



**HAL**  
open science

# La démarche d'essais-erreurs en mathématiques : analyse statistique de l'efficacité des mathématiques en phase d'entraînement

Thomas Fouquet

## ► To cite this version:

Thomas Fouquet. La démarche d'essais-erreurs en mathématiques : analyse statistique de l'efficacité des mathématiques en phase d'entraînement. Education. 2017. dumas-01651044

**HAL Id: dumas-01651044**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01651044>**

Submitted on 28 Nov 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**LA DÉMARCHE D'ESSAIS-  
ERREURS EN  
MATHÉMATIQUES**

**Analyse statistique de l'efficacité  
des mathématiques en phase  
d'entraînement**

**Mémoire présenté dans le cadre de la formation initiale 2<sup>ème</sup>  
année 2016-2017 :**

**MEEF mention 1<sup>er</sup> degré**

**Soutenu publiquement par**

*FOUQUET Thomas*

**En présence d'un jury composé de**

Tuteur ESPE : *LE DANTEC Olivier*

Tuteur Éducation Nationale : *FARRUGIA Hélène*

Autre (*le cas échéant*) : *à compléter*

## Déclaration anti-plagiat

Nom...FOUQUET.....Prénom...Thomas.....

Je déclare que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel et que personne d'autre que moi ne peut s'en approprier tout ou partie.

J'ai connaissance du fait que prétendre être l'auteur de l'écrit de quelqu'un d'autre enfreint les règles liées à la propriété intellectuelle.

Je sais que les propos empruntés à d'autres auteurs doivent figurer entre guillemets et que je m'appuie dans ce mémoire sur des écrits systématiquement référencés selon une bibliographie précise.

Date : 17/02/2017

Signature :

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Fouquet', with a long horizontal stroke extending to the right.

## TABLE DES MATIÈRES

---

I	Introduction .....	5
I.1	Les mathématiques : présentation générale .....	5
I.2	Enjeux et contraintes.....	6
II	Analyse théorique.....	7
II.1	L'erreur .....	7
II.2	L'activité, une des modalités d'apprentissage .....	8
II.3	L'apprentissage par essais-erreurs, l'hypothèse animale .....	9
II.4	Le tâtonnement expérimental .....	10
Le problème.....	11	
L'information rétroactive .....	11	
De la réussite à l'acquisition des savoirs.....	12	
II.5	Les mathématiques, un support de tâtonnement expérimental.....	12
La motivation .....	13	
L'erreur.....	13	
Le Problème .....	13	
Les Feedbacks .....	14	
Les Répétitions.....	14	
Inciter à la réflexion .....	15	
III	Analyse empirique.....	16
III.1	Introduction .....	16
III.2	Protocole.....	16
Les exercices habituels.....	17	
Les mathématiques.....	17	
Les tests .....	19	
III.3	Résultats.....	20
III.4	Analyse quantitative .....	22

La mesure de l'effet, l'hypothèse paramétrique .....	22
La mesure de l'effet.....	22
La comparaison des distributions .....	23
III.5 Analyse qualitative .....	24
La mise en activité.....	24
La persévérance.....	25
IV Discussion .....	26
IV.1 La taille de l'échantillon .....	26
IV.2 Le temps consacré à l'étude.....	26
IV.3 Les tests .....	27
Évaluation quantitative ou semi-quantitative .....	27
Une évaluation indépendante du traitement .....	28
IV.4 Les mathématiques .....	29
V Conclusion.....	31
VI Bibliographie.....	34

## I INTRODUCTION

---



*L'idée des **matrices de problèmes ouverts** remonte à deux ans lors d'une fête des mathématiques organisée sur l'ESPE. Laurent Giauffret avait apporté un problème inventé par la société française des jeux mathématiques. C'est grâce à ce problème qu'Olivier Le Dantec s'est dit qu'il y avait là une mine pour promouvoir la démarche d'essais-erreurs.*

*Le dispositif s'est cherché pendant un an, des étudiants ont fait leur mémoire sur ce sujet, des enseignants et des maîtres-formateurs l'ont testé dans les classes et il a trouvé alors sa forme définitive : des séries de 8 matrices de difficultés croissantes sur un même type de problème.*



(Le Dantec, Qui sommes nous ?, 2016)

Dans un contexte où les élèves français obtiennent un score médiocre en mathématiques à une évaluation internationale (Colman & Le Cam, 2016), on peut considérer l'importance que revêt l'enseignement des mathématiques en France. Il semble donc important de faire évoluer les pratiques, d'une part, et d'avoir un retour sur celles-ci d'autre part.

Dans ce texte nous nous intéresserons particulièrement à l'outil didactique qu'est la démarche d'essais-erreurs, que nous rapprocherons de l'idée de tâtonnement expérimental. Les mathématiques, conçues pour favoriser cette démarche, sont donc un support pédagogique pertinent pour cette étude. La problématique sur laquelle nous allons porter notre attention concerne l'efficacité de ces mathématiques en classe. Plus particulièrement, nous étudierons dans des classes de cycle 2 et cycle 3 la différence d'efficacité entre une phase d'entraînement par exercices « classiques » et une phase d'entraînement par des mathématiques. Ce test interviendra donc après les phases de découverte et d'institutionnalisation.

Afin d'éviter tout biais, une seule compétence sera évaluée et les mathématiques en question seront créées spécialement pour cette étude.

### I.1 LES MATHÉMATIQUES : PRÉSENTATION GÉNÉRALE

La notion de matrice est à concevoir ici au sens large, comme un support avec des vides à combler. Remplir ces vides confronte l'élève à un problème. Sur une série, le problème est similaire d'une matrice à l'autre mais de difficulté croissante. Ainsi, l'élève est d'abord placé

en situation de réussite, il met en place des premières procédures de résolution. Ces procédures seront confirmées, infirmées ou complétées par les mathématiques de niveau supérieur.

Une caractéristique importante de ces matrices est de proposer un support effaçable. En effet, les mathématiques sont plastifiées et les élèves écrivent à l'aide d'un feutre à ardoise.

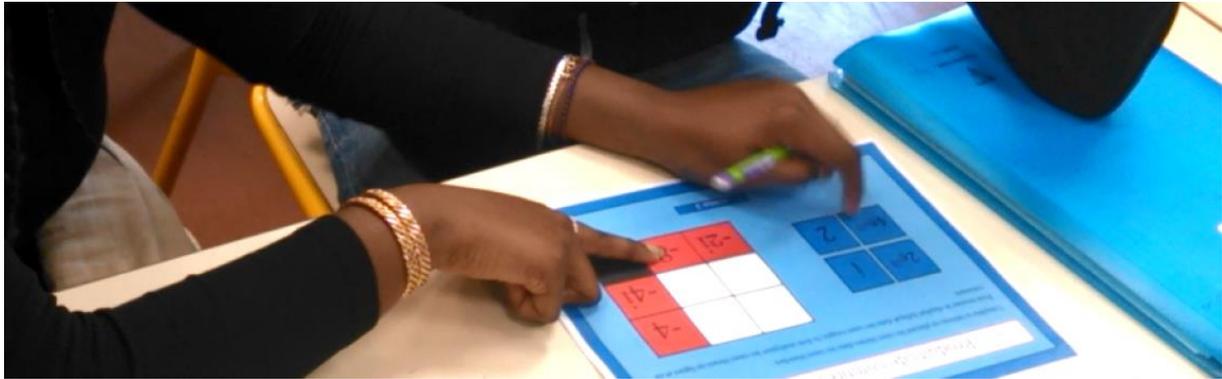


Figure 1: Des élèves en action devant une mathématrix (Le Dantec, mathématiques.com, s.d.)

## I.2 ENJEUX ET CONTRAINTES

La première partie de ce texte présentera une analyse théorique des concepts d'essais-erreurs et de tâtonnement expérimental à partir de données bibliographiques. Cette analyse traitera donc du statut de l'erreur et des théories de l'apprentissage, puis se focalisera sur les notions de démarche d'essais-erreurs et de tâtonnement expérimental.

Une fois ce cadre défini, il conviendra d'élaborer un protocole détaillé et reproductible pour la mise en place des mathématiques dans les classes afin de garantir une analyse objective. Les résultats qui découleront de ce protocole seront analysés statistiquement dans l'espoir de pouvoir en tirer certaines conclusions.

Même si un effort particulier a été produit pour l'élaboration d'un effectif relativement grand, représentant plusieurs classes dans deux écoles, en aucun cas les éventuels résultats ne pourront être transposés à l'ensemble des élèves français. Le propos de ce texte est donc de définir une ébauche d'analyse locale et d'élaborer un protocole strict pour l'analyse de l'efficacité des mathématiques en classes de primaire.

## II ANALYSE THÉORIQUE

---

### II.1 L'ERREUR

En 1995, le Canada avait initié la mise en place de l'évaluation formative depuis une vingtaine d'années mais elle n'était toujours pas généralisée. Daniel Favre avait alors rapproché cette latence à la perception de l'erreur, notamment chez les enseignants (Favre, 1995). Il avait demandé à des enseignants (de tous horizons et de toutes expériences) d'associer un mot au sentiment fugace qui les traverse au moment où ils constatent leur propre erreur. Les résultats étaient sans équivoque : « *le pourcentage de " mots qui traduisent une émotion ou un sentiment qui débouche sur l'action" reste faible, de l'ordre de 10 %, et constant.* » (Favre, 1995, p. 88). L'erreur est donc inhibitrice, dans ce cas, de l'action, de l'activité, ce que l'on peut éventuellement expliquer par le fait que dans le cerveau, les zones associées aux processus cognitifs interagissent avec celles des émotions (Favre, 1995). On peut donc supposer que dans un contexte où l'erreur serait connotée très négativement, elle pourrait entraîner une charge émotionnelle prenant le pas sur l'action.

Il y a dans le processus d'apprentissage une part importante du pouvoir sur l'environnement. Si l'apprenant vient à mettre en doute sa capacité à influencer sur l'environnement, après des échecs répétés par exemple, il pourrait se démobiliser totalement. C'est ce que Christian George nomme l'impuissance apprise : « *On peut susciter expérimentalement l'attente d'une absence de pouvoir sur les événements survenant dans l'environnement. Une telle attente est de nature à empêcher complètement l'apprentissage d'une réponse instrumentale. [...] L'échec a un effet beaucoup moins démobilisateur lorsque l'élève l'attribue à des facteurs qu'il juge en son pouvoir de corriger, comme le manque d'effort ou d'attention, plutôt qu'à des facteurs qui échappent à son contrôle.* » (George, 1983, pp. 50-52)

Pourtant, on connaît aujourd'hui l'importance de l'erreur dans les apprentissages, ce qui a même amené certains auteurs à écrire : « *L'erreur [...] est le principal vecteur de la communication sur ce qui façonne [...] la relation didactique : enseigner, apprendre... et montrer que l'on sait.* » (Ravenstein & Sensevy, 1993-1994, p. 83).

Il convient donc de trouver un moyen de déculpabiliser l'erreur, voir même de la valoriser. Ainsi il serait préférable de considérer l'apprentissage non pas comme une acquisition de savoirs immuables mais comme une modélisation réversible de la réalité (Favre, 1995) dont l'erreur serait instigatrice de l'évolution de ce modèle.

## II.2 L'ACTIVITÉ, UNE DES MODALITÉS D'APPRENTISSAGE

Dans sa synthèse des théories de l'apprentissage, Christian George relève quatre modalités d'acquisition : l'action, la maturation, la perception et la transmission sociale (George, 1983). Cependant, au tout début de son ouvrage, l'auteur précise que l'activité « *est condition de l'acquisition grâce aux informations qu'elle procure* » (George, 1983, p. 9). C'est pourquoi il nous faut accorder une attention particulière à l'activité dans les situations d'apprentissages. On peut définir l'activité, l'action comme s'exerçant sur quelque chose : un objet physique, soi-même ou des symboles (George, 1983). Ainsi tout calcul est une activité au sens didactique, impliquant l'action de l'apprenant sur des symboles, la manipulation d'objets abstraits. On peut voir déjà ici le lien étroit entre l'action et les mathématiques et on pourrait même conclure qu'il n'y a pas de mathématiques sans action.

Après chaque action, l'apprenant constate (ou l'enseignant lui fait constater) la conformité ou la disparité entre le résultat recherché et celui obtenu. La stabilisation ou le remaniement de ces actions en fonction de ces informations étant un facteur d'apprentissage (George, 1983). On rejoint donc ici l'idée d'erreur source d'apprentissage. Ravenstein et Sensevy ont distingué deux types d'erreurs consécutives à l'action : l'erreur liée à la « tâche prescrite » et celle liée à la « tâche effective » (Ravenstein & Sensevy, 1993-1994). S'il est facile de relever et de comprendre l'erreur liée à la tâche prescrite, comme un écart par rapport au produit attendu, celle liée à la tâche effective est beaucoup moins transparente. En effet cette erreur porte sur les procédures mises en place par l'élève, sur ce qui se passe dans sa tête pendant l'action.

### II.3 L'APPRENTISSAGE PAR ESSAIS-ERREURS, L'HYPOTHÈSE ANIMALE

En 1898, Thorndike publie dans *The Psychological Review* un article décrivant un certain nombre d'expériences menées dans le but d'étudier l'intelligence animale. Une de ces expériences portait sur des chats qui devaient se sortir d'une boîte à l'aide d'un mécanisme caché d'ouverture.

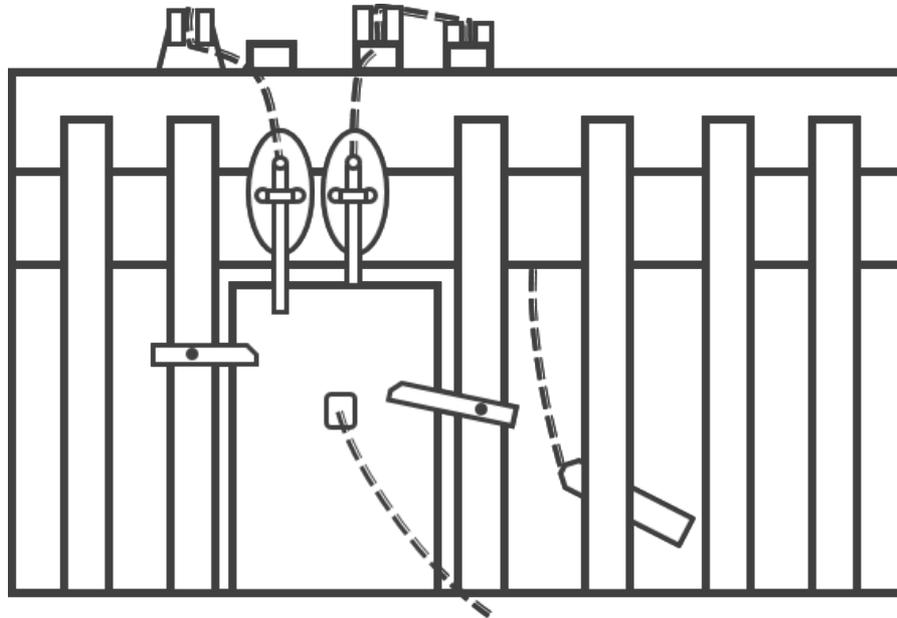


Figure 2: Schéma d'une boîte ayant servi aux expériences (d'après Thorndike, 1898)

Dans cette expérience, les chats « apprennent » à ouvrir la boîte pour en sortir et éventuellement obtenir une récompense (Thorndike, 1898). La complexité du mécanisme ne laisse pas supposer que le chat puisse mettre en place un raisonnement, il s'agit ici d'un processus d'apprentissage par essais-erreurs avec réussite accidentelle (George, 1983). Le fait que la vitesse de résolution augmente au fil des itérations par un même sujet conduit Thorndike à définir l'apprentissage comme la sélection d'une conduite ou d'une réponse parmi toutes celles disponibles au détriment des autres dont le mécanisme principal est l'effet : satisfaction ou désagrément.

C'est ainsi qu'il énoncera la Loi de l'Effet, soit la première loi de Stimulus-Réponse, dont voici une formulation des propositions d'après la synthèse de Christian George (George, 1983) :

- La satisfaction fortifie la connexion entre la réponse et la situation.
- Il en résulte une augmentation de la probabilité que cette réponse soit répétée dans la même situation.
- Plus la satisfaction est grande, plus la connexion est fortifiée.

Thorndike initie ici le concept de conditionnement opérant, fondamental au sein du behaviorisme et repris dans le milieu du XX<sup>ème</sup> siècle par Burrhus Frederic Skinner.

Il est important de constater qu'historiquement, la notion de démarche d'essais-erreurs est opposée au raisonnement. L'apprentissage est ici initié par des propriétés motivationnelles simples. Premièrement le besoin, d'origine endogène, lié à l'état de l'organisme, à une carence. Deuxièmement, l'incitation, exogène, liée à la perception ou à l'attente de certains objets dont la valeur incitatrice est innée ou acquise (George, 1983), la valence d'un objet augmentant avec le plaisir lié à son utilisation.

La propriété motivationnelle intervient donc avant l'obtention d'un renforçateur, par exemple une récompense, en opposition à la propriété renforçatrice, celle-là même à l'origine de la fixation de la réponse chez le sujet, qui intervient après l'obtention du renforçateur.

Le conditionnement pavlovien, basé sur un couplage répété entre stimulus et renforçateur illustre bien la possibilité qu'une récompense future, non perceptible, puisse être motivationnelle (George, 1983).

Cependant, la loi empirique de l'effet est rapidement mise en défaut quand on tente de l'appliquer à l'Homme. En effet, de nombreux autres facteurs interviennent aux différentes étapes de l'apprentissage. La motivation, par exemple, s'applique alors à l'attente d'un événement possible et dépend, certes, de sa valence mais également de sa représentation mentale, de sa probabilité, son imminence, son degré de réversibilité, le caractère conscient ou non de l'attente... Il faut également considérer que le niveau d'acquisition dépend de ce que fait l'individu dans la situation, d'un point de vue moteur et cognitif. « *Lorsque le sujet apprend, il apprend non seulement que sa conduite entraîne une satisfaction ou un désagrément, mais aussi le type de modification de la situation provoquée par sa conduite, la nature du résultat obtenu* » (George, 1983, p. 221).

L'apprentissage nécessite donc d'aller au-delà du tâtonnement.

#### II.4 LE TÂTONNEMENT EXPÉRIMENTAL

Si le tâtonnement est une approche mécaniste, dénuée de raisonnement, elle n'a qu'un intérêt limité au sein de l'école. C'est pourquoi, la démarche d'essais-erreurs appliquée à la pédagogie prend la forme d'un tâtonnement expérimental. Ceci va dans le sens du raisonnement soutenu par Célestin Freinet : « *Ce n'est qu'au tout début de nos contacts avec le milieu que nous pouvons agir exclusivement par le procédé des essais et des erreurs. C'est la démarche classique où, dans l'impossibilité où l'on se trouve de prendre une décision expérimentale, on fait tourner un sou. Mais il suffit d'un début d'expérience pour que ce ne soit plus le hasard seul qui décide* » (Freinet, 1963, pp. 220-221).

L'accomplissement du tâtonnement expérimental passe par des apprentissages cognitifs au-delà des apprentissages comportementaux, ces « circuits-courts » (Fraisie, 1976), qui ne concernent que des variations réactionnelles. Parmi les acquisitions résultant d'un apprentissage cognitif figurent notamment le test d'hypothèses ou les rectifications de stratégies de résolution de problèmes (George, 1983).

Plusieurs paramètres sont à respecter pour la mise en place d'une situation pédagogique relevant du tâtonnement expérimental. La situation doit poser un problème à l'élève et le motiver à le résoudre. Des feedbacks, des boucles de rétroaction, doivent permettre une évaluation formative. Enfin, l'élève doit être incité à organiser, catégoriser les informations collectées.

#### LE PROBLÈME

Revenstein et Sensevy traduisent la définition du problème proposée par Newell et Simon en 1972 : « un individu est confronté à un problème quand il désire quelque chose et qu'il ne sait pas immédiatement quelle sorte d'action il doit produire pour l'obtenir » (Revenstein & Sensevy, 1993-1994). Le support proposé à l'élève ne doit donc pas laisser apparaître un mode de résolution immédiat mais le contraindre à réaliser des tentatives, des essais. Ainsi l'erreur est un passage obligé, une source d'informations pour l'élève.

Il convient donc de se conformer au paradigme du traitement scientifique de l'information, par opposition au paradigme de traitement dogmatique de l'information (Favre, 1995). Tout d'abord, l'énoncé doit être formulé explicitement, l'erreur peut éventuellement être présentée. L'élève doit ensuite passer par des hypothèses qu'il devra tester. L'erreur, même si elle est inattendue, engendre une attitude réflexive vers la formulation d'une nouvelle hypothèse. On note ici que le paradigme décrit par Daniel Favre en 1995 s'oppose bien à l'idée d'un simple tâtonnement puisque la réflexion, le raisonnement, prennent une place importante. Il est également indispensable de considérer que l'erreur doit être évidente pour l'élève à un moment donné au cours de l'action, sans ce feedback il ne peut être en mesure de faire évoluer le modèle de résolution qu'il a initialement mis en place.

#### L'INFORMATION RÉTROACTIVE

Les réussites et échecs ont des effets immédiats sur l'action menée par l'élève. Ces effets peuvent être de différentes natures (George, 1983) :

- L'emploi de mécanismes de correction préétablis
- La variation dans la répartition des ressources en temps ou en énergie
- La modification des choix préalablement effectués
- Réorganisation de la procédure avec éventuellement la définition d'un sous-but

- La recherche d'informations supplémentaires
- La systématisation des mécanismes de contrôle

Ces démarches ne concernent que certains types d'erreurs, selon la typologie d'Astolfi, que l'on pourrait qualifier d'erreurs à intérêt pédagogique car elles suscitent un feedback. Ainsi, seront source de rétroaction les erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves, les erreurs portant sur les démarches adoptées ainsi que les erreurs causées par la complexité propre du contenu (Hamon, 2012).

#### DE LA RÉUSSITE À L'ACQUISITION DES SAVOIRS

La réussite n'est pas garante de l'apprentissage. Pour un temps d'action suffisamment long, des réussites intermittentes peuvent survenir sans qu'il puisse pour autant être observé le moindre signe d'apprentissage (George, 1983).

Il faut donc viser des changements stables chez l'élève, caractéristiques de l'apprentissage (George, 1983) :

- La mémorisation de la procédure qui conduit à la réussite
- La mémorisation de quelques états réalisés au cours de la procédure
- La formulation de règles générales pour l'élaboration d'une procédure efficace
- L'organisation et la catégorisation des informations collectées
- L'identification des propriétés pertinentes, c'est-à-dire qui contraignent les choix

Ces changements permettent de définir un paramètre extrêmement important du tâtonnement expérimental dans une situation pédagogique : la répétition. La procédure doit être répétée, donc l'énoncé également, afin d'être corrigée, affinée mais également de permettre la collecte de suffisamment d'informations pour qu'un tri s'impose.

#### II.5 LES MATHÉMATIQUES, UN SUPPORT DE TÂTONNEMENT EXPÉRIMENTAL

En synthétisant les différents éléments théoriques, il est possible de caractériser les principes fondamentaux à la base de la création d'un support pédagogique pour le tâtonnement expérimental :

- Motiver : le support doit donner envie d'être utilisé
- Favoriser l'erreur formatrice
- Mettre l'élève face à un problème qu'il a envie de résoudre et dont la solution n'est pas accessible directement
- Donner la possibilité d'acquérir des informations rétroactives via des feedbacks.

- Permettre la mémorisation d'une procédure efficace et des informations liées par répétition.

#### LA MOTIVATION

Différents éléments sont considérés pour motiver les élèves, concernant le support en lui-même mais également les modalités de mise en place en classe. Nous considérerons ici également les éléments visant à lutter contre la démotivation de l'élève face à la tâche.

Premièrement, le support est conçu pour être ludique. La situation problème est concrète mais simple à comprendre. Les « réponses » sont déjà présentes sous forme d'« étiquettes » à placer dans les cases vides. Enfin la forme est originale, attrayante, car manipulable. En effet les mathématiques sont présentées recto-verso, plastifiées ou sous pochettes plastiques.

Deuxièmement, la difficulté est croissante au cours de la tâche afin de ne pas décourager l'élève. Le début de l'activité est même réalisé en commun, avec l'enseignant, et suscite chez l'élève un sentiment de simplicité, rassurant face à la mise en page moins conventionnelle de la tâche. Troisièmement, les élèves sont invités à travailler par deux afin de permettre des échanges sur la procédure à mettre en place et créer ainsi une forme d'émulsion.

#### L'ERREUR

Dès le début de l'activité, pendant la phase en commun, l'erreur est présentée comme un moyen de résolution, sous la forme d'essai, de tentative. Pour renforcer ce sentiment et inciter les élèves à « se tromper », le support est effaçable. La présence d'étiquettes réponses facilite également le recours à l'erreur, les élèves étant en mesure de prendre note de ce qu'ils ont testé.

#### LE PROBLÈME

Les problèmes sont étudiés de manière à ce que même un adulte ne puisse le résoudre sans tâtonner. Il est important de considérer que les situations proposées sont donc complexes mais de préférence pas compliquées. Ainsi, le problème n'est pas appréhendable dans sa globalité mais les éléments qui le composent et leur analyse sont simples. Les matrices sont donc élaborées comme des systèmes, des réseaux d'éléments simples. Pour augmenter la complexité, plutôt que de multiplier les relations entre ces éléments simples, ce qui pourrait rendre le problème insoluble, certains sont « sortis du réseau ».

Sur la Figure 3 sont représentées deux situations qui illustrent ces différences. La situation 1 propose un problème compliqué mais non complexe. Les calculs sont difficiles mais la

procédure de résolution est évidente. A l'inverse, la situation 2 ne concerne que des calculs simples mais le problème est complexe. En effet la procédure de réalisation n'est pas linéaire, il est nécessaire d'envisager des essais à partir des étiquettes réponses (en bleu). La situation 2 correspond au premier niveau d'une des mathématiques concernées par l'étude.

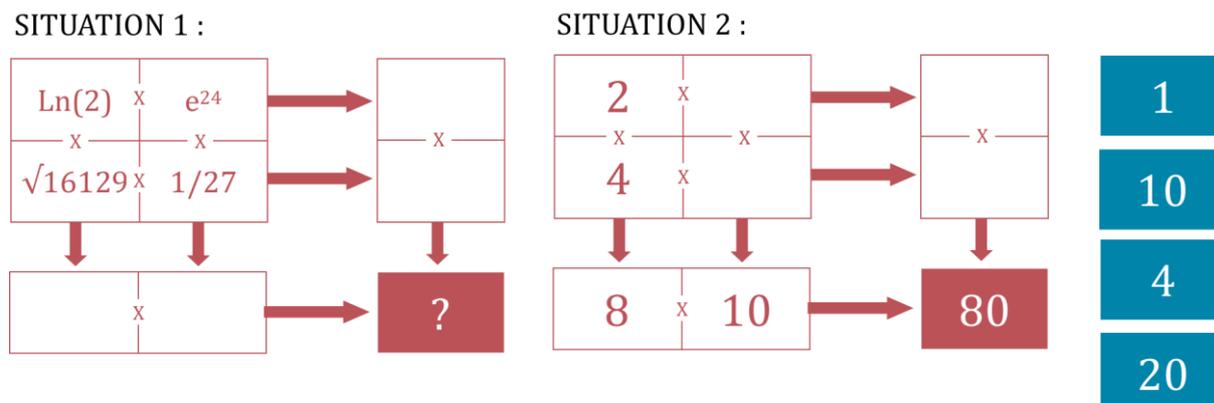


Figure 3: Deux problèmes similaires mais aux caractéristiques différentes

#### LES FEEDBACKS

En dehors du contrôle par l'enseignant, les mathématiques permettent aux élèves d'avoir un retour sur leurs actions. Si on s'intéresse de nouveau à la situation 2 de la Figure 3 on observe au moins deux types de feedbacks. Premièrement la case foncée, le résultat final, permet de contrôler le calcul a posteriori. Les cases déjà remplies permettent elles aussi un retour sur l'action, notamment celles figurant sur la ligne ou la colonne de résultats. Ensuite, le principe des étiquettes réponses permet un contrôle continu au cours de l'action, en effet elles limitent les possibles et peuvent invalider un essai immédiatement. Par exemple, si je place le « 20 » à côté du « 2 », l'absence d'étiquette pour le nombre « 40 » m'indique que j'ai commis une erreur. Je sais dorénavant que le « 20 » n'est pas à placer dans cette case.

#### LES RÉPÉTITIONS

L'enjeu d'un support pédagogique est de combiner apprentissage et motivation. Ainsi, même si les répétitions sont obligatoires, elles ne doivent pas ni décourager ni lasser l'apprenant. Pour cette étude, trois jeux de mathématiques de huit niveaux chacun ont été créés. La difficulté croissante entre les niveaux permet de répéter l'action tout en conservant la motivation. De plus, les premiers niveaux étant particulièrement simples, tous les élèves sont d'abord placés en situation de réussite. Cette approche graduelle permet également de construire une procédure de résolution progressivement, en la remettant en question à chaque nouvelle matrice.

INCITER À LA RÉFLEXION

Le support pédagogique ne doit pas laisser, in fine, la possibilité à l'élève de réussir uniquement par le hasard. Un indicateur pertinent pour savoir si une matrice est réalisable aléatoirement est le nombre de combinaisons. Dans la Figure 4 sont présentées les matrices les plus complexes pour chacun des trois thèmes. Les deux premières matrices proposent de placer sept étiquettes réponses (fond bleu). Si l'élève remplit la matrice aléatoirement, on peut calculer le nombre de possibilités comme suit :

$$n_7 = 7! = 5040$$

L'élève a donc une chance sur 5040 de trouver la bonne réponse par simple hasard.

Si on considère maintenant la troisième matrice, 12 étiquettes réponses sont proposées, on peut alors calculer le nombre de possibilités :

$$n_{12} = 12! = 479001600$$

L'élève a donc moins d'une chance sur 400 millions de réussir aléatoirement.

Ainsi tous les possibles ne peuvent être testés et les élèves sont contraints de mettre en place une stratégie, une procédure, et de l'affiner au fur et à mesure pour réussir toutes les matrices.



Figure 4: Les derniers niveaux des trois jeux de mathématiques

### III ANALYSE EMPIRIQUE

---

#### III.1 INTRODUCTION

Trois classes, dont deux en REP+, ont participé à cette étude regroupant trois niveaux : CE2, CM1 et CM2. Afin d'obtenir un effectif suffisant, tous les élèves sont réunis en un seul groupe. Ainsi, il fut nécessaire de définir une compétence à cheval sur les cycles 2 et 3 et facilement évaluable. Le choix s'est porté sur le calcul avec des nombres entiers, en lien avec le calcul mental, et plus particulièrement la multiplication par des multiples de 10 ou de 100 (x20, x200, x30, x300, x40, x400, x50, x500).

Deux analyses seront menées pour exploiter les résultats. Une analyse quantitative permettra de mieux comprendre les résultats chiffrés et d'estimer leur validité statistique. Une analyse qualitative permettra de donner une idée du vécu des élèves, d'après les témoignages des enseignants.

#### III.2 PROTOCOLE

Afin de mener objectivement cette étude, un protocole simple a été établi à partir des éléments décrits dans le chapitre « *Évaluation de l'efficacité pédagogique : principes et limites Méthodologiques* » du document de travail de France Stratégie intitulé « *Les pratiques pédagogiques efficaces* » (Cusset, 2014).

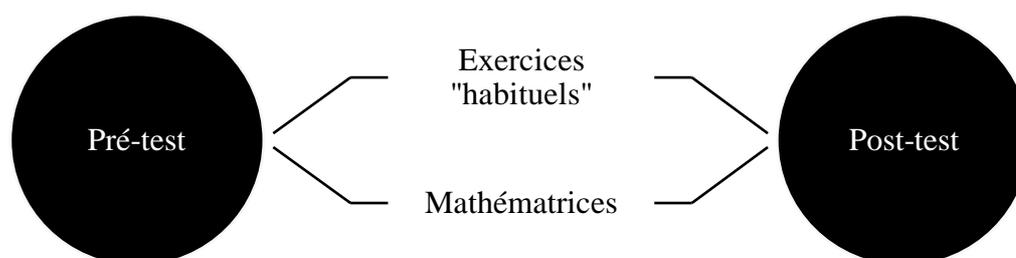


Figure 5: Vue d'ensemble du protocole expérimental

La Figure 5 montre le protocole dans sa globalité. Les élèves sont scindés en deux groupes : un groupe témoin auquel sera présenté les exercices de la « méthode habituelle » et un groupe de traitement qui travaillera sur les mathématiques. Les élèves des deux groupes sont soumis à un pré-test en amont et un post-test en aval. La phase de traitement est constituée de trois séances. Pour le groupe témoin, ces trois séances correspondent à trois séries d'exercices librement adaptés de la collection CLR (C.L.R, 2011). Le groupe de traitement travaillera successivement sur trois jeux de mathématiques.

LES EXERCICES HABITUELS

Les trois séries d'exercices sont présentées dans la Figure 6. Elles correspondent aux énoncés proposés dans le manuel CLR mais ont été modifiées pour ne pas concerner de nombres supérieurs à 9999. Les exercices sont de trois types : des calculs en ligne à compléter, du calcul mental et des énoncés problèmes. À chaque séance, la fiche d'exercices correspondante est photocopiée et distribuée à chaque élève du groupe témoin.

EXERCICES A	EXERCICES B	EXERCICES C
<p>1) Complète les égalités suivantes :</p> <p>7 x 20 = <input type="text"/>      11 x 40 = <input type="text"/>      60 x 40 = <input type="text"/></p> <p>3 x 30 = <input type="text"/>      12 x 20 = <input type="text"/>      3 x 20 = <input type="text"/></p> <p>9 x 30 = <input type="text"/>      20 x 30 = <input type="text"/>      3 x 200 = <input type="text"/></p> <p>300 x 4 = <input type="text"/>      3 x 90 = <input type="text"/>      3 x 50 = <input type="text"/></p> <p>2) Multiplie ces nombres par 20 et indique les résultats obtenus.</p> <p>a. 17   b. 30   c. 23   d. 14   e. 31 f. 46   g. 53   h. 40   i. 200   j. 9</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>3) Marie a rangé dans son magasin 40 cartons pesant chacun 6 kg. Quelle masse totale a-t-elle déplacée ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>4) La rivière de Morlaix (24 km), qui se jette dans la Manche, est environ 20 fois plus courte que la Dordogne, qui se jette dans l'océan Atlantique. Quelle est la longueur de la Dordogne ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>1) Complète les égalités suivantes :</p> <p>80 x 70 = <input type="text"/>      40 x 90 = <input type="text"/>      40 x 40 = <input type="text"/></p> <p>5 x 400 = <input type="text"/>      5 x 500 = <input type="text"/>      3 x 500 = <input type="text"/></p> <p>9 x 600 = <input type="text"/>      4 x 400 = <input type="text"/>      8 x 200 = <input type="text"/></p> <p>20 x 30 = <input type="text"/>      3 x 300 = <input type="text"/>      30 x 50 = <input type="text"/></p> <p>2) Multiplie ces nombres par 200 et indique les résultats obtenus.</p> <p>a. 15   b. 40   c. 21   d. 12   e. 32 f. 47   g. 54   h. 50   i. 20   j. 7</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>3) L'Arques et la Seine se jettent dans la Manche. L'Arques mesure 6 km et est 130 fois plus courte que la Seine. Qu'elle est environ la longueur de la Seine ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>1) Complète les égalités suivantes :</p> <p>12 x 5 = <input type="text"/>      32 x 5 = <input type="text"/>      14 x 50 = <input type="text"/></p> <p>15 x 5 = <input type="text"/>      16 x 5 = <input type="text"/>      10 x 5 = <input type="text"/></p> <p>25 x 5 = <input type="text"/>      22 x 5 = <input type="text"/>      100 x 50 = <input type="text"/></p> <p>18 x 50 = <input type="text"/>      51 x 5 = <input type="text"/></p> <p>2) Sur une course à pied, on a distribué 140 bouteilles d'eau de 50 cL. Quelle quantité d'eau, en centilitres, a-t-on distribuée ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>3) Un groupe de 5 personnes séjourne une semaine à l'hôtel. Le prix du séjour pour une personne est de 220 €. Quel sera le montant total à régler pour le groupe ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>4) Le contenu de 5 camionnettes transportant chacune 160 kg de marchandises est chargé sur un camion. Quelle masse est chargée sur ce camion ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>

Figure 6: Les trois séries d'exercices

LES MATHÉMATIQUES

Trois jeux de mathématiques ont été créés pour cette étude, chacun portant sur la compétence concernée.

La première, intitulée « De bonnes factures », présente une facture incomplète ainsi que la liste des étiquettes utiles pour la compléter. Le niveau 4, sur huit, de cette mathématique est présenté dans la Figure 7. La case « TOTAL » permet la vérification, in fine, par addition des nombres de la colonne de droite.

Le niveau 4 de la seconde mathématique, « La vente de chocolats », est montré dans la Figure 8. Il est proposé aux élèves de compléter un récapitulatif des ventes de chocolats. Le nombre de chocolats par boîte augmente avec le niveau des matrices de 20 à 50 par pas de 10. Les sommes de la colonne « TOTAL » permettent de vérifier les calculs en additionnant ligne par ligne.

Enfin, la dernière mathématique, dont le niveau 4 est présenté à la Figure 9, propose aux élèves de compléter une « Multi-Grille », chaque flèche représentant une multiplication. Les opérations croisées permettent de vérifier la résolution de la matrice.

## De bonnes factures

Nous avons fait des achats pour la classe.  
Complète la facture correspondante en plaçant les cases bleues dans les cases vides.

30	40
50	200
500	900

FACTURE

Article	Quantité	Prix à l'unité	Prix à payer
classeur		10	
pochette		5	
cartable	30		
<b>TOTAL :</b>			<b>1600 €</b>

Matrice 4

Figure 7: Le niveau 4 de la mathématique intitulée "De bonnes factures"

## La vente de chocolats

Pour pouvoir payer un voyage scolaire, une école décide d'organiser une vente de chocolats.  
Complète le tableau en plaçant les cases bleues dans les cases vides.

Nombre de boîtes de 30 chocolats noirs vendues :

	Novembre	Décembre	Janvier	Février	Mars	Avril	TOTAL
boîtes vendues	10				3	5	49
chocolats vendus			330		90		1470

8	11	12	150	240	300	360
---	----	----	-----	-----	-----	-----

Matrice 4

Figure 8: Le niveau 4 de la mathématique intitulée "La vente de Chocolats"

## Les Multi-Grilles

Complète cette multi-grille en plaçant les cases bleues dans les cases vides.  
 À l'arrivée de chaque flèche, tu dois obtenir le produit des deux nombres qui sont au départ de la flèche.

4	5
10	15
20	30

Matrice 4

Figure 9: Le niveau 4 de la mathématique intitulée "Les Multi-Grilles"

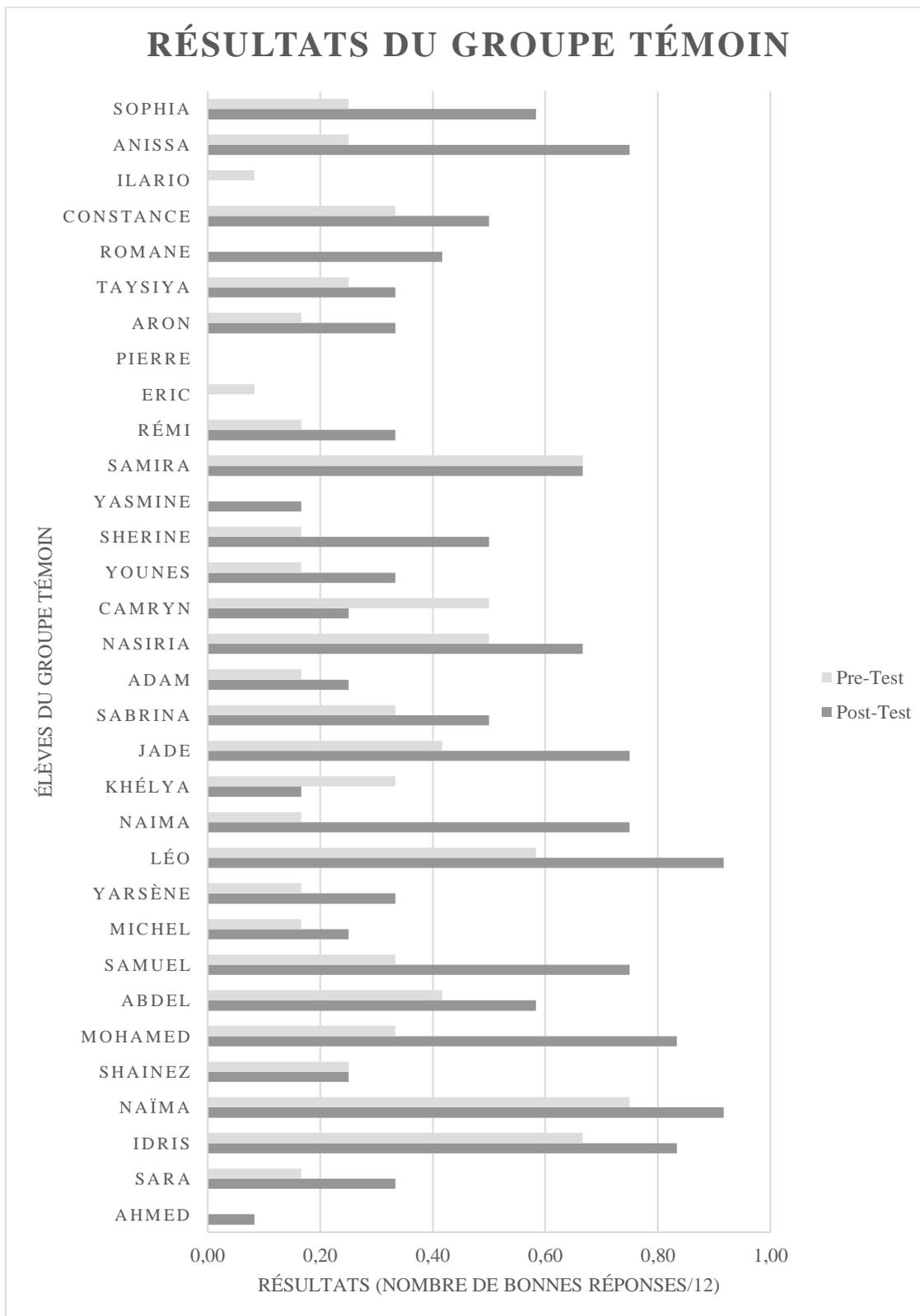
### LES TESTS

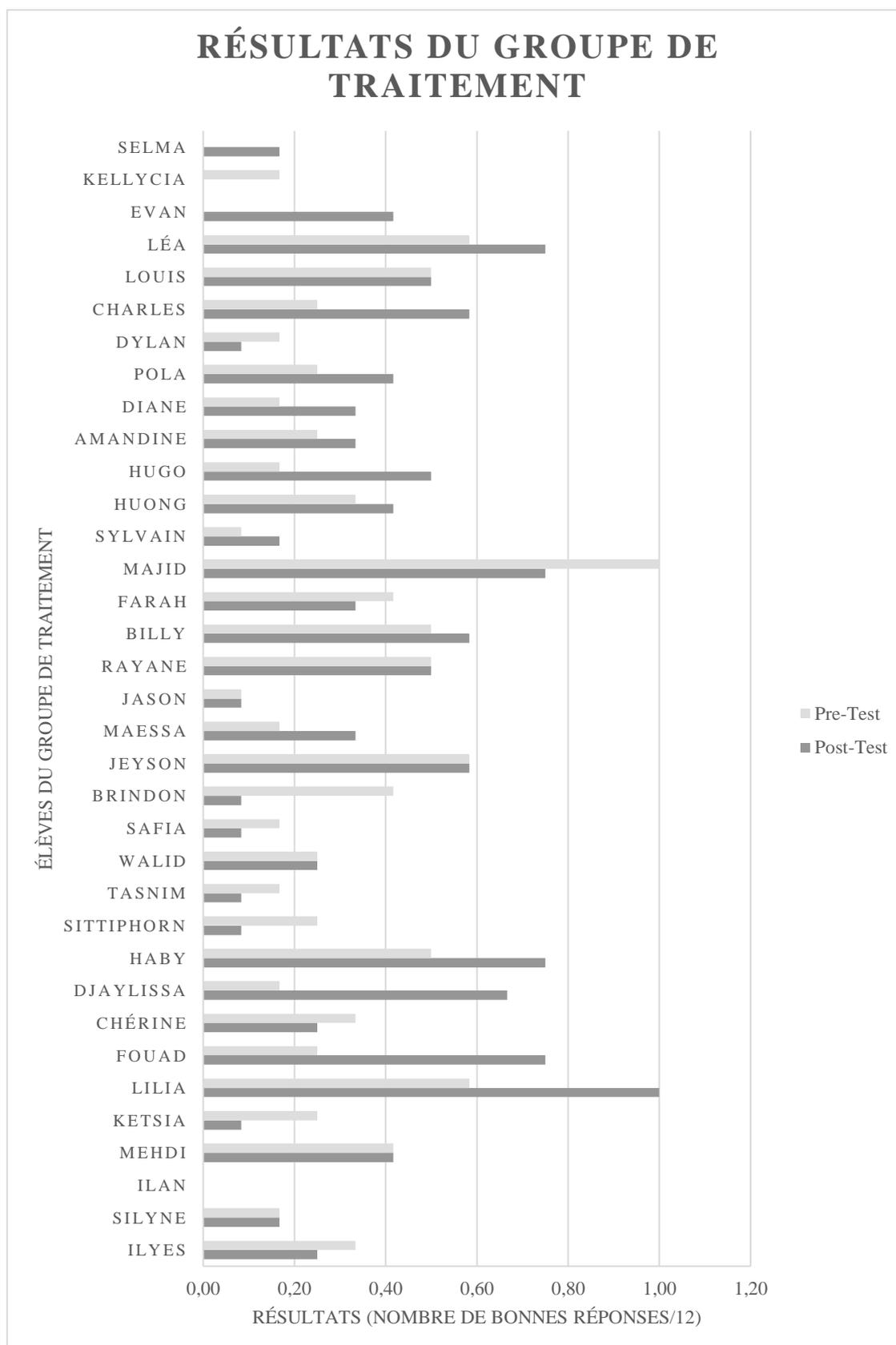
Test 1	Test 2
Complète les égalités suivantes :	Complète les égalités suivantes :
$30 \times 10 = \square$	$40 \times 10 = \square$
$50 \times 14 = \square$	$50 \times 15 = \square$
$\square \times 4 = 2000$	$30 \times 14 = \square$
$\square \times 22 = 1100$	$200 \times 11 = \square$
$200 \times 12 = \square$	$50 \times 11 = \square$
$50 \times 12 = \square$	$200 \times 9 = \square$
$200 \times 7 = \square$	$\square \times 3 = 1500$
$\square \times 30 = 600$	$\square \times 40 = 800$
$\square \times 31 = 930$	$300 \times 12 = \square$
$\square \times 4 = 160$	$\square \times 3 = 120$
$\square \times 9 = 360$	$\square \times 7 = 280$
$300 \times 11 = \square$	

Figure 10 : Le pré-test (Test 1) et le post-test (Test-2), tels qu'ils ont été présentés aux élèves

Chacun des tests consiste en une série de 12 multiplications en lignes à compléter. Ils ont été conçus dans le but d'être de difficultés équivalentes.

### III.3 RÉSULTATS





Les résultats obtenus ne laissent pas paraître d'éventuelles tendances. Certains résultats n'ont pas évolué, aussi bien pour le groupe témoin (Pierre, Samira, Shainez) que pour le groupe de traitement (Louis, Rayane, Jason, Jeyson, Walid, Mehdi, Silyne). Parmi les résultats des 32

élèves du groupe témoin, 25 ont progressé entre les deux tests. Dans le groupe de traitement, 16 élèves sur 34 ont obtenu des résultats meilleurs au post-test.

### III.4 ANALYSE QUANTITATIVE

#### LA MESURE DE L'EFFET, L'HYPOTHÈSE PARAMÉTRIQUE

L'utilisation de critères pour décrire les données tels que la moyenne ou l'écart-type et leurs comparaisons supposent que certaines hypothèses de départ soient validées. L'une d'entre elles concerne la normalité des distributions. Un test de Shapiro-Wilk a été mené pour chaque distribution concernée afin de déterminer si ces échantillons sont bien issus d'une population normalement distribuée. Ce test consiste en la mesure d'une statistique (W) puis d'une p-value qui correspond à la probabilité d'obtenir cette valeur si la distribution est normale. Cette p-value est ensuite comparée au niveau  $\alpha$  (pourcentage d'erreur), fixé à 5%. Si la p-value est plus grande que le niveau  $\alpha$ , alors l'hypothèse selon laquelle les données sont issues d'une population normalement distribuée est acceptée. Les valeurs présentées dans le Tableau 1 nous montre la fragilité des données. En effet, pour deux groupes, les données ne sont pas issues d'une distribution normale. Pour les deux autres groupes, les valeurs de W et des p-value sont faibles.

Tableau 1: Synthèse des tests de normalité

Groupe	W	p-value	$\alpha$	Conclusion
Témoin Pre-Test	0,92417	0,02701	0,05	Normalité rejetée
Traitement Pre-Test	0,90472	0,00531	0,05	Normalité rejetée
Témoin Post-Test	0,9478	0,12483	0,05	Normalité acceptée
Traitement Post-Test	0,94041	0,05758	0,05	Normalité acceptée

#### LA MESURE DE L'EFFET

Il est possible de mesurer l'effet ( $\mathcal{E}$ ) d'une méthode pédagogique à partir des résultats au post-test. Étant donné que les résultats au pré-test ne suivent pas une loi normale, il fut impossible ici d'ajuster les moyennes. Ainsi la formule est la suivante (Cusset, 2014), où  $\bar{x}$  désigne une moyenne et  $\sigma$  un écart-type (une mesure de la dispersion des résultats autour de la moyenne) :

$$\mathcal{E} = \frac{\bar{x}_{(Post-Test, Groupe de traitement)} - \bar{x}_{(Post-Test, Groupe témoin)}}{\sigma_{(Post-Test, Groupe témoin)}}$$

L'effet est donc exprimé en pourcentage d'écart-type et « la construction de cet indicateur permet d'expliquer quelle part des différences de progression constatées entre élèves peut être attribuée à la méthode pédagogique employée » (Cusset, 2014, p. 10).

Dans le cadre de notre étude, l'application de cette formule donne le résultat suivant :

$$\varepsilon = -0.30$$

L'effet des mathématiques serait donc négatif, mais il reste encore à déterminer la validité de ce résultat.

#### LA COMPARAISON DES DISTRIBUTIONS

Afin de poursuivre l'étude de la validité des résultats, des tests de comparaisons entre les résultats de chaque groupe ont été réalisés. L'objectif est de déterminer si les résultats obtenus diffèrent d'un groupe à l'autre ou, au contraire, sont équivalents. Un test paramétrique a toujours été préféré si les hypothèses le permettaient, à savoir la normalité de la distribution et l'homoscédasticité (homogénéité des variances). Dans le cas contraire, des tests non-paramétriques ont été effectués. La Figure 11 donne une vue d'ensemble des tests effectués dont les résultats figurent dans le Tableau 2.

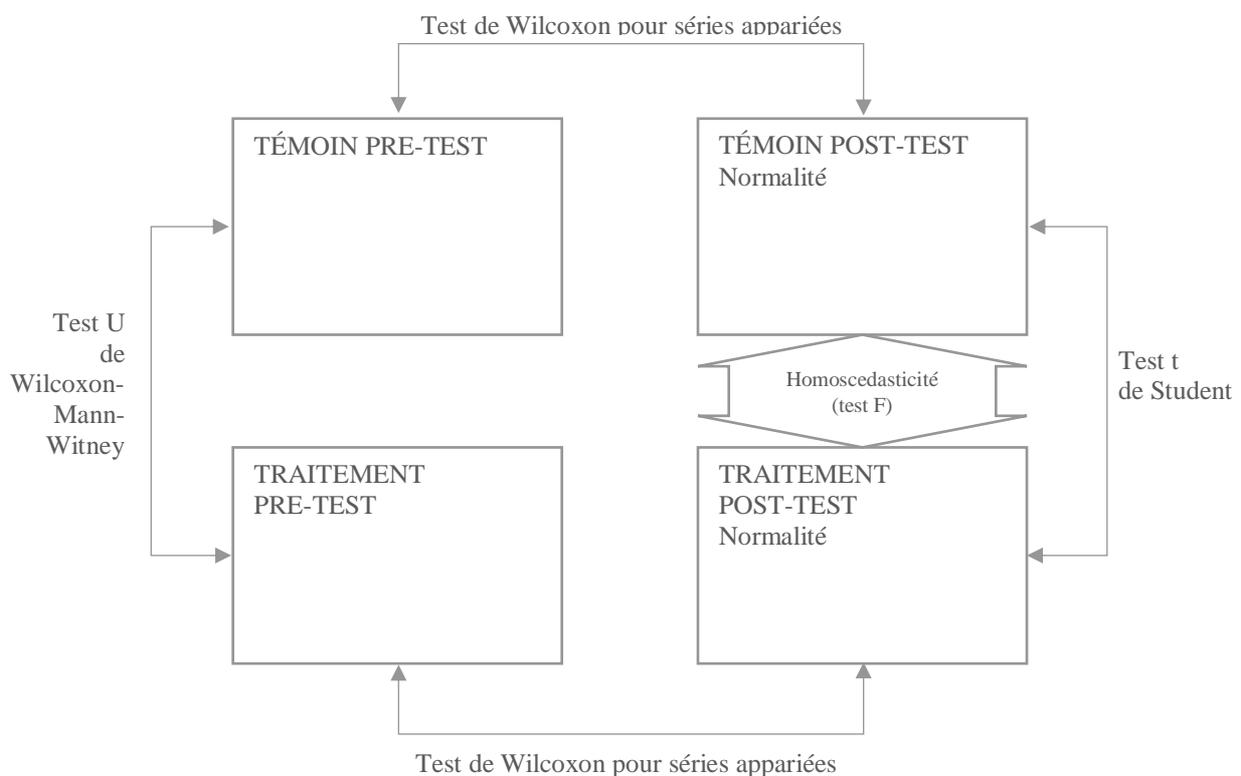


Figure 11: Récapitulatif des tests statistiques de comparaison des distributions

Tableau 2: Résultats des tests de comparaison

Groupes comparés		Statistique	Conclusion
Témoin Pré-Test	Témoin Post-Test	$W = 3,8814$	les échantillons diffèrent
Témoin Post-Test	Traitement Post-Test	$t = 0,2057$	les moyennes ne diffèrent pas
Traitement Pré-Test	Traitement Post-Test	$W = 1,6817$	les échantillons diffèrent
Témoin Pré-Test	Traitement Pré-Test	$z = 1,2615$	les échantillons ont la même distribution

Ces tests nous permettent de conclure que les résultats au pré-test sont homogènes entre les groupes, tout comme les résultats au post-test. Pourtant, les résultats diffèrent entre le pré-test et le post-test pour chaque groupe. Ainsi, ces tests tendent à montrer que les élèves ont tous évolué entre les deux tests mais que les méthodes n'ont pas permis de discriminer les groupes. La mesure de l'effet présentée précédemment n'est donc pas validée par les tests complémentaires. En effet il est impossible de mesurer la taille de l'effet d'un paramètre si les moyennes entre les groupes comparés ne diffèrent pas. Aucune conclusion objective ne peut donc être tirée de ce calcul.

### III.5 ANALYSE QUALITATIVE

En parallèle de l'évaluation de l'efficacité de la méthode, cette étude a permis d'observer son application en classe. Un contraste flagrant est apparu entre les deux méthodes, que ce soit du point de vue de la motivation ou de la persévérance.

#### LA MISE EN ACTIVITÉ

La présentation des mathématiques a immédiatement suscité de la curiosité et de l'entrain chez les élèves. A l'inverse, la déception des élèves du groupe témoin fut directement consécutive à la distribution de la première fiche d'exercices.

Il faut également noter que les rares élèves passifs face aux activités ne se sont pas particulièrement plus motivés pour les mathématiques.

Au fur et à mesure des séances, la déception des élèves du groupe témoin a crû de manière exponentielle, les élèves se sentant injustement privés d'une activité ludique. Ce sentiment d'injustice est à mettre en relation avec l'attitude très positive des élèves du groupe de traitement.

#### LA PERSÉVÉRANCE

L'apprentissage par essais-erreurs nécessite que l'élève réitère un grand nombre de fois l'action. Le temps que les élèves ont bien voulu accorder à l'activité est un indicateur fort de leur acceptation à essayer à de nombreuses reprises. Certains élèves ne voulaient pas arrêter l'activité, même pour aller en récréation. La réussite aux premières matrices a engendré chez les élèves un fort sentiment de confiance en eux. Les élèves ne souhaitaient pas « abandonner » car ils étaient persuadés de pouvoir réussir, même s'ils ne voyaient pas la solution.

## IV DISCUSSION

---

L'absence de résultat fiable à l'issue de l'analyse quantitative est évidemment à imputer à l'effectif trop faible de l'échantillon. Cependant, d'autres paramètres peuvent également entrer en ligne de compte. Dans l'objectif de participer à la conception d'un mode d'évaluation fiable de l'efficacité pédagogique de la méthode par essais-erreurs, cette section s'attardera sur chacun de ces paramètres. Cette démarche critique sera également l'occasion de discuter des différents supports proposés aux élèves.

### IV.1 LA TAILLE DE L'ÉCHANTILLON

Toute analyse statistique est intimement liée à la taille de l'échantillon concerné. Cette étude porte sur 67 élèves répartis en 3 classes. La répartition aléatoire a été effectuée à l'échelle de l'élève. L'absence de normalité pour certains groupes est un indicateur d'un trop faible effectif. Il est possible de comparer l'effectif de la présente étude avec ceux d'autres études anglo-saxonnes concernant l'enseignement des mathématiques et regroupées dans une revue de 2008 (Salvin, Lake, & Groff, 2008). Les auteurs traitent par exemple d'une étude à Lexington concernant 260 élèves pour chaque groupe. Une autre analyse, de l'UCSMP (The University of Chicago School Mathematics Project) a regroupé 679 élèves dans le groupe de traitement et 611 dans le groupe témoin.

Enfin, dans le cadre d'étude de plus grande ampleur, la répartition aléatoire peut également être effectuée à l'échelle de la classe (Cusset, 2014), voire de l'école. C'est par l'exemple le cas d'une étude dans le Massachussetts portant sur 34 écoles soit 5587 élèves.

Toutes ces études sont donc basées sur des effectifs bien supérieurs à celui qui a pu être réuni ici.

### IV.2 LE TEMPS CONSACRÉ À L'ÉTUDE

Les contraintes de temps autour de cette étude furent fortes et ont conduit à une programmation des activités en classe très contraignante. En effet, l'ensemble des activités, tests compris, n'a pas pu s'étaler au-delà de deux semaines. Les enseignants ont tous qualifié cette contrainte de temps comme étant négative et délétère quelle que soit la méthode pédagogique. Les études récentes en neurosciences confirment ces pressentiments en insistant sur l'importance de l'espacement des activités, favorisant l'apprentissage et diminuant l'oubli (Masson, Aider les élèves à transformer leur cerveau en espaçant les périodes d'apprentissage, 2016).

Afin de permettre un espacement d'au moins quelques jours entre chaque activité, un étalement sur quatre à cinq semaines aurait probablement été bénéfique.

### IV.3 LES TESTS

Les tests qui ont été proposés aux élèves ont été élaborés pour répondre à deux objectifs. Premièrement, évaluer la compétence concernée, à savoir : multiplier par un multiple de 10 ou 100. Deuxièmement, permettre une évaluation simple et quantitative, une notation en somme, qui puisse être traitée statistiquement.

Avec le recul, il est possible de considérer que ce procédé d'évaluation des résultats en amont et en aval de l'application de la méthode a pu engendrer certains biais.

#### ÉVALUATION QUANTITATIVE OU SEMI-QUANTITATIVE

Tout d'abord, il a été admis en préambule que le test devait fournir une variable quantitative pour assurer son traitement statistique. Cette variable quantitative s'approche inévitablement de la notion de note dont la pertinence pédagogique est aujourd'hui largement remise en cause. De plus, le faible effectif a au moins permis d'élaborer des procédures statistiques différentes à partir de tests non-paramétriques. Dans la mesure où il existe des tests non-paramétriques compatibles avec des données semi-quantitatives, il aurait peut-être été préférable de ne pas faire de la quantitativité un paramètre limitant. Cela rejoint encore une fois l'évolution dans la sphère éducative des modes d'évaluations puisque c'est un barème semi-quantitatif qui a été mis en place dans le livret de scolarité unique. En effet, comme il est possible d'ordonner les appréciations « non atteint », « partiellement atteint », « atteint » et « dépassé », la variable est qualifiée de semi-quantitative.

Dans le cadre de l'étude d'une variable semi-quantitative, il est également possible de mesurer la taille de l'effet, cependant la formule ne peut évidemment pas s'appuyer sur un calcul de moyenne, on se référera donc à la formule du delta de Cliff ( $\delta$ ) (Cliff, 1993). Le delta de Cliff mesure à quelle fréquence une valeur dans une distribution est supérieure aux valeurs de la deuxième distribution.

Notons que cette approche ne règle pas le problème de l'effectif trop peu important et n'aurait donc pas pu être appliquée dans le cadre de cette étude.

Les tests non-paramétriques sont moins exigeants au niveau des distributions mais ils sont beaucoup moins résolutifs. Pour une éventuelle future étude de plus grande ampleur, il pourrait

donc être avantageux de sacrifier en résolution pour gagner en pertinence de l'évaluation, ceci en privilégiant des résultats sous forme de variables semi-quantitatives.

#### UNE ÉVALUATION INDÉPENDANTE DU TRAITEMENT

« Enfin et surtout, l'instrument de mesure doit être indépendant du traitement. Cela veut dire par exemple que si une méthode met l'accent sur la conscience phonologique pour faciliter l'apprentissage de la lecture, ce qui est mesuré in fine, c'est bien la maîtrise de la lecture et non la seule conscience phonologique. » (Cusset, 2014, p. 10).

Cette contrainte n'a peut-être que partiellement été respectée dans l'étude. En effet le test est bien distinct des mathématiques et ce pour éviter tout biais en faveur de la méthode étudiée mais force est de constater qu'il ne diffère que très peu de la méthode « habituelle ». En effet, au moins une part des exercices proposés sur les fiches sont très ressemblant à ceux proposés dans les tests. La Figure 12 montre les similitudes entre un exercice proposé sur la fiche A et le contenu du pré-test.

1) Complète les égalités suivantes :			Complète les égalités suivantes :		
$7 \times 20 = \square$	$11 \times 40 = \square$	$60 \times 40 = \square$	$30 \times 10 = \square$	$50 \times 14 = \square$	$\square \times 4 = 2000$
$3 \times 30 = \square$	$12 \times 20 = \square$	$3 \times 20 = \square$	$\square \times 22 = 1100$	$200 \times 12 = \square$	$50 \times 12 = \square$
$9 \times 30 = \square$	$20 \times 30 = \square$	$3 \times 200 = \square$	$200 \times 7 = \square$	$\square \times 30 = 600$	$\square \times 31 = 930$
$300 \times 4 = \square$	$3 \times 90 = \square$	$3 \times 50 = \square$	$\square \times 4 = 160$	$\square \times 9 = 360$	$300 \times 11 = \square$

Figure 12 : Le premier exercice de la fiche d'exercices A comparé au pré-test

Cela nous oblige à reconsidérer deux questions. Peut-on réellement évaluer l'efficacité d'une « nouvelle » méthode pédagogique en utilisant les outils d'évaluation de « l'ancienne » méthode ? Peut-on centrer ce type d'étude sur une compétence précise ou sommes-nous contraints de l'élargir ?

La réponse à la première question apparaît maintenant relativement évidente. Conduire une étude sur l'efficacité d'une méthode pédagogique nécessite de réfléchir en amont à l'évaluation. Mais, la conception de l'évaluation nécessite de bien définir le cadre de ce qui va être évalué.

La « compétence » multiplier par des multiples de 10 ou de 100, bien que reprise unanimement dans les manuels et fichiers, n'est pas annoncée comme telle dans les programmes. En effet les compétences concernées sont « *Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu* » (M.E.N.E.S.R, 2016, p. 74) pour le cycle 2, qui devient « *Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations)* » pour le cycle 3 (M.E.N.E.S.R, 2016, p.

199). Ainsi, il est probable que le choix initial consistant en une simplification de l'analyse pour garantir la possibilité d'une évaluation objective et dé-corrélée au maximum d'autres variables ait eu pour conséquence de biaiser les résultats. Notons au passage qu'il existe un autre moyen de garantir l'objectivité des résultats : faire passer et corriger les tests par des tiers (Cusset, 2014).

Ce constat met à jour une difficulté majeure pour ce type d'étude en ce qui concerne l'étendue du sujet à traiter. En effet, si on suit ce raisonnement, pour étudier l'efficacité de la méthode essais-erreurs sur la capacité à calculer avec des nombres entiers il aurait fallu pouvoir comparer les méthodes sur l'ensemble du cycle. Ceci dit, on peut supposer qu'il est préférable de mener une étude partielle plutôt que de ne pas être en mesure de mener une étude plus complète. Ainsi, un intermédiaire intéressant pourrait être de se focaliser sur un niveau de classe, pendant toute une année, pour cette compétence.

#### IV.4 LES MATHÉMATIQUES

L'analyse qualitative révèle divers aspects très positifs des mathématiques proposées pour l'étude et du concept de mathématiques en général. Ce support a notamment permis d'augmenter drastiquement la motivation et la persévérance des élèves. Un bémol a cependant été relevé pour les trois mathématiques présentées qui concerne un saut de difficulté légèrement plus important autour des matrices trois ou quatre. Ces matrices correspondent au début du travail en totale autonomie des binômes, une activité encore peu mise en place dans les classes participantes. Peut-être aurait-il fallu proposer une courbe de difficulté moins linéaire, plus douce, afin de faciliter ce passage à l'autonomie.

L'utilisation de ces mathématiques en classe a également permis de vérifier l'adéquation de ce support avec les récentes recherches en neurosciences.

En effet différentes publications font état de l'importance de la répétition, sur une grande échelle de temps, à condition qu'elle ne soit pas décourageante et qu'elle initie des processus cognitifs. « Le cerveau doit non seulement s'activer, mais il doit s'activer à plusieurs reprises pour le même objet d'apprentissage » (Masson, 2016, p. 18). Le fait de proposer plusieurs jeux de mathématiques pour une seule compétence permet d'espacer les apprentissages. La difficulté croissante d'une matrice à l'autre permet à l'élève de répéter sans se décourager. Et enfin, la structure complexe des matrices incite à la mise en activité du cerveau en opposition à une activité dénuée de réflexion.

La démarche d'essais-erreurs d'une manière générale, et les mathématiques en particulier, permettent donc d'appliquer dans les classes les conclusions des dernières recherches en neurosciences.

## V CONCLUSION

---

À défaut de démontrer statistiquement l'efficacité de la démarche d'essais-erreurs, cette étude à au moins permis de montrer qu'elle était en adéquation avec la littérature. En effet, cette méthode pédagogique suit les fondements initiés par Thorndike autant qu'elle respecte les préconisations des dernières études en neurosciences.

Il est possible également de déduire de ce travail une méthode pour l'évaluation d'une activité basée sur la démarche d'essais-erreurs. Une proposition pour une telle méthode est présentée dans la Figure 13.

D'autres perspectives d'évolution peuvent être envisagée.

Premièrement, le concept des mathématiques pourrait être transféré sur un support numérique. Chaque mathématique pourrait par exemple être présentée sous forme de jeu en ligne. Le HTML5 pourrait être un bon choix de langage pour garantir l'utilisation sur tous les systèmes d'exploitation. Cependant, le gain pédagogique (autonomie, interactivité) est à mettre en balance avec le temps nécessaire pour un tel travail de programmation.

Deuxièmement, il est possible d'envisager la transposition du « format mathématiques » à d'autres domaines d'enseignement. Si l'on considère l'exemple du français, et notamment l'étude de la langue, il est possible d'imaginer la création d'un jeu de matrices à partir du principe du dictionnaire alphabétique. L'idée est de répertorier les mots d'une ou plusieurs phrases, par exemple le début d'un album, et de les présenter aux élèves sous la forme d'une liste en ordre alphabétique. À partir de cette seule liste, les élèves doivent reconstituer le texte. Un exemple de ce que pourrait être une telle matrice est présenté dans la Figure 14.

Pour finir, rappelons que l'action n'est qu'une des modalités d'apprentissage. La démarche d'essais-erreur n'est pas la solution mais un des leviers pour la réussite des élèves, au même titre que le tutorat par exemple.

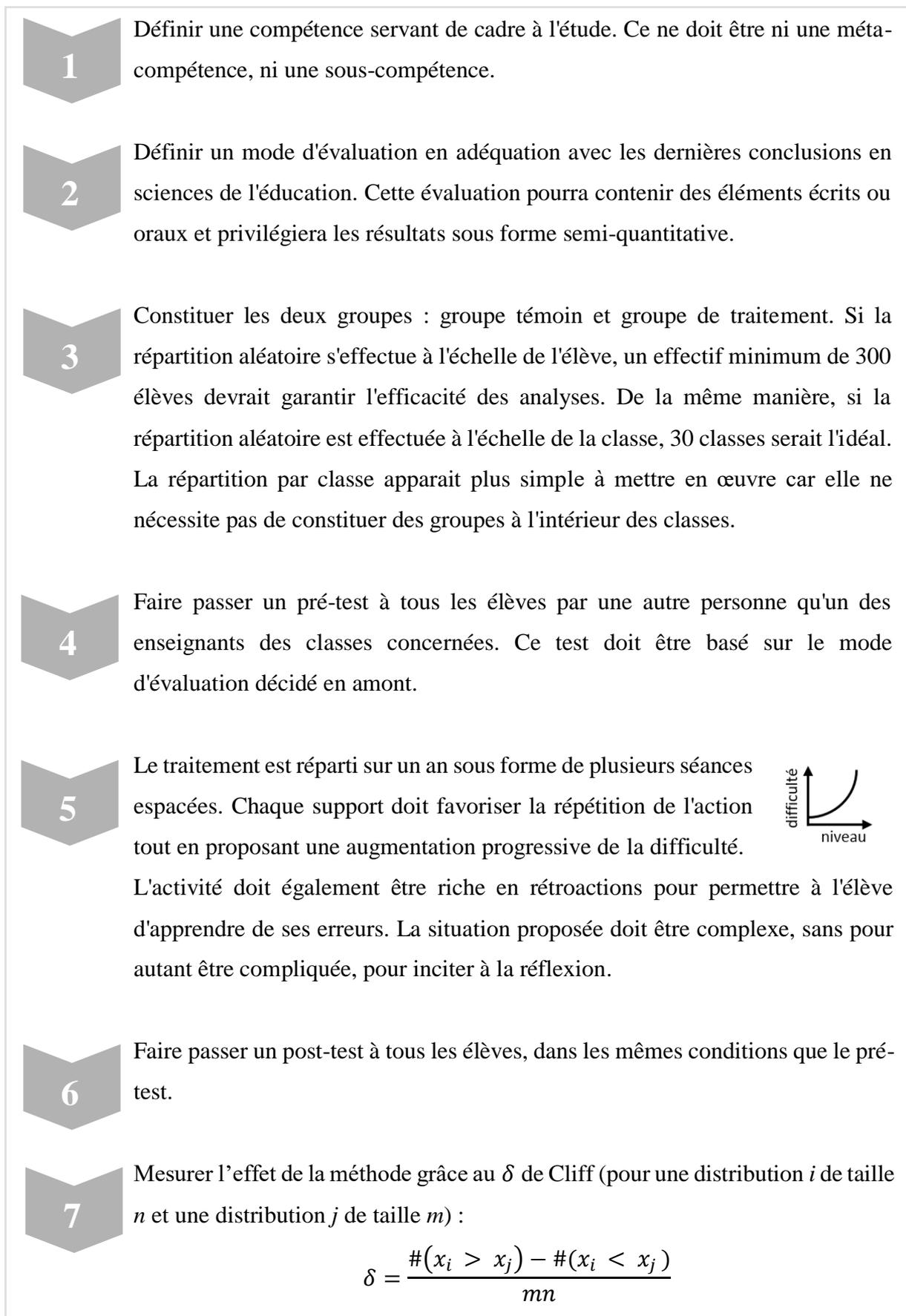


Figure 13: Proposition d'un protocole pour l'évaluation de l'effet de la démarche d'essais-erreurs



## VI BIBLIOGRAPHIE

---

- C.L.R. (2011). *1000 exercices de calcul mental CE2/CM, Livre du maître*. Hachette éducation.
- Cliff, N. (1993, Novembre). Dominance statistics: Ordinal analyses to answer ordinal questions. *Psychological Bulletin*, Vol 114(3), pp. 494-509.
- Colman, M., & Le Cam, M. (2016, Novembre). Note d'information n°33. *TIMSS 2015 mathématiques et sciences, Évaluation internationale des élèves de CMI*. Direction de l'Evaluation, de la Prospective et de la Performance.
- Cusset, P.-Y. (2014). *Les pratiques pédagogiques efficaces, conclusions de recherches récentes*. France Stratégie.
- Favre, D. (1995, avril-mai-juin). Conception de l'erreur et rupture épistémologique. *Revue Française de Pédagogie* n°111, pp. 85-94.
- Fraisse, P. (1976). Psychologie : science de l'Homme ou science du comportement ? *Bulletin de psychologie*, pp. 929-937.
- Freinet, C. (1963). *Oeuvres pédagogiques, Tome 2, Méthode naturelle de lecture*. Seuil.
- George, C. (1983). *Apprendre par l'action*. Presses Universitaires de France.
- Hamon, M. (2012, Janvier). Les erreurs, de la théorie à la pratique. *Cahiers Pédagogiques* n°494, *L'erreur pour apprendre*.
- Le Dantec, O. (2016, mars 22). *Qui sommes nous ?* Récupéré sur [mathematrices.com](https://mathematrices.com/):  
<https://mathematrices.com/2016/03/22/qui-sommes-nous/>
- Le Dantec, O. (s.d.). *mathematrices.com*. Récupéré sur [mathematrices.com](https://mathematrices.com/):  
<https://mathematrices.com/>
- M.E.N.E.S.R. (2016). *Programmes pour les cycles 2 3 4*. Bulletin Officiel de l'Education Nationale.
- Masson, S. (2016, Octobre-Novembre-Décembre). Aider les élèves à transformer leur cerveau en espaçant les périodes d'apprentissage. *Vivre le primaire, Quand le cerveau entre à l'école*, pp. 51-52.
- Masson, S. (2016, février). Pour que s'activent les neurones. *Les cahiers pédagogiques* n° 527, pp. 18-19.
- Ravenstein, J., & Sensevy, G. (1993-1994). Statuts de l'erreur dans la relation didactique. *Grand N* n°54, pp. 83-90.
- Salvin, R. E., Lake, C., & Groff, C. (2008, aout). Effective Programs in Middle and High School Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. *Best Evidence Encyclopedia*, pp. 1-121.

Thorndike, E. L. (1898, Juin). Animal Intelligence, an Experimental Study of the associative process in Animals. *The Psychological Review*, pp. 1-109.