIQUES 12

5.1. Construire un environnement d'apprentissage 12

5.1.1. Définition du « milieu » 12

5.1.2. Quel rôle pour l'enseignant ? 12
5.2. Les interactions entre l'élève et le milieu d'apprentissage 12
5.2.1. Définitions : manipulation, manipuler, expérimenter, quelles différences ? 12
5.2.2. Les apports de la manipulation 13
5.2.2.1. Pour l'enseignant 13
5.2.2.2. Pour les élèves 13
5.3. La manipulation en géométrie, avec quel matériel ? 14
5.3.1. Le tangram 14
5.3.2. La « moisson des formes » 14
5.3.3. Les instruments géométriques : outils ou contraintes ? 15
6. CLASSES DE PROBLEMES ET SITUATIONS GEOMETRIQUES PROPICES A LA MANIPULATION 15
6.1. Trier et classer 15
6.2. Reproduire ou construire des figures géométriques 16
6.3. Exemple des situations de communication ou « situations de messages » 16
6.3.1. Une situation, deux rôles 16
Les deux rôles sont tenus alternativement ou successivement par les élèves, afin qu'ils se retrouvent à la fois en situation de construction du message et en situation de décodage. 16
6.3.1.1. Etre l'émetteur du message : concevoir 16
6.3.1.2. Etre le récepteur du message : décrypter et interpréter 17
6.3.2. Quel contenu pour les messages ? 17
6.3.2.1. Identifier l'objet décrit 17
6.3.2.2. Représenter, construire l'objet décrit 17
ÉLABORATION DE LA PROBLEMATIQUE 18
HYPOTHESES 18
ETUDE 19
METHODE 19
Participants 19
Situation de communication 19
Matériel 19
Procédure 21
RESULTATS 25
1. Reconnaissance de figures géométriques planes simples 25
2. Encodage des messages décrivant des figures complexes 26
3. Décodage des messages décrivant des figures complexes 29
DISCUSSION 32
Re-contextualisation 32
Analyse des résultats et mise en lien avec les recherches antérieures 32
Limites et perspectives 36
CONCLUSION 38
BIBLIOGRAPHIE 39
TABLE DES ANNEXES 41

INTRODUCTION

Les Programmes d'Enseignement pour l'école maternelle et le cycle des apprentissages fondamentaux (M.E.N., 2015 a, 2015 b) évoquent le domaine de la géométrie et des formes géométriques. Les plus jeunes élèves vont explorer des formes qu'ils discernent intuitivement (carré, triangle, rectangle, etc.) et acquérir des connaissances sur les figures planes, par le biais de la manipulation, en lien avec le développement langagier. Ce faisant, ils se constituent un premier répertoire géométrique, à la fois sensoriel et expérimental. Ces connaissances sont ensuite consolidées et approfondies au cycle 2. Toutefois, les Instructions Officielles, n'accordent plus la même place à la manipulation d'objets.

Pourtant, l'activité manipulatoire est une tâche relativement instinctive chez l'enfant qui, dès le plus jeune âge, joue, touche, déplace, empile, aligne les objets à sa disposition. En interagissant ainsi sur son environnement, il l'explore, développe et enrichit son savoirs.

Plusieurs recherches, dont certaines récentes, reconnaissent l'importance et les bénéfices d'une approche kinesthésique. Selon ces chercheurs, manipuler des objets concrets aide les élèves à mieux conceptualiser les connaissances mathématiques (E. Gentaz, C. Rajain).

A partir de ce constat scientifique et du contexte de ma classe, je me suis interrogée sur la façon dont on peut organiser les apprentissages mathématiques, en faisant appel à la manipulation dans le cadre d'une situation de messages.

Une première partie, théorique, permettra de définir le cadre conceptuel de l'étude ainsi que la problématique qui s'en dégage. Nous préciserons d'abord des éléments historiques. Puis nous reviendrons sur quelques éléments concernant l'acquisition de connaissances spatiales et géométriques chez l'enfant, avant de poser le cadre institutionnel et langagier. Enfin, il faudra s'attarder un instant sur la manipulation et ses apports, notamment en géométrie.

Dans une seconde partie, je détaillerai la démarche expérimentale choisie, en présentant la méthode, les participants à l'étude, ainsi que le déroulement des activités proposées aux élèves. La présentation des résultats donnera lieu ensuite à leur discussion, en revenant sur les réflexions suscitées et les conclusions qui s'en dégagent.

Enfin, nous conclurons le propos sur le rôle de la manipulation, en cherchant à savoir si celle-ci permet une meilleure identification et une conceptualisation efficace de propriétés géométriques identifiées.

PARTIE THEORIQUE

État de l'art

Cette première partie propose un cadrage théorique et une revue scientifique, non exhaustive, des travaux menés à propos de la géométrie, de son enseignement, et plus particulièrement des figures planes, utilisées pour l'expérimentation, et de la manipulation géométrique.

1. Approche historico-pratique de la géométrie

1.1. La géométrie dans l'Antiquité

1.1.1. Les prémices de la géométrie

En son temps, Hérodote situait la naissance de la géométrie aux abords du Nil, lui attribuant une fonction pratique : « Ce roi (Sésostris d'Egypte) partagea le sol entre tous les Egyptiens, attribuant à chacun un lot égal aux autres, carré, et c'est d'après cette répartition qu'il établit ses revenus, prescrivant qu'on payât une redevance annuelle. S'il arrivait que le fleuve (le Nil) enlevât à quelqu'un une partie de son lot […], lui, envoyait des gens pour mesurer de combien le terrain était amoindri afin qu'il fût fait […] une diminution dans le paiement de la redevance. […]. C'est ce qui donna lieu, à mon avis, à l'invention de la géométrie, que les Grecs rapportèrent dans leur pays.» (*Histoires*, II, 109). Fénichel, Pauvert et Pfaff (2004) remontent également aux origines de cette science, qui constitue une branche ancienne des mathématiques. Chez les Egyptiens et les Babyloniens, la géométrie avait donc pour fonction de permettre des mesures pratiques, comme en témoignent les tablettes babyloniennes et les papyrus égyptiens.

1.1.2. Etymologie d'une science

Cette fonction pratique de la géométrie transparait à travers le terme même de *géométrie*, *geometria* en latin, *γεωμετρία* en grec : « géo- » provient de *gaia*, signifiant la terre, tandis que « -métrie » renvoie à *metron*, la mesure. Littéralement, la géométrie est donc la « mesure de la terre », comme le rappellent C. Mangiante-Orsola et M.-J. Perrin-Glorian (2013, p.2).

1.1.3. L'âge d'or grec

Au cours des siècles qui ont précédé notre ère, la géométrie a bénéficié pour son développement des apports de la civilisation grecque. D'abord science déductive, puis géométrie analytique avec les *Eléments* d'Euclide, la géométrie s'éloigne peu à peu des aspects concrets d'origine, pour s'appuyer sur des théories démontrées par des géomètres tels que Thalès de Milet, Platon et son Académie où « nul n'entre ici s'il n'est pas géomètre ».

1.2. La géométrie au croisement des civilisations

L'histoire de la géométrie est intrinsèquement liée à celle des mathématiques, et se nourrit d'apports multi-civilisationnels (Bertotto, Hélayel, 2003).

1.2.1. Les apports de l'Orient

Les postulats, définitions, théorèmes et autres axiomes posés par les Grecs sont repris, entre le IX^{e} et le XV^{e} siècle, par les savants Arabes. Grâce à leurs qualités de traducteurs, ils ont accès au contenu et savoirs des bibliothèques hellénistiques. Cette lecture critique leur permet de poursuivre et d'élargir les travaux de leurs prédécesseurs, complétant les connaissances géométriques et y ajoutant notamment la trigonométrie.

1.2.2. En Occident : la Renaissance mathématique

En Occident, c'est à l'époque médiévale qu'apparaissent les Universités. Dans ces institutions d'études, les connaissances scientifiques commencent à se diffuser. Mais il faut attendre le développement des échanges entre l'Orient et l'Occident, à la Renaissance, pour que les travaux traversent les frontières des civilisations et qu'apparaisse la géométrie projective.

1.2.3. Vers une géométrie moderne

Les racines françaises de la géométrie moderne se trouvent dans les travaux de Gaspard Monge, qui initie la géométrie descriptive. Plus récemment, la découverte de géométries non-euclidiennes ouvre de nouvelles perspectives. Autant de définitions que de géométries donc, mais nous retiendrons celle d'Y. Chevallard (1991, p.52), pour qui « la géométrie part du monde sensible pour le constituer en monde géométrique fait de points, de droites, de cercles, des sphères, des courbes, des surfaces et des volumes, etc. de la même façon que, plus largement, la physique part du monde sensible pour le constituer en monde physique ».

2. La structuration géométrique chez l'enfant

Les travaux concernant la structuration géométrique chez le jeune enfant sont peu courants dans la littérature scientifique ; il est davantage question de la structuration spatiale, sur laquelle il me semble opportun de revenir brièvement. T. Dias (2012) explique que la construction de connaissances scientifiques passe par un déséquilibre et il cite P. Bachelard : l'apprentissage est ce moment où l'élève construit des connaissances nouvelles qui viennent compléter ou remettre en question ses connaissances antérieures.

2.1. L'enfant et la relation à l'espace : les stades de Piaget

Dans le modèle interactionniste et constructiviste de J. Piaget, les nouvelles connaissances s'appuient sur d'anciennes, créant parfois des situations de rupture : la structuration de

l'espace est une évolution, sous forme de stades. C'est donc le constat d'une insuffisance des connaissances actuelles qui amène l'acquisition de nouveaux savoirs (Fénichel et al., 2004).

2.1.1. L'espace vécu perceptif : le stade sensori-moteur

Au cours des premier mois de sa vie, l'enfant n'interagit pas avec l'espace qui l'entoure. Ce n'est que dans les années suivantes que l'enfant construit peu à peu ce que J. Piaget nomme « espace vécu » ou « espace perceptif ». Lors de ce stade sensori-moteur, qui correspond globalement aux premières années de la scolarité de l'enfant à l'école maternelle, celui-ci perçoit les objets, les situe par rapport à lui-même et entre eux, perçoit et analyse des informations situationnelles envoyées par son environnement. Ces situations permettent de structurer l'espace dit « proche » ainsi que la notion d'objet. Toutefois, le stade sensori-moteur ne relève que de la perception et de la manipulation.

2.1.2. L'espace perçu représentatif : le stade préopératoire

Au début de l'école élémentaire, jusqu'à l'âge de 6 ans environ, l'enfant entre dans le stade préopératoire, terme associé à la construction de l' « espace perçu » ou « espace représentatif ». L'enfant fait alors preuve d'une capacité à se décentrer, pour percevoir les objets du point de vue de l'autre et créer une représentation plus abstraite de l'espace étudié. Du point de vue des mathématiques, on parlera alors d'un espace « topologique » : l'élève analyse la position d'objets en termes de voisinage, d'ordre, de succession, d'emboitement.

2.1.3. L'espace conçu projectif : le stade des opérations concrètes

Enfin, jusqu'aux alentours de 10 ou 11 ans, J. Piaget considère que l'enfant est capable de construire un espace dit « projectif », « conçu », de manière décentrée, en se représentant notamment les volumes mais aussi en distinguant horizontalité et verticalité dans un plan en deux dimensions. Ces capacités spatiales se développent alors même que l'enfant fait désormais preuve d'aptitudes sociales nouvelles. Toutefois, l'auteur insiste sur un point qui nous intéresse tout particulièrement : l'élaboration de cet espace projectif, associé au stade des opérations concrètes, se base sur les expériences motrices que l'enfant a pu avoir auparavant.

2.2. Les espaces de Brousseau

En 1983, G. Brousseau propose une autre catégorisation de l'espace en trois « milieux spatiaux » (2000, p.6). L'acquisition de connaissances spatiales se fait dans ces trois espaces, caractérisés principalement par leur taille (2000 ; Fénichel et al., 2004). Les procédures mises en œuvre varieront selon l'espace où se situe la tâche (A. Noirfalise, Y. Matheron, 2009).

2.2.1. Le micro-espace

Considérant le micro-espace, le sujet, ici l'élève, y est extérieur. Il peut voir l'ensemble des objets contenus dans le micro-espace, il a la possibilité d'agir directement sur ces objets

déplaçables. Il s'agit du lieu où s'exerce, par essence, la manipulation au sens premier : l'espace de la table, de la feuille, etc. L'approche visuo-tactile permet alors à l'enfant d'acquérir une première représentation de l'espace qui l'entoure et des objets qui y sont présents, représentation qu'il peut valider immédiatement grâce à ses sens.

2.2.2. Le méso-espace

A une autre échelle, le sujet fait partie de ce que G. Brousseau nomme le « méso-espace ». Les objets considérés sont alors plus grands, mais il est toujours possible d'en avoir une vision globale satisfaisante. Il s'agit alors, par exemple, de l'espace de la classe.

2.2.3. Le macro-espace

La dernière taille d'espace que distingue G. Brousseau est le « macro-espace ». Le sujet se trouve également à l'intérieur de cet espace, mais il ne peut plus en avoir que des visions partielles. Il doit alors procéder à un recollement intellectuel pour se représenter les objets contenus dans cet espace bien trop grand pour le seul regard.

Pour les élèves, il s'agira donc d'être capable de résoudre des problèmes relevant à la fois du micro-espace ou du méso-espace, pouvant trouver une solution dans la manipulation, pour ensuite accéder à un niveau d'abstraction supérieur, et raisonner dans un espace conceptualisé, à l'aide de propriétés et de théorèmes, incontournables pour résoudre les problèmes se posant dans le macro-espace.

3. De la géométrie à son enseignement à l'Ecole

Les savoirs spatio-géométriques des élèves ne sont donc pas innés, mais ils se construisent progressivement, au gré du développement psycho-social de l'enfant et de ses apprentissages.

3.1. L'entrée de la géométrie parmi les disciplines scolaires

3.1.1. Les débuts de l'enseignement géométrique

Comme rappelé plus haut, l'histoire de la géométrie est millénaire. Les savants antiques ont, très tôt, enseigné leurs savoirs aux hommes de bonne famille : la géométrie faisait partie du quadrivium, avec l'arithmétique, l'astronomie et la musique. Cet enseignement destinait ceux qui le recevaient à des postes de prestige, avant que le savoir ne se diffuse plus largement grâce à la théorisation des savoirs et travaux, par des géomètres comme A. Clairaut (1741).

3.1.2. L'apparition de la géométrie dans les Instructions Officielles

A. Bertotto et J. Hélayel (2003) re-contextualisent la formalisation de l'enseignement géométrique à l'Ecole, et rappellent que ce n'est qu'à la fin du XIX^{e} siècle que la géométrie est apparue dans les Instructions Officielles. Il s'agissait alors d'un enseignement intuitif et

résolument pratique. Puis il faut attendre 1945 pour qu'émerge la nécessité de la manipulation et des observations dans le domaine scolaire de la géométrie.

Le rapport de la Commission Ministérielle pour l'Enseignement des Mathématiques daté de 1967, « Mathématiques modernes », poursuit l'évolution de l'enseignement de la géométrie : A. Lichnerowicz en fait, non plus une science de la mesure de la terre, mais lui accorde le statut de science de l'espace. Plus tard, R. Berthelot et M.-H. Salin (*in* Fénichel et al., 2004) évoquent la géométrie en tant que science expérimentale de l'espace sensible.

En 1985, les Programmes d'enseignement abordent le passage de l'espace au plan.

3.1.3. La circulaire de juin 1986 sur les « Activités géométriques, compléments aux Programmes et Instructions du 13 mai 1985 »

L'année suivante, une circulaire ministérielle au sujet des « activités géométriques » complète ces Programmes. On y lit notamment que « les activités géométriques doivent concourir […] à la construction de l'espace chez l'enfant », par le biais d'une « pédagogie de l'activité » qui amène à passer des objets physiques aux objets géométriques. Les activités proposées sont de quatre types : « reproduire », « décrire », « représenter » et « construire », des verbes que l'on retrouve toujours au centre des apprentissages géométriques actuels.

Une section de cette circulaire concerne des éléments de langage, avec une exigence de terminologie pour l'enseignant, car « le vocabulaire géométrique sert à la transmission et à la compréhension des informations ; il aide aussi à la conceptualisation ». En somme, « l'élève doit accéder, le plus tôt possible, au vocabulaire concret et définitif, qui est celui de l'adulte. Il vaut mieux éviter tout vocabulaire provisoire. » M. Fénichel et al. (2004) parlent à ce propos de la « fonction de représentation » du langage. Toutefois, il ne faut pas introduire ces termes trop tôt, car s'ils aident à la conceptualisation, ils ne peuvent la remplacer (Berdonneau, 2007 ; Fénichel et al., 2004). Ce sont donc « des mots précis, en nombre limité » qui « doivent être acquis en situation fonctionnelle » avant d'être formalisés.

3.2. Les attentes institutionnelles à l'école maternelle

Les programmes actuels attribuent à l'école maternelle une place à part entière, faisant du cycle 1 un temps qui pose les « fondements éducatifs et pédagogiques » indispensables aux « futurs apprentissages des élèves pour l'ensemble de leur scolarité » (M.E.N., 2015 a, p.1).

3.2.1. Le choix de la terminologie

Parmi les domaines d'apprentissages ainsi définis, l'on retrouve « construire les premiers outils pour structurer sa pensée » ainsi qu' « explorer le monde », deux aspects fortement liés puisqu'il s'agira, pour les élèves, d'interroger l'espace qui les entoure pour commencer à le comprendre. Ce sont ainsi les bases de l'enseignement élémentaire qui se construisent : on

attend des jeunes élèves qu'ils approfondissent leurs connaissances perceptives sur des formes planes simples, par le biais de « la manipulation et [de] la coordination d'actions sur des objets » (M.E.N., 2015 a, p.15). Comme le soulignent L. Pinet et E. Gentaz (2007), les élèves discernent très tôt des formes telles que le cercle, le carré, le rectangle ou le triangle. Cependant, leur étude confirme que la présentation prototypique des figures permet une meilleure reconnaissance, le prototype d'une catégorie de figures étant « l'exemplaire le plus représentatif » (Gentaz, 2013). Or, il est nécessaire qu'une figure soit associée à la bonne catégorie et ce, quelle que soit son orientation spatiale. L'exploration précoce des objets offre alors l'opportunité d'être confronté à diverses représentations, et une approche visuo-haptique contribue à une meilleure reconnaissance des figures (Pinet et Gentaz, 2008).

3.2.2. Une approche perceptive de la géométrie

A l'école maternelle, les objectifs géométriques visés concernent les objets eux-mêmes, mais également une première approche de leurs différentes propriétés. Ces « critères » énoncés dans les instructions Officielles sont approchés par la vue, le toucher, et restent dans le domaine de la perception et de la comparaison, en lien étroit avec le développement langagier. Cette première approche de la géométrie se veut donc simple et accessible, mais elle n'en est pas moins essentielle pour les enseignements géométriques des cycles suivants.

3.3. Les attentes institutionnelles à l'école élémentaire

L'enseignement actuel de la géométrie se fait dans la continuité des acquis du cycle 1, en approfondissant les connaissances et en les complétant.

3.3.1. Espace et géométrie, concret et abstrait : quels enjeux d'enseignement ?

L'objectif de l'école élémentaire est d'amener les élèves à quitter peu à peu la géométrie des sens, de la perception globale et de l'intuition, pour accéder à la géométrie analytique des connaissances et des instruments. Dans le premier cas, je vois un objet sensible, ■ est un carré parce qu'il ressemble à un carré. Dans le second cas, je sais que la figure ■ est un carré car c'est un quadrilatère avec quatre angles droits et quatre côtés égaux.

La Commission de réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques, menée par J.-P. Kahane en 2002 (*in* Fénichel et al., 2004), dégage quatre enjeux pour l'enseignement de la géométrie :

- permettre aux élèves de s'approprier une vision de l'espace,
- amener les élèves à un apprentissage du raisonnement (observation et construction de figures géométriques),
- diffuser les aspects culturels et artistiques de la géométrie,
- donner des outils géométriques utilisables dans la vie courante.

A. Noirfalise et Y. Matheron (2009, p.2) attribuent à la géométrie un « rôle de technologie de la maitrise pratique de l'espace », tandis que R. Berthelot et M.-H. Salin y voient « un lieu d'exercice de la ‘‘pensée mathématique’’ » (1993-1994, p.45).

3.3.2. Une géométrie instrumentée

Les difficultés souvent rencontrées par les élèves en géométrie proviennent des exigences en matière de rigueur et de précision, ainsi que de l'usage prématuré d'un langage formel (Dias, 2012). Il est donc nécessaire, d'après lui, d'accompagner le passage progressif d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée, notamment en mettant à disposition des gabarits et en proposant une transition par étapes : dans ce cas, le tracé à main levée constitue un entre-deux, pour passer du dessin libre au tracé instrumenté.

Concernant la reconnaissance de figures, c'est cette rupture entre l'école maternelle et l'école élémentaire qui est source de difficultés, selon C. Berdonneau (2007) : reconnaitre une figure, c'est désormais « mettre en évidence des propriétés géométriques », à partir d'activités de description basées sur un corpus conséquent, et non plus seulement « sentir » les choses.

Les ruptures dont parle C. Berdonneau correspondent à des étapes dans l'acquisition de connaissances géométriques, étapes que C. Houdement et A. Kuzniak nomment « intuition », « expérience » et « déduction » (*in* Fénichel et al., 2004). Cela correspond aux temps de l'apprentissage géométrique chez R. Charnay (1998, *in* Fénichel et al., 2004) : géométrie perceptive, géométrie instrumentée, géométrie mathématisée.

Le cycle des apprentissages fondamentaux marque donc l'introduction de la géométrie instrumentée, avec l'usage de gabarits, puis d'instruments : la règle pour vérifier des alignements, tracer, mesurer, de l'équerre pour vérifier puis tracer des angles droits, du compas pour commencer à tracer des cercles.

3.4. Les Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)

Avant de s'intéresser au contenu des Programmes, rappelons que l'appellation « cycle des apprentissages fondamentaux » recouvre deux réalités sémantiques : jusqu'en juin 2016, le cycle 2 prenait fin à l'issue du CE1, alors qu'il s'étale désormais du CP jusqu'au CE2.

3.4.1. La géométrie dans les Instructions Officielles de juin 2008

Dans les textes de juin 2008, le domaine géométrique englobe des connaissances en termes « d'orientation et de repérage » (M.E.N., 2008, p.18), deux aspects distincts mais complémentaires. Il s'agit, en ce qui nous concerne, de reconnaitre et décrire des figures planes, en utilisant « des instruments et des techniques pour reproduire ou tracer » ces figures,

et un « vocabulaire spécifique ». Les instruments constituent alors des outils d'étude, mais ils ne sont pas l'unique entrée didactique : la construction peut être seconde, et n'intervenir qu'après une situation problème, qui donnerait plus de sens à ces propriétés.

3.4.2. La géométrie dans les Instructions Officielles de novembre 2015

Les textes de 2015 s'inscrivent dans la continuité des Programmes d'enseignement de l'école maternelle, en reliant l'enseignement géométrique à d'autres domaines. L'importance de l'acquisition progressive de termes précis est rappelée, afin de permettre aux élèves d'atteindre les attendus de fin de cycle qui sont les suivants :

- (Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations.
- Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire quelques solides.
- Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques.
- Reconnaitre et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie.

Concernant les figures et leurs propriétés, les compétences travaillées sont les suivantes :

Décrire, reproduire des figures ou des assemblages de figures planes sur papier quadrillé ou uni. / Utiliser la règle, le compas ou l'équerre comme instruments de tracé. / Reconnaitre, nommer les figures usuelles. / Reconnaitre et décrire à partir des côtés et des angles droits, un carré, un rectangle, un triangle rectangle. Les construire sur un support uni connaissant la longueur des côtés. / Construire un cercle connaissant son centre et un point, ou son centre et son rayon.
» Vocabulaire approprié pour décrire les figures planes usuelles : • carré, rectangle, triangle, triangle rectangle, polygone, côté, sommet, angle droit ; • cercle, disque, rayon, centre ; • segment, milieu d'un segment, droite.
» Propriété des angles et égalités de longueur des côtés pour les carrés et les rectangles.
» Lien entre propriétés géométriques et instruments de tracé : • droite, alignement et règle non graduée ; • cercle et compas. • angle droit et équerre ;
Utiliser la règle (non graduée) pour repérer et produire des alignements. / Repérer et produire des angles droits à l'aide d'un gabarit, d'une équerre. / Reporter une longueur sur une droite déjà tracée. / Repérer ou trouver le milieu d'un segment.
» Alignement de points et de segments. » Égalité de longueurs. » Angle droit. » Milieu d'un segment.

3.4.3. Eléments de géométrie plane

La géométrie plane est l'un des trois domaines mentionnés dans la rubrique « Espace et géométrie » des Programmes d'enseignement du cycle 2 (M.E.N., 2015 b). Elle constitue la branche de la géométrie qui étudie les figures planes, aussi nommées « surfaces planes », et définies comme étant « un ensemble de points situés dans un plan » (Fénichel et al., 2004, p.163), une portion de plan limitée par une courbe fermée.

4. L'étude des formes géométriques

Les définitions données ci-dessous le sont pour les besoins de notre étude, mais ne seront pas formulées ainsi auprès des élèves. Il s'agira alors de construire un « répertoire de mots » (Dias, 2012, pp.68-70), composé de noms de figures, de relations géométriques, etc. Ce travail n'est possible qu'après utilisation des termes en situation porteuse de sens, de manière progressive, pour contourner l'obstacle de la spécificité et de la polysémie de ces mots.

4.1. Quelques définitions dans le plan

Les définitions des figures géométriques mobilisées – polygone, quadrilatère, rectangle, carré, triangle – sont empruntées à M. Fénichel et al. (2004) et proposées en annexe n°1.

Ces figures dites simples peuvent être obtenues en faisant le contour d'un gabarit, tandis qu'une figure dite composée nécessitera l'usage de plusieurs gabarits (Mangiante-Orsola, Perrin-Glorian, 2013), ainsi que le détail des relations qui les relient.

4.2. Relations spatiales

Les connaissances spatiales, définies par R. Berthelot et M.-H. Salin (2000, *in* Fénichel et al., 2004), sont celles « qui permettent à un sujet un contrôle convenable de ses relations à l'espace sensible ». Elles sont présentes chez les élèves, avant l'enseignement de la géométrie, mais font l'objet de séquences d'apprentissages structurées à l'école maternelle (Berthelot et Salin, 1993-1994). Les problèmes spatiaux sont relatifs à l'espace et sont résolus dans l'espace physique ; la solution est validée par comparaison entre résultat attendu et résultat obtenu (Fénichel et al., 2004).

4.2.1. La place du repérage dans l'espace dans les Programmes

Les élèves de cycle 2 enrichissent leurs connaissances et compétences en matière de repérage spatial, le plus souvent en situation vécue, suite au travail effectué à l'école maternelle. Ainsi, les situations proposées par l'enseignant les amènent à « situer des objets ou des personnes les uns par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères » (M.E.N., 2015 b, p.83), en utilisant un vocabulaire positionnel adapté : « gauche, droite, au-dessus, en dessous, sur, sous, devant, derrière, près, loin », etc.

4.2.2. Positions spatiales et choix langagiers

Ce vocabulaire positionnel fait partie des connaissances à acquérir par les élèves, car comme le montre B. Victorri dans son étude (2003), les relations spatiales peuvent être exprimées par le langage. Généralement, on utilise des prépositions qui revêtent, entre autres, un sens spatial. L'auteur parle de « préposition spatiale » : sur, sous, dans, etc. (B. Victorri, 2003). Le langage employé est alors un signe de l'activité cognitive conduite. Toutefois, ce vocabulaire

a des limites, puisqu'il est souvent polysémique. Il permet surtout d'exprimer des « relations topologiques », or les élèves sont amenés à sortir d'une perception orientée selon l'espace de la feuille pour dégager les propriétés des figures, quelle que soit leur orientation. Il conviendra donc de prendre en compte ces mots à leur juste valeur.

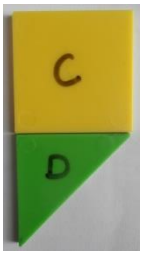
4.3. Relations géométriques

Les connaissances géométriques, quant à elles, permettent de résoudre des problèmes, et elles doivent être enseignées pour que les élèves se les approprient (Berthelot et Salin, 1993-1994). Elles sont plus organisées que les connaissances spatiales, car faites d'axiomes reliés logiquement. Les problèmes géométriques admettent une solution mathématiquement prouvée, dans un espace conceptualisé et non plus physique (Fénichel et al., 2004). Les propriétés géométriques sollicitées s'appuient sur des relations spatiales visibles, vérifiables perceptivement, puis par mesurage instrumenté, et enfin par déduction.

4.3.1. Sommets et côtés communs



Perceptivement, les élèves peuvent identifier le fait que des formes se touchent par une pointe ou qu'elles sont collées l'une contre l'autre. D'un point de vue géométrique, il sera dit de deux figures A et B qu'elles admettent un sommet commun si l'un des sommets de A constitue également un sommet de B.



De même, deux figures C et D ont un côté commun si, et seulement si, un côté de C constitue également un côté de D. On dira donc que C et D ont un côté commun lorsque ces deux figures ont deux sommets en commun.

4.3.2. Egalités de longueurs

Des longueurs égales peuvent être perçues, mais la vérification avec un outil de mesurage est utile pour le confirmer. Ainsi, on dira qu'une figure E a des côtés de même longueur si ces côtés admettent la même mesure. De même, admettre que les figures E et F ont un côté de même longueur signifie que la mesure d'un côté de la figure E est strictement identique à la mesure d'un côté de la figure F.



4.3.3. Alignement

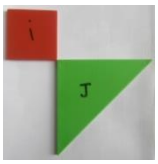
La notion d'alignement est liée à celle de droite : une droite est une ligne non limitée, qui passe par une infinité de points. Les points qui appartiennent à une même droite sont dits alignés. Nous pourrons donc considérer que les côtés de deux figures G et H sont alignés s'il existe une seule droite reliant leurs sommets consécutifs.



4.3.4. Perpendicularité et angle droit

Tout angle se définit comme étant une portion de plan limitée par deux droites.

L'angle droit a pour particularité qu'il mesure exactement 90°. On dira de deux droites qu'elles sont perpendiculaires si, et seulement si, elles se coupent en formant un angle droit. Dire que les côtés de deux figures I et J sont perpendiculaires, ou qu'ils forment un angle droit, signifie donc que les droites portées par leurs côtés sont perpendiculaires.



5. Manipuler : des outils pour construire des connaissances mathématiques

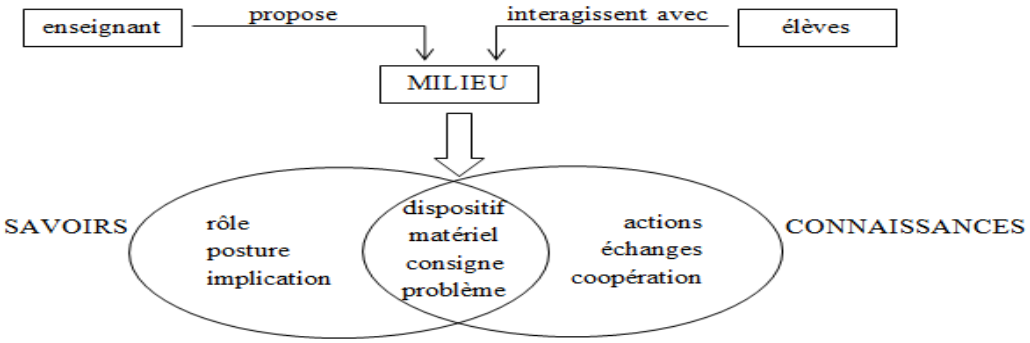
Plusieurs auteurs s'accordent pour reconnaitre l'importance de cette manipulation, à la fois « déclencheur de réflexion » et « validation de réflexion » (Fénichel et al., 2004).

C. Berdonneau (2006 b) définit deux phases qui permettent de construire un concept mathématique : une « phase d'action » et une « phase de représentation mentale ». C'est lors de la première phase qu'intervient la manipulation qui permet à l'élève d'interagir avec son environnement, pour en retirer des enseignements et se construire une image mentale.

5.1. Construire un environnement d'apprentissage

5.1.1. Définition du « milieu »

Dans son ouvrage dédié à la manipulation mathématique, T. Dias (2012, p.19) propose une définition schématique de l'environnement d'apprentissage, le « milieu », que voici :



5.1.2. Quel rôle pour l'enseignant ?

Le rôle de l'enseignant est donc de proposer aux élèves ce « milieu », au croisement des savoirs que l'enseignant maitrise et des connaissances que les élèves vont acquérir, grâce à un dispositif particulier, à du matériel choisi avec soin, à des consignes précises permettant aux élèves de se confronter à une situation-problème et à des interactions.

5.2. Les interactions entre l'élève et le milieu d'apprentissage

5.2.1. Définitions : manipulation, manipuler, expérimenter, quelles différences ?

Une première définition de la manipulation indique qu'il s'agit d'un « exercice au cours duquel des élèves, des chercheurs, etc., réalisent une expérience ; cette expérience elle-même » (Larousse, 2008, p.616). Il s'agit, plus précisément, de l' « action de soumettre

quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans un but de recherche ou d'apprentissage » (Larousse en ligne). D'un point de vue didactique, C. Berdonneau (2006 b, p.1) définit la manipulation comme une « activité de l'élève » caractérisée par la petite taille des objets manipulés, de telle sorte que l'enfant puisse facilement les déplacer et agir sur eux ; les gestes effectués ont un but, ils « sont guidés par sa pensée » et permettent d'apprendre.
Manipuler est synonyme de déplacer, toucher, palper, actionner, utiliser, tandis qu'expérimenter implique de contrôler, essayer, tester, vérifier, éprouver. Cette distinction de T. Dias (2012) rappelée, il me semble intéressant de préciser que cet espace « expérimental » est justement à la rencontre entre espace vécu et espace géométrique : expérimenter dans le concret, pour parvenir à une abstraction conceptuelle, tel est l'enjeu, le défi pour l'enseignant et ses élèves. La manipulation qui nous intéresse revêt donc un aspect expérimental.

5.2.2. Les apports de la manipulation

5.2.2.1. Pour l'enseignant

La manipulation fournit à l'enseignant un outil de repérage de l'activité des élèves, tout en permettant une mise au travail plus facile et rapide (Berdonneau, 2006 a). Pour cette auteure, le nombre d'exemples, supérieur aux possibilités d'une version papier-crayon, aide à la gestion de l'hétérogénéité et donne des outils de résolution supplémentaires aux élèves en difficulté. De plus, les situations manipulatoires informent sur le niveau de vigilance des élèves, sur le raisonnement mis en œuvre et sur le degré d'acquisition des notions (Berdonneau, 2006 b). Le temps accordé à la manipulation est donc un moment précieux pour l'enseignant, puisqu'il lui permet d'accéder à l'état des connaissances de ses élèves (Dias, 2012). Du point de vue du professionnel, la manipulation constitue un outil d'évaluation formative fort instructif. Toutefois, il faut veiller à analyser les difficultés rencontrées par les élèves : il peut parfois s'agir d'un problème de motricité manipulatoire, et non d'une mauvaise conceptualisation de la notion. A ce stade d'analyse, le langage complétera alors utilement l'observation de la manipulation, en permettant de verbaliser ce qui est fait et de le relier aux connaissances en jeu (Victorri, 2003 ; Mangiante-Orsola, Perrin-Glorian, 2013).

5.2.2.2. Pour les élèves

S. Dessertine (*in* Dias, 2012) voit dans l'investigation manipulatoire « un temps de recherche consécutif à un questionnement qui aboutit à la construction d'une connaissance », et débouche sur un temps de communication. Dans une situation de manipulation et de recherche, les élèves sont alors acteurs de leurs apprentissages, ils recherchent des solutions aux problèmes qui leur sont posés. Des bénéfices de la manipulation qui sont repris par C. Berdonneau (2006 a, 2006 b), pour qui les supports à manipuler sont une aide pour élaborer

des représentations mentales. Ils permettent également, d'après elle, de canaliser l'attention des élèves, de centrer leurs efforts sur l'essentiel des apprentissages, de donner la possibilité d'essais multiples, sans laisser de trace à long terme des erreurs, tout en favorisant l'entrée progressive dans l'abstraction. Quel que soit l'âge des élèves, cette manipulation répond à un besoin de l'enfant, celui d'explorer par les sens, et l'aide à évaluer la qualité de son travail.

5.3. La manipulation en géométrie, avec quel matériel ?

Le choix du matériel est une étape importante, c'est une variable didactique qui conditionne les procédures et réponses des élèves. L'atout majeur des formes à manipuler tient dans la variété des représentations graphiques qu'elles permettent, éloignant ainsi le risque d'image mentale erronée due à une présentation systématiquement prototypique. Ces objets concrets doivent cependant rester des outils, sans être une finalité d'apprentissage : leur manipulation permet l'élaboration de concepts, avant que leur usage ne soit plus indispensable car la solution doit être mathématique et non pratique (Berdonneau, 2006 a ; Fénichel et al., 2004).

5.3.1. Le tangram



Le tangram est un puzzle géométrique d'origine chinoise, constitué de sept polygones contenus dans un carré (Bertotto, Hélayel, 2003) : deux petits triangles, un triangle moyen, deux grands triangles, un carré et un parallélogramme. Les pièces de tangram font partie du matériel souvent disponible dans les classes. Les élèves le connaissent généralement sous forme de jeu, dans lequel ils reconstituent des modèles, avec ou sans décomposition interne du modèle en sous-figures. Au-delà, il s'agit d'un outil d'apprentissage qui fait partie du matériel déclencheur de manipulation (Dias, 2012). L'avantage réside dans le nombre limité de pièces à disposition, qui permet toutefois des configurations évolutives et de niveaux de difficulté variés.

5.3.2. La « moisson des formes »

La « moisson des formes » est un outil pédagogique créé par B. Bettinelli (1993), avec pour objectif d'améliorer la connaissance des figures planes et de leurs représentations.



Conçue pour tous les niveaux de l'enseignement, cette mallette contient un assortiment d'une soixantaine de figures planes, qui sont à la fois objets de manipulation et d'observation, mais aussi outils de dessin ou de mesure.

Ces formes-objets permettent d'explorer le monde des figures et de s'en créer des images mentales, notamment avec des activités de composition de figures : les élèves sont amenés à concevoir des relations entre des objets, initialement perçus de manière individuelle (Bettinelli, 1993). Ce sont des activités de type tangram, mais la variété des figures proposées

par l'auteur élargit les possibilités créatives et mathématiques. Utilisées comme outils, ces mêmes pièces donnent accès au dessin géométrique et peuvent être utilisées comme gabarits pour réaliser un assemblage complexe à partir de formes simples. L'auteur dégage une troisième possibilité d'utilisation : les formes-mesures. Les pièces deviennent alors des unités de mesure pour des comparaisons de longueurs.

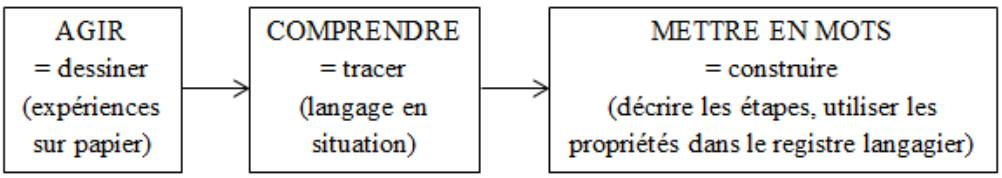
5.3.3. Les instruments géométriques : outils ou contraintes ?

Les instruments géométriques – règle, équerre, compas, gabarits, etc. – sont bien plus fiables que la seule perception pour vérifier des hypothèses sur une forme (A. Norfalise, Y. Matheron, 2009). Ils s'intègrent dans une approche instrumentée de la géométrie, et permettent une transition vers la géométrie déductive enseignée à partir du collège.

Toutefois, T. Dias (2012) attire notre attention sur l'état du matériel à disposition et la nécessité d'adapter les attentes, car ces instruments géométriques impliquent une maitrise suffisante de la motricité, un contrôle du geste. Son questionnement est partagé par C. Berdonneau (2007), qui accorde, elle aussi, un rôle d'aide au raisonnement au dessin, mais questionne la place du tracé à main levée ou instrumenté. Le choix des instruments, conventionnels ou non, est alors une variable à ne pas négliger (Duval, Godin, 2005).

6. Classes de problèmes et situations géométriques propices à la manipulation

Faire acquérir des connaissances géométriques à l'école élémentaire, c'est offrir aux élèves la possibilité de mener de nombreuses expériences, de construire leurs connaissances en agissant sur des objets de la réalité, pour donner sens au vocabulaire employé (Dias, 2012). L'auteur distingue ainsi trois étapes dans le cheminement, d'après le modèle de Raymond Duval :



Le passage de l'espace en 3D à l'espace de la feuille, plan en 2D, pose souvent problème aux élèves. C. Berdonneau (2007) place la manipulation parmi les choix didactiques permettant de travailler la relation plan-espace, de confronter l'espace perçu et sa représentation.

6.1. Trier et classer

Les activités de tri et de classement permettent de structurer les connaissances sur les figures planes (Fénichel et al., 2004), en les regroupant pour mieux les organiser, mais elles

supposent l'élaboration de critères pour devenir activités géométriques : de nombreux classements sont possibles, sans faire appel à des notions géométriques ni même mathématiques. Il est alors intéressant de faire compléter des classements initiés pour amener les élèves à identifier le(s) critère(s) retenu(s) et ainsi dégager les caractéristiques des figures, comme le suggèrent les auteurs.

6.2. Reproduire ou construire des figures géométriques

Les tâches de reproduction de figures font partie des compétences à faire acquérir aux élèves. Toutefois, il convient de bien expliciter les attentes, et de concevoir des situations d'apprentissages progressives. Les outils à disposition conditionneront les procédures possibles et le résultat obtenu : le degré de difficulté et les objectifs visés ne sont pas les mêmes entre les tâches de reproduction avec du matériel mobile ou un gabarit, la construction partielle avec gabarit incomplet ou la construction à partir d'instruments conventionnels.

6.3. Exemple des situations de communication ou « situations de messages »

Lors d'activités de type « jeu de messages », un élève doit élaborer un message qui décrit une figure qu'il a à disposition, pour permettre à un autre élève de retrouver cette figure parmi d'autres ou de la reconstituer. La validation se fait par comparaison, directe ou indirecte, entre le modèle initial et la réalisation finale.

6.3.1. Une situation, deux rôles

Les deux rôles sont tenus alternativement ou successivement par les élèves, afin qu'ils se retrouvent à la fois en situation de construction du message et en situation de décodage.

6.3.1.1. Etre l'émetteur du message : concevoir

La première phase d'action consiste à concevoir le message : l'élève émetteur décrit verbalement, à l'oral ou à l'écrit, la figure. La description de figures planes est une activité difficile et complexe, d'après C. Berdonneau (2007), car elle mobilise plusieurs activités cognitives : il faut d'abord identifier les caractéristiques, pour ensuite choisir le vocabulaire adapté (Fénichel et al., 2004), et donc faire le lien entre les propriétés d'un objet manipulable ou, du moins, visible, et les mots. Autrement dit, l'émetteur doit « prendre en compte certains objets de l'espace sensible […] et sélectionner des éléments pour les communiquer » (Noirfalise, Matheron, 2009, pp.30-32). Dans le cas de figures complexes, il est essentiel de dépasser la vision globale, pour percevoir les sous-figures utilisées : un message « La figure ressemble à une maison. » deviendra alors « La figure est composée d'un carré et d'un triangle. », par exemple. Les élèves doivent donc être capables de reconnaitre visuellement et d'isoler mentalement des figures simples dans une figure complexe (Berdonneau, 2007).

6.3.1.2. Etre le récepteur du message : décrypter et interpréter

Dans la deuxième phase d'action, les élèves sont récepteurs: ils doivent prendre connaissance du message émis, le comprendre et agir en fonction de celui-ci, c'est-à-dire « mettre en correspondance les éléments qu'il[s] reçoi[ven]t, issus d'une modélisation, avec la réalité sensible » (Noirfalise, Matheron, 2009, pp.30-32). Qu'il s'agisse de reconnaitre ou de reconstituer la figure, cela implique alors de prendre en compte d'autres figures et de comprendre le vocabulaire pour faire une analyse perceptive et / ou analytique de la forme (Fénichel et al., 2004). Le recours aux instruments permet de vérifier les propriétés indiquées.

6.3.2. Quel contenu pour les messages ?

Comme le rappelle C. Berdonneau (2007), le contenu des messages va différer selon la tâche demandée : selon qu'il faudra identifier la figure parmi d'autres, ou la représenter, les informations fournies ne seront pas les mêmes.

6.3.2.1. Identifier l'objet décrit

Si l'objectif est de retrouver la figure décrite parmi d'autres, le message doit tenir compte de l'objet cible et des autres possibilités, afin de transmettre des critères discriminants efficaces. On décrira alors la figure selon ce qu'elle est, mais aussi en fonction de ce qu'elle n'est pas par rapport aux autres réponses proposées. A. Noirfalise et Y. Matheron (2009) résument cela de la manière suivante : il faut trier les informations du monde sensible, pour ne donner que celles qui sont essentielles.

6.3.2.2. Représenter, construire l'objet décrit

A l'inverse, si l'objectif est de construire la figure décrite, l'analyse de l'émetteur doit anticiper la construction pour ordonner les informations : nom de la catégorie, positions des figures, propriétés, étapes de construction. La figure est décrite pour elle-même ; les acteurs doivent porter leur attention sur les propriétés des figures et se détacher d'une reconnaissance globale perceptive (Berdonneau, 2007). Dans ce type d'activité, la présence d'un objet géométrique visible et manipulable sert alors de modèle pour dégager les propriétés et palier des difficultés motrices dans la construction.

Élaboration de la problématique

La classe où j'enseigne cette année est un cours double, qui compte désormais 10 CE1 et 17 CE2. Lors des évaluations diagnostiques de début d'année, menées auprès des élèves de CE2, j'ai pu constater que certains d'entre eux avaient encore des difficultés à catégoriser des figures géométriques simples : un carré posé sur un sommet était reconnu comme « losange » et non comme « carré ». Je me suis donc interrogée sur le biais induit par la présentation prototypique du carré posé sur un côté et, plus généralement, sur la question du prototype.

Mes lectures m'ont amenée à m'intéresser au passage entre la géométrie perceptive et la géométrie analytique et instrumentée, entre le cycle 1 et le cycle 2. J'ai compris que les élèves en difficulté en géométrie n'avaient, pour la plupart, pas encore acquis de connaissances géométriques, ou en quantité insuffisante, et se limitaient donc à des connaissances sensibles : ils reconnaissaient les formes, sans forcément savoir des choses géométriques à leur propos.

J'ai donc cherché des activités, à destination de mes élèves de CE1, pour aborder ces compétences d'une autre manière, plus pertinente et efficace. Cela aurait pu se limiter à présenter une plus grande diversité de représentations sur feuille ; toutefois, je n'étais pas convaincue que l'apport soit suffisant pour répondre à l'hétérogénéité de ce groupe d'élèves. Les auteurs rencontrés s'accordent pour faire de la géométrie un outil de compréhension de l'espace, ce qui implique des interactions avec l'environnement. Dès lors, la manipulation m'apparait indispensable pour assurer cette transition et aider à la conceptualisation des propriétés spatiales et géométriques.

Il apparait alors un questionnement certes très riche, mais aussi très intéressant, nourri du terrain et de travaux scientifiques validés. Je propose donc de m'intéresser à la problématique suivante : dans quelle mesure la manipulation de figures peut-elle aider les élèves de CE1 à mieux identifier les propriétés géométriques de figures planes simples (carré, rectangle, triangle, triangle rectangle) et les relations spatio-géométriques (alignement, égalités de longueurs, angles droits, etc.) unissant deux formes simples dans un assemblage complexe ?

Hypothèses

Une première hypothèse consiste à penser que la manipulation de figures géométriques va permettre aux élèves de les analyser et de mieux conceptualiser les propriétés géométriques en jeu, grâce à une approche multi sensorielle alliant le visuel, l'aspect tactilo-kinesthésique et le langage. Nous pouvons également supposer que la manipulation d'assemblages composés de deux figures simples va être un moyen de validation, permettant aux élèves de se dégager de descriptions spatiales issues de la perception, pour accéder aux propriétés géométriques.

ETUDE

Méthode

Participants

L'expérimentation proposée dans la suite de ce mémoire a été mise en œuvre dans une école élémentaire rurale faisant partie d'un Regroupement Pédagogique Intercommunal (RPI) savoyard. La classe compte vingt-sept élèves de CE1-CE2, tous francophones mais d'origines socio-culturelles variées : ouvriers, professions agricoles, paramédicales, sociales, enseignants, etc. L'étude a ciblé un groupe de dix élèves de CE1 qui se décompose de la manière suivante : quatre filles et six garçons, âgés de sept à huit ans. Parmi ces élèves, on notera la présence d'un élève C à fort potentiel mais au comportement perturbateur, celle d'une élève F en difficulté avec l'écrit, qui a tendance à se désinvestir facilement, et enfin celle d'un autre élève J en très grande difficulté en lecture, écriture, expression et motricité.

Situation de communication

La situation de communication a mis en jeu une collection de dix assemblages de deux formes géométriques simples : carrés, rectangles, triangles. L'objectif est que les élèves décrivent et identifient un des assemblages à partir de ses propriétés géométriques. J'ai construit ces assemblages à partir des compétences définies dans les Programmes.

La situation s'est déclinée en plusieurs phases :

- retrouver une figure plane simple cible, à partir d'un message,
- élaborer un message libre pour décrire l'assemblage puis identifier un assemblage,
- élaborer le message à partir d'étiquettes donnant des propriétés spatiales et géométriques, qui servent d'outil de rédaction tout en contraignant progressivement le contenu du message, puis identifier un assemblage.

Matériel

Le choix du matériel a été une étape importante dans la construction de cette expérimentation, puisqu'il est au centre de l'activité de manipulation.

J'ai donc opté pour un assortiment de figures géométriques, élaboré à partir de formes de tangram et de la mallette de la « moisson des formes ». Le corpus des éléments cités ci-dessous est présenté en annexes.

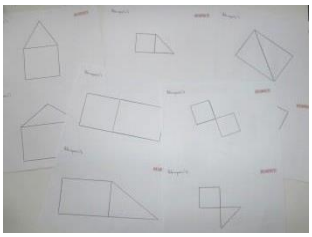
J'ai sélectionné 90 formes : 16 carrés (11 petits, 2 moyens, 3 grands), 4 rectangles, 6 parallélogrammes de tailles différentes, 63 triangles (4 triangles rectangles, 13 triangles isocèles, 21 petits triangles isocèles rectangles, 12 triangles isocèles rectangles moyens, 3

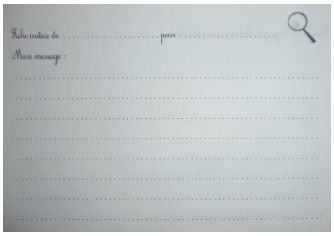
grands triangles isocèles rectangles, 6 triangles équilatéraux de tailles différentes, 4 triangles quelconques) et 1 forme qui n'est pas un polygone. Ces figures géométriques sont en plastique rigide, leur faible épaisseur est un facteur négligeable pour notre étude car elle n'induit pas les élèves en erreur, il n'y a pas de confusion avec des solides. Les 90 formes ont été réparties dans des barquettes, appelées « boites à formes » auprès des élèves, au nombre de onze ; la onzième a été utilisée en collectif, à titre d'exemple. Le contenu de chaque barquette correspond à un assemblage donné, avec les figures cibles et des figures distractrices aux propriétés proches (cf. annexe n°6).



À ces figures ont été associés des documents papiers que j'ai construits pour cette expérimentation et que l'on a nommés « fiche suspect » et « fiche indice ».

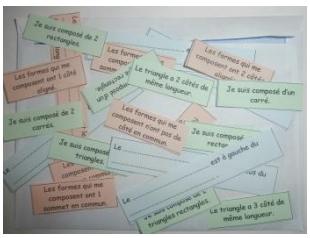
Sur les premières, nous retrouvons le contour de la figure complexe à décrire, assemblage de deux figures simples, avec le tracé décomposant les sous-figures (cf. annexe n°4). Ces assemblages ont été élaborés de manière à ce qu'ils impliquent les figures simples et les propriétés spatio-géométriques au programme pour des élèves de cycle 2. Certains assemblages peuvent donner lieu à une description globale, tandis que d'autres nécessitent le recours à des informations mathématiques car ils ne peuvent pas être associés analogiquement à un objet sensible. Au cours de la séquence, tous les élèves ont rencontré au moins cinq assemblages différents.





Sur les secondes fiches, le recto est destiné à l'élève émetteur, pour qu'il y indique son message, tandis que le verso est dédié à l'élève récepteur, qui y trace le contour de l'assemblage qu'il a réussi à reconstituer par manipulation et précise s'il a réussi à retrouver le « suspect » (cf. annexe n°4).

Lors de la deuxième partie du dispositif, les élèves ont également eu à disposition un ensemble d'étiquettes de trois types (cf. annexe n°7) :



- étiquettes vertes : figures composant l'assemblage,
- étiquettes oranges : propriétés géométriques,
- étiquettes bleues : propriétés spatiales.

Les élèves ont utilisé ces étiquettes afin de constituer leur message sur la fiche indice, ce qui évite une situation de double tâche : ils se concentrent sur le contenu spatio-géométrique de l'activité et non sur l'acte grapho-moteur. Pour les mêmes raisons, les

différents supports ont été introduits progressivement et les élèves n'avaient, à chaque étape, que le matériel nécessaire.

Procédure

Au cours du début de l'année scolaire, nous avons eu l'occasion de rencontrer des figures géométriques de base, dans des frises ou des problèmes simples, sans toutefois qu'il y ait de séances d'apprentissages dédiées. Puis nous avons mené une séquence de 4 séances pour permettre aux élèves de revenir sur des connaissances travaillées en CP sur les carrés, les rectangles et les triangles. Je me suis, pour cela, appuyée sur le fichier de mathématiques qu'ont mes élèves, *Compagnons maths CE1* ainsi que le guide de l'enseignant associé.

L'étude a été conduite à la fin du deuxième trimestre, lors d'une séquence de 4 séances, intitulée « Enquêtes géométriques », métaphore qui a bien impliqué les élèves. Le déroulé général de cette séquence est présenté dans le tableau ci-dessous :

<table>
<tr><th colspan="3"><u>Séquence d'apprentissage</u> : ENQUETES GEOMETRIQUES (4 séances)</th></tr>
<tr><td><u>Domaine</u> : mathématiques - géométrie</td><td><u>Niveau</u> : CE1 (cycle 2)</td><td><u>Nombre d'élèves</u> : 10</td></tr>
<tr><td colspan="3">Socle commun</td></tr>
<tr><td colspan="3">→ Domaine 1 : Comprendre, s'exprimer en utilisant le langage mathématique.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences des <u>programmes d'enseignement de l'école primaire</u></td></tr>
<tr><td colspan="3">- Reconnaitre, nommer, décrire quelques figures géométriques à partir des côtés et des angles.
- Reconnaitre et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueur.
- Se repérer, situer les objets les uns par rapport aux autres.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Prérequis</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Vocabulaire permettant de définir des figures géométriques simples et des positions.
- Savoir utiliser la règle pour repérer des alignements, mesurer des longueurs.
- Savoir utiliser l'équerre pour repérer des angles droits.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Déroulement</td></tr>
<tr><td>Séances</td><td>Activités</td><td>Matériel</td></tr>
<tr><td rowspan="3"><u>n°1</u>
1h
03/04</td><td colspan="2"><u>Objectifs</u> : - Comprendre et appliquer les notions de polygone, côté, sommet.
- Reconnaitre des figures usuelles : carré, rectangle, triangle, disque.
- Utiliser des instruments pour valider la reconnaissance perceptive.
- Comprendre l'importance du langage dans une situation de message.</td></tr>
<tr><td>① Jeu de messages – découverte
Parmi les figures manipulables, trouver la ou les figure(s) qui correspondent aux messages pour compléter le tableau.
<u>Mise en commun</u> : verbalisation des procédures utilisées pour identifier les figures + élaboration d'un affichage mémoire.</td><td>- crayon, règle, équerre ou gabarit
- 1 enveloppe : 21 figures découpées
- 1 tableau</td></tr>
<tr><td>② « Qui suis-je ? » (version 1 : découvrir le rôle de récepteur)
Pour chaque message, retrouver la figure qui correspond pour compléter le tableau.
<u>Mise en commun</u> : verbalisation sur l'usage des instruments géométriques et sur les procédures utilisées pour trouver la figure qui correspond au message.</td><td>- crayon, règle, équerre ou gabarit
- fiches figures suspectes (1 à 8 et 9 à 16)
- 1 fiche indices</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3"><u>n°2</u>

45 min

04/04</td><td colspan="2"><u>Objectifs</u> : - Objectifs généraux de la séquence.
- Rédiger un message libre permettant de reconstituer l’assemblage.</td></tr>
<tr><td>① « Qui suis-je ? » (version 2) – enquête 1
a/ <u>émission du message</u> : Sur la fiche, écrire un message libre permettant au récepteur de reconstituer l’assemblage à l’aide des formes.
b/ <u>réception du message</u> : Les élèves conservent l’assemblage et échangent les messages. Le récepteur utilise le message et les formes pour reconstituer l’assemblage, le trace au verso de la fiche.
c/ <u>validation</u> : L’émetteur transmet l’assemblage au récepteur, qui valide sa réponse (superposition des pièces mobiles, calque).
d/ <u>institutionnalisation</u> : verbalisation sur les procédures et la réussite ou non à reconstituer l’assemblage.</td><td rowspan="2">- crayon, règle, équerre ou gabarit

Pour chaque enquête :
- 1 fiche suspect + 1 fiche indice
- barquettes de formes</td></tr>
<tr><td>② « Qui suis-je ? » (version 2) – enquête 2
Changements de places : les binômes changent. Chaque élève a un nouvel assemblage à traiter en encodage et en décodage.
Déroulement identique à l’enquête 1.</td></tr>
<tr><td rowspan="3"><u>n°3</u>

45 min

10/04</td><td colspan="2"><u>Objectifs</u> : - Objectifs généraux de la séquence.
- Rédiger un message permettant de reconstituer l’assemblage, en utilisant des propriétés spatiales et géométriques.</td></tr>
<tr><td>① « Qui suis-je ? » (version 3) – enquête 1
a/ <u>émission du message</u> : Sur la fiche, composer un message permettant au récepteur de reconstituer l’assemblage à l’aide des formes, avec les étiquettes et un joker.
b/ <u>réception du message</u> : identique.
c/ <u>validation</u> : identique.
d/ <u>institutionnalisation</u> : verbalisation sur l’ordre des informations à donner pour permettre de reconstituer l’assemblage.</td><td rowspan="2">- crayon, règle, équerre ou gabarit

Pour chaque enquête :
- 1 fiche suspect + 1 fiche indice
- 1 enveloppe avec étiquettes (bleues, vertes et oranges)
- barquettes de formes</td></tr>
<tr><td>② « Qui suis-je ? » (version 3) – enquête 2
Changements des binômes et des assemblages, déroulement identique.</td></tr>
<tr><td rowspan="3"><u>n°4</u>

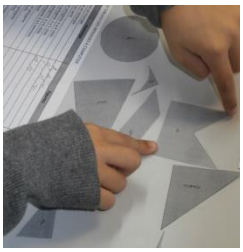
45 min

11/04</td><td colspan="2"><u>Objectifs</u> : - Objectifs généraux de la séquence.
- Rédiger un message permettant de reconstituer l’assemblage, en utilisant des propriétés géométriques.</td></tr>
<tr><td>① « Qui suis-je ? » (version 4) – enquête 1
a/ <u>émission du message</u> : Sur la fiche, composer un message permettant au récepteur de reconstituer l’assemblage à l’aide des formes, avec les étiquettes géométriques.
b/ <u>réception du message</u> : identique.
c/ <u>validation</u> : identique.
d/ <u>institutionnalisation</u> : verbalisation sur les procédures et les causes de la meilleure réussite à reconstituer l’assemblage.</td><td rowspan="2">- crayon, règle, équerre ou gabarit

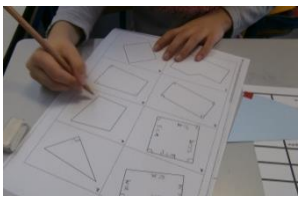
Pour chaque enquête :
- 1 fiche suspect + 1 fiche indice
- 1 enveloppe avec étiquettes (vertes et oranges)
- barquettes de formes</td></tr>
<tr><td>② « Qui suis-je ? » (version 4) – enquête 2
Changements des binômes et des assemblages, déroulement identique.
<u>Conclusion</u> : l’efficacité du message ne dépend pas de sa longueur, mais des informations utilisées : précises et bien ordonnées.</td></tr>
</table>

Cette séquence d’ « Enquêtes géométriques » est donc basée autour d’une situation de communication de type « jeu de portrait », dans laquelle il s’agit de décrire une figure

complexe pour qu'un camarade la reproduise avec des pièces manipulables. Les élèves sont supposés savoir reconnaitre des figures planes usuelles – carré, triangle, rectangle – parmi un corpus de figures ou à l'intérieur d'une figure complexe. Toutefois, identifier les sous-figures d'un assemblage et les communiquer implique plusieurs compétences : il faut analyser cet assemblage, reconnaitre et isoler les deux figures simples, puis organiser la description. Il est donc important de faire lire des descriptions aux élèves avant de leur en faire produire.



C'est l'enjeu de la première séance : les élèves sont uniquement en situation de récepteur, et découvrent ce à quoi peut ressembler un message. Ils expérimentent, partagent, valident et ajustent leurs différentes procédures de reconnaissance, avec l'aide de leurs pairs et de l'adulte. A l'issue de cette séance, les élèves ont à disposition des affichages récapitulant quelques propriétés des figures simples et une banque de procédures pour identifier ces propriétés à l'aide d'outils conventionnels ou de gabarits.



Lors des séances 2 à 4, la structure reste la même, elle est connue des élèves qui gagnent en autonomie au fil des enquêtes. Seules la consigne et une partie du matériel évoluent, pour contraindre peu à peu le contenu des messages produits par les élèves. Les temps de verbalisation avec l'ensemble du groupe ont permis d'enrichir les procédures et d'exprimer les limites de telle ou telle façon de faire.

La transcription de certaines de ces remarques sera plus parlante qu'une simple description :

S 2	P.E. : *Avez-vous réussi à construire la figure à partir du message de votre camarade ?* Elève : *Moi j'y suis arrivée, parce qu'elle a dit que ça ressemblait à une maison. Et dans ma boite, il y avait ce qu'il fallait pour faire une maison.* P.E. : *Est-ce que tu étais sûre que c'était la seule maison que tu pouvais fabriquer ?* Elève : *Oui.* P.E. : *Est-ce d'autres ont eu plus de mal à retrouver le suspect ?* Elève : *Oui moi, parce qu'elle a écrit que ça ressemblait à une pâte. Mais il y a plein de sortes de pâtes et elles ne se ressemblent pas, du coup je ne savais pas quelles pièces prendre.*

S 3	P.E. : *Avez-vous mieux réussi à reconstruire la figure suspecte que la dernière fois ?* Elève : *Oui, parce que le message était plus clair.* P.E. : *Pourquoi est-ce que le message était plus clair ?* Elève : *Parce qu'on avait les étiquettes.* Elève : *Les étiquettes nous aident à choisir ce qui marche ou pas.* P.E. : *Elles aident à être plus précis. Mais est-ce que toutes les étiquettes nous aident ?* Elève : *Non, il faut choisir celles qui vont avec la figure que l'on a.* P.E. : *Comment savez-vous qu'une étiquette va avec la figure ?* Elève : *C'est si elle dit bien qu'est-ce qu'il y a dans la figure et où c'est.* P.E. : *Il faut donner des informations sur les deux figures qui sont dans l'assemblage, et*

	expliquer comment elles sont placées. Est-ce qu'il y a un ordre plus efficace ? Elève : *Oui, il faut mettre d'abord les étiquettes vertes et les autres après.* Elève : *Il faut dire d'abord les formes, et après où elles sont l'une par rapport à l'autre.* P.E. : *Si je résume, il faut faire comme pour une recette de cuisine : on donne d'abord les ingrédients, et ensuite on explique comment il faut faire.*

Au cours des activités successives, les élèves ont occupé les rôles d'émetteur et de récepteur ; ils ont changé de binôme et d'assemblage à décrire puis à identifier. Cette modalité permet, a priori, d'éviter plusieurs biais :

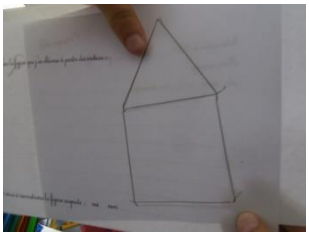
- un même émetteur ne travaille pas toujours avec le même récepteur, ce qui reproduit l'hétérogénéité du groupe d'élèves et confronte des travaux de qualité variable,
- les élèves qui ont bien assimilé le principe se retrouvent face à d'autres qui peuvent avoir des difficultés, et leur apportent ainsi une forme d'aide, ce qui évite de constituer des groupes de niveaux stigmatisants,
- la rencontre avec des assemblages variés amène des réflexions nouvelles, permet de manipuler différentes propriétés et évite que les élèves ne reconstituent l'assemblage par mémorisation plutôt que par réflexion.

Procédures possibles chez les élèves :

L'activité implique plusieurs fonctions cognitives : l'élève peut raisonner par inférence, en cherchant une solution valable face à un problème nouveau pour lequel il n'a pas de solution existante à appliquer, mais il peut aussi agir par analogie, en réutilisant de manière adaptée une solution connue, pour un problème qui a des points communs (Dias, 2012).

Evaluation :

Pour chaque assemblage à décrire puis identifier, l'évaluation a été conduite de deux manières, complémentaires. La première consiste en une auto-évaluation au sein du binôme : le récepteur indique à l'émetteur s'il a compris ou non son message, s'il a réussi à en extraire les informations permettant un décodage correct.





La seconde est réalisée par l'enseignant, à partir des données collectées par écrit. Concernant l'encodage du message par l'émetteur, je me suis intéressée au nombre d'informations encodées, correctes ou erronées, à trois niveaux : analogique, spatial et géométrique.

Pour analyser le décodage, il s'agit, d'une part, de comparer l'assemblage de départ avec celui reproduit par le récepteur, mais aussi de tenir compte du message émis, potentiellement erroné, pour évaluer la prise en compte des informations.

Résultats

Cette section présente les résultats recueillis lors de la séquence, pour les dix élèves étudiés.

1. Reconnaissance de figures géométriques planes simples

(indicateurs retenus : nombre d'identifications, nombre d'élèves)

Tableau 1 – Niveau d'identification des figures au « jeu de messages » (séance 1, activité 1).

Messages	Nombre de figures cibles	Identification		
		totale	partielle	erronée
C'est un triangle.	6	4	6	0
C'est un rectangle.	2	0	6	4
C'est un carré.	1	9	0	1
C'est un polygone. Il a 4 côtés.	6	4	4	2
C'est un polygone. Il a 5 côtés.	2	5	5	0
C'est un polygone. Il a 6 côtés.	1	9	0	1
C'est un polygone. Il a 5 sommets.	2	4	5	1
C'est un disque.	1	10	0	0
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords droits.	5	1	8	1
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords courbes.	2	3	6	1
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords droits et un bord courbe.	3	1	6	3

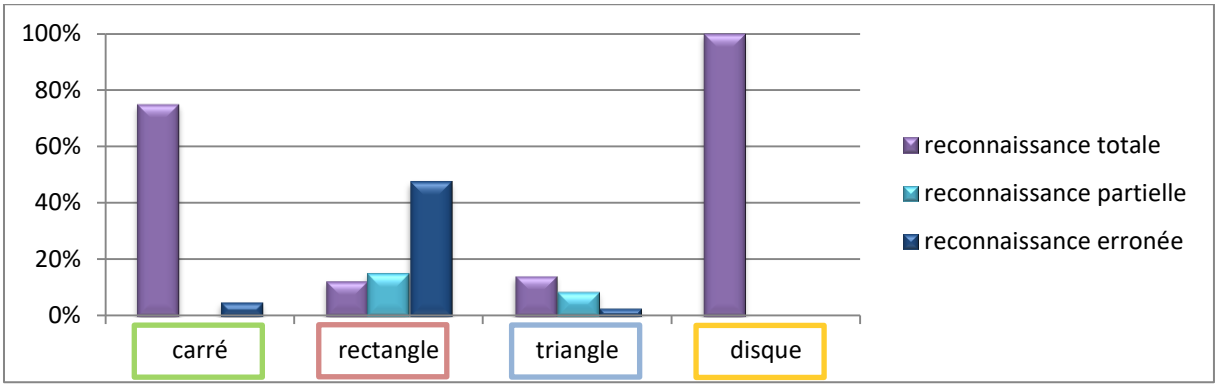
Lors de cette activité, qui permet une première évaluation diagnostique des connaissances des élèves, on remarque que peu d'entre eux ont une réussite totale à cet exercice. C'est un peu moins de la moitié du groupe qui semble maitriser une partie des notions. Seul l'élève I reconnait toutes les figures, avec un seul oubli. Pour les autres, il y a peu de reconnaissances erronées, souvent liées à une mauvaise compréhension du message écrit, mais beaucoup de reconnaissances partielles, soit par omission, soit par ajout erroné. On note également une meilleure réussite pour les messages où le nombre de figures cibles inférieur évite des oublis.

Tableau 2 – Niveau d'identification des figures au « Qui suis-je ? » (séance 1 – activité 2).

Messages		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Figure cible		9	12	4	3	7	11	16	7	1	4	10	6
Identification	Correcte	8	8	3	6	4	5	2	4	1	0	0	1
	Erronée	2	2	7	4	6	5	8	6	9	10	10	9

Ce jeu du « Qui suis-je ? » a permis aux élèves de se confronter à des messages valides. Le nombre de figures cibles correspondant à chaque message est réduit, ce qui facilite globalement l'identification par les élèves. Toutefois, on note encore des difficultés dans la prise en compte de plusieurs informations de type géométrique : les figures qui sont définies à partir de ce qu'elles ne sont pas sont moins bien reconnues, tout comme celles qui nécessitent de croiser des informations sur les longueurs des côtés et les angles. Le début de l'activité est mieux réussi ; seule l'élève E réussit à retrouver 9 figures sur les 12 messages. Les élèves H et I ont identifié davantage de figures cibles que la moyenne du groupe, mais n'ont pas terminé.

Figure 1 – Taux d'identification des figures planes simples (séance 1).



Les deux activités proposées lors de la première séance mettent en évidence une graduation du taux de reconnaissance des figures planes simples par les élèves. Ainsi, ils reconnaissent totalement le cercle ou disque, mais sont un peu moins nombreux à identifier parfaitement le carré. Concernant le rectangle et le triangle, la reconnaissance totale est beaucoup plus faible. Il y a également davantage de reconnaissances partielles dans lesquelles les élèves ne considèrent pas une figure comme rectangulaire ou triangulaire alors qu'elle l'est, ou à l'inverse reconnaissent comme rectangulaires ou triangulaires des figures qui ne le sont pas. Notons que les supports proposés ne font pas intervenir de figures en position prototypique.

2. Encodage des messages décrivant des figures complexes

(indicateurs retenus : nombre d'informations analogiques, spatiales et géométriques encodées par l'émetteur, suffisance du message par rapport à l'assemblage)

Nous proposerons ci-dessous une présentation synthétique des informations recueillies, par séance. Les résultats détaillés pour les six « enquêtes » sont présentés dans l'annexe n°8.

Tableau 3 – Informations utilisées pour l'encodage des messages libres (séance 2).

	Nombre d'informations dans le message libre (enquêtes n°1 et 2)					Message suffisant
	Informations analogiques	Informations spatiales		Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	correctes	incorrectes	n°1 / n°2
Elève A	1	1	0	6	0	**oui** / non
Elève B	0	1	0	6	0	non / non
Elève C	0	1	0	4	0	non / non
Elève D	2	0	0	0	0	non / non
Elève E	3	3	0	4	1	non / non
Elève F	0	0	0	4	0	non / non
Elève G	0	3	1	3	0	non / non
Elève H	1	1	0	4	0	non / non
Elève I	2	1	0	3	0	non / non
Elève J	1	1	0	3	1	non / **oui**

Les messages encodés par les élèves émetteurs contiennent peu d'informations incorrectes, mais ils ne permettent pas de retrouver les assemblages car les informations utilisées sont soit

d'ordre analogique, en référence à un vécu ou une impression personnelle, soit d'ordre géométrique mais trop partielles pour être efficaces. Une phase de verbalisation a permis de faire émerger le besoin d'éléments spatiaux pour organiser la description.

Au cours de la seconde « enquête » de cette séance, les élèves ont délaissé les informations analogiques car celles-ci n'étant pas partagées par l'émetteur et le récepteur, elles ne sont pas pertinentes pour transmettre la description. Les messages restent encore peu efficaces.

Tableau 4 – Informations utilisées pour l'encodage du message aidé par les étiquettes spatiales et géométriques (séance 3).

	Nombre d'informations dans le message (enquêtes n°3 et4)					Message suffisant
	Informations analogiques (joker)	Informations spatiales		Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	correctes	incorrectes	n°3 / n°4
Elève A	0	3	0	2	2	non / non
Elève B	0	1	1	7	0	non / non
Elève C	0	2	0	8	0	non / non
Elève D	0	2	1	4	2	non / non
Elève E	1	2	0	4	0	**oui** / non
Elève F	0	4	0	5	0	**oui** / non
Elève G	0	3	1	5	1	**oui** / non
Elève H	0	0	5	6	1	non / **oui**
Elève I	1	2	0	4	0	**oui** / **oui**
Elève J	abs. / 0	abs. / 1	abs. / 0	abs. / 5	abs. / 0	abs. / **oui**

La découverte des étiquettes a induit quelques élèves en erreur : ils ont voulu à tout prix utiliser certaines étiquettes, alors qu'elles n'étaient pas adaptées à l'assemblage à décrire. Néanmoins, ils se sont bien approprié ce nouvel outil à disposition et c'est une faible minorité qui a utilisé le joker pour ajouter des informations analogiques. Les messages commencent à gagner en précision, mais on remarque des incohérences entre l'assemblage initial, le message et la réalisation finale : certaines figures sont retrouvées par l'élève récepteur, malgré un message erroné. L'ordre des étiquettes est aléatoire chez les émetteurs.

L'élève J, absent lors de la première phase de cette séance, a bénéficié des explications de ses camarades, ce qui lui a permis de réussir. Voici un extrait de cet échange :

P.E. : *Qui pourrait expliquer à ''élève J'' ce que nous avons fait tout à l'heure ?*

Elève A : *On a écrit un message pour décrire la figure de la fiche suspect, mais on devait coller des étiquettes qui disaient comment est la figure.*

Elève I : *On peut utiliser les étiquettes et un joker si on a besoin de dire une chose en plus.*

P.E. : *Avez-vous besoin de toutes les étiquettes contenues dans l'enveloppe ?*

Elève E : *Non, il faut choisir celles qui vont avec la figure.*

Elève H : *Celles-là, on les colle sur la fiche indice, et on remet les autres dans l'enveloppe.*

Les élèves sont attentifs au contenu des étiquettes, mais très peu font le lien entre les informations écrites et les outils à leur disposition pour vérifier les propriétés des figures. Aucun n'annote l'assemblage sur la fiche suspect et l'observation visuelle a montré que très peu ont eu recours à leur règle ou leur équerre pour préciser géométriquement leur perception.

Tableau 5 – Informations utilisées pour l'encodage du message aidé par les étiquettes géométriques (séance 4).

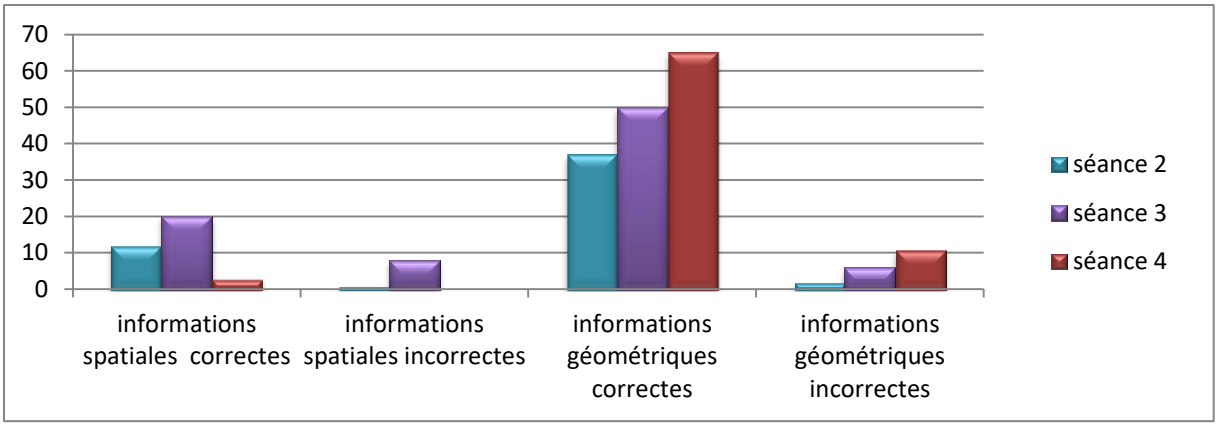
	Nombre d'informations dans le message (enquêtes n°5 et 6)			Message suffisant
	Informations analogiques ou spatiales (joker)	Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	n°5 / n°6
Elève A	0	7	6	non / non
Elève B	0	7	2	**oui** / non
Elève C	0	7	1	**oui** / non
Elève D	2	4	0	non / non
Elève E	0	5	1	non / non
Elève F	0	10	0	**oui** / **oui**
Elève G	0	4	0	non / non
Elève H	0	8	0	non / non
Elève I	0	8	1	non / non
Elève J	1	5	0	non / non

Deux élèves sur les dix convoquent encore des informations analogiques ou spatiales, dont l'élève D qui ne s'en est presque pas détachée tout au long de la séquence. L'ensemble du groupe utilise désormais un nombre accru de propriétés géométriques correctes, et les élèves accordent davantage d'importance à l'ordre des étiquettes : étiquette vertes, puis oranges.

Les assemblages sont plus souvent identifiés par l'élève récepteur, sans que les messages émis ne soient totalement corrects : les relations géométriques entre les figures sont bien identifiées et transmises, mais il manque généralement une ou deux informations concernant les propriétés des figures simples comprises dans l'assemblage. Par exemple, le message « Je suis composé d'un rectangle. Je suis composé d'un triangle. Les formes qui me composent ont 2 sommets en commun. Les formes qui me composent ont 1 côté en commun. » est correct mais insuffisant puisqu'il n'est pas dit que le triangle possède deux côtés de même longueur.

Figure 2 – Evolution du nombre d'informations spatiales et géométriques utilisées pour l'encodage et correctes (séances 2 à 4).

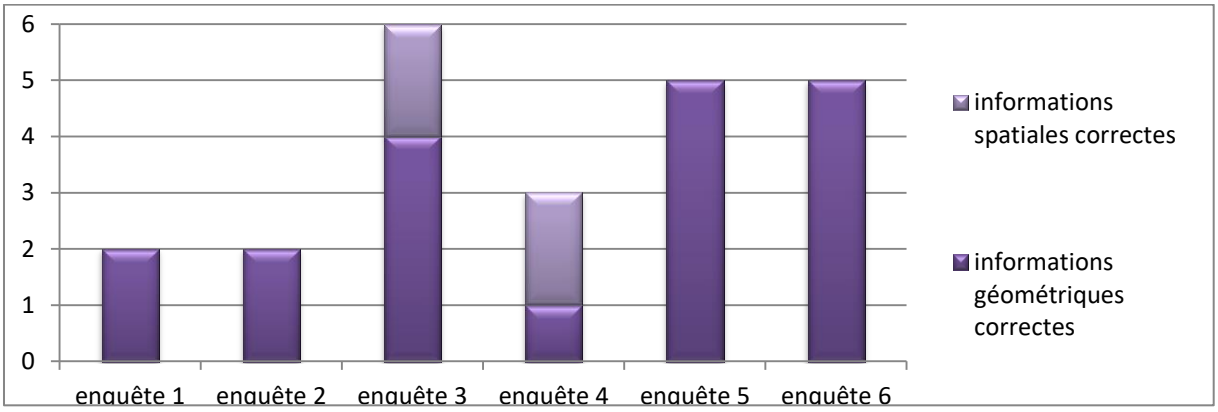
Ces chiffres montrent que le nombre d'informations géométriques correctes utilisées a presque doublé entre le début et la fin de l'expérimentation, tandis que la part des informations spatiales a sensiblement diminué. Des erreurs subsistent, mais l'élément le plus notable reste l'imprécision d'une grande partie des messages, qui oublient de préciser des informations.



Je me propose de faire ici une rapide typologie des erreurs d'encodage, en fonction de ce qui est ressorti des activités. L'inefficience de certains messages émis a plusieurs explications :

- omission d'une figure simple,
- mauvaise identification d'une ou des deux figure(s) simple(s),
- imprécision sur les propriétés d'une ou des deux figure(s),
- omission de la disposition des figures l'une par rapport à l'autre,
- mauvaise identification des propriétés spatiales ou géométriques reliant les figures,
- imprécision des relations géométriques entre les deux figures,
- ajout d'informations erronées,
- confusion entre des étiquettes.

Figure 3 – Evolution des productions de l'élève F (séances 2 à 4).

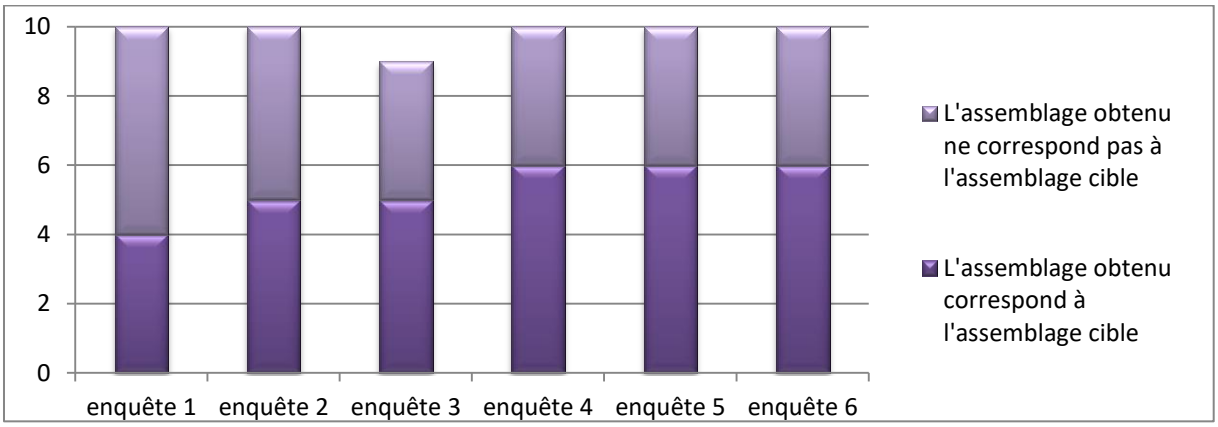


A travers l'analyse ciblée des messages émis par l'élève F, nous remarquons l'évolution décrite plus haut : d'une part, le nombre global d'informations encodées dans le message augmente, pour se stabiliser à la fin de l'étude ; d'autre part, le nombre d'informations spatio-géométriques correctes puis uniquement géométriques correctes augmente également.

3. Décodage des messages décrivant des figures complexes

(indicateur retenu : nombre d'identifications correctes, nombre d'informations géométriques correctement décodées)

<u>Figure 4</u> – Evolution du nombre d'identifications correctes : correspondance entre l'assemblage de l'émetteur et celui obtenu par le récepteur (séances 2 à 4).



La figure 4 présente l'évolution du nombre de correspondances correctes entre l'assemblage de la fiche suspect et celui tracé par le récepteur. La part de réussite oscille autour de 54%, soit une faible moitié des élèves qui réussissent à retrouver l'assemblage avec justesse. On note cependant une évolution : entre la séance 2 (enquêtes 1 et 2) et la séance 4 (enquêtes 5 et 6), nous constatons une hausse du nombre d'identifications correctes, qui passent de quatre à six sur dix. Plus souvent, l'élève récepteur a reconstitué la figure complexe décrite par l'élève émetteur, y compris en ajoutant des rotations dans la disposition sur l'espace 2D de la feuille.

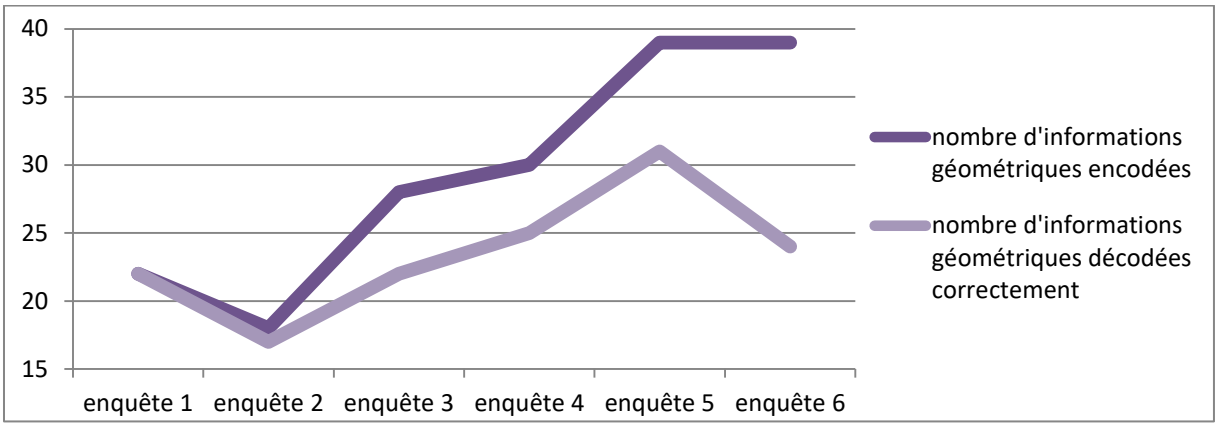
<u>Tableau 6</u> – Evolution du nombre d'informations géométriques correctement prises en compte dans le décodage des messages émis (séances 2 à 4).

	Nombre d'informations géométriques correctement prises en compte par le récepteur / nombre d'informations géométriques données par l'émetteur					
	Séance 2		Séance 3		Séance 4	
	Message 1	Message 2	Message 1	Message 2	Message 1	Message 2
Elève A	0/0	3/3	3/3	2/2	3/5	1/1
Elève B	2/2	2/2	0/2	5/5	5/5	4/4
Elève C	2/2	0/0	2/2	2/3	2/2	5/5
Elève D	3/3	1/2	1/3	4/4	4/4	1/7
Elève E	3/3	3/3	4/4	1/3	2/2	4/4
Elève F	2/2	0/0	4/4	4/4	2/7	2/3
Elève G	2/2	2/2	3/3	1/1	4/5	1/4
Elève H	2/2	3/3	2/4	1/1	3/3	4/4
Elève I	3/3	2/2	3/3	3/3	4/4	2/2
Elève J	3/3	1/1	abs.	2/4	2/2	0/5
TOTAL	22/22	17/18	22/28	25/30	31/39	24/39

Placés en situation de décodage, les élèves récepteurs n'ont pas toujours pris en considération les informations données de la même façon : le ratio entre le nombre d'informations géométriques correctement prises en compte et le nombre d'informations géométriques données diminue sensiblement au fil des activités. Lors de la première enquête, toutes les

informations géométriques données sont utilisées avec pertinence, alors qu'au cours de la dernière, ce n'est qu'un peu moins des deux tiers des éléments qui sont traités correctement.

Figure 5 – Evolution du nombre d'informations géométriques correctement prises en compte par l'élève récepteur (séances 2 à 4).



La figure 5 confirme l'évolution dans la prise en compte des informations géométriques, mais met en évidence deux phases dans le dispositif : un premier temps durant lequel le nombre d'informations géométriques correctement prises en compte augmente, certes moins rapidement que le nombre d'informations géométriques encodées ; puis un second temps où le nombre d'informations géométriques encodées par l'émetteur continue à croitre, tandis que le nombre d'informations géométriques bien décodées par le récepteur chute.

Discussion

Re-contextualisation

Au cours de cette étude, je me suis intéressée à la manipulation de figures planes et aux apports pour l'identification des propriétés spatio-géométriques au sein d'une figure complexe. Suite à ce questionnement, j'ai émis deux hypothèses, la première supposant que la manipulation permettrait aux élèves de mieux reconnaitre et utiliser ces propriétés. La seconde hypothèse consistait à voir dans la manipulation un moyen de validation permettant aux élèves de se détacher d'une description perceptive et majoritairement spatiale.

La méthodologie s'appuie sur une situation de communication, dans laquelle l'élève émetteur conçoit un message décrivant un assemblage de deux figures planes simples, pour que l'élève récepteur le reconstitue à partir de figures matérialisées et manipulables. A travers les contraintes progressives sur le contenu du message, j'avais pour objectif que les élèves délaissent une géométrie uniquement perceptive et spatiale, pour utiliser davantage de propriétés géométriques.

Analyse des résultats et mise en lien avec les recherches antérieures

Les résultats présentés plus haut ont mis en évidence des évolutions dans le comportement des élèves face à la tâche proposée, ainsi que dans les compétences mobilisées.

1. Analyse du taux de reconnaissance des figures planes

Les tableaux 1 et 2 ont montré que toutes les figures ne sont pas reconnues de la même manière par les élèves : certaines sont facilement identifiées, tandis que d'autres le sont plus partiellement. La figure 1 reproduit, à l'échelle du groupe étudié, sensiblement les mêmes résultats que ceux validés par l'étude de D.-H. Clements et ses collègues (1999), reprise par L. Pinet et E. Gentaz (2007) avec des enfants plus jeunes. Ainsi, les dix élèves reconnaissent tous le cercle, mais seulement trois quart des figures cibles qui sont des carrés. Concernant le rectangle et le triangle, la majorité des élèves en ont une reconnaissance partielle ou erronée.

Au cours de la première séance de la séquence, mon objectif était double. Il s'agissait à la fois d'avoir une évaluation diagnostique des connaissances de mes élèves sur les figures planes simples, mais aussi de placer les élèves en situation de récepteur, en vue de la suite du travail.

2. Retour sur l'appropriation du rôle de récepteur par les élèves

Les activités de reconnaissance des formes, de type « jeu de portrait », sont utiles car elles amènent les élèves à comprendre comment caractériser des figures, en utilisant des propriétés connues (Noirfalise, Matheron, 2009). Il est donc important de les placer d'abord en situation de réception et de les confronter à des messages mathématiquement valides, avant qu'ils ne

deviennent, à leur tour, émetteurs. Cependant, les résultats détaillés dans les tableaux 1 et 2 ont attiré mon attention sur le nombre de figures cibles à retrouver : les élèves font moins d'erreurs lorsque plusieurs figures répondent aux critères énoncés, même s'ils en oublient. A l'inverse, lorsqu'il s'agit d'identifier la seule et unique figure caractérisée par le message, les reconnaissances erronées augmentent : à ce stade de l'étude, les élèves ne sont pas encore capables de prendre en compte la totalité des informations géométriques données, et se limitent à une partie des critères, non suffisante pour une reconnaissance certaine.

3. Analyse de l'encodage des messages

Au cours de l'étude, chaque élève a été amené à encoder six messages, concernant cinq assemblages différents, à destination de récepteurs qui ont changé. Une analyse individualisée de cette phase, à partir des tableaux 3, 4 et 5, amène à la constitution de deux sous-groupes :

- d'une part, les élèves E, F, G, H et J, pour lesquels le nombre d'informations géométriques encodées correctement augmente, sans que le nombre d'erreurs d'encodage n'évolue à la hausse,
- d'autre part, les élèves A, B, C, D et I, pour lesquels le nombre d'informations géométriques encodées correctement augmente, mais pour qui le nombre d'encodages erronés augmente également.

Retour sur l'hypothèse 1 : L'idée était d'amener les élèves à une analyse davantage mathématique, passant de la perception à l'analyse (Noirfalise et Matheron, 2009) :



Pour le premier groupe d'élèves, cela se vérifie : la manipulation permet de mieux reconnaitre les propriétés géométriques des figures simples et les propriétés spatio-géométriques de l'assemblage à décrire. Ces élèves sont parvenus à conceptualiser de manière efficace des informations sur les côtés et les angles des polygones utilisés. Ils ont également réussi à exprimer des relations d'ordre spatial avec des formulations mathématiques.

4. Analyse des erreurs d'encodage

Je vais m'intéresser ici plus précisément au second groupe d'élèves défini ci-dessus, ceux pour lesquels la manipulation ne semble pas avoir permis de dépasser totalement la géométrie perceptive pour instaurer une géométrie plus analytique.

- Elèves A, B, C et I :

Ces quatre élèves sont d'un bon, voire très bon niveau scolaire global. Cependant, leurs résultats sont irréguliers. Lors des différentes activités, ils ont fait preuve d'une certaine

instabilité attentionnelle et d'une volonté d'aller vite. Ils étaient les premiers à avoir terminé leur message et à vouloir les échanger, alors que leur binôme n'était pas prêt. J'ai dû les recentrer sur la tâche, les questionner sur les informations rédigées ou collées et celles éliminées. Cette verbalisation individuelle a conduit à quelques rajouts ou précisions dans les messages : l'élève C a rajouté une étiquette « Je suis composé de deux triangles rectangles. » sous la première qu'il avait choisie, « Je suis composé de deux triangles. » Parmi eux, l'élève A se distingue par la plus forte hausse du nombre d'informations erronées : l'explication se trouve hors des mathématiques et relève davantage, à mon sens, de la répercussion sur les apprentissages d'une situation familiale compliquée.

Retour sur l'hypothèse 1 : Pour ces élèves, la manipulation constitue un apport intéressant, puisqu'elle leur permet de mieux identifier certaines propriétés spatiales et géométriques. Toutefois, ils n'y ont pas systématiquement recours. Ils semblent faire preuve d'une conceptualisation plus avancée, qui se heurte parfois à certaines limites, auxquelles la manipulation pourrait apporter un soutien.

- Elève D :

Le cas de l'élève D prend le contre-pied des conclusions tirées plus haut. Cette élève tend à utiliser davantage d'informations géométriques correctes, mais des erreurs subsistent. Je vais m'attarder sur l'évolution entre la perception de l'assemblage et son analyse. En effet, tout au long de l'étude, l'élève D a éprouvé des difficultés à se détacher d'une description analytique, difficultés qu'elle a exprimées oralement et qui étaient visibles dans son attitude de recherche. Ses messages contenaient systématiquement la formulation « ça ressemble à … », écrit de manière libre en séance 2, sous forme de joker en séance 3, en détournant une étiquette en séance 4 : « Le … *sa reçanble a un* et le … *poisson* ont … côté(s) de même longueur. »

Retour sur l'hypothèse 1 : Ici, les contraintes sur le message et la manipulation n'ont pas été suffisantes pour évoluer vers une analyse géométrique, détachée de la perception initiale.

5. Analyse du décodage des messages

Au cours de l'étude, chaque élève a été amené à décoder six messages, concernant cinq assemblages différents, et provenant d'émetteurs variés. Une analyse individualisée de cette phase, à partir du tableau 6, amène, là aussi, à la constitution de deux sous-groupes :

- d'une part, les élèves A, B, C, E, H et I, pour lesquels la prise en compte correcte des informations géométriques données par l'émetteur reste relativement stable,
- d'autre part, les élèves D, F, G et J, pour lesquels on remarque une baisse du nombre d'informations géométriques correctement décodées.

Au début du dispositif, tous les élèves font preuve des mêmes capacités de décodage. L'écart se creuse ensuite, avec des élèves récepteurs restant fidèles au message, qui n'hésitent pas à signifier à l'émetteur que ses indices sont incohérents, et d'autres élèves récepteurs qui reconstituent l'assemblage correctement, mais sans tenir compte du contenu du message.

Retour sur l'hypothèse 2 : Pour le premier groupe d'élèves, la manipulation constitue bien un moyen de validation efficace, car ils confrontent l'assemblage initial, le message émis par le récepteur, et ce qu'ils ont réussi à en comprendre pour agir. Ce sont également ces élèves qui remarquent, par superposition ou par transparence, que l'orientation sur la feuille n'influe pas sur la justesse de la reconstitution et qu'un même assemblage peut être tourné différemment.

6. Analyse des erreurs de décodage

Je vais m'intéresser ici plus précisément au second groupe d'élèves défini ci-dessus, ceux pour lesquels le décodage semble perdre en efficacité.

- Elève J :

En situation d'encodage, l'élève J fait partie du sous-groupe pour lequel la situation a été bénéfique, alors qu'en situation de décodage ses résultats chutent sensiblement. La différence s'explique par son niveau scolaire global : il rencontre de grosses difficultés au niveau de la lecture, de l'écriture et de la motricité fine. Sa réussite à l'encodage provenait d'une aide de l'adulte pour lui lire les étiquettes, le déchargeant ainsi d'une tâche non géométrique et lui permettant de réussir. Toutefois, lors du décodage, cette aide à la lecture n'a pas été systématisée, et une difficulté de motricité dans la manipulation des figures s'est ajoutée.

Retour sur l'hypothèse 2 : Pour cet élève, la manipulation n'a pas été un moyen de validation efficace. Elle a plutôt constitué une difficulté, quant à la manipulation des figures mobiles.

- Elève D :

Nous retrouvons le cas de l'élève D, décrit plus haut, et qui a également rencontré des difficultés dans le décodage. Cette élève n'arrivant pas à se détacher d'une perception analytique, elle n'a pas toujours compris de manière efficace le message envoyé par son binôme émetteur et procédait à une reconstitution par tâtonnement, essayant de retrouver un assemblage qui lui semblait pertinent.

Retour sur l'hypothèse 2 : La manipulation a amené l'élève D à se rendre compte de l'inadéquation entre ce qu'elle avait produit et le message reçu, mais son manque d'expérience géométrique ne lui a pas permis d'accéder à une manipulation-validation.

- Elèves F et G :

Concernant les élèves F et G, bien que la lecture soit une compétence encore fragile pour tous les deux, ils n'ont pas eu de difficulté à lire les messages émis. Cependant, l'assemblage

qu'ils ont tracé est identique à l'assemblage décrit, alors même que le message est incohérent et n'aurait pas dû aboutir à cette réalisation.

Retour sur l'hypothèse 2 : Pour ces élèves, la manipulation leur semble pertinente car elle leur permet de retrouver la figure complexe cible. Mais du point de vue de la situation de communication, leurs procédures sont erronées, puisqu'ils agissent par anticipation implicite et non en fonction du message qui leur est délivré.

Les élèves qui sont capables de donner avec justesse le plus d'informations géométriques sont, pour la plupart, ceux qui tiennent le mieux compte du message émis, et y portent même un regard critique. Les autres élèves fonctionnent sur une base d'implicite entre l'émetteur et le récepteur : les figures sont anticipées et reconstituées de mémoire, sans réflexion géométrique. Cette transcription implicite des représentations est validée par A. Noirfalise et Y. Matheron (2009), qui trouvaient le clivage entre émetteur et récepteur trop simplificateur, car il y a nécessairement des relations humaines et un contrat didactique qui entrent en jeu.

Limites et perspectives

1. Limites à la recherche menée

La mise en œuvre et l'analyse de cette séquence ont attiré mon attention sur plusieurs limites.

Tout d'abord, cette recherche n'a inclus que des élèves de CE1 dont certains au niveau assez faible, dans une classe à double-niveau, alors que l'apport des plus grands, en tutorat ou dans des binômes hétérogènes, aurait peut-être facilité et enrichi le traitement de la situation.

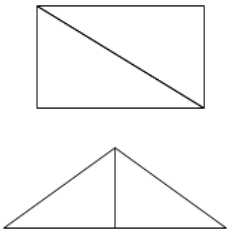
Une deuxième limite réside dans les difficultés éprouvées par les élèves à passer du codage de leur propre message au décodage du discours de leur camarade. Là où le problème n'était que graphique, l'introduction des étiquettes a apporté une solution pertinente pour faciliter la relecture par un pair. Mais parfois le problème venait de messages erronés, voire totalement incohérents, qui ne permettaient pas de retrouver la figure originale. Cela a suscité un regard critique chez quelques élèves, mais a surtout constitué un obstacle pour ceux dont les compétences géométriques n'étaient pas très sûres. Une autre limite est apparue pour le décodage, liée à l'implicite entre émetteur et récepteur : les assemblages n'étaient pas toujours reconstitués par raisonnement, mais plutôt par jeu de mémorisation ou de perception intuitive.

Enfin, lors de la validation par les élèves qui devaient estimer si leur réponse était juste ou non, il y a eu des hésitations et des discussions. La validation en géométrie est complexe car une procédure erronée peut aboutir à un résultat correct, alors qu'une procédure valide peut déboucher sur un résultat faux (Fénichel et al., 2004). Cela s'est ressenti lorsque le récepteur avait tracé la bonne figure, avec une autre orientation.

La dernière limite que j'identifierai suite à ce travail concerne l'appropriation de la tâche par les élèves : les consignes ont peut-être changé trop rapidement pour des élèves qui avaient déjà des difficultés en amont, comme l'élève D.

2. Perspectives d'amélioration

Afin de remédier à certaines difficultés énoncées ci-dessus, il me semblerait pertinent de prévoir des étapes supplémentaires avec, entre les séances 1 et 2, un jeu de portrait incluant des assemblages : les élèves retrouveraient le bon assemblage parmi d'autres, assez proches, à partir d'un message correct. Il serait également utile d'introduire d'autres assemblages confrontant les élèves à l'imprécision d'un message du type « Je suis composé de deux triangles rectangles. Les formes qui me composent ont 1 côté en commun et 2 sommets en commun. » Ici, l'assemblage cible formait un rectangle, retrouvé parfois implicitement. Le choix des assemblages étant une variable didactique importante dans cette situation, on aurait pu proposer deux triangles rectangles ayant en commun un autre côté que l'hypoténuse, une disposition moins intuitive chez les élèves.



Enfin, pour remédier aux obstacles de lecture, il pourrait être envisagé de faire construire par les élèves les messages contenus dans les étiquettes, avant que celles-ci ne soient utilisées. J'imaginerai alors un corpus d'assemblages à faire décrire par les élèves, oralement, tandis que l'enseignant assure un rôle de secrétaire. De cette façon, les élèves seraient acteurs de la construction du matériel de l'activité, ce qui me parait une entrée en la matière intéressante.

3. Apports pour la pratique professionnelle

La réalisation de ce mémoire a été l'occasion de questionner ma pratique, à la lumière de travaux scientifiques et de discussions croisées avec d'autres enseignants. Cela m'a amenée à construire une situation pédagogique ludique, en lien avec le vécu de la classe. J'ai alors pu voir mes élèves s'engager avec enthousiasme dans l'activité, y compris les élèves F et J qui ont tendance à se désengager rapidement des tâches scolaires.

Les résultats obtenus lors de l'expérimentation renforcent l'intérêt porté aux activités de manipulation, car ils ont montré leur bénéfice pour les élèves. Ce sont également des moments importants pour l'enseignant, malgré le temps de préparation inhérent, au cours desquels j'ai pu observer et avoir accès plus facilement aux représentations des élèves.

Enfin, j'ai pu prendre la mesure de l'importance du choix ou de la construction des supports utilisés et leur impact sur les procédures mises en œuvre, à travers les stratégies implicites de reconstitution des assemblages.

Conclusion

De nombreuses études se sont intéressées à la manipulation en mathématiques, plus particulièrement en géométrie. Dès lors, cette modalité d'enseignement apparait comme un outil aux multiples apports, tant pour l'élève, en réponse à un besoin de connaissance et d'exploration sensorielle, que pour l'enseignant, pour donner accès au processus cognitif.

L'étude proposée a permis, grâce à une situation de communication, de mettre en évidence deux aspects de la manipulation : d'une part, son pouvoir d'aide à la conceptualisation de propriétés spatio-géométriques, et d'autre part, son statut de moyen de validation à dominante mathématique. Cependant, l'analyse du cheminement et des productions individuelles des élèves a fait apparaitre des limites à une approche manipulatoire, car chez certains élèves, celle-ci ne renvoie pas à des connaissances acquises mais conduit plutôt à une surcharge cognitive. Ces élèves ont besoin d'une adaptation de l'activité, en les déchargeant d'une partie de la tâche ou en l'allégeant.

Nous pouvons donc conclure quant à l'apport, positif dans la plupart des cas, de la manipulation de figures complexes pour la conceptualisation de propriétés spatiales et surtout géométriques. Néanmoins, nous garderons à l'esprit les éléments discutés, afin de proposer des adaptations plus rigoureuses de la situation et continuer à travailler l'acquisition des propriétés géométriques, qui est un long processus, loin d'être achevé chez des élèves de cycle 2.

Remerciements

A l'issue de ce travail, je remercie Madame Sophie Soury-Lavergne qui a accompagné ma réflexion et m'a permis de l'enrichir. Je remercie également les élèves qui ont participé aux activités décrites, ainsi que les collègues qui m'ont apporté expertise et encouragements. Mes derniers remerciements s'adressent aux personnes restées dans l'ombre, pour leur précieux soutien et qui, par leurs relectures précises et leurs remarques, ont contribué à l'amélioration de ce manuscrit.

Bibliographie

BERDONNEAU Catherine (2006). *Aider les élèves en difficulté en mathématiques CP-CE1. Tome 1.* Paris : Hachette.

BERDONNEAU Catherine (2006, 7 juin). « De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques », Rouen : CRDP.

BERDONNEAU Catherine (2007). *Aider les élèves en difficulté en mathématiques CP-CE1. Tome 2.* Paris : Hachette.

BERTHELOT René, SALIN Marie-Hélène (1993-1994). « L'enseignement de la géométrie à l'école primaire », *Grand N, 53*, pp.39-56, IREM de Grenoble.

BERTOTTO Anne, HELAYEL Josiane (2003). *Enseigner la géométrie. Cycle2*. Paris : Bordas.

BETTINELLI Bernard (1993). *La moisson des formes*, Lyon : éd. Aleas.

BOËCHE Sandra (dir.) (2016). *Compagnons maths CE1*. Toulouse : SEDRAP.

BOËCHE Sandra (dir.) (2016). *Compagnons maths CE1. Le guide de l'enseignant(e)*. Toulouse : SEDRAP.

BROUSSEAU Guy (2000). « Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie », pp.67-83, Université de Crète : Rethymnon

CHARNAY Roland, COMBIER Georges, DUSSUC Marie-Paule, MADIER Dany (2016). *90 activités et jeux pour l'entrainement, la consolidation et la différenciation en Mathématiques. Cycle 2 CE1*, Paris : Hatier.

CHEVALLARD Yves, JULLIEN Michel (1991). « Autour de l'enseignement de la géométrie au collège », *Petit x, 27*, pp.41-76, IREM de Grenoble.

CLAIRAUT Alexis Claude (1741). *Eléments de géométrie*, Paris : Imprimerie et librairie classique de Jules Delalain. En ligne : http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k147493j

CLEMENTS D.H., SWAMINATHAN S., HANNIBAL M.A.Z., SARAMA J. (1999). *Young children's concepts of shape.*, *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*, pp.192-212, USA : National Council of Teachers of Mathematics.

DIAS Thierry (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris : Magnard.

DUVAL Raymond, GODIN Marc (2005). « Les changements de regards nécessaires sur les figures », *Grand N, 76*, pp.7-27, IREM de Grenoble.

FENICHEL Muriel, PAUVERT Marcelle, PFAFF Nathalie (2004). *Donner du sens aux mathématiques. Tome 1. Espace et géométrie.* Paris : Bordas.

GENTAZ Edouard (2013). « Comment aider les enfants de 5-6 ans à connaitre les figures géométriques planes ? Un point de vue des sciences cognitives de l'éducation. », Nantes : COPIRELEM.

HERODOTE, *Histoires*, II, 109, *in* Un jour une brève, « Carrer la Terre : une origine de la géométrie », Images des Mathématiques, CNRS, 2013.

JEUGE-MAYART Isabelle (dir.) (2008). *Le Petit Larousse 2009*, Paris : Larousse.

Larousse, dictionnaire en ligne. Récupéré sur larousse.fr :
http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/manipulation/49185

MANGIANTE-ORSOLA Christine, PERRIN-GLORIAN Marie-Jeanne (2013). « Géométrie en primaie : des repères pour une progression et pour la formation des maitres », Nantes : COPIRELEM.

Ministère de l'Education Nationale, Direction des Ecoles (juin 1986). *Activités géométriques ; compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985*.

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (2008). *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*, Paris : Bulletin Officiel Hors-Série numéro 3.

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (26 mars 2015). *Programmes de l'école maternelle*, Paris : Bulletin Officiel spécial numéro 2.

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (19 novembre 2015). *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4)*, Paris : Bulletin Officiel spécial numéro 10.

NOIRFALISE Annie, MATHERON Yves (2009). *Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Géométrie, grandeurs et mesures*, Paris : Vuibert.

PINET Laetitia, GENTAZ Edouard (2007). « La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans », *Grand N, 80*, pp.17-28.

PINET Laetitia, GENTAZ Edouard (2008). « Evaluation d'entrainements multisensoriels de préparation à la reconnaissance de figures géométrique planes chez les enfants de cinq ans : étude de la contribution du système haptique manuel », *Revue de pédagogie française, 162*, pp.29-44, Lyon : ENS éditions.

VICTORRI Bernard (2003). « Langage et géométrie : l'expression langagière des relations spatiales », *Revue de Synthèse*, pp.119-138, éd. Springer Verlag – Lavoisier.

TABLE DES ANNEXES

ANNEXE 1

DEFINITIONS DANS LE PLAN 1

ANNEXE 2

JEU DE MESSAGES (SEANCE 1, ACTIVITE 1) 2

ANNEXE 3

JEU DE « QUI SUIS-JE ? », VERSION N°1 (SEANCE 1, ACTIVITE 2) 4

ANNEXE 4

FICHES « SUSPECTS » 5

ANNEXE 5

FICHE INDICE 7

ANNEXE 6

CONTENU DES « BOITES A FORMES » 8

ANNEXE 7

ETIQUETTES-PROPRIETES 8

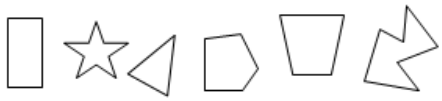
ANNEXE 8

RESULTATS DETAILLES 9

<u>Annexe 1</u> : Quelques définitions dans le plan (complément à la section 4.1.)

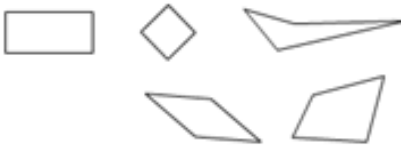
Qu'est-ce qu'un polygone ?

Un polygone est une « figure plane limitée par une ligne brisée fermée » (p.165), c'est-à-dire des segments qui en constituent les côtés. Tout polygone admet le même nombre de côtés, de sommets et d'angles. Si un polygone a tous ses angles et tous ses côtés de même mesure, on dira qu'il est régulier.

Sont des polygones	Ne sont pas polygones
	

Qu'est-ce qu'un quadrilatère ?

Un quadrilatère est un polygone à quatre côtés, dont la somme des angles vaut 360°. Les figures ci-contre sont des quadrilatères.



Parmi les quadrilatères, on distingue des figures géométriques aux propriétés particulières.

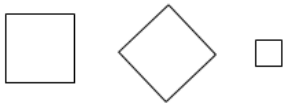
Le rectangle

Le rectangle est un quadrilatère qui possède quatre angles droits. Les figures ci-contre sont des rectangles.



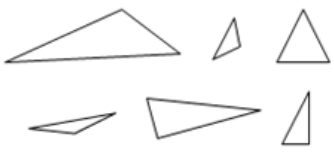
Le carré

Le carré est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange : il possède quatre côtés de même longueur (propriété du losange) et quatre angles droits (propriété du rectangle). Les figures ci-contre sont des carrés.



Qu'est-ce qu'un triangle ?

Un triangle est un polygone à trois côtés, dont la somme des angles vaut 180°. Les figures ci-contre sont des triangles.



On distingue plusieurs types de triangles, avec leurs propriétés respectives. Au cycle 2, on abordera seulement le triangle rectangle, mais l'on pourra amener les élèves à observer les côtés et les angles des autres types de triangles, à l'aide de la règle et de gabarits d'angles.

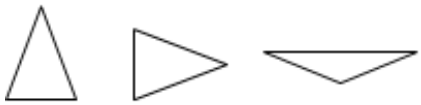
Cas particulier : le triangle rectangle

Le triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est nommé hypoténuse. Les figures ci-contre sont des triangles rectangles.



Cas particulier : le triangle isocèle

Le triangle isocèle est un triangle qui possède deux côtés de même longueur et un axe de symétrie. Les figures ci-contre sont des triangles isocèles.



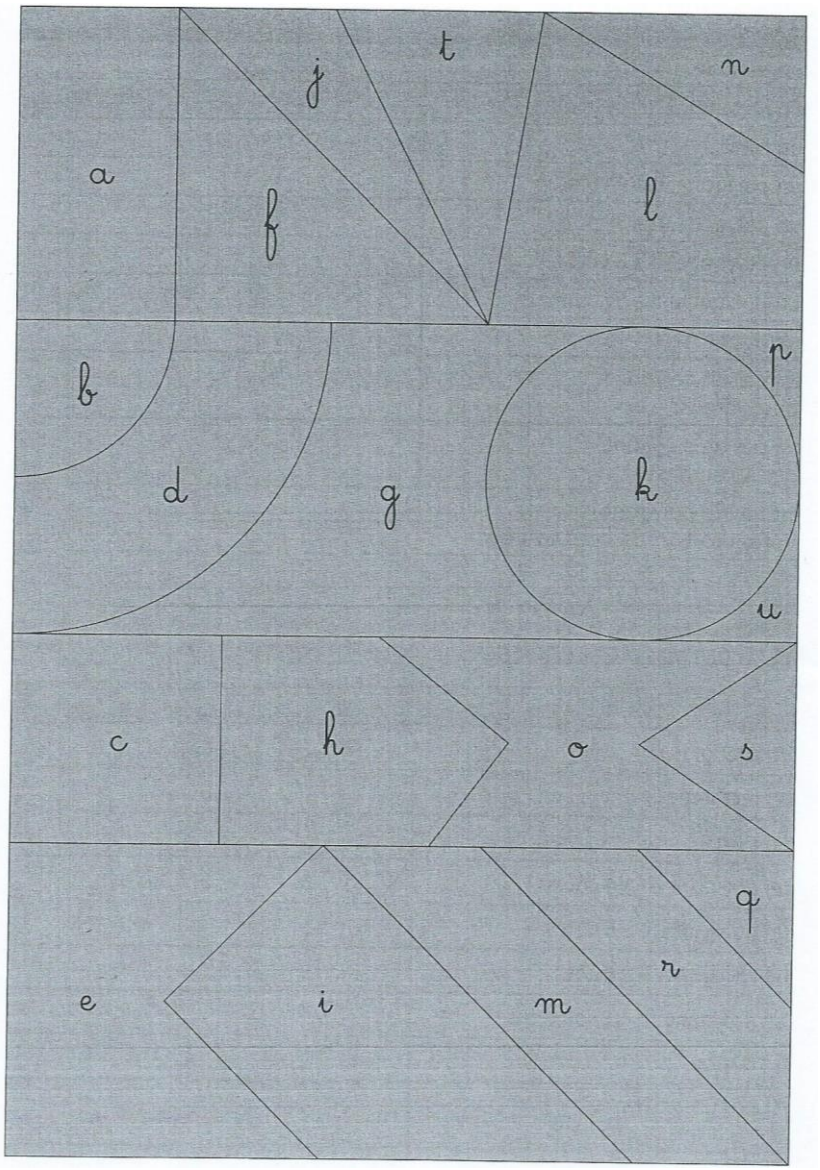
Cas particulier : le triangle équilatéral

Le triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont même longueur. Il possède trois axes de symétrie, et chacun de ses angles mesure 60°. Les figures ci-contre sont des triangles équilatéraux.



<u>Annexe 2</u> : « jeu de messages » (documents Hatier, consignes adaptées)

1. Formes manipulables à découper (une enveloppe par élève)



2. Tableau « de l'enquêteur » (version élève, un tableau par élève)

LE TABLEAU DES MESSAGES À COMPLÉTER

message	figures
C'est un triangle.	
C'est un rectangle.	
C'est un carré.	
C'est un polygone. Il a 4 côtés.	
C'est un polygone. Il a 5 côtés.	
C'est un polygone. Il a 6 côtés.	
C'est un polygone. Il a 5 sommets.	
C'est un disque.	
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords droits.	
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords courbes.	
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords droits et un bord courbe.	

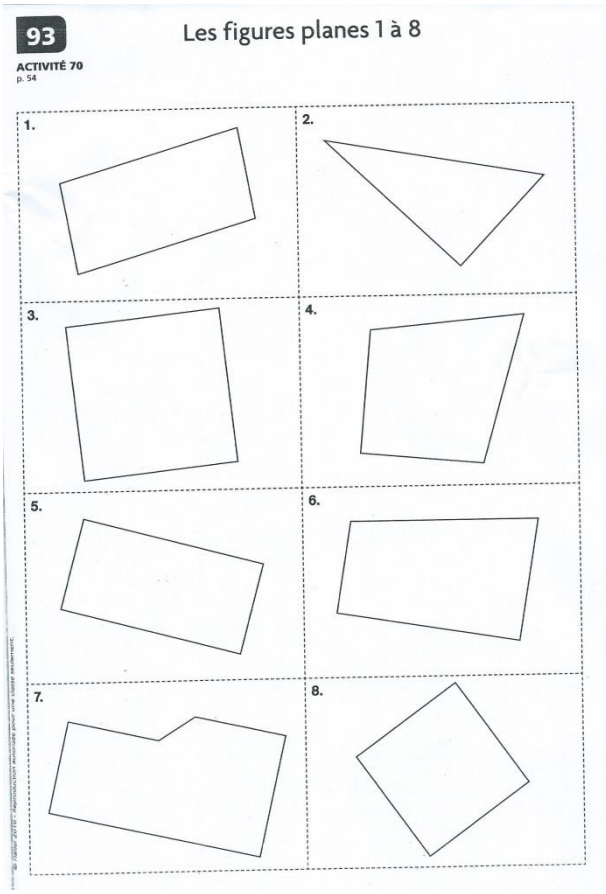
3. Tableau « de l'enquêteur » (version enseignant)

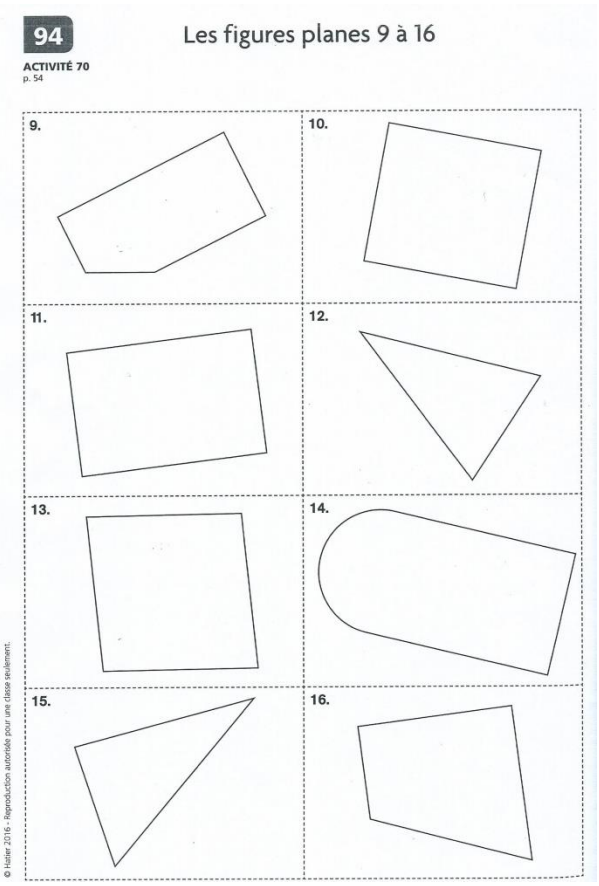
LE TABLEAU DES MESSAGES CORRIGÉ

message	figures
C'est un triangle.	f, j, t, n, s, q
C'est un rectangle.	a, c
C'est un carré.	c
C'est un polygone. Il a 4 côtés.	a, c, i, l, m, r
C'est un polygone. Il a 5 côtés.	e, h
C'est un polygone. Il a 6 côtés.	o
C'est un polygone. Il a 5 sommets.	e, h
C'est un disque.	k
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords droits.	b, d, g, p, u
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords courbes.	d, g
Ce n'est pas un polygone. Il a 2 bords droits et un bord courbe.	b, p, u

<u>Annexe 3</u> : « jeu du ‘’Qui suis-je ?’’ » (documents Hatier, consignes adaptées)

1. **Cartes des figures (figures 1 à 16 pour chaque élève)**





2. **Tableau « de l’enquêteur » (version élève, un tableau complet par élève)**

A	J’ai 5 côtés.	
B	Je suis un triangle. J’ai deux côtés qui ont la même longueur.	
C	Je suis un quadrilatère. Je n’ai qu’un seul angle droit.	
D	Je suis un carré. Mes côtés mesurent 5 cm.	
E	J’ai 4 angles droits. Je ne suis pas un carré, ni un rectangle.	
F	Je suis un rectangle. Mes côtés mesurent 4 cm et 6 cm.	

© Hatier 2016 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

G	J’ai deux angles droits et deux côtés qui mesurent 5 cm.	
H	Trois de mes côtés mesurent 3 cm.	
I	Mes côtés opposés ont même longueur. Ils mesurent 3 cm et 6 cm. Je n’ai pas d’angle droit.	
J	Je n’ai qu’un angle droit. Les deux côtés de l’angle droit ont même longueur.	
K	Je suis un rectangle. Deux côtés mesurent 5 cm.	
L	J’ai deux angles droits et un côté qui mesure 4 cm.	

3. Tableau « de l'enquêteur » (version enseignant)

92 ACTIVITÉ 70 p. 54

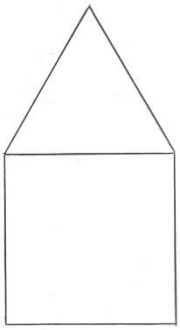
Les cartes recto verso

A	J'ai 5 côtés.	Figure 9
B	Je suis un triangle. J'ai deux côtés qui ont la même longueur.	Figure 12
C	Je suis un quadrilatère. Je n'ai qu'un seul angle droit.	Figure 4
D	Je suis un carré. Mes côtés mesurent 5 cm.	Figure 3
E	J'ai 4 angles droits. Je ne suis pas un carré, ni un rectangle.	Figure 7
F	Je suis un rectangle. Mes côtés mesurent 4 cm et 6 cm.	Figure 11
G	J'ai deux angles droits et deux côtés qui mesurent 5 cm.	Figure 16
H	Trois de mes côtés mesurent 3 cm.	Figure 7
I	Mes côtés opposés ont même longueur. Ils mesurent 3 cm et 6 cm. Je n'ai pas d'angle droit.	Figure 1
J	Je n'ai qu'un angle droit. Les deux côtés de l'angle droit ont même longueur.	Figure 4
K	Je suis un rectangle. Deux côtés mesurent 5 cm.	Figure 10
L	J'ai deux angles droits et un côté qui mesure 4 cm.	Figure 6

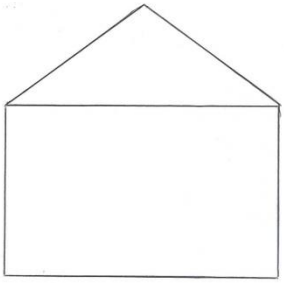
© Hatier 2016 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

<u>Annexe 4</u> : fiches « suspects »

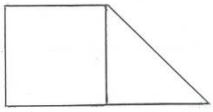
Fiche suspect n°1 SUSPECT



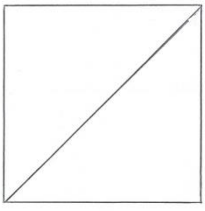
Fiche suspect n°2 SUSPECT



Fiche suspect n°3 SUSPECT

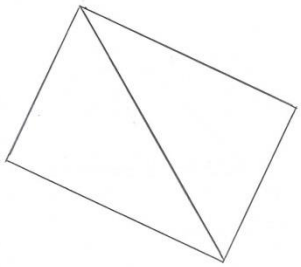


Fiche suspect n°4 SUSPECT



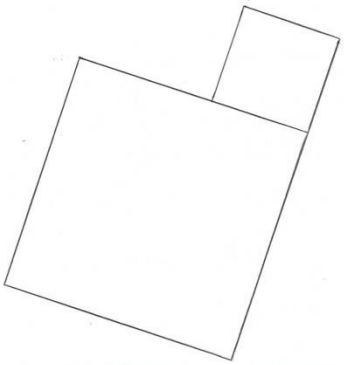
Fiche suspect n°5

SUSPECT



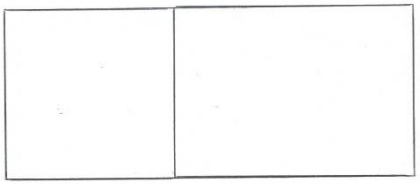
Fiche suspect n°6

SUSPECT



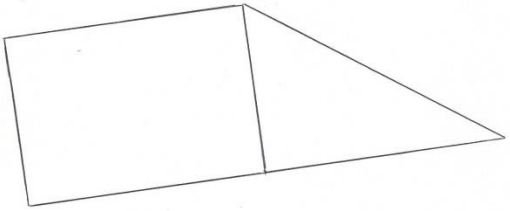
Fiche suspect n°7

SUSPECT



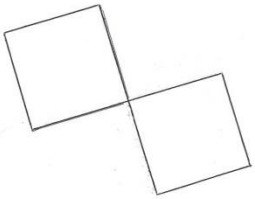
Fiche suspect n°8

SUSPECT



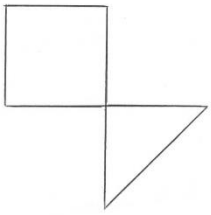
Fiche suspect n°9

SUSPECT



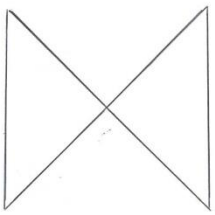
Fiche suspect n°10

SUSPECT



Fiche suspect n°11

SUSPECT



Annexe 5 : fiche « indice »

Fiche indice de ..... pour .....

Mon message :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Voici la figure que j'ai obtenue à partir des indices :

J'ai réussi à reconstruire la figure suspecte : oui non

Annexe 6 : contenu des « boites à formes » (une barquette par suspect)

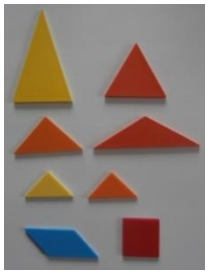
Suspect n° 1 :



Suspect n°2 :



Suspect n°3 :



Suspect n°4 :



Suspect n°5 :



Suspect n° 6 :



Suspect n° 7 :



Suspect n° 8 :



Suspect n°9 :



Suspect n° 10 :

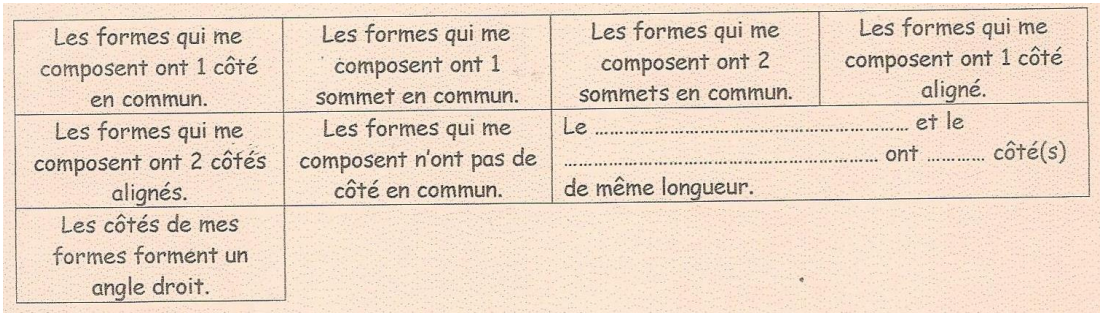


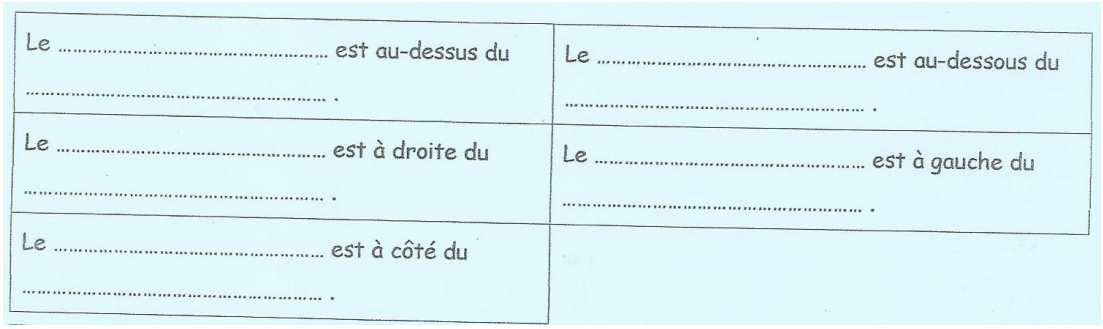
Suspect n° 11 :



Annexe 7 : étiquettes des propriétés (versions 3 et 4 du ‘’Qui suis-je ?’’)

Je suis composé d'un carré.	Je suis composé d'un rectangle.	Je suis composé d'un triangle.	Je suis composé d'un triangle rectangle.
Je suis composé de 2 carrés.	Je suis composé de 2 rectangles.	Je suis composé de 2 triangles.	Je suis composé de 2 triangles rectangles.
Le triangle a 2 côtés de même longueur.	Le triangle a 3 côté de même longueur.		





Annexe 8 : résultats détaillés (séances 2 à 4)

	Nombre d'informations dans le message libre (enquête n°1)					Message suffisant
	Informations analogiques	Informations spatiales		Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	correctes	incorrectes	oui / non
Elève A	1	0	0	3	0	oui
Elève B	0	0	0	4	0	non
Elève C	0	1	0	2	0	non
Elève D	1	0	0	0	0	non
Elève E	3	1	0	1	1	non
Elève F	0	0	0	2	0	non
Elève G	0	1	0	2	0	non
Elève H	1	1	0	2	0	non
Elève I	1	1	0	3	0	non
Elève J	0	1	0	1	1	non

	Nombre d'informations dans le message libre (enquête n°2)					Message suffisant
	Informations analogiques	Informations spatiales		Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	correctes	incorrectes	oui / non
Elève A	0	1	0	3	0	non
Elève B	0	1	0	2	0	non
Elève C	0	0	0	2	0	non
Elève D	1	0	0	0	0	non
Elève E	0	2	0	3	0	non
Elève F	0	0	0	2	0	non
Elève G	0	2	1	1	0	non
Elève H	0	0	0	2	0	non
Elève I	1	0	0	0	0	non
Elève J	1	0	0	2	0	oui

	Nombre d'informations dans le message (enquête n°3)					Message suffisant
	Informations analogiques (joker)	Informations spatiales		Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	correctes	incorrectes	oui / non
Elève A	0	2	0	1	0	non
Elève B	0	0	1	3	0	non
Elève C	0	1	0	4	0	non
Elève D	0	0	1	2	2	non
Elève E	0	1	0	2	0	oui
Elève F	0	2	0	4	0	oui
Elève G	0	0	1	3	0	oui
Elève H	0	0	5	2	1	non
Elève I	0	1	0	3	0	oui
Elève J	Abs.	Abs.	Abs.	Abs.	Abs.	Abs.

	Nombre d'informations dans le message (enquête n°4)			Message suffisant
	Informations analogiques ou spatiales (joker)	Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	oui / non
Elève A	0	1	0	1
Elève B	0	1	0	4
Elève C	0	1	0	4
Elève D	0	2	0	2
Elève E	1	1	0	2
Elève F	0	2	0	1
Elève G	0	3	0	2
Elève H	0	0	0	4
Elève I	1	1	0	1
Elève J	0	1	0	5

	Nombre d'informations dans le message (enquête n°5)			Message suffisant
	Informations analogiques ou spatiales (joker)	Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	oui / non
Elève A	0	4	2	non
Elève B	0	4	0	oui
Elève C	0	5	0	oui
Elève D	1	3	0	non
Elève E	0	2	0	non
Elève F	0	5	0	oui
Elève G	0	2	0	non
Elève H	0	4	0	non
Elève I	0	4	1	non
Elève J	1	1	0	non

	Nombre d'informations dans le message (enquête n°6)			Message suffisant
	Informations analogiques ou spatiales (joker)	Informations géométriques		
		correctes	incorrectes	oui / non
Elève A	0	3	4	non
Elève B	0	3	2	non
Elève C	0	2	1	non
Elève D	1	1	0	non
Elève E	0	3	1	non
Elève F	0	5	0	oui
Elève G	0	2	0	non
Elève H	0	4	0	non
Elève I	0	4	0	non
Elève J	0	4	0	non

École supérieure du professorat et de l'éducation Académie de Grenoble
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes
UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

Année universitaire 2016-2017

Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention Premier degré

Géométrie et manipulation au cycle 2. Manipuler les formes constituant des figures complexes pour mieux identifier les propriétés géométriques en jeu.

Auteur : Adeline CURTET - - GRANGER

Résumé :

Parmi les chercheurs, il y a un accord actuel sur l'utilité de la manipulation : intérêt des élèves, approche multi sensorielle, outil d'aide, décharge cognitive, apports pour l'enseignant, etc. Elle est également remise au centre de l'actualité scolaire par les attentes institutionnelles. Admettant cette hypothèse de travail, la problématique nait au croisement des lectures et d'un constat dressé dans une classe de cycle 2. Il s'agit d'étudier les apports de la manipulation en géométrie, en CE1, lors d'une situation de messages dans laquelle les élèves émetteurs doivent décrire un assemblage constitué de deux formes simples, afin de permettre aux élèves récepteurs de le reconstituer à l'aide de formes manipulables. Les résultats de cette étude ont permis, pour la plupart des élèves participants, de valider les hypothèses émises. La manipulation permet donc de mieux reconnaitre et utiliser les propriétés spatio-géométriques des figures planes dans les assemblages proposés, et elle constitue un moyen de validation mathématique. Hormis les élèves en difficulté, la manipulation constitue donc une modalité pédagogique pertinente pour assurer la transition entre géométrie perceptive et géométrie analytique.

Mots clés : enseignement des mathématiques, géométrie, cycle 2, manipulation, forme géométrique, figure complexe, propriété spatiale, propriété géométrique

Summary :

Among researchers, there is a current agreement on the usefulness of handling: student interest, multi-sensory approach, help tool, cognitive discharge, input for the teacher, etc. It is also put at the center of school news by Institutional Expectations. Admitting this working hypothesis, the problem arises between the readings and a statement drawn up in a key stage 2 class. It is a question of studying the contributions of handling in geometry, in CE1, during a situation of communication in which the transmitting pupils must describe an assembly consisting of two simple shapes, in order to allow the pupil receivers to reconstruct it, using handled shapes. The results of this study made it possible, for most of the participating students, to validate the assumptions made. Thus, handling makes it possible to better recognize and use the spatio-geometric properties of plane shapes in the proposed assemblies, and it constitutes a way of mathematical validation. Aside from students in difficulty, manipulation is therefore a relevant pedagogical modality to ensure the transition between perceptual geometry and analytic geometry.

Key words : teaching of mathematics, geometry, key stage 2, handling, geometric shape, complex assembly, spatial property, geometric property