



HAL
open science

Interaction dynamique sol-structure

Amine Bou Mehdi

► **To cite this version:**

| Amine Bou Mehdi. Interaction dynamique sol-structure. Géotechnique. 2015. dumas-01662405

HAL Id: dumas-01662405

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01662405>

Submitted on 13 Dec 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

ISAE - CENTRE ASSOCIE DU LIBAN

MEMOIRE

Présenté en vue d'obtenir

Le DIPLOME d'INGENIEUR CNAM

SPECIALITE : CONSTRUCTION ET AMENAGEMENT

OPTION : CALCUL DE STRUCTURE

CYC66

par

Amine BOU MEHDI

INTERACTION DYNAMIQUE SOL-STRUCTURE

Soutenu le (30/11/2015)

JURY

PRESIDENT :	Francis GUILLEMARD	Professeur Titulaire de la Chaire BTP
MEMBRES :	Marwan SADEK	Tuteur, Docteur HDR, Université Libanaise
	Elias EL HACHEM	Docteur, Directeur Général de l'ISAE-CNAM
	Marwan EL RASSI	Docteur, Chef du département Génie Civil, ISAE-CNAM
	Walid LARBI	Docteur, Enseignant CNAM
	Fadi EL HAJJ CHEAHDE	Docteur, Enseignant ISAE-CNAM
	Mireille FARES ABOU JAOUDE	Enseignante, Responsable Ressource humaine ISAE-CNAM

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Dr. Marwan SADEK pour m'avoir guidé tout au long de ce mémoire. Ses conseils ont été tellement importants et efficaces pour avoir accomplir ce travail. Je le remercie aussi pour les connaissances et les compétences précieuses qu'il m'a données.

Je remercie Monsieur le Président et honorables membres du jury qui nous ont suivis et soutenus tout au long de notre étude universitaire.

Mes vifs remerciements vont aussi à mes parents qui ont été toujours ma source de motivation dans les temps difficiles.

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Réponse sismique des structures fondées sur les roches et sur le sol. (a) sites ; (b) champ libre ; (c) interaction cinématique ; (d) interaction inertiel. (Wolf, 1985).....	21
Figure 1.2 : Modèle d'une méthode directe.....	24
Figure 1.3 : Schématisation d'un problème d'interaction sol - structure en éléments finis (Pecker, 2015).....	24
Figure 1.4 : Schématisation d'une approche par sous-structure pour l'analyse de l'interaction sol-structure en utilisant deux configurations de fondation : (i) fondation rigide ; ou (ii) fondation flexibles. (NEHRP, 2012).....	26
Figure 1.5 : Schématisation d'une méthode de sous-structure. (Pecker, 2015).....	28
Figure 1.6 : Décomposition en champ proche et champ lointain pour la définition de la frontière d'un macro-élément d'ISS. (Grange, 2008).....	32
Figure 2.1 : Impédance d'une fondation superficielle circulaire. (Pecker, 2015).....	34
Figure 2.2 : Abaque donnant les coefficients de Newmark β_z , β_x et β_ϕ . (Buchi, 2013).....	42
Figure 2.3 : Fondation circulaire équivalente. (Buchi, 2013).....	45
Figure 2.4 : Radier de surface sur un sol homogène. (Buchi, 2013).....	48
Figure 2.5 : Modificateurs dynamiques des raideurs statiques pour une fondation circulaire superficielle, donnés par Veletsos et Verbic (1973).....	48
Figure 2.6 : Modificateurs dynamiques des amortissements radiatifs d'une fondation circulaire superficielle, donnés par Veletsos et Verbic (1973).....	50
Figure 2.7 : Radier encastré dans un sol homogène. (Buchi, 2013).....	60
Figure 2.8 : Variation des modificateurs dynamiques des raideurs statiques en fonction de la fréquence, pour des fondations carrées superficielles et encastrées dans un demi-espace homogène :(a) géométrie ; et (b) direction-x (direction-y est similaire). (NEHRP, 2012).....	61
Figure 2.9 : Variation des ratios d'amortissements radiatifs en fonction de la fréquence, pour des fondations carrées superficielles et encastrées dans un demi-espace homogène, avec un amortissement hystérétique = 0, et $\nu = 0.33$:(a) géométrie ; et (b) direction-x (direction-y est similaire). (NEHRP, 2012).....	62
Figure 2.10 : Variation des modificateurs dynamiques des raideurs en fonction de la fréquence pour un demi-espace homogène et non-homogène dans lequel G varie avec la profondeur : rotation pour des fondations carrée (Vrettos, 1999). (NEHRP, 2012).....	64
Figure 2.11 : Variation des ratios d'amortissements radiatifs en fonction de la fréquence pour un demi-espace homogène et non-homogène dans lequel G varie avec la profondeur : (a) translation pour des fondations circulaire (Gazetas, 1991) ; et (b) rotation pour des fondations carrée (Vrettos, 1999). (NEHRP, 2012).....	65

Figure 2.12 : Effet de la flexibilité des éléments de la fondation sur la raideur rotationnelle pour des fondations circulaires supportant un noyau rigide des murs (Iguchi et Luco, 1982) et murs flexible d'extrémité (Liou et Huang, 1994). (NEHRP, 2012).....	69
Figure 2.13 : Effet de la flexibilité des éléments de la fondation sur le ratio d'amortissement radiatif rotationnelle pour des fondations circulaires supportant un noyau rigide des murs (Iguchi et Luco, 1982) et murs flexible d'extrémité (Liou et Huang, 1994). (NEHRP, 2012).....	70
Figure 2.14 : Distribution vertical des ressorts, utilisée pour la reproduction de la raideur rotationnelle totale k_{yy} . La même géométrie peut être illustrée dans le plan y-z (en utilisant la dimension 2B de la fondation) pour reproduire k_{xx} . (NEHRP, 2012).....	71
Figure 2.15 : Représentations schématique des déformations provoquées par la force appliquée sur: (a) structure à base fixe ; (b) structure avec flexibilité verticale, horizontale, et rotationnelle à sa base. (NEHRP, 2012).....	75
Figure 2.16 : Variation du ratio d'allongement de la période (\tilde{T}/T) en fonction du ratio de la rigidité structure/sol pour des fondations carrées ($L = B$) et pour des ratios (h/B) variables. Dans cette analyse, $\nu = 0.33$, $(B/L) = 1$, amortissement hystérétique du sol $\beta_s = 0$ et le ratio de masse= 0.15.....	78
Figure 2.17 : Modèle d'une structure d'un seul étage. (Khalil et al. 2007).....	80
Figure 2.18 : Influence de la rigidité relative K_{ss} sur la fréquence d'une structure à un seul étage et à une seule ouverture (à partir des données du tableau A.1). (Khalil, 2009).....	81
Figure 2.19 : Influence de la rigidité relative K_{ss} sur la fréquence d'une structure à plusieurs étages (entre 3 et 10) et à une seule ouverture (à partir des données du tableau A.2). (Khalil, 2009).....	82
Figure 2.20 : Abaque pour la considération de l'ISS dans la détermination de la fréquence (période) fondamentale des bâtiments (à partir des données du tableau A.3). (Khalil, 2009).....	83
Figure 2.21 : Facteur d'amortissement de la fondation. (NEHRP 2009).....	85
Figure 2.22 : Variation de l'amortissement de la fondation β_f en fonction du ratio de la rigidité structure/sol pour des fondations carrées ($L = B$) et pour des ratios (h/B) variables. Dans cette analyse, $\nu = 0.33$, $(B/L) = 1$, amortissement hystérétique du sol $\beta_s = 0$, ratio de masse = 0.15, et exposant $n = 2$. (NEHRP, 2012).....	86
Figure 2.23: Réduction dans la conception de cisaillement à la base en raison d'ISS selon le code sismique NEHRP-97. (Mylonakis et Gazeta, 2000).....	87
Figure. 2.24: Comparaison d'un spectre sismique typique de conception de code aux spectres réels des tremblement de terre catastrophiques; $\beta_i = 5\%$. (Mylonakis et Gazeta, 2000).....	89
Figure 3.1 : Portique à 5 étages et 2 ouvertures (cas de référence).....	92
Figure 3.2 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas de référence)....	96

Figure 3.3 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas 2).....	97
Figure 3.4 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas 3).....	98
Figure 3.5 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas 4).....	99
Figure 3.6 : Portique à 10 étages (Cas 5).....	100
Figure 3.7 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction de type du sol (cas 4 et cas 5).....	101
Figure 3.8 : Efforts tranchants sur les appuis (structure à base encastree).....	107
Figure 3.9 : Efforts tranchants sur les appuis (structure reposant sur un sol très meuble).....	108
Figure 3.10 : Moments fléchissant sur les appuis (structure à base encastree).....	110
Figure 3.11 : Moments fléchissant sur les appuis (structure reposant sur un sol très meuble).....	111
Figure 3.12 : Déplacement DX au sommet (structure à base encastree).....	112
Figure 3.13 : Déplacement DX au sommet (structure reposant sur un sol très meuble).....	113

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Formules de Newmark-Rosenblueth des raideurs statiques d'une fondation circulaire surfacique. (Buchi, 2013).....	38
Tableau 2.2 : Formules issues du guide de SETRA pour les raideurs statiques d'une fondation circulaire surfacique. (Buchi, 2013).....	39
Tableau 2.3 : Formules de Gazetas pour les raideurs statiques d'une fondation circulaire reposant sur une couche elle-même sur couche rocheuse ou plus raide. (Buchi, 2013).....	40
Tableau 2.4 : Formules de Newmark-Rosenblueth des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique. (Buchi, 2013).....	41
Tableau 2.5 : Formules de Pais et Kausel (1988) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique. (NEHRP, 2012).....	43
Tableau 2.6 : Formules de Gazetas (1991) et Mylonakis et al. (2006) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique. (NEHRP, 2012).....	44
Tableau 2.7 : Formule de Gazetas des raideurs statiques d'une semelle filante sur une couche reposant sur un lit rocheux. (Buchi, 2013).....	46
Tableau 2.8 : Solutions de Gazetas (1991) des raideurs statiques d'un radier surfacique rigide de forme quelconque. (Buchi, 2013).....	47
Tableau 2.9 : Modificateurs dynamiques des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique, donnés par Pais et Kausel (1988). (NEHRP, 2012).....	49
Tableau 2.10 : Ratios des amortissements radiatifs pour une fondation rectangulaire surfacique, donnés par Pais et Kausel (1988). (NEHRP, 2012).....	51
Tableau 2.11 : Valeurs de réduction de la vitesse des ondes de cisaillement et du module de cisaillement pour différentes catégories du site et niveaux des séismes. (ASCE, 2010 ; FEMA,2009).....	53
Tableau 2.12 : Formules des raideurs statiques de Veletsos pour une fondation circulaire encastree. (Buchi, 2013).....	54
Tableau 2.13 : Formules des raideurs statiques de Gazetas pour une fondation circulaire encastree dans une couche sur lit rocheux. (Buchi, 2013).....	55
Tableau 2.14 : Formules de Pais et Kausel (1988) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire encastree. (NEHRP, 2012).....	56
Tableau 2.15 : Formules de Gazetas (1991) et Mylonakis et al. (2006) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire encastree. (NEHRP, 2012).....	57
Tableau 2.16 : Formules des raideurs statiques de Gazetas pour une semelle filante encastree dans une couche sur un lit rocheux. (Buchi, 2013).....	58

Tableau 2.17 : Formules des raideurs statiques de Gazetas pour un radier encastré de forme quelconque. (Buchi, 2013).....	59
Tableau 2.18 : Ratios d'amortissements radiatifs pour une fondation rectangulaire rigide encastrée, donnés par Pais et Kausel (1988). (NEHRP, 2012).....	63
Tableau 3.1 : Caractéristiques des sols utilisés dans l'étude.....	93
Tableau 3.2 : Raideurs statiques de la structure.....	94
Tableau 3.3 : Résultats (\tilde{T}/T) ; Effel, Veletsos et Meek et Khalil et al.....	103
Tableau A : Influence de la variation de différents paramètres sur le rapport de fréquences F/F_{en} (Structure à un seul étage et à une seule ouverture). (Khalil, 2009).....	119
Tableau B : Influence de la variation de différents paramètres sur le rapport de fréquences F/F_{en} , $A = 4 \text{ m}^2$, $E_p = 32000 \text{ MPa}$, $h = 4 \text{ m}$, $\rho = 2000 \text{ Kg/m}^3$ (Structure à plusieurs étages et à une seule ouverture). (Khalil, 2009).....	120
Tableau C : Influence de la variation de différents paramètres sur le rapport de fréquences F/F_{en} (Structure à plusieurs étages et à plusieurs ouvertures). (Khalil, 2009).....	121

LISTE DES ABREVIATIONS

$[M]$: Matrice de masse

$[C]$: Matrice d'amortissement

$[K]$: Matrice de la raideur statique

$[S]$: Matrice de la raideur dynamique

Q_R : Vecteur du chargement sur les frontières du modèle d'une méthode directe

P_F : Amplitude des forces d'interaction avec le sol

\widetilde{U}_B^t : Déplacement total des nœuds de la structure

\widetilde{U}_F^t : Déplacement total des nœuds d'interface sol-structure

\widetilde{U}_S^t : Déplacement total des nœuds de sol

U^S : Déplacement d'interaction cinématique

U^t : Déplacement d'interaction sol-structure

\widetilde{S}_{FF}^S : Matrice d'impédance de la fondation

V_S : La célérité des ondes de cisaillement

G : Module de cisaillement de sol

ρ : Masse volumique de sol

ω_n : Pulsation propre

K_S : Raideur statique

r_0 : Rayon de la fondation

$K_1(\omega)$: Modificateurs dynamiques de la raideur

$c_1(\omega)$: Modificateurs dynamiques de l'amortissement radiatif

K_x : Raideur statique horizontale suivant l'axe x

K_y : Raideur statique horizontale suivant l'axe y

K_z : Raideur statique verticale

K_θ : Raideur statique rotationnelle

K_ϕ : Raideur statique de torsion

K_{yy} : Raideur statique de balancement autour de l'axe y

K_{xx} : Raideur statique de balancement autour de l'axe x

K_{zz} : Raideur statique de torsion autour de l'axe z

ν : Coefficient de poisson

R : Rayon de la fondation

L : demi-longueur

B : demi-largeur

I_x : Moment d'inertie du radier autour de l'axes x

I_y : Moment d'inertie du radier autour de l'axes y

R : Rayon équivalent de la fondation

A_b : aire réelle du radier

α : Modificateur dynamique de la raideur statique

ρ_s : Masse volumique de sol

β : Ratio d'amortissement radiatif de la fondation

D : Profondeur d'encastrement de la fondation

V_s : Vitesse des ondes de cisaillement du champ libre

$V_{s,F}(z)$: Valeur corrigée de la vitesse des ondes de cisaillement du champ libre

$\sigma'_v(z)$: Contrainte effective obtenue du poids propre du sol

$\Delta\sigma'_v(z)$: L'augmentation de la contrainte verticale à une profondeur z due au poids de la structure

z_p : Profondeur effective d'un profil de sol non-homogène

Δz_i : L'épaisseur de chaque couche d'un profil de sol non-homogène

$V_{s,F}(z)_i$: Vitesse du champ libre corrigée qui correspond à chaque couche d'un profil de sol non-homogène

$V_{s, moyenne}$: Vitesse moyenne effective d'un profil de sol non-homogène

β_{rr} : Ratio d'amortissement radiatif rotationnel de la fondation

R_k : Facteur correctif de la raideur rotationnelle

R_c : Facteur correctif de l'amortissement rotationnel

R_e : Rapport de longueur d'extrémité

\tilde{T} : Période d'un système à base flexible

T : Période d'un système à base fixe

\bar{W} : force de gravité effective de la structure

m : Masse de la structure

h : Hauteur de la structure

K_{ss} : Rigidité relative sol-structure

β_s : Amortissement matériel de sol

β_f : Amortissement de la fondation

β_i : Amortissement de la structure

β_0 : Amortissement total d'un système sol-structure

E : Module de Young

a_N : Accélération nominale

ρ : Coefficient correctif d'amortissement

a_{gr} : Accélération maximale de référence d'un sol de classe A

γ_1 : Coefficient d'importance dépendant de la catégorie d'importance des bâtiments

η : Coefficient de correction de l'amortissement

RESUME

Ce mémoire concerne l'Interaction Sol-Structure (ISS) en dynamique qui est souvent ignorée dans l'analyse dynamique des bâtiments en béton armé.

Le premier chapitre illustre la complexité d'un phénomène d'ISS en mettant l'accent sur l'interaction cinématique et inertielle. Il présente les différentes méthodes d'analyses utilisées dans la modélisation de ce phénomène tout en soulevant les avantages et les inconvénients.

Le deuxième chapitre se concentre sur l'impédance dynamique de la fondation qui est un paramètre essentiel pour la représentation de l'ISS. De plus, ce chapitre présente les méthodes d'estimation de la période fondamentale d'un système sol-structure et montre l'influence des caractéristiques sol-structure sur les caractéristiques dynamiques (période fondamentale et amortissement) d'un système à un degré de liberté.

Le troisième chapitre montre l'influence des caractéristiques sol-structure sur la réponse modale (période fondamentale) d'une structure en béton armé à plusieurs degrés de liberté modélisée à l'aide du logiciel Effel-Structure. Ce chapitre montre aussi l'influence de l'ISS sur la réponse sismique d'une structure (efforts et déplacement) et évalue la validité des méthodes d'estimation de la période fondamentale d'un système sol-structure.

Mots clés : ISS, interaction cinématique, interaction inertielle, impédance, raideur, amortissement, période.

SUMMARY

This paper concerns the dynamic Soil-Structure Interaction (SSI) which is often ignored in the process of dynamic analysis of reinforced concrete buildings.

The first chapter illustrates the complexity of the SSI phenomenon by emphasizing on the kinematic and inertial interaction. It shows the different analysis methods used in the modeling of this phenomenon by covering the advantages and the disadvantages.

The second chapter concentrates on the dynamic impedance of the foundation, which is an essential parameter in the representation of SSI. Moreover, this chapter introduces the estimation methods of the fundamental period of the Soil-Structure system and shows the influence of the characteristics of Soil-Structure on the dynamic characteristics (fundamental period and damping) of a system with one degree of freedom.

The third chapter shows the influence of the characteristics of Soil-Structure on the modal response (fundamental period) of a reinforced concrete structure with several degrees of freedom

modeled using Effel-Structure software. This chapter as well illustrates the influence of the SSI on the seismic response of a structure (efforts and displacement) and evaluates the validity of methods of estimation of the fundamental period of a soil-structure system.

Key words: SSI, kinematic interaction, inertial interaction, impedance, stiffness, damping, period.

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS.....	1
LISTE DES FIGURES.....	2
LISTE DES TABLEAUX.....	5
LISTE DES ABREVIATIONS.....	7
RESUME.....	10
 <i>Chapitre 1 : Interaction Sol-Structure (ISS) – Méthodes d’analyses</i>	
1) Introduction.....	20
2) Effet de l’ISS sur le comportement dynamique des structures.....	20
2.1) Structure incorporée dans les roches (base encastrée).....	21
2.2) Structure incorporée dans le sol (base flexible).....	21
2.2.1) Interaction Cinématique.....	21
2.2.2) Interaction Inertielle.....	22
2.2.3) Déformations de la fondation.....	22
2.2.4) Déplacement au sommet de la structure	23
3) Méthodes d’analyse d’ISS.....	23
3.1) Méthode directe.....	23
3.1.1) Démarche de résolution.....	24
3.1.2) Avantages.....	25
3.1.3) Inconvénients	25
3.2) Méthode des sous-structure.....	25
3.2.1) Démarche de résolution.....	25

3.2.2) Formulation du problème.....	28
3.2.2.1) Matrice de la raideur dynamique.....	29
3.2.2.2) Equation du mouvement.....	29
a) Equation du mouvement de la structure.....	29
b) Equation du mouvement du sol.....	30
c) Application des conditions de compatibilité d'interface.....	30
3.2.3) Avantages.....	31
3.2.4) Inconvénients.....	31
3.3) Méthode hybride.....	32
3.3.1) Principe.....	32
3.3.1) Avantages.....	33
3.3.2) Inconvénients.....	33
4) Conclusion.....	33
 <i>Chapitre 2 : Impédance Dynamique et Influence de l'ISS sur les Caractéristiques Dynamiques</i>	
1) Introduction.....	34
2) Impédance d'une fondation superficielle.....	34
2.1) Raideurs statiques.....	38
2.1.1) <i>Fondation circulaire</i>	38
a) <i>Formules de Newmark-Rosenblueth</i>	38
b) <i>Guide de SETRA pour les ponts en zones sismique</i>	38
c) <i>Formules de Gazetas</i>	39
d) <i>Comparaison des méthodes</i>	40

2.1.2) Fondation rectangulaire.....	41
a) Formules de Newmark-Rosenblueth.....	41
b) Formule de Pais et Kausel.....	42
c) Formule de Gazetas ; Mylonakis et al.....	43
d) Formules des fondations circulaires utilisées pour des fondations rectangulaires.....	45
2.1.3) Semelle filante (Formules de Gazetas).....	45
2.1.4) Fondation à forme arbitraire.....	46
a) Fondation circulaire équivalente.....	46
b) Fondation rectangulaire équivalente (Formules de Gazetas).....	46
2.2) Modificateur dynamique de la raideur statique α	48
2.2.1) Fondation circulaire (Graphes de Veletsos et Verbic).....	48
2.2.2) Fondation rectangulaire (Formules de Pais et Kausel).....	49
2.3) Modificateur dynamique de l'amortissement radiatif.....	50
2.3.1) Fondation circulaire (Graphes de Veletsos et Verbic).....	50
2.3.2) Fondation rectangulaire (Formules de Pais et Kausel).....	50
2.4) Module et vitesse de cisaillement de sol.....	52
3) Facteurs affectant les fonctions d'impédances.....	53
3.1) Effet de l'encastrement de la fondation dans le sol.....	53
3.1.1) Raideurs statiques K.....	53
3.1.1.1) Fondation circulaire.....	54
a) Formules de Veletsos.....	54
b) Formules de Gazetas	54

3.1.1.2) Fondation rectangulaire.....	55
a) Formule de Pais et Kausel.....	55
b) Formules de Gazetas ; Mylonakis el al.....	56
3.2.1.3) Semelle filante (Formules de Gazetas).....	58
3.1.1.3) Fondation à forme quelconque.....	58
a) Fondation circulaire équivalente.....	58
b) Fondation rectangulaire équivalente (Formules de Gazetas).....	59
3.1.2) Modificateurs dynamiques de la raideur statique α (Formules de Pais et Kausel pour une fondation rectangulaire).....	61
3.1.3) Ratios d'amortissement radiatif β (Formules de Pais et Kausel pour une fondation rectangulaire).....	61
3.2) Effet d'un profil du sol non-homogène.....	64
3.2.1) Raideurs statiques K.....	64
3.2.2) Modificateurs dynamiques de la raideur statique α	64
3.2.3) Ratios d'amortissements radiatifs β	65
3.2.4) Terme d'impédance le plus affecté par un profil de sol non-homogène.....	66
3.2.5) Vitesse moyenne effective d'un profil de sol non-homogène.....	66
3.2.6) Module de cisaillement d'un profil de sol non- homogène.....	67
3.3) Effet de la flexibilité de la fondation.....	68
3.3.1) Introduction.....	68
3.3.2) Impédance horizontal.....	68
3.3.3) Impédance rotationnelle.....	68
3.3.3.1) Raideur rotationnelle k_{rr}	68

3.3.3.2) Ratio d'amortissement radiatif rotationnel β_{rr}	70
3.3.4) Distribution des ressorts et amortisseurs verticaux pour une fondation flexible	71
3.3.4.1) Impédance rotationnelle non-reproduite.....	72
3.3.4.2) Correction de l'impédance rotationnelle.....	72
a) Correction de la raideur rotationnelle.....	72
b) Correction de l'amortissement rotationnel.....	73
3.3.5) Distribution des ressorts horizontaux.....	73
4) Période effective d'un système Sol-Structure.....	74
4.1) Formule simplifiée d'un système à 1DDL.....	74
4.1.1) <i>Formule de Veletsos et Meek (1974)</i>	74
4.1.2) <i>Formule du BSSC (2003)</i>	77
4.1.3) <i>Effet des caractéristiques Sol-Structure sur la période fondamentale \tilde{T} d'un système Sol-Structure à 1 DDL</i>	77
4.2) Abaque proposé par Khalil, Sadek et Shahrour (2007) pour les structures à plusieurs degrés de libertés.....	79
5) Amortissement effectif d'un système Sol-Structure.....	83
5.1) Amortissement de la fondation β_f pour les systèmes Sol-Structure à 1DDL.....	83
5.1.1) <i>Formule de Wolf (1985)</i>	84
5.1.2) <i>Règlement BSSC (3002)</i>	84
5.1.3) <i>Effet des caractéristiques Sol-Structure sur l'amortissement radiatif de la fondation β_f d'un système Sol-Structure à 1DDL</i>	86
5.2) Amortissement total du système Sol-Structure β_0	86
6) Analyse spectrale.....	87

6.1) Rôle bénéfique d’ISS.....	87
6.2) Rôle préjudiciable d’ISS.....	88
7) Conclusion.....	89

Chapitre 3 : Modélisation numérique d’ISS ; Influence des caractéristiques Sol-Structure sur la Réponse Dynamique d’une structure à plusieurs degrés de liberté

1) Introduction.....	91
2) Hypothèses de calcul.....	91
3) Analyse modale.....	92
3.1) Cas de référence : Base encastree.....	92
3.2) Cas 1 : Base flexible - Effet du sol support sur la réponse modale de la structure.....	93
3.2.1) Sols utilisés dans l’étude.....	93
3.2.2) Calcul des Raideurs des ressorts.....	94
a) Raideurs statiques.....	94
b) Raideurs dynamiques.....	95
3.2.3) Résultats des analyses modales – Effet du sol support sur la réponse modale de la structure.....	96
3.3) Effet de la rigidité de la structure sur la réponse modale.....	97
3.3.1) Cas 2 : Effet de la rigidité des éléments verticaux (Poteaux).....	97
3.3.2) Cas 3 : Effet de la rigidité des éléments horizontaux (Poutres).....	98
3.3.3) Cas 4 : Effet de la rigidité globale (Poteaux et Poutres rigides).....	99
3.4) Cas 5 : Effet de la hauteur de la structure sur la réponse modale.....	100

3.5) Résultats des ratios des périodes \tilde{T}/T (base flexible / base encastrée) obtenues avec EFFEL, le formule de Veletsos et Meek (1974) et l'abaque de Khalil, Sadek et Shahrour (2007).....	102
3.5.1) Comparaison des résultats Abaque/Effel.....	104
3.5.2) Comparaison des résultats Abaque/Effel et Veletsos/Effel.....	104
4) Analyse sismique (Structure du cas 5).....	104
4.1) Amortissement pris pour les analyses sismiques.....	105
4.1.1) Amortissement de la structure.....	105
4.1.2) Amortissement de la fondation.....	105
4.1.3) Amortissement total.....	106
4.2) Effet de l'ISS sur la réponse sismique de la structure (cas 5).....	107
4.2.1) Effet de l'ISS sur l'effort tranchant à la base.....	107
4.2.1.1) Résultats obtenus avec le Logiciel Effel.....	107
<i>a) Base Encastrée.....</i>	<i>107</i>
<i>b) Sol Très Meuble.....</i>	<i>108</i>
<i>c) Commentaire sur les résultats.....</i>	<i>108</i>
4.2.1.2) Résultats obtenus avec l'Eurocode 8 (Méthode des Forces latérales).....	108
<i>a) Base Encastrée.....</i>	<i>109</i>
<i>b) Sol Très Meuble.....</i>	<i>109</i>
<i>c) Commentaire sur les résultats.....</i>	<i>110</i>
4.2.2) Effet de l'ISS sur le moment fléchissant à la base (Résultats obtenus avec le Logiciel Effel).....	110
<i>a) Base Encastrée.....</i>	<i>110</i>

<i>b) Sol Très Meuble</i>	111
<i>c) Commentaire sur les résultats</i>	111
4.2.3) Effet de l'ISS sur le déplacement au sommet (Résultats obtenus avec le Logiciel Effel).....	112
<i>a) Base Encastrée</i>	112
<i>b) Sol Très Meuble</i>	112
<i>c) Commentaire sur les résultats</i>	113
5) Conclusion	113
Conclusion Générale	115
REFERENCES	117
ANNEXE	119

Chapitre 1

Interaction Sol-Structure (ISS) – Méthodes d'analyses

1) Introduction

L'excitation sismique ressentie par la structure est une fonction de la source du séisme, des effets du trajet suivi par le séisme, des effets du site local et des effets d'Interaction Sol-Structure (ISS). Le résultat des trois premiers facteurs cités ci-avant est connu par le mouvement du champ libre du sol. Alors que la réponse structurelle au mouvement du champ libre est influencée par l'ISS. Ce chapitre illustre l'effet de l'ISS sur le comportement dynamique des structures en béton armé et présente les différentes méthodes d'analyses utilisées dans la modélisation d'un phénomène d'ISS tout en éclairant sur les avantages et les inconvénients de chacune.

2) Effet de l'ISS sur le comportement dynamique des structures

Afin d'évaluer les effets de l'ISS sur le comportement dynamique des structures en béton armé, nous présentons le modèle de Wolf (1985) (figure 1.1).

Wolf a pris deux structures identiques avec une base rigide (constitué d'un radier et des murs de soutènement), la première est fondée sur les roches et la deuxième est incorporée dans le sol comme il est montré dans la figure (1.1a). La première représente les structures à base encastree, tandis que la deuxième représente les structures à base flexible. Le point de contrôle est choisi à la surface libre des roches (point A). D'un point de vue pratique, le mouvement tout au long de la roche est le même (les mouvements en point A et B sont égaux). En générale, pour une même onde sismique, l'excitation à la base de la structure incorporée dans le sol (point O), doit être différent de celle de la structure fondée sur les roches (point B) car on a du sol au-dessus des roches qui va modifier le mouvement sismique. Mais pour simplifier l'analyse on suppose que ces excitations sont les mêmes pour les deux structures.

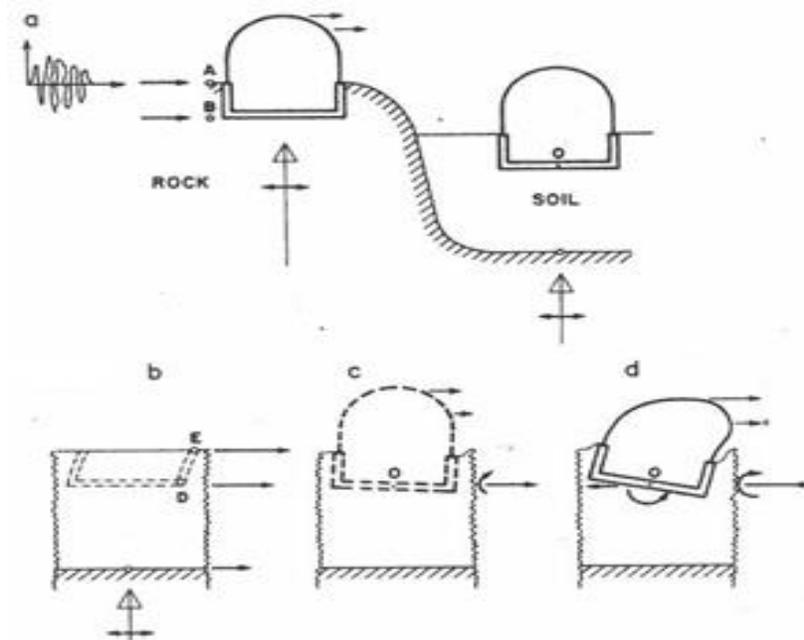


Figure 1.1 : Réponse sismique des structures fondées sur les roches et sur le sol. (a) sites ; (b) champ libre ; (c) interaction cinématique ; (d) interaction inertiel. (Wolf, 1985)

2.1) Structure incorporée dans les roches (base encastrée)

Sous l'excitation sismique, la structure incorporée dans le massif de roche (base encastrée) doit avoir un moment de renversement et un effort tranchant transversal à sa base. Mais puisque cette structure est incorporée dans le massif de roche raide, on n'a pas de déformations additionnelles à la base. Le déplacement horizontal résultant est égal au mouvement du point de contrôle (A). Ainsi, pour ce cas, on n'a pas d'ISS et la réponse sismique de la structure dépend seulement des propriétés de cette structure.

2.2) Structure incorporée dans le sol (base flexible)

2.2.1) Interaction Cinématique

L'excavation et l'insertion de la base rigide (fondation sans la superstructure, figure 1.1c) vont modifier le mouvement du champ libre (sol sans la fondation et la superstructure ; figure 1.1b). Le fait d'excaver va diminuer le mouvement. De plus, la différence de la rigidité entre la fondation et le sol va aussi modifier le mouvement puisque les ondes sismiques incidentes doivent être reflétées et diffractées par la fondation. De ce fait, le mouvement total du sol au

voisinage de la fondation doit être modifié du mouvement du champ libre. Puisque le sol est flexible, on doit avoir également des déformations additionnelles à la base (déplacement horizontal et balancement) différentes de celles du point de contrôle (A). Ainsi, cette interaction entre la fondation rigide et le sol (Interaction cinématique) modifie le mouvement sismique incident à la base et par suite conduit à des accélérations (forces d'inertie) tout au long de la hauteur de la structure différentes de celles développées dans la structure incorporée dans le massif de roche (base encastrée).

2.2.2) Interaction Inertielle

Les forces d'inertie dans la structure, résultantes de l'interaction cinématique, conduisent à un moment fléchissant et un effort tranchant en point O (figure 1.1d). Puisque le sol est flexible, cet effort et moment doivent aboutir à des déplacements horizontaux et des rotations à la base. Ainsi le mouvement à la base de la structure est modifié de nouveau. De plus, on doit avoir deux genres d'amortissement qui ont pour fonction la dissipation de l'énergie amenée par le mouvement de la structure : un *amortissement hystérétique (matériel)* dû aux non linéarités qui se présentent dans le sol et un *amortissement radiatif* dû aux rayonnements des ondes dans le sol où la fondation se manifeste comme une source d'onde. Si on ne prend pas compte des effets d'interaction cinématique (alors on a les mêmes forces d'inertie développées dans les deux structures ; incorporées dans les roches et le sol), l'interaction inertielle doit modifier le comportement dynamique de la structure. En effet, les mouvements et les amortissements qui prennent naissance à la base de la structure incorporée dans le sol (base flexible) aboutissent à l'augmentation de la flexibilité de cette structure par comparaison au cas de la structure incorporée dans les roches (base encastrée).

2.2.3) Déformations de la fondation

On peut avoir des déformations (flexion, axial, cisaillement) des éléments de la fondation qui résultent des forces et des déplacements appliqués par la superstructure et le sol. Ces déformations sont en relation avec les exigences sismiques pour lesquelles les éléments de la fondation doivent être conçus. Elles peuvent être significatives surtout pour les fondations flexibles comme les radiers et les pieux (NEHRP, 2012).

2.2.4) Déplacement au sommet de la structure

Puisqu'on a un balancement de la base de la structure incorporée dans le sol (base flexible), alors on doit avoir un déplacement au sommet plus élevé que celui obtenu pour la structure incorporée dans le massif de roche (base encastrée).

3) Méthodes d'analyse d'ISS

Il existe trois méthodes d'analyse d'ISS ; la méthode directe (global), la méthode de sous-structures et la méthode hybride. Dans la méthode directe, le sol et la structure sont inclus dans le même modèle et analysés comme un système complet. Dans la méthode de sous-structure, le problème d'ISS est partitionné en parties distinctes qui sont ensuite combinées pour former la solution complète. La méthode hybride présente une combinaison de la méthode directe et de sous-structure, tout en profitant des avantages de chacune d'elles.

3.1) Méthode directe

Comme il est évident dans la figure (1.2), le calcul est effectué en une seule étape par résolution direct de l'équation du mouvement (équation 1.1) dans l'ensemble du système sol-structure :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \quad (\text{équation, 1.1})$$

Où M , C et K désignent respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système, U représente le vecteur de déplacement du système, et F le vecteur de charge appliquée à la frontière extérieure du système.

Pour résoudre ce système d'équation, on fait recours aux méthodes numériques (méthodes des éléments finis) parce que sa résolution directe est très complexe.

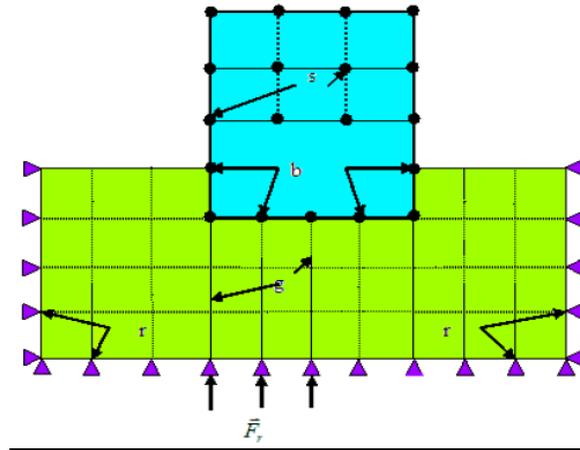


Figure 1.2 : Modèle d'une méthode directe.

3.1.1) Démarche de résolution

La démarche de résolution de cette méthode est présentée par la figure (1.3):

- Connaissant le mouvement sismique en champ libre (à la surface du sol), on calcule le mouvement à la base du modèle. Il faut que cette base soit posée suffisamment loin de la structure pour que la présence de cette dernière n'affecte pas ce mouvement.
- Ce mouvement calculé est appliqué uniformément à la base du modèle sol-structure. La réponse est obtenue par résolution de l'équation (1.1).

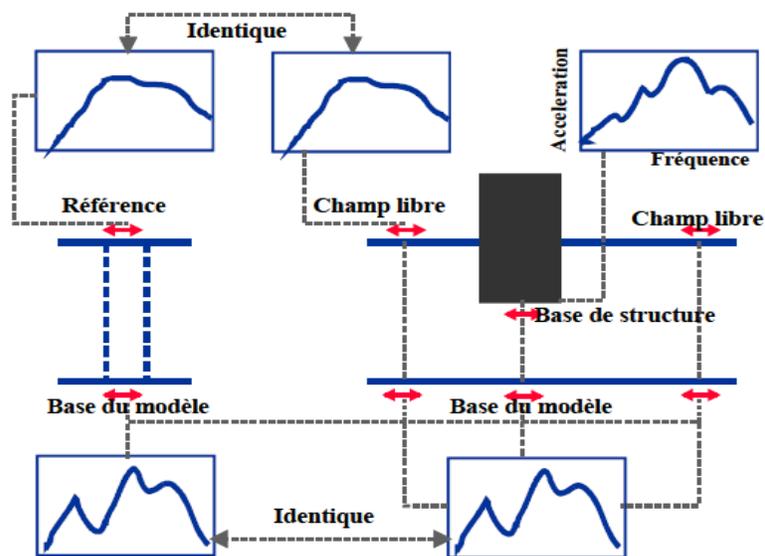


Figure 1.3 : Schématisation d'un problème d'interaction sol - structure en éléments finis (Pecker, 2015)

3.1.2) Avantages

Cette méthode permet une modélisation précise de l'ISS. En effet, le sol est modélisé avec des éléments finis qui tiennent compte du comportement non linéaire du sol. Alors l'effet de l'ISS est constaté avec précision en utilisant cette méthode.

3.1.3) Inconvénients

Cette méthode présente plusieurs inconvénients et difficultés d'application qui sont cités ci-dessous :

1. Connaissance des lois de comportement des matériaux (hétérogénéité matérielle du sol ou de la superstructure) et des frontières entre les différentes parties du système. Alors il faut prendre en compte les lois de contacts entre la fondation et le sol pour bien reproduire les différents non linéarités (non linéarité géométrique due au décollement et au glissement d'une fondation superficielle).
2. Un très grand nombre d'éléments (nœuds) est nécessaire pour prendre en compte l'ISS (figure 1.2), ce qui engendre des temps de calculs contraignants.
3. Il est difficile de définir d'une manière précise la frontière extérieure du massif du sol. En effet une onde frappant la frontière fictive extérieure du sol peut numériquement se réfléchir et venir solliciter une nouvelle fois la structure par contre en réalité cette onde part à l'infini et emmène avec elle une partie d'énergie de la structure et du sol (*amortissement radiatif*).

3.2) Méthode des sous-structure

L'idée consiste à analyser le problème d'ISS en plusieurs étapes successives, chacune des étapes étant réputée plus facile à résoudre que le problème global (Méthode directe). Cette méthode est basée sur le principe de superposition en découplant les analyses *cinématique* et *inertielle*.

3.2.1) Démarche de résolution

Une considération propre des effets d'ISS dans une approche par sous-structure demande :

1. L'évaluation du mouvement du champ libre (en absence de la structure et de la fondation) et des propriétés matériel du sol.
2. L'évaluation des fonctions de transfert pour convertir les mouvements du champ libre aux mouvements qu'il faut appliquer à la fondation.
3. L'incorporation des ressorts et amortisseurs pour représenter la raideur et l'amortissement à l'interface sol-fondation.
4. L'analyse de la réponse du système combiné (structure-ressort/amortisseur) tout en appliquant le mouvement estimé de l'étape (2) à la fondation.

En se basant sur la figure (1.4), NEHRP (2012) explique d'une manière plus détaillée ces étapes :

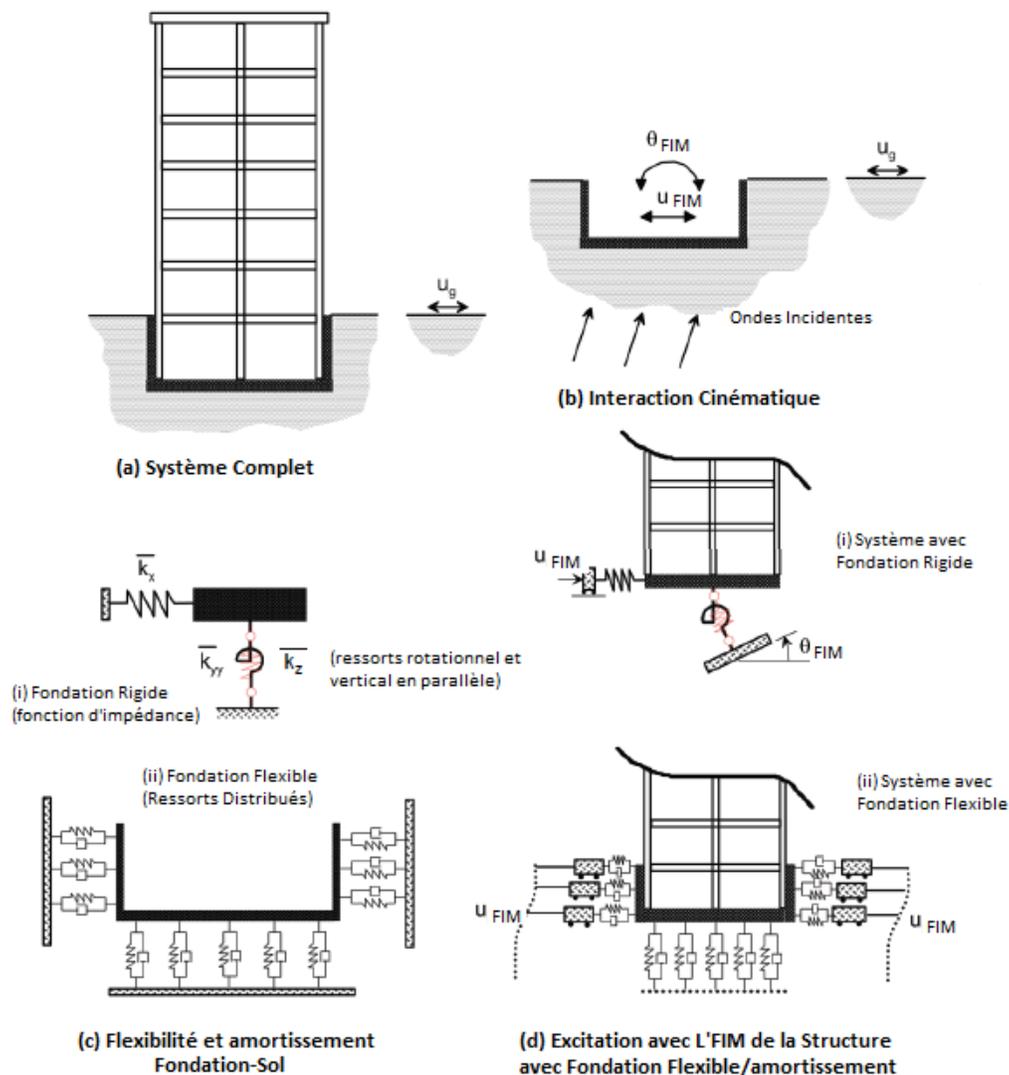


Figure 1.4 : Schématisation d'une approche par sous-structure pour l'analyse de l'interaction sol-structure en utilisant deux configurations de fondation : (i) fondation rigide ; ou (ii) fondation flexibles. (NEHRP, 2012)

-
- Premièrement, il faut définir le mouvement qu'il faut appliquer à la fondation (fondation input motion, FIM) qui prend compte de la raideur et de la géométrie de la fondation. Puisque l'inertie est traitée séparément, ce mouvement est estimé en considérant la fondation et la structure sans masse (figure 1.4b). En général, ce mouvement diffère du mouvement du champ libre. Elle implique à la fois des composants de translation et de rotation et représente la sollicitation sismique appliquée à la fondation et le système structurel. La variation entre le mouvement du champ libre et celle de la fondation est exprimée par la fonction de transfert. Cette dernière représente, dans le domaine fréquentiel, le ratio du mouvement de la fondation par rapport au mouvement du champ libre. Puisque les effets inertiels sont négligés, la fonction de transfert représente les effets de l'interaction cinématique seulement. Ainsi pour déterminer le mouvement qu'il faut appliquer à la fondation (FIM), il faut au début évaluer la réponse du champ libre du site qui est la variation spatiale et temporelle du mouvement du sol en absence de la structure et de la fondation. Après avoir établi le mouvement en champ libre, des analyses de propagation des ondes sont réalisées pour estimer le mouvement qu'il faut appliquer à la fondation (FIM) tout au long de l'interface sol-fondation (figure 1.4d).
 - Deuxièmement, il faut déterminer les fonctions d'impédance, raideur et amortissement, dépendant de la fréquence et représentant les caractéristiques de l'interaction sol-fondation. Ces raideurs et amortissements sont caractérisés en utilisant des modèles de fonction d'impédance relativement simples pour fondation rigide (figure 1.4c (i)) ou une série de ressorts et amortisseurs distribués autour de la fondation (figure 1.4c (ii)). Le dernier cas de ressorts et amortisseurs distribués sont nécessaires lorsque les éléments de la fondation sont non-rigides, ou lorsque des sollicitations internes sont requises (moments, cisaillement, déformations).
 - Troisièmement, la superstructure est modélisée au-dessus de la fondation et le système est excité à travers la fondation en déplaçant les extrémités des ressorts et des amortisseurs tout en utilisant les composants de balancement et de translation du

mouvement (FIM) estimé ci-avant. Il faut noter que ce mouvement varie avec la profondeur, alors que dans le cas des ressorts et amortisseurs distribués autour des éléments d'une fondation flexible (figure 1.4d (ii)), des déplacements du sol différentiels doivent être appliqués toute au long de la profondeur.

3.2.2) Formulation du problème

Les sous-structures sont constituées d'une part du sol avec l'excavation et d'autre part de la structure (figure 1.5). Alors on présente les équations d'équilibre de chaque sous système, puis on applique à ces deux équations les conditions de compatibilité à l'interface (continuité du déplacement et du vecteur contrainte).

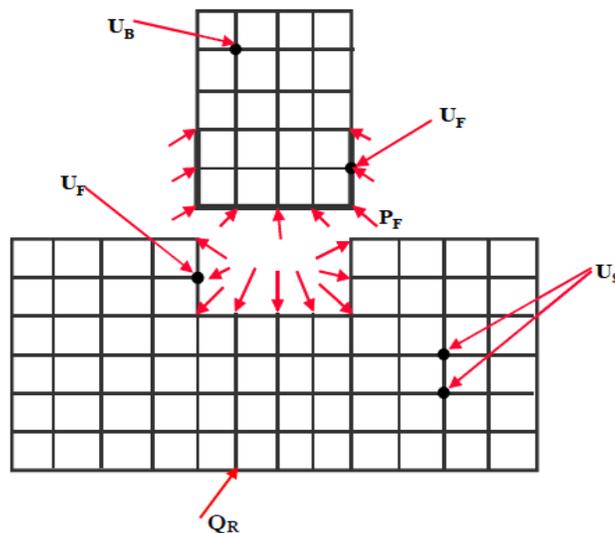


Figure 1.5 : Schématisation d'une méthode de sous-structure. (Pecker, 2015)

Comme il est évident dans la figure (1.5), les déplacements de la structure sont désignés par l'indice B , ceux du sol par l'indice S , et ceux de l'interface sol-structure par l'indice F . Les vecteurs chargements sont désignés avec l'indice F pour l'interface sol-fondation et l'indice R pour les frontières du modèle (inférieure et latérales), le vecteur Q_R ne comporte des valeurs non nulles qu'à ces nœuds.

L'équation dynamique du mouvement est formulée dans le domaine fréquentiel. Les gradeurs, par exemple le déplacement U , s'expriment sous la forme de leur transformée de Fourier : $U = \sum_n \tilde{u}(\omega_n) e^{i\omega_n t}$. Les transformées de Fourier sont symbolisées avec l'indice \sim au dessus de

la variable et l'indice n sont omis. Chaque équation ci-après s'applique à toute harmonique de la décomposition de Fourier.

3.2.2.1) Matrice de la raideur dynamique

La matrice de la raideur dynamique $[S]$ possède l'expression suivante:

$$[S] = [K] + i\omega[C] - \omega^2[M]$$

Où $[K]$, $[C]$ et $[M]$ sont la matrice de la raideur statique, la matrice d'amortissement et la matrice de masse respectivement.

Pour ne pas alourdir la présentation des équations d'équilibre ci-après, les termes d'amortissement sont omis de la matrice de la raideur dynamique $[S]$ (Pecker, 2015), alors $[S]$ devient:

$$[S] = [K] - \omega^2[M]$$

3.2.2.2) Equation du mouvement

Les deux sous-structures contribuent aux équations d'équilibre dynamique des nœuds F qui se trouvent à l'interface sol-structure. La matrice de raideur dynamique $[S_{FF}]$, des nœuds communs d'interface, est accompagnée par un exposant B ou S pour distinguer entre celle qui désignent le bâtiment ou le sol respectivement ainsi que l'exposant t fait référence au déplacement total.

a) Equation du mouvement de la structure

$$\begin{bmatrix} [S_{BB}] & [S_{BF}] \\ [S_{FB}] & [S_{FF}^B] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{\widetilde{U}_B^t\} \\ \{\widetilde{U}_F^t\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{P_B\} \\ \{P_F\} \end{pmatrix}$$

P_B : Amplitude des charges.

P_F : Amplitude des forces d'interaction avec le sol (figure. 1.5).

Pour une excitation sismique les nœuds B qui ne sont pas en contact avec le sol ne sont pas chargés, alors : $P_B = 0$

D'où l'équation du mouvement de la structure :

$$\begin{bmatrix} [S_{BB}] & [S_{BF}] \\ [S_{FB}] & [S_{FF}^B] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{\widetilde{U}_B^t\} \\ \{\widetilde{U}_F^t\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{0\} \\ \{P_F\} \end{pmatrix} \quad (\text{équation, 1.2})$$

b) Equation du mouvement du sol

- **En présence de la structure :**

$$\begin{bmatrix} [S_{FF}^S] & [S_{FS}] \\ [S_{SF}] & [S_{SS}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{\widetilde{U}_F^t\} \\ \{\widetilde{U}_S^t\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{-P_F\} \\ \{Q_R\} \end{pmatrix} \quad (\text{équation, 1.3})$$

- **En absence de la structure:**

Considérant le sous-système sol en absence de la structure, alors les déplacements U sont accompagnés par un exposant S qui présente le déplacement du sol, au lieu de t . Ainsi que la charge P_F d'interaction avec la structure est omis. L'équation sera donc :

$$\begin{bmatrix} [S_{FF}^S] & [S_{FS}] \\ [S_{SF}] & [S_{SS}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{\widetilde{U}_F^S\} \\ \{\widetilde{U}_S^S\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{0\} \\ \{Q_R\} \end{pmatrix} \quad (\text{équation, 1.4})$$

Dans l'équation (1.4), (U^S) représente le déplacement d'interaction cinématique.

c) Application des conditions de compatibilité d'interface

Appelant (U^i) le déplacement d'interaction défini par :

$$U^i = U^t - U^S \quad (\text{équation, 1.5})$$

Par soustraction des deux équations du mouvement du sol avec et sans la structure, on obtient :

$$\begin{bmatrix} [S_{FF}^S] & [S_{FS}] \\ [S_{SF}] & [S_{SS}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{\widetilde{U}_F^i\} \\ \{\widetilde{U}_S^i\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{-P_F\} \\ \{0\} \end{pmatrix} \quad (\text{équation, 1.6})$$

Dans l'équation (1.6), tous les degrés de liberté qui n'appartiennent pas à l'interface sol-structure sont éliminés. Ce processus est appelé condensation permet de relier les déplacements de l'interface aux réactions en ces nœuds. Alors l'équation (1.6) sera comme suit :

$$\widetilde{S}_{FF}^S(\omega)\widetilde{U}_F^t(\omega) = -\widetilde{P}_F(\omega) \quad (\text{équation, 1.7})$$

Dans l'équation (1.7), la matrice (\widetilde{S}_{FF}^S) s'appelle la *matrice d'impédance de la fondation*. Cette matrice et les autres termes de l'équation (1.7) dépendent de la fréquence.

Comme $\widetilde{P}_F(\omega)$ est inconnue, alors on rapporte l'équation (1.7) dans l'équation du mouvement de la structure (1.2), et en tenant compte de l'équation (1.5), l'équation d'équilibre de la structure devient :

$$\begin{bmatrix} [S_{BB}] & [S_{BF}] \\ [S_{FB}] & [S_{FF}^B] + [S_{FF}^S] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{\widetilde{U}_B^t\} \\ \{\widetilde{U}_F^t\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{0\} \\ [S_{FF}^S]\{\widetilde{U}_F^S\} \end{pmatrix} \quad (\text{équation, 1.8})$$

3.2.3) Avantages

Contrairement à la méthode directe qui utilise les éléments finis pour modéliser le sol, la méthode de sous-structure utilise les fonctions d'impédances dynamiques (ressorts) pour représenter les caractéristiques sol-fondation. De ce fait, la méthode de sous-structure raccourcit beaucoup le temps de calcul par comparaison avec la méthode directe. Il en est de même que l'utilisation de l'impédance simplifie les hypothèses de calcul par comparaison à celles qu'il faut introduire à un modèle utilisant la méthode directe.

3.2.4) Inconvénients

Cette méthode est basée sur le principe de superposition, alors elle exige une hypothèse d'un sol linéaire et d'un comportement de structure linéaire. Dans la pratique cette exigence n'est pas parfaite et elle est supposée d'une manière équivalente.

3.3) Méthode hybride

3.3.1) Principe

Cette méthode est issue de la combinaison de la méthode directe et de sous-structure, tout en profitant des avantages de chacune. Cette méthode décompose le problème en deux sous domaine. Le premier domaine semi-infini est appelé champ lointain, il est formé du sol seulement et il est pris suffisamment loin de la fondation pour qu'il ne soit pas influencé par L'ISS. Pour ces raisons, on considère ce champ comme élastique (linéaire) et on utilise les méthodes adaptées aux problèmes linéaires (*impédance dynamique*) pour sa modélisation. Ainsi, c'est dans ce champ que vont pouvoir être considérés les dissipations d'énergies dues à l'amortissement radiatif. Le deuxième domaine fini est appelé champ proche, il est formé d'une fondation superficielle et d'un volume fini du sol sous-jacent. Ce champ inclut toutes les hétérogénéités et non linéarités du système qui sont composées en deux parties : les non linéarités matérielles (plasticité du sol) et les non linéarités géométriques (décollement éventuel de la fondation). Il s'intègre dans le modèle de la superstructure et peut être traité par une méthode directe (*la méthode des éléments finis*) et aussi le concept du *macro-élément* peut être utilisé.

Concept du macro-élément

Comme il est évident dans la figure (1.6), le macro-élément, dans le cadre de la méthode des éléments finis, est une boîte à laquelle nous appliquons à son entrée des déplacements et qui permet de calculer en sortie le torseur des efforts associés en considérant diverses non-linéarités.

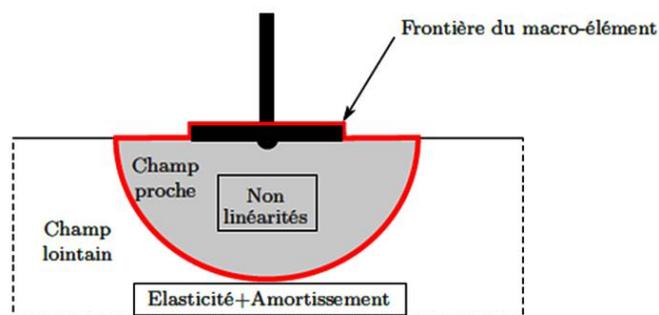


Figure 1.6 : Décomposition en champ proche et champ lointain pour la définition de la frontière d'un macro-élément d'ISS. (Grange, 2008)

3.3.2) Avantages

L'avantage de la méthode hybride c'est qu'elle simplifie le problème en considérant deux champs : champs proche et champs lointain. Elle utilise l'impédance dynamique pour modéliser le champ lointain tandis que la méthode des éléments finis ou le macro-élément sont utilisés pour modéliser le champ proche. De cette façon, cette méthode réduit le temps de calcul par comparaison avec la méthode directe. Comme la méthode directe, cette méthode donne une modélisation précise de l'ISS, puisqu'elle prend en considération la non-linéarité dans le champ proche du sol.

3.3.3) Inconvénients

Ce genre de méthodes nécessite une modélisation sophistiquée.

4) Conclusion

Dans ce chapitre nous avons constaté que *l'interaction cinématique* (sol-fondation sans masse) a pour effet de changer la réponse du champ libre et que *l'interaction inertielle* augmente la flexibilité des structures et aussi l'amortissement du système sol-structure. Il est aussi constaté que la modélisation d'ISS avec la méthode directe et la méthode hybride est sophistiquée et présente plusieurs difficultés et inconvénients. Tandis que la modélisation de cette interaction avec la méthode de sous-structure qui utilise *l'impédance dynamique* est simple à appliquer.

Chapitre 2

Impédance Dynamique et Influence de l'ISS sur les Caractéristiques Dynamiques

1) Introduction

D'après le premier chapitre, il s'avère que l'impédance de la fondation est un paramètre essentiel pour la représentation de l'ISS. Dans ce chapitre, les différentes formulations de cette impédance sont illustrées. Ainsi que les méthodes d'estimation de la période fondamentale et de l'amortissement effectif d'un système sol-structure sont présentées. De plus, nous illustrons des études concernant l'influence des caractéristiques sol-structure sur les caractéristiques dynamiques (période fondamentale et amortissement radiatif) d'un système à 1DDL. L'influence de l'ISS sur la réponse dynamique est aussi évaluée dans ce chapitre.

2) Impédance d'une fondation superficielle

La forme initiale de l'expression d'impédance d'une fondation circulaire rigide reposant à la surface d'un demi-espace élastique, homogène et isotrope est présentée dans Pecker (2015). Notant que l'expression d'impédance obtenue ci-après est la même pour les autres formes de fondations.

Comme il est évident dans la figure (2.1), la fondation est caractérisée par son rayon r_0 , et le demi-espace par sa masse volumique ρ et deux paramètres de comportement, le module de cisaillement G et le coefficient de poisson ν . La célérité des ondes de cisaillement $V_s (= \sqrt{G/\rho})$ est utilisée pour définir le demi-espace.

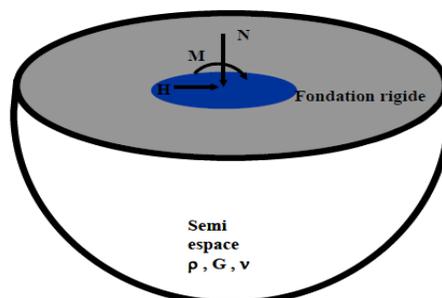


Figure 2.1 : Impédance d'une fondation superficielle circulaire. (Pecker, 2015)

Par définition (équation 1.7, chapitre 1), l'impédance de la fondation est égal à la réaction exercée sur la fondation sans masse soumise à des déplacements harmoniques unitaires dirigés suivant la direction de l'un de ses degrés de liberté, alors l'impédance est le quotient d'une force directement appliquée à la fondation (qui est égale à la réaction du sol) par le déplacement résultant. L'ordre de la matrice d'impédance dans l'équation (1.7) $\widetilde{S}_{FF}(\omega)$ dépend de nombre des degrés de liberté de la fondation. Le couplage de ces degrés de liberté, dans la matrice d'impédance, dépend de la forme de la fondation et aussi de son état (fondation superficiel ou non). Alors chaque terme de la matrice d'impédance représente le quotient de la force appliquée par le déplacement résultant suivant le même degré de liberté.

Pour connaître l'expression de l'impédance, le raisonnement a été fait sur un terme de la matrice noté K . Les résultats obtenus de ce raisonnement sont également applicables aux autres termes.

D'après Pecker, un oscillateur à un seul degré de liberté soumis à une force harmonique $Pe^{i\omega t}$ est pris afin de montrer l'expression de l'impédance. Cet oscillateur a pour déplacement :

$$Z(t) = \frac{Pe^{i\omega t}}{(K - m\omega^2) + i\omega c} \quad (\text{équation, 2.1})$$

Alors, K est présenté par l'expression suivante de l'équation (2.1) :

$$K = (K - m\omega^2) + i\omega c = K \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + 2i\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right] \quad (\text{équation, 2.2})$$

Où ω_n et ξ désignent la pulsation propre et le pourcentage d'amortissement critique de l'oscillateur.

Comme il est évident dans la relation précédente, l'impédance est le produit de deux termes. Le premier correspond à la raideur statique K . Le deuxième terme représente la partie dynamique qui comporte une partie réelle et une partie imaginaire. La partie imaginaire provient du fait que le déplacement est déphasé par rapport à la force appliquée. Ce déphasage est lié à la dissipation d'énergie du système.

Par analogie avec l'équation (2.2), l'impédance de la fondation peut s'écrire sous la forme générale :

$$K = K_S[K_1(\omega) + ia_0c_1(\omega)] \quad (\text{équation, 2.3})$$

$$\text{Avec } a_0 = \frac{\omega r_0}{V_S} \quad (\text{équation, 2.4})$$

Cette forme générale se compose d'un terme multiplicatif qui est la raideur statique (raideur à fréquence nulle) de la fondation K_S et d'une partie représentant la contribution dynamique composées d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Les coefficients a_0 , K_1 et c_1 sont sans dimension et dépendent de la pulsation ω .

D'après NEHRP (2012), a_0 est pris pour une fondation rectangulaire comme le suivant :

$$a_0 = \frac{\omega B}{V_S}$$

Où B c'est le demi-largueur de la fondation.

L'interprétation physique du a_0 , c'est qu'elle présente le ratio de B à environ un sixième de la longueur d'onde sismique à la fréquence ω (NEHRP, 2012).

En multipliant l'équation (2.3) par le déplacement z , on obtient la réaction R du sol exercée sur la fondation, soit:

$$R = K_S[K_1(\omega) + ia_0c_1(\omega)]z \quad (\text{équation, 2.5})$$

Pour une sollicitation harmonique :

$$\dot{z} = i\omega z$$

Alors l'équation (2.5) peut s'écrire :

$$R = K_S K_1(\omega)z + \frac{K_S r_0 c_1(\omega)}{V_S} \dot{z} \quad (\text{équation 2.6})$$

La réaction du sol se compose de deux termes, proportionnels au déplacement et à la vitesse de la fondation. La signification physique donnée à ces deux termes est celle d'un ressort et d'un amortisseur de caractéristiques :

$$\bar{K} = K_S K_1(\omega) \quad ; \quad \bar{C} = \frac{K_S r_0 c_1(\omega)}{V_S} \quad (\text{équation, 2.7})$$

Le terme d'amortisseur montre qu'il y a dissipation d'énergie dans le système, bien que le milieu sur lequel repose la fondation soit élastique, donc non dissipatif. Cette dissipation provient du transport de l'énergie dans le milieu par les ondes issues du mouvement de la fondation : il s'agit de l'amortissement géométrique (Pecker, 2015). Cet amortissement est appelé aussi amortissement radiatif de la fondation (vu au chapitre 1).

Les termes $K_1(\omega)$ et $c_1(\omega)$ sont les modificateurs dynamiques de la raideur et de l'amortissement radiatif respectivement et qui expriment la dépendance en fréquence des termes d'impédance de la fondation.

Pour les différents degrés de liberté d'une fondation circulaire, l'équation d'impédance (2.7) s'écrit comme le suivant:

$$\text{Translation horizontal (x): } \bar{K}_x = K_x K_x(\omega) \quad ; \quad \bar{C}_x = \frac{K_x r_0 c_x(\omega)}{V_S}$$

$$\text{Translation vertical (z): } \bar{K}_z = K_z K_z(\omega) \quad ; \quad \bar{C}_z = \frac{K_z r_0 c_z(\omega)}{V_S}$$

$$\text{Balancement } (\theta): \bar{K}_\theta = K_\theta K_\theta(\omega) \quad ; \quad \bar{C}_\theta = \frac{K_\theta r_0 c_\theta(\omega)}{V_S}$$

$$\text{Torsion } (\Phi): \bar{K}_\Phi = K_\Phi K_\Phi(\omega) \quad ; \quad \bar{C}_\Phi = \frac{K_\Phi r_0 c_\Phi(\omega)}{V_S}$$

2.1) Raideurs statiques

2.1.1) Fondation circulaire

a) Formules de Newmark-Rosenblueth

Les raideurs statiques d'une fondation circulaire surfacique sur un sol homogène sont données par Newmark-Rosenblueth comme le suivant :

Tableau 2.1 : Formules de Newmark-Rosenblueth des raideurs statiques d'une fondation circulaire surfacique. (Buchi, 2013)

Degré de liberté	Raideur statique
Vertical	$K_z = \frac{4G \cdot r_0}{1-\nu}$
Horizontal	$K_x = \frac{32(1-\nu)G \cdot r_0}{7-8\nu}$
Balancement	$K_\theta = \frac{8G \cdot r_0^3}{3(1-\nu)}$
Torsion	$K_\phi = \frac{16G \cdot r_0^3}{3}$

- r_0 : rayon de la fondation
- ν : coefficient de poisson
- $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$: module de cisaillement dynamique du sol

b) Guide de SETRA pour les ponts en zones sismique

Buchi (2013) affirme que, pour des semelles superficielles, le guide de SETRA (Eurocode 8-5) donne des raideurs qui sont utilisables dans le cas des structures simples à peu de degrés de

liberté et des sols de stratigraphie régulière. Ces raideurs sont calculées pour une fondation circulaire reposant sur un demi-espace homogène. Le tableau suivant donne ces raideurs :

Tableau 2.2 : Formules issues du guide de SETRA pour les raideurs statiques d'une fondation circulaire surfacique. (Buchi, 2013)

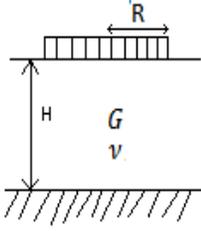
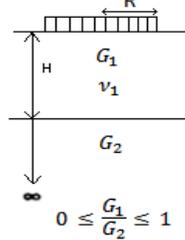
Degré de liberté	Raideur statique
Vertical	$K_{z,surf} = \frac{4}{1-\nu} GR$
Horizontal	$K_{x,surf} = \frac{8}{2-\nu} GR$
Balancement	$K_{\theta,surf} = \frac{8}{3(1-\nu)} GR^3$
Torsion	$K_{\phi,surf} = \frac{16GR^3}{3}$

- R : rayon de la fondation
- ν : coefficient de poisson
- G : module de cisaillement dynamique du sol

c) Formules de Gazetas

Ces formules sont données par Gazetas (1983) pour une fondation circulaire sur une couche de sol reposant sur une base rigide, ainsi que pour une couche qui repose elle-même sur une couche plus raide ($G_2 \geq G_1$). Le tableau (2.3) suivant résume ces formules :

Tableau 2.3 : Formules de Gazetas pour les raideurs statiques d'une fondation circulaire reposant sur une couche elle-même sur couche rocheuse ou plus raide. (Buchi, 2013)

	Couche reposant sur un lit rocheux	Couche reposant sur une couche plus raide
		
Degré de liberté	Raideur statique	Raideur statique
Vertical	$K_{z,surf} = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right)$ $H/R > 2$	$K_{z,surf} = \frac{4G_1R}{1-\nu_1} \frac{\left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right)}{\left(1 + 1.28 \frac{R}{H} \frac{G_1}{G_2}\right)}$ $1 \leq H/R < 5$
Horizontal	$K_{x,surf} = \frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + \frac{R}{2H}\right)$ $H/R > 1$	$K_{x,surf} = \frac{8G_1R}{2-\nu_1} \frac{\left(1 + \frac{R}{2H}\right)}{\left(1 + \frac{R}{2H} \frac{G_1}{G_2}\right)}$ $1 \leq H/R < 4$
Balancement	$K_{\theta,surf} = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R}{6H}\right)$ $4 \geq H/R > 1$	$K_{\theta,surf} = \frac{8G_1R^3}{3(1-\nu_1)} \frac{\left(1 + \frac{R}{6H}\right)}{\left(1 + \frac{R}{6H} \frac{G_1}{G_2}\right)}$ $0.75 \leq H/R < 2$
Torsion	$K_{\phi,surf} = \frac{16GR^3}{3}$ $H/R \geq 1.25$	/

d) Comparaison des méthodes

Selon les études faites par Buchi (2013), les formules de guide de SETRA et celles de Newmark-Rosenblueth donnent les mêmes résultats des raideurs pour une fondation superficielle circulaire reposant sur une monocouche homogène.

Par comparaison des résultats des formules des raideurs pour une monocouche (guide de SETRA et Newmark-Rosenblueth) et celles pour bicouche (Gazetas), Buchi (2013) a constaté que les raideurs calculées pour le cas d'une couche reposant sur un lit rocheux sont les plus élevées. Il a aussi constaté que plus G_2 est élevé, plus les résultats des deux type des formules de Gazetas (sur un lit rocheux et sur une couche plus raide) sont proches. Cela provient du fait que plus le module de cisaillement est élevé plus le sol est rigide et ses caractéristiques se rapprochent d'un sol rocheux. De plus, Buchi a remarqué que les formules de type bicouche de Gazetas sont cohérentes avec celles données pour une monocouche (guide de SETRA et Newmark-Rosenblueth), en effet il a trouvé que si G_2 est proche de G_1 , les raideurs obtenues sont les même que celles pour un sol de type monocouche.

2.1.2) Fondation rectangulaire

a) Formules de Newmark-Rosenblueth

Les raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique sur un sol homogène sont données par Newmark et Rosenblueth comme le suivant :

Tableau 2.4 : Formules de Newmark-Rosenblueth des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique. (Buchi, 2013)

Degré de liberté	Raideur statique
Vertical	$K_z = \frac{G}{(1-\nu)} \beta_z \sqrt{A}$
Horizontal	$K_x = 2(1 + \nu) G \beta_x \sqrt{A}$
Balancement	$K_\theta = \frac{1 + \nu}{4} G \beta_x (a^2 + b^2) \sqrt{A}$
Torsion	$K_\phi = \frac{G}{1 - \nu} \beta_\phi a^2 b$

Note : il semble que dans le tableau donnés par Buchi (2013) la raideur de torsion est pris à la place de celle de balancement et vice versa. Ces raideurs sont corrigées dans ce tableau.

- A : aire de la fondation
- a : dimension parallèle à la direction du séisme
- b : dimension perpendiculaire à la direction du séisme
- ν : coefficient de poisson
- G : module de cisaillement dynamique du sol
- β_z , β_x et β_ϕ sont des paramètres dépendant du rapport a/b et ils sont donnés par l'abaque suivant :

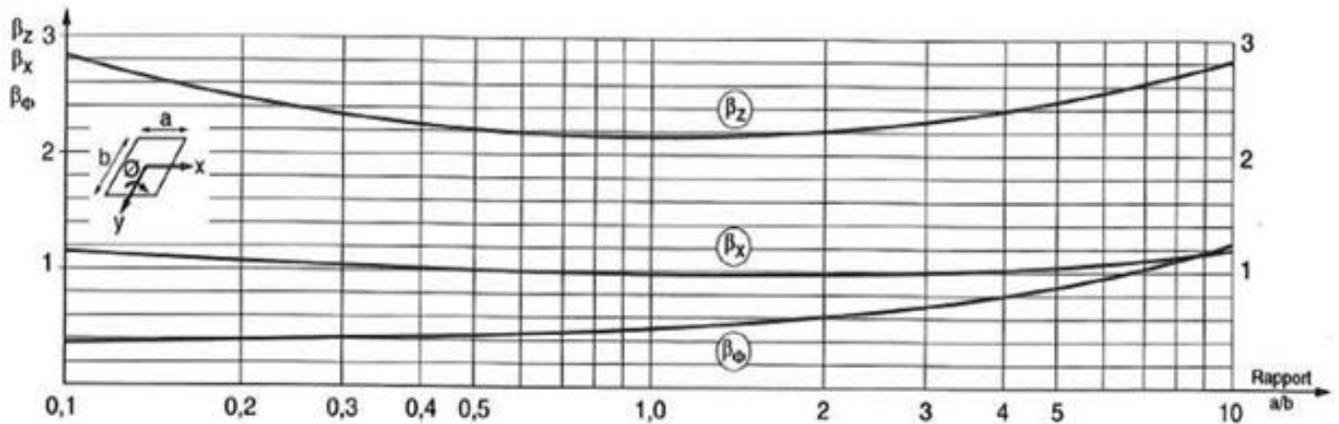
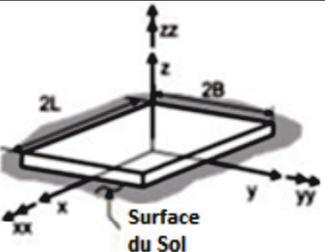


Figure 2.2 : Abaque donnant les coefficients de Newmark β_z , β_x et β_ϕ . (Buchi, 2013)

b) Formule de Pais et Kausel

Le tableau (2.5) présente les expressions données par Pais et Kausel (1988), des raideurs statiques pour les trois degrés de libertés de translation et de rotation d'une fondation rectangulaire rigide reposant sur la surface d'un sol homogène.

Tableau 2.5 : Formules de Pais et Kausel (1988) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique. (NEHRP, 2012)

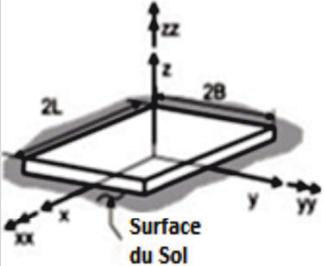
Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$K_{z,surf} = \frac{GB}{1-\nu} \left[3.1 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.75} + 1.6 \right]$
Translation suivant l'axe Y	$K_{y,surf} = \frac{GB}{2-\nu} \left[6.8 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.65} + 0.8 \left(\frac{L}{B} \right) + 1.6 \right]$
Translation suivant l'axe X	$K_{x,surf} = \frac{GB}{2-\nu} \left[6.8 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.65} + 2.4 \right]$
Torsion autour de l'axe Z	$K_{zz,surf} = GB^3 \left[4.25 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.45} + 4.06 \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$K_{yy,surf} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[3.73 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.4} + 0.27 \right]$
Balancement autour de l'axe X	$K_{xx,surf} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[3.2 \left(\frac{L}{B} \right) + 0.8 \right]$
Notes :	
<ul style="list-style-type: none"> - les axes doivent être orientés tel que $L \geq B$ - L : demi-longueur - B : demi-largeur 	
	

- G : module de cisaillement dynamique du sol
- ν : coefficient de Poisson

c) Formule de Gazetas ; Mylonakis et al

Le tableau (2.6), présente les expressions des raideurs statiques données par Gazetas (1991) ; Mylonakis et al. (2006) pour les trois degrés de liberté de translation et de rotation d'une fondation rectangulaire rigide reposant sur la surface d'un demi-espace homogène.

Tableau 2.6 : Formules de Gazetas (1991) et Mylonakis et al. (2006) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique. (NEHRP, 2012)

Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$K_{z,surf} = \frac{2GL}{1-\nu} \left[0.73 + 1.54 \left(\frac{B}{L} \right)^{0.75} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$K_{y,surf} = \frac{2GL}{2-\nu} \left[2 + 2.5 \left(\frac{B}{L} \right)^{0.85} \right]$
Translation suivant l'axe X	$K_{x,surf} = K_{y,surf} - \frac{0.2}{0.75-\nu} GL \left(1 - \frac{B}{L} \right)$
Torsion autour de l'axe Z	$K_{zz,surf} = GJ_t^{0.75} \left[4 + 11 \left(1 - \frac{B}{L} \right)^{10} \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$K_{yy,surf} = \frac{G}{1-\nu} (I_y)^{0.75} \left[3 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.15} \right]$
Balancement autour de l'axe X	$K_{xx,surf} = \frac{G}{1-\nu} (I_x)^{0.75} \left(\frac{L}{B} \right)^{0.25} \left[2.4 + 0.5 \left(\frac{B}{L} \right) \right]$
Notes :	

- les axes doivent être orientés tel que $L \geq B$.
- L : demi-longueur
- B : demi-largeur

- G : module de cisaillement dynamique du sol
- ν : coefficient de Poisson
- I_x, I_y : les moments d'inertie du radier autour des axes x et y respectivement
- $J_t = I_x + I_y$: moment d'inertie polaire

Note :

D'après NEHRP (2012), les formules de Gazetas (1991), et Mylonakis et al. (2006) pour une fondation rectangulaire surfacique rigide sont similaires à celle de Pais et Kausel (1988).

d) Formules des fondations circulaires utilisées pour des fondations rectangulaires

Une fondation rectangulaire peut être simulée à une fondation circulaire équivalente (Figure 2.3). Cette simulation est faite en adoptant un rayon équivalent pour les fondations rectangulaires. Ainsi, en adoptant un rayon équivalent, on peut utiliser les formules des fondations circulaires décrites ci-avant pour calculer les raideurs des fondations rectangulaires. D'après Buchi (2013), les formules spécifiques aux fondations rectangulaires donnent des résultats similaires aux formules pour les fondations circulaires quand on adopte un rayon équivalent.

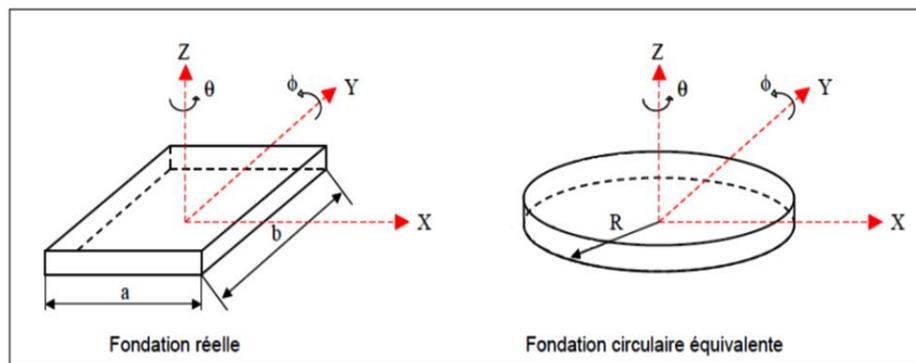


Figure 2.3 : Fondation circulaire équivalente. (Buchi, 2013)

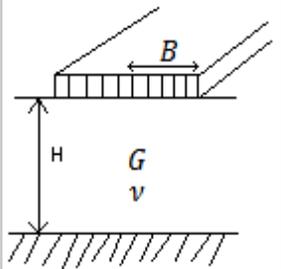
Pour les raideurs en translation, il faut que la fondation circulaire équivalente offre la même section que la fondation rectangulaire réelle, soit : $\pi R^2 = a \times b$, d'où la considération d'une fondation circulaire équivalente avec un rayon : $R = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$, où $A_0 = a \times b$ (l'aire de la fondation rectangulaire).

Pour les raideurs en rotation, il faut que la fondation circulaire équivalente représente la même inertie, soit : $\pi R^4/4 = a \times b^3/12$ pour la rotation autour de l'axe Ox et $\pi R^4/4 = b \times a^3/12$ pour la rotation autour de l'axe Oy, d'où la considération d'une fondation circulaire équivalente avec un rayon : $R = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}}$; $I_0 = a \times b^3/12$ (autour de Ox) et $I_0 = b \times a^3/12$ (autour de Oy).

2.1.3) Semelle filante (Formules de Gazetas)

Pour une semelle filante sur une couche de sol reposant sur une base rigide, Gazetas (1983) donne les formules des raideurs statique suivantes :

Tableau 2.7 : Formule de Gazetas des raideurs statiques d'une semelle filante sur une couche reposant sur un lit rocheux. (Buchi, 2013)

Degré de liberté	Raideur statique (par unité de longueur)	Validité de la formule	Profil du sol
Vertical	$K_{z,surf} = \frac{1.23G}{1-\nu} \left(1 + 3.5 \frac{B}{H}\right)$	$1 \leq H/B \leq 10$	
Horizontal	$K_{x,surf} = \frac{2.1G}{2-\nu} \left(1 + \frac{2B}{H}\right)$	$1 \leq H/B \leq 8$	
Balancement	$K_{\theta,surf} = \frac{\pi G B^2}{2(1-\nu)} \left(1 + \frac{B}{5H}\right)$	$1 \leq H/B \leq 3$	

- B représente la demi-largeur de la semelle filante.

2.1.4) Fondation à forme arbitraire

a) Fondation circulaire équivalente

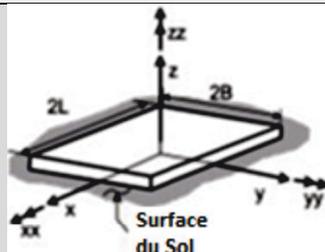
Les raideurs des fondations à forme arbitraire sont couramment analysées en comptant d'une fondation circulaire équivalente à condition que le ratio d'aspect de la fondation en plan soit plus petit que 4 (Stewart et al, 1999). Un rayon équivalent pour les raideurs en translation est obtenu en comptant l'aire A_0 de la fondation tandis qu'un rayon équivalent pour les raideurs en rotation est obtenu en comptant le moment de l'inertie I_0 de la fondation (Formule des rayons équivalents du paragraphe 2.1.2.d).

b) Fondation rectangulaire équivalente (Formules de Gazetas)

Gazetas (1991) donne des formules pour un radier de surface sur une monocouche homogène et de formes quelconques qu'il assimile à un radier de forme rectangulaire de longueur $2L$ et de largeur $2B$ comme il est évident dans la figure (2.4).

Le tableau (2.8) suivant résume les formules données par Gazetas pour des radiers de surface de forme quelconque :

Tableau 2.8 : Solutions de Gazetas (1991) des raideurs statiques d'un radier surfacique rigide de forme quelconque. (Buchi, 2013)

Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$K_{z,surf} = \frac{2GL}{1-\nu} [0.73 + 1.54(\chi)^{0.75}]$
Translation suivant l'axe Y	$K_{y,surf} = \frac{2GL}{2-\nu} [2 + 2.5(\chi)^{0.85}]$
Translation suivant l'axe X	$K_{x,surf} = K_{y,surf} - \frac{0.2}{0.75-\nu} GL \left(1 - \frac{B}{L}\right)$
Torsion autour de l'axe Z	$K_{zz,surf} = 3.5GI_z^{0.75} \left(\frac{B}{L}\right)^{0.4} \left(\frac{I_z}{B^4}\right)^{0.2}$
Balancement autour de l'axe Y	$K_{yy,surf} = \frac{G}{1-\nu} (I_y)^{0.75} \left[3 \left(\frac{L}{B}\right)^{0.15}\right]$
Balancement autour de l'axe X	$K_{xx,surf} = \frac{G}{1-\nu} (I_x)^{0.75} \left(\frac{L}{B}\right)^{0.25} \left[2.4 + 0.5 \left(\frac{B}{L}\right)\right]$
Notes :	 <p>Surface du Sol</p>

- les axes doivent être orientés tel que $L \geq B$.
- L : la demi-longueur
- B : la demi-largeur

- G : module de cisaillement dynamique du sol
- ν : coefficient de Poisson
- $\chi = \frac{A_b}{4L^2}$
- A_b : aire réelle du radier
- I_x, I_y et I_z : les moments d'inertie du radier autour des axes x, y et z respectivement

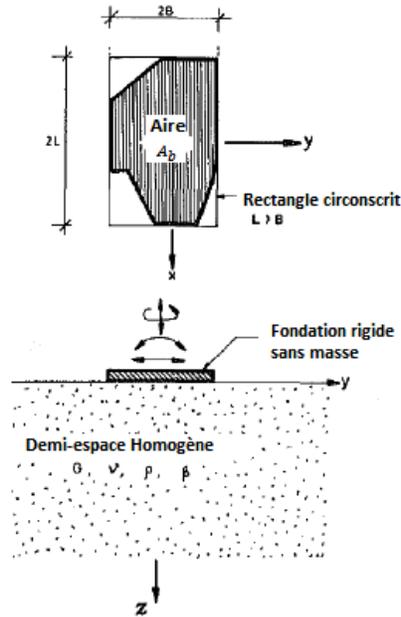


Figure 2.4 : Radier de surface sur un sol homogène. (Buchi, 2013)

2.2) Modificateur dynamique de la raideur statique α

2.2.1) Fondation circulaire (Graphes de Veletsos et Verbic)

Les modificateurs dynamiques des raideurs statiques α d'une fondation circulaire superficielle reposant sur un sol homogène sont donnés par Veletsos et Verbic (1973). Ces modificateurs sont estimés dans les graphes ci-après (figure 2.5), en fonction de la fréquence. Les courbes hachurées sont données pour un amortissement hystérétique du sol $\beta_s = 0$, tandis que les autres courbes non hachurées sont données pour $\beta_s = 0.1$

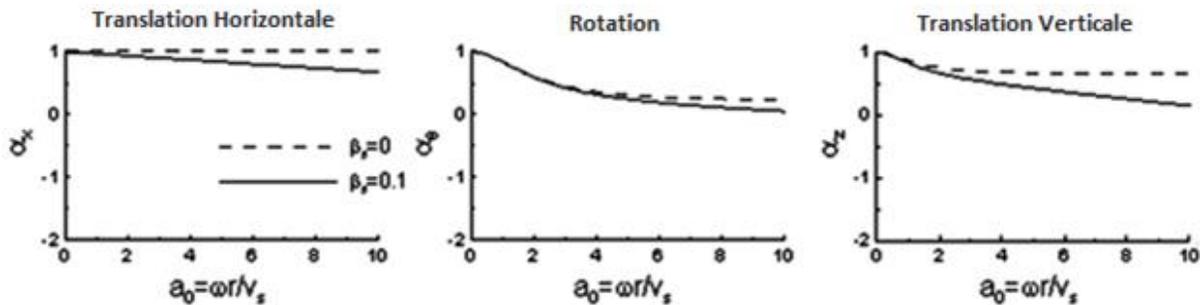


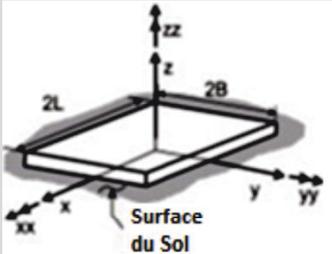
Figure 2.5 : Modificateurs dynamiques des raideurs statiques pour une fondation circulaire superficielle, donnés par Veletsos et Verbic (1973)

Note : Dans ces graphes, α est simulé à $K_1(\omega)$ de l'équation (2.7).

2.2.2) Fondation rectangulaire (Formules de Pais et Kausel)

NEHRP (2012) présente les équations de Pais et Kausel (1988) pour les modificateurs dynamiques α des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique rigide reposant sur un sol homogène. Le tableaux ci-dessous résume ces équations :

Tableau 2.9 : Modificateurs dynamiques des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire surfacique, donnés par Pais et Kausel (1988). (NEHRP, 2012)

Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$\alpha_z = 1 - \left[\frac{\left(0.4 + \frac{0.2}{L/B}\right) a_0^2}{\left(\frac{10}{1 + 3(L/B - 1)}\right) + a_0^2} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$\alpha_y = 1$
Translation suivant l'axe X	$\alpha_x = 1$
Torsion autour de l'axe Z	$\alpha_{zz} = 1 - \left[\frac{\left(0.33 - 0.33\sqrt{L/B - 1}\right) a_0^2}{\left(\frac{0.8}{1 + 0.33(L/B - 1)}\right) + a_0^2} \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$\alpha_{yy} = 1 - \left[\frac{0.55 a_0^2}{\left(0.6 + \frac{1.4}{(L/B)^3}\right) + a_0^2} \right]$
Balancement autour de l'axe X	$\alpha_{xx} = 1 - \left[\frac{\left(0.55 + 0.01\sqrt{L/B - 1}\right) a_0^2}{\left(2.4 - \frac{0.4}{(L/B)^3}\right) + a_0^2} \right]$
Notes :	
<ul style="list-style-type: none"> - les axes doivent être orientés tel que $L \geq B$. - L : la demi-longueur - B : la demi-largeur 	

- $a_0 = \omega B / V_s$

Note : Dans ce tableau, α est simulé à $K_1(\omega)$ de l'équation (2.7).

2.3) Modificateur dynamique de l'amortissement radiatif

2.3.1) Fondation circulaire (Graphes de Veletsos et Verbic)

Les modificateurs dynamiques des amortissements radiatifs β d'une fondation circulaire superficielle reposant sur un sol homogène sont donnés par Veletsos et Verbic (1973). Ces modificateurs sont estimés des graphes de la figure (2.6), en fonction de la fréquence. Les courbes hachurées sont données pour un amortissement hystérétique du sol $\beta_s = 0$, tandis que les autres courbes non hachurées sont données pour $\beta_s = 0.1$

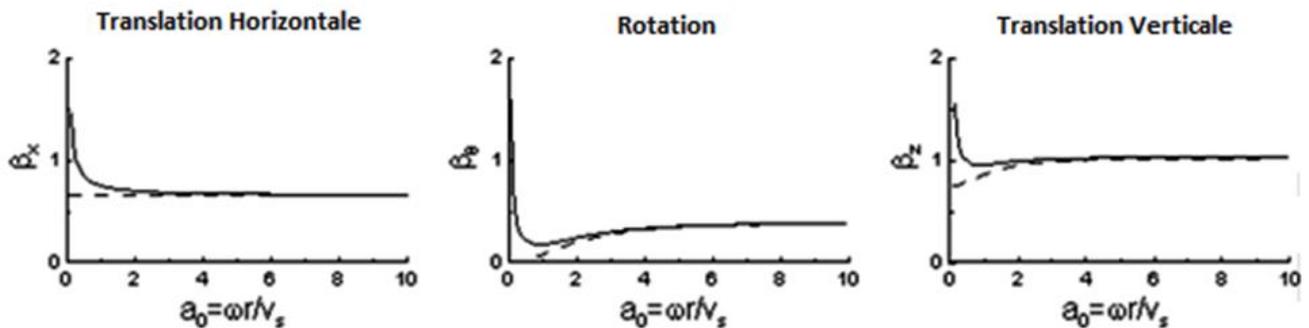


Figure 2.6 : Modificateurs dynamiques des amortissements radiatifs d'une fondation circulaire superficielle, donnés par Veletsos et Verbic (1973)

Note : Dans ces graphes β est simulé à $c_1(\omega)$ de l'équation (2.7) .

2.3.2) Fondation rectangulaire (Formules de Pais et Kausel)

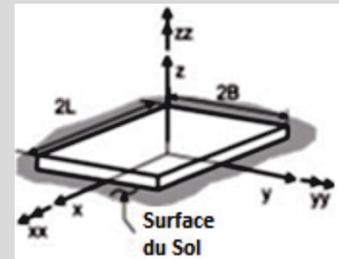
NEHRP (2012) présente les équations de Pais et Kausel (1988) des ratios d'amortissement radiatif β d'une fondation rectangulaire surfacique rigide reposant sur un sol homogène. Le tableaux ci-dessous résume ces équations :

Tableau 2.10 : Ratios des amortissements radiatifs pour une fondation rectangulaire surfacique, donnés par Pais et Kausel (1988). (NEHRP, 2012)

Degré de liberté	Amortissement radiatif
Translation suivant l'axe Z	$\beta_z = \left[\frac{4\psi(L/B)}{(K_{z,surf}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_z} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$\beta_y = \left[\frac{4(L/B)}{(K_{y,surf}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_y} \right]$
Translation suivant l'axe X	$\beta_x = \left[\frac{4(L/B)}{(K_{x,surf}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_x} \right]$
Torsion autour de l'axe Z	$\beta_{zz} = \left[\frac{(4/3)[(L/B)^3 + (L/B)]a_0^2}{(K_{zz,surf}/GB^3) \left[\left(\frac{1.4}{1 + 3(L/B - 1)^{0.7}} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{zz}} \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$\beta_{yy} = \left[\frac{(4\psi/3)(L/B)^3 a_0^2}{(K_{yy,surf}/GB^3) \left[\left(\frac{1.8}{1 + 1.75(L/B - 1)} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{yy}} \right]$
Balancement autour de l'axe X	$\beta_{xx} = \left[\frac{(4\psi/3)(L/B) a_0^2}{(K_{xx,surf}/GB^3) \left[\left(2.2 - \frac{0.4}{(L/B)^3} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{xx}} \right]$

Notes :

- les axes doivent être orientés tel que $L \geq B$
- L : la demi-longueur
- B : la demi-largeur
- L'amortissement hystérétique du sol β_s , est additif à l'amortissement radiatif de la fondation β_j



- $a_0 = \omega B/V_s$
- $\psi = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)}$; $\psi \leq 2.5$
- $K_{j,surf}$: raideur statique (tableau 2.5) ; j désigne l'axe
- α_j : modificateur dynamique de la raideur statique (tableau 2.9) ; j désigne l'axe
- G : module de cisaillement dynamique de sol

Modificateurs dynamiques d'amortissement radiatif obtenus d'après les ratios d'amortissement radiatif de Pais et Kausel :

Selon NEHRP (2012), l'expression de la fonction d'impédance est comme suit :

$$\bar{k}_j = k_j + i\omega c_j \quad (\text{équation 2.8})$$

Où j désigne le mode de translation ou de rotation.

Cette expression peut aussi être écrite sous la forme suivante (NEHRP, 2012) :

$$\bar{k}_j = k_j(1 + 2i\beta_j)$$

Où β_j peut être interprété comme une fraction de l'amortissement radiatif critique au sens classique (NEHRP, 2012) :

$$\beta_j = \frac{\omega c_j}{2k_j} \quad (\text{équation 2.9})$$

Par comparaison de l'équation (2.8) avec l'équation (2.3) du paragraphe (2) donnée dans Pecker (2015), on peut constater que :

$$\bar{k}_j = K \quad ; \quad k_j = K_S K_1(\omega) \quad ; \quad i\omega c_j = i\alpha_0 K_S c_1(\omega)$$

Alors par simulation avec Pecker, l'équation (2.9) de β_j s'écrit sous la forme :

$$\beta_j = \frac{\alpha_0 c_1(\omega)}{2K_1(\omega)}$$

D'où pour obtenir le modificateur dynamique de l'amortissement radiatif $c_1(\omega)$, il faut multiplier les termes β dans le tableau précédant par $\frac{2K_1(\omega)}{\alpha_0}$, alors $\frac{2\alpha}{\alpha_0}$ car dans ce tableau, la nomenclature α est utilisée à la place de $K_1(\omega)$.

2.4) Module et vitesse de cisaillement de sol

Le module de cisaillement du sol G doit refléter les effets de la réduction du module avec l'augmentation de l'amplitude de déformation des ondes de cisaillement (NEHRP, 2012). Le

tableau (2.11) est donné par (ASCE, 2010) et NEHRP/FEMA 2009) pour ajuster le module de cisaillement et la vitesse des ondes de cisaillement pour les grands niveaux de déformation.

Tableau 2.11 : Valeurs de réduction de la vitesse des ondes de cisaillement et du module de cisaillement pour différentes catégories du site et niveaux des séismes. (ASCE, 2010 ; FEMA,2009)

Site Class	Reduction Factor (V_s)			Reduction Factor (G/G_0)		
	$S_{DS}/2.5^{(1)}$			$S_{DS}/2.5^{(1)}$		
	≤ 0.1	0.4	≥ 0.8	≤ 0.1	0.4	≥ 0.8
A	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B	1.00	0.97	0.95	1.00	0.95	0.90
C	0.97	0.87	0.77	0.95	0.75	0.60
D	0.95	0.71	0.32	0.90	0.50	0.10
E	0.77	0.22	(2)	0.60	0.05	(2)
F	(2)	(2)	(2)	(2)	(2)	(2)

Notes: ⁽¹⁾ S_{DS} is the short period spectral response acceleration parameter defined in ASCE/SEI 7-10; use straight line interpolation for intermediate values of $S_{DS}/2.5$.
⁽²⁾ Value should be evaluated from site-specific analysis.

Le module de cisaillement maximal (ou module pour des petites déformations du sol), G_0 , peut être évalué par ; $G_0 = V_S^2 \rho_s$, où V_S est basée sur des mesures géophysiques dans le site et ρ_s est la masse volumique de sol.

3) Facteurs affectant les fonctions d'impédances

Les facteurs qui influent l'impédance d'une fondation sont en relation avec le sol support et/ou l'état de la fondation ; fondation encastree à une profondeur dans le sol, profils du sol non-uniformes, éléments structurelles flexibles de la fondation.

3.1) Effet de l'encastrement de la fondation dans le sol

3.1.1) Raideurs statiques K

L'encastrement de la fondation dans le sol, a pour effet d'augmenter les raideurs statiques surfaciques (NEHRP, 2012). Les formules des raideurs statiques pour différentes formes des fondations encastrees sont présentées ci-après.

3.1.1.1) Fondation circulaire

a) Formules de Veletsos

Veletsos donne les mêmes formules que le guide du SETRA (Eurocode 8) pour les raideurs en surface (tableau, 2.2), auxquelles il adopte des facteurs correctifs pour les fondations encastrées :

Tableau 2.12 : Formules des raideurs statiques de Veletsos pour une fondation circulaire encastrée. (Buchi, 2013)

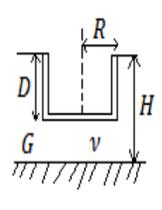
Degré de liberté	Raideur statique
Vertical	$K_{z,enc} = K_{z,surf} \left(1 + \frac{2D}{5R}\right)$
Horizontal	$K_{x,enc} = K_{x,surf} \left(1 + \frac{2D}{3R}\right)$
Balancement	$K_{\theta,enc} = K_{\theta,surf} \left(1 + \frac{2D}{R}\right)$

- R : rayon de la fondation circulaire ou rayon équivalent
- ν : coefficient de poisson
- G : module de cisaillement dynamique du sol
- D : profondeur d'encastrement de la fondation

b) Formules de Gazetas

Pour une fondation circulaire parfaitement encastrée dans une couche de sol homogène reposant sur un lit rocheux, Gazetas (1983) adopte aux formules des raideurs statiques surfaciques du tableau (2.3) des facteurs correctifs pour prendre en compte l'effet de l'encastrement :

Tableau 2.13 : Formules des raideurs statiques de Gazetas pour une fondation circulaire encastrée dans une couche sur lit rocheux. (Buchi, 2013)

Degré de liberté	Raideur statique	Profil du sol
Vertical	$K_{z,enc} = K_{z,surf} \left(1 + \frac{D}{2R}\right) \left(1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R}\right) \frac{D/H}{(1 - D/H)}\right)$	 <p>Domaine de validité:</p> $\frac{D}{R} < 2$ $\frac{D}{H} \leq 0.5$
Horizontal	$K_{x,enc} = K_{x,surf} \left(1 + \frac{2D}{3R}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H}\right)$	
Balancement	$K_{\theta,enc} = K_{\theta,surf} \left(1 + \frac{2D}{R}\right) \left(1 + 0.7 \frac{D}{H}\right)$	
Couplage horizontal et balancement	$\left(\frac{2D}{5}\right) K_{x,enc}$	
Torsion	$K_{\phi,enc} = K_{\phi,surf} \left(1 + 2.67 \frac{D}{R}\right)$	

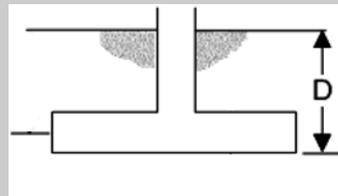
3.1.1.2) Fondation rectangulaire

a) Formule de Pais et Kausel

Pais et Kausel (1988) donnent les raideurs statiques d'une fondation rectangulaire rigide encastrée dans un sol homogène en multipliant les raideurs statique surfacique du tableau (2.5) par des facteurs correctifs pour compter de l'encastrement :

Tableau 2.14 : Formules de Pais et Kausel (1988) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire encastrée. (NEHRP, 2012)

Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$K_{z,enc} = K_{z,surf} \left[1 + \left(0.25 + \frac{0.25}{L/B} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^{0.8} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$K_{y,enc} = K_{y,surf} \left[1 + \left(0.33 + \frac{1.34}{1 + L/B} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^{0.8} \right]$
Translation suivant l'axe X	$K_{x,enc} = K_{x,surf} \cdot \left(\frac{K_{y,enc}}{K_{y,surf}} \right)$
Torsion autour de l'axe Z	$K_{zz,enc} = K_{zz,surf} \left[1 + \left(1.3 + \frac{1.32}{L/B} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^{0.9} \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$K_{yy,enc} = K_{yy,surf} \left[1 + \frac{D}{B} + \left(\frac{1.6}{0.35 + (L/B)^4} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^2 \right]$
Balancement autour de l'axe X	$K_{xx,enc} = K_{xx,surf} \left[1 + \frac{D}{B} + \left(\frac{1.6}{0.35 + L/B} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^2 \right]$
Notes :	
<ul style="list-style-type: none"> - L : la demi-longueur - B : la demi-largeur 	
Termes de couplage horizontal et balancement :	
<ul style="list-style-type: none"> - $K_{rx,enc} = \left(\frac{D}{3} \right) K_{x,enc}$ - $K_{ry,enc} = \left(\frac{D}{3} \right) K_{y,enc}$ 	



b) Formules de Gazetas ; Mylonakis et al

Gazetas (1991) et Mylonakis et al. (2006) donnent les raideurs statiques d'une fondation rectangulaire rigide encastrée dans un sol homogène en multipliant les raideurs statiques surfaciques du tableau (2.6) par des facteurs correctifs pour compter de l'encastrement :

Tableau 2.15 : Formules de Gazetas (1991) et Mylonakis et al. (2006) des raideurs statiques d'une fondation rectangulaire encastrée. (NEHRP, 2012)

Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$K_{z,enc} = K_{z,surf} \left[1 + \frac{D}{21B} \left(1 + 1.3 \frac{B}{L} \right) \right] \left[1 + 0.2 \left(\frac{A_w}{4BL} \right)^{2/3} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$K_{y,enc} = K_{y,surf} \left[1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{z_w A_w}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$
Translation suivant l'axe X	$K_{x,enc} = K_{x,surf} \cdot \left(\frac{K_{y,enc}}{K_{y,surf}} \right)$
Torsion autour de l'axe Z	$K_{zz,enc} = K_{zz,surf} \left[1 + 1.4 \left(1 + \frac{B}{L} \right) \left(\frac{d_w}{B} \right)^{0.9} \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$K_{yy,enc} = K_{yy,surf} \left[1 + 0.92 \left(\frac{d_w}{B} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d_w}{D} \right)^{1.9} \left(\frac{B}{L} \right)^{-0.6} \right] \right]$
Balancement autour de l'axe X	$K_{xx,enc} = K_{xx,surf} \left[1 + 1.26 \frac{d_w}{B} \left(1 + \frac{d_w}{B} \left(\frac{d_w}{D} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B}{L}} \right) \right]$
Notes :	
<ul style="list-style-type: none"> - L : la demi-longueur - B : la demi-largeur 	
Termes de couplage horizontal et balancement :	
<ul style="list-style-type: none"> - $K_{rx,enc} = \left(\frac{D}{3} \right) K_{x,enc}$ - $K_{ry,enc} = \left(\frac{D}{3} \right) K_{y,enc}$ 	

- d_w : hauteur du contact du sol sur le bord du radier (peut être inférieure à la hauteur total de la fondation) ; voire aussi figure (2.7) ci-après
- $z_w = D - d_w/2$

- A_w = surface des murs périphériques du radier en contact avec le sol, pour une hauteur de contact constante d_w , le long du périmètre ; $A_w = d_w \times \text{périmètre}$

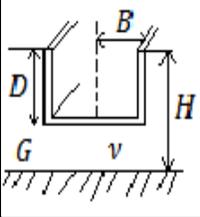
Note :

Contrairement aux équations de Pais et Kausel (tableau, 2.14) issues d'une hypothèse de contact parfait entre le sol et les murs de la fondation, les équations données par Gazetas, et Mylonakis et al. comptent des effets d'encastrement résultant des lacunes entre le sol et les murs latéraux de la fondation (NEHRP, 2012). Dans la pratique, les équations de Pais et Kausel sont les plus utilisées (NEHRP, 2012).

3.2.1.3) Semelle filante (Formules de Gazetas)

Pour une semelle filante encastree dans une couche homogène reposant sur un lit rocheux, Gazetas (1983) applique aux raideurs statiques surfaciques du tableau (2.7) des facteurs correctifs pour compter de l'encastrement. Les formules sont données dans le tableau (2.16).

Tableau 2.16 : Formules des raideurs statiques de Gazetas pour une semelle filante encastree dans une couche sur un lit rocheux. (Buchi, 2013)

Dégré de liberté	Raideur statique	Profil du sol
Horizontal	$K_{x,enc} = K_{x,surf} \left(1 + \frac{D}{3B}\right) \left(1 + \frac{4D}{3H}\right)$	 $H/B \geq 2$ $D/B \leq 2/3$
Balancement	$K_{\theta,enc} = K_{\theta,surf} \left(1 + \frac{D}{B}\right) \left(1 + \frac{2D}{3H}\right)$	

3.1.1.3) Fondation à forme quelconque

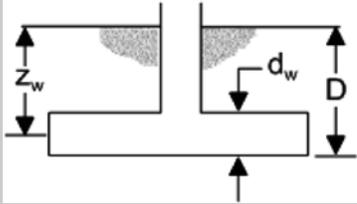
a) Fondation circulaire équivalente

Pour les fondations à forme quelconque, on adopte un rayon équivalent (paragraphe 2.1.2.d) et on utilise les formules des raideurs statiques d'une fondation circulaire encastree qui sont présentées dans le paragraphe (3.1.1.1)

b) Fondation rectangulaire équivalente (Formules de Gazetas)

Pour un radier à forme quelconque encastré dans le sol (figure, 2.7), Gazetas (1991) a adopté pour les raideurs statiques surfaciques du tableau (2.8) des facteurs correctifs pour compter de l'encastrement du radier dans le sol. Le tableau (2.17) donne les raideurs d'un radier à forme quelconque encastré dans le sol.

Tableau 2.17 : Formules des raideurs statiques de Gazetas pour un radier encastré de forme quelconque. (Buchi, 2013)

Degré de liberté	Raideur statique
Translation suivant l'axe Z	$K_{z,enc} = K_{z,surf} \left[1 + \frac{D}{21B} (1 + 1.3\chi) \right] \left[1 + 0.2 \left(\frac{A_w}{A_b} \right)^{2/3} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$K_{y,enc} = K_{y,surf} \left[1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{z_w A_w}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$
Translation suivant l'axe X	$K_{x,enc} = K_{x,surf} \cdot \left(\frac{K_{y,enc}}{K_{y,surf}} \right)$
Torsion autour de l'axe Z	$K_{zz,enc} = K_{zz,surf} \cdot \Gamma_w \cdot \Gamma_{tre}$
Balancement autour de l'axe Y	$K_{yy,enc} = K_{yy,surf} \left[1 + 0.92 \left(\frac{d_w}{B} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d_w}{D} \right)^{1.9} \left(\frac{B}{L} \right)^{-0.6} \right] \right]$
Balancement autour de l'axe X	$K_{xx,enc} = K_{xx,surf} \left[1 + 1.26 \frac{d_w}{B} \left[1 + \frac{d_w}{B} \left(\frac{d_w}{D} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B}{L}} \right] \right]$
Notes :	<div style="display: flex; align-items: center;"> <ul style="list-style-type: none"> - L : la demi-longueur - B : la demi-largeur  </div>

- $\chi = \frac{A_b}{4L^2}$

- A_b : aire réelle du radier
- d_w : hauteur de contact de sol sur le bord du radier (peut être inférieure à la hauteur total de la Fondation) ; voir figure (2.7)
- $z_w = D - d_w/2$
- A_w = surface des murs périphérique du radier en contact avec le sol, pour une hauteur de contact constante d_w , le long du périmètre ; $A_w = d_w \times \text{périmètre}$
- $\Gamma_{tre} = 1 + 0.5 \left(\frac{D}{B}\right)^{0.1} \left(\frac{B^4}{I_{bz}}\right)^{0.13}$
- $\Gamma_w = 1 + 0.4 \left(\frac{D}{d_w}\right)^{0.5} \left(\frac{j_s}{j_r}\right) \left(\frac{B}{D}\right)^{0.6}$
- $j_s = \frac{4d_w}{3} (B^3 + L^3) + 4BLd_w(L + B)$
- $j_r = \frac{4BL}{3} (B^2 + L^2)$

Note : Il semble que la raideur de balancement $K_{yy,enc}$ donnée dans le tableau de Buchi (2013) n'est pas correcte. Dans ce tableau cette raideur est corrigée.

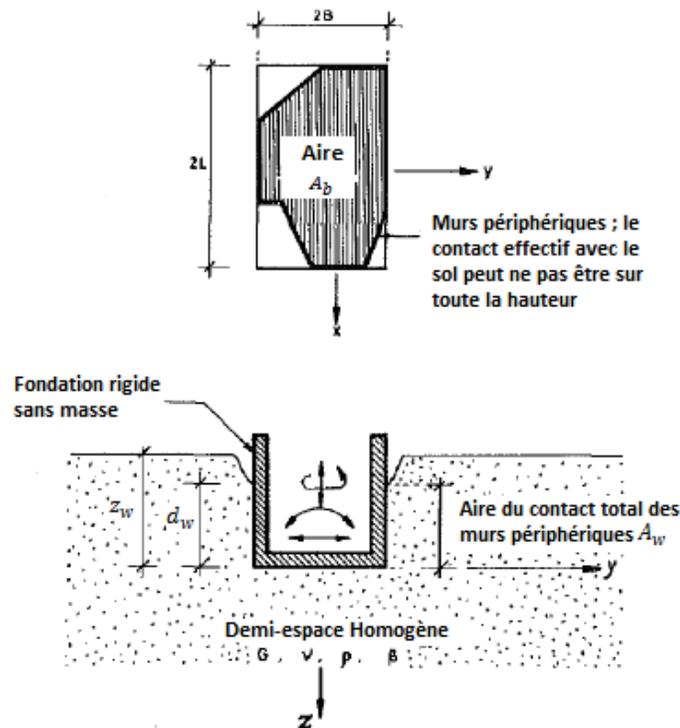


Figure 2.7 : Radier encastré dans un sol homogène. (Buchi, 2013)

3.1.2) Modificateurs dynamiques de la raideur statique α (Formules de Pais et Kausel pour une fondation rectangulaire)

La figure (2.8) ci-dessous illustre les variations des modificateurs dynamiques des raideurs α pour les deux cas d'une fondation superficielle et d'une fondation encastrée. Les résultats obtenus dans cette figure sont basés sur les formules fixées par Pais et Kausel (1988).

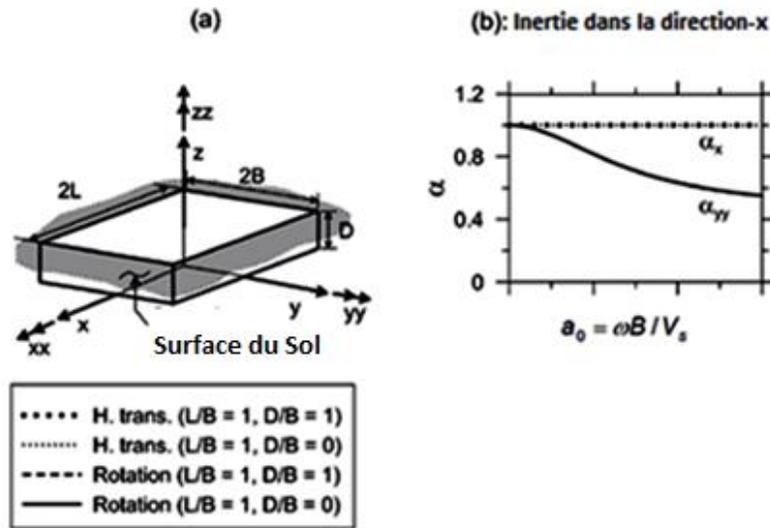


Figure 2.8 : Variation des modificateurs dynamiques des raideurs statiques en fonction de la fréquence, pour des fondations carrées superficielles et encastrées dans un demi-espace homogène : (a) géométrie ; et (b) direction-x (direction-y est similaire). (NEHRP, 2012)

Selon les équations données par Pais et Kausel (1988), les modificateurs dynamiques de la raideur α ne sont pas affectés par la profondeur de la fondation (figure 2.8b). Alors les formules du tableau (2.9) pour les fondations rectangulaires surfacique peuvent être utilisées pour les fondations encastrées.

3.1.3) Ratios d'amortissement radiatif β (Formules de Pais et Kausel pour une fondation rectangulaire)

La figure (2.9) ci-dessous illustre les variations des ratios d'amortissements radiatifs β pour les deux cas d'une fondation superficielle et encastrée. Les résultats obtenus dans cette figure sont basés sur les formules fixées par Pais et Kausel (1988).

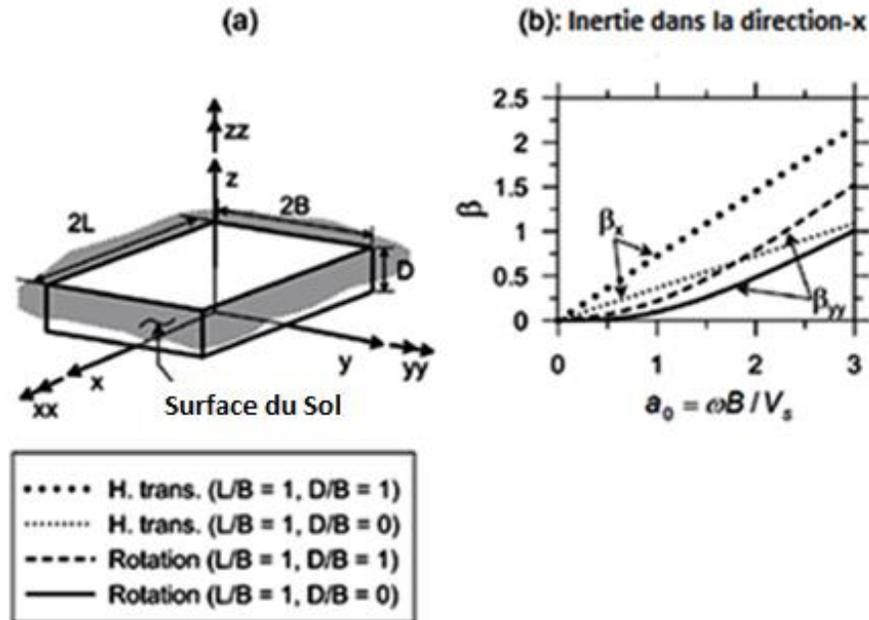


Figure 2.9 : Variation des ratios d'amortissements radiatifs en fonction de la fréquence, pour des fondations carrées superficielles et encastrées dans un demi-espace homogène, avec un amortissement hystérique = 0, et $\nu = 0.33$: (a) géométrie ; et (b) direction-x (direction-y est similaire). (NEHRP, 2012)

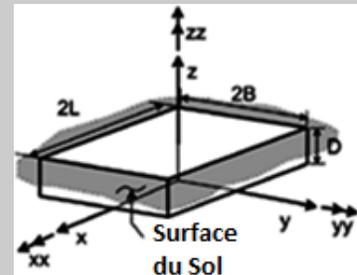
D'après la figure (2.9b), on constate des augmentations des ratios d'amortissements radiatifs β avec l'augmentation de la profondeur d'encastrement de la fondation. Ces augmentations sont dues au contact entre le sol et les murs de la fouille qui présentent une source d'amortissements radiatifs, ce qui n'existe pas pour des fondations superficielles. Il faut noter que les analyses élasto-dynamiques sur lesquelles la figure (2.9) est basée considèrent une hypothèse de contact parfait entre le sol et les murs de la fondation (formules de Pais et Kausel). Le tableau suivant résume les formules de Pais et Kausel (1988) des ratios d'amortissements radiatifs pour une fondation rectangulaire rigide encastrée dans un sol homogène :

Tableau 2.18 : Ratios d'amortissements radiatifs pour une fondation rectangulaire rigide encastrée, donnés par Pais et Kausel (1988). (NEHRP, 2012)

Degré de liberté	Amortissement radiatif
Translation suivant l'axe Z	$\beta_z = \left[\frac{4[\psi(L/B) + (D/B)(1 + L/B)]}{(K_{z,enc}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_z} \right]$
Translation suivant l'axe Y	$\beta_y = \left[\frac{4[L/B + (D/B)(1 + \psi L/B)]}{(K_{y,enc}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_y} \right]$
Translation suivant l'axe X	$\beta_x = \left[\frac{4[L/B + (D/B)(\psi + L/B)]}{(K_{x,enc}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_x} \right]$
Torsion autour de l'axe Z	$\beta_{zz} = \left[\frac{(4/3) \left[3 \left(\frac{L}{B} \right) \left(\frac{D}{B} \right) + \psi \left(\frac{L}{B} \right)^3 \left(\frac{D}{B} \right) + 3 \left(\frac{L}{B} \right)^2 \left(\frac{D}{B} \right) + \psi \left(\frac{D}{B} \right) + \left(\frac{L}{B} \right)^3 + \left(\frac{L}{B} \right) \right] a_0^2}{\left(\frac{K_{zz,enc}}{GB^3} \right) \left[\left(\frac{1.4}{1 + 3(L/B - 1)^{0.7}} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{zz}} \right]$
Balancement autour de l'axe Y	$\beta_{yy} = \left[\frac{(4/3) \left[\left(\frac{L}{B} \right)^3 \left(\frac{D}{B} \right) + \psi \left(\frac{D}{B} \right)^3 \left(\frac{L}{B} \right) + \left(\frac{D}{B} \right)^3 + 3 \left(\frac{D}{B} \right) \left(\frac{L}{B} \right)^2 + \psi \left(\frac{L}{B} \right)^3 \right] a_0^2}{\left(\frac{K_{yy,enc}}{GB^3} \right) \left[\left(\frac{1.8}{1 + 1.75(L/B - 1)} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{yy}} \right]$ $+ \frac{\left(\frac{4}{3} \right) \left(\frac{L}{B} + \psi \right) \left(\frac{D}{B} \right)^3}{\left(\frac{K_{yy,enc}}{GB^3} \right)} \left[\frac{a_0}{2\alpha_{yy}} \right]$
Balancement autour de l'axe X	$\beta_{xx} = \left[\frac{(4/3) \left[\left(\frac{D}{B} \right) + \left(\frac{D}{B} \right)^3 + \psi \left(\frac{L}{B} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^3 + 3 \left(\frac{D}{B} \right) \left(\frac{L}{B} \right) + \psi \left(\frac{L}{B} \right) \right] a_0^2}{\left(\frac{K_{xx,enc}}{GB^3} \right) \left[\left(\frac{1.8}{1 + 1.75(L/B - 1)} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{xx}} \right]$ $+ \frac{\left(\frac{4}{3} \right) \left(\psi \frac{L}{B} + 1 \right) \left(\frac{D}{B} \right)^3}{\left(\frac{K_{xx,enc}}{GB^3} \right)} \left[\frac{a_0}{2\alpha_{xx}} \right]$

Notes :

- les axes doivent être orientés tel que $L \geq B$
- L : la demi-longueur
- B : la demi-largeur
- L'amortissement hystérique du sol β_s , est additif à l'amortissement radiatif de la fondation β_f



- $a_0 = \omega B / V_s$
- $\psi = \sqrt{2(1 - \nu)/(1 - 2\nu)}$; $\psi \leq 2.5$
- $K_{j,enc}$: raideur statique encastrée (tableau 2.14) ; j désigne l'axe
- α_j : modificateur dynamique de la raideur statique (tableau 2.9) ; j désigne l'axe
- G : module de cisaillement dynamique du sol

3.2) Effet d'un profil du sol non-homogène

3.2.1) Raideurs statiques K

Les raideurs statiques augmentent pour un profil de sol non homogène. En effet, par comparaison des formules des raideurs du paragraphe (2.1.1) pour une monocouche homogène et celles pour des bicouches, on constate que les raideurs sont plus élevées dans le cas de bicouches où la couche inférieure est plus raide, or c'est le cas que l'on rencontre habituellement dans la réalité.

3.2.2) Modificateurs dynamiques de la raideur statique α

La figure (2.10) illustre les variations de modificateur dynamique α_{yy} en fonction de la fréquence pour les deux cas d'un demi-espace homogène et d'un profil de sol non-homogène dans lequel le module de cisaillement de sol G varie avec la profondeur.

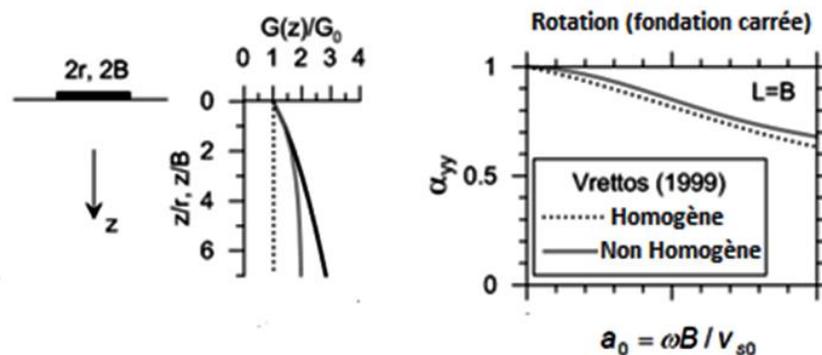


Figure 2.10: Variation des modificateurs dynamiques des raideurs en fonction de la fréquence pour un demi-espace homogène et non-homogène dans lequel G varie avec la profondeur : rotation pour des fondations carrée (Vrettos, 1999). (NEHRP, 2012)

D'après cette figure, l'effet d'un profil de sol non-uniforme sur le modificateur dynamique de la raideur rotationnel α_{yy} est modeste. On a une faible augmentation des valeurs de α_{yy} pour un profil du sol non-homogène.

3.2.3) Ratios d'amortissements radiatifs β

La figure (2.11) illustre les variations des ratios d'amortissements radiatifs rotationnels β_{yy} et de translation β_r en fonction de la fréquence pour les deux cas d'un demi-espace homogène et d'un profil de sol non-homogène dans lequel le module de cisaillement G varie avec la profondeur.

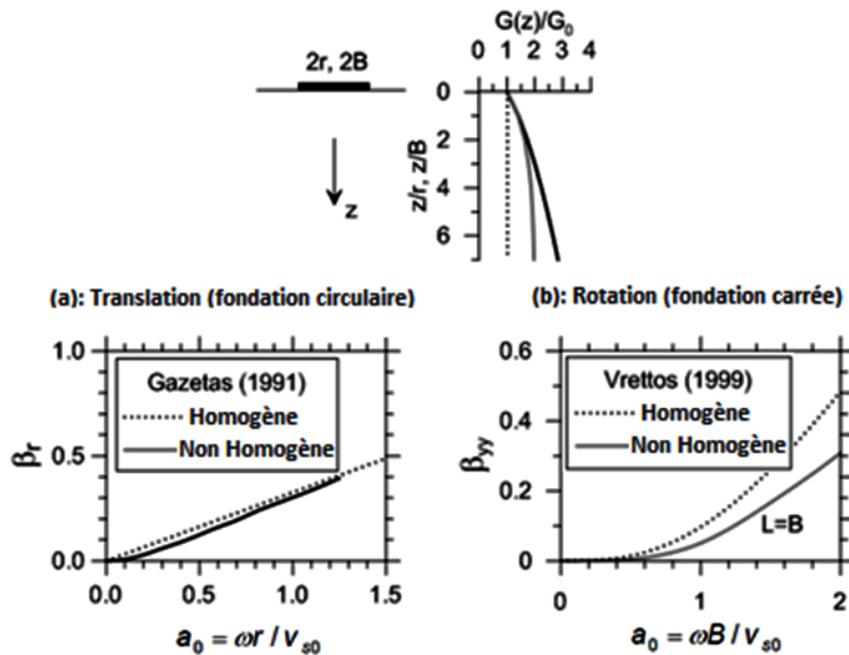


Figure 2.11: Variation des ratios d'amortissements radiatifs en fonction de la fréquence pour un demi-espace homogène et non-homogène dans lequel G varie avec la profondeur : (a) translation pour des fondations circulaire (Gazetas, 1991) ; et (b) rotation pour des fondations carrée (Vrettos, 1999). (NEHRP, 2012)

D'après la figure (2.11), on constate que l'effet d'un profil de sol non-homogène sur les ratios d'amortissements radiatifs est plus remarquable en rotation (figure 2.11b) qu'en translation (figure 2.11a). Ainsi, on constate des niveaux de dissipation d'énergie (amortissement radiatif) plus faible pour un profil de sol non-homogène. En effet, dans un profil de sol non-homogène, les ondes radiatives issues de la fondation ne se diffusent pas totalement à l'infini mais quelques ondes doivent être réfléchies à cause de l'augmentation du module de cisaillement G avec la profondeur (NEHRP, 2012).

3.2.4) Terme d'impédance le plus affecté par un profil de sol non-homogène

On conclut d'après les analyses précédentes, qu'un profil de sol non-homogène affecte la raideur statique et l'amortissement radiatif associé avec le mode de rotation de la fondation. Mais, selon NEHRP (2012), l'impact pratique de non-homogénéité de sol est principalement liée à son effet sur la raideur statique seulement car la rotation est souvent un contributeur insignifiant à l'amortissement total de la fondation.

3.2.5) Vitesse moyenne effective d'un profil de sol non-homogène

Pour évaluer une valeur effective unique de la vitesse moyenne effective V_S d'un profil de sol non-homogène, il est nécessaire de :

- 1) Corriger les valeurs des vitesses V_S mesurées en champs libre, afin de compter des pressions supplémentaires dans le sol associées avec la masse additive de la structure qui affectent cette vitesse.
- 2) Calculer une valeur moyenne effective V_S d'un profil de sol non-homogène à travers une profondeur appropriée du sol.

L'expression de la vitesse du champ libre corrigée est la suivante :

$$V_{S,F}(z) = V_S(z) \left(\frac{\sigma'_v(z) + \Delta\sigma'_v(z)}{\sigma'_v(z)} \right)^{n/2} \quad (\text{équation, 2.10})$$

$\sigma'_v(z)$ est la contrainte effective obtenue du poids propre du sol à une profondeur z , $\Delta\sigma'_v(z)$ est l'augmentation de la contrainte verticale à une profondeur z due au poids de la structure et n varie approximativement de 0.5 pour des sols granulaires à 1 pour des sols cohésifs dont l'indice de plasticité (PI) est supérieure à 6.5. Cette correction de la vitesse des ondes de cisaillement est généralement significative seulement à des faibles profondeurs (50% à 100% de la dimension de la fondation).

La vitesse moyenne effective V_S d'un profil de sol non-homogène est le ratio de la profondeur effective du profile z_p au sommation des temps nécessaire pour que l'onde de cisaillement

traverse chaque couche du sol auxquelles le profil est composé. Cette vitesse est donnée par l'expression suivante :

$$V_{s, \text{ moyenne}} = \frac{z_p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta z_i}{(V_{s,F}(z))_i} \right)} \quad (\text{équation, 2.11})$$

- z_p , désigne la profondeur effective du profil au-dessous du niveau de support de la fondation. z_p est estimé pour les deux modes de translation et de rotation comme suit :

$$\text{Horizontal (xety)} : z_p = \sqrt{A/4} = \sqrt{BL}$$

$$\text{Rotation (xx)} : z_p \approx \sqrt[4]{0.75I_x} = \sqrt[4]{B^3L}$$

$$\text{Rotation(yy)} : z_p \approx \sqrt[4]{0.75I_y} = \sqrt[4]{BL^3}$$

Notant que B et L sont les demi dimensions de la fondation.

- Δz_i , c'est l'épaisseur de chaque couche
- $V_{s,F}(z)_i$ c'est la vitesse qui correspond à chaque couche, il est estimé par l'équation (2.10)

3.2.6) Module de cisaillement d'un profil de sol non- homogène

Après calcul de la valeur moyenne effective de vitesse V_S du profil de sol non-homogène, on évalue le module de cisaillement maximal (ou module pour des petites déformations de sol), G_0 ($G_0 = V_S^2 \rho_s$) où ρ_s est la masse volumique du sol. Le module de cisaillement final est obtenu après application d'un facteur de réduction selon le tableau (2.11) afin de prendre en compte l'effet des grands niveaux de déformation de sol sur ce module.

3.3) Effet de la flexibilité de la fondation

3.3.1) Introduction

Toutes les formules des termes d'impédance présentés précédemment sont applicables dans le cas d'une fondation rigide où l'interaction sol-fondation peut être représentée par un seul ressort-amortisseur pour chaque degré de liberté de la fondation. Mais les radiers actuels et les murs souterrains accompagnés sont des éléments structurels non-rigides. C'est pour cela qu'il faut simuler chaque degré de liberté par plusieurs ressorts-amortisseurs afin de compter d'une façon rationnelle des déformations locales qui prennent lieu due à la flexibilité de la fondation.

D'après NEHRP (2012), Il existe dans la littérature des solutions théoriques des fonctions d'impédances pour des fondations circulaires supportant des murs formant un noyau rigide (Iguchi et Luco, 1982), des murs flexibles d'extrémité (Liou et Huang, 1994) ou des murs concentriques rigides (Riggs et Waas, 1985).

3.3.2) Impédance horizontal

Liou et Huang (1994) ont montré que la flexibilité de la fondation n'a pas d'effet significatif sur les termes des raideurs et des amortissements associés avec la translation de la fondation pour le cas des murs flexibles d'extrémité (NEHRP, 2012).

3.3.3) Impédance rotationnelle

3.3.3.1) Raideur rotationnelle k_{rr}

La figure (2.12) présente les variations des raideurs rotationnelles k_{rr} d'une fondation circulaire en fonction de la fréquence pour différents niveaux de rigidité. Cette figure illustre aussi deux cas de configuration des murs au-dessus de la fondation: (1) murs formant un noyau rigide et (2) murs flexibles d'extrémité.

La flexibilité de la fondation est représentée par un ratio de rigidité relative sol/fondation, Ψ . Ce rapport est pris comme suit :

$$\Psi = \frac{Gr_f^3}{\left(E_f t_f^3 / (12(1 - \nu_f^3))\right)}$$

Où r_f est le rayon de la fondation, t_f est l'épaisseur de la fondation, et E_f et ν_f sont le module d'Young et le ratio de poisson de béton qui constitue la fondation. Le cas de $\Psi = 0$, correspond à une fondation rigide.

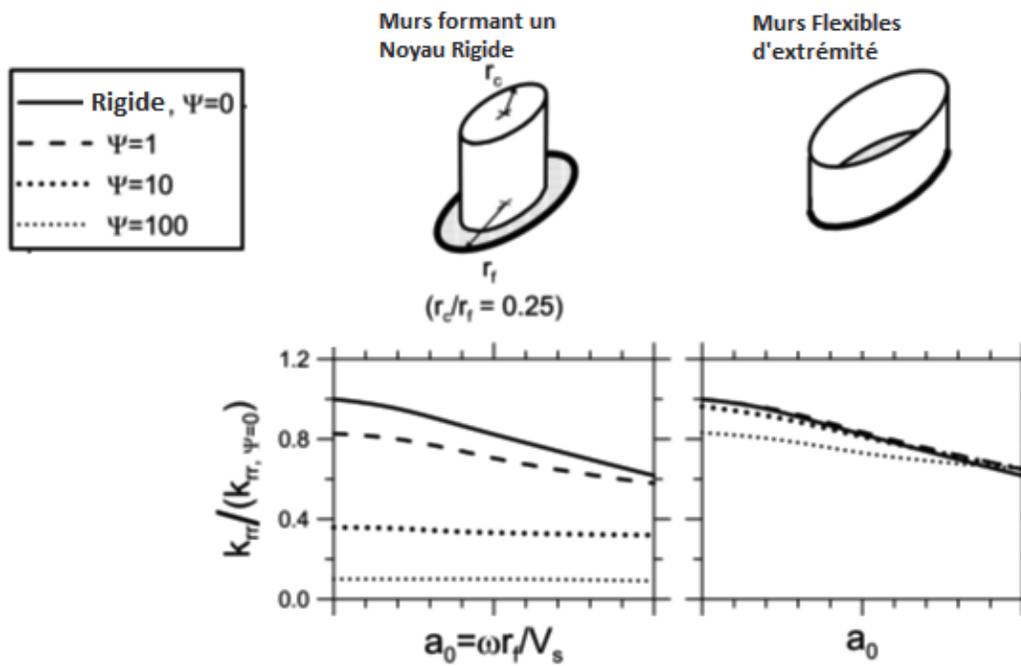


Figure 2.12 : Effet de la flexibilité des éléments de la fondation sur la raideur rotationnelle pour des fondations circulaires supportant un noyau rigide des murs (Iguchi et Luco, 1982) et murs flexible d'extrémité (Liou et Huang, 1994). (NEHRP, 2012)

D'après cette figure, il est évident qu'une fondation flexible possède une raideur rotationnelle k_{rr} plus petite qu'une fondation rigide. Cette réduction est plus significative pour des larges déviations entre la rigidité du sol et de la fondation.

Notant que l'effet de la flexibilité de la fondation sur la raideur rotationnelle k_{rr} est plus significatif dans le cas des murs formant un noyau rigide central.

3.3.3.2) Ratio d'amortissement radiatif rotationnel β_{rr}

La figure (2.13) présente les variations des ratios d'amortissements radiatifs rotationnels β_{rr} d'une fondation circulaire en fonction de la fréquence pour les différents niveaux de rigidité (mêmes niveaux pris pour l'analyse de la raideur rotationnelle k_{rr}). De même, les deux cas de configuration des murs au-dessus de la fondation sont pris dans l'analyse: (1) murs formant un noyau rigide et (2) murs flexibles d'extrémité.

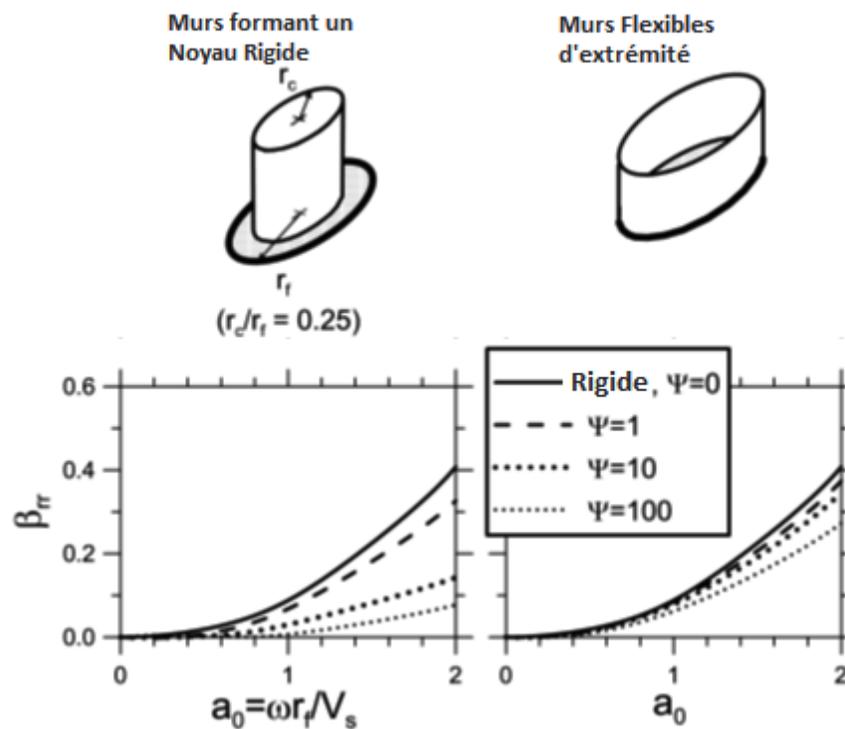


Figure 2.13 : Effet de la flexibilité des éléments de la fondation sur le ratio d'amortissement radiatif rotationnelle pour des fondations circulaires supportant un noyau rigide des murs (Iguchi et Luco, 1982) et murs flexible d'extrémité (Liou et Huang, 1994). (NEHRP, 2012)

D'après cette figure, il est évident qu'une fondation flexible possède un ratio d'amortissement radiatif rotationnel β_{rr} plus petit qu'une fondation rigide. Cette réduction est plus significative pour des larges déviations entre la rigidité du sol et de la fondation.

Notant que l'effet de la flexibilité de la fondation sur le ratio d'amortissement radiatif rotationnel β_{rr} est plus significatif dans le cas des murs formant un noyau rigide central.

3.3.4) Distribution des ressorts et amortisseurs verticaux pour une fondation flexible

La distribution des ressorts verticaux sous la fondation est présentée par la figure (2.14). Cette distribution a pour fonction la reproduction de la raideur rotationnelle totale.

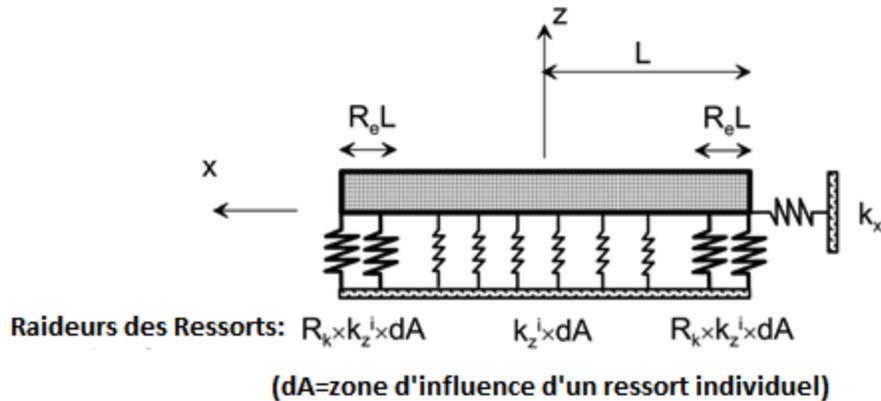


Figure 2.14 : Distribution vertical des ressorts, utilisée pour la reproduction de la raideur rotationnelle totale k_{yy} . La même géométrie peut être illustrée dans le plan y-z (en utilisant la dimension $2B$ de la fondation) pour reproduire k_{xx} . (NEHRP, 2012)

D'après NEHRP (2012), d'abord il faut calculer l'impédance de la raideur vertical en utilisant les formules des fondations rigides (présentées ci-avant dans ce chapitre). Ensuite il faut normaliser cette impédance par l'aire de la fondation afin d'obtenir l'intensité de la raideur, k_z^i (ou aussi connue comme le coefficient de réaction du sol). Ce coefficient possède les dimensions de la force par unité de longueur cubique. Il est calculé par l'expression suivante :

$$k_z^i = \frac{k_z}{4BL}$$

L'intensité de l'amortisseur peut être calculée de la même façon :

$$c_z^i = \frac{c_z}{4BL}$$

Note : k_z correspond à \bar{k} et c_z correspond à \bar{c} de l'équation (2.7).

3.3.4.1) Impédance rotationnelle non-reproduite

Comme il est illustré dans la figure (2.14), la raideur d'un ressort vertical individuel dans la partie intérieure de la fondation peut être prise comme le produit de k_z^i par l'aire influencée par ce ressort dA . Si cette approche est utilisée sur toute la longueur, la raideur verticale de la fondation sera reproduite, mais la raideur rotationnelle doit être généralement sous-estimée (NEHRP, 2012). Cela se produit parce que la réaction verticale du sol n'est pas uniforme, et a tendance à augmenter à la proximité des bords de la fondation.

En utilisant un processus similaire avec c_z^i , on doit avoir une surestimation de l'amortissement radiatif provenant de rotation. Cela se produit parce que les modes de translation (inclus translation vertical) sont des sources des amortissements radiatifs plus effectifs que les modes de rotation (NEHRP, 2012). Ceci est évident dans la figure (2.9) du paragraphe (3.1.3) qui présente des niveaux d'amortissements radiatifs plus élevés en translation qu'en rotation.

3.3.4.2) Correction de l'impédance rotationnelle

a) Correction de la raideur rotationnelle

La sous-estimation de la raideur rotationnelle est augmentée par l'insertion des ressorts plus raides aux bords de la fondation et sur une longueur $R_e L$ comme il est illustré dans la figure (2.14). Par combinaison de ces ressorts avec celles de la partie intérieure, la raideur rotationnelle totale de la fondation sera reproduite.

La raideur de chaque ressort individuel est augmentée en la multipliant par un facteur R_k , qui est calculé en fonction du rapport de longueur d'extrémité R_e , comme le suivant :

$$\text{Rotation}(yy) : R_{k,yy} = \frac{\left(\frac{3k_{yy}}{4k_z^i B L^3}\right) - (1-R_e)^3}{1 - (1-R_e)^3}$$

$$\text{Rotation}(xx) : R_{k,xx} = \frac{\left(\frac{3k_{xx}}{4k_z^i B^3 L}\right) - (1-R_e)^3}{1 - (1-R_e)^3}$$

La valeur de R_e dans ces formules peut être choisie (typiquement dans la gamme de 0,3 à 0,5).

k_{yy} et k_{xx} , sont les termes d'impédance de la raideur rotationnelle d'une fondation rigide autour de l'axe yy et xx respectivement.

Cette correction pour la raideur rotationnelle, ne conserve pas l'impédance de la raideur verticale originale k_z . En général, ceci est considéré comme une approximation acceptable, car la rotation est le mode de vibration de la fondation le plus critique pour la plus part des structures (NEHRP, 2012).

b) Correction de l'amortissement rotationnel

La surestimation de l'amortissement rotationnel est réduite par un facteur R_c , sur toute la longueur et la largeur de la fondation. Ce facteur est calculé en fonction de celui de la raideur R_k , et du rapport de longueur d'extrémité R_e , comme suit :

$$\text{Rotation}(yy) : R_{c,yy} = \frac{\left(\frac{3c_{yy}}{4c_z^i B L^3} \right)}{R_{k,yy}(1-(1-R_e)^3) + (1-R_e)^3}$$

$$\text{Rotation}(xx) : R_{c,xx} = \frac{\left(\frac{3c_{xx}}{4c_z^i B^3 L} \right)}{R_{k,xx}(1-(1-R_e)^3) + (1-R_e)^3}$$

c_{yy} et c_{xx} , sont les termes d'impédance d'amortissement radiatif rotationnel d'une fondation rigide autour de l'axe yy et xx respectivement.

3.3.5) Distribution des ressorts horizontaux

Dans la direction horizontale, l'utilisation d'une distribution verticale des ressorts horizontaux dépend fortement du fait que l'analyse est à deux dimensions ou à trois dimensions, et si la fondation est encastree ou non dans le sol. Des recommandations de distribution des ressorts pour les cas cités ci-avant sont données dans NEHRP (2012) :

- Dans le cas d'analyse 2D d'une fondation de surface, le ressort horizontale caractérisant la fonction d'impédance horizontale est directement appliquée à la fondation comme il est montré dans la figure (2.14).
- Dans le cas d'analyse 2D d'une fondation encastrée, on peut appliquer au ressort au niveau de la base du radier, la raideur horizontale k_x/η_x (alors sans tenir compte de modification due à l'encastrement où η_x présente le facteur de modification). Puis on procède à positionner les ressorts sur la hauteur des murs de la fouille avec une raideur cumulative égale à $k_x(1 - 1/\eta_x)$.
- Dans le cas d'analyse 3D, les ressorts sont uniformément distribués autour du périmètre de la fondation dans les deux directions horizontaux. La somme des raideurs des ressorts dans une direction donnée, doit être égale à la raideur obtenue de la fonction d'impédances.

4) Période effective d'un système Sol-Structure

4.1) Formule simplifiée d'un système à 1DDL

4.1.1) Formule de Veletsos et Meek (1974)

La formule de Veletsos et Meek est détaillée dans NEHRP (2012) comme le suivant :

Tous d'abord, on considère une structure à un degré de liberté à base fixe (fondation rigide sur sol rigide) et avec une raideur k , et masse m , comme il est montré dans la figure (2.15a). Une force statique F est appliquée sur la masse de ce système dans la direction x . Cette force cause une flexion de la structure et par suite un déplacement Δ de la masse m en haut de la structure:

$$\Delta = \frac{F}{K} \quad (\text{équation, 2.12})$$

La fréquence vibrationnel naturelle non amortie ω et la période T sont :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{équation, 2.13})$$

Substituant l'équation (2.12) dans l'équation (2.13), l'expression du carré de la période est:

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{(F/\Delta)} = (2\pi)^2 \frac{m\Delta}{F} \quad (\text{équation, 2.14})$$

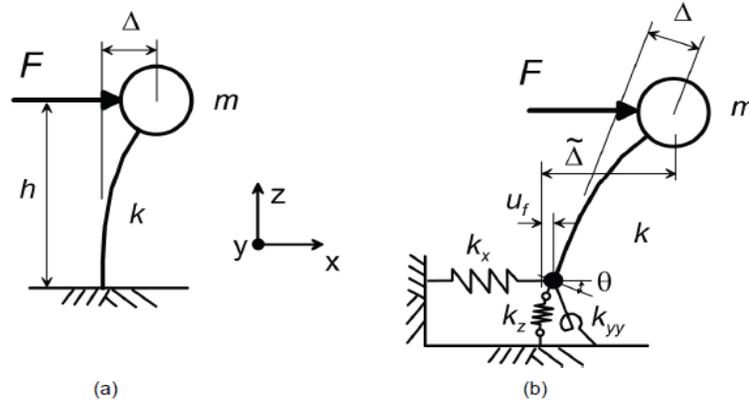


Figure 2.15 : Représentations schématique des déformations provoquées par la force appliquée sur: (a) structure à base fixe ; (b) structure avec flexibilité verticale, horizontale, et rotationnelle à sa base. (NEHRP, 2012)

Ensuite, on considère la même structure mais avec une base flexible (fondation rigide sur sol flexible). La flexibilité du sol est représentée par trois ressorts (vertical, horizontal et rotationnel) comme il est montré dans la figure (2.15b). La raideur du ressort vertical dans la direction z est notée k_z , la raideur du ressort horizontal dans la direction x est notée k_x , et la raideur du ressort rotationnel est notée k_{yy} représentant la rotation autour de l'axe y-y et dans le plan x-z. Si on applique la même force F sur ce système, on doit avoir un déplacement de la masse m égal au déplacement engendré par la structure à base fixe, mais aussi on doit avoir un déplacement du ressort horizontal u_f causé par le cisaillement (F) à la base, et une rotation θ du ressort rotationnel causée par le moment à la base ($F \times h$). Alors le déplacement total de la masse m en haut de la structure $\tilde{\Delta}$ sera :

$$\tilde{\Delta} = \frac{F}{k} + u_f + \theta \cdot h$$

$$\tilde{\Delta} = \frac{F}{k} + \frac{F}{k_x} + \left(\frac{F \cdot h}{k_{yy}} \right) h \quad (\text{équation, 2.15})$$

Si l'expression de $\tilde{\Delta}$ est substituée dans l'équation (2.14), une expression d'une période pour base flexible \tilde{T} est obtenue :

$$\tilde{T}^2 = (2\pi)^2 \frac{m\tilde{\Delta}}{F} = (2\pi)^2 m \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k_x} + \frac{h^2}{k_{yy}} \right) \quad (\text{équation, 2.16})$$

Si les équations (2.16) et (2.13) sont combinées, on obtient l'expression de l'allongement de la période (Veletsos et Meek, 1974) :

$$\frac{\tilde{T}}{T} = \sqrt{1 + \frac{k}{k_x} + \frac{k \cdot h^2}{k_{yy}}} \quad (\text{équation, 2.17})$$

L'équation (2.17) peut être appliquée à une structure à plusieurs degrés de libertés en prenant la hauteur h égale à la hauteur du centre de la masse pour le premier mode de vibration (NEHRP, 2012). Dans BSSC/NEHRP (2003), cette hauteur est prise à 70% de la valeur de la hauteur totale. Pour les structures où la force de gravité est effectivement concentrée sur un seul niveau, la hauteur effective doit être prise égale à la hauteur à ce niveau. Selon NEHRP (2012), l'allongement de la période est appliqué seulement sur la période du premier mode.

- k , c'est la raideur de la structure à base fixe. Elle est estimée dans BSSC/NEHRP(2003) par l'expression suivante :

$$K = 4\pi^2 \left(\frac{\bar{W}}{g \cdot T^2} \right) \quad (\text{équation, 2.18})$$

Avec :

- \bar{W} : force de gravité effective de la structure qui doit être prise égal à 70% de la valeur total du force de gravité. Pour les structures où la force de gravité est effectivement concentrée sur un seul niveau, \bar{W} doit être prise éagl à W .
 - g : accélération due à la gravité.
 - T : période de la structure à base fixe.
- k_x et k_{yy} , l'impédance de la raideur horizontale et rotationnelle respectivement, peuvent être estimée pour des fondations rectangulaires ou circulaires d'après le paragraphe (2) tout en prenant en compte l'effet des différents facteurs sur ces raideurs (paragraphe 3).

4.1.2) Formule du BSSC (2003)

Le règlement BSSC/NEHRP (2003) propose aussi l'utilisation d'une formule similaire pour une structure fondée sur dalle :

$$\frac{\tilde{T}}{T} = \sqrt{1 + 25\alpha \left(\frac{r_a \bar{h}}{V_s^2 T^2} \right) \left[1 + \left(\frac{1.12 r_a \bar{h}^2}{\alpha_\theta r_m^3} \right) \right]} \quad (\text{équation, 2.19})$$

Dans cette formule :

- $\bar{h} = 0.7h$
- α : paramètre relatif de la densité de structure et du sol, définie par : $\alpha = \frac{\bar{w}}{\gamma A_0 \bar{h}}$
où γ est le poids unitaire moyen des sols et A_0 est l'aire de la fondation.
- α_θ : modificateur dynamique de la raideur rotationnelle.
- $r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$ et $r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}}$, où A_0 est l'aire de la fondation et I_0 est le moment statique d'inertie de la fondation autour d'un axe central horizontale perpendiculaire à la direction dans laquelle la structure est analysée.
- V_s : vitesse de l'onde de cisaillement

4.1.3) Effet des caractéristiques Sol-Structure sur la période fondamentale \tilde{T} d'un système Sol-Structure à 1 DDL

La figure (2.16) montre les résultats de la variation du ratio d'allongement de la période \tilde{T}/T (période à base flexible / période à base fixe) en fonction du ratio de rigidité structure/sol ($h/V_s T$) et pour différents ratios d'aspects de la structure (h/B) (hauteur / demi largeur de la fondation). Ces résultats sont obtenus en utilisant une fondation carrée ($L = B$) reposant sur un demi-espace isotrope et homogène avec une vitesse des ondes de cisaillement V_s . Dans ces analyses, le ratio du poisson du sol (ν) est pris égale à 0.33 et le ratio de la masse structure/sol ($m/\rho_s 4 B L h$) est pris égale à 0.15. Selon Stewart et al. (1999), la sensibilité de \tilde{T}/T au ratio de la masse est modeste (variation $\pm 10 - 15\%$ pour une gamme raisonnable des ratios de masse).

La vitesse des ondes de cisaillement est évaluée par l'expression suivante : $V_s = \sqrt{G/\rho_s}$ où G est le module de cisaillement du sol et ρ_s est la masse volumique du sol.

L et B , sont la demi-longueur et la demi-largeur respectivement.

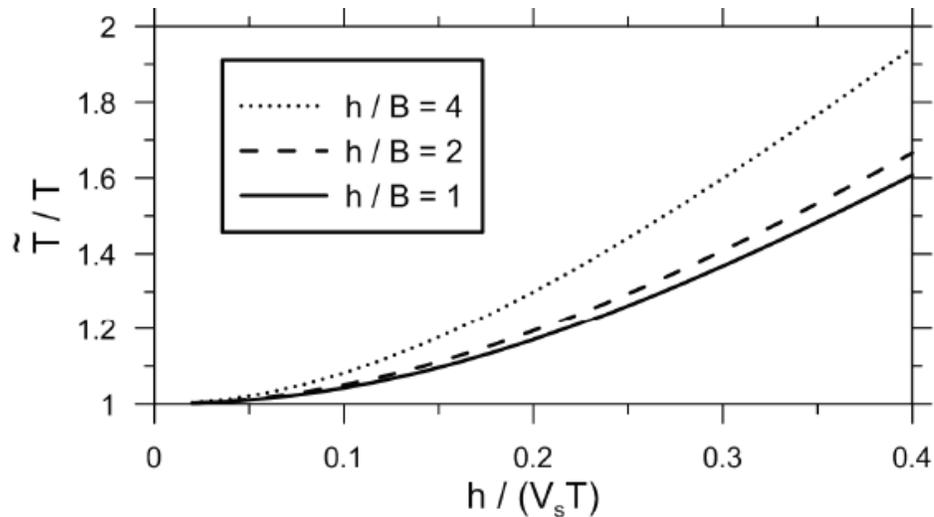


Figure 2.16 : Variation du ratio d'allongement de la période (\tilde{T}/T) en fonction du ratio de la rigidité structure/sol pour des fondations carrées ($L = B$) et pour des ratios (h/B) variables. Dans cette analyse, $\nu = 0.33$, $(B/L) = 1$, amortissement hystérique du sol $\beta_s = 0$ et le ratio de masse = 0.15.

Il est évident dans cette figure que le ratio d'allongement de la période \tilde{T}/T augmente d'une façon claire avec l'augmentation du ratio de rigidité structure/sol ($h/V_s T$). Cela montre que plus le sol soit flexible (V_s faible) et/ou la structure rigide (h/T élevé), plus l'effet d'ISS sur la réponse dynamique (modale) est important. Ainsi, si on considère que tous les facteurs dans la figure (2.16) sont égaux, on constate une augmentation du ratio d'allongement de la période (\tilde{T}/T) avec l'augmentation du ratio d'aspect h/B . Cette augmentation du ratio (\tilde{T}/T) est due à l'augmentation du moment de renversement à la base et de la rotation de la fondation θ . Alors, l'influence de l'ISS sur la réponse modale augmente avec l'augmentation de la hauteur de la structure.

4.2) Abaque proposé par Khalil, Sadek et Shahrour (2007) pour les structures à plusieurs degrés de libertés

Les formules données précédemment pour l'estimation de la période effective \tilde{T} sont applicables aux cas des systèmes à 1 seul degré de liberté (Khalil et al, 2007). En effet et d'après Khalil et al, Stewart et al. (1999) ont réalisé des expérimentations sur 57 bâtiments. Les essais ont été analysés à l'aide des formules simplifiées proposées par Veletsos et Meek (1974), Veletsos et Nair (1975) et Bielak (1975). Ces analyses montrent que ces formules donnent de bons résultats pour les structures à 1 DDL, mais qu'elles ne s'appliquent pas aux systèmes à plusieurs DDL.

L'abaque proposé par Khalil et al. pour l'estimation de la fréquence fondamentale des structures à plusieurs degrés de liberté, est basé sur une immense étude paramétrique pour différentes configuration de structure (portique) en faisant varier les paramètres affectant la fréquence. Ces paramètres sont la vitesse de l'onde de cisaillement (V_s) qui caractérise le sol, l'aire de la fondation (A) qui caractérise la fondation ainsi que six paramètres qui caractérisent la structure et qui sont la hauteur de l'étage (h), le moment d'inertie des éléments résistants verticaux (I_p), le modul d'Young des éléments resistant verticaux (E_p). L'influence des dimensions de la fondation (b/a) et de l'ouverture du portique (L) sur la variation de la fréquence, sont trouvés très faible. C'est pour cela ces deux paramètres ne sont pas pris en compte dans l'analyse. Les deux premiers paramètres sont ceux qui contrôlent les formules des raideurs des ressorts utilisés dans cette analyses. Les raideurs des ressorts en translation et en rotation utilisées dans cette analyse, sont déterminées à l'aide des formules suivantes (Newmark et Rosemblyeth 1971) :

- Translation verticale :
$$K_V = \frac{G_s}{(1-\nu)} \beta_z \sqrt{A}$$
- Translation horizontale :
$$K_h = 2(1 + \nu) G_s \beta_x \sqrt{A}$$
- Rotation :
$$K_\theta = \frac{1+\nu}{4} G_s \beta_x (a^2 + b^2) \sqrt{A}$$

Avec :

- $G_s = \frac{E}{2(1+\nu)}$
- A : aire de la fondation.

- a : dimension parallèle à la direction du séisme.
- b : dimension perpendiculaire à la direction du séisme.
- β_x et β_z : paramètres dépendant du rapport a/b .
- ν : coefficient de Poisson.

Dans un premier temps, Khalil et al. ont effectué l'analyse pour un portique simple comportant un seul étage et une seule ouverture en variant les différents paramètres affectant la fréquence. Le modèle de cette portique est présenté par la figure (2.17). Une analyse statistique est menée sur les résultats obtenues qui sont illustrés dans le tableau (A) de l'annexe. Cette analyse a permis la détermination d'un paramètre adimensionnel, appelé « rigidité relative sol-structure K_{SS} » :

$$K_{SS} = \frac{\rho \times V_s^2 \times h^3 \sqrt{\frac{A}{A_0}}}{E_p \times (I_p)^{3/4}} \quad (\text{équation, 2.20})$$

- A_0 : surface de référence égal à (1 m^2) . Cette surface est introduite pour que K_{SS} reste adimensionnel.

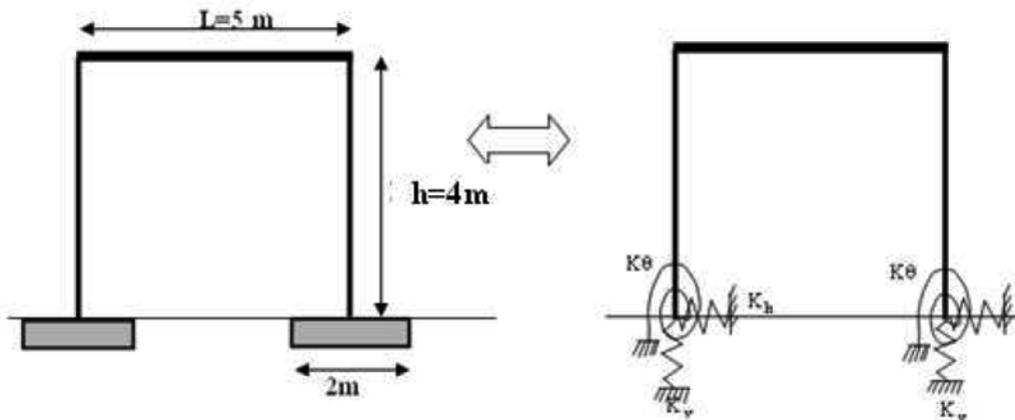


Figure 2.17 : Modèle d'une structure d'un seul étage. (Khalil et al. 2007)

En utilisant ce paramètre, Khalil et al. ont construit un abaque (figure 2.18) qui présente la variation de la fréquence fondamentale de la structure en fonction de K_{SS} et en prenant en compte l'interaction sol-structure.

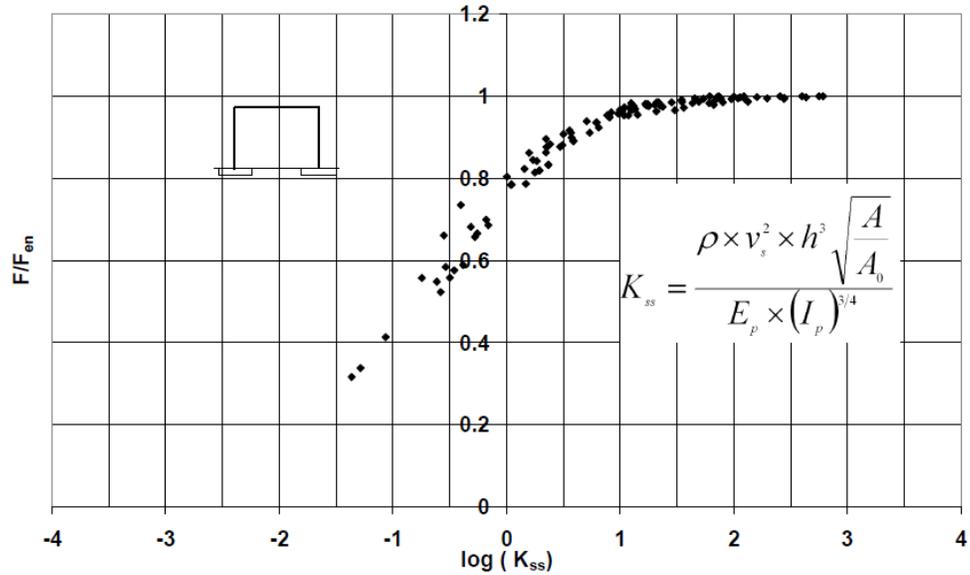


Figure 2.18 : Influence de la rigidité relative K_{ss} sur la fréquence d'une structure à un seul étage et à une seule ouverture (à partir des données du tableau A.1). (Khalil, 2009)

Ensuite Khalil et al. ont généralisé l'étude pour des structures à plusieurs degrés de libertés en incluant les paramètres N_b , N_0 et N_e (nombre d'ouverture dans le sens horizontal et transversal et nombre d'étages respectivement).

En premier temps, ils ont varié le nombre d'étages (N_e) pour une seule ouverture tout en variant aussi les paramètres affectant la fréquence. Le tableau (B) de l'annexe donne une synthèse des résultats obtenus. Ces résultats ont été reportés dans le plan $(F/F_{en}, K_{ss})$ en prenant pour K_{ss} l'expression suivante :

$$K_{ss} = \frac{\rho \times V_s^2 \times h^3 \sqrt{\frac{A}{A_0}}}{N_e \times E_p \times (I_p)^{3/4}} \quad (\text{équation, 2.21})$$

L'abaque de la figure (2.19) montre l'allure de variation de F / F_{en} en fonction de K_{ss} pour une structures à plusieurs étages (entre 3 et 10) et à une seule ouverture.

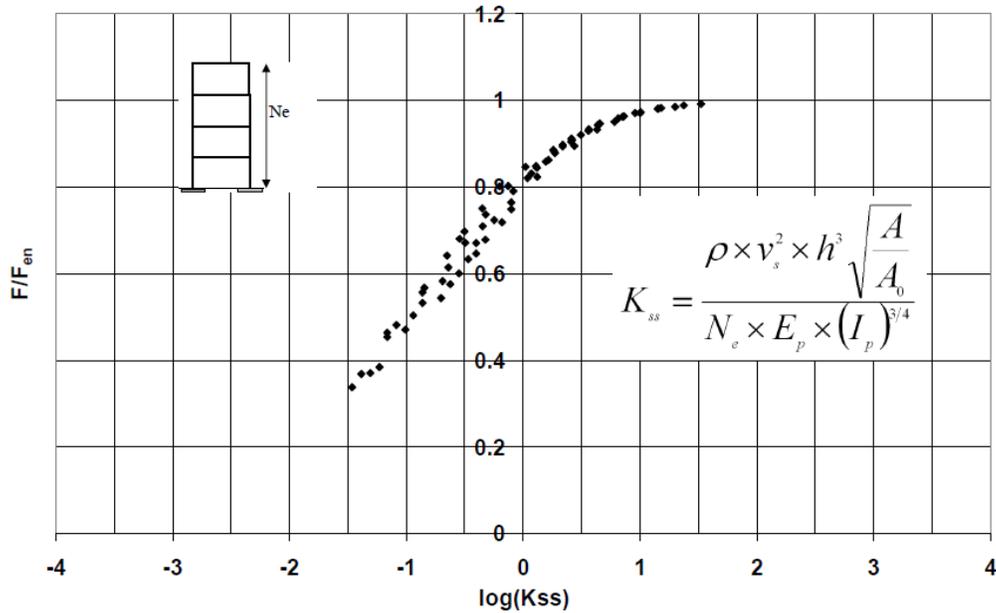


Figure 2.19 : Influence de la rigidité relative K_{ss} sur la fréquence d'une structure à plusieurs étages (entre 3 et 10) et à une seule ouverture (à partir des données du tableau A.2). (Khalil, 2009)

Ensuite des études sont menées en variant le nombre d'ouvertures dans les deux directions (N_0 et N_e) pour différentes configuration du sol. Le tableau (C) de l'annexe donne une synthèse des résultats obtenus en faisant varier les caractéristiques mécaniques et géométriques de la structure. Ces résultats ont été reportés dans le plan $(F/F_{en}, K_{SS})$ en prenant pour K_{SS} l'expression suivante :

$$K_{SS} = \frac{N_0 \times N_b \times \rho \times V_s^2 \times h^3 \sqrt{\frac{A}{A_0}}}{N_e \times E_p \times (I_p)^{3/4}} \quad (\text{équation, 2.22})$$

Avec :

- V_s : vitesse des ondes de cisaillement (m/s).
- E_p et I_p : module de Young (MPa) et moment d'inertie des poteaux (m^4).
- h : hauteur de niveau (m).
- A : aire moyenne des fondations (m^2).
- N_e , N_0 et N_b : nombre d'étages, et d'ouvertures du bâtiment dans les directions longitudinale et transversale.

L'abaque de la figure (2.20) présente les résultats du tableau (C) de l'annexe. Cet abaque peut être utilisé pour déterminer la fréquence fondamentale d'une structure à plusieurs niveaux et à plusieurs ouvertures en prenant en compte la rigidité de l'ensemble sol-fondation à l'aide du paramètre «rigidité relative K_{ss} » de l'équation (2.22).

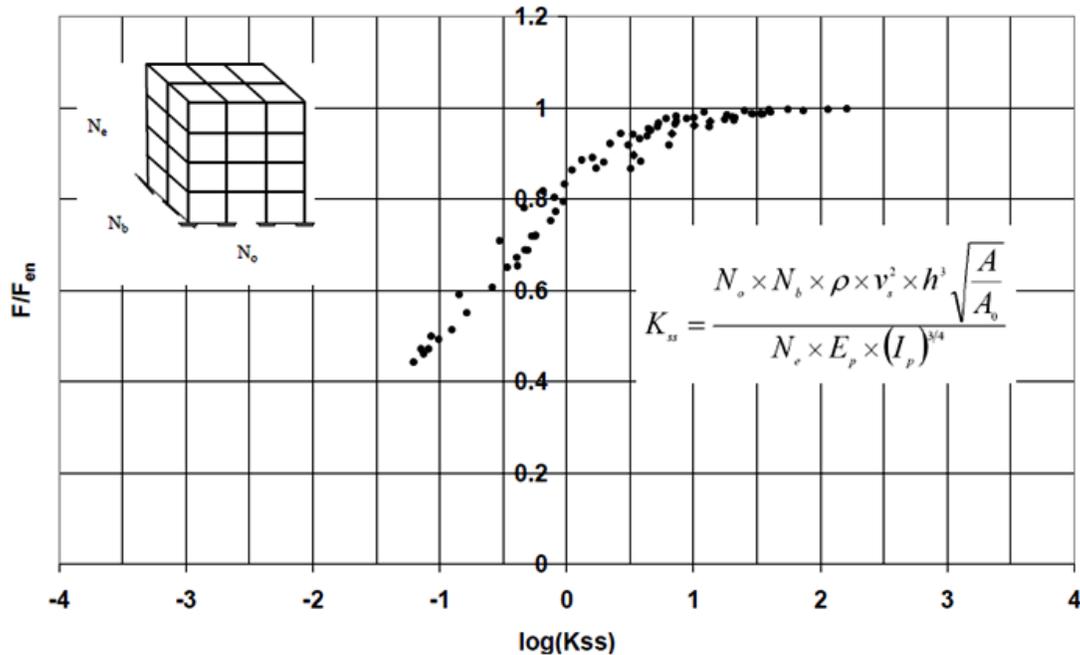


Figure 2.20 : Abaque pour la considération de l'ISS dans la détermination de la fréquence (période) fondamentale des bâtiments (à partir des données du tableau A.3). (Khalil, 2009)

Noter que dans les abaques ci-avant, il est évident que les valeurs du rapport F/F_{en} s'inscrivent dans un faisceau très serré, ce qui indique la possibilité de leur utilisation dans la détermination de la fréquence fondamentale d'une structure en prenant en compte la rigidité de l'ensemble sol-fondation.

5) Amortissement effectif d'un système Sol-Structure

5.1) Amortissement de la fondation β_f pour les systèmes Sol-Structure à 1DDL

Cet amortissement est associé avec l'interaction sol-fondation et il est composé en deux parties : (1) amortissement hystérétique (amortissement matériel) due aux non linéarité dans le sol, et (2) amortissement radiatif due au radiation de l'énergie dans le sol sous forme des ondes. Des études faites par Stewart et al, ont montrés que β_f est compris entre environ 0% à 25% (NEHRP, 2012).

5.1.1) Formule de Wolf (1985)

L'expression donnée par Wolf pour l'amortissement de la fondation β_f , est la suivante (NEHERP, 2012):

$$\beta_f = \left[\frac{(\tilde{T}/T)^{n_s} - 1}{(\tilde{T}/T)^{n_s}} \right] \beta_s + \frac{1}{(\tilde{T}/T_x)^{n_x}} \beta_x + \frac{1}{(\tilde{T}/T_{yy})^{n_{yy}}} \beta_{yy} \quad (\text{équation, 2.23})$$

Où β_s est l'amortissement hystérétique du sol, β_x et β_{yy} sont les ratios de l'amortissement liés à l'amortissement radiatif provenant des modes de translation et de rotation respectivement, et T_x et T_{yy} sont les périodes de vibrations fictives, en tenant compte dans leur calcul que la seule source de vibration, est la translation ou la rotation de la fondation. Ces périodes sont évaluées comme suit:

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_x}} \quad , \quad T_{yy} = 2\pi \sqrt{\frac{mh^2}{k_{yy}}} \quad (\text{équation, 2.24})$$

l'exposant n_s , n_x et n_{yy} dépendent de la forme spécifique de l'amortissement associée aux composants respectifs de l'amortissement de la fondation. Ces exposants sont pris égaux à 3 si les amortissements sont considérés linéairement visqueux, tandis qu'ils sont pris égaux à 2 si les amortissements ne sont pas linéairement visqueux (amortissement hystérétique) (NEHERP, 2012).

5.1.2) Règlement BSSC (3002)

Dans BSSC/NEHRP (2003) et après modification dans NEHRP (2009), l'amortissement de la fondation peut être estimé d'après la figure (2.21) en fonction du ratio de l'allongement de la période \tilde{T}/T et du ratio d'aspect h/r . Cet amortissement, inclut l'amortissement hystérétique et radiatif de sol.

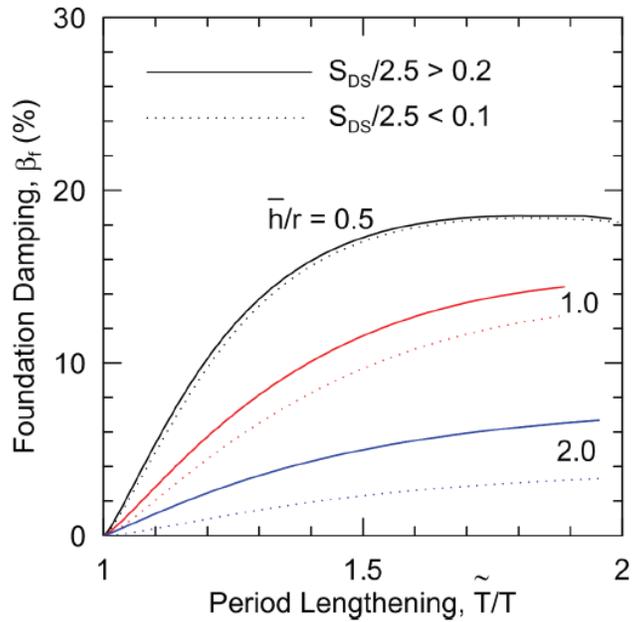


Figure 2.21 : Facteur d'amortissement de la fondation. (NEHRP 2009)

Pour les valeurs de $S_{DS}/2.5$ entre 0.1 et 0.2, la valeur de β_f doit être déterminée par interpolation linéaire entre les lignes pleines et les lignes pointillées de la figure (2.21).

La quantité r dans la figure (2.21) est une longueur caractéristique de la fondation qui doit être déterminée comme suit:

Pour $\frac{\bar{h}}{L_0} \leq 0.5$ (*structure peu élancée*), $r = r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$

Pour $\frac{\bar{h}}{L_0} \geq 1$ (*structure élancée*), $r = r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}}$

- \bar{h} , est la hauteur du centre de la masse pour le premier mode de vibration. En général $\bar{h} = 0.7h$
- L_0 , c'est la longueur totale du côté de la base de la fondation dans la direction en cours d'analyse

Pour les valeurs intermédiaires de $\frac{\bar{h}}{L_0}$, r doit être déterminé par interpolation linéaire.

5.1.3) Effet des caractéristiques Sol-Structure sur l'amortissement radiatif de la fondation β_f d'un système Sol-Structure à 1DDL

La figure (2.22) montre les résultats obtenus dans (NEHRP, 2012) de la variation de l'amortissement radiatif de la fondation β_f (l'amortissement hystérétique $\beta_s = 0$) en fonction du ratio de rigidité structure/sol ($h/V_s T$) et pour différents ratios d'aspects (h/B) (hauteur / demi largeur de la fondation). Dans ces analyses, on a utilisé les mêmes modèles qui sont pris dans celle de la période fondamentale (paragraphe 4.1.3). La sensibilité de l'amortissement de la fondation β_f au ratio de la masse ($m/\rho_s 4 B L h$) est faible (Stewart et al,1999).

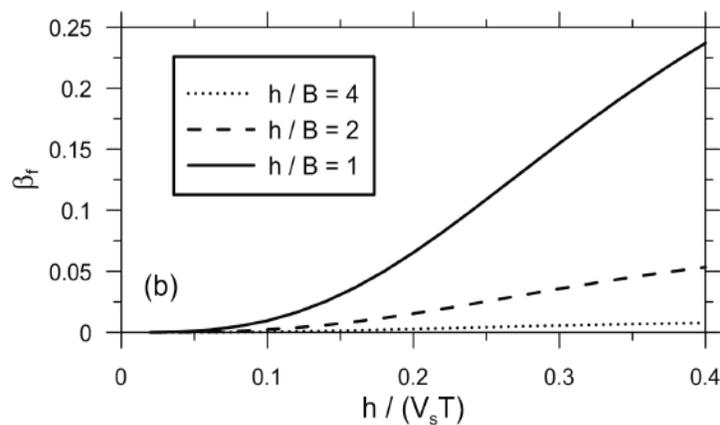


Figure 2.22 : Variation de l'amortissement de la fondation β_f en fonction du ratio de la rigidité structure/sol pour des fondations carrées ($L = B$) et pour des ratios (h/B) variables. Dans cette analyse, $\nu = 0.33$, $(B/L) = 1$, amortissement hystérétique du sol $\beta_s = 0$, ratio de masse = 0.15, et exposant $n = 2$. (NEHRP, 2012)

Il est constaté d'après la figure (2.22) que l'amortissement radiatif augmente fortement avec l'augmentation du ratio de la rigidité. Ainsi, plus le sol soit flexible (V_s faible) et/ou la structure rigide (h/T élevé), plus l'amortissement radiatif β_f augmente. Considérant que tous les autres termes sont fixes, il est constaté aussi que β_f diminue avec l'augmentation du ratio d'aspect h/B . Cela indique que les mouvements latéraux de la fondation (qui domine à des ratios h/B faibles) dissipent l'énergie dans le sol d'une façon plus efficace que les mouvements de rotation (qui domine à des ratios h/B hauts).

5.2) Amortissement total du système Sol-Structure β_0

L'amortissement total d'un système β_0 à base flexible est la contribution de l'amortissement de la fondation β_f et celle de la structure à base fixe β_i .

$$\beta_0 = \beta_f + \frac{1}{(\tilde{T}/T)^n} \beta_i \quad (\text{équation, 2.25})$$

β_i est généralement pris égal à 5% pour les systèmes structuraux typiques.

L'exposant n est pris égal à 3 pour l'amortissement linéaire visqueux de la structure, et 2 pour l'amortissement hystérétique (NEHRP, 2012).

6) Analyse spectrale

6.1) Rôle bénéfique d'ISS

La figure (2.23) montre la forme générale des spectres de réponse sismique utilisés par les codes sismiques. Comme il est évident dans cette figure, les codes sismiques de notre jour utilisent des spectres de calcul idéalisés qui au delà d'une certaine période (d'un ordre de 0.4s à 1s en général, dépendant des conditions du sol) l'accélération sera constante et puis elle décroît d'une façon monotone avec le croisement de la période (généralement en proportion de T^{-1} ou $T^{-2/3}$).

Comme la considération de l'ISS doit amener à une augmentation de la période fondamentale et de l'amortissement du système (figure, 2.23), alors cette considération conduit invariablement à une réponse sismique plus faible et par suite à des accélérations et des contraintes (efforts tranchant et moment fléchissant à la base) plus faibles dans la structure et ses fondations.

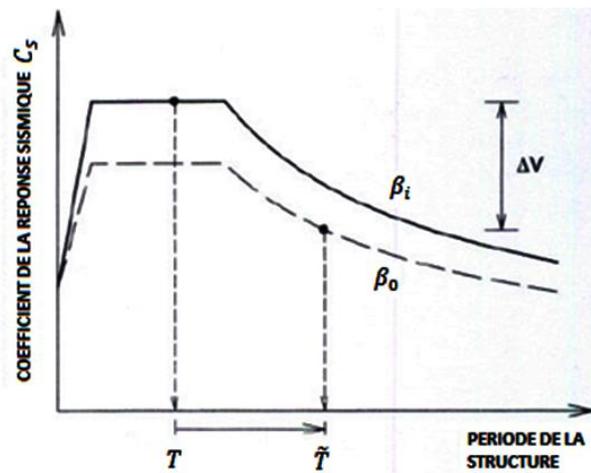


Figure 2.23: Réduction dans la conception de cisaillement à la base en raison d'ISS selon le code sismique NEHRP-97. (Mylonakis et Gazeta, 2000)

Par exemple, la réduction de l'effort tranchant à la base est pris dans BSSC/NEHRP (2009) comme suit :

$$\Delta V = \left[C_S - \tilde{C}_S \left(\frac{0.05}{\beta_0} \right)^{0.4} \right] \bar{W}$$

Avec :

- C_S : le coefficient de la réponse sismique déterminé par utilisation de la période fondamentale naturel de la structure à base fixe.
- \tilde{C}_S : le coefficient de la réponse sismique déterminé par utilisation de la période effective de la structure à base flexible.
- $\left(\frac{0.05}{\beta_0} \right)^{0.4}$: c'est un terme qui représente la réduction de l'ordonnée spectral associée avec le changement de l'amortissement d'une valeur $\beta_i = 0.05$ (amortissement structurel à base fixe), à une valeur β_0 (amortissement de la structure à base flexible).
- \bar{W} : force de gravité effective de la structure qui doit être pris égale à 70% de la valeur total de la force de gravité. Pour les structures où la force de gravité est effectivement concentrée sur un seul niveau, \bar{W} doit être pris éagl à W .

Ainsi et pour les raisons données ci-avant les codes sismiques, souvent ne prennent pas en compte l'ISS dans l'analyse dynamique considérant que ne pas prendre ce phénomène est une simplification conservative (Mylonakis et Gazetas, 2000).

Il faut noter que l'ISS peut augmenter le cisaillement à la base pour les structures à court période (sur la pente ascendante du spectre sismique), mais c'est un cas rare pour les bâtiments (NEHRP, 2012).

6.2) Rôle préjudiciable d'ISS

D'après Mylonakis et Gazetas (2000), la perception bénéfique du rôle de l'ISS est une simplification excessive qui peut conduire à une conception dangereuse pour la superstructure ainsi que pour la fondation. En effet, les spectres réels se diffèrent du spectre conventionnel fixé par le code. La figure (2.24) ci-dessous présente une comparaison entre un spectre conventionnel

pour un sol souple (flexible) et profond à des autres réponses spectrales réelles. Tous les spectres enregistrés atteignent leur maximum à des périodes supérieures à 1s. On remarque dans le cas du record du (Mexico City SCT), qu'on a une grande valeur spectrale. Cette grande valeur est le résultat de la mise en résonance entre le dépôt de sol et les ondes sismiques qui arrivent.

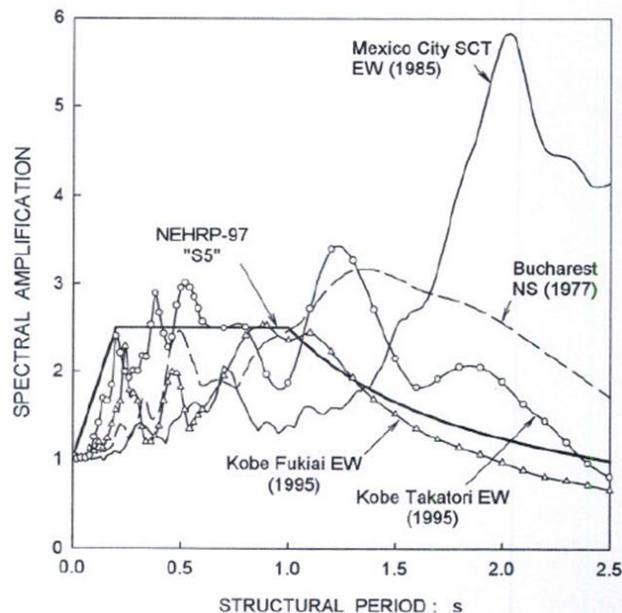


Figure. 2.24: Comparaison d'un spectre sismique typique de conception de code aux spectres réels des tremblements de terre catastrophiques; $\beta_i = 5\%$. (Mylonakis et Gazeta, 2000)

Il est donc évident qu'une augmentation de la période fondamentale due à l'ISS peut conduire à une augmentation de la réponse sismique. Ce qui contredit l'attente incitée par le spectre de conception classique. Il faut noter que les trois séismes présentés dans la figure (2.24) induit des dommages associés à des effets d'ISS. En effet, le séisme du Mexique (Mexico City) a été particulièrement destructeur pour les bâtiments de 10 à 12 étages fondés sur argile molle dont leur période augmente de 1s (sous l'hypothèse fictive d'une base fixe) à 2s en réalité en raison de l'ISS (Mylonakis et Gazeta, 2000).

7) Conclusion

Dans ce chapitre on a constaté que l'impédance est formée de deux termes, le premier correspond à la raideur et le deuxième à l'amortissement radiatif. Chacun de ces deux termes est composé d'une partie statique et d'une autre dynamique qui varie avec la fréquence. Les

formulations existantes dans la littérature concernant ces termes sont illustrées. Ainsi que les effets des plusieurs facteurs (encastrement de la fondation dans le sol, profil du sol non-homogène et flexibilité de la fondation) sur ces termes sont présentées et analysées tout en illustrant les solutions nécessaires.

Les formules de détermination de la période fondamentale avec prise en compte d'ISS sont données pour un système à un degré de liberté par Veltsos et Meek (1974) et le règlement BSSC (2003). Ces formules peuvent être utilisées dans le cas des bâtiments à plusieurs degrés de libertés en prenant la hauteur égale à la hauteur effective du premier mode de vibration. Une autre méthode est donnée par Khalil et al. (2007) pour l'estimation de la période fondamentale avec prise en compte d'ISS en cas des bâtiments à plusieurs degrés de libertés. Cette méthode est fondée sur l'utilisation de l'abaque de la figure (2.20) qui fait intervenir un seul paramètre, appelé «rigidité relative sol-structure K_{SS} ».

Les études présentées dans ce chapitre pour un système sol-structure à 1DDL, montrent que plus le sol est flexible et/ou la structure rigide, plus l'effet d'ISS sur la réponse modale augmente (\tilde{T}/T augmente). De même, plus la structure est élevée plus cet effet est important. De ces études, on a aussi constaté que l'amortissement radiatif augmente avec la flexibilité du sol et/ou la rigidité de la structure, mais elle diminue avec l'augmentation de la hauteur de la structure.

L'effet d'ISS sur la réponse sismique des bâtiments est ainsi évalué par utilisation d'un spectre conventionnel des codes sismiques. On conclut que l'ISS réduit toujours la réponse sismique à la base (effort tranchant plus petit). Mais d'après plusieurs cas historiques documentés, il est constaté que la perception bénéfique du rôle d'ISS est une simplification excessive qui peut conduire à une conception dangereuse pour la superstructure et la fondation.

Chapitre 3

Modélisation numérique d'ISS ; Influence des caractéristiques Sol-Structure sur la Réponse Dynamique d'une structure à plusieurs degrés de liberté

1) Introduction

Ce chapitre présente une analyse détaillée de l'influence des caractéristiques sol-structure sur la réponse dynamique des structures. Dans un premier temps, nous présentons un cas de référence composé d'une structure de 5 étages. L'analyse est effectuée en utilisant le logiciel Effel-Structure. Dans un but de comprendre les paramètres clés sol/structure qui influent la réponse dynamique de notre structure, nous effectuons une étude paramétrique en fonction des principaux paramètres : type du sol, rigidité et hauteur de la structure. L'analyse concerne la période fondamentale et les efforts internes et déplacements de notre structure.

2) Hypothèses de calcul

Les hypothèses de calcul sont les suivants :

- L'analyse sismique concerne l'effet de l'interaction inertielle (les effets de l'interaction cinématique ne sont pas comptés).
- Le sol est assimilé à un milieu semi-infini élastique caractérisé par un module d'élasticité dynamique E et un coefficient de poisson ν . Le sol pris pour l'étude est horizontal et homogène.
- Le sol reste toujours dans le domaine élastique sous l'action sismique ; il n'y a pas d'excursion des grains dans le domaine anélastique, et le sol ne présente pas un risque de liquéfaction.
- Le sol est stable et on n'a pas de tassements du sol.
- Les raideurs de l'ensemble sol-fondations sont modélisées par des ressorts élastiques.

3) Analyse modale

3.1) Cas de référence : Base encastrée

La structure du cas de référence est un portique en béton armé à 2 ouvertures de 4 m chacune (figure 3.1). Ce portique possède les caractéristiques suivantes :

- Section des poteaux = $0.3 \times 0.3 \text{ m}^2$
- Section des poutres = $0.3 \times 0.3 \text{ m}^2$
- Module de Young du béton = 31000 MPa
- Nombre des étages = 5
- Hauteur d'étage = 3 m

La structure repose sur des semelles superficielles carrées en béton qui ont les dimensions suivant :

- Les semelles de rives : $2.8 \times 2.8 \text{ m}^2$
- La semelle intermédiaire : $4.5 \times 4.5 \text{ m}^2$

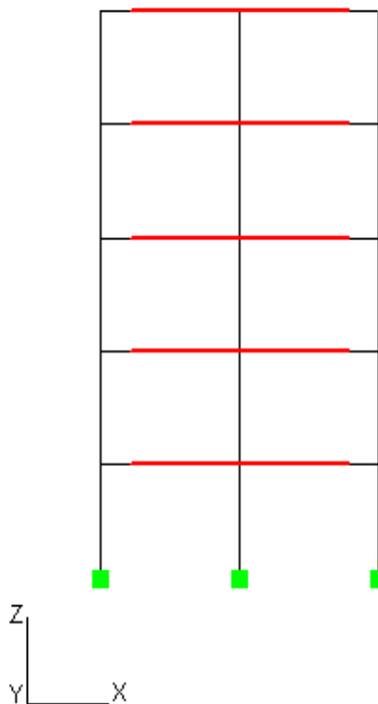


Figure 3.1 : Portique à 5 étages et 2 ouvertures (cas de référence)

L'analyse modale de cette structure avec des appuis encastrés a donné une période fondamentale : $T = 0.726 \text{ s}$

3.2) Cas 1 : Base flexible - Effet du sol support sur la réponse modale de la structure

Pour ce cas, nous modélisons la structure du cas de référence sur des sols avec des propriétés différentes. Les résultats de l'analyse modale obtenus pour le cas (1) sont comparés avec ceux du cas de référence afin de connaître l'effet du sol support sur la réponse dynamique (modal) de la structure.

3.2.1) Sols utilisés dans l'étude

Les sols utilisés dans cette étude varient progressivement d'un sol rocheux (module de Young élevé) à un sol très meuble (module de Young faible). Les sols avec leurs caractéristiques sont donnés dans le tableau suivant :

Tableau 3.1 : Caractéristiques des sols utilisés dans l'étude

Sol	Description	Classification des sites selon le PS92	Classe du sol selon l'Ec 8	Module de Young E (MPa)	Module de cisaillement G (Mpa)	Masse volumique ρ (KN/m ³)	Coefficient de Poisson ν	Vitesse des ondes de cisaillement V (m/sec)
Rocheux	Basalte	S_0	A	100000	34482	26	0.45	3641
Ferme	Argile très ferme	S_0 ou S_1	A	5000	1666	20.7	0.5	897
Meuble	Sable dense et Gravier	S_1 , S_2 ou S_3	C	200	71	20.7	0.4	185
Très meuble	Sable limoneux	S_2 ou S_3	D	50	18	18	0.35	100

3.2.2) Calcul des Raideurs des ressorts

a) Raideurs statiques

L'ensemble sol-fondation est modélisé à l'aide de 3 ressorts (Vertical K_z , Horizontal K_x et de Rotation K_θ). Pour calculer les raideurs statiques, on utilise les formule de Pais et Kausel (Chapitre 2, Tableau : 2.5) pour des fondations rectangulaires surfaciques rigides :

- Translation verticale:
$$K_z = \frac{GB}{1-\nu} \left[3.1 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.75} + 1.6 \right]$$

- Translation horizontale:
$$K_x = \frac{GB}{2-\nu} \left[6.8 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.65} + 2.4 \right]$$

- Rotation:
$$K_{yy} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[3.73 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.4} + 0.27 \right]$$

Avec L , est la demi-longueur et B , la demi-largeur.

Les raideurs statiques calculées sont illustrées dans le tableau suivant :

Tableau 3.2 : Raideurs statiques de la structure

Sol	Raideur statique KN/m					
	K_x		K_z		K_{yy}	
	App. Rive	App. Int	App. Rive	App. int	App. Rive	App. int
Rocheux	286534296.8	460501548.4	412530109.1	662994818.2	688135330.9	2856520227
Ferme	14305386.67	22990800	21924560	35235900	36572032	151814250
Meuble	571550	918562.5	778633.3333	1251375	1298826.667	5391562.5
Très meuble	140509.0909	225818.1818	182215.3846	292846.1538	303950.7692	1261730.769

b) Raideurs dynamiques

Les raideurs dynamiques sont estimées en appliquant des modificateurs dynamiques aux raideurs statiques calculées ci-avant. Les modificateurs dynamiques des raideurs statiques sont calculés d'après les formules données par Pais et Kausel (Chapitre 2, Tableau 2.9) pour des fondations rectangulaires rigides:

- Translation Verticale :
$$\alpha_z = 1 - \left[\frac{\left(0.4 + \frac{0.2}{L/B}\right)a_0^2}{\left(\frac{10}{1+3(L/B-1)}\right) + a_0^2} \right]$$

- Translation Horizontale :
$$\alpha_x = 1$$

- Rotation :
$$\alpha_{yy} = 1 - \left[\frac{0.55a_0^2}{\left(0.6 + \frac{1.4}{(L/B)^3}\right) + a_0^2} \right]$$

Avec : $a_0 = \omega B / V_s$; V_s est la vitesse des ondes de cisaillement du sol.

Les étapes de calcul des raideurs dynamiques sont les suivantes :

1. Estimation de la pulsation ω de la structure modélisée avec les raideurs statiques à sa base.
2. Calcul de $a_0 = \omega B / V_s$.
3. Calcul des modificateurs dynamiques α .
4. Application de ces modificateurs aux raideurs statiques.
5. Application des nouvelles raideurs obtenues à la structure et estimation d'une nouvelle valeur de ω .
6. Répétition des étapes 2 à 5, jusqu'à ce qu'on obtienne une valeur fixe de ω après plusieurs itérations.

Suivant ces étapes, le calcul des modificateurs dynamiques des raideurs statiques de cette structure et pour les différents sols, donne des valeurs très proches de l'unité. C'est le cas aussi pour les structures présentées ci-après avec des caractéristiques différentes. Alors on n'a pas de réduction des raideurs statiques et par suite les raideurs du tableau (3.2) sont utilisées.

3.2.3) Résultats des analyses modales – Effet du sol support sur la réponse modale de la structure

Les valeurs des périodes fondamentales obtenues pour les différents types des sols, sont illustrées dans le graphe de la figure (3.2). Ainsi que ce graphe présente la période fondamentale obtenue avec une base encastree (cas de référence) afin d'évaluer l'influence du sol support sur la réponse dynamique (modale) de la structure.

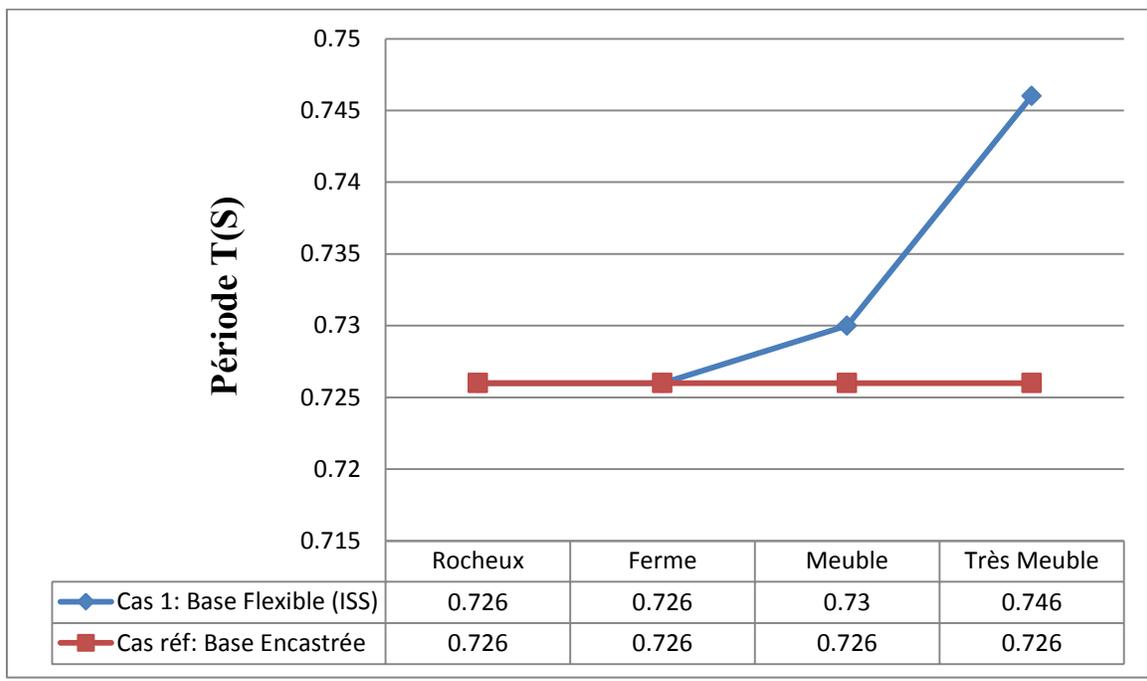


Figure 3.2 : Variation de la période fondamentale T (s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas de référence)

Il est évident d'après ce graphe, que la période fondamentale de la structure augmente avec la flexibilité du sol support.

Par comparaison des deux cas présentés dans le graphe, on trouve que les périodes fondamentales pour une **Base encastree** et pour les sols **Rocheux et Fermes** sont égales à **0.726s**. Pour les sols **Meuble et Très Meuble**, les périodes augmentent à **0.73 s et 0.746 s** respectivement ; d'où on a des augmentations de l'ordre de **0.55% et 2.75%** respectivement par rapport à la période obtenue avec une base encastree. Alors dans le cas d'un sol rigide, la prise en compte de l'ISS dans l'analyse n'influe pas la réponse dynamique des structures, tandis que sa

prise en compte dans le cas d'un sol flexible influe cette réponse. Dans ce cas cette influence est faible (2.75% d'augmentation par rapport à la période à base fixe pour un sol très meuble) car la structure présente une flexibilité importante. Plus tard dans ce chapitre, on doit avoir des niveaux d'influence plus élevés avec les modifications des paramètres de la structure (rigidité et hauteur).

3.3) Effet de la rigidité de la structure sur la réponse modale

Afin de connaître l'effet de la rigidité de la structure sur la réponse dynamique (modale) en cas d'ISS, nous comparons les résultats de l'analyse modale qui devront être obtenus pour chacun des cas (2, 3 et 4) avec ceux obtenus pour le cas (1).

3.3.1) Cas 2 : Effet de la rigidité des éléments verticaux (Poteaux)

Pour ce cas, nous augmentons les sections des poteaux de $0.3 \times 0.3 \text{m}^2$ à $0.5 \times 0.5 \text{m}^2$ et le module de Young des poteaux de 31000 MPa à **44000 MPa**. Les propriétés des poutres ne sont pas changées.

Le graphe suivant illustre les résultats des périodes obtenus avec les deux cas : 1 et 2

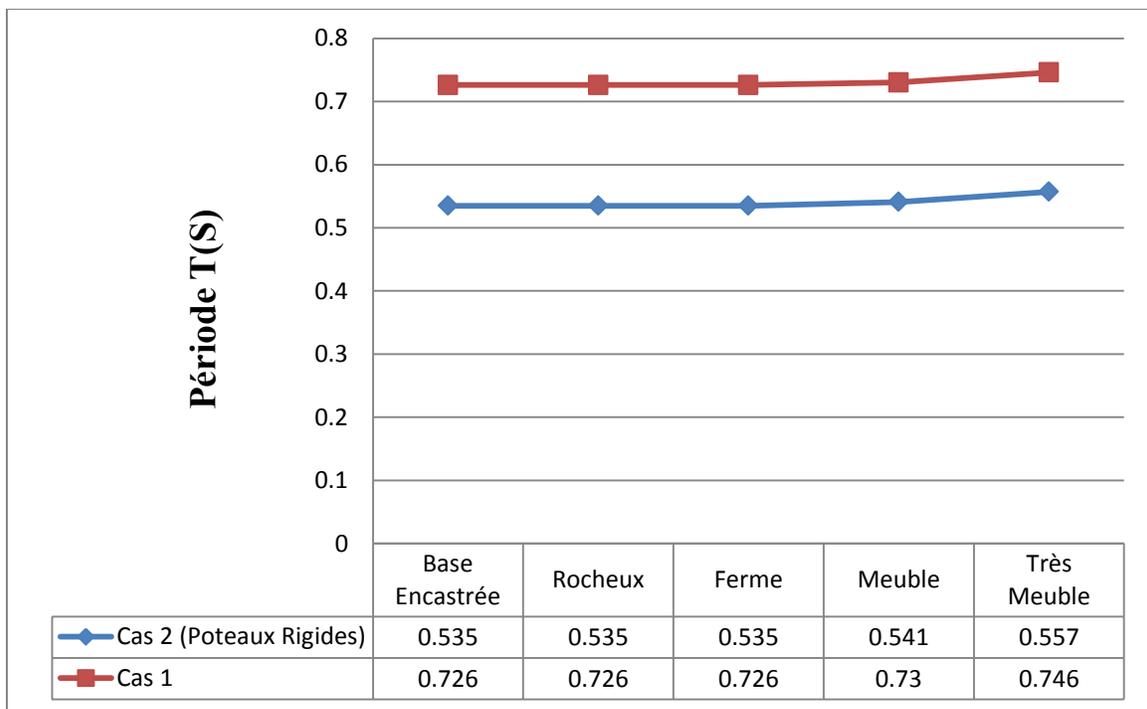


Figure 3.3 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas 2)

Pour le cas 2, on trouve que les périodes fondamentales pour une **Base encastrée** et pour les sols **Rocheux et Ferme** sont égales à **0.535 s**. Pour les sols **Meuble et Très Meuble**, les périodes augmentent à **0.541 s et 0.557 s** respectivement ; d'où on a des augmentations de l'ordre de **1.12% et 4.11%** respectivement par rapport à la période obtenue avec une base encastrée. Ces augmentations sont plus élevées que celles du cas 1 (augmentation de **0.55% et 2.75%** pour les sols **Meuble et Très Meuble** respectivement). Alors l'influence de l'ISS sur la réponse dynamique est plus élevée pour des éléments verticaux plus rigides.

3.3.2) Cas 3 : Effet de la rigidité des éléments horizontaux (Poutres)

Pour ce cas, nous augmentons les sections des poutres de $0.3 \times 0.3 \text{m}^2$ à $0.3 \times 0.6 \text{m}^2$ et le module de Young des poutres de 31000 MPa à **44000 MPa**. Les propriétés des poteaux ne sont pas changées.

Le graphe suivant illustre les résultats des périodes obtenus avec les deux cas : 1 et 3

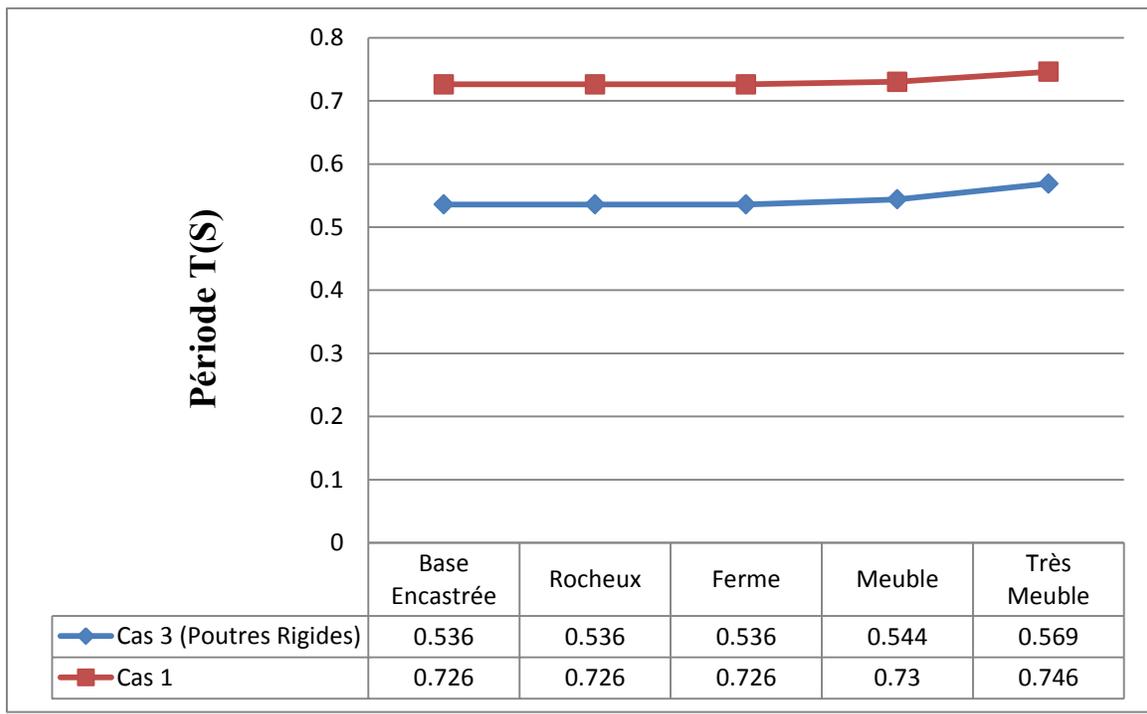


Figure 3.4 : Variation de la période fondamentale $T(s)$ en fonction du type du sol (cas 1 et cas 3)

Pour le cas 3, on trouve que les périodes fondamentales pour une **Base encastrée** et pour les sols **Rocheux et Ferme** sont égales à **0.536 s**. Pour les sols **Meuble et Très Meuble**, les périodes augmentent à **0.544 s et 0.569 s** respectivement; d'où on a des augmentations de l'ordre de **1.49% et 6.15%** respectivement par rapport à la période obtenue avec une base encastrée. Ces augmentations sont plus élevées que celles du cas 1 (augmentation de **0.55% et 2.75%** pour les sols **Meuble et Très Meuble** respectivement). Alors l'influence de l'ISS sur la réponse dynamique est plus élevée pour des éléments horizontaux plus rigides.

3.3.3) Cas 4 : Effet de la rigidité globale (Poteaux et Poutres rigides)

Pour ce cas, nous prenons des poteaux (**0.5×0.5 m² ; E=44000 MPa**) et des poutres (**0.3×0.6 m² ; E=44000 MPa**) qui donnent une rigidité globale importante de la structure.

Le graphe suivant illustre les résultats des périodes obtenus avec les deux cas : 1 et 4

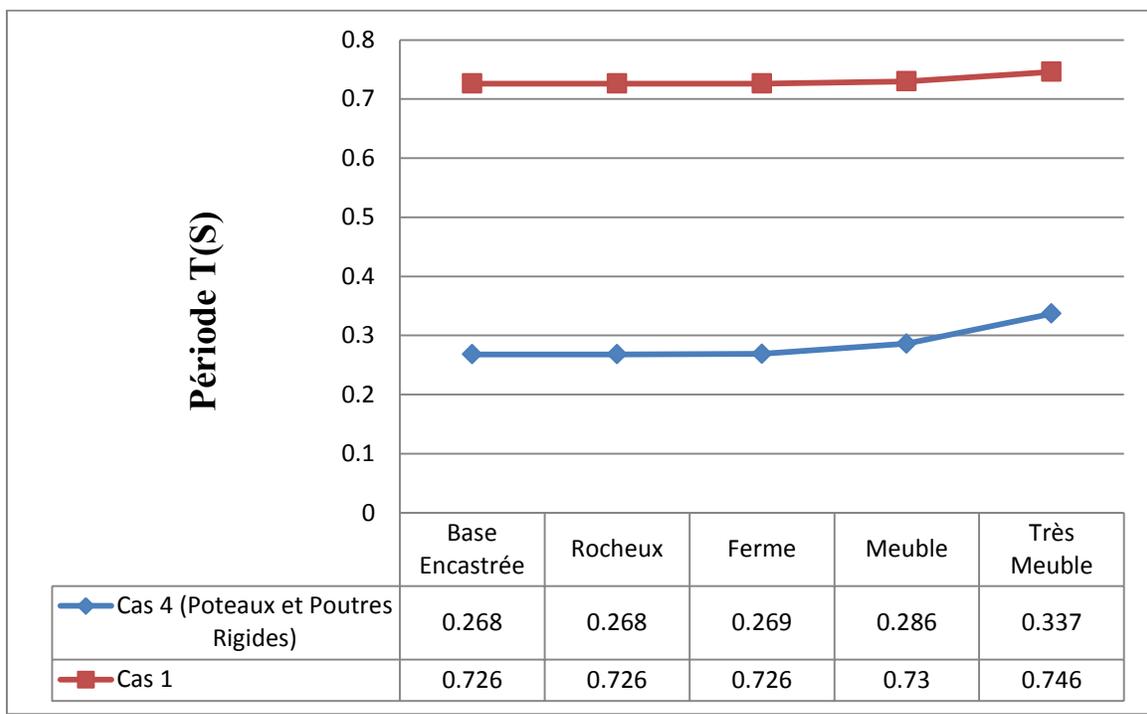


Figure 3.5 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction du type du sol (cas 1 et cas 4)

Pour le cas 4, on trouve que les périodes fondamentales pour une **Base encastrée** et pour les sols **Rocheux** sont égales à **0.268 s**. Pour les sols **Ferme, Meuble et Très Meuble**, les périodes

augmentent à **0.269 s**, **0.286 s** et **0.337 s** respectivement ; d'où on a des augmentations de l'ordre de **0.37%**, **6.71%** et **25.74%** respectivement par rapport à la période obtenue avec une base encastrée. Comme il est évident sur le graphe de la figure (3.5), ces augmentations sont évidemment plus élevées en comparaison à celles du cas 1 (augmentation **0%**, **0.55%** et **2.75%** pour les sols **Ferme**, **Meuble** et **Très Meuble** respectivement).

Alors l'ISS influe la réponse dynamique d'une façon plus importante avec des structures plus rigides.

3.4) Cas 5 : Effet de la hauteur de la structure sur la réponse modale

Pour ce cas, nous prenons le cas (4) comme référence et nous procédons à augmenter le nombre d'étages de 5 à 10 (figure 3.6) afin de connaître l'influence de la hauteur de la structure sur sa réponse dynamique (modale) en cas d'ISS.

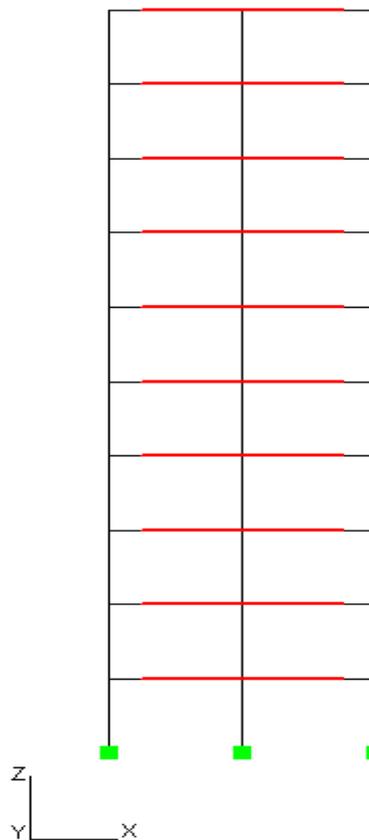


Figure 3.6 : Portique à 10 étages (Cas 5)

Le graphe suivant illustre les résultats des périodes obtenus avec les deux cas : 4 et 5

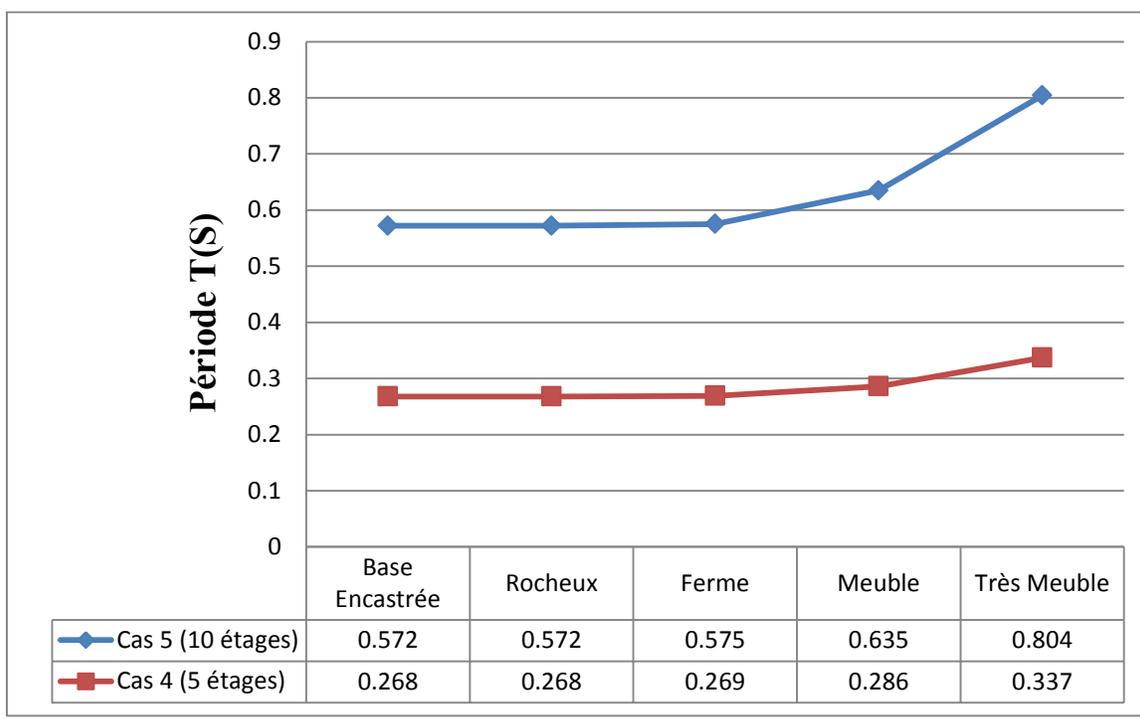


Figure 3.7 : Variation de la période fondamentale T(s) en fonction de type du sol (cas 4 et cas 5)

Pour le cas 5, on trouve que les périodes fondamentales pour une **Base encastrée** et pour les sols **Rocheux** sont égales à **0.572 s**. Pour les sols **Ferme, Meuble et Très Meuble**, les périodes augmentent à **0.575 s, 0.635 s et 0.804 s** respectivement, d'où on a des augmentations de l'ordre de **0.52%, 11.01% et 40.55%** respectivement par rapport à la période obtenue avec une base encastrée. Ces augmentations sont importantes en comparaison à celles du cas 4 (augmentation **0.37%, 6.71% et 25.74%** pour les sols **Ferme, Meuble et Très Meuble** respectivement). Ceci est bien évident sur le graphe de la figure (3.7).

Alors plus la structure est élevée, plus l'influence de l'ISS sur la réponse dynamique (modale) augmente.

Pour ce cas (structure à 10 étages et avec une rigidité globale), on a une influence importante de l'ISS sur la réponse modale. L'ISS en cas d'un sol Très Meuble a augmenté la période fondamentale de **40.55%** par rapport à la période obtenue avec une base encastrée.

3.5) Résultats des ratios des périodes \tilde{T}/T (base flexible / base encastrée) obtenues avec EFFEL, le formule de Veletsos et Meek (1974) et l'abaque de Khalil, Sadek et Shahrour (2007)

Dans ce paragraphe, nous menons une comparaison entre les ratios des périodes fondamentales (\tilde{T}/T) obtenues du logiciel EFFEL et celles obtenues de la formule de Veletsos et Meek et de l'abaque de Khalil et al. qui prennent en compte l'ISS dans le calcul de la période fondamentale des structures. La formule de Veletsos et Meek et l'abaque de Khalil et al., sont présentés dans le chapitre 2 (paragraphe 4).

Pour calculer la période fondamentale d'après la formule de Veletsos et Meek, on transforme la structure à un modèle équivalent à un seul degré de liberté de la manière suivante :

- Hauteur effective = $0.7 \times$ Hauteur totale.
- Les raideurs de translation (K_x) et de rotation (K_{yy}) sont égales à la somme des raideurs de chaque fondation.

Dans la formule de Veletsos et Meek, la raideur K de la structure à base fixe est estimée par la formule de l'équation (2.17) du chapitre 2 :

$$K = 4\pi^2 \left(\frac{\bar{W}}{g \cdot T^2} \right)$$

Les valeurs de la force de gravité W sont les suivants (prises du logiciel Effel) :

- Cas 1 : $W = 572.6 \text{ KN}$
- Cas 2 : $W = 734.6 \text{ KN}$
- Cas 3 : $W = 662.6 \text{ KN}$
- Cas 4 : $W = 824.6 \text{ KN}$
- Cas 5 : $W = 1677.2 \text{ KN}$

Note : On prend 70% de ces valeurs pour le calcul des raideurs : $\bar{W} = 0.7W$

Alors les raideurs K des structures à base fixe pour les différents cas sont les suivants:

- Cas 1 : $K = 2999.13 \text{ KN/m}$
- Cas 2 : $K = 7085.33 \text{ KN/m}$
- Cas 3 : $K = 6367.06 \text{ KN/m}$
- Cas 4 : $K = 31695.02 \text{ KN/m}$
- Cas 5 : $K = 14151.74 \text{ KN/m}$

Le tableau suivant donne les résultats des (\tilde{T}/T) ainsi que les écarts des résultats obtenus d'après Veletsos et Meek et l'abaque avec les résultats du logiciel Effel :

Tableau 3.3 : Résultats (\tilde{T}/T) ; Effel, Veletsos et Meek et Khalil et al.

		V_s (m/sec)	h (m)	E_p (KPa)	ΣI_p (m ⁴)	N_e	N_0	ρ (T/m ³)	A moyenne (m ²)	$\text{Log}(K_{ss})$	\tilde{T}/T				
											Veletsos et Meek	Abaque	Effel	Ecart Veletsos / Effel	Ecart Abaque / Effel
5 étages	Cas 1	3641	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	2.6	11.9766	3.639	1.000	1.000	1.000	0%	0%
		897	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	2.07	11.9766	2.323	1.001	1.000	1.000	0.08%	0%
		185	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	2.07	11.9766	0.952	1.021	1.031	1.006	1.56%	2.53%
		100	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	1.8	11.9766	0.357	1.088	1.124	1.028	5.84%	9.35%
	Cas 2 (poteaux rigides)	3641	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	2.6	11.9766	2.821	1.000	1.000	1.000	0%	0%
		897	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	2.07	11.9766	1.505	1.002	1.010	1.000	0.18%	1.01%
		185	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	2.07	11.9766	0.134	1.049	1.149	1.011	3.77%	13.67%
		100	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	1.8	11.9766	-0.461	1.197	1.471	1.041	14.93%	41.25%
	Cas 3 (poutres rigides)	3641	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	2.6	11.9766	3.639	1.000	1.000	1.000	0%	0%
		897	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	2.07	11.9766	2.323	1.002	1.000	1.000	0.16%	0%
		185	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	2.07	11.9766	0.952	1.044	1.031	1.015	2.91%	1.58%
		100	3	31.10 ⁶	0.002025	5	2	1.8	11.9766	0.357	1.178	1.124	1.062	10.98%	5.84%
	Cas 4 (poteaux et poutres rigides)	3641	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	2.6	11.9766	3.639	1.000	1.000	1.000	0%	0%
		897	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	2.07	11.9766	2.323	1.008	1.010	1.004	0.43%	0.63%
		185	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	2.07	11.9766	0.952	1.205	1.149	1.067	12.94%	7.71%
		100	3	44.10 ⁶	0.015625	5	2	1.8	11.9766	0.357	1.712	1.471	1.257	36.16%	16.95%
10 étages	Cas 5 (poteaux et poutres rigides)	3641	3	44.10 ⁶	0.015625	10	2	2.6	11.9766	2.520	1.001	1.000	1.000	0.07%	0%
		897	3	44.10 ⁶	0.015625	10	2	2.07	11.9766	1.204	1.014	1.010	1.005	0.86%	0.48%
		185	3	44.10 ⁶	0.015625	10	2	2.07	11.9766	-0.167	1.337	1.250	1.110	20.45%	12.6%
		100	3	44.10 ⁶	0.015625	10	2	1.8	11.9766	-0.762	2.089	1.724	1.406	48.66%	22.66%

3.5.1) Comparaison des résultats Abaque/Effel

Pour le **Cas 2 ; poteaux rigides**, on a des écarts Abaque/Effel très élevés (**13.67%** pour un sol Meuble et **41.25%** pour un sol Très Meuble). Ces écarts diminuent pour le **Cas 4 ; poteaux et poutres rigides** (**7.71%** pour un sol Meuble et **16.95%** pour un sol Très Meuble). Alors les résultats de (\tilde{T}/T) obtenues du logiciel Effel s'approchent des résultats de l'Abaque qui sont les mêmes pour le cas 2 et 4 (la formule de K_{ss} compte seulement de la rigidité des éléments verticaux). Cela montre que l'utilisation de l'Abaque donne des bons résultats avec un comportement rigide des éléments horizontaux.

Par ailleurs, on constate les mêmes résultats pour le **Cas 1** et le **Cas 3 ; poutres rigides** où les écarts sont plus faibles pour le cas 3. Vu que les résultats pour les cas 1 et 3 obtenus de l'Abaque sont les mêmes, alors les résultats Effel s'approchent de ceux de l'Abaque dans le cas 3. Cela montre aussi une fois que l'utilisation de l'Abaque donne des bons résultats avec un comportement rigide des éléments horizontaux.

D'où la conclusion que l'utilisation de l'Abaque est valide pour un comportement infiniment rigide des éléments horizontaux.

3.5.2) Comparaison des résultats Abaque/Effel et Veletsos/Effel

Dans le domaine de validité de l'abaque (Cas 3, 4 et 5) où les éléments horizontaux (poutres) sont rigides, les écarts Abaque/Effel sont plus faibles que celles de Veletsos/Effel. Pour le Cas 5 (poteaux et poutres rigides ; 10 étages) l'écart avec Effel et de **48.66% pour Veletsos** et de **22.66% pour l'Abaque**. Cela revient au fait que la formule de Veletsos et Meek est destinée aux systèmes à un degré de liberté, tandis que l'Abaque est destiné aux systèmes à plusieurs degrés de liberté qui est le cas des structures prises dans cette étude.

4) Analyse sismique (Structure du cas 5)

Pour les analyses sismiques qui devront être menées par la suite, nous prenons la structure du cas 5 (10 étages ; poteaux et poutres rigides). Parmi les différents cas, nous avons choisi cette structure car elle nous a donné l'influence la plus élevée de l'ISS sur la réponse modale (augmentation de la période fondamentale de 40.55% pour un sol Très Meuble par comparaison à la période obtenue avec une base encastree) et par suite avec cette structure nous devons aussi

obtenir l'influence la plus importante sur la réponse sismique. Pour évaluer cette influence, nous comparons les résultats des efforts à la base et des déplacements au sommet pour les deux cas de la structure ; (1) à base encastree et (2) à base flexible (reposant sur un Sol Très Meuble).

4.1) Amortissement pris pour les analyses sismiques

4.1.1) Amortissement de la structure

L'amortissement de la structure avec une base encastree et reposant sur un sol Très Meuble est pris égal à : $\beta_i = 5\%$

4.1.2) Amortissement de la fondation

L'amortissement des fondations β_f dans le cas d'un sol Très Meuble, est calculé à l'aide de la formule de Wolf (équation 2.23) présentée dans le chapitre 2:

$$\beta_f = \left[\frac{(\tilde{T}/T)^{n_s} - 1}{(\tilde{T}/T)^{n_s}} \right] \beta_s + \frac{1}{(\tilde{T}/T_x)^{n_x}} \beta_x + \frac{1}{(\tilde{T}/T_{yy})^{n_{yy}}} \beta_{yy}$$

Cette formule est destinée aux systèmes à 1DDL, alors nous transformons notre structure à un système équivalent à 1DDL par sommation des amortissements radiatifs obtenus pour chaque fondation.

Le calcul de β_x et β_{yy} se fait selon les formules de Pais et Kausel données dans le tableau (2.10) du chapitre 2 :

$$\beta_x = \left[\frac{4(L/B)}{(K_{x,surf}/GB)} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_x} \right]$$

$$\beta_x (\text{appui de rive}) = 0.0392 \quad \text{et} \quad \beta_x (\text{appui intermédiaire}) = 0.063$$

$$\beta_x (\text{total}) = 2 \times 0.0392 + 0.063 = \mathbf{0.1414}$$

$$\beta_{yy} = \left[\frac{(4\psi/3)(L/B)^3 a_0^2}{(K_{yy,surf}/GB^3) \left[\left(\frac{1.8}{1 + 1.75(L/B - 1)} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left[\frac{a_0}{2\alpha_{yy}} \right]$$

$$\beta_{yy} (\text{appui de rive}) = 0.000162 \quad \text{et} \quad \beta_{yy} (\text{appui intermédiaire}) = 0.000669$$

$$\beta_{yy} (total) = 2 \times 0.000162 + 0.000669 = \mathbf{0.000993}$$

Dans la formule de Wolf : $T_x = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_x}}$ / $T_{yy} = 2\pi \sqrt{\frac{mh^2}{k_{yy}}}$ / $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

Dans notre calcul on estime les valeurs de T_x et T_{yy} d'après le logiciel Effel : T_x est estimée en bloquant les degrés de liberté vertical et rotationnelle des appuis et T_{yy} est estimée en bloquant les degrés de liberté vertical et horizontal des appuis. Les valeurs obtenues sont :

$$T_x = 0.581 \text{ s} \quad \text{et} \quad T_{yy} = 0.573 \text{ s}$$

La valeur de \tilde{T}/T est estimée dans le tableau (3.3) et elle est égale à : $\tilde{T}/T = \mathbf{1.406}$

$\tilde{T} = 0.804 \text{ s}$ (paragraphe 3.4), calculons \tilde{T}/T_x et \tilde{T}/T_{yy} :

$$\tilde{T}/T_x = \mathbf{1.383} \quad \text{et} \quad \tilde{T}/T_{yy} = \mathbf{1.403}$$

Pour l'amortissement de sol, on prend la valeur suivante : $\beta_s = \mathbf{0.05}$

On suppose que la forme des amortissements soit linéairement visqueuse, alors on prend la valeur des exposants dans la formule de β_f égale à **2**.

Le calcul de l'amortissement des fondations donne : $\beta_f = \mathbf{8.6\%}$

4.1.3) Amortissement total

La formule de l'équation (2.25) du chapitre 2, donne l'amortissement total qui prend compte de l'ISS. Utilisant cette formule, on calcul l'amortissement total de la structure reposant sur un sol Très Meuble :

$$\beta_0 = \beta_f + \frac{1}{(\tilde{T}/T)^n} \beta_i$$

- $\tilde{T}/T = 1.406$
- L'amortissement est supposé linéairement visqueux, alors : $n = 3$

Le calcul de cet amortissement donne : $\beta_0 = \mathbf{10.4\%}$

4.2) Effet de l'ISS sur la réponse sismique de la structure (cas 5)

4.2.1) Effet de l'ISS sur l'effort tranchant à la base

4.2.1.1) Résultats obtenus avec le Logiciel Effel

Le logiciel Effel (2007) avec lequel les analyses sont menées, utilise le règlement PS92. Les caractéristiques sismiques de la structure et du site introduites au logiciel sont les suivantes :

- Ouvrage de classe B et Zone de sismicité Moyenne (Accélération nominale : $a_N = 2.5$)
- Site S2 (sol de groupe c en épaisseur inférieure à 10m)
- Amortissement égal 5% pour la structure à base encastree ($\rho = 1$)
- Amortissement égal 10.4% pour la structure reposant sur un sol Très Meuble ($\rho = 0.37$)

Avec $\rho = \left[\frac{5}{\xi} \right]^{4/3}$ et ξ : amortissement relatif différent de 5%

a) Base Encastree

La figure (3.8) montre les efforts sismiques (FX) sur les trois appuis de la structure à base encastree. La somme de ces efforts est : $F_x = 758.12 \text{ KN}$

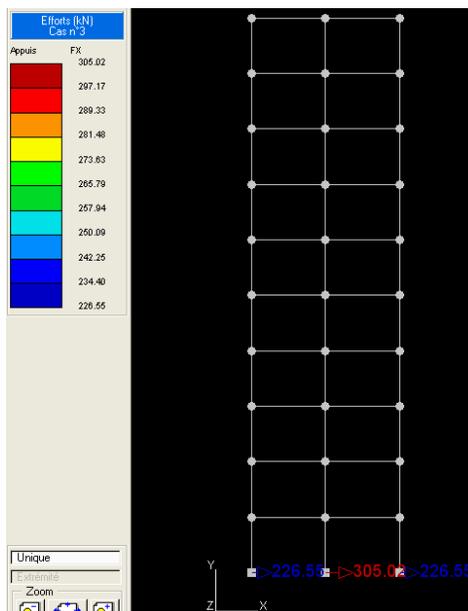


Figure 3.8 : Efforts tranchants sur les appuis (structure à base encastree)

b) Sol Très Meuble

La figure (3.9) montre les efforts sismiques (FX) sur les trois appuis de la structure reposant sur un sol très meuble. La somme de ces efforts est : $F_x = 416.74 \text{ KN}$

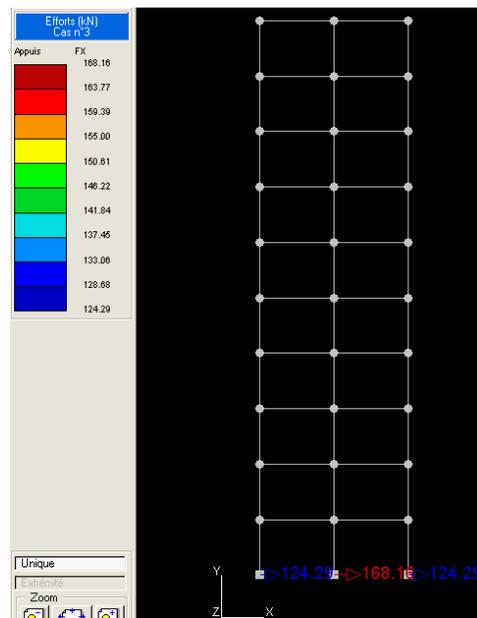


Figure 3.9 : Efforts tranchants sur les appuis (structure reposant sur un sol très meuble)

c) Commentaire sur les résultats

D'après les résultats obtenus ci-avant, on constate que la valeur d'effort tranchant diminue pour une base flexible (sol très meuble). Cette diminution est de **45%** par rapport à l'effort tranchant obtenu avec une base encastree. Alors la prise en compte d'ISS dans l'analyse sismique, a pour effet de diminuer d'une manier importante l'effort tranchant à la base des structures.

4.2.1.2) Résultats obtenus avec l'Eurocode 8 (Méthode des Forces latérales)

Par analogie avec celles pris pour le logiciel Effel, les caractéristiques sismiques de la structure et du sol selon l'Eurocode 8 sont:

- $a_{gr} = 1.6 \text{ m/s}^2$; Zone de sismicité Moyenne (Spectre de type 2)
- Sol de classe D : $S = 1.6$

- Amortissement égal 5% pour la structure à base encastrée ($\eta = 1$)
- Amortissement égal 10.4% pour la structure reposant sur un sol Très Meuble ($\eta = 0.8$)

Avec $\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0.55$ et ξ : coefficient d'amortissement visqueux exprimé en pourcentage.

a) Base Encastrée

La période $T = 0.572$ s (paragraphe 3.4)

- Réponse spectrale :

$$S_e(T) = a_{gr} \cdot \gamma_1 \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot ; \quad T_B \leq T \leq T_C$$

$$S_e(T) = 1.6 \times 1 \times 1.6 \times 1 \times 2.5 = 6.4 \text{ m/s}^2$$

- Effort tranchant à la base de la structure :

$$F_b = M \cdot S_e(T) \cdot \lambda = 167.72 \times 6.4 \times 0.85 = \mathbf{912.39 \text{ KN}}$$

avec :

M : La masse de la structure

$\lambda = 0.85$ si $T \leq 2T_C$ et le bâtiment à plus de 2 étages

$\lambda = 1$ autres cas

b) Sol Très Meuble

La période $T = 0.804$ s (paragraphe 3.4)

- Réponse spectrale :

$$S_e(T) = a_{gr} \cdot \gamma_1 \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \frac{T_c}{T} \quad ; \quad T_c \leq T \leq T_D$$

$$S_e(T) = 1.6 \times 1 \times 1.6 \times 0.8 \times 2.5 \times \frac{0.6}{0.804} = 3.82 \text{ m/s}^2$$

- Effort tranchant à la base de la structure :

$$F_b = M \cdot S_e(T) \cdot \lambda = 167.72 \times 3.82 \times 0.85 = \mathbf{544.58 \text{ KN}}$$

c) Commentaire sur les résultats

Pour un sol Très Meuble, on a diminution de la valeur d'effort tranchant de **40%** par rapport à l'effort obtenu avec une base encastrée. Cette valeur est très proche de la valeur de diminution obtenue avec le logiciel Effel (PS92). Alors comme on a conclu avec d'après les résultats du logiciel Effel, La prise en compte de l'ISS dans l'analyse dynamique a pour effet de réduire l'effort tranchant d'une manier significative à la base des structures.

4.2.2) Effet de l'ISS sur le moment fléchissant à la base (Résultats obtenus avec le Logiciel Effel)

a) Base Encastrée

La figure (3.10) illustre les moments fléchissant (M_Z) due à l'action sismique sur les trois appuis de la structure à base encastrée. La somme de ces moments est : $M_Z = 1516.24 \text{ KN.m}$

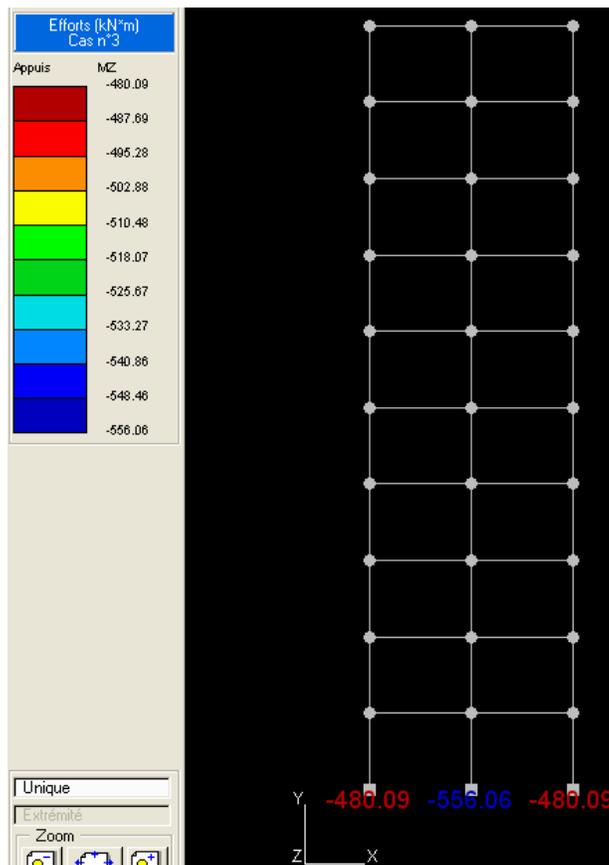


Figure 3.10 : Moments fléchissant sur les appuis (structure à base encastrée)

b) Sol Très Meuble

La figure (3.11) illustre les moments fléchissant (M_Z) due à l'action sismique sur les trois appuis de la structure avec une base flexible. La somme de ces moments est : $M_Z = 1076.95 \text{ KN.m}$

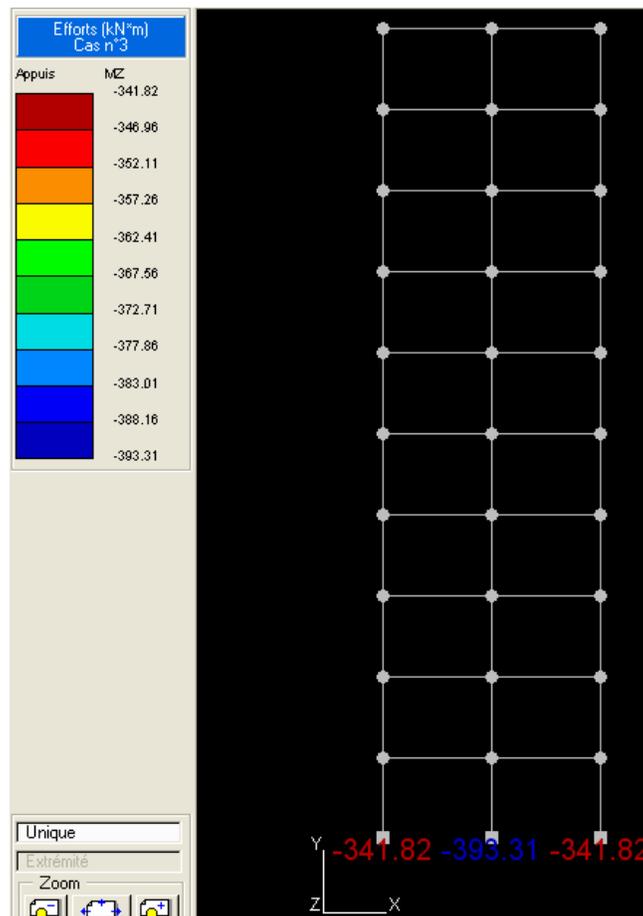


Figure 3.11 : Moments fléchissant sur les appuis (structure reposant sur un sol très meuble)

c) Commentaire sur les résultats

On constate une diminution de la valeur du moment fléchissant à la base pour la structure à base flexible (sol très meuble). Cette diminution est de **29%** par rapport au moment obtenu avec une base encastree. Alors l'ISS a pour effet de réduire d'une manier significative le moment fléchissant à la base des structures.

4.2.3) Effet de l'ISS sur le déplacement au sommet (Résultats obtenus avec le Logiciel Effel)

a) Base Encastrée

La figure (3.12) illustre les déplacements DX (dans la direction X) des nœuds de la structure à base encastrée sous l'action sismique. Comme il est évident dans cette figure le déplacement au sommet est égal à **6.19 cm**

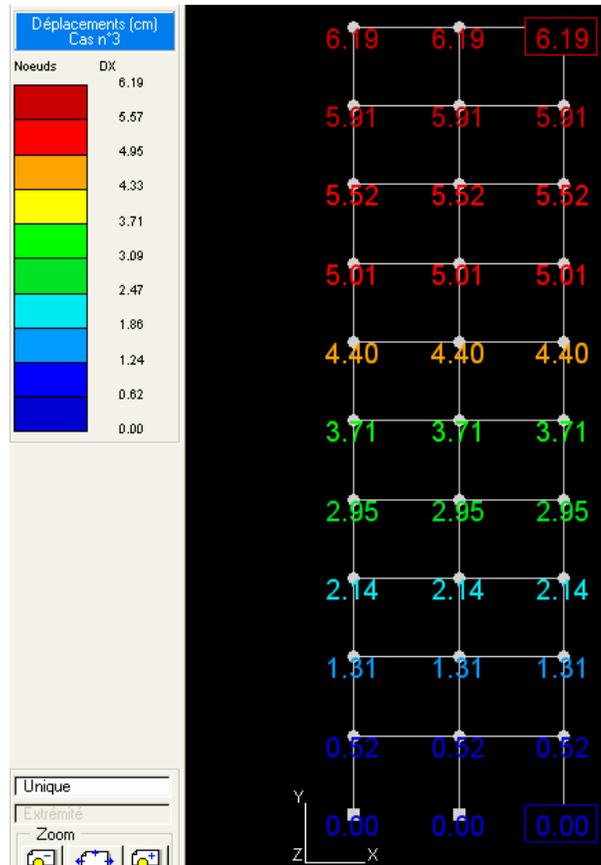


Figure 3.12 : Déplacement DX au sommet (structure à base encastrée)

b) Sol Très Meuble

La figure (3.13) illustre les déplacements DX des nœuds de la structure reposant sur un sol très meuble sous l'action sismique. Le déplacement constaté au sommet est égale à 7.08 cm. Il faut éliminer de cette valeur le déplacement DX de l'appui (0.09 cm), afin d'obtenir le déplacement relatif à la base. La valeur de ce déplacement relatif est **6.99 cm**.

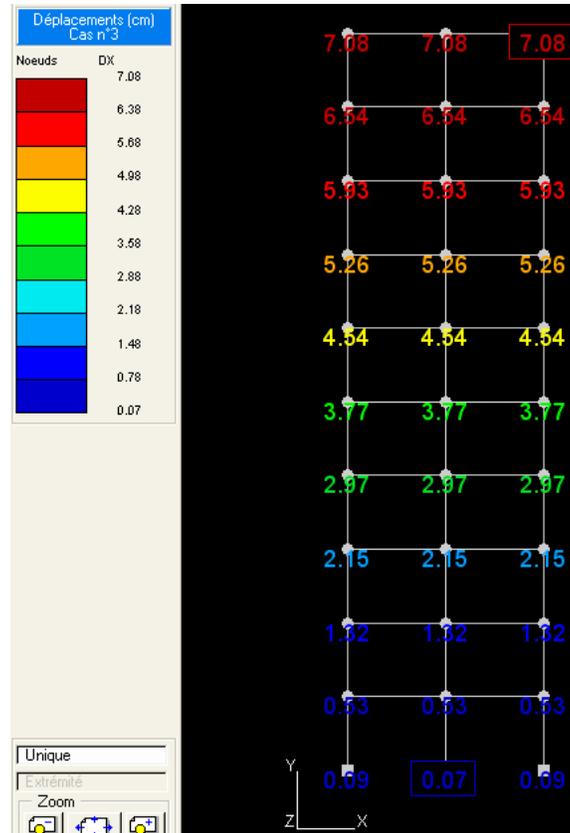


Figure 3.13 : Déplacement DX au sommet (structure reposant sur un sol très meuble)

c) Commentaire sur les résultats

On constate une augmentation de la valeur du déplacement au sommet pour la structure à base flexible (sol très meuble). Cette augmentation est de **13%** par rapport au déplacement obtenu avec une base encastree. Alors la prise en d'ISS dans l'analyse sismique, a pour effet d'augmenter le déplacement au sommet des structures. Il faut alors prendre les précautions nécessaires dans le cas des deux structures voisines.

5) Conclusion

On a constaté à l'issu de ce chapitre que la flexibilité du sol influe sur la réponse dynamique (modale) de la structure (période fondamentale plus élevée). Cette influence augmente avec la hauteur et la rigidité de la structure d'une façon remarquable. On a constaté aussi que l'utilisation de l'abaque de Khalil et al. pour l'estimation de la période fondamentale d'un système sol-structure à plusieurs degrés de liberté est plus raisonnable que la méthode de Veletsos et Meek

qui est destinée aux systèmes à 1DDL, sous réserve que le comportement des éléments horizontaux de la structure soit suffisamment rigide. En ce qui concerne l'influence de la prise en compte d'ISS dans l'analyse sur la réponse sismique, on a évalué des diminutions importantes d'effort tranchant (diminution de **45%** par rapport à la valeur obtenue avec une base encastrée) et du moment fléchissant (diminution de **29%** par rapport à la valeur obtenue avec une base encastrée) à la base de la structure, ainsi qu'on a constaté une augmentation du déplacement au sommet (augmentation de **13%** par rapport à la valeur obtenue avec une base encastrée).

Conclusion Générale

D'après le premier chapitre, on a constaté que l'ISS est composée de deux parties essentielles ; l'interaction cinématique et l'interaction inertielle. Ces deux interactions affectent le comportement sismique des bâtiments en termes de flexibilité et d'amortissement. On a constaté aussi, après présentation des différentes méthodes, que la méthode de sous structure semble la plus simple à utiliser pour modéliser un phénomène d'ISS. Cette méthode ne demande qu'une détermination facile des impédances dynamiques de la fondation qui sont représentées par des ressorts élastiques au court d'analyse.

Le chapitre 2 donne les formulations concernant l'impédance dynamique de la fondation et la période fondamentale d'un système sol-structure. Ainsi qu'il présente des études paramétriques concernant l'influence des caractéristiques sol-structure sur les caractéristiques dynamiques (période fondamentale et amortissement radiatif) d'un système à 1DDL. Il est constaté d'après ces études que l'influence de l'ISS sur la réponse dynamique (modale) augmente avec la flexibilité de sol et/ou la rigidité de la structure, ainsi que plus la structure est élevée, plus que cette influence augmente. En ce qui concerne le ratio d'amortissement radiatif, on constate que ce ratio augmente avec la flexibilité et/ou la rigidité de la structure et qu'il diminue avec l'augmentation de la hauteur de la structure. L'influence de la prise en compte de l'ISS dans l'analyse sur la réponse spectrale et ainsi évaluée au moyen d'un spectre règlementaire des codes sismique. Il est montré que l'ISS a pour effet de diminuer les efforts sismique à la base des structures, tandis que des autres études évaluent un rôle défavorable de l'ISS.

Comme dans le deuxième chapitre, d'après le troisième chapitre nous avons constaté que l'influence de l'ISS sur la réponse dynamique modale (période fondamentale) augmente avec la flexibilité de sol et aussi que cette influence augmente d'une façon remarquable avec la hauteur et la rigidité de la structure. Alors plus la structure est élancée et/ou rigide et le sol flexible plus l'influence de l'ISS sur la réponse dynamique augmente. Nous avons aussi évalué l'influence de l'ISS sur la réponse sismique d'une structure en béton armé en modélisant cette structure, une fois avec une base encastree (sans ISS) et une autre fois avec une base flexible (avec ISS). Nous avons constaté une diminution remarquable de l'effort tranchant obtenu à la base de la structure avec une base flexible par comparaison avec l'effort obtenu pour la structure avec une base

encastrée. Nous avons également évalué une augmentation du déplacement au sommet pour la structure avec une base flexible. D'après les analyses menées dans ce chapitre, il s'avère que l'utilisation de l'abaque de Khalil et al. (destiné aux structures à plusieurs degrés de libertés) dans l'estimation de la période fondamentale des structures à base flexible est plus raisonnable que l'utilisation de la méthode de Veletsos et Meek (destinée aux systèmes à 1DDL), sous condition que le comportement des éléments horizontaux de la structure soit suffisamment rigide.

L'amortissement des fondations dans le chapitre 3 est estimé en utilisant des formules destinées aux systèmes à 1DDL. Il est important, de développer des formulations ou des méthodes concernant les systèmes à plusieurs degrés de liberté pour bien estimer cet amortissement. De plus, Il faut quantifier l'effet P- δ (2^e ordre) dans l'analyse d'ISS qui augmente le moment fléchissant à la base des structures.

REFERENCES

- BUILDING SEISMIC SAFETY COUNCIL (BSSC), 2003 “The 2003 NEHRP Recommended Seismic Provisions For New Buildings And Other Structures Part 1: Provisions (FEMA 450)”. Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- BUILDING SEISMIC SAFETY COUNCIL (BSSC), 2009 “The 2009 NEHRP Recommended Seismic Provisions For New Buildings And Other Structures Part 1: Provisions (FEMA P-750)”. Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- BUCHI E., 2013. *Interaction Sol-Structure : calcul des impédances et effets sur les fondations*. Projet de Fin d’Etudes, Université INSA de Strasbourg, 82p.
- GRANGE S., 2008. *Modélisation simplifiée 3D de l’interaction sol-structure : application au génie parasismique*. Thèse de doctorat, Institut Polytechnique de Grenoble, 150 p.
- GUILLEMARD F. *Génie parasismique et machines vibrantes*. CNAM-CCV223.
- KHALIL L., SADEK M., SHAHROUR I., (2007). Influence of the soil-structure interaction on the fundamental period of buildings. *J. Earthquake Engng Struct. Dyn.* 2007; **36**: 2445 2453.
- KHALIL L., 2009. *Influence de l’interaction sol-structure sur le comportement sismique des bâtiments : analyse dans les domaines linéaire et non linéaire*. Thèse de doctorat, Université Lille 1, 170p.
- MYLONAKIS G., GAZETAS G., 2000. Seismic soil-structure interaction: beneficial or detrimental?. *J. Earthquake Engrg.* Vol. 4, No. **3(2000) 277-301**, Imperial College Press.
- NATIONAL EARTHQUAKE HAZARDS REDUCTION PROGRAM (NEHRP), APPLIED TECHNOLOGY COUNCIL (ATC), CONSORTIUM OF UNIVERSITIES FOR RESEARCH IN EARTHQUAKE ENGINEERING (CUREE), 2012. *Soil-Structure*

Interaction for Building Structures. National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, MD 20899.

- PECKER A., 2015. Interaction sol-structure. In *Dynamique des structures et des ouvrages*. École des Ponts ParisTech.
- STEWART J. P., FENVES G. L., SEED R. B., (1999). Seismic soil-structure interaction in buildings. I: Analytical Methods. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. Vol. 125, No. 1, January, 1999. ASCE, 1090-0241/99/0001-0026 0037.
- WOLF J. P., (1985). *Dynamic Soil-Structure Interaction*. HALL W. J., Ed, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

Annexe

Résultats de l'analyse paramétrique, utilisées pour la construction des abaques

Tableau A : Influence de la variation de différents paramètres sur le rapport de fréquences F/F_{en} (Structure à un seul étage et à une seule ouverture). (Khalil, 2009)

v_i (m/s)	h (m)	E_p (MPa)	I_{p_a} (m ⁴)	F/F_{en}	v_i (m/s)	h (m)	E_p (MPa)	I_{p_a} (m ⁴)	F/F_{en}
98	4	32000	0,000139	1	200	4	20000	0,00135	0,996
107	4	32000	0,000139	1	250	4	20000	0,00135	0,997
140	4	32000	0,000139	1	300	4	20000	0,00135	0,998
200	4	32000	0,000139	1	98	4	42000	0,00135	0,961
250	4	32000	0,000139	1	107	4	42000	0,00135	0,967
300	4	32000	0,000139	1	140	4	42000	0,00135	0,981
98	4	32000	0,00135	0,973	200	4	42000	0,00135	0,991
107	4	32000	0,00135	0,976	250	4	42000	0,00135	0,994
140	4	32000	0,00135	0,985	300	4	42000	0,00135	0,996
200	4	32000	0,00135	0,995	98	4	20000	0,01315	0,881
250	4	32000	0,00135	0,998	107	4	20000	0,01315	0,899
300	4	32000	0,00135	0,999	140	4	20000	0,01315	0,936
98	4	32000	0,01315	0,819	200	4	20000	0,01315	0,968
107	4	32000	0,01315	0,833	250	4	20000	0,01315	0,979
140	4	32000	0,01315	0,891	300	4	20000	0,01315	0,985
200	4	32000	0,01315	0,949	98	4	42000	0,01315	0,787
250	4	32000	0,01315	0,967	107	4	42000	0,01315	0,814
300	4	32000	0,01315	0,976	140	4	42000	0,01315	0,877
98	4	32000	0,135752	0,576	200	4	42000	0,01315	0,936
107	4	32000	0,135752	0,589	250	4	42000	0,01315	0,958
140	4	32000	0,135752	0,686	300	4	42000	0,01315	0,969
200	4	32000	0,135752	0,823	98	4	20000	0,135752	0,666
250	4	32000	0,135752	0,876	107	4	20000	0,135752	0,699
300	4	32000	0,135752	0,908	140	4	20000	0,135752	0,785
98	2	32000	0,01315	0,548	200	4	20000	0,135752	0,878
107	2	32000	0,01315	0,584	250	4	20000	0,135752	0,917
140	2	32000	0,01315	0,682	300	4	20000	0,135752	0,939
200	2	32000	0,01315	0,804	98	4	42000	0,135752	0,523
250	2	32000	0,01315	0,862	107	4	42000	0,135752	0,558
300	2	32000	0,01315	0,896	140	4	42000	0,135752	0,657
98	4	32000	0,01315	0,819	200	4	42000	0,135752	0,784
107	4	32000	0,01315	0,833	250	4	42000	0,135752	0,845
140	4	32000	0,01315	0,891	300	4	42000	0,135752	0,883
200	4	32000	0,01315	0,949	98	2	32000	0,1315	0,316
250	4	32000	0,01315	0,967	107	2	32000	0,1315	0,338
300	4	32000	0,01315	0,976	140	2	32000	0,1315	0,413
98	7	32000	0,01315	0,963	200	2	32000	0,1315	0,557
107	7	32000	0,01315	0,983	250	2	32000	0,1315	0,661
140	7	32000	0,01315	0,963	300	2	32000	0,1315	0,735
200	7	32000	0,01315	0,983	98	7	32000	0,1315	0,842
250	7	32000	0,01315	0,989	107	7	32000	0,1315	0,863
300	7	32000	0,01315	0,993	140	7	32000	0,1315	0,911
98	10	32000	0,01315	0,966	200	7	32000	0,1315	0,954
107	10	32000	0,01315	0,972	250	7	32000	0,1315	0,971
140	10	32000	0,01315	0,983	300	7	32000	0,1315	0,978
200	10	32000	0,01315	0,992	98	10	32000	0,1315	0,911
250	10	32000	0,01315	0,995	107	10	32000	0,1315	0,924
300	10	32000	0,01315	0,996	140	10	32000	0,1315	0,953
98	13	32000	0,01315	0,979	200	10	32000	0,1315	0,977
107	13	32000	0,01315	0,985	250	10	32000	0,1315	0,986
140	13	32000	0,01315	0,987	300	10	32000	0,1315	0,987
200	13	32000	0,01315	0,994	98	13	32000	0,1315	0,953
250	13	32000	0,01315	0,997	107	13	32000	0,1315	0,955
300	13	32000	0,01315	1	140	13	32000	0,1315	0,974
98	4	20000	0,00135	0,981	200	13	32000	0,1315	0,988
107	4	20000	0,00135	0,985	250	13	32000	0,1315	0,993
140	4	20000	0,00135	0,991	300	13	32000	0,1315	0,995

Tableau B : Influence de la variation de différents paramètres sur le rapport de fréquences F/F_{en} , $A = 4 \text{ m}^2$, $E_p = 32000 \text{ MPa}$, $h = 4 \text{ m}$, $\rho = 2000 \text{ Kg/m}^3$ (Structure à plusieurs étages et à une seule ouverture). (Khalil, 2009)

v_i (m/s)	I_p (m ⁴)	N_e	F/F_{en}		v_i (m/s)	I_p (m ⁴)	N_e	F/F_{en}
98	0,00135	3	0,934		98	0,00135	7	0,859
107	0,00135	3	0,944		107	0,00135	7	0,879
139	0,00135	3	0,964		139	0,00135	7	0,921
200	0,00135	3	0,983		200	0,00135	7	0,959
250	0,00135	3	0,989		250	0,00135	7	0,973
300	0,00135	3	0,992		300	0,00135	7	0,981
98	0,01315	3	0,719		98	0,01315	7	0,601
107	0,01315	3	0,749		107	0,01315	7	0,634
139	0,01315	3	0,824		139	0,01315	7	0,724
200	0,01315	3	0,895		200	0,01315	7	0,832
250	0,01315	3	0,933		250	0,01315	7	0,883
300	0,01315	3	0,951		300	0,01315	7	0,912
98	0,13575	3	0,504		98	0,13575	7	0,371
107	0,13575	3	0,533		107	0,13575	7	0,385
139	0,13575	3	0,615		139	0,13575	7	0,471
200	0,13575	3	0,737		200	0,13575	7	0,583
250	0,13575	3	0,803		250	0,13575	7	0,672
300	0,13575	3	0,847		300	0,13575	7	0,71
98	0,00135	5	0,894		98	0,00135	10	0,821
107	0,00135	5	0,909		107	0,00135	10	0,845
139	0,00135	5	0,943		139	0,00135	10	0,898
200	0,00135	5	0,971		200	0,00135	10	0,947
250	0,00135	5	0,981		250	0,00135	10	0,963
300	0,00135	5	0,986		300	0,00135	10	0,971
98	0,01315	5	0,647		98	0,01315	10	0,544
107	0,01315	5	0,679		107	0,01315	10	0,576
139	0,01315	5	0,765		139	0,01315	10	0,671
200	0,01315	5	0,863		200	0,01315	10	0,791
250	0,01315	5	0,905		250	0,01315	10	0,849
300	0,01315	5	0,93		300	0,01315	10	0,886
98	0,13575	5	0,464		98	0,13575	10	0,338
107	0,13575	5	0,482		107	0,13575	10	0,369
139	0,13575	5	0,557		139	0,13575	10	0,454
200	0,13575	5	0,681		200	0,13575	10	0,568
250	0,13575	5	0,751		250	0,13575	10	0,642
300	0,13575	5	0,802		300	0,13575	10	0,698

Tableau C : Influence de la variation de différents paramètres sur le rapport de fréquences F/F_{en} (Structure à plusieurs étages et à plusieurs ouvertures). (Khalil, 2009)

v_i (m/s)	h (m)	E_p (MPa)	I_p (m ⁴)	N_a	N_b	N_c	A (moyenne)	F/F_{en}
98	4	32000	0,0027	1	1	3	3,28	0,975
107	4	32000	0,0027	1	1	3	3,28	0,979
139	4	32000	0,0027	1	1	3	3,28	0,987
200	4	32000	0,0027	1	1	3	3,28	0,994
250	4	32000	0,0027	1	1	3	3,28	0,997
300	4	32000	0,0027	1	1	3	3,28	0,998
98	4	32000	0,0263	1	1	3	3,28	0,867
107	4	32000	0,0263	1	1	3	3,28	0,883
139	4	32000	0,0263	1	1	3	3,28	0,919
200	4	32000	0,0263	1	1	3	3,28	0,959
250	4	32000	0,0263	1	1	3	3,28	0,973
300	4	32000	0,0263	1	1	3	3,28	0,987
98	4	32000	0,0027	5	1	3	5,125	0,955
107	4	32000	0,0027	5	1	3	5,125	0,967
139	4	32000	0,0027	5	1	3	5,125	0,977
200	4	32000	0,0027	5	1	3	5,125	0,985
250	4	32000	0,0027	5	1	3	5,125	0,988
300	4	32000	0,0027	5	1	3	5,125	0,991
98	4	32000	0,0263	5	1	3	5,125	0,804
107	4	32000	0,0263	5	1	3	5,125	0,833
139	4	32000	0,0263	5	1	3	5,125	0,891
200	4	32000	0,0263	5	1	3	5,125	0,942
250	4	32000	0,0263	5	1	3	5,125	0,959
300	4	32000	0,0263	5	1	3	5,125	0,971
98	4	32000	0,004725	5	1	6	5,607	0,977
107	4	32000	0,004725	5	1	6	5,607	0,982
139	4	32000	0,004725	5	1	6	5,607	0,991
200	4	32000	0,004725	5	1	6	5,607	0,994
250	4	32000	0,004725	5	1	6	5,607	0,996
300	4	32000	0,004725	5	1	6	5,607	0,997
98	4	32000	0,046028	5	1	6	5,607	0,864
107	4	32000	0,046028	5	1	6	5,607	0,886
139	4	32000	0,046028	5	1	6	5,607	0,922
200	4	32000	0,046028	5	1	6	5,607	0,951
250	4	32000	0,046028	5	1	6	5,607	0,965
300	4	32000	0,046028	5	1	6	5,607	0,979
98	4	32000	0,059179	10	3	2	4,55	0,654
107	4	32000	0,059179	10	3	2	4,55	0,688
139	4	32000	0,059179	10	3	2	4,55	0,773
200	4	32000	0,059179	10	3	2	4,55	0,868
250	4	32000	0,059179	10	3	2	4,55	0,944
300	4	32000	0,059179	10	3	2	4,55	0,933
98	4	32000	0,610797	10	3	2	4,55	0,472
107	4	32000	0,610797	10	3	2	4,55	0,5
139	4	32000	0,610797	10	3	2	4,55	0,591
200	4	32000	0,610797	10	3	2	4,55	0,709
250	4	32000	0,610797	10	3	2	4,55	0,781
300	4	32000	0,610797	10	3	2	4,55	0,818
98	4	32000	0,271502	5	2	1	4	0,472
107	4	32000	0,271502	5	2	1	4	0,493
139	4	32000	0,271502	5	2	1	4	0,551
200	4	32000	0,271502	5	2	1	4	0,651
250	4	32000	0,271502	5	2	1	4	0,719
300	4	32000	0,271502	5	2	1	4	0,753
98	4	42000	0,271502	5	2	1	4	0,443
107	4	42000	0,271502	5	2	1	4	0,461
139	4	42000	0,271502	5	2	1	4	0,514
200	4	42000	0,271502	5	2	1	4	0,607
250	4	42000	0,271502	5	2	1	4	0,672
300	4	42000	0,271502	5	2	1	4	0,721
98	4	32000	0,026302	5	2	1	4	0,689
107	4	32000	0,026302	5	2	1	4	0,719
139	4	32000	0,026302	5	2	1	4	0,795
200	4	32000	0,026302	5	2	1	4	0,881
250	4	32000	0,026302	5	2	1	4	0,919
300	4	32000	0,026302	5	2	1	4	0,939