



HAL
open science

L'enseignement de l'aspect décimal de la numération pour une meilleure compréhension du nombre en CE1

Stéphanie Valette

► **To cite this version:**

Stéphanie Valette. L'enseignement de l'aspect décimal de la numération pour une meilleure compréhension du nombre en CE1. Education. 2017. dumas-01693347

HAL Id: dumas-01693347

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01693347>

Submitted on 26 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2016-2017

**Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation
et de la formation***

Mention *Premier degré*

**L'enseignement de l'aspect décimal de
la numération pour une meilleure
compréhension du nombre en CE1**

Présenté par Stéphanie Valette (Servier)

Écrit scientifique réflexif encadré par Hamid Chaachoua

Attestation de non-plagiat

Je soussigné(e) (Prénom NOM)

Stéphanie VALETTE (SERVIER)

Auteur du mémoire de master 2 ou de l'écrit scientifique réflexif MEEF-PE / MEEF-SD / MEEF-EE / MEEF-PIF (entourez la mention et indiquez le titre du mémoire)

« L'enseignement de l'aspect décimal de la numération pour une meilleure compréhension du nombre en CE1 »

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Chavannes,
Le 10 mai 2017.

Signature de l'étudiant(e)



Autorisation de diffusion électronique d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS¹

Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussigné(e) Stéphanie VALETTE (SERVIER)

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé :

L'enseignement de l'aspect décimal de la numération pour une meilleure compréhension du nombre en CE1

, agissant en l'absence de toute contrainte,

autorise **n'autorise pas** ²

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à Chavannes le 10 mai 2017.

Signature de l'étudiants(e),

Précédée de la mention « bon pour accord »

Bon pour accord,

¹ La base DUMAS (Dépôt Universitaire des Mémoires Après Soutenance) est en accès libre à l'adresse : <http://dumas.ccsd.cnrs.fr/>
NB : le mémoire sera diffusé sur Dumas si la note obtenue pour l'écrit est supérieure ou égale à 16/20 et si l'auteur et le responsable de mémoire en donnent l'autorisation

² Entourer la mention choisie

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
1 Etat de l'art.....	2
1.1 Les deux aspects de la numération décimale	2
1.1.1 L'aspect de position	2
1.1.2 L'aspect décimal	3
1.2 L'apprentissage de la numération à l'école.....	4
1.2.1 Les enjeux.....	4
1.2.1.1 L'addition et la soustraction	4
1.2.1.2 La multiplication et la division	5
1.2.2 Les difficultés liées à cet apprentissage.....	6
1.3 Comment la numération est-elle enseignée ?.....	6
1.4 Les préconisations institutionnelles	7
1.4.1 Ce que disent les programmes	7
1.4.2 Ce que disent les manuels.....	9
2 Problématique	9
3 Méthodologie	10
3.1 Analyse des ressources de la classe	10
3.1.1 Présentation du fichier autocorrectif pour le Cycle 2	10
3.1.2 Analyse du fichier.....	11
3.2 Les participants à l'étude	12
3.3 Matériel utilisé	13
3.4 Objectif de l'étude.....	13
3.5 Les observables	13
4 Conception de l'expérimentation	13
4.1 Test initial.....	14
4.2 Les ateliers de numération	16
4.2.1 Le jeu de l'oie des échanges.....	17
4.2.2 Les exercices corrigés.....	18
4.2.3 L'atelier manipulation	18
4.3 Test final.....	18
5 Analyse et Résultats	19
5.1 Analyse de la réussite aux exercices	19
5.2 Analyse qualitative	22
5.2.1 Les types d'erreurs	22
5.2.2 Analyse des résultats	24
6 Discussion	28
CONCLUSION	31
BIBLIOGRAPHIE.....	32
ANNEXES	33

INTRODUCTION

L'enseignement de la numération est un enjeu important au cycle 2 car il pose les fondements de nombreuses connaissances mathématiques qui doivent être acquises par les élèves au cours des cycles ultérieurs. Si cet aspect ne me pose pas de problème au niveau des connaissances et de ma capacité à manipuler les nombres, il n'est pas de même lorsqu'il s'agit de l'enseigner à mes élèves de CE1.

Mon aisance dans ce domaine ne me laissait donc aucunement présager de la difficulté à laquelle j'ai rapidement été confrontée lorsque j'ai commencé à enseigner la numération. Mes collègues me conseillaient de m'appuyer quasi-exclusivement sur un fichier autocorrectif qu'elles avaient élaboré durant les vacances. Malgré l'intérêt que j'ai d'abord trouvé à cet outil, rapidement, je ne me suis pas sentie à l'aise avec, les bons élèves avançaient vite et s'en sortaient bien, mais je n'avais pas le sentiment qu'ils avaient bien compris le nombre pour autant. Alors ne parlons pas des élèves les plus en difficultés en mathématiques.

Après quelques hésitations, j'ai finalement décidé que je devais profiter de ce mémoire pour m'aider à y voir plus clair. Mon objectif était double. Je souhaitais, d'une part, trouver des pistes pour enseigner la numération de manière efficace et offrir aux élèves toutes les chances de réussites possibles, et, d'autre part, avoir un regard critique sur les outils et documents que je serai amenée à utiliser tout au long de ma carrière.

Après avoir exposé les aspects théoriques de l'enseignement de la numération à l'école, je définirai plus en détails mon questionnement et expliquerai ce que j'ai mis en place pour obtenir des réponses, faire évoluer ma pratique professionnelle et aider mes élèves à mieux comprendre le nombre.

1 Etat de l'art

1.1 Les deux aspects de la numération décimale

« Notre système de numération occidental est un système de position en base 10 ou système décimal c'est-à-dire qu'il possède 10 chiffres (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) qui n'ont pas la même signification selon leur position dans le nombre ». C'est ainsi que l'on retrouve couramment la définition de notre système de numération. Or, celui-ci est à la fois :

- « positionnel (le premier rang à partir de la droite correspond aux unités, le deuxième rang aux dizaines, etc.)
- et décimal (10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc.). » (Tempier F., 2012).

Expliquons ce que revêt chacun de ces aspects pour mieux comprendre l'intérêt de leur prise en charge par l'enseignant dans son enseignement.

1.1.1 L'aspect de position

Pour bien comprendre, prenons l'exemple d'une production d'élève de CE1 dans ma classe :

② **Trouve le nombre correspondant**

a. 5 dizaines + 4 unités = 54..... |

b. 3 unités + 2 dizaines = 32..... ✗

c. 1 centaine + 5 dizaines + 3 unités = 153..... |

d. 4 centaines + 3 unités = 43..... ✗

e. 6 dizaines + 2 centaines = 62..... ✗

f. 12 dizaines + 4 unités = 124..... |

g. 1 centaine + 3 dizaines + 12 unités = 1312..... ✗

h. 13 dizaines + 2 centaines + 7 unités = 1327..... ✗

Il écrit le nombre correspondant en juxtaposant les chiffres dans l'ordre dans lesquels ils sont donnés, sans prêter attention aux termes « dizaines », « unités »... Il a donc compris qu'il y avait un lien entre le chiffre de chaque unité de numération et les chiffres composant le nombre, mais il ne sait pas comment les associer entre eux.

Comme nous l'explique Tempier (2012), le savoir en jeu est le fait de pouvoir associer chaque unité de numération à un rang dans l'écriture du nombre. En partant de la droite, le premier rang est celui des unités, le deuxième le rang des dizaines, le troisième le rang des milliers, etc. Ce qu'il résume de façon similaire à ceci :

Aspect de position : la valeur des chiffres dans un nombre dépend de leur position

3125

3 milliers 1 centaine 2 dizaines 5 unités

On a souvent recours au tableau de numération :

M	C	D	U
3	1	2	5

1.1.2 L'aspect décimal

Voici une autre production d'élève de CE1 :

② Trouve le nombre correspondant

a. 5 dizaines + 4 unités = 54..... |

b. 3 unités + 2 dizaines = 23..... |

c. 1 centaine + 5 dizaines + 3 unités = 153..... |

d. 4 centaines + 3 unités = 403..... |

e. 6 dizaines + 2 centaines = 260..... |

f. 12 dizaines + 4 unités = 124..... |

g. 1 centaine + 3 dizaines + 12 unités = 1342..... ×

h. 13 dizaines + 2 centaines + 7 unités = 2437..... ×

Cet élève semble maîtriser l'aspect de position, cependant lorsqu'il s'agit d'effectuer des échanges pour parvenir à une écriture correcte du nombre (g. et h.), il est en difficulté. Il faut ici non seulement être capable d'associer chaque unité de numération à sa position dans le

nombre, mais aussi savoir que 10 dizaines = 1 centaine, que 10 unités = 1 dizaine et donc que 10 dizaines = 100 unités.

Ce que Tempier résume ainsi :

Aspet décimal : 10 unités d'un rang sont égales à 1 unité du rang immédiatement supérieur.

1 dizaine = 10 unités

10 dizaines = 1 centaine, et 1 centaine = 100 unités

10 centaines = 1 millier, et 1 millier = 1000 unités

1.2 L'apprentissage de la numération à l'école

1.2.1 Les enjeux

L'aspect position de la numération et l'aspect décimal ont une importance capitale dans l'apprentissage des techniques opératoires. L'aspect décimal qui met en jeu les échanges entre les unités simples et les dizaines, entre les dizaines et les milliers... intervient dans les retenues des techniques opératoires de l'addition, la soustraction, la multiplication et la division posées en colonne.

1.2.1.1 L'addition et la soustraction

Lorsqu'on ajoute 23 à 91, le rang des dizaines doit subir une conversion. On ajoute 2 dizaines à 9 dizaines, ce qui donne 11 dizaines qu'il faut alors convertir en 1 centaine et 1 dizaine. L'aspect décimal voulant que 1 centaine = 10 dizaines est ici le savoir principal en jeu. Il faut néanmoins savoir qu'1 centaine occupe le 3^{ème} rang en partant de la droite (aspect position).

	1
	91
+	23
<hr/>	
	114

Dans le cas de la soustraction, c'est aussi l'aspect décimal qui est en jeu et les égalités 10 unités = 1 dizaine, 1 centaines = 10 dizaines... Nous ne présenterons que la technique dite par emprunt, car elle permet de mieux comprendre la relation entre les unités composant le

nombre. Pour soustraire 54 à 91 : au rang des unités, on ne peut enlever 4 unités à 1 unité, donc au rang supérieur, on échange 1 dizaines contre 10 unités. On peut maintenant soustraire 4 unités à 11 unités ce qui donne 7 unités. Il reste 8 dizaines auxquelles on enlève 2 dizaines.

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 91 \\
 - 54 \\
 \hline
 37
 \end{array}$$

1.2.1.2 La multiplication et la division

Nous ne présenterons que le cas de la multiplication par un nombre à un chiffre. Par exemple dans la multiplication de 56 par 6, on utilise la décomposition de 56 en 5 dizaines + 6 unités. On multiplie par 6 chacun des termes de cette addition. On a d'abord $6 \times 6u = 36u = 3d + 6u$ car on utilise le fait que $30u = 3d$, puis $6 \times 5d = 30d$.

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 56 \\
 \times 6 \\
 \hline
 336
 \end{array}$$

Enfin, dans le cas de la division les aspects de la numération décimale entrent également en jeu. Prenons l'exemple de la division de 145 par 4. D'abord, il faut faire la division de 14 par 4. Or 14 c'est 14 dizaines et dans 14 dizaines il y a 4 fois 3 dizaines, il reste 2 dizaines. Le premier chiffre du quotient est donc 3 (3 dizaines) au rang des dizaines, ce quotient sera donc un nombre à deux chiffres. On abaisse ensuite le 5 pour diviser les 2 dizaines restantes et les 5 unités par 4. On a donc maintenant 25 unités dans lesquelles on a 4 fois 6 unités, il reste 1 unité. 145 unités c'est donc $4 \times (3 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}) + 1 \text{ unité}$ soit $4 \times 36 \text{ unités} + 1 \text{ unité}$.

$$\begin{array}{r}
 145 \overline{) 4} \\
 25 \overline{) 36} \\
 1
 \end{array}$$

L'apprentissage des deux aspects de la numération décimale est donc essentiel en mathématiques dès le cycle 2.

1.2.2 Les difficultés liées à cet apprentissage

Plusieurs types de difficultés ont été mises en évidence par les travaux de Bednarz et Janvier (1984), toutes liées à l'aspect décimal de la numération :

- « - *difficulté à voir les groupements et leur rôle dans l'écriture conventionnelle malgré la place prépondérante que le travail sur cette écriture occupe dans l'enseignement ;*
- *difficulté à voir la pertinence de ces groupements, même si les exercices dans l'enseignement ont amené les enfants à faire des regroupements ;*
- *difficulté à opérer avec ces groupements, les faire et les défaire ;*
- *difficulté à travailler simultanément avec deux groupements différents ;*
- *difficulté à interpréter les procédures de calcul relatives aux opérations (addition, soustraction, multiplication, division) en termes de groupements, qui conduit à des erreurs classiques sur les opérations. »* (Bednarz et Janvier, 1984).

Ainsi, on constate aisément que les élèves mettent peu de sens sur les activités qui leur sont proposées. Cela a un impact inévitable sur leur compréhension dans divers domaines mathématiques tout au long de leur scolarité : calculs, conversions, nombres décimaux, etc.

1.3 Comment la numération est-elle enseignée ?

Dans leurs travaux, Bednardz et Janvier (1984) relèvent d'abord une « *grande insistance mise sur le passage de l'écriture symbolique du nombre " chiffre, position " à la symbolisation " unités, dizaines, centaines, ..." »*. Ainsi, un enfant aura tendance à toujours associer à chaque chiffre d'un nombre l'unité de numération correspondante. Si pour former 421, on lui propose 42 dizaines 4 centaines 1 unité, il choisira 4 centaines et 1 unité mais sera bloqué par l'absence de 2 dizaines. Selon Bednarz et Janvier, la traduction entre les deux écritures ne conduit pas l'élève à une véritable compréhension de la valeur associée aux chiffres d'un nombre. Par ailleurs, elles relèvent également que « *la représentation du nombre apparaît selon un alignement reprenant l'ordre de l'écriture conventionnelle du nombre* ». Elles en viennent ainsi à la conclusion qu'« *imposer prématurément une présentation ordonnée conduit nécessairement l'enfant à une interprétation de l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position, et écarte toute signification véritable accordée à cette position en termes de groupements* ».

Comme le relève Chaachoua (2016), Tempier (2010) au travers de son analyse en vient aux mêmes constats de difficultés, près de 30 ans après. Il semble douter de la correcte prise en charge des deux aspects de la numération. Pourtant, il concède que ces difficultés ne sont pas liées au manque de connaissances des enseignants dans ce domaine mais plutôt à leurs habitudes de travail. Celles-ci étant liées aux programmes qu'ils doivent suivre et aux manuels qu'ils ont à disposition, il décide par une étude des programmes officiels, des évaluations nationales et des manuels, de comprendre comment les enseignants sont orientés dans la prise en charge de l'enseignement de la numération.

C'est bien l'enseignement de la numération qui est ici remis en question et il revient donc à l'enseignant de proposer des situations qui permettent d'éviter les difficultés évoquées. Or, l'enseignant s'appuie sur des programmes, des ressources d'accompagnement et des manuels pour concevoir son enseignement. Examinons donc ce qu'ils préconisent.

1.4 Les préconisations institutionnelles

1.4.1 Ce que disent les programmes

Comme l'a analysé Chaachoua (2016), les programmes de 2002 et 2007 insistaient sur les deux aspects de la numération, en particulier l'aspect décimal grâce aux activités de groupements et d'échanges mentionnées :

« Ils doivent comprendre les principes de la numération décimale, en particulier que la valeur des chiffres dépend de leur position dans l'écriture des nombres, en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent. (Programmes, 2002 et 2007) ».

Elle relève ainsi que les programmes de 2002 accordaient une grande importance à l'aspect décimal de la numération, et cela à travers trois compétences :

« - Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.

- Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000.

- Retrouver l'écriture chiffrée à partir d'une décomposition. »

Selon elle, si on s'appuie sur les documents d'application des programmes, ces compétences peuvent être rattachées à « Trouver le nombre de ... », « Recomposer un nombre... », « Décomposer un nombre... ». Elle note cependant que dans les progressions de 2008, « Décomposer un nombre et « Recomposer un nombre » ainsi que les écritures en puissances de 10 disparaissent, ce qui met à mal la prise en charge de l'enseignement de l'aspect décimal.

De plus, si l'on regarde les évaluations de 2005 pour l'entrée en CE2, seul l'aspect positionnel est évalué au travers des compétences « Lire/écrire et comparer des nombres entiers ».

Qu'en est-il des derniers programmes entrés en vigueur à la rentrée 2016 ?

Les programmes de 2015 pour le cycle 2 (BO du 26 novembre 2015) préconisent (p.75) « *L'étude de la relation interne aux nombres : [...] décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, [...].* ». Même si cela n'est pas exposé de façon explicite, il s'agit bien ici de prendre en charge à la fois l'aspect positionnel de la numération par la décomposition/recomposition des nombres en unités de numération, et l'aspect décimal de la numération par les échanges et conversions entre les différentes unités de numération.

Plus loin, des éléments d'aide sont proposés aux enseignants dans deux compétences. Dans la compétence « Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer », les programmes insistent sur l'importance particulière qui doit être accordée aux regroupements par dizaines, centaines, milliers. Mais c'est dans la compétence « Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers » que l'on trouve le plus d'éléments d'aide pour l'enseignant. En effet, l'élève doit être conduit à « *Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques* ». L'enseignant doit insister sur les « *Unités de numération (unités simples, centaines, dizaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres)* » et la « *Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position)* ». Les exemples proposés sont explicites : « *Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56)* ». L'enseignant a donc tous les éléments pour permettre aux élèves de faire le lien entre les chiffres qui composent le nombre et donc de mieux en comprendre le sens véritable.

Cependant, sur les 35 fiches proposées pour les évaluations en mathématiques des élèves de CE2 dans la rubrique *Banqu'outils pour l'évaluation* du site Eduscol, seule une fiche propose une situation qui met en jeu l'aspect décimal par la conversion entre unités de numération. On constate donc une réelle contradiction entre les préconisations des programmes et les outils d'évaluation mis à disposition des enseignants par le ministère.

Tournons-nous maintenant vers les manuels conçus pour aider les enseignants dans leur pratique.

1.4.2 Ce que disent les manuels

Dans son analyse des manuels, Tempier (2010) constate que la prise en charge de l'aspect positionnel de la numération prédomine sur celle de l'aspect décimal. Certains types de tâches sont en effet valorisés comme « *Comparer des nombres* » et « *Lire/écrire des nombres* », mettant plutôt en jeu l'aspect positionnel de la numération. Cependant, au travers de l'analyse de Cap Maths CE2 et J'apprends les maths CE2, il repère « *des espaces de liberté pour les enseignants. L'aspect décimal est un savoir qui y est identifié clairement et certaines activités proposées peuvent amener les élèves à une compréhension de l'écriture des nombres en termes de groupements* ». Ces espaces de liberté sont cependant propres à chaque enseignant et ne garantissent pas une prise en charge totale de l'aspect décimal dans les activités qu'il propose.

2 Problématique

La prise en charge de l'aspect décimal permet une bonne compréhension du nombre et des unités qui le composent, et facilite notamment l'apprentissage du calcul et des techniques opératoires. Il est donc un enjeu essentiel de l'enseignement de la numération.

Alors que depuis 2002, l'institution a opéré de nombreux allers-retours dans sa mise en avant auprès des enseignants, les programmes de 2016 lui accordent à nouveau une place à part entière. De plus, dans la formation dispensée dans les ESPE, les formateurs nous mettent en garde sur l'importance de prendre en charge cet aspect dans notre pratique. Pourtant des documents ressources très récents destinés à évaluer les élèves de CE2 en mathématiques, n'y font qu'une seule référence, pouvant facilement passer inaperçue.

Je me suis donc demandée si les outils que j'avais actuellement à disposition dans ma classe avaient été suffisamment pensés en prenant en compte l'aspect décimal de la numération, ou si l'incohérence constatée précédemment avait encore des répercussions au sein notamment des classes de CE1 de mon école. Un fichier de numération autocorrectif a été créé par les enseignants du cycle 2 de mon école durant les vacances d'été 2016. Prend-il suffisamment en charge l'aspect décimal de la numération pour permettre à mes élèves une bonne

compréhension du nombre ? Si non, travailler de manière spécifique sur cet aspect durant une période leur permettra-t-il de mieux progresser que des élèves ne travaillant que sur ce fichier ? Voilà donc les questions auxquelles je vais tenter de répondre dans la suite de ce mémoire.

3 Méthodologie

3.1 Analyse des ressources de la classe

3.1.1 Présentation du fichier autocorrectif pour le Cycle 2

Durant les vacances d'été 2016, les enseignantes de cycle 2 ont travaillé en concertation sur l'élaboration d'un fichier d'entraînement autocorrectif de type Freinet afin de permettre à chaque élève de progresser à son rythme, en fonction de son niveau de départ. Ce fichier permet de travailler la compétence « Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer » et présente 13 niveaux (N1 à N13) correspondant chacun à des nombres travaillés de plus en plus grands. Un exemple de fiche est proposé en Annexe 1. Ce fichier se présente sous forme de feuilles mises dans des pochettes plastiques sur lesquelles seuls les élèves de CP ou les plus fragiles des CE1 peuvent écrire directement avec des feutres adaptés. A partir du CE1, les élèves déjà à l'aise, répondent directement sur leur cahier. Derrière chaque fiche, la correction est proposée. Pour certains exercices, les élèves doivent « s'inscrire en correction » (mettre leur étiquette prénom au tableau) afin que l'enseignant vienne corriger et si besoin leur fournir des explications. A chaque fois qu'une fiche est terminée, l'élève doit reprendre les exercices qui lui ont posé problème, ce qui lui permet de s'auto-évaluer et de progresser en termes d'autonomie dans son travail. Il ne passe aux autres fiches que lorsqu'il a tout réussi. Quand toutes les fiches d'un niveau ont été réalisées, l'élève demande à l'enseignant de passer l'évaluation de départ du niveau supérieur. S'il la réussit, il peut passer à l'entraînement sur les fiches du niveau supérieur. S'il s'est trompé, il doit se ré-entraîner sur les exercices correspondant à la/aux compétence(s) concernée(s) que l'enseignant lui a indiquées.

Lors de mon arrivée dans l'école, j'ai demandé aux enseignantes du cycle 2 et notamment celles ayant des CE1 dans leur classe, comment elles procédaient pour l'enseignement de numération. Elles m'ont toutes conseillé de ne pas mener de séquence type, mais d'utiliser exclusivement le fichier. J'ai donc fait passer aux élèves l'évaluation de départ

correspondant à leur niveau théorique et en fonction des résultats, les ai orientés vers le niveau adéquat. Après quelques semaines d'appropriation de l'outil, ils sont finalement devenus assez autonomes dans leur travail. Mais j'avais le sentiment que malgré l'avancée fulgurante de certains, je passais à côté de choses essentielles en termes de compréhension du nombre. J'ai donc commencé par en faire l'analyse.

3.1.2 Analyse du fichier

L'étape préliminaire à mon étude a d'abord consisté à analyser le fichier afin de regarder s'il répondait aux attentes institutionnelles en termes de prise en charge de l'aspect décimal de la numération. En effet, j'avais le sentiment que même les élèves les plus habiles avec les nombres n'avaient pas une réelle compréhension du nombre avec les exercices proposés par le fichier. Mais si je me suis d'abord interrogée sur cela c'est aussi et surtout grâce aux enseignements en mathématiques dont j'ai bénéficié à l'ESPE et au cours desquels j'ai pris conscience de ce qu'enseigner la numération voulait dire pour nous enseignants. Mon objectif n'avait pas pour but de critiquer le travail de mes collègues mais plutôt de m'aider, si nécessaire, à le compléter pour amener mes élèves à progresser sur la compréhension de l'aspect décimal. Voici les types de tâches proposées par les exercices du fichier pour les nombres de 59 à 999, nombres qui doivent être étudiés au CE1 :

- Compter en groupant par 10 puis par 100 : les élèves sont orientés sur la tâche à accomplir. Ils trouvent ainsi le nombre de centaines, le nombre de dizaines, le nombre d'unités simples restantes et les associent aux chiffres qui composent le nombre à trouver. Parfois, ils comptent de 100 en 100 puis de 10 en 10 et effectuent une addition. Seul l'aspect position est travaillé dans ce type d'exercice.

- Comparer deux nombres : C'est ici la valeur des chiffres en fonction de leur position dans le nombre qui est en jeu. Donc seul l'aspect position est travaillé.

- Compléter des files numériques : cette tâche mobilise la capacité à compter de 1 en 1, de 5 en 5... donc ni l'aspect décimal ni l'aspect position ne sont en jeu.

- Placer des nombres sur une droite graduée : même remarque que ci-dessus.

- Décomposer des nombres en une somme de nombres correspondants aux unités de numération (ex. : $186 = 100 + 80 + 6$) : ici l'élève doit être capable d'associer à un chiffre le nombre correspondant dans une écriture additive. L'exemple induit chez l'élève une procédure qui ne témoigne en rien de sa compréhension de l'écriture additive associée à un nombre. Seul l'aspect position est encore ici travaillé.

- Décomposer un nombre en centaines, dizaines et unités : dans tous les exercices de ce type qui sont proposés, le nombre doit systématiquement être décomposé dans l'ordre ... c + ...d + ...u. L'ordre n'est jamais inversé et la décomposition du type $186 = 18 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}$ n'est jamais proposée. Donc seul l'aspect position est en jeu.

- Ranger dans l'ordre croissant ou décroissant : Met en jeu ici encore l'aspect position.

- Trouver le précédent et le successeur d'un nombre : ni l'aspect position ni l'aspect décimal ne sont en jeu.

- Associer un nombre à sa décomposition en matériel de numération : l'élève sait que le grand carré correspond à 1 centaine, la barre à 1 dizaine et le petit carré à 1 unité. Les représentations proposées sont systématiquement dans l'ordre d'écriture du nombre, on ne s'assure pas que l'élève a compris le nombre mais simplement qu'il est logique et associe chaque type de matériel à un chiffre qui doit être à une position précise. Par ailleurs, le nombre de chaque unité de numération n'excède jamais 9. Ici encore, seul l'aspect position est travaillé.

- Associer un nombre à ses diverses écritures : dans de rares fiches, on retrouve par exemple pour le nombre 69 la proposition 9u 6d. Ici encore l'aspect position est le seul en jeu mais pour une fois, les codes d'écriture ordonnée sont remis en cause. On va donc plus loin dans la compréhension du nombre, même si pour autant, l'aspect décimal n'est pas en jeu.

Ainsi, le fichier ne permet pas de travailler de manière suffisante l'aspect décimal de la numération. On semble bien loin des attentes institutionnelles évoquées plus haut. Ceci justifie l'étude qui a été menée et que je vais maintenant détailler.

3.2 Les participants à l'étude

L'étude a porté sur une classe de CE1 d'une école située en milieu social favorisé. La classe à niveau unique était composée de 27 élèves. Deux autres classes ont participé à l'étude pour constituer le groupe témoin. Ce groupe était composé de 10 élèves de CE1 d'une classe à double niveau CP-CE1 d'un niveau moyen en mathématiques et de 6 élèves de CE1 d'une classe à double niveau CE1-CE2 d'un bon niveau en mathématiques. Tous ces élèves travaillaient sur le fichier autocorrectif présenté ci-dessus. En procédant de la sorte, cela m'a permis de travailler de la même façon avec l'ensemble des élèves de ma classe constituant le groupe test, sans en sacrifier une partie.

3.3 Matériel utilisé

Pour cette étude, le matériel utilisé a été assez simple : un jeu de l'oie « fait maison » permettant de travailler les échanges, en 3 exemplaires de niveau standard et 3 exemplaires de niveau simplifié (nombres travaillés plus petits, jeu plus court), deux dés, des cartes de 100, 10 et 1, des pions.

Pour les exercices autocorrectifs, les élèves avaient à disposition ardoise, cahier de brouillon, matériel de numération et bien sûr les fiches d'exercices que j'élaborais moi-même.

Pour l'atelier manipulation, les élèves disposaient de matériel de numération ainsi que de leur ardoise et cahier de brouillon.

3.4 Objectif de l'étude

L'étude qui va suivre avait pour objectif de montrer que le travail spécifique sur l'aspect décimal de la numération avec des exercices et situations adaptés au niveau des élèves leur permettrait de mieux progresser sur la compréhension du nombre que ceux qui avaient continué à travailler sur le fichier autocorrectif durant la période. En effet, comment un fichier ne prenant pas en charge l'aspect décimal mais seulement l'aspect position pouvait-il mieux faire progresser les élèves qu'un entraînement spécifique ? C'est pour tenter de répondre à cette question que l'expérimentation a été menée comme indiqué dans le paragraphe 4.

3.5 Les observables

Après l'expérimentation, nous avons pris en compte pour notre étude uniquement les résultats à l'évaluation initiale et à l'évaluation finale. Nous voulions voir si, par rapport au groupe témoin, les élèves du groupe test avaient mieux progressé sur les exercices proposés. Nous avons donc observé la réussite aux exercices en attribuant des notes ensuite traduites en pourcentage de réussite. Mais l'étude n'aurait pas été complète sans observer également la typologie des erreurs et son évolution entre les deux évaluations.

4 Conception de l'expérimentation

L'expérimentation devait conduire à montrer que le fichier ne travaillant que l'aspect position de la numération sans jamais aborder l'aspect décimal, il ne permettait pas aux élèves

de progresser aussi vite sur la compréhension des nombres que ceux ayant bénéficié d'activités spécifiques permettant de travailler cet aspect.

Pour cela, il fallait donc proposer à tous les élèves (groupe test et groupe témoin) un même évaluation initiale, appelée « Test initial » ainsi qu'une même évaluation finale, appelée « Test final », aux mêmes moments de la période et analyser la progression de chaque groupe. Pour le groupe Test, le travail spécifique sur l'aspect décimal de la numération, entre les deux évaluations s'est déroulé sous forme d'ateliers de numération. Le tableau 1 représente le planning utilisé sur la période.

	Lundi matin	Lundi après-midi	Mardi matin
Semaine 11	<i>Test initial</i>		
Semaine 12	Tour 1 – rotation 1	Tour 1 – rotation 2	Tour 1 – rotation 3
Semaine 13	Tour 2 – rotation 1	Tour 2 – rotation 2	Tour 2 – rotation 3
Semaine 14	Tour 3 – rotation 1	Tour 3 – rotation 2	Tour 3 – rotation 3
Semaine 15	<i>Test final</i>		

Tableau 1 : planning de l'expérimentation.

4.1 Test initial

L'expérimentation s'est déroulée sur la période 4 de l'année scolaire. Les élèves avaient donc travaillé exclusivement sur le fichier autocorrectif durant les trois premières périodes de l'année. En semaine 11, les élèves du groupe Témoin ainsi que les élèves du groupe Test ont passé le Test initial. Les consignes ont été explicitées et les élèves avaient la possibilité d'utiliser du matériel de numération ou de dessiner pour répondre aux questions. Chaque élève a eu le temps nécessaire pour réaliser l'ensemble des exercices proposés. A la suite du test, une analyse des réponses a permis de constituer trois groupes de besoins auxquels des ateliers différenciés ont ensuite été proposés pour remédier aux difficultés rencontrées. Ma connaissance du niveau des élèves avant cette étude a aussi joué. Précisons que les groupes n'ont pas été identifiés ni par un numéro ni par une lettre, il s'agissait de trois listes de noms. Ainsi, les élèves n'ont pas pu associer leur groupe à un niveau dans la classe.

L'exercice 3 permettait à l'élève de faire le cheminement inverse. A partir d'un nombre donné et d'une décomposition imposée, il devait retrouver « le nombre de... » pour chacune des unités de numérations proposées.

③ Complète les égalités

- a. $42 = \dots\dots\dots$ dizaines + $\dots\dots\dots$ unités
- b. $93 = \dots\dots\dots$ unités + $\dots\dots\dots$ dizaines
- c. $207 = \dots\dots\dots$ dizaines + $\dots\dots\dots$ unités
- d. $431 = \dots\dots\dots$ centaines + $\dots\dots\dots$ unités
- e. $752 = \dots\dots\dots$ centaines + $\dots\dots\dots$ unités
- f. $1246 = \dots\dots\dots$ centaines + $\dots\dots\dots$ unités

Enfin, un problème était proposé aux élèves afin de voir si d'un nombre, ils étaient capables d'extraire le nombre de paquets de 10, avec toute la difficulté que peut poser un problème à un élève de CE1.

⑤ Aide le marchand de bonbons



Le marchand de bonbons a 235 sucettes.

Il veut les vendre par paquets de 10.

Combien de paquets peut-il préparer ?

.....

Tu peux écrire ou dessiner en dessous pour t'aider à répondre :

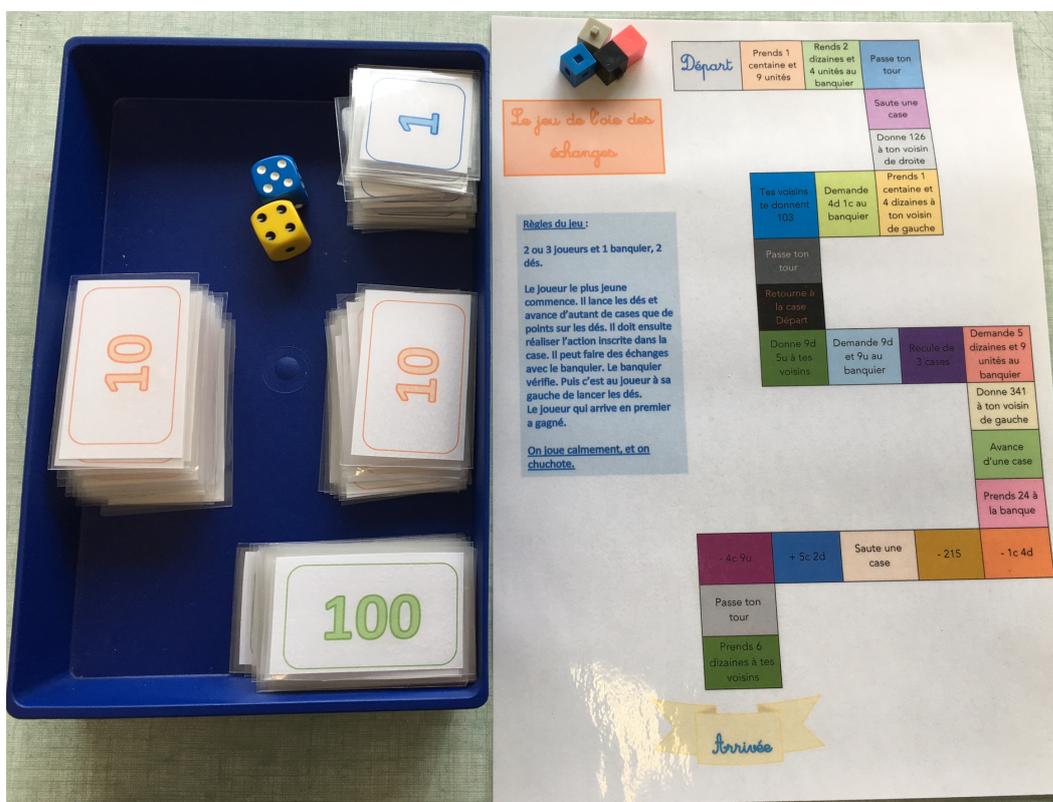
4.2 Les ateliers de numération

Avant de débiter l'étude, en semaine 11, les trois ateliers de numération ont été présentés aux élèves afin qu'ils y soient bien familiarisés. A partir de la semaine 12 et durant trois semaines, tous les élèves ont pu réaliser trois tours d'ateliers, soit un tour par semaine. Chaque semaine, tous les élèves sont donc passés sur chaque atelier. Un créneau de 30 minutes était prévu le lundi matin, le lundi après-midi et le mardi matin (Cf. planning p.14)

Les élèves les plus fragiles ont systématiquement été mis sur l'atelier manipulation avec l'enseignant de façon à les préparer à l'atelier d'exercices. De plus, d'une semaine à l'autre, les difficultés constatées sur les exercices lors des corrections ont été prises en compte et travaillées dans l'atelier manipulation.

4.2.1 Le jeu de l'oie des échanges

Pour cet atelier, les élèves ont tous pu jouer par 3 ou 4, en ma présence afin qu'ils comprennent bien les règles du jeu et la méthode à adopter. Dans ce jeu, l'objectif est que l'élève puisse s'approprier les échanges. Il est amené sans cesse à faire des échanges avec le banquier pour pouvoir réaliser l'action indiquée sur sa case et donner ou recevoir la somme exacte. Les joueurs s'entraident afin que les bons échanges soient réalisés. Ce jeu était proposé en version allégée au groupe de besoin le plus fragile. Lors du premier tour d'ateliers, les élèves ont rencontré de grosses difficultés à échanger par exemple 100 contre 9 billets de 10 et 10 billets de 1. Une nouvelle session de familiarisation a donc été proposée. Cela a permis de remédier à ce problème.



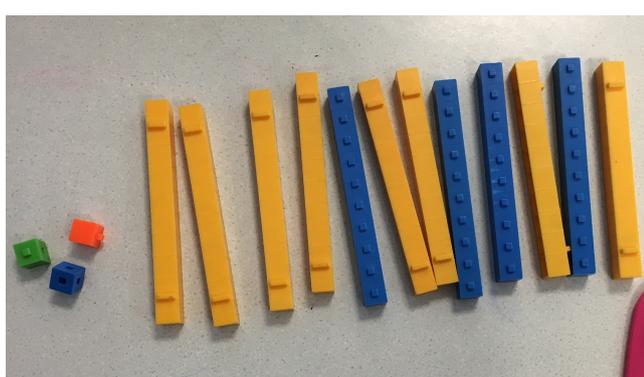
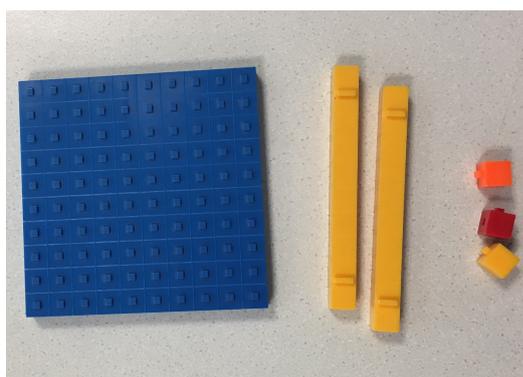
4.2.2 Les exercices corrigés

Les ateliers d'exercices ont été explicités en semaine 11 et les élèves ont pu poser toutes les questions nécessaires à leur compréhension. Un atelier type a ensuite été proposé afin que les élèves s'approprient l'activité et soient autonomes durant les ateliers.

Durant les trois semaines d'ateliers, les exercices étaient globalement du même type que ceux du test de départ (Cf Annexe 2). Une fois tous les exercices réalisés ou tentés, les élèves devaient aller se corriger avec une fiche correctrice, repérer les erreurs et comprendre les explications données sur la fiche. Puis ils revenaient à leur place et devaient essayer de corriger leurs erreurs en se rappelant les explications. Les deux groupes les plus à l'aise ont eu les mêmes exercices, le groupe des plus fragiles a eu des exercices plus courts avec des nombres plus petits.

4.2.3 L'atelier manipulation

L'atelier de manipulation était le seul mené par l'enseignant. Les élèves choisissaient un nombre supérieur à 100 qui avait du sens pour eux (nombres d'os dans le corps humain, vu en sciences, nombre de jours dans une année...). A partir de ce nombre, ils devaient le représenter avec du matériel de numération. Une fois la représentation classique faite, ils devaient en trouver d'autres. L'enseignant pouvait orienter en demandant qu'ils n'utilisent que des centaines et des unités, seulement des unités... et faisait constater les équivalences. L'objectif était aussi de faire prendre conscience que, certes un carré c'est une centaine, mais que dans cette centaine il y a des dizaines, des unités « cachées ».



4.3 Test final

A la fin des trois tours d'ateliers, le test de numération a été reproposé de manière identique aux élèves du groupe Test et aux élèves du groupe Témoin. Les explications ont été

les mêmes que lors du Test initial et chaque élève a eu tout le temps nécessaire pour finir l'ensemble des exercices.

Ainsi, nous avons pu comparer les progrès réalisés par les deux groupes durant ces trois semaines, en fonction des activités réalisées par les élèves. C'est ce que nous présentons dans la section suivante.

5 Analyse et Résultats

L'analyse a été réalisée sur les résultats des élèves du groupe Témoin et du groupe Test au Test initial et au Test final. Il s'agissait de mesurer d'une part les progrès en termes de réussite aux exercices entre les deux tests et d'autre part les progrès en termes de type d'erreurs.

5.1 Analyse de la réussite aux exercices

Chaque élève s'est vu attribuer une note sur 1 pour l'exercice 1, une note sur 8 pour l'exercice 2, une note sur 6 pour l'exercice 3 et une note sur 1 pour l'exercice 4. Ces notes ont été traduites en pourcentage de réussite et la moyenne obtenue par chaque groupe a été calculée. Nous avons ensuite comparé les moyennes obtenues par chaque groupe à chacun des exercices entre l'évaluation initiale et l'évaluation finale. Voici les résultats obtenus.

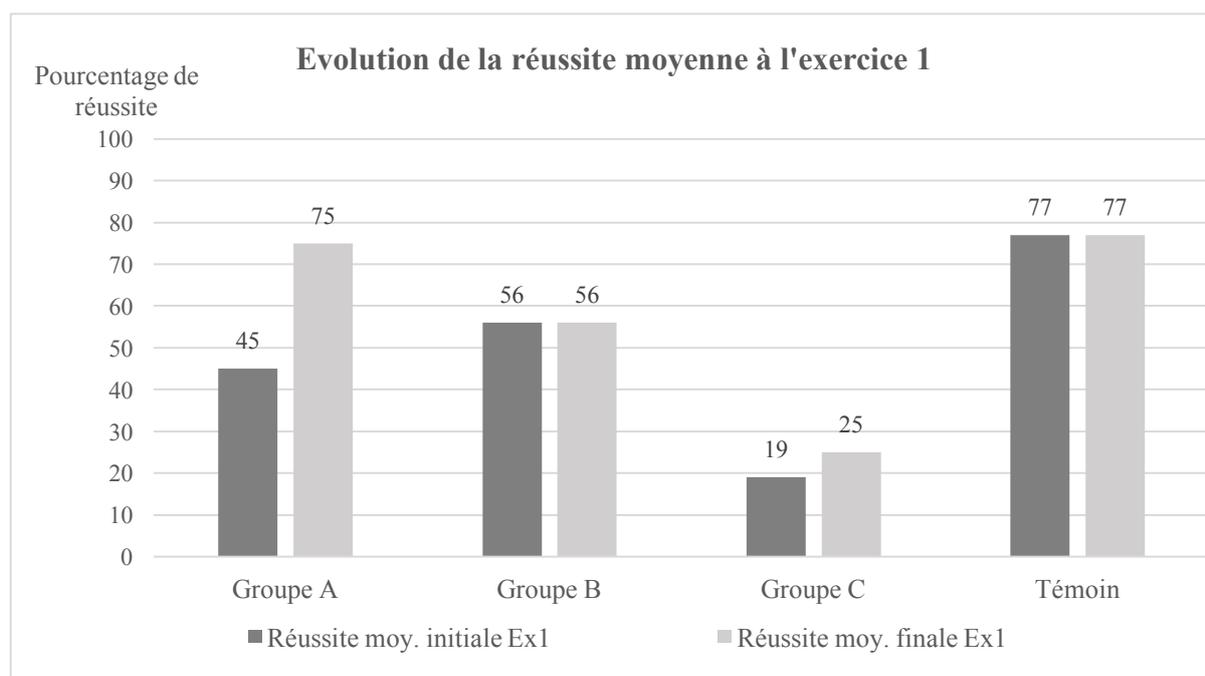


Figure 2 : Graphique représentant l'évolution de la réussite moyenne à l'exercice 1.

Pour le premier exercice proposé, on constate (Figure 2) qu'au départ les élèves du groupe Témoin ont en moyenne un meilleur niveau que les élèves du groupe Test, tous groupes confondus. Néanmoins ils n'ont pas 100% de réussite et ne progressent pas entre les deux évaluations. Au contraire, les élèves des groupes Test A et C progressent, mais c'est de manière plus importante pour le groupe A. Les élèves du groupe B qui ont le meilleur niveau moyen de départ sur cet exercice, comme le groupe témoin, n'ont pas progressé entre l'évaluation initiale et l'évaluation finale.

La figure 3 représente les résultats obtenus à l'exercice 2.

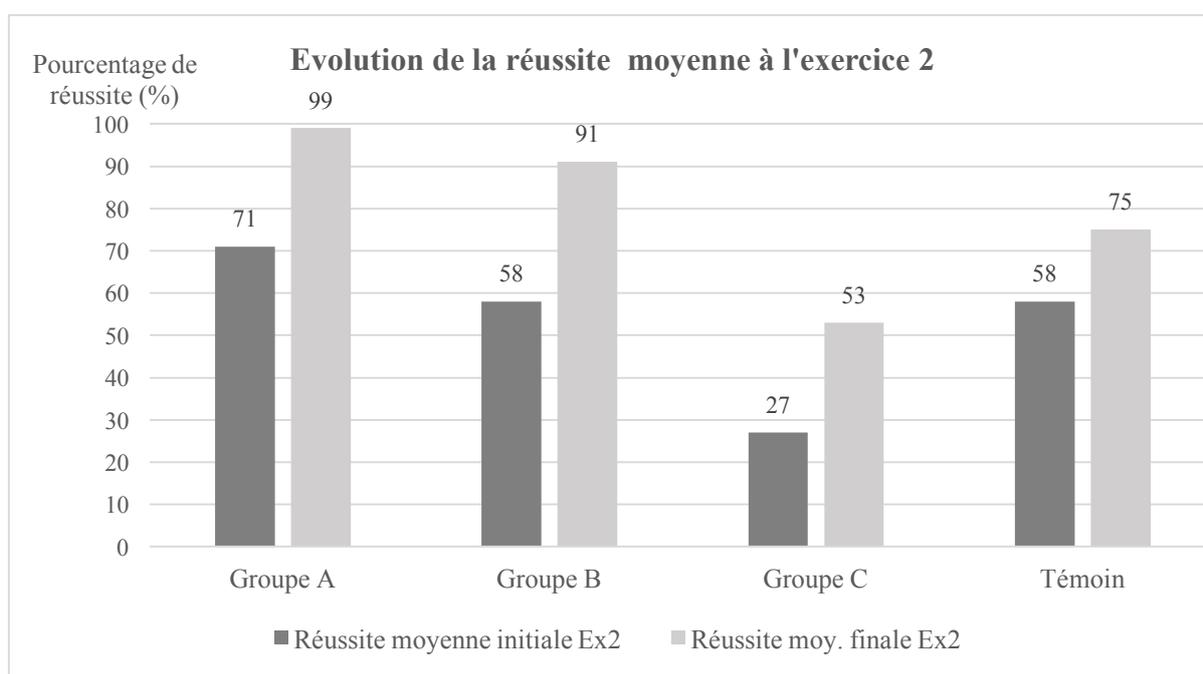


Figure 3 : Graphique représentant l'évolution de la réussite moyenne à l'exercice 2.

Les élèves du groupe Test A sont ceux qui ont le meilleur niveau de départ avec plus de 70% de réussite. Le groupe Témoin et le groupe Test B ont sensiblement le même niveau avec près de 60% de réussite. Le groupe Test C est celui qui part du plus loin avec moins de 30% de réussite. Pour cet exercice tous les élèves ont progressé qu'ils soient du groupe Test ou du groupe Témoin. Cependant, la progression est meilleure pour le groupe Test puisque tous les groupes affichent une progression allant de 28 à 33% contre seulement 17% pour le groupe Témoin.

Pour l'exercice 3, le graphique (Figure 4) est assez parlant. En effet, si les élèves du groupe Témoin sont ceux qui affichent le meilleur niveau de départ de 49% de réussite, leur progrès n'est que de 2% à la deuxième évaluation. Pour tous les élèves du groupe Test qui n'avaient au départ qu'entre 32 et 40% de réussite, la progression est très importante. En effet, ils atteignent entre 79 et 88% de réussite moyenne à la deuxième évaluation.

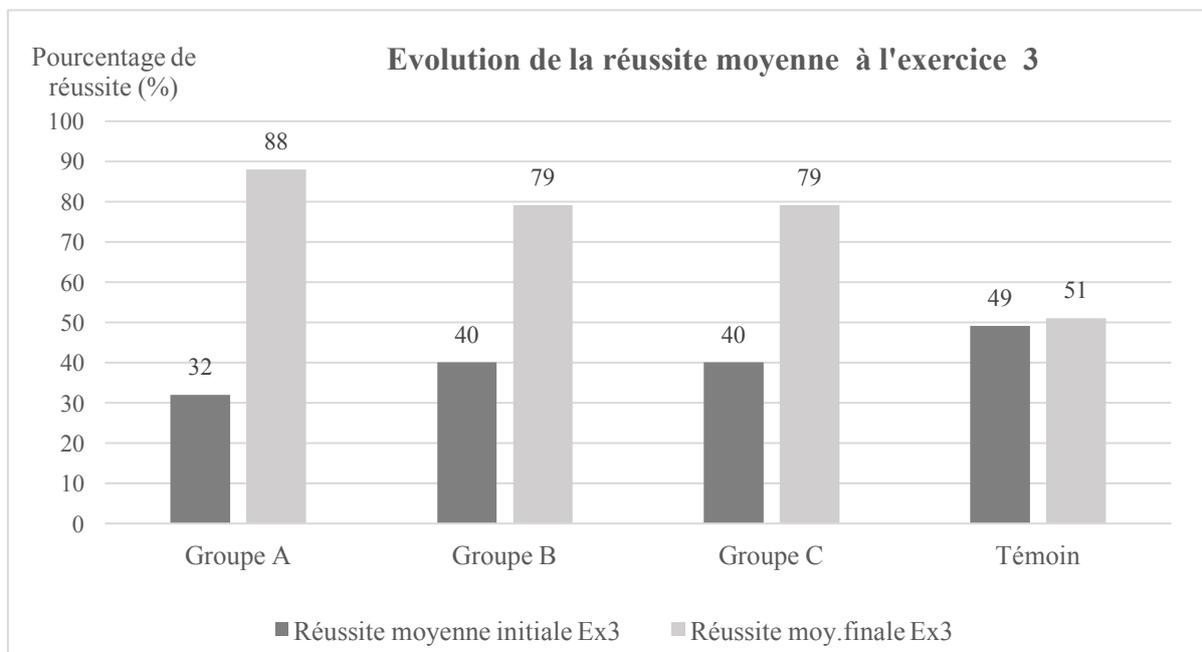


Figure 4 : Graphique représentant l'évolution de la réussite moyenne à l'exercice 3.

Voyons enfin si les élèves ont progressé au problème proposé dans l'évaluation (Figure 5).

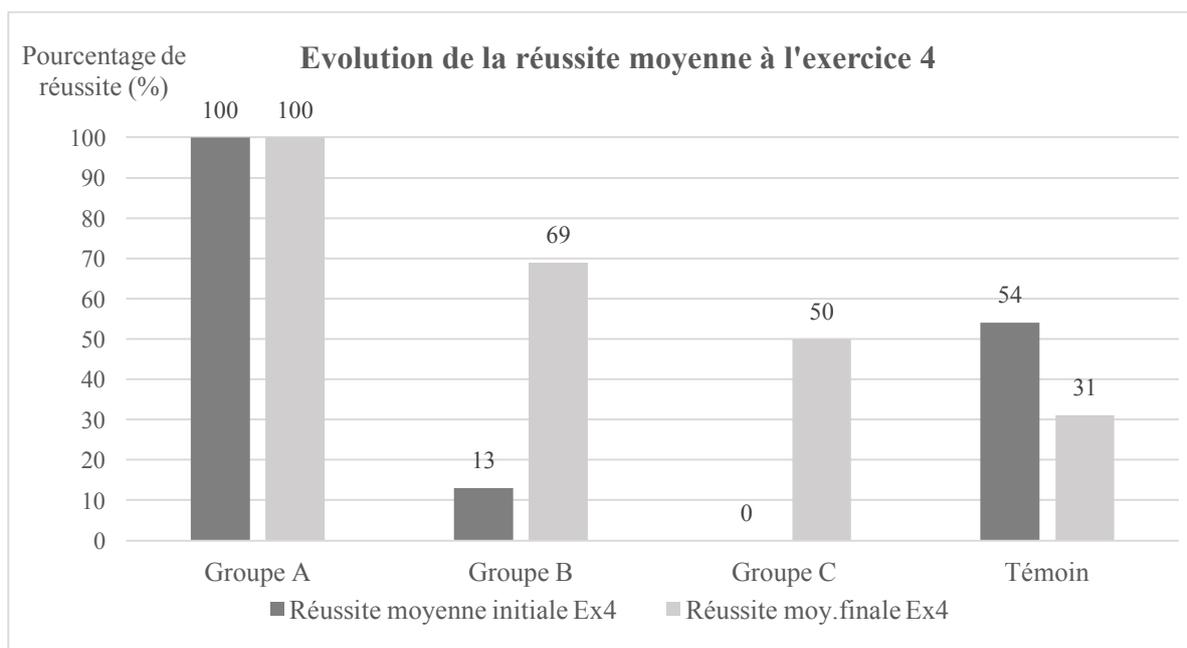


Figure 5 : Graphique représentant l'évolution de la réussite moyenne au problème.

Les résultats obtenus au problème, représentés par la figure 5 révèlent que le groupe Test A avait le meilleur niveau initial avec 100% de réussite et qu'il n'a pas baissé entre les deux évaluations. Les groupes Test A et B avaient un niveau très faible et ont tous progressé avec entre 50 et 69% de réussite à l'évaluation finale. Nous constatons au contraire que le groupe Témoin qui avait obtenu 54% de réussite au départ, n'a plus que 31% de réussite à l'évaluation finale. Ainsi, il semble que les ateliers aient eu un effet positif sur la progression des élèves à cet exercice.

Si cette première analyse nous révèle des résultats plutôt encourageants quant à l'impact d'un travail spécifique sur l'aspect décimal de la numération sur la progression des élèves, il est important de nous intéresser aux types d'erreurs réalisées lors de l'évaluation initiale et lors de l'évaluation finale dans une analyse de l'évolution des types d'erreurs, donc plus qualitative.

5.2 Analyse qualitative

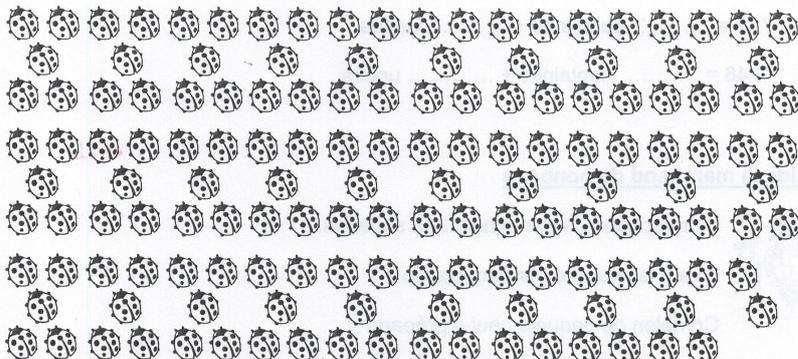
5.2.1 Les types d'erreurs

Pour les exercices 1, 2 et 3 du test, les différents types d'erreurs ont été relevés puis codés. Elles sont répertoriées dans le tableau 2.

Nous n'avons pas analysé les erreurs au problème car le but était simplement que les élèves sachent sortir du nombre, le nombre de paquets de 10. Donc soit l'élève savait faire, en s'aidant ou non d'un dessin, soit il ne savait pas faire. On ne pouvait pas vraiment trouver des types d'erreurs différents.

Dans l'exercice 1, voici par exemple le type d'erreur DG1 :

① Compte les coccinelles en étant le plus efficace possible. 2



Il y a 57 coccinelles. x DG 1

Dans l'exercice 2, le type d'erreur DN2 se présentait ainsi :

$$d. 4 \text{ centaines} + 3 \text{ unités} = \text{43} \dots \times \text{DN2}$$

Pour l'exercice 3, prenons l'erreur ND2 qui se retrouve le plus fréquemment dans le Test initial :

$$d. 431 = \text{3} \dots \text{centaines} + \text{1} \dots \text{unités} \times \text{ND2}$$

Voici l'ensemble des erreurs, des exemples sont donnés dans l'annexe 3.

Type d'erreur	Code erreur
Exercice 1 : dénombrer en faisant des groupements par 10 puis par 100	
Comptage de 1 en 1 qui induit une erreur	DG1
Groupements aléatoires ou mal traduits	DG2
Erreur de groupements ou de comptage	DG3
Exercice 2 : Associer une décomposition en unités de numération à un nombre	
Pas de réponse	DN0
Ajout (ou multiplication) des termes sans prise en compte des unités de numération	DN1
Association de chaque terme à un chiffre selon son ordre d'apparition ou non sans prise en compte de l'unité de numération	DN2
Pas de prise en compte des échanges à réaliser	DN3
Erreur dans les échanges	DN4
Exercice 3 : Associer un nombre à sa décomposition en unités de numération	
Pas de réponse	ND0
Inscription des chiffres dans leur ordre d'apparition dans le nombre sans prise en compte des termes « centaine », « dizaine » ou « unités »	ND1
Inscription du <i>chiffre des...</i> au lieu du <i>nombre de...</i> sans prise en compte des unités de numération	ND2
Inscription du <i>chiffre des...</i> au lieu du <i>nombre de...</i> avec prise en compte des unités de numération	ND3
Erreur de décomposition quand l'un des termes est un nombre de centaines	ND4

Tableau 2 : Types d'erreurs et codes associés.

5.2.2 Analyse des résultats

Pour chaque sous-groupe constituant le groupe Test (groupe A, groupe B, groupe C) nous avons relevé la fréquence d'apparition de chaque type d'erreur, exercice par exercice, au Test initial et au Test final. Nous avons ainsi pu regarder les éventuels progrès des élèves, non plus en termes de note ou de réussite, mais en termes d'amélioration de leur compréhension et donc d'apprentissage. L'objectif premier de l'expérience consistant à faire progresser les élèves sur la compréhension du nombre, il fallait que certains types d'erreurs disparaissent ou s'atténuent fortement entre les deux évaluations, comme notamment DG1, DG2, DN1, DN2, DN3, ND1, ND2. Qu'en a-t-il été réellement ?

La figure 6 représente l'évolution des types d'erreurs à l'exercice 1 pour chaque groupe entre les deux tests.

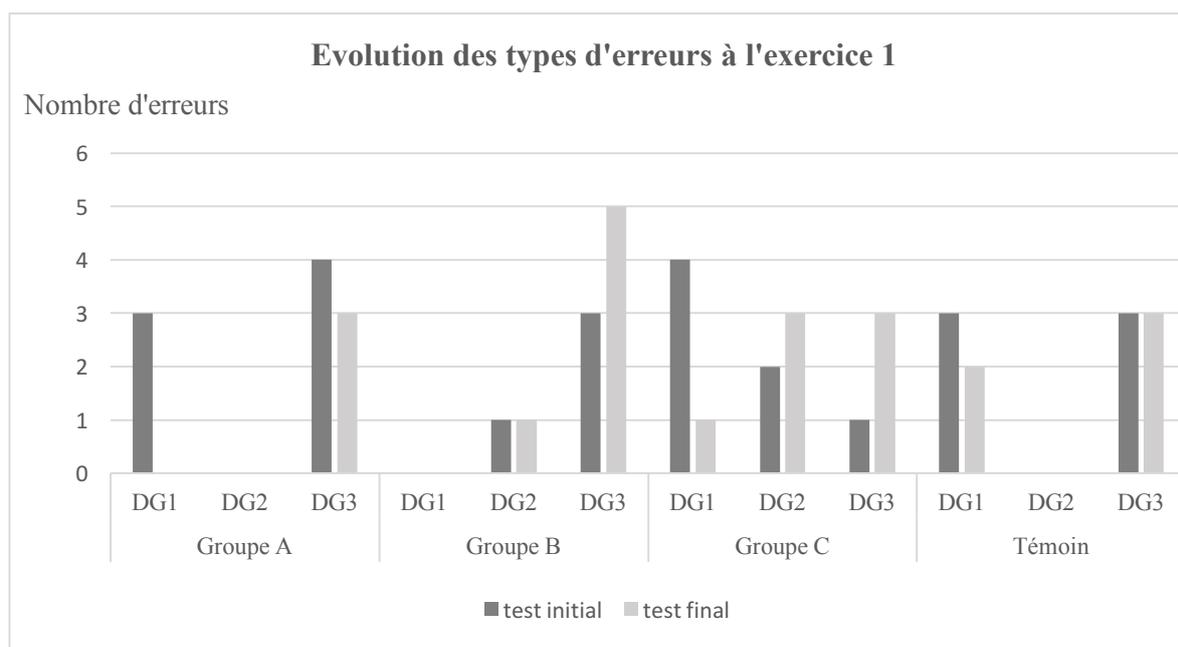


Figure 6 : Graphique représentant l'évolution des types d'erreurs à l'exercice 1.

L'exercice avait pour consigne « Compte les coccinelles en étant le plus efficace possible ». Nous attendions donc que les élèves fassent des groupements, de préférence par 10. Le comptage de 1 en 1 n'était pas efficace. D'ailleurs tous les élèves s'étant engagés dans cette procédure n'ont pas trouvé la bonne réponse, que ce soit au Test initial ou au Test final. Le graphique nous montre que pour tous les groupes, le type d'erreur DG1 diminue, pour le Groupe B il reste nul. Cela nous informe sur le fait que les élèves ont moins eu recours à la procédure

de comptage de 1 en 1 lors du Test final. De plus, la diminution de cette erreur est plus importante dans le groupe Test que dans le groupe Témoin. Les ateliers proposés semblent donc avoir eu un effet sur cette diminution.

Le deuxième type d'erreur « Groupements aléatoires ou mal traduits » reste nul pour le groupe A, stagne pour le groupe B et augmente pour groupe C. Le groupe Témoin ne fait pas ce type d'erreur, que ce soit au Test initial ou au Test final.

Ces résultats nous indiquent que pour le groupe Test, le groupe le plus fragile a évolué dans sa compréhension. Les élèves perçoivent mieux l'intérêt de faire des groupements ou savent que c'est ce qui est attendu, mais ne savent pas encore le mettre en œuvre.

Enfin, concernant « l'erreur de groupement ou de comptage », elle diminue significativement dans le groupe Test A, mais augmentent pour les deux autres groupes Test. Dans le groupe Témoin, le nombre d'erreurs de ce type reste constant.

Regardons maintenant les résultats obtenus à l'exercice 2 (Figure 7). Dans cet exercice, il s'agissait pour l'élève de trouver le nombre correspondant à une décomposition en unités de numération.

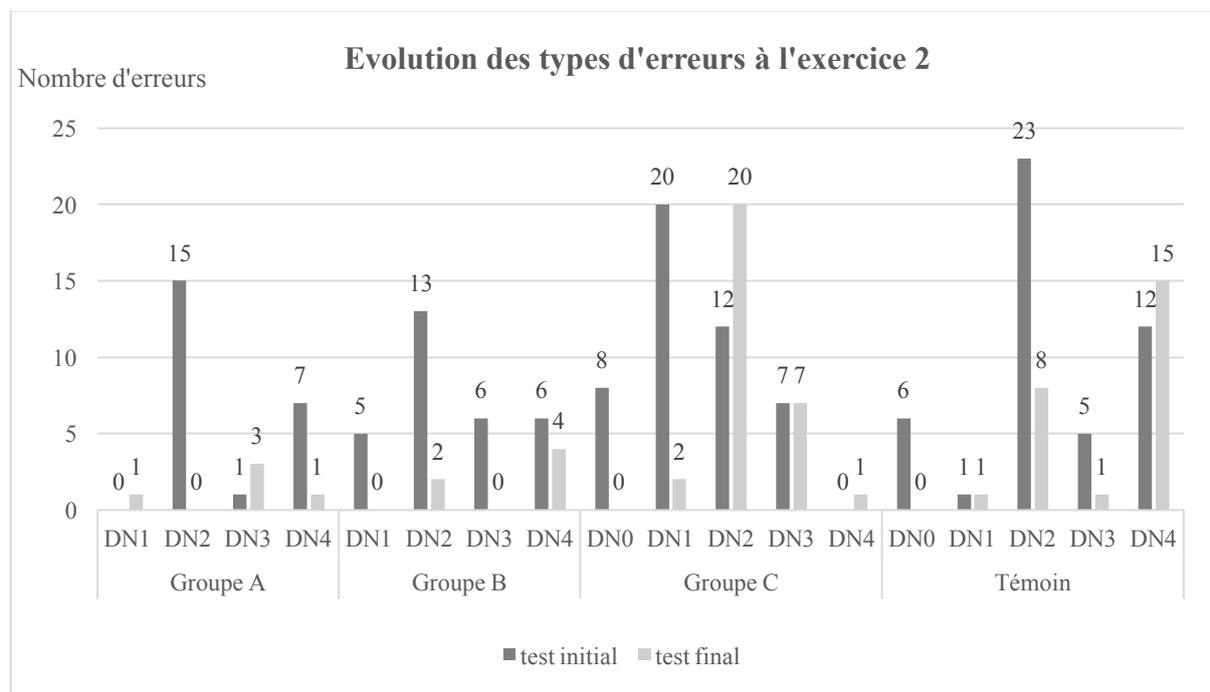


Figure 7 : Graphique représentant l'évolution des types d'erreurs à l'exercice 2.

On peut déjà remarquer que pour le groupe Témoin, l'erreur DN1 est à un niveau très faible, plus faible que pour tous les groupes du groupe Test même au Test initial. Il va donc être

difficile d'attribuer un quelconque effet à notre expérience. Cependant, notons qu'hormis l'apparition de cette erreur dans le groupe A au test final, pour les groupes Test B et C elle diminue nettement, notamment dans le groupe Test C où l'on peut se satisfaire de voir les élèves passer de 20 à 2 erreurs.

Pour le groupe Test C mais aussi le groupe Témoin, les questions restées sans réponses disparaissent à la deuxième évaluation, on ne peut donc pas attribuer cet effet sur le groupe Test C aux ateliers mis en place.

Concernant l'erreur DN2 « Association de chaque terme à un chiffre selon son ordre d'apparition ou non sans prise en compte de l'unité de numération », elle passe de 23 à 8 dans le groupe Témoin, disparaît pour le groupe Test A passant de 15 à 0, passe de 13 à 2 pour le groupe Test B, et augmente de 12 à 20 pour le groupe Test C. L'effet positif des ateliers ne peut donc pas être mis en avant au regard des résultats du groupe Témoin.

Pour l'erreur DN3 « Pas de prise en compte des échanges à réaliser », elle augmente légèrement dans le groupe A, baisse de façon assez importante dans le groupe B et le groupe Témoin, stagne au nombre de 7 dans le groupe C. Donc seul, le groupe B semble plus prendre en compte les échanges au deuxième test, mais comme il en est de même dans le groupe Témoin, sans doute cela n'est-il pas attribuable aux ateliers.

Enfin l'erreur DN4 « Erreur dans les échanges », baisse de façon significative pour tout le groupe Test A. Donc même si nous avons dit que la prise en compte des échanges diminuait légèrement au deuxième test, quand ils sont pris en compte, les élèves se trompent moins. Ils semblent qu'ils aient donc quand même progressé. Et lorsqu'on regarde l'évolution de l'erreur DN4 dans le groupe Témoin, là elle augmente légèrement. Un effet des ateliers n'est donc peut-être pas à écarter. Pour le groupe B, cette erreur diminue aussi. Pour le groupe C, seule une erreur de ce type apparaît, mais ce nombre d'erreurs bas est à relier au fait que les élèves ne prennent toujours pas en compte les échanges (DN3) et ne peuvent donc pas faire d'erreurs d'échanges.

Si les résultats à l'exercice 2 ne sont pas toujours en faveur d'un effet des ateliers sur la progression des élèves en matière de compréhension du nombre, voyons enfin ce qu'il en est pour l'exercice 3 (Figure 8).

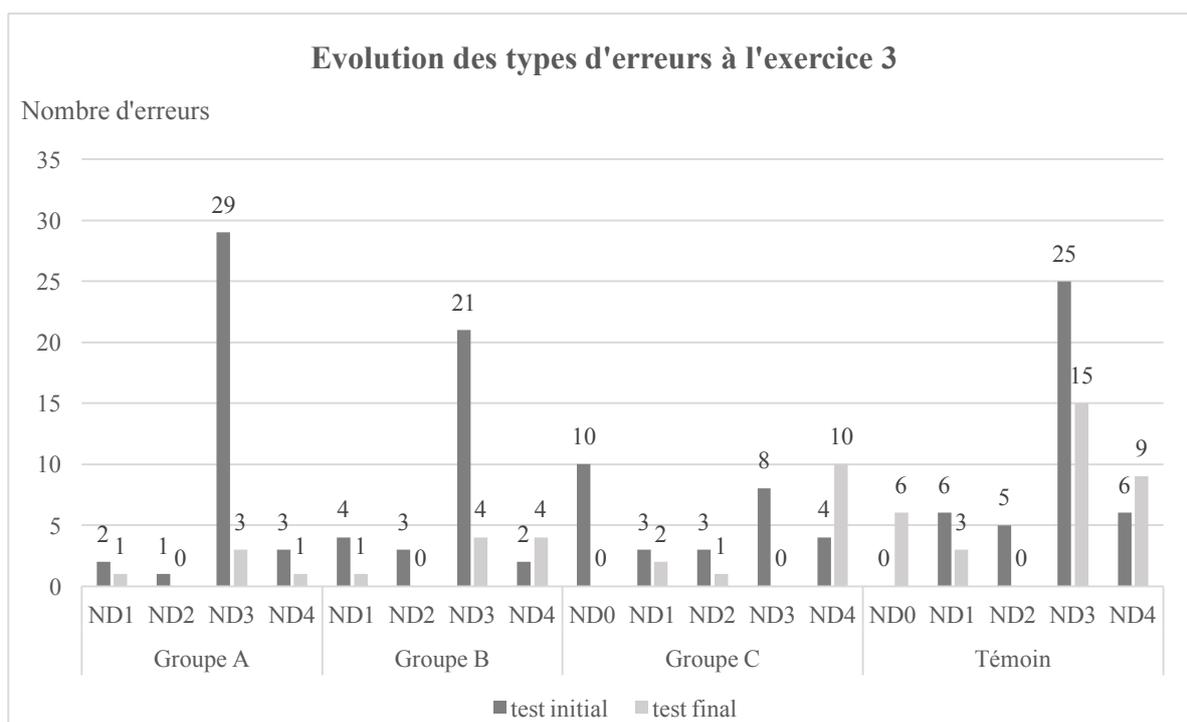


Figure 8 : Graphique représentant l'évolution des types d'erreurs à l'exercice 3.

Pour commencer, notons chez le groupe Test C, les questions sans réponses ND0 disparaissent au deuxième test. Cela ne concerne que quelques élèves mais cela traduit pour eux plus de confiance en leurs réponses. Par contre, ce phénomène apparaît dans le groupe Témoin, les questions semblant plus leur poser problème qu'au premier test.

Nous remarquons également que les erreurs ND1 et ND2, au nombre maximum de 4 au premier test diminuent au deuxième test pour les groupes Test A, B et C, ne dépassant jamais 2. Pour le groupe Témoin elles diminuent aussi, de façon plus importante. Ainsi, une nouvelle fois, impossible d'attribuer cet effet sur le groupe Test notre expérimentation.

Concernant l'erreur ND3, elle diminue de façon plus importante dans tout le groupe test, passant de 29 à 3 dans le groupe A, de 21 à 4 dans le groupe B et de 8 à 0 dans le groupe C, alors que pour le groupe Témoin la diminution n'est que de 10 erreurs au total. Certes c'est plus que pour le groupe Test C qui rappelons-le est le groupe des plus fragiles, mais beaucoup moins que pour les groupes Test A et B. Ainsi, cette fois, on peut dire que notre expérience permet aux élèves de moins se tromper entre « chiffres des... » et « nombre de... » tout en prenant mieux en compte l'unité de numération.

Enfin, concernant l'erreur DN4 « Erreur de décomposition quand l'un des termes est un nombre de centaines », elle diminue seulement pour le groupe A, qui faisait déjà peu d'erreurs de ce type. Elle augmente pour tous les autres groupes, même le groupe Témoin. Cette augmentation

est à relier à la diminution des erreurs ND2 et ND3. Les élèves ont progressé et prennent mieux en compte la décomposition demandée, mais se trompent. L'effet sur le groupe Témoin ne permet cependant pas d'attribuer au groupe Test un effet du travail spécifique réalisé.

Nous arrivons au terme de cette analyse des résultats, il est temps maintenant d'essayer de mieux les comprendre, au regard de ce qui a été observé en classe et des éléments nouveaux que j'ai pu récolter suite à cette expérimentation.

6 Discussion

Cette expérimentation avait pour objectif de montrer que le fichier autocorrectif mis en place cette année par les enseignants de Cycle 2 ne prenait pas suffisamment en charge l'aspect décimal pour permettre aux élèves de réussir des exercices traduisant leur bonne compréhension du nombre. Ainsi, il s'agissait de proposer aux élèves du groupe Test des exercices spécifiques prenant en charge cet aspect et de les évaluer avant et après pour constater d'éventuels progrès. Les élèves du groupe Témoin, eux, continuaient leur travail sur le fichier et passaient également l'évaluation avant et après.

Suite à cette expérimentation, j'ai d'abord rapidement regardé les divers résultats du groupe Test et du groupe Témoin et me suis rendu-compte sans en faire l'analyse poussée, que le groupe Témoin avait obtenu dès le test initial de très bons résultats. Pourtant, l'analyse du fichier autocorrectif avait révélé que l'aspect décimal n'était pas pris en compte dans les exercices. Comment les élèves avaient-ils donc pu réussir aussi bien ? C'était rassurant, mais déconcertant car mon hypothèse de départ ne tenait plus vraiment. Je me rappelais pourtant bien le discours de mes collègues me disant qu'elles n'utilisaient que cet outil. Je décidais néanmoins de leur en reparler en leur disant qu'il me paraissait difficile avec seulement le travail sur fichier que les élèves aient pu répondre correctement à autant de questions de l'évaluation. Elles m'ont donc dit qu'effectivement, elles travaillaient sur le rituel du 100^{ème} jour, chaque jour depuis le début de l'année, et n'avaient tout simplement pas pensé à m'en parler. Et lorsqu'elles m'ont expliqué concrètement comment elles s'y prenaient, tout est devenu plus limpide. L'une d'entre elles faisait également d'autres ateliers en maths dont elle ne m'avait pas parlé.

Donc, pour pouvoir attribuer à mes ateliers expérimentaux un réel effet par rapport au fichier autocorrectif, il aurait fallu que je fasse en plus le rituel du 100^{ème} jour. Ainsi, dans cette discussion, je vais surtout expliquer en quoi je pense que mes ateliers ont eu un effet sur la

progression des élèves du groupe Test sans plus vraiment tenir compte du groupe Témoin qui n'en était finalement pas vraiment un puisqu'avantagé par le rituel quotidien.

Sur la progression de la réussite des élèves aux divers exercices, les résultats sont globalement en faveur d'un effet des ateliers par rapport au groupe Témoin n'ayant travaillé que sur fichier. Les élèves progressent plus et atteignent souvent un meilleur niveau que le groupe Témoin. Cependant, il faut nuancer ces résultats car le groupe Témoin est composé d'une classe de très bon niveau et d'une classe de niveau moyen. Et comme nous avons comparé des réussites moyennes, l'écart aurait peut-être été moindre si les niveaux avaient été plus homogènes. Et puis, ces résultats sont aussi à nuancer car durant 3 semaines, les élèves du groupe Test n'ont travaillé que l'aspect décimal, par des exercices choisis, adaptés semaine après semaine en fonction des observations réalisées en classe. Il aurait donc été étonnant de ne pas voir d'effet.

Si l'on s'intéresse aux types d'erreurs, nous avons vu que les résultats étaient moins tranchés en faveur du groupe Test mais le groupe Témoin n'en étant plus vraiment un, essayons de les nuancer.

Concernant la capacité des élèves à être plus efficaces dans le dénombrement en faisant des groupements par 10 (exercice 1), les ateliers ont eu un effet incontestable. Les élèves ont moins recours au comptage de 1 en 1, et même si certains se trompent encore, le recours au groupement devient plus fréquent. Certains deviennent de plus en plus à l'aise, ce qui pourrait d'ailleurs expliquer l'augmentation de l'erreur DG3 : plus confiants, les élèves vont plus vite et sont peut-être moins attentifs. Mais cela est intéressant car ce n'est plus un problème de procédure. Néanmoins, je reste prudente quand à cet exercice où j'ai parfois vu les élèves les plus rapides faire leurs groupements, puis compter de 10 en 10. Je n'ai donc pas la certitude, saufs pour ceux qui ont bien réussi le problème sans avoir recours au schéma, que la réussite à l'exercice est due à bonne compréhension de la construction du nombre. Compter de 10 en 10 pour trouver 120 ce n'est pas la même chose que de compter 12 paquets de 10 et de dire que c'est 12 dizaines donc 1 centaine et 2 dizaines donc 120.

En ce qui concerne l'exercice 2, qui demandait à l'élève d'associer une décomposition en unités de numération à un nombre, on peut discuter les résultats obtenus. On notait une belle

progression en termes d'erreurs pour le groupe Témoin, nous empêchant de conclure à effet positif des ateliers. Mais comme nous savons maintenant que ce groupe bénéficiait d'autres aides, finalement on peut conclure à un effet intéressant des ateliers.

Enfin, l'exercice 3 nous montre bien que les élèves ont progressé. Toutes les erreurs ND0 à ND3 diminuent. Et si l'erreur ND4 augmente, cela dénote que les élèves ont progressés. Ils font moins d'erreurs « faciles », sont plus attentifs mais, notamment pour le groupe C (élèves fragiles), l'unité de numération « centaines » pose encore problème. Ces élèves, pour la plupart ne sont pas à l'aise au-delà de 99, voire même de 69. Ce qui est surprenant, c'est que pour le groupe Témoin, d'un niveau globalement plus élevé, cette erreur augmente. Peut-être dans les rituels quotidiens sont-ils plus souvent confrontés à une décomposition en dizaines et unités pour un nombre supérieur à 100 et cette habitude les a peut-être induits en erreur. Ce qui expliquerait aussi l'augmentation de ND0, montrant ainsi qu'ils ont été déconcertés.

L'expérimentation menée ne permet donc pas de montrer que le travail sur fichier autocorrectif a permis une moins bonne compréhension du nombre, ou une compréhension plus fragile. Et même si l'on avait pu montrer cela, en aucun cas le travail effectué sur 3 semaines ne pourrait suffire. D'ailleurs, on voit bien que le rituel du 100^{ème} jour en complément du fichier de numération permet aux élèves du groupe Témoin d'avoir un niveau équivalent à ceux du groupe Test. C'est donc bien ce travail quotidien depuis le début de l'année qui permet à ces élèves de ne pas moins progresser.

Concernant les élèves du groupe Test, cette expérience leur a permis de changer les habitudes prises avec le travail sur le fichier ils ont pu apprendre à ne pas toujours répondre aux mêmes questions formatées et induisant une réponse ne traduisant pas forcément leur réelle compréhension. Et ce travail sera bien évidemment poursuivi le reste de l'année, avec je pense, la mise en place d'un rituel « Chaque jour compte » pour garder les automatismes déjà bien appréhendés lors des ateliers. J'espérais également pouvoir diminuer les écarts de niveaux entre mes élèves. Il y a toujours trois niveaux, mais les élèves ont tous progressé, et c'est déjà une belle victoire.

CONCLUSION

L'enseignement de la numération ne peut pas se faire sans prendre en charge son aspect décimal. C'est un enjeu majeur pour aider les élèves à bien comprendre le nombre et toutes les connaissances mathématiques qui en découlent. L'expérimentation menée a permis de montrer que sans un travail spécifique avec des exercices choisis, les élèves ne peuvent accéder à cette compréhension. Mais elle a également montré, grâce aux résultats du groupe Témoin, comment un travail quotidien moins spécifique, mais intégrant cet aspect, sous forme de rituel par exemple, peut aider à une meilleure compréhension du nombre. Il faut habituer les élèves à manipuler les nombres, sous différentes formes et faire en sorte qu'ils y prennent plaisir, comme cela a pu être le cas lors des ateliers proposés, c'est fondamental. Un travail spécifique sur l'aspect décimal réalisé régulièrement sur l'année et un travail ritualisé plus global mais prenant en charge l'aspect décimal semble donc être un bon compromis.

Cette expérimentation m'a donc permis de comprendre à quel point l'enseignant a un rôle essentiel pour permettre aux élèves une meilleure compréhension du nombre simplement en prenant du recul sur les outils en place et sur sa propre pratique. Lorsqu'on débute, on accueille à bras ouverts tout ce qui nous semble bien construit et qui va nous faciliter la tâche. Ce fichier autocorrectif est un outil intéressant pour l'entraînement des élèves, mais il ne suffit pas. Je suis donc ravie de m'être penchée sur cette question de la prise en compte de l'aspect décimal de la numération dans mon enseignement des mathématiques. Cette expérience va me permettre de toujours être à l'affût de la moindre dérive dans ma pratique et de prendre le même recul vis-à-vis des autres disciplines que j'ai à enseigner. « Que doivent réellement comprendre les élèves ? Quel est l'enjeu de cet apprentissage ? Comment dois-je m'y prendre réellement ? Cet outil qui me paraît parfait et clé en main, est-il réellement adapté ?... ». Autant de questions que je me poserai dorénavant plus spontanément et qui devraient me permettre d'améliorer ma pratique.

BIBLIOGRAPHIE

Bednarz, N., & Janvier, B. (1984). La numération : une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *Revue N*, 34, 5-17.

Chaachoua, Y. (2016). Praxéologie de référence de l'aspect décimal de la numération par la manipulation selon le modèle T4TEL. Mémoire de Master de Didactique des Sciences, Université Grenoble-Alpes.

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59-90.

Tempier, F. (2012). Quelle ressource pour enseigner la numération décimale ? Présentation d'une ingénierie didactique de développement en cours.

Colomb, J., Charnay, R., Douaire, J., Valentin, D., & Guillaume, J. C. (2005). *Ermel-Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2*. Hatier. (pp.329-336)

<http://eduscol.education.fr/cid91973/evaluation-ce2-mathematiques.html>.

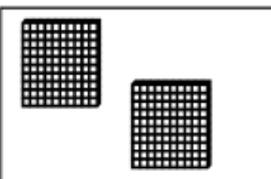
[http://cache.media.education.gouv.fr/file.MEN_SPE_11/35/1/BO_SPE_11_26-11-2015_504351.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/MEN_SPE_11/35/1/BO_SPE_11_26-11-2015_504351.pdf)

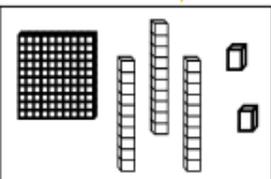
ANNEXES

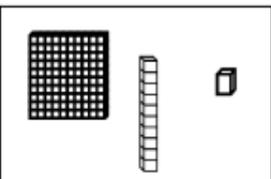
Annexe 1 : Exemple de fiche d'entraînement du fichier autocorrectif.

Fiche n° 34
Nombres et quantités : de 100 à 199

1 Compte et complète. N3







Inscris-toi en correction.

2 Complète avec < , > ou =. N18

102

.....

100+20

167

.....

100+70

138

.....

100+30+8

130

.....

100+30+1

156

.....

100+60+5

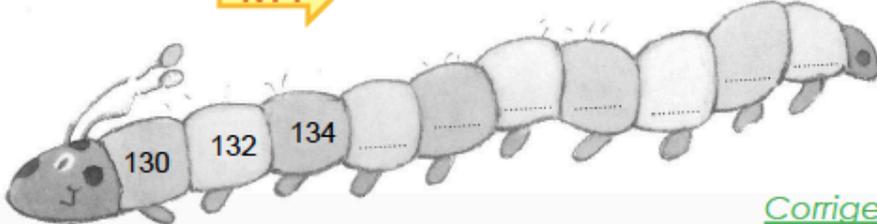
175

.....

100+100

Corrige.

3 Complète. N14



Corrige.

33

4 Encadre le nombre avec les nombres de ton choix.

N16

.....	112	148	58
.....	125	185	176
.....	95	122	198

Inscris-toi en correction.

5 Complète le tableau.

N20

127	$100 + 20 + 7$	$1c + 2d + 7u$
165		
149		
182		
109		

Inscris-toi en correction.

Annexe 2 : Exemple d'exercice autocorrectif proposé en atelier.

Atelier exercices – Séance 1 Groupe A

Exercice 1

Trouve le nombre correspondant

- a. 4 dizaines + 3 unités =
- b. 3 unités + 6 dizaines =
- c. 2 centaines + 5 dizaines + 3 unités =
- d. 5 centaines + 1 unités =
- e. 2 dizaines + 6 centaines =
- f. 13 dizaines + 3 unités =
- g. 1 centaine + 4 dizaines + 11 unités =
- h. 3 centaines + 12 dizaines + 5 unités =

Exercice 2

Complète les égalités

- a. $32 = \dots\dots\dots$ dizaines + $\dots\dots\dots$ unités
- b. $97 = \dots\dots\dots$ unités + $\dots\dots\dots$ dizaines
- c. $233 = \dots\dots\dots$ dizaines + $\dots\dots\dots$ unités
- d. $571 = \dots\dots\dots$ centaines + $\dots\dots\dots$ unités
- e. $859 = \dots\dots\dots$ centaines + $\dots\dots\dots$ unités
- f. $946 = \dots\dots\dots$ dizaines + $\dots\dots\dots$ unités

Aide le boulanger

Le boulanger a 102 chouquettes.

Il veut les vendre par paquets de 10.

Combien de paquets peut-il préparer ?

.....

Correction

Exercice 1

Trouve le nombre correspondant

- a. 4 dizaines + 3 unités = 43,
car 4 dizaines= 40 et 3 unités=3 donc 40+3 = 43

c	d	u
	4	3

- b. 3 unités + 6 dizaines = 63,
et oui attention ! même si les unités sont indiquées en premier, on doit bien placer le chiffre des unités le plus à droite, le chiffre des dizaines s'écrit devant.

c	d	u
	6	3

- c. 2 centaines + 5 dizaines + 3 unités = 253,
car 2 centaines=200, 5 dizaines=50 et 3 unités= 3 donc 200+50+3 = 253.

c	d	u
2	5	3

- d. 5 centaines + 1 unités = 501,
car 5 centaines=500 et 1 unités=1, donc 500+1= 501.

c	d	u
5	0	1

- e. 2 dizaines + 6 centaines = 620,
car 2 dizaines=20 et 6 centaines=600, donc 20+600 c'est 620.

c	d	u
6	2	0

- f. 13 dizaines + 3 unités = 133,
car 13 dizaines=10 dizaines + 3 dizaines=100+30
et 3 unités=3. Donc 100 + 30 + 3 =133.

c	d	u
1	3	3

- g. 1 centaine + 4 dizaines + 11 unités = 151,
car 1 centaine=100,
4 dizaines=40,
et 11 unités = 1 dizaine + 1 unités= 10+1. J'ajoute donc les 4 dizaines à la dizaine ce qui fait 5 dizaines= 50. Donc 100+50+1 = 151.

c	d	u
1	4	11
1	4+1	1
1	5	1

- h. 12 dizaines + 3 centaines + 5 unités = 425,
 car 12 dizaines = 10 dizaines + 2 dizaines = 1 centaine + 2 dizaines = 100 + 20,
 3 centaines = 300,
 et 5 unités = 5, donc 300 + 100 + 20 + 5 = 425

c	d	u
1+3	2	5
4	2	5

Exercice 2

Complète les égalités

- a. 32 = 3 dizaines + 2 unités

c	d	u
	3	2

- b. 97 = 7 unités + 9 dizaines

c	d	u
	9	7

- c. 233 = 23 dizaines + 3 unités

c	d	u
2	3	3

- d. 571 = 5 centaines + 71 unités

c	d	u
5	7	1

- e. 859 = 8 centaines + 59 unités

c	d	u
8	5	9

- f. 946 = 94 dizaines + 6 unités

c	d	u
9	4	6

Exercice 3

Aide le boulanger.

Le boulanger a 102 chouquettes.
 Il veut les vendre par paquets de 10.
 Combien de paquets peut-il préparer ?

Explication : Je peux lire directement la réponse dans le nombre. Je sais qu'un paquet de 10 chouquettes c'est une dizaine. Il suffit de regarder le nombre de dizaines que comporte le nombre.

On peut aussi utiliser un tableau de numération :

c	d	u
1	0	2

Je cache les unités et je vois 10 dizaines.

On peut aussi décomposer le nombre en dizaines et unités, 102 c'est $100 + 2$ c'est donc 10 dizaines + 2 unités.

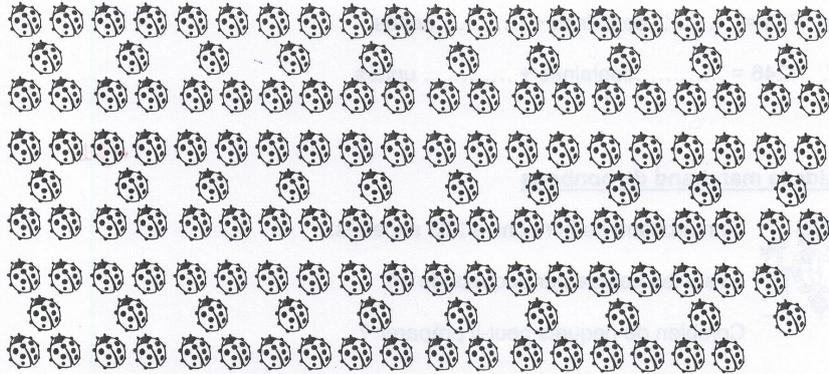
Réponse : *Il peut préparer 10 paquets de 10 chouquettes, il restera 2 chouquettes seules.*

Annexe 3 : Exemples des différents types d'erreurs.

Erreurs repérées à l'exercice 1 :

① Compte les coccinelles en étant le plus efficace possible.

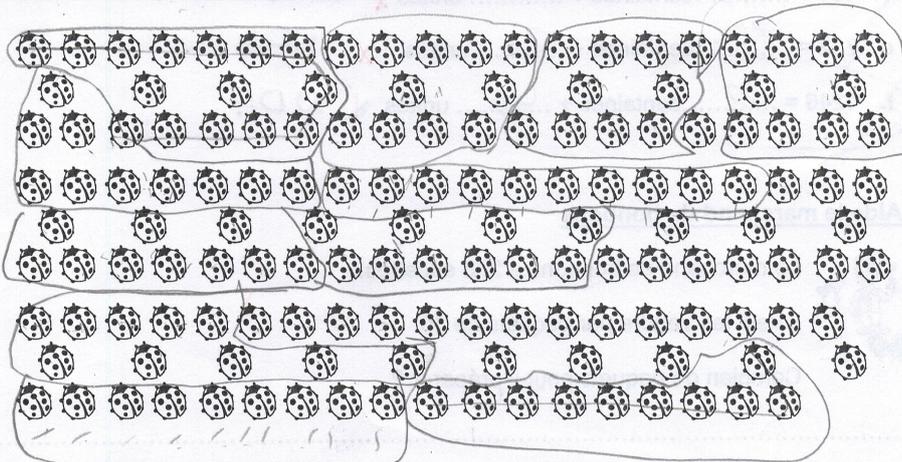
1



Il y a 57..... coccinelles. x

DG 1

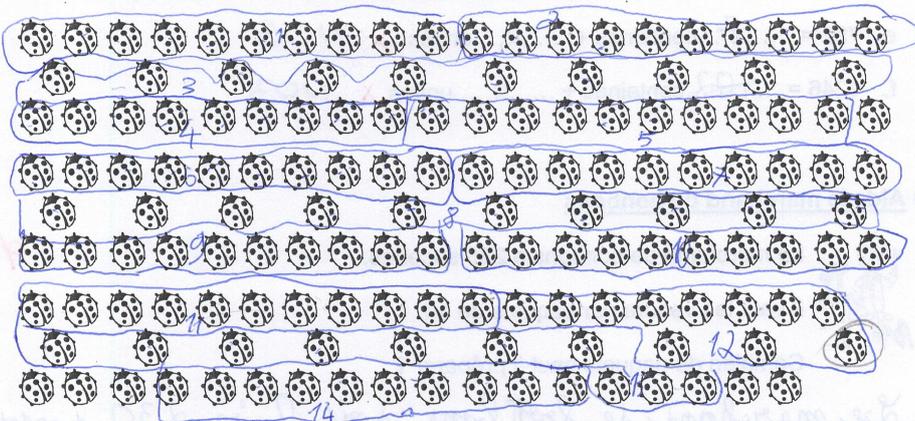
① Compte les coccinelles en étant le plus efficace possible.



Il y a 130..... coccinelles. x

DG 2

① Compte les coccinelles en étant le plus efficace possible.



Il y a 140..... coccinelles. x

DG 3

Erreurs repérées à l'exercice 2 :

f. 12 dizaines + 4 unités = ~~x~~ ~~DN0~~

c. 1 centaines + 5 dizaines + 3 unités = ~~g~~ ~~x~~ ~~DN1~~

d. 4 centaines + 3 unités = ~~4.3~~ ~~x~~ ~~DN2~~

g. 1 centaine + 3 dizaines + 12 unités = ~~...1312...~~ ~~x~~ ~~DN3~~

h. 13 dizaines + 2 centaines + 7 unités = ~~...220...~~ ~~x~~ ~~DN4~~

Erreurs repérées à l'exercice 3 :

b. 93 = ~~9~~ unités + ~~3~~ dizaines ~~x~~ ~~ND1~~

d. 431 = ~~3~~ centaines + ~~1~~ unités ~~x~~ ~~ND2~~

c. 207 = ~~0~~ dizaines + ~~7~~ unités ~~x~~ ~~ND3~~

d. 431 = ~~...4.3...~~ centaines + ~~1~~ unités ~~x~~ ~~ND4~~

Année universitaire 2016-2017

Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention Premier degré

Titre de l'écrit scientifique réflexif : L'enseignement de l'aspect décimal de la numération pour une meilleure compréhension du nombre en CE1

Auteur : Stéphanie Valette (Servier)

Résumé :

L'enseignement de l'aspect décimal de la numération représente un enjeu important dès le cycle 2 car il pose les bases de nombreuses connaissances mathématiques à acquérir par les élèves jusqu'au cycle 4 (calculs avec retenues, nombres décimaux, ...). Des études montrant un décalage entre préconisations et pratiques expliquent la raison de la mauvaise compréhension du nombre par les élèves et leurs difficultés à l'entrée au collège. L'étude menée cherche à montrer que l'outil principal sur lequel s'appuie les enseignants de cycle 2 de l'école n'échappe pas à ce constat et a pour but de révéler qu'un travail spécifique sur l'aspect décimal au travers d'ateliers de jeu, manipulation ou exercices permet une meilleure compréhension du nombre par les élèves. Les résultats obtenus montrent que le travail mené permet effectivement aux élèves de progresser rapidement sur la compréhension du nombre mais révèlent également qu'un travail régulier sous forme de rituel peut s'avérer efficace.

Mots clés : numération, aspect décimal, compréhension du nombre, CE1, cycle 2, ateliers.

Summary :

Teaching decimal aspect of numeration represents important challenge for cycle 2 because it lays bases for many mathematical knowledges to acquire by pupils up to cycle 4 (calculation with deductions, decimal numbers, ...). Studies showing a gap between recommendations and practices explain the reason of the bad understanding of the number by pupils and their difficulties at the entrance of secondary school. Our study tries to show that the main tool on which work the teachers of the school lead to the same observation and must reveal that a specific work on decimal aspect through workshops with a game, manipulation and exercises allows a better understanding of the number. The results show the work done allows pupils to advance but also reveal that a regular practice like ritual can be efficient.

Key words : numeration, decimal aspect, number understanding, CE1, cycle 2, workshops.