



HAL
open science

L'aspect cardinal du nombre chez des élèves de petite section

Aymeric Sautereau

► **To cite this version:**

Aymeric Sautereau. L'aspect cardinal du nombre chez des élèves de petite section. Education. 2016. dumas-01658239

HAL Id: dumas-01658239

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01658239>

Submitted on 12 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Centre Val de Loire
Académie d'Orléans-Tours



UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

ESPE Centre Val de Loire

MEMOIRE présenté par :
Aymeric SAUTEREAU

Soutenu le : **04 JUILLET 2016**

Pour obtenir le diplôme du :
**Master Métiers de l'Enseignement,
de l'Éducation, de la Formation**

Discipline : Mathématiques

**L'aspect cardinal du nombre chez des élèves
de petite section**

Mémoire dirigé par :
Jean Toromanoff, professeur de mathématiques, ESPE, Orléans

JURY :

Sylvie Maréchal	Professeur d'anglais, ESPE, Orléans, Président du jury
Jean Toromanoff,	Professeur de mathématiques, ESPE, Orléans
Peggy Dhuicq	PEMF, école maternelle d'application Louis Pergaud, Fleury-les Aubrais

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	3
PREMIERE PARTIE : ASPECTS THEORIQUES.....	5
A. Du côté des textes officiels	5
1.Des conclusions de l'enquête PISA 2012.....	5
2.... aux nouveaux programmes de 2015	6
B. Vers une définition du nombre.....	8
C. Le concept de cardinalité à l'école maternelle	10
1.Des compétences numériques précoces.....	10
2.Le subitizing : un phénomène clé dans l'apprentissage des premiers nombres	11
3.Compter dès la petite section ?.....	11
4.Quelle approche du nombre en début de petite section ?	13
5.Pas de comptage, mais un dénombrement contrôlé	15
D. Contrôler les apprentissages des élèves : l'évaluation	17
1.Une évaluation au service des élèves.....	17
2.Les deux piliers de l'évaluation : évaluation formative et évaluation positive	17
3.Différencier.....	18
DEUXIEME PARTIE : CADRE METHODOLOGIQUE.....	21
A. Contexte.....	21
B. Une entrée dans le bain numérique.....	22
1.Des comptines	22
2.Le jeu de Lucky Luke	23
3.L'album des premiers nombres, de Rémi Brissiaud	24
C. Une situation d'apprentissage construite : « Les boîtes d'œufs » de Dominique Valentin	29
D. Evaluation	32
1.Les compétences du nombre cardinal en petite section.....	32
2.Analyse des résultats.....	37
CONCLUSION.....	38

Introduction

L'école maternelle occupe, à l'heure des grandes manœuvres de la Loi de Refondation de l'Ecole, une place de choix dans la réussite scolaire de nos élèves. Les nouveaux programmes lui accordent une importance grandissante en regroupant ces trois années de scolarité sous l'égide du cycle des apprentissages premiers. Les apprentissages premiers en question ne se limitent pas aux représentations fondamentales des objectifs de l'école (« Lire, écrire, compter »), mais s'étendent bien au-delà de ces compétences essentielles au développement du futur citoyen qu'est l'enfant. L'école vise en effet à la formation d'un individu capable de vivre en société (domaine du vivre ensemble), capable de se construire une opinion (développement de l'esprit critique) et capable de se construire une personnalité.

Ayant bénéficié d'un contrat Emploi Avenir Professeur en grande section de maternelle, j'ai été l'observateur privilégié des processus d'apprentissage mis en jeu sur cette période. Actuellement Professeur des Ecoles Stagiaire en responsabilité sur deux classes, j'ai l'occasion de travailler avec des élèves répartis sur les trois années de l'école maternelle, puisque mes deux classes regroupent les trois niveaux d'enseignement.

Dans cette perspective, j'ai été amené à m'interroger sur la progressivité des apprentissages tout au long de ces trois années de scolarité. Ayant un regard privilégié sur les grandes différences interindividuelles que l'on peut observer dès l'âge de trois ans, ma réflexion s'est tournée sur l'importance de la première rencontre avec l'école. A deux ou trois ans, l'enfant est scolarisé et débute ses premiers apprentissages. Dans quelle mesure les débuts de la scolarité influent sur l'évolution de la scolarité des élèves, et quel est l'impact d'une première rencontre réussie ou non avec l'école ?

Cette première perspective laissant le champ libre à tous les domaines d'apprentissage, j'ai fait le choix de restreindre l'éventail des apprentissages concernés. Au cours de ma formation, j'ai eu l'occasion de me familiariser avec l'outil

PISA, qui signifie Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves. En 2012, les tests mis en place par PISA étaient liés à une dominante de la culture mathématique. Les résultats, qui seront présentés et analysés plus loin, sont en partie à l'origine de la Loi de Refondation de l'École, et justifient mon choix de m'intéresser au développement des compétences numériques chez l'enfant.

Il est surprenant de constater le décalage entre l'intérêt des jeunes enfants de 3 ans pour les nombres et les performances des élèves de 15 ans avec ces mêmes nombres. En nous décentrant de l'hypothèse d'un simple désintérêt pour les activités à dominante numérique, nous essaierons de montrer que le jeune élève a besoin de donner du sens aux premiers apprentissages numériques afin de les pérenniser et que ceux-ci forment une base solide pour ses futurs apprentissages.

Notre travail consistera donc à proposer les activités numériques les plus adaptées à l'école maternelle, dès la petite section, dans le but de favoriser le plaisir de l'élève à construire des compétences numériques.

Dans un premier temps, nous réaffirmerons l'importance grandissante que représentent les compétences numériques à l'école maternelle dès le plus jeune âge. Nous nous appuierons sur les nouveaux programmes de 2015, ainsi que sur les avancées des recherches scientifiques de ces trente dernières années. Les données théoriques concerneront principalement l'aspect cardinal du nombre.

Dans un second temps, nous présenterons les activités numériques que nous préconisons pour une bonne conceptualisation du nombre chez le jeune élève.

Enfin, nous analyserons les activités proposées et nous montrerons, à l'aide des données scientifiques présentées en première partie, que notre démarche permet de construire la cardinalité du nombre chez l'enfant et prépare l'élève à poursuivre les apprentissages numériques ultérieurs.

Première partie : Aspects théoriques

A. Du côté des textes officiels

1. Des conclusions de l'enquête PISA 2012...

De manière synthétique, le programme PISA vise à évaluer « l'aptitude des élèves à appliquer les connaissances acquises à l'école dans les situations de la vie courante »¹. En 2012, les tests proposés aux élèves mettaient l'accent sur la culture mathématique, soit sur « l'aptitude d'un individu à raisonner en termes mathématiques et à utiliser des concepts, procédures, faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes »².

Les constats présentés dans ce document produit par le Ministère de l'Education Nationale sont sans appel :

- Baisse du niveau moyen des élèves concernant la culture mathématique
- Le nombre des élèves en difficulté augmente, en lien avec le milieu social auquel appartiennent ces élèves en difficulté (accroissement des inégalités sociales)
- Les élèves français ont un indice d'anxiété supérieur à la moyenne des autres pays face aux mathématiques.

Bien que ces résultats ne concernent des élèves âgés de 15 ans, il s'agit de créer du lien avec les apprentissages premiers que l'on observe dans nos classes de maternelle. En effet, la première structuration du concept nombre apparaît dès les premières années de scolarité, voire bien avant selon certains travaux que nous présenterons plus loin. Il est donc envisageable que des élèves échouent au cours de leur scolarité car il ne leur a pas été permis de construire de manière opérante le système des premiers nombres. D'ailleurs, si l'on considère la note produite par l'OCDE pour la France, il est explicité que la préscolarisation est un facteur conduisant à une meilleure réussite aux tests proposés. Cette préscolarisation correspond, en

¹ <http://www.education.gouv.fr/pisa2012>

² <http://www.education.gouv.fr/pisa2012>

France, à la fréquentation de nos écoles maternelles et par conséquent à la manière dont nous enseignons aux jeunes élèves les premières compétences numériques.

2. ... aux nouveaux programmes de 2015

Dans un ouvrage paru en 2007 aux éditions Retz³, le pédagogue Rémi Brissiaud pointe du doigt les lacunes des documents officiels alors en vigueur, datant de 2002. Deux éléments sont vivement critiqués par l'auteur :

❖ Une approche des nombres centrée sur le comptage-numérotage

Le comptage-numérotage est une pratique consistant à dénombrer une collection en attribuant un « numéro » à chaque objet pointé du doigt. Ainsi, l'élève synchronise chaque objet pointé à un numéro de la suite orale des nombres. Toutefois, il ne sait pas que le dernier mot prononcé, par exemple « cinq », correspond à la quantité formée par la collection qu'il a dénombrée. Cette pratique, reconnue dans les programmes de 2002, empêche donc l'élève d'accéder à l'aspect cardinal du nombre, et donc au réel objectif poursuivi par l'enseignement du comptage chez les jeunes élèves.

❖ L'absence de l'usage des décompositions du nombre

La décomposition d'un nombre, c'est l'accès à toutes les façons possibles de composer ce nombre. « Trois, c'est 2 et encore 1, mais aussi 1 et encore 2 ou 1, encore 1 et encore 1 ». Selon Brissiaud, c'est en favorisant l'accès à toutes les décompositions du nombre que l'on permet à l'enfant d'accéder à la cardinalité de ce nombre.

Il convient maintenant de s'intéresser aux nouveaux programmes de 2015 concernant l'école maternelle, créés dans le cadre de la Loi de Refondation de l'École. On y retrouve les compétences numériques à développer chez les élèves dans un grand domaine intitulé « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée »⁴.

³ Premiers pas vers les maths : Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Chapitre 6, p.78-83

⁴ Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015

Plusieurs points allant dans le sens d'une amélioration au regard des avancées scientifiques dans ce domaine sont à relever. Nous nous contenterons, dans ce paragraphe, de les énumérer. Le lien avec les travaux scientifiques concernant l'acquisition du concept cardinal du nombre chez les jeunes enfants sera établi dans la partie suivante.

Points d'amélioration relevés dans les programmes de 2015 :

- ❖ « La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre »⁵.

L'usage des décompositions de nombres apparaît dans ces nouveaux programmes comme un aspect fondamental de la construction de la cardinalité du nombre. Par ailleurs, on insiste sur la stabilisation des « petits nombres » (jusqu'à 5) entre 2 et 4 ans, soit en petite et moyenne section de maternelle. L'usage des décompositions est préconisé jusqu'à 10 après 4 ans, soit en grande section de maternelle.

- ❖ « Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée »⁶.

Le comptage-numérotage est proscrit dans le sens où il empêche l'élève de comprendre que la fonction du dénombrement est d'accéder à la quantité de la collection dénombrée. Les programmes préconisent un dénombrement pour lequel l'élève intègre que le dernier mot-nombre prononcé correspond à la quantité de la collection d'objets déjà énumérés.

Cette analyse des textes officiels montre donc l'évolution de l'enseignement des activités numériques à l'école maternelle. Les changements pédagogiques qu'a connu l'enseignement des compétences numériques sont intimement liés aux progrès de la recherche scientifique. Nous allons clarifier un certain nombre d'aspects théoriques concernant l'acquisition de ces compétences chez les élèves.

⁵ Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015

⁶ Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015

B. Vers une définition du nombre

Il est difficile de dater, à l'échelle de l'humanité, le moment où l'Homme a pour la première fois conceptualisé l'idée de nombre. Quel fut le cheminement intellectuel permettant de passer d'un mode de représentation concret de la population d'un troupeau de moutons pour un homme de Cro-Magnon, au système numérique actuel permettant aux courtiers du monde entier de spéculer sur des entités numériques n'existant que de manière abstraite. Des premières entailles des hommes préhistoriques à la première numération écrite des sumériens, de l'utilisation de la main, « première machine à compter »⁷ à l'invention de la calculatrice, quelle définition garde-t-on aujourd'hui du concept de nombre ?

Catherine Van Nieuwenhoven⁸ propose de décliner le nombre sous trois aspects différents :

- ✓ L'aspect cardinal, qui est associé à la représentation d'une quantité. C'est la propriété du concept nombre qui permet à l'élève de mettre en correspondance deux collections identiques (comparaison), de réaliser des collections identiques à une collection donnée. L'auteur parle de « propriété commune à tous les ensembles qui ont x éléments »⁹. Cela signifie que le cardinal 3 renvoie aussi bien aux trois doigts levés de la main, aux trois points du dé et aux trois bougies sur le gâteau d'anniversaire. C'est cet aspect du nombre que nous chercherons à développer en priorité tout au long de notre étude.
- ✓ L'aspect ordinal, qui symbolise la place d'un élément au sein de la collection, nécessite de parler de relations d'ordre entre les nombres, et entraîne la création de numéros. Ainsi, au départ d'un contre la montre d'une course cycliste, les coureurs s'élancent en fonction de leur numéro, ici du plus grand au plus petit (le 165, le 164, le 163...). On utilise l'aspect ordinal du nombre dans cette situation.
- ✓ L'aspect nominal, qui se distingue des deux autres car il ne fonctionne pas en lien avec la notion de collections d'objets. Le nombre nominal s'utilise comme

⁷ Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres*, Tome 1, Chapitre 3, p.119, Ed. Robert Laffont, 1994.

⁸ Le comptage : Vers la construction du nombre, p.105-106, Ed. De Boeck, 1999.

⁹ Ibid., p.106

un nom, et permet de désigner quelque chose de manière spécifique : par exemple, « le dossard 52 » permet de désigner l'athlète portant le dossard 52, sans faire référence aux autres athlètes de la compétition.

Conceptualiser le nombre, c'est donc accéder à toutes les significations qu'il peut revêtir, en s'adaptant au contexte dans lequel il est utilisé, et en optant pour la procédure la plus efficace pour y accéder le cas échéant. Considérons 24 pour un jeune adulte : il peut aussi bien vouloir dire son âge, le nombre d'heures dans une journée, la moitié de 48, le double de 12, son numéro de maison dans sa rue, le nombre de buts qu'il a marqué au cours de la saison... Conceptualiser 24, c'est donner la bonne signification et recourir à la bonne utilisation du nombre dans un contexte donné, et comprendre ce que cela signifie dans ce contexte.

C. Le concept de cardinalité à l'école maternelle

1. Des compétences numériques précoces

Les récentes recherches de ces trente dernières années ont mis en évidence des capacités numériques chez des bébés de moins de six mois. Pierre Barouillet et Valérie Camos¹⁰ recensent trois habiletés numériques décrites au cours d'expériences scientifiques :

- ✓ « La discrimination de quantités », qui signifie que le bébé de moins de six mois est capable de faire la différence entre une collection de deux poupées et une collection de trois poupées. Les recherches étendent cette capacité de discrimination à un nombre de déplacements (sauts) et au nombre de syllabes d'un mot. Pour des quantités supérieures à 3, les résultats semblent moins probants.
- ✓ « L'appariement de collections selon leur taille », soit la capacité à mettre en relation deux collections d'éléments différents ayant le même cardinal. L'exemple repris par l'auteur évoque l'appariement entre une photographie de trois objets et l'écoute d'une série de trois coups de tambour. Les recherches dont il est question se limitent à des collections de deux et trois éléments.
- ✓ « La manipulation de quantités », soit la capacité à raisonner sur les quantités en anticipant mentalement le résultats d'additions simples. Les expériences de Wynn (1992) et de son théâtre de marionnettes prouvent donc que les bébés de moins de six mois sont déjà capables de raisonner mentalement sur les représentations numériques et leurs représentations.

Bien que parfois contestées, les conclusions découlant de ces expériences remettent en question certaines théories de l'acquisition du concept nombre chez l'enfant. Par extension, les résultats des recherches impactent également la manière d'enseigner le nombre aux jeunes élèves de maternelle.

¹⁰ Barouillet P., Camos V., *La cognition mathématique chez l'enfant*, Chap. 3, p. 50-55 Solal, 2006.

2. Le subitizing : un phénomène clé dans l'apprentissage des premiers nombres

Mis en évidence par Kaufman en 1949, le subitizing est défini par Kaufman lui-même comme « un processus perceptif rapide et sûr d'appréhension immédiate de la numérosité ». Or, cette idée de perception de la numérosité est largement remise en cause par Brissiaud R.¹¹. Selon lui, le subitizing permet « d'énumérer sans effort les unités d'une collection jusqu'à 3 ». Savoir énumérer, c'est être capable de « passer en revue une fois et une seule fois chacun des éléments d'une collection »¹². L'enfant qui « subitize » une collection de trois éléments est donc capable de considérer les éléments comme unités de la collection, mais pas de totaliser ces unités et donc de concevoir 3 comme cardinal de la collection. Toujours selon Brissiaud, le phénomène de subitizing n'opère que sur des numérosités n'excédant pas 4 ; au-delà, les ressources attentionnelles nécessaires à l'énumération de ces numérosités deviennent trop importantes.

En considérant cette première approche du phénomène de subitizing, il est aisé de comprendre l'intérêt de « stabiliser la connaissance des petits nombres »¹³. Si les instructions officielles préconisent d'aller jusqu'à 10 pour l'école maternelle, intéressons-nous au cas de la petite section de maternelle. En nous basant sur les compétences dont bénéficie l'élève via le phénomène de subitizing, nous allons préciser de quelle manière les jeunes élèves peuvent conceptualiser les petits nombres (jusqu'à 3) et ainsi accéder à la compréhension d'un premier système numérique.

3. Compter dès la petite section ?

Selon Roland Charnay, le comptage se définit comme « l'action consistant à énumérer les différents éléments d'une collection en associant, dans l'ordre à partir de *un*, un

¹¹ Premiers pas vers les maths : Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Chapitre 3, Retz ed. 2007.

¹² Charnay R.

¹³ Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015

nombre à chaque élément »¹⁴. Et comme énumérer n'est pas totaliser, l'élève capable d'énumérer six éléments n'est pas forcément capable de dénombrer une collection comportant six éléments.

Catherine Van Nieuwenhoven¹⁵ reprend les cinq principes impliqués dans la procédure de comptage experte et décrits par la psychologue américaine R. Gelman :

- « Le principe d'ordre stable », qui renvoie à la connaissance de la comptine numérique par l'élève. L'élève doit être capable de prononcer les mots-nombres dans l'ordre. Très tôt, les élèves comprennent que le dénombrement d'objets nécessite de réciter la suite des nombres même s'ils ne la connaissent pas, en témoignent les exemples de productions orales d'élèves telles que « 1, 2, 5, 7... ».
- « Le principe de correspondance terme à terme », qui implique que l'élève synchronise la prise en compte d'un élément de la collection à la verbalisation d'un unique mot-nombre. On observe fréquemment de très jeunes élèves tentés de pointer du doigt les éléments d'une collection tout en récitant la suite des mots-nombres. Les stratégies les plus efficaces se mettent en œuvre progressivement.
- « Le principe cardinal ou la règle du dernier mot-nombre prononcé ». L'élève doit comprendre que s'il termine son énumération en prononçant le mot « cinq », cela signifie que la collection qu'il a énumérée comporte cinq éléments ; il accède au cardinal 5 de la collection. Ce principe, très peu accessible pour les élèves de trois ou quatre ans, est à la base des comportements décrits par Brissiaud¹⁶ :

« Adulte : Combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (en comptant les jetons) : Un, deux, trois, quatre.

Adulte : Oui alors, combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (en recomptant les jetons) : Un, deux, trois, quatre.

¹⁴ Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale, *Quelques définitions*, Ed. Hatier, 2013.

¹⁵ Le comptage : Vers la construction du nombre, Chap. 2, p. 62-102, Ed. De Boeck, 1999

¹⁶ Premiers pas vers les maths : Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Chapitre 1, p. 8-9 Retz ed. 2007.

Adulte : Oui, je suis d'accord. Ce que je t'ai demandé, c'est combien il y a de jetons ?

Enfant (recomptant encore) : Un, deux, trois, quatre. »

On comprend donc, à l'aide de ce type de dialogue, que l'élève n'accède pas au nombre d'éléments de la collection énumérée : il procède alors à un comptage-numérotage.

- « Le principe de non pertinence de l'ordre », qui renvoie au fait que les éléments de la collection à dénombrer peuvent être pris dans n'importe quel ordre, et que cela n'influe pas sur l'issue du dénombrement.
- « Le principe d'abstraction », grâce auquel les élèves peuvent dénombrer des éléments de nature différente au sein d'une même collection.

La procédure de comptage experte nécessite donc des connaissances spécifiques (suite des nombres), des savoir-faire complexes (synchroniser pointage et mot-nombre, règle du dernier mot prononcé) et d'autres concepts (les deux derniers principes). Le compteur expert doit en outre être capable de synchroniser toutes ces compétences dans le but de répondre à une situation spécifique et variable. Il est donc compréhensible, à la lumière de ces éléments théoriques, que l'apprentissage de la procédure de comptage dès la petite section soit fortement remis en cause par certains pédagogues actuels. La charge cognitive requise par cette procédure complexe empêche les élèves de lui donner du sens. Les élèves développent alors un recours systématique à une procédure approximative de comptage qui ne permettra pas de répondre aux questions du type « Combien y a-t-il de... ? »

4. Quelle approche du nombre en début de petite section ?

D'autres activités sont envisageables afin de permettre aux jeunes élèves de petite section de stabiliser les petites quantités et de construire le système des premiers nombres. Selon Rémi Brissiaud, une approche privilégiée serait de passer par la décomposition du nombre afin d'en favoriser la conceptualisation. Pour comprendre 3, l'élève doit voir 2 dans 3 et ajouter une autre unité afin de totaliser deux unités et une unité en trois unités. Pour mieux comprendre cette approche, il convient de s'intéresser

aux travaux de Steffe et Von Glasserfeld repris par Brissiaud R.¹⁷ concernant les opérations mentales de « unitizing » et de « uniting ».

La première opération mentale, le « unitizing », est le processus qui permet à l'élève de créer l'unité arithmétique, c'est-à-dire d'abstraire le fait de compter les objets ou ses doigts, et d'accéder au concept nombre en tant que tel. L'élève qui a construit l'unité peut raisonner sur des quantités sans avoir besoin de support matériel. La seconde opération mentale, « le uniting », consiste à totaliser les unités afin d'accéder à la notion de quantité totale d'une collection. C'est sur ce point que Brissiaud s'écarte du cadre conceptuel proposé par Steffe et Von Glasserfeld. Pour lui, ces deux processus sont complémentaires et se mettent en œuvre conjointement dans les apprentissages de l'élève. La notion de totalisation (« uniting ») correspond en fait au « contrôle de l'extension d'une petite quantité » : les jeunes élèves sont capables de manière précoce d'ajouter un objet à une collection de deux objets pour former une collection de trois objets. Même s'ils n'ont pas abstrait la notion d'unité, ils ont déjà commencé à totaliser des unités (doigts ou objets).

L'usage de collections-témoins :

A la lumière de ces éléments théoriques, nous développerons une approche pédagogique bien ancrée chez les enseignants en maternelle : l'utilisation de collections-témoins. L'utilisation des collections-témoins de doigts est un outil privilégié dans cette approche pédagogique. La disponibilité constante des doigts, « toujours à portée de mains », et le caractère kinesthésique de leur utilisation en font un outil très intéressant pour de jeunes élèves de petite section. De plus, Brissiaud¹⁸ rappelle que la structure particulière en deux groupes de 5 doigts optimise l'utilisation de « collections-témoins organisées ». Dans la mesure où nous nous intéressons particulièrement à la conceptualisation des petits nombres, la limitation au nombre 10 consécutive à la morphologie de nos deux mains n'affectera pas l'utilisation des collections-témoins de doigts en petite section.

¹⁷ Comment les enfants apprennent à calculer, Chap. 12, p.270-271, Ed. Retz, 2003.

¹⁸ Premiers pas vers les maths : Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Chapitre 1, p. 18, Retz ed. 2007.

Pour optimiser l'utilisation des doigts et favoriser la création « d'authentiques collections-témoins de doigts »¹⁹, Brissiaud recommande :

- De varier les doigts utilisés pour représenter une quantité. Pour représenter 3, l'enseignant veillera à associer le pouce, l'index et le majeur, ou le majeur, l'annulaire et l'auriculaire, ou encore l'index, le majeur et l'annulaire. De cette façon, le jeune élève ne construit pas une image unique du nombre 3 (les 3 mêmes doigts à chaque fois), mais conçoit que chaque doigt considéré isolément renvoie à une unité (l'auriculaire a la même valeur que le pouce). C'est un aspect important pour permettre le processus de « unitizing » présenté précédemment.
- De « parler le nombre » en le décomposant. Lorsque l'enseignant construit une collection-témoin authentique de doigts devant ses élèves, il oralise de manière systématique l'ajout d'une unité. Typiquement, la scène est la suivante : l'enseignant lève un doigt et dit « un », puis il lève un autre doigt et dit « un autre, ça fait deux ». S'il lève un autre doigt, il dit « encore un autre, ça fait trois » tout en montrant ses trois doigts levés. Le dialogue se poursuit ainsi pour accéder aux nombres supérieurs.

Ces deux recommandations permettent donc à l'élève de créer mentalement l'unité numérique (« unitizing ») et de totaliser ces unités (« uniting ») pour accéder au cardinal de la collection.

5. Pas de comptage, mais un dénombrement contrôlé

Nous venons d'établir les bénéfices d'une pratique pédagogique utilisant les collections-témoins de doigts. L'usage de collections-témoins authentiques de doigts apparaît donc comme une alternative pertinente à la procédure de comptage dans l'objectif de répondre aux activités de dénombrement préconisées par les instructions officielles. Selon Brissiaud, dénombrer implique « trois conditions : créer mentalement les unités, les énumérer et les totaliser »²⁰. En associant les bénéfices induits par un

¹⁹ Ibid, p.20.

²⁰ Ibid, p.21-23.

usage des collections-témoins de doigts tel que nous l'avons décrit et les capacités « innées » de nos élèves à énumérer les petites collections (jusqu'à 3), le dénombrement devient possible, et même très pertinent pour l'apprentissage des premiers nombres chez des élèves de petite section. Concevoir le nombre et stabiliser la maîtrise du système numérique des trois premiers nombres se base alors sur des activités variées de dénombrement faisant intervenir du matériel adapté, des tâches quotidiennes permettant à l'élève de donner du sens à ses apprentissages et des interactions avec l'adulte construites de manière précise par l'enseignant. Ces activités seront développées dans le cadre méthodologique de ce travail de recherche.

D. Contrôler les apprentissages des élèves : l'évaluation

1. Une évaluation au service des élèves

Il peut paraître déstabilisant, voire contre-productif de proposer une évaluation à des enfants en plein développement. Évaluer dès la maternelle ne serait pas une façon de creuser dès le plus jeune âge les inégalités déjà présentes, en renforçant et en formulant les différences inter individuelles entre les élèves. Mais que se cache-t-il derrière le terme « évaluer » ?

Les idées reçues sur l'évaluation sont nombreuses et il est important d'en être conscient pour éviter certains écueils. D'emblée, évaluer peut faire penser à « sanctionner par une note », « juger selon des critères plus ou moins définis par l'enseignant ». Or, l'acte d'évaluer à l'école maternelle se doit de porter un sens très différent de ces représentations et se mettre au service de l'élève dans le but de faire progresser cet élève dans ses acquisitions et ses processus d'apprentissage. Et d'ailleurs, évaluer ne fait-il pas partie intégrante d'une activité d'enseignement ? L'enseignant, lorsqu'il propose une activité, est sans cesse en train de mesurer les progrès, d'identifier les causes d'une erreur, et c'est bien là que l'action d'évaluer prend tout son sens : objectiver la réussite ou l'échec d'un élève afin d'accompagner son développement ou de proposer des alternatives et favoriser la réussite.

2. Les deux piliers de l'évaluation : évaluation formative et évaluation positive

Le premier principe de l'évaluation telle que nous la concevons est de permettre aux élèves d'établir eux-mêmes ce qu'ils savent faire. Ainsi, la tâche réalisée dans un premier temps est comparée au résultat attendu par l'enseignant et l'élève peut formaliser les erreurs commises. Les commentaires formulés par les élèves eux-mêmes leur permettent d'identifier l'erreur et de la corriger dans l'instant. L'enseignant aidera les élèves à formaliser l'erreur pour la généraliser et utiliser les notions sous-

jaçentes derrièrre le type d'erreur réalisé par l'élève. La finalité est de proposer une évaluation de type formative, permettant la compréhension et la correction immédiate de l'erreur commise. Selon le Bulletin Officiel du 20 septembre 2007, l'évaluation formative consiste à « intervenir en cours d'un apprentissage [...] et permettre à l'élève de prendre conscience de ses acquis et des difficultés rencontrées, et de découvrir par lui-même les moyens de progresser »²¹.

Ce type d'évaluation est à mon sens un procédé efficace afin de répondre aux besoins de développement des élèves de maternelle. L'évaluateur évite le système binaire du « bon / mauvais » et donne l'opportunité à chaque élève de mener une réflexion post-activité immédiate. Par ailleurs, il est toujours possible de reprendre l'activité d'évaluation ultérieurement afin de mesurer les progrès de l'élève.

Le deuxième socle de l'évaluation proposée correspond à ce que l'on peut appeler l'évaluation positive. L'idée est de valoriser les réussites des élèves des retours du type « tu sais ... ». Ce type de retour favorise l'acquisition de la compétence et renforce l'idée du « je sais faire » chez l'élève. Dans un cas d'erreur, on n'utilise pas de commentaire stigmatisant « tu ne sais pas... » mais davantage un commentaire d'encouragement « la prochaine fois, tu essaieras de ... » après avoir formalisé l'erreur de l'élève. Cela permet d'atténuer le sentiment d'échec et diminue la perte d'estime de soi imputable à l'échec et néfaste aux apprentissages de l'enfant. Il est d'ailleurs fait état dans les nouveaux programmes de 2015 d'une évaluation positive à l' cole maternelle.

A la fin de l'activité d'évaluation, l'élève peut concrètement formuler ce qu'il a acquis et les objectifs qu'il peut se fixer pour la suite, avec l'aide de l'enseignant.

3. Différencier

Pour les élèves en échec, il est possible de différencier la manière d'évaluer cette compétence chez les élèves. La différenciation peut se définir comme « un effort de

²¹Www.education.gouv.fr

diversification méthodologique susceptible de répondre à la diversité des élèves »²². Nous avons retenu deux possibilités dans le cadre de la situation d'évaluation proposée :

- ✓ Différer l'évaluation dans le temps, c'est-à-dire la proposer une nouvelle fois à l'élève un mois après par exemple. Il est possible que certains élèves ne soient pas prêts au moment où l'évaluation est proposée. Un travail supplémentaire sera donc effectué avec l'élève et permettra à celui-ci d'avoir davantage de temps pour construire la compétence évaluée.
- ✓ Proposer une activité similaire dans un temps différent. On peut par exemple se servir du temps de l'accueil pour demander à un élève qui n'avait pas réussi une tâche similaire avec du matériel différent. Ce cas de figure ne s'est pas présenté dans les résultats présentés en annexe.

Pour conclure, nous rappellerons que « L'évaluation régulière des acquis des élèves est un acte pédagogique à part entière »²³. Il est du devoir de l'enseignant de mettre en œuvre des activités d'évaluation favorisant la réussite et les progrès des élèves. A l'heure de l'école bienveillante et la réussite pour tous, il est plus que jamais fondamental d'appliquer les principes défendus ci-dessus. La réussite et la construction individuelle de nos élèves en dépend.

Cette première partie a permis de poser certains principes pédagogiques sur lesquels s'appuient les activités concrètes que nous allons proposer aux élèves. Les recherches scientifiques récentes concernant l'acquisition de la cardinalité du nombre valident ou invalident certaines pratiques couramment observées sur le terrain. La partie méthodologique sera l'occasion de faire un point sur les différents types d'activités propices à favoriser une rencontre réussie avec les premiers nombres. Nous veillerons à articuler les activités proposées dans le

²² LEGRAND L., *La différenciation pédagogique*, Scarabée, CEMEA, Paris 1984

²³ Suivi et évaluation des apprentissages des élèves à l'école maternelle ; note d'accompagnement au BOEN n° 3 du 21 janvier 2016.

but de réaliser une véritable progression des acquisitions des élèves dans le long et difficile apprentissage qu'est la conceptualisation du nombre.

Deuxième partie : Cadre méthodologique

A. Contexte

Etant professeur des écoles stagiaire, j'assure l'enseignement de mes élèves au sein de deux écoles maternelle différentes situées à Saint Jean le Blanc et Orléans. Les deux classes dans lesquelles je suis en responsabilité ont la particularité d'être toutes deux des classes à double niveau : une classe de petite / moyenne section et une autre classe de petite / grande section. Cela signifie que j'ai eu l'occasion, au cours de l'année, d'enseigner le concept cardinal du nombre à deux groupes d'élèves de petite section bien distincts. Dans l'école d'Orléans, la classe est composée de 9 élèves de petite section et 20 élèves de grande section. L'enseignante titulaire a la particularité de proposer une pédagogie d'inspiration Montessori : de nombreux ateliers autonomes sont disponibles et les élèves ont la possibilité de se mettre au travail seul sur des activités de leur choix. Dans l'école de Saint Jean le Blanc, la classe est composée de 18 élèves de petite section et 11 élèves de moyenne section. J'ai fait le choix, dans les deux classes, d'adopter la même progression pour les apprentissages concernant l'acquisition du concept cardinal du nombre.

La particularité du double niveau dans les deux classes a permis aux élèves de petite section une fréquentation très rapide des nombres, par observation des rituels et activités proposées aux autres élèves de la classe. J'ai réellement commencé, à partir de la période 3, à enseigner la cardinalité du nombre telle que nous l'avons définie dans la première partie de notre travail de recherche. Nous présenterons donc de manière chronologique les activités proposées aux élèves des deux classes en expliquant nos choix pédagogiques. Nous interpréterons ensuite les différences observées dans les classes, en lien avec le contexte présenté ci-dessus.

B. Une entrée dans le bain numérique

1. Des comptines

Il existe de nombreux chants et comptines utilisant les nombres. Toutes les comptines ne poursuivant pas le même objectif, il est du devoir de l'enseignant d'accorder une attention particulière au choix des comptines étudiées en classe. Afin de favoriser la notion de quantité du nombre et de préparer les dialogues fondamentaux autour du nombre dont parle Brissiaud, j'ai fait le choix d'utiliser la comptine des 5 petits lapins.

LES 5 PETITS LAPINS

UN PETIT LAPIN (***on lève 1 doigt***) RENCONTRE UN AUTRE PETIT LAPIN (***on lève 1 autre doigt***).

DEUX PETITS LAPINS JOUENT DANS LE JARDIN (***en montrant 2 doigts levés***).

DEUX PETITS LAPINS RENCONTRENT (***2 doigts levés***) UN AUTRE PETIT LAPIN (***on lève 1 autre doigt***).

TROIS PETITS LAPINS JOUENT DANS LE JARDIN (***en montrant 3 doigts levés***).

TROIS PETITS LAPINS RENCONTRENT (***3 doigts levés***) UN AUTRE PETIT LAPIN (***on lève 1 autre doigt***).

QUATRE PETITS LAPINS JOUENT DANS LE JARDIN (***en montrant 4 doigts levés***).

QUATRE PETITS LAPINS RENCONTRENT (***4 doigts levés***) UN AUTRE PETIT LAPIN (***on lève 1 autre doigt***).

CINQ PETITS LAPINS JOUENT DANS LE JARDIN (***en montrant 5 doigts levés***).

Cette comptine a été utilisée dans les deux classes en temps collectif regroupant uniquement les élèves de petite section, les autres élèves étant en temps d'ateliers autonomes. L'intérêt de cette comptine réside dans l'association entre désignation orale du nombre (« deux petits lapins ») et représentation du nombre à l'aide des doigts. Les élèves comprennent que lorsque l'on montre deux doigts, cela correspond aux deux petits lapins évoqués par la comptine. Ils créent l'image mentale des deux

petits lapins et associent à cette image la collection-témoin de deux doigts. En outre, la manière de passer au nombre suivant est primordiale : cette comptine verbalise le fait que dire le nombre suivant, c'est ajouter 1 à son prédécesseur. Passer de 2 à 3, c'est ajouter un autre lapin aux deux lapins déjà présents dans le jardin. Les élèves peuvent percevoir l'ajout d'unités pour la construction d'un nouveau nombre.

L'enseignant veille à utiliser ses doigts dans un ordre différent à chaque fois pour surmonter l'écueil d'une création « d'image » du deux avec le pouce et l'index uniquement. De même, il pourra utiliser les deux mains pour faire comprendre aux élèves que les deux mains peuvent représenter chacune la même quantité.

J'ai fait le choix d'aller jusqu'à cinq bien que l'objectif de la petite section est de stabiliser les trois premiers nombres. Cependant, l'accent est mis sur l'ajout d'unité pour trouver le successeur du nombre, et s'arrêter à trois aurait eu un impact moins important dans la compréhension de ce processus. A l'issue de deux séances (entre cinq et dix minutes) de fréquentation de cette comptine, certains élèves l'avaient mémorisée et l'utilisaient spontanément. Sur les deux classes, trois élèves ont été capables de la reprendre devant le groupe des élèves de petite section.

2. Le jeu de Lucky Luke

Dans la continuité de l'apprentissage de la comptine, j'ai fait découvrir aux élèves le jeu de Lucky Luke. L'activité a été réalisée en groupe avec tous les élèves de petite section de la classe. Ce jeu a pour objectif de stabiliser les représentations analogiques des nombres avec les doigts.

Tous les élèves cachent leurs mains derrière leur dos. L'enseignant annonce alors un nombre d'objets ou d'animaux, ici un nombre de petits lapins pour favoriser la continuité dans l'apprentissage amorcé par la comptine. Chaque élève doit alors montrer le nombre de doigts correspondant au nombre de lapins demandé. La vérification est menée par l'enseignant qui valide les propositions.

Exemples de retours verbaux menés par l'enseignant : « Oui, tu as montré trois doigts. Un doigt (en levant un doigt), un autre doigt (en levant un autre doigt) et encore un autre doigt (en levant un autre doigt). Cela fait trois petits lapins. Bravo. »

« Il faut montrer trois lapins, comme ça (en montrant trois doigts). Est-ce que tu en as montré comme moi ? ». L'élève essaie de verbaliser s'il en a montré plus ou moins, avec l'aide de l'enseignant en cas de besoin. Il ajuste ensuite le nombre de doigts en fonction du modèle réalisé par l'enseignant.

L'enseignant veille à porter un regard bienveillant sur les réponses des élèves et à expliciter les erreurs commises en faisant découvrir le vocabulaire adapté (« trop », « pas assez », « il en manque » ...). Les retours verbaux porteront davantage sur les nombres jusqu'à 3, dans la mesure où c'est ce premier système numérique qui sera travaillé en priorité avec nos élèves de petite section.

La durée optimale d'un temps d'activité pour ce jeu se situe entre cinq et dix minutes. L'entrée est rapide et tous les élèves sont rapidement disponibles. Si elle dure trop longtemps, les élèves se désintéressent.

3. L'album des premiers nombres, de Rémi Brissiaud

« Dans l'esprit des programmes 2015, « l'album des premiers nombres 1, 2 et 3 » permet de découvrir les trois premiers nombres en favorisant un authentique dénombrement, en évitant le comptage-numérotage, et en s'appropriant leurs décompositions »²⁴.

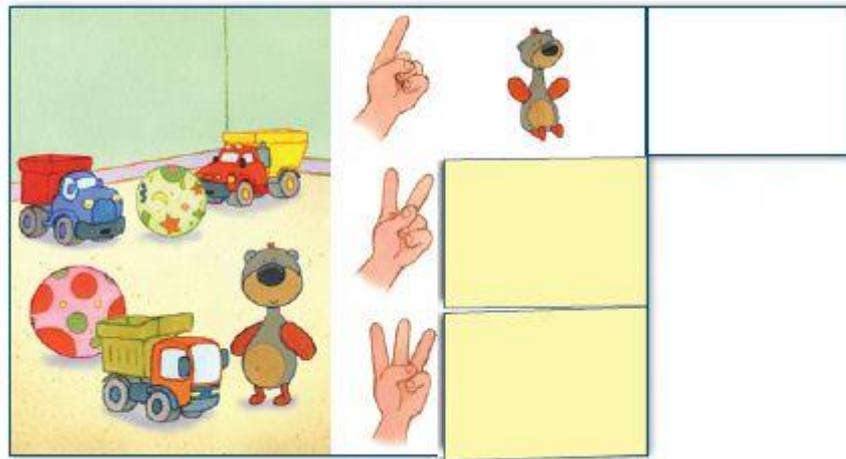
Cet album est un outil pédagogique créé spécialement pour la conceptualisation du nombre en petite section. Il propose, au travers de 10 scénarios différents, la découverte d'un premier système numérique (jusqu'à 3). Les élèves sont amenés à se servir des nombres pour marquer la pluralité d'un ensemble. En nous appuyant sur le guidage pédagogique proposé par l'auteur, nous présenterons la manière dont il a été utilisé en classe. Puis nous distinguerons



²⁴ <http://www.editions-retz.com/methodes-scolaires/mathematiques/1-2-et-3-ps-9782725633756.html>

l'utilisation de cet outil dans les deux classes avant d'en voir les conséquences sur les apprentissages de élèves.

Trame d'utilisation d'une double page de l'album :



- Les élèves découvrent la page de gauche présentant la situation globale. Ils nomment successivement ce qu'ils voient sur l'image. L'enseignant oriente les réponses pour finalement conclure sur une réponse collective du type « Il y a un nounours, des ballons et des camions ». Cette phase correspond à la création de la notion d'unité.
- Les élèves découvrent ensuite la page de gauche. Ils repèrent les collections-témoins de doigts déjà connues et verbalisent sur leur signification. L'enseignant récapitule après que les trois représentations de doigts aient été commentées.
- Les élèves sont ensuite invités à raisonner sur les nombres au travers d'un dialogue avec l'enseignant. Ce dialogue se construit au préalable et doit être mené avec précision pour favoriser l'émergence du concept visé.

L'enseignant : « Sur l'image, il y a trois... »

Un élève : « trois camions. »

L'enseignant : « Montre-les sur l'image. »

L'élève : « Un là, un autre là et un autre là. »

L'enseignant (en synchronisant un levé de doigt et une désignation d'un camion) : « Oui, un camion, un autre camion et encore un autre camion. Ça fait trois camions. On peut vérifier. Montre-moi l'image avec trois doigts. »

L'élève (montrant la représentation des trois doigts) : « Ici. »

L'enseignant : « Très bien. On soulève le rabat. Qu'est-ce que l'on voit ? »

L'élève : « Les camions ».

L'enseignant : « Oui, un camion, un autre camion et encore un autre camion. Il y a bien trois camions comme tu avais dit. »

Les dialogues peuvent bien évidemment varier selon les réponses des élèves, mais l'enseignant doit veiller à ne pas trop s'en éloigner. L'idée générale reste toujours la même. Au fur et à mesure de la fréquentation de l'album, les élèves s'approprient les formulations types de l'enseignant. Ils commencent à employer les locutions « un, un autre et encore un autre ; il y en a 3. » D'abord produites par simple imitation, ces expressions vont aider l'élève à intégrer la totalisation des unités pour accéder à la numérosité d'un ensemble. Les élèves s'approprient les décompositions de nombres et stabilisent la reconnaissance des collections-témoins de doigts. Dans les doubles-pages suivantes, le même type de travail permet d'associer les constellations du dé et l'écriture chiffrée des nombres à la quantité.

Utilisation de l'album dans les classes :

La différence du nombre d'élèves de petite section dans les deux classes m'a donné l'idée de différencier les modalités d'utilisation de l'album. Dans ma classe de l'école de Saint Jean le Blanc, que l'on appellera classe A, l'album a été utilisé avec l'ensemble des dix-huit élèves de petite section de la classe. Dans l'autre classe, que l'on appellera classe B, l'album a été utilisé en petits groupes de quatre et cinq enfants. J'ai émis l'hypothèse que la formation de groupes restreints (classe B) favoriserait les apprentissages visés dans la mesure où les élèves ont davantage la possibilité de prendre la parole et de participer à l'élaboration des réponses.

En m'intéressant à la compétence « Associer les différentes représentations d'une quantité », j'ai proposé, à l'issue d'une séquence d'utilisation de l'album de cinq séances, la même activité d'évaluation à l'ensemble des élèves de petite section des deux classes. L'évaluation consiste à remettre dans la même colonne les trois représentations différentes pour une même quantité. (Voir fiche en annexe 1). La présentation de l'activité et la passation de consignes ont été rigoureusement les mêmes dans les deux classes. Des groupes de six élèves ont été constitués pour la

classe A. L'élève devait donc replacer les étiquettes déjà découpées avant de pouvoir coller et valider son travail. Aucune correction n'a été faite par l'enseignant.

Tableau récapitulatif des résultats des élèves :

	<u>Compétence acquise</u> : L'élève n'a fait aucune erreur	<u>Compétence en cours d'acquisition</u> : L'élève a fait 2 erreurs ou moins	<u>Compétence non acquise</u> : L'élève a fait plus de 2 erreurs.
Associer la bonne représentation (doigts ou points du dé) à son écriture chiffrée	12 élèves de la classe A. 8 élèves de la classe B.	4 élèves de la classe A. 1 élève de la classe B.	2 élèves de la classe A. Pas d'élève de la classe B.
Nommer les nombres à l'aide des différentes représentations	12 élèves de la classe A 8 élèves de la classe B.	5 élèves de la classe A. 1 élève de la classe B.	1 élève de la classe A. Pas d'élève de la classe B.

A la lecture des résultats, plusieurs constats s'imposent :

- ✓ Vingt élèves sur les vingt-sept concernés par les deux classes ont parfaitement réussi l'évaluation proposée. La séquence d'activités proposée semble avoir été relativement efficace.
- ✓ Les élèves ayant fait deux erreurs ou moins ont tous inversé les représentations de constellations du dé de deux et trois. On peut penser que la séquence proposée n'a pas suffisamment insisté sur les représentations du nombre avec les constellations du dé.
- ✓ Seulement deux élèves sur vingt-sept n'ont pas du tout investi la compétence. Ils font tous deux partie de la classe A, avec laquelle l'album a été exploité en grand groupe. Il est possible que ces deux élèves n'aient pas réussi à investir la compétence car ils n'ont pas eu la possibilité de répéter suffisamment le type de réponses attendues.

- ✓ Bien que la population concernée ne soit pas assez importante, on peut quand même conclure qu'il est préférable d'exploiter l'outil pédagogique présenté en groupes restreints.

Pour conclure sur l'entrée dans le bain numérique, nous recommandons des activités quotidiennes, voire biquotidiennes comme celles que nous avons présentées. La fréquentation régulière des nombres favorise l'ancrage progressif d'un raisonnement sur le concept nombre et de ce qu'il signifie. Dans cette partie, l'ensemble des activités comporte un caractère ludique. L'entrée par le jeu est importante car elle permet à l'élève de s'investir pleinement dans l'activité proposée.

C. Une situation d'apprentissage construite : « Les boîtes d'œufs » de Dominique Valentin²⁵

L'ensemble de la séquence utilisée est décrite en annexe 2. L'intérêt de cette partie consiste à analyser les différentes procédures observées chez nos élèves et à faire le lien avec l'acquisition de compétences relevant de la cardinalité du nombre.

Le cas des boîtes de douze alvéoles :

- L'élève met une grande poignée dans son plateau, voire le plus possible de perles qu'il peut. La réussite (qui n'a pas eu lieu) est due au hasard et a peu de chances d'intervenir. L'élève est donc en échec.

Ce type de procédure est typique d'un élève qui n'a pas commencé à raisonner sur les quantités. Il a compris la finalité de la tâche (mettre une perle dans une alvéole), mais ne pense pas en fonction du nombre d'alvéoles qu'il faut remplir. Cet élève n'a pas commencé à concevoir le nombre. Il ne faut pas hésiter à reprendre la situation de manière individuelle, à le faire observer un camarade adoptant une procédure adaptée ou à lui proposer une activité analogue.

- L'élève prend une perle à la fois, et répète cette opération douze fois. Comme il observe une réussite à coup sûr, il automatise cette procédure et n'en change pas.

L'élève utilisant cette procédure commence à construire l'unité et à induire qu'il faut ajouter un à chaque fois que l'on veut une quantité supérieure. Cette procédure est efficace et comme il n'y a pas besoin de finir en premier, l'élève n'a pas de raison d'en changer. Il a de fortes chances de faire évoluer sa procédure lorsqu'il aura l'occasion d'observer des élèves prenant plus d'une perle en situation de réussite.

- L'élève essaie de faire correspondre une perle à une alvéole de la boîte avant de la mettre dans son plateau. Au début, il cherche à faire toute la boîte mais se perd car il y a trop d'alvéoles. Il corrige en se limitant à trois perles à chaque prise ; il formule « une, une autre et encore une autre » et s'aide de ses doigts.

²⁵ VALENTIN Dominique. *Découvrir les maths : Situations pour la petite section*. Hatier, 2015.

L'élève commence à utiliser la correspondance terme à terme. Il parvient à anticiper le dépassement et à limiter sa prise à trois perles pour éviter l'échec. Par sa façon de contrôler sa prise, il montre qu'il a conceptualisé le cardinal 3. On peut penser d'un tel comportement qu'il précède une capacité à raisonner sur les quantités et les relations entre ces différentes quantités (prémises du calcul).

- L'élève met une quantité assez importante de perles, mais dont il sait qu'elle ne dépassera pas douze. Au second tour, il essaie de représenter à l'aide de ses doigts le nombre d'alvéoles restantes : il réussit jusqu'à trois. Il utilise alors la configuration de ses doigts pour ajouter les trois perles manquantes. S'il en manque plus, il procède avec trois, puis la quantité manquante au tour suivant.

L'élève procède par une évaluation globale de la quantité. Il a analysé qu'en prenant une quantité raisonnable de perles, il pouvait remplir une bonne partie de la boîte et ensuite en déduire la quantité manquante au tour suivant. Ce type de procédure s'observe après deux ou trois séances de jeu. Elle est efficace à chaque fois et permet à l'élève de verbaliser les quantités manquantes pour emplir la boîte (jusqu'à trois). On peut penser que les élèves ayant ce type de procédure ont acquis le cardinal 3, et qu'ils seront capables de le manipuler pour accéder à une quantité souhaitée.

Le cas de trois boîtes avec différentes contenances :

Notre objectif, en proposant différentes contenances, est de voir si les élèves sont capables d'adapter les procédures utilisées à une situation nouvelle. Nous allons reprendre deux des procédures écrites précédemment et analyser leur évolution déclenchée par le nouveau dispositif.

- La procédure du « une par une » : Un élève utilisant cette procédure se retrouve face à une boîte de quatre alvéoles. Il fait le choix de prendre deux perles, puis deux autres perles. Il appliquera cette procédure du « deux par deux » avec toutes les autres boîtes, y compris celles de douze alvéoles.

La variation du support a permis à l'élève de prendre conscience que s'il pouvait prendre les perles une par une, le même principe s'appliquait pour deux perles. En effet, la boîte de quatre alvéoles est plus petite et l'élève a plus de chance de distinguer

un nombre précis d'alvéoles. Il prend maintenant deux perles en une prise ; il a sans doute acquis que deux, c'est un et encore un. Il serait intéressant de voir si la procédure évoluera avec des nombres encore plus grands.

- La procédure de la correspondance terme à terme : En se retrouvant devant la boîte de quatre alvéoles, l'élève utilisant cette procédure a reproduit dans son plateau la représentation de quatre avec « deux en haut et deux en bas » correspondant aux alvéoles de la boîte. Reproduisant sans doute le dialogue de l'enseignant, il formule « deux et encore deux » pour remplir la boîte.

L'élève a fait évoluer sa procédure de correspondance terme à terme. Il est maintenant capable de former une collection égale à une autre jusqu'à quatre éléments (la procédure a été reproduite). L'élève s'est servi de « deux perles et encore deux perles ». Il est légitime de conclure que c'est la compréhension initiale du « deux » en « un et encore un » qui lui a permis ce progrès. La maîtrise du premier système numérique (un, deux, trois) a favorisé sa compréhension d'un nombre plus grand (quatre).

Pour conclure sur cette situation d'apprentissage, plusieurs constats émergent :

- ✓ Les paramètres didactiques de la situation permettent ou ne permettent pas le progrès des élèves : l'enseignant a donc un rôle prépondérant dans ce type de situation d'apprentissage. C'est à lui qu'incombe la responsabilité de créer les conditions favorables à l'apprentissage des élèves.
- ✓ Tous les élèves n'ont pas été en réussite, mais cela ne veut pas dire qu'ils n'ont rien appris. Ils ne sont peut-être pas encore prêts, et l'enseignant peut différencier son action en agissant sur un certain nombre de paramètres.
- ✓ Le conflit cognitif généré par l'organisation en groupes de cinq ou six élèves. En observant, en formulant ou en écoutant l'utilisation d'une procédure, l'élève remet en cause sa procédure initiale pour la rendre plus efficace et construit ainsi son savoir à l'aide des autres élèves : on parle de socio-construction du savoir.

D. Evaluation

Afin de rendre compte des acquisitions des élèves, nous proposons différentes activités d'évaluation répondant aux compétences impliquées dans la construction de la cardinalité du nombre chez l'élève. Dans un premier temps, nous présenterons les activités d'évaluation en précisant les compétences évaluées, puis nous présenterons les résultats sous forme de tableau. Nous conclurons avec une analyse critique de ces résultats.

1. Les compétences du nombre cardinal en petite section

- *Construire une collection équipotente à une collection donnée :*

Description de la situation : L'enseignant travaille avec un groupe de cinq ou six élèves. Chaque élève possède une barquette vide devant lui. Les élèves passent à tour de rôle. L'enseignant met un nombre de feutres sans bouchons déterminé à l'avance (1, 2 ou 3) dans la barquette de l'élève. L'enseignant veille à disposer les feutres l'un après l'autre afin de favoriser la reconnaissance de la quantité pour l'élève. Une barquette contenant des bouchons de feutres est placée sur une table à proximité de façon à ce que les élèves ne puissent avoir une vision sur les deux barquettes (bouchons et feutres) en même temps.

Consigne pour l'élève : Je vais chercher juste le bon nombre de bouchons pour reboucher les feutres dans ma barquette. Le premier tour est destiné à se familiariser avec l'activité et à objectiver les critères de réussite. Deux critères sont retenus par les élèves pour formaliser la réussite : 1) Il n'y a plus de feutres sans bouchons et 2) Il n'y a plus de bouchon tout seul. C'est la réunion de ces deux critères qui validera la tâche produite par l'élève. Lors du deuxième tour, les élèves connaissent les critères de réussite et ce deuxième passage permettra à l'enseignant de formaliser son évaluation. Les résultats seront consignés dans un tableau.

- *Construire une collection à l'aide d'une constellation du dé*

- Prendre n objets dans une collection plus grande

Ces deux compétences s'évaluent par le biais de la situation suivante.

Description de la situation : L'enseignant travaille avec un groupe de cinq ou six élèves. Une barquette contenant un nombre important de jetons est placée au centre de la table. A tour de rôle, les élèves lancent un dé ne dépassant pas trois. Après avoir oralisé le nombre obtenu (jusqu'à 3), l'élève prend le nombre de jetons correspondant et les place dans sa boîte. Le résultat est validé par les autres élèves et par l'enseignant.

- Montrer combien il y a d'objets avec les doigts dans une collection donnée
- Construire une collection à l'aide d'une constellation de doigts

Ces deux compétences s'évaluent par le biais de la situation suivante.

Description de la situation : L'enseignant travaille avec un groupe de cinq ou six élèves. Une barquette contenant un nombre important de jetons est placée au centre de la table. 1) L'enseignant montre un nombre de doigts à un élève : cet élève doit prendre le bon nombre de jetons et les placer dans une boîte située devant lui. Le résultat est validé par les autres élèves et par l'enseignant. 2) Les élèves changent de boîte entre eux et se retrouvent avec une quantité différente. Le but de l'élève est alors de montrer la quantité de jetons présente dans sa barquette avec une configuration de doigts correspondante.

La situation est répétée un certain nombre de fois de manière à ce que les élèves soient confrontés aux nombres jusqu'à 3.

- Dire combien il y a d'objets dans une collection donnée (le mot-nombre)

Description de la situation : Cette compétence a été évaluée de manière individuelle pour chaque élève. L'enseignant place un certain nombre d'objets dans une boîte (jusqu'à trois objets). L'élève doit représenter la quantité à l'aide de ses doigts, à l'aide d'étiquettes représentant les constellations du dé et à l'aide du mot-nombre correspondant.

Evaluation PS

Découvrir les nombres et leurs utilisations (1, 2 et 3).

Le nombre cardinal

	Construire une collection équipotente à une collection donnée (bouchons / feutres)	Prendre n objets dans une collection plus grande	Montrer combien il y a d'objets avec les doigts dans une collection donnée	Dire combien il y a d'objets dans une collection donnée (le mot-nombre)	Construire une collection à l'aide d'une constellation de doigts	Construire une collection à l'aide d'une constellation du dé
Assia	2	2	3	2	2	2
Eden	3	3	3	3	3	3
Eleane	2	3	3	3	3	3
Axelle	3	3	3	3	3	3
Nohman	3	2	3	1	3	2
Imran	3	3	3	3	3	3
Gabriel	3	3	3	3	3	3
Nabil	3	3	3	3	3	3
Evan	3	3	3	3	3	3

Evaluation PS

Découvrir les nombres et leurs utilisations (1, 2 et 3).

Le nombre cardinal

	Construire une collection équipotente à une collection donnée (bouchons / feutres)	Prendre n objets dans une collection plus grande	Montrer combien il y a d'objets avec les doigts dans une collection donnée	Dire combien il y a d'objets dans une collection donnée	Construire une collection à l'aide d'une constellation de doigts	Construire une collection à l'aide d'une constellation du dé
Adam	3	3	3	3	3	3
Amandine	3	3	3	3	3	3
Donovan	1	2	2	1	2	2
Mohamed	3	3	3	3	3	3
Sacha	3	3	3	3	3	3
Bilal	1	1	2	1	2	1
Enzo	3	3	3	3	3	3
César	3	3	3	3	3	3
Paul-Louis	3	3	3	3	3	3
Luka	3	3	3	3	3	3

Luana	2	2	3	1	3	2
Yasmine	3	3	3	3	3	3
Mariame	3	3	3	3	3	3
Assia	3	3	3	2	3	3
Senny	3	3	3	3	3	3
Jeanne	3	3	3	3	3	3
Clara	3	3	3	3	3	3
Kendra	2	3	3	2	3	3

Les nombres indiqués correspondent à la quantité pour laquelle l'enfant a validé la compétence : un « 2 » signifie donc que l'élève est capable de prendre deux jetons dans une collection plus grande par exemple. Certains élèves sont capables de réaliser les tâches proposées avec des quantités plus importantes, mais nous avons fait le choix de limiter le renseignement du tableau à la quantité trois afin de faciliter l'analyse des résultats.

- Sur les vingt-sept élèves ayant réalisé les tâches d'évaluation, dix-neuf ont réussi l'ensemble des tâches avec la quantité trois, et ont donc rempli l'objectif d'apprentissage visé par la séquence proposée.
- Seulement trois élèves sur les vingt-sept ont été limités par des quantités supérieures à un sur certaines tâches.

2. Analyse des résultats

Concernant les trois élèves n'ayant pas réussi certaines tâches avec des quantités dépassant un, il est intéressant de remarquer :

- Que ces trois élèves font partie de la classe A
- Qu'ils ont tous les trois atteint des quantités supérieures à un avec l'utilisation des collections-témoins de doigts

Comme précisé dans le contexte, les élèves de la classe A bénéficient d'un enseignement plutôt traditionnel, avec une organisation en ateliers tournants. Ceux de la classe B, en revanche, bénéficient d'un enseignement avec une pédagogie d'inspiration Montessori, ce qui leur assure un accès libre et quotidien à de nombreuses activités impliquant les nombres. La différence d'environnement induite par les différences entre les deux classes est donc une première piste d'explication à la présence des trois élèves en difficulté dans la classe A.

Par ailleurs, la seconde remarque nous révèle l'importance de la composante langage. En effet, si l'on considère la compétence « Dire combien il y a d'objets dans une collection donnée (le mot-nombre) », il est nécessaire de maîtriser des compétences langagières pour réussir la tâche. On peut penser que ce ne sont pas uniquement des difficultés dans l'acquisition du concept cardinal du nombre, mais que des difficultés dans la maîtrise du langage oral sont associées.

Vingt-quatre élèves ont donc acquis d'importantes compétences numériques dans le domaine des trois premiers nombres. Les élèves réussissant certaines tâches jusqu'à deux sont sans doute en train de construire le trois ; les compétences n'étaient pas encore assez stabilisées pour répondre à des tâches décontextualisées. Nous rappelons que des différences de maturité importantes peuvent exister entre des élèves de petite section ; il y a une grande différence d'expérience de vie entre l'élève né en janvier et celui né en décembre.

Globalement, les résultats apparaissent satisfaisants au regard des objectifs poursuivis par la séquence.

Conclusion

Rappelons tout d'abord l'objectif principal poursuivi par l'enseignement des compétences numériques en petite section de maternelle : maîtriser le système numérique des trois premiers nombres. Les propositions pédagogiques ont donc été orientées en ce sens. Nous mettons ainsi en garde contre l'enseignement précoce des compétences numériques impliquant des quantités plus importantes chez des élèves de petite section. Le danger réside dans la non-compréhension du sens profond des nombres : les élèves seront en réussite sur certains savoir-faire qu'ils pourront automatiser, mais dont ils n'auraient pas intégré le pourquoi, et qu'ils ne pourront transférer plus tard dans d'autres situations. C'est ce phénomène que l'on retrouve dans les classes supérieures et qui est à l'origine de la baisse des résultats des élèves dans la discipline des mathématiques.

Ce constat souligne l'importance des enseignants de petite section, responsables de la première rencontre « scolaire » des élèves avec les nombres. Car l'échec scolaire en mathématiques peut trouver sa source dans une première rencontre non réussie, une sorte d'acte manqué que l'élève en construction ne pourra rattraper de manière efficace.

Notre travail consistait à montrer les conditions favorables à la création d'un contexte favorable à des premières rencontres avec les nombres réussies pour nos élèves. Un certain nombre de principes a été mis en avant. Les activités proposées, dont la liste n'est bien évidemment pas exhaustive, s'appuient sur ces principes. Si l'on considère les résultats obtenus, la tendance générale confirme l'intérêt de notre démarche pédagogique pour la stabilisation du système numérique des trois premiers nombres chez les élèves de petite section.

Des limites sont tout de même à souligner :

- Une population limitée de vingt-sept élèves : il serait intéressant d'étendre nos propositions pédagogiques à un nombre d'élèves plus importants.
- Le contexte socio-culturel des écoles : pour valider nos résultats, une variation des milieux sociaux auxquels appartiennent nos élèves est à intégrer.

- Nous n'avons pas la garantie des acquisitions numériques futures pour les élèves concernés par notre étude. Un suivi sur un temps plus long permettrait de valider la démarche pédagogique.

L'acquisition du concept cardinal du nombre chez l'élève est un processus long et difficile qui ne s'arrête pas à la fin de la petite section. Les résultats obtenus valident la démarche pédagogique proposée. L'investissement et l'intérêt montrés par les élèves au cours des activités abondent en ce sens. Nous conseillons l'utilisation des activités et supports présentés pour favoriser une première rencontre réussie entre les élèves et les nombres.

Bibliographie

BAROUILLET Pierre ; CAMOS Valérie. *La cognition mathématique chez l'enfant*. Solal éditeurs, 2006.

BRISSIAUD Rémi. *Comment les enfants apprennent à calculer : le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Editions Retz, 2003.

BRISSIAUD Rémi. *Premiers pas vers les maths : les chemins de la réussite à l'école maternelle*. Editions Retz, 2007.

CHARNAY Roland. *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? De la PS au CM2*. Hatier, 2013.

VALENTIN Dominique. *Découvrir les maths : Situations pour la petite section*. Hatier, 2015.

VAN NIEUWENHOVEN Catherine. *Le comptage : Vers la construction du nombre*. De Boeck Université, 1999.

Sites internet consultés :

www.education.gouv.fr

<http://eduscol.education.fr>

Annexes

Annexe 1 :

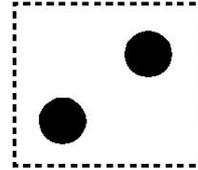
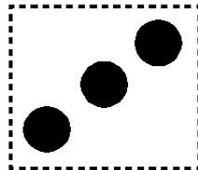
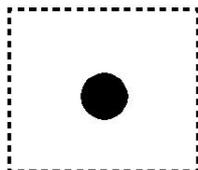
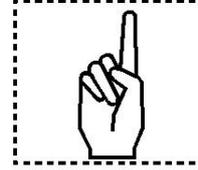
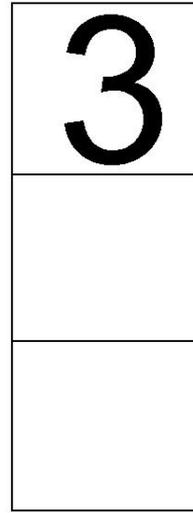
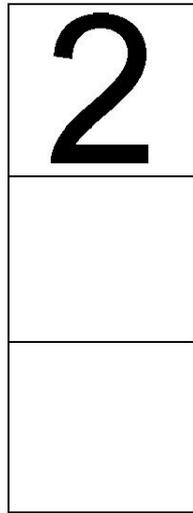
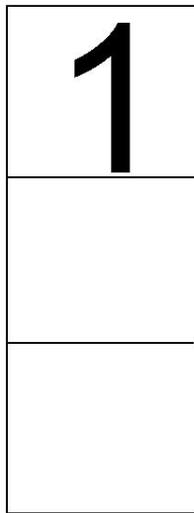
prénom : _____



Je découpe



Je colle



Annexe 2 : Séquence « les boîtes d'œufs » utilisée en classe

Séquence « les boîtes d'œufs »

Domaine disciplinaire : Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

Découvrir les nombres et leur utilisation

Objectif général : Evaluer une quantité sans une tâche de construction progressive d'une collection équipotente à une collection de référence.

Niveau : Petite section

Matériel :

- ✓ Des boîtes d'œufs de 4, 6, 10 et 12 alvéoles
- ✓ Une barquette remplie de perles
- ✓ 6 plateau en plastique individuels

➤ Phase 1 : Appropriation du matériel

Consigne pour l'élève : « Tu prends des perles et tu les mets dans plateau. Maintenant tu mets une perle dans chaque alvéole de la boîte. Est-ce qu'il reste des places ? »

Si la boîte est remplie, l'élève peut fermer sa boîte. L'enseignant verbalise ou fait verbaliser le fait que l'on ferme la boîte car il n'y a plus de places libres dans la boîte. Si elle n'est pas remplie, l'élève (s'il peut) ou l'enseignant verbalise le fait qu'il reste des places, et que l'on pourra reprendre des perles au tour d'après.

Au fur et à mesure des répétitions, on commence à interroger l'enfant sur le fait qu'il reste ou non des perles dans son plateau. On introduit le vocabulaire « trop de perles », « pas assez de perles » ou « juste ce qu'il faut de perles ».

On peut reproduire cette phase jusqu'à ce que l'élève ait compris que pour réussir, il faut remplir la boîte avec une perle dans chaque alvéole. Cette condition est nécessaire à la mise en place de la phase 2.

➤ **Phase 2 : Règle de non-dépassement**

Consigne pour l'élève : « Pour remplir ta boîte, tu dois mettre juste le bon nombre de perles dans ton plateau. S'il en reste, il faudra vider la boîte et recommencer. »

L'enseignant peut également démontrer la nouvelle façon de jouer, en proposant une situation de réussite et une situation d'échec pour des élèves qui ne comprendraient pas la nouvelle commande.

Il ne faut pas hésiter à laisser les élèves retenter un certain nombre de fois afin que ceux-ci fassent évoluer leurs procédures. C'est en répétant les erreurs que les élèves comprennent que la procédure utilisée est mauvaise et qu'il faut la modifier.

➤ **Phase 3 : Complexification**

Consigne pour l'élève : « Tu as trois boîtes à remplir, mais attention, elles n'ont pas toutes le même nombre d'alvéoles. Tu dois faire attention à les remplir dans l'ordre et à ne pas en prendre trop pour chaque boîte. Tu ne peux remplir qu'une seule boîte par tour ».

L'intérêt de modifier la contenance des boîtes est de vérifier si l'élève est capable d'adapter sa procédure lorsque la situation change. Si la contenance est toujours la même, il peut automatiser une procédure en pensant qu'elle est valable pour n'importe quelle quantité à fournir.

L'élève aura réussi s'il remplit ses trois boîtes.

Aymeric SAUTEREAU

L'aspect cardinal du nombre chez des élèves de petite section

Résumé :

La fascination qu'exercent les nombres sur les jeunes enfants, en particulier sur les élèves de nos classes de maternelle, est à l'origine de cette thématique de recherche. Ayant eu l'occasion d'observer ces multiples interactions entre les élèves et les nombres, j'ai eu envie de m'immiscer dans cet univers mystérieux des nombres et d'approfondir ma compréhension du cheminement intellectuel menant à la conceptualisation du nombre.

Le travail présenté propose un approfondissement théorique de la manière d'enseigner la cardinalité du nombre à des élèves de petite section. L'objectif est de comprendre les concepts sous-jacents au développement des compétences numériques chez des élèves de cet âge. En outre, les données théoriques sont illustrées par des situations d'enseignement favorisant ces apprentissages.

Ce mémoire offre ainsi la possibilité de construire une première rencontre réussie entre nos élèves et les nombres.

Mots clés : Petite section, nombre, cardinalité, quantité, pédagogie.

The cardinal number for preschool classes' pupils

Summary:

Numbers apply an enchantment to young children, in particular to the preschool classes' pupils. This observation has been the source of our research thematic. Privileged observer of these interactions between pupils et numbers, I decided to interfere in this mysterious numbers' world and to deepen my understanding of the intellectual path built by the pupils to conceptualize the number.

This work suggests a theoretical deepening on the way to teach the cardinal number to preschool classes' pupils. The goal of the study is to understand the underlying notions to the development of digital skills. Besides, the target data are illustrated by teaching situations fostering these learnings.

Thus, this report enables to build a successful first meeting between pupils and numbers.

Keywords: Preschool classes, cardinal number, pedagogy.