



Amélioration des performances d'un polarimètre de Mueller monté en réflexion dans l'espace réciproque

Jacqueline Tran

► To cite this version:

Jacqueline Tran. Amélioration des performances d'un polarimètre de Mueller monté en réflexion dans l'espace réciproque. Instrumentations et Détecteurs [physics.ins-det]. 2015. dumas-01713918

HAL Id: dumas-01713918

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01713918>

Submitted on 21 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS PARIS

MEMOIRE

**présenté en vue d'obtenir
le DIPLOME D'INGENIEUR CNAM**

**SPECIALITE : Instrumentation-Mesure
OPTION : Instrumentation Qualité**

**par
Jacqueline TRAN**

Amélioration des performances d'un polarimètre de Mueller monté en réflexion dans l'espace réciproque

Soutenu le 12/02/2015

JURY

PRESIDENT :	M.	Patrick JUNCAR	Professeur des universités, CNAM
EXAMINATEURS :	Mme	Annick RAZET	Professeur des universités, CNAM
	M.	Stephan BRIAUDEAU	Maître de conférences, CNAM
RESPONSABLES :	M.	Antonello DE MARTINO	DR1, CNRS
	M.	Yvan BONNASSIEUX	Professeur chargé de cours, Ecole polytechnique
	M.	Enric GARCIA-CAUREL	IR2, Ecole polytechnique
	M.	Jean-Charles VANEL	IR2, CNRS

Laboratoire de Physique des Interfaces et Couches Minces
UMR 7647 du CNRS, Ecole polytechnique

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord Bernard DREVILLON (DRE émérite, CNRS), ancien directeur du laboratoire de Physique des Interfaces et Couches Minces (LPICM), de m'avoir accueilli et encouragé à poursuivre mes études par le biais du CNAM et dans le même temps de m'avoir permis d'évoluer dans ma vie professionnelle au sein du laboratoire.

Je remercie également Pere ROCA i CABARROCAS (DR1, CNRS), directeur du LPICM depuis 2013, de m'avoir permis de continuer ce travail dans d'excellentes conditions et de toujours être à l'écoute à la fois pour mon travail au quotidien au laboratoire mais aussi et surtout pour mon projet.

Je tiens à remercier tout particulièrement mes responsables de mémoire d'ingénieur au laboratoire qui sont Antonello DE MARTINO, Enric GARCIA-CAUREL, Yvan BONNASSIEUX et Jean-Charles VANEL.

Je souhaite exprimer mes plus sincères remerciements à Antonello DE MARTINO (DR1, CNRS), mon responsable de mémoire d'ingénieur. Ce fut un honneur et un plaisir de travailler sous son encadrement, toujours excellent. Outre ses connaissances scientifiques et sa rigueur, son enthousiasme et son goût du travail ont été des facteurs déterminants pour me permettre de réaliser mon travail dans les meilleures conditions. Je lui dédie le travail effectué sur ce projet dont je sais qu'il lui tenait particulièrement à cœur.

Je souhaite aussi exprimer ma gratitude à Enric GARCIA-CAUREL (IR2, Ecole polytechnique) pour avoir repris l'encadrement de ce projet, pour avoir relu mon mémoire mais aussi pour avoir toujours répondu « présent » à ma curiosité scientifique et aidé à mieux comprendre les phénomènes physiques mis en jeu, malgré son emploi du temps chargé.

Je tiens à remercier Yvan BONNASSIEUX (Professeur chargé de cours, Ecole polytechnique) pour son aide dans la programmation sous Matlab, la lecture et relecture de mon manuscrit mais aussi et surtout pour sa jovialité et sa disponibilité.

Je remercie également Jean-Charles VANEL (IR2, CNRS) pour son aide, son soutien et ses précieux conseils notamment et surtout pour les répétitions à l'oral.

J'ai également une pensée à toute l'équipe d'instrumentation optique du laboratoire, avec laquelle j'ai eu le plaisir de travailler, en particulier Bicher HAJ IBRAHIM, Stan DEBY, Jean REHBINDER, Stéphane ROUSSEL.

Merci aussi à Razvigor OSSIKOVSKI (Professeur chargé de cours, Ecole polytechnique) pour ses explications sur les calculs de la diatténuation et du retard introduits par les objectifs de microscope.

Mes remerciements s'adressent également à tous les membres du laboratoire, qu'ils aient contribué directement ou non à ce projet.

Je remercie toutes les personnes avec qui j'ai pu interagir dans ce cadre de collaborations autour de ce projet, tout particulièrement Etienne EVERAERE (ONERA¹), Iman RAGHEB (INSP²), Emmanuelle LACAZE (INSP) et Bruno GALLAS (INSP).

Je remercie également mon enseignant responsable au CNAM, Patrick JUNCAR (Professeur des universités, CNAM), pour être venu à plusieurs reprises suivre le bon déroulement de mon projet au laboratoire tout en me conseillant sur l'avancement et la présentation de celui-ci.

Mes derniers remerciements, mais non les moindres, vont du fond du cœur à mes enfants Eléonore, Ange-Emmanuel, Laurent-Gabriel ainsi qu'à ma maman, mes sœurs Christine et Aline pour leur soutien et leur amour.

¹ Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales

² Institut National des Sciences de Paris

Table des matières

1 Introduction Générale	7
2 Polarisation de la lumière et ses formalismes	11
2.1 Introduction	11
2.2 Notion de polarisation de la lumière	11
2.2.1 Cas de polarisation particuliers	14
2.2.2 Formalisme de Jones	15
2.2.3 Formalisme de Stokes	16
2.2.4 Matrice de Mueller	20
2.2.5 Equivalence entre le formalisme de Jones et de Mueller	21
2.2.6 Sphère de Poincaré	23
2.2.7 Eléments optiques simples	26
2.3 Conclusion	35
3 Conception d'un polarimètre	37
3.1 Introduction	37
3.2 Principe général	37
3.3 Conception du polarimètre de Mueller	39
3.3.1 Détermination des conditions optimales et théoriques de mesure	39
3.3.2 Principe de l'étalonnage et validation du système	40
3.3.3 Introduction générale sur les cristaux liquides	43
3.3.1 Modulation et analyse de la polarisation	51
3.4 Description de l'instrument initial : Principe, schéma optique	57
3.4.1 Description d'ensemble de l'instrument	57
3.4.2 Système d'imagerie	59
3.4.3 Procédure de réalignement	63
3.4.4 Procédure d'étalonnage	65
3.4.5 Programme de contrôle de l'instrument	69
3.5 Convention sur les signes de la matrice de Mueller	69
3.6 Conclusion	73
4 Améliorations des performances de l'instrument	75
4.1 Introduction	75
4.2 Correction des artéfacts de l'objectif	75
4.2.1 Etat des lieux initial	75
4.2.2 Nouveau montage	76
4.2.3 Corrections numériques des défauts de l'objectif	82
4.2.4 Conclusion et perspectives	89
4.3 Eclairage par laser	89
4.3.1 Modification du schéma optique : éclairage laser	90
4.3.2 Conclusion	92
5 Applications	93
5.1 Introduction	93
5.2 Radar polarimétrique bistatique (ONERA) : forêt de nanotubes	93
5.2.1 Présentation de la problématique	93
5.2.2 Méthodes expérimentales	97

5.2.3	Résultats expérimentaux	98
5.2.4	Conclusion	100
5.3	Nanomatériaux (INSP) : cristaux liquides	100
5.3.1	Présentation de la problématique	100
5.3.2	Méthodes expérimentales	103
5.3.3	Résultats expérimentaux	105
6	Conclusion Générale	107

1 Introduction Générale

Le Laboratoire de Physique, des Interfaces et des Couches Minces (LPICM) [1] est une unité mixte de recherche (UMR-7647), entre l'Institut des Sciences, de l'Ingénierie et des Systèmes (INSIS) du Centre National pour la Recherche Scientifique (CNRS) et l'Ecole polytechnique. Les recherches au sein du laboratoire concernent aussi bien la recherche expérimentale que théorique sur les matériaux déposés en couches minces (de quelques nanomètres à quelques centaines de nanomètres d'épaisseur) sur de grandes surfaces (du cm^2 au m^2).

Le LPICM se subdivise en quatre équipes de recherche que nous allons décrire maintenant succinctement :

Les recherches de l'équipe **NanoSil** portent, en forte collaboration avec TOTAL, sur les matériaux nanostructurés Silicium pour l'électronique sur grandes surfaces commencent par la synthèse de matériaux en phase vapeur à 200°C par PECVD. Les études couvrent les procédés plasma, la caractérisation des matériaux, les études in-situ pour l'optimisation des matériaux et des interfaces, et finalement la combinaison de ces matériaux permettant de produire des dispositifs : cellules solaires, diodes électroluminescentes, transistors à couches minces, détecteurs, ...

OLAE (Organic and Large Area Electronics) est une équipe de recherche impliquant le CEA³ et l'IFSTTAR⁴ et travaillant sur l'électronique organique et sur grands substrats. Les avantages des composants organiques et imprimés sont nombreux : faible coût de production, facilité de conception, souplesse et flexibilité. Elle s'intéresse préférentiellement à trois sujets majeurs :

- la synthèse organique, l'ingénierie et la modélisation de composants ;
- les composants pour l'énergie (OPV et OLED) ;
- les capteurs (biomédical et ville intelligente).

³ Commissariat à l'Energie Atomique

⁴ Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux

Crée en 2003, l'équipe **NanoMaDe** (NanoMAterials & DEvices) mène, en collaboration avec THALES et l'IFSTTAR, des recherches portant sur les nanotechnologies et les nanosciences, plus particulièrement sur l'élaboration de nano-objets tels que les nanotubes de carbone, le graphène et les nanofils semi-conducteurs (Si, Ge..) et sur leur intégration dans des composants électroniques avancés (microcathodes à émission de champ, composants hyperfréquences, interconnexions dans les puces électroniques, transistors à effet de champ (FETs), capteurs chimiques ou biologiques, matériaux d'insertion pour les batteries au Li-ion).

L'équipe **Caractérisations Optiques**, dont je fais partie, travaille sur la caractérisation optique de matériaux en couches minces, de structures de surface comme les réseaux de diffraction et les tissus biologiques, tout en développant de nouveaux instruments. Deux principales thématiques de recherche sont abordées :

- *La polarimétrie et ses applications*

Cette technique consiste en la modification de la polarisation de la lumière avec le système étudié pour caractériser celui-ci. Elles fournissent donc des informations différentes et complémentaires de celles obtenues par l'imagerie ou la spectroscopie classiques en intensité. Cette activité comporte des développements instrumentaux faisant l'objet de transferts industriels et qui constituent le cadre de mon travail, des caractérisations originales de structures multi-couches nanostructurées pour des applications en micro-électronique, énergie solaire, pour l'étude de panneaux à faible émissivité..., parmi beaucoup d'autres. La mise au point de nouveaux diagnostics optiques dans le domaine biomédical est devenue une composante majeure de cette équipe.

- *La spectroscopie Raman en champ proche*

Cette technique de caractérisation optique avancée, appelée TERS (Tip Enhanced Raman Spectroscopy), combine la résolution spatiale inégalée des microscopies à sonde locale (de type AFM ou STM) avec la sensibilité chimique accrue de la spectroscopie Raman grâce au phénomène d'exaltation par pointe. L'activité comporte des développements instrumentaux (optimisation des pointes, modes de fonctionnement en champ proche...), des études fondamentales (stimulation de l'effet Raman en champ proche), ainsi que de l'imagerie de contraintes et de composition chimique de la surface à très haute résolution spatiale, avec des applications en microélectronique, électronique organique et photovoltaïque.

Le laboratoire possède un parc d'instruments destinés à la caractérisation des matériaux de films minces dont j'ai la charge. Mon travail consiste à apporter un support technique pour la caractérisation des matériaux. Je m'occupe ainsi de la maintenance et de l'installation de l'ensemble des équipements du laboratoire : un ellipsomètre, un polarimètre, un spectromètre Raman, un microscope à force atomique, un profilomètre à stylet et un microscope à balayage électronique. A cette occasion j'assure la formation des utilisateurs de ces instruments. Je réalise également de nombreuses mesures AFM (Microscope à Force Atomique), et plus ponctuellement, sur les ellipsomètres et polarimètres. Dans le cadre de mon mémoire d'ingénieur CNAM, je participe aussi au sein du groupe optique au développement d'une instrumentation polarimétrique.

Depuis 2013, j'ai travaillé, dans le cadre de ce mémoire CNAM, plus particulièrement sur le développement et l'amélioration des performances d'un microscope en réflexion pouvant travailler dans l'espace réel ou l'espace réciproque, en polarimétrie de Mueller. Cet instrument peut être utilisé pour de nombreuses applications telles que les mesures de rugosité, la caractérisation de films anisotropes ou encore la métrologie de structures périodiques.

Mon projet de mémoire consiste à revoir entièrement le système d'illumination, la nature et enfin résoudre le problème crucial des artefacts liés aux imperfections des objectifs, notamment du point de vue polarimétrique.

L'étalonnage de l'instrument, particulièrement délicat dans cette géométrie en réflexion, doit également être amélioré pour que ce montage atteigne les spécifications voulues pour des applications métrologiques.

Le travail présenté dans ce mémoire comporte quatre volets principaux :

- Un volet théorique présentant le principe de la polarimétrie de Mueller ainsi que les formalismes de la polarisation qui seront utilisés dans les volets suivants.
- Un chapitre décrivant l'instrument dans son état initial. Il présente également la méthode d'étalonnage, la mise en place des nouveaux modulateurs d'états de

polarisation et décrit les outils mathématiques utilisés pour l'exploitation des données polarimétriques.

- Un volet expérimental portant sur l'optimisation du polarimètre de Mueller travaillant en réflexion dans le plan de Fourier.
- Un volet donnant des exemples d'applications très variés de l'instrument sur lesquels j'ai travaillé comme la simulation de radar polarimétrique ou l'étude de cristaux liquides.

2 Polarisation de la lumière et ses formalismes

2.1 Introduction

Dans cette partie, je me propose de vous présenter le principe de la polarimétrie de Mueller. Pour cela, je commencerai par donner des notions de polarisation de la lumière [2] afin d'introduire les concepts qui permettent de la décrire. Celle-ci est basée sur le formalisme de Stokes-Mueller : la lumière est décrite par des quantités directement observables que sont les intensités (au lieu des champs électriques). Je définirai également les composants optiques de polarisation (dichroïque, déphaseur, dépolariseur), suivies des matrices de Mueller associées. Enfin, cette partie du mémoire présentera la décomposition polaire de la matrice de Mueller en trois éléments (dichroïque, déphaseur et dépolariseur) proposée par Lu et Chipman [6][7][8], très utile dans l'interprétation et la réduction des données expérimentales.

2.2 Notion de polarisation de la lumière

La lumière est une composition d'ondes électromagnétiques, caractérisée par un vecteur d'onde $\vec{k}$ et des champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$, issus des équations de Maxwell. Ce vecteur d'onde est décrit par les amplitudes E_p et E_s du champ électrique dans deux directions perpendiculaires au vecteur d'onde. La figure 1 illustre les directions des polarisations s et p. La polarisation s, perpendiculaire au plan d'incidence (en pointillé), et la polarisation p, contenue dans ce plan, sont illustrés avec un échantillon placé en transmission.

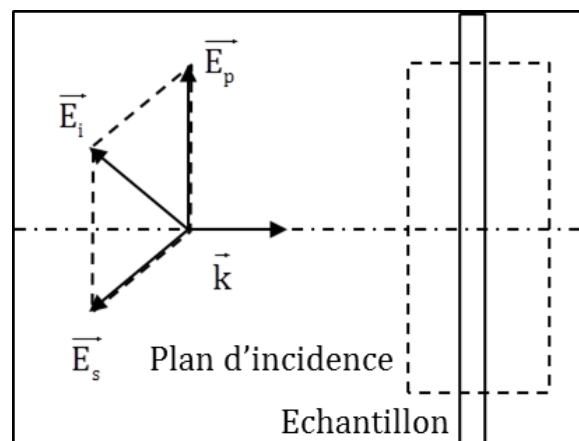


Figure 1. Composantes vectorielles du champ électrique dans le plan « p » et normale au plan « s ».

La polarisation d'une onde monochromatique est définie par une courbe que trace l'extrémité de son vecteur champ électrique en fonction du temps dans un plan de phase fixe. Soit (x, y, z) un repère direct tel que z soit confondu avec la direction du vecteur d'onde. Le champ électrique peut alors être décomposé dans le plan de phase sur la base (x, y) , i.e. $\vec{E} = (E_x, E_y)$ tel que :

$$E_x = E_{x0}(t).e^{i(\omega t + \delta_x(t))} \quad \text{Équation 2-1}$$

$$E_y = E_{y0}(t).e^{i(\omega t + \delta_y(t))} \quad \text{Équation 2-2}$$

Si l'amplitude E_{x0} , E_{y0} et la phase $\Delta = \delta_y - \delta_x$ sont indépendants du temps, l'extrémité du champ électrique $\vec{E}$ décrit une ellipse (figure 2) donnée par l'équation :

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{x0} E_{y0} \cos(\Delta)} = \sin(\Delta)^2 \quad \text{Équation 2-3}$$

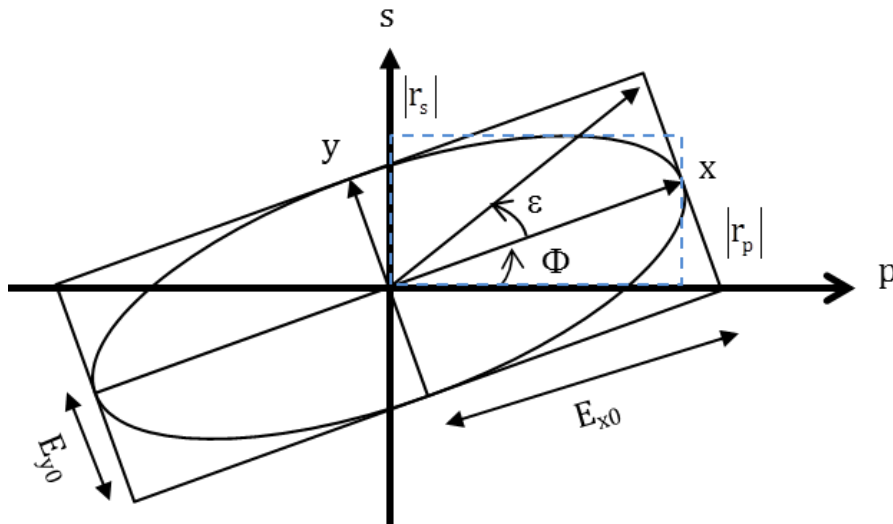


Figure 2. Ellipse de polarisation.

L'ellipse de polarisation (figure 2) peut être décomposée en deux polarisations rectilignes orthogonales entre elles, notées « s » et « p ».

Elle est complètement définie en connaissant soit E_{0x} , E_{0y} et Δ , soit ses paramètres géométriques, à savoir :

- l'orientation Φ du grand axe qui est donné par l'angle entre le grand axe et celui de la polarisation p ;

- l'ellipticité ε qui est donnée par le rapport du grand axe et du petit axe.

On déduit les équations liant les composantes du champ électrique aux paramètres de l'ellipse :

Ellipticité ε :

$$\sin(2\varepsilon) = 2 \frac{E_{x0} E_{y0} \sin(\Delta)}{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \text{ avec } -\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4} \quad \text{Équation 2-4}$$

Azimut Φ :

$$\tan(2\Phi) = 2 \frac{E_{x0} E_{y0} \cos(\Delta)}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \text{ avec } -\frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{Équation 2-5}$$

Amplitude A :

$$A = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \quad \text{Équation 2-6}$$

Nous venons ainsi de définir l'état de polarisation de la lumière : l'onde est polarisée elliptiquement. Le sens de parcours de l'ellipse par l'extrémité du vecteur champ électrique dépend uniquement du signe de Δ . Par convention [3], une polarisation est dite :

- droite si $\sin(\Delta) > 0$, soit $\pi < \Delta < 2\pi$;
- gauche si $\sin(\Delta) < 0$, soit $0 < \Delta < \pi$.

L'ellipse de polarisation peut également se caractériser par les angles ellipsométriques ψ et Δ :

- l'angle ψ représente l'amplitude du champ électrique et est donnée par le rapport des modules des coefficients de réflexion : $\tan \psi = \frac{r_s}{r_p}$;
- Δ correspond à l'écart de déphasage entre les composantes de polarisation « p » et « s ».

2.2.1 Cas de polarisation particuliers

Sous certaines conditions, l'ellipse de polarisation peut devenir un segment de droite ou un cercle. On distingue alors les états de polarisation particuliers suivants :

- la polarisation rectiligne selon l'axe x, verticale ou perpendiculaire : $E_{y0}=0$;
- la polarisation rectiligne selon l'axe y, horizontale ou parallèle : $E_{x0}=0$;
- la vibration linéaire à pente positive : $\Delta=0$;
- la vibration linéaire à pente négative : $\Delta=\pi$;
- l'ellipse d'azimut nul : $\Delta = \pm \frac{\pi}{2}$.

L'ensemble des états de polarisations que nous avons décrits est représenté sur la figure 3 :

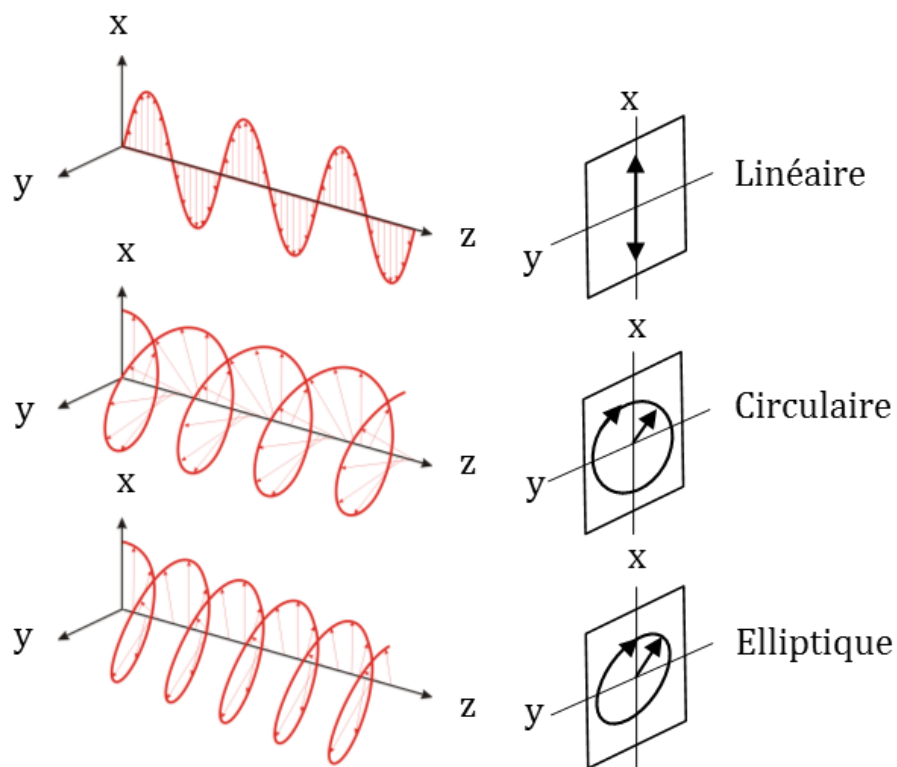


Figure 3. Différents états de polarisations.

2.2.2 Formalisme de Jones

2.2.2.1 Vecteur de Jones

Le vecteur de Jones est une représentation de l'état de polarisation d'une onde électromagnétique et de la transformation de celui-ci à travers un système optique par un vecteur colonne complexe $\vec{V}$ tel que :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0y} e^{i\delta_y} \end{bmatrix} = e^{i\varphi} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\Delta} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-7}$$

Où :

- E_x, E_y sont les amplitudes complexes ;
- $\Delta = \delta_y - \delta_x$ où δ_x et δ_y sont les déphasages selon les axes x et y ;
- φ est un facteur de phase absolu.

Le vecteur de Jones représente l'état de polarisation générale d'une onde plane quasi monochromatique (polarisation elliptique). Il n'existe pas de vecteur de Jones pour la lumière naturelle non polarisée et la lumière partiellement polarisée (figure 6). En normalisant ce vecteur que l'on note V_n , il peut s'écrire sous la forme suivante, en fonction des paramètres de l'ellipse de polarisation, dans la base (O, x, y) :

$$V_n = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot \cos(\varepsilon) - i \sin(\Phi) \cdot \sin(\varepsilon) \\ \sin(\theta) \cdot \cos(\varepsilon) - i \cos(\Phi) \cdot \sin(\varepsilon) \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-8}$$

Où : Δ est son déphasage, Φ est son azimut et ε est son ellipticité.

2.2.2.2 Matrice de Jones

Le formalisme de Jones permet de décrire de façon matricielle et déterministe la transformation linéaire subie par une onde polarisée interagissant avec un système optique. Ce dernier (lame de retard ou polariseur, par exemple) est ainsi représenté par une matrice de dimension 2×2 dont les quatre éléments sont généralement complexes.

Si V_E est le vecteur de Jones de l'onde incidente, par l'intermédiaire de la matrice de Jones J , le vecteur de Jones de l'onde émergente V_S s'écrit :

$$V_S = J.V_E \text{ avec } J = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-9}$$

Ce formalisme permet de définir un système optique complexe composé de n éléments non-dépolarisants en cascade. Ainsi, le vecteur de Jones d'une onde optique en sortie de ce système, est obtenu par multiplication matricielle des matrices de Jones des n sous-systèmes avec le vecteur de Jones d'entrée. Il permet de suivre l'état de polarisation d'une onde à travers plusieurs éléments optiques. Cependant, ce formalisme ne permet pas de traiter le cas des ondes totalement dépolarisées (lumière naturelle, par exemple) ou partiellement polarisées. Il paraît donc indispensable d'introduire un formalisme adapté à toutes les situations polarimétriques : le formalisme de Stokes.

2.2.3 Formalisme de Stokes

Nous avons traité précédemment le cas d'ondes complètement polarisées, c'est-à-dire d'ondes pour lesquelles les amplitudes E_{0x} , E_{0y} et la différence de phase φ peuvent être considérées comme constantes pendant la durée de la mesure. Dans le but d'aborder le phénomène de polarisation partielle, et donc de dépolarisation, il convient d'introduire les paramètres de Stokes. Bien que le formalisme de Stokes ait été conçu en 1852, il n'a suscité qu'un faible intérêt en optique jusque dans les années 1950. Pourtant, il permet de décrire un faisceau lumineux complètement, partiellement ou pas du tout polarisé, monochromatique ou polychromatique.

2.2.3.1 Vecteur de Stokes

2.2.3.1.1 Cas d'une onde complètement polarisée

Afin d'introduire la signification de ces paramètres, nous nous plaçons tout d'abord dans le cas d'une onde monochromatique de polarisation elliptique (figure 2). Après quelques développements sur l'équation de l'ellipse de polarisation [4], nous obtenons :

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 = (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 + (2E_{0x}E_{0y}\cos(\Delta))^2 + (2E_{0x}E_{0y}\sin(\Delta))^2 \quad \text{Équation 2-10}$$

Nous faisons apparaître quatre termes qui correspondent chacun à un paramètre de Stokes comme décrits ci-dessous :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad \text{Équation 2-11}$$

Avec :

$$\bullet \quad S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = I_H + I_V \quad \text{Équation 2-12}$$

$$\bullet \quad S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 = I_H - I_V \quad \text{Équation 2-13}$$

$$\bullet \quad S_2 = 2E_{0x}E_{0y}\cos(\varphi) = I_{+45} - I_{-45} \quad \text{Équation 2-14}$$

$$\bullet \quad S_3 = 2E_{0x}E_{0y}\sin(\varphi) = I_R - I_L \quad \text{Équation 2-15}$$

Ces paramètres peuvent être définis en fonction de paramètres directement mesurables qui sont les intensités. Celles-ci sont mesurées grâce à des polariseurs linéaires et circulaires idéaux. Le formalisme de Stokes se base alors sur la détermination de quatre paramètres qui sont :

- S_0 représente l'intensité totale ;
- S_1 représente la différence des intensités des composantes linéaires polarisées horizontalement (I_H) et verticalement (I_V) dans le plan d'onde ;
- S_2 représente la différence des intensités des composantes linéaires polarisées à 45° (I_{+45}) et à -45° (I_{-45}) dans le plan d'onde ;
- S_3 représente la différence des intensités des composantes polarisées circulairement droite (I_R) et gauche (I_L) dans le plan d'onde.

Nous pouvons alors écrire ces quatre paramètres sous la forme d'un vecteur. Celui-ci est généralement normalisé par rapport à S_0 et peut s'exprimer en fonction des paramètres de l'ellipse de polarisation qui sont l'ellipticité ε et l'azimut Φ . Nous obtenons alors pour une onde complètement polarisée le vecteur de Stokes suivant :

$$S = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\Phi \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\Phi \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-16}$$

2.2.3.1.2 Cas d'une onde partiellement polarisée

Le formalisme de Stokes est utilisé pour décrire la polarisation de la lumière par des quantités directement observables, c'est-à-dire l'intensité de la lumière au lieu de l'amplitude du champ électrique utilisé dans le cas du formalisme de Jones. L'idée de Stokes fut d'introduire dans l'équation de l'ellipse (équation 2-3) non plus des termes d'amplitudes mais des termes relatifs à des moyennes temporelles. En généralisant l'écriture de Stokes pour n'importe quel état de polarisation (qu'il soit complètement ou partiellement polarisé), les paramètres de Stokes vérifient la relation suivante (inégalité de Stokes-Verdet) où $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble (temporelle et spatiale) sur le temps d'intégration T.

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \text{ avec } \begin{cases} S_0 = \langle E_{0x}^2 \rangle + \langle E_{0y}^2 \rangle \\ S_1 = \langle E_{0x}^2 \rangle - \langle E_{0y}^2 \rangle \\ S_2 = 2\langle E_{0x} \cdot E_{0y} \cdot \cos(\Delta) \rangle \\ S_3 = 2\langle E_{0x} \cdot E_{0y} \cdot \sin(\Delta) \rangle \end{cases} \quad \text{Équation 2-17}$$

Le tableau I précise les vecteurs de Stokes normalisés pour les états de polarisation fondamentaux.

Vecteur de Stokes	H	V	+45°	-45°	D	G	Elliptique
S ₀	1	1	1	1	1	1	1
S ₁	1	-1	0	0	0	0	cos2θ.sin2ε
S ₂	0	0	1	-1	0	0	sin2θ.cos2ε
S ₃	0	0	0	0	1	-1	sin2ε

Tableau I. Vecteurs de Stokes des états de polarisation fondamentaux (H : linéaire horizontale, V : linéaire verticale, +45° : linéaire orienté à 45°, -45° : linéaire orientée à -45, D : circulaire droite, G : circulaire gauche).

Le formalisme de Stokes permet d'exprimer la superposition incohérente de deux ondes lumineuses. Le vecteur de Stokes d'une onde partiellement polarisée peut ainsi se décomposer de la façon suivante :

$$S_{PP} = S_{CP} + S_{CD} = \begin{bmatrix} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_0 - \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-18}$$

Où S_{PP} , S_{CP} , S_{CD} décrivent respectivement des ondes partiellement polarisée, complètement polarisée et complètement dépolarisée. Notons que cette décomposition est unique.

2.2.3.1.3 Degré de polarisation

Le degré de polarisation Dop (acronyme de l'anglais "Degree of polarization"), pour un état de polarisation donné est défini à partir de la relation suivante :

$$\text{Dop} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \in [0,1] \quad \text{Équation 2-19}$$

Le faisceau est dit totalement polarisé lorsque ce degré est égal à 1. Il est totalement dépolarisé lorsque le Dop est égal à 0. Dans tous les autres cas il est partiellement polarisé.

Principe d'équivalence optique

Après avoir défini un formalisme pour décrire la polarisation qui portera postérieurement son nom à titre honorifique, Stokes énonce son « principe d'équivalence optique » : deux faisceaux ayant le même vecteur de Stokes ne sont pas différenciables au regard de leur intensité, degré de polarisation et état de polarisation mais peuvent l'être par leur géométrie spatiale, leur distribution spectrale en énergie, leur phase ou leurs fluctuations de phase.

2.2.4 Matrice de Mueller

2.2.4.1 Définition

La matrice de Mueller M d'un échantillon est une matrice réelle 4×4 définie par la relation suivante :

$$S_S = M \cdot S_E \text{ avec } M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-20}$$

Où S_E et S_S sont respectivement les vecteurs de Stokes de la lumière incidente et sortante.

Le formalisme de Stokes-Mueller présente l'avantage que toutes les grandeurs exploitées sont réelles et mesurables en plus de permettre de prendre en compte les phénomènes de dépolarisation. Comme pour le formalisme de Jones, ce formalisme est tout à fait approprié pour décrire un système optique complexe composé de n éléments en cascade.

Ainsi, le vecteur de Stokes d'une onde optique en sortie, est obtenu par multiplication matricielle des matrices de Mueller des n sous-systèmes avec le vecteur de Stokes d'entrée :

$$S_S = M_n \cdot M_{n-1} \dots M_2 \cdot M_1 \cdot S_E \quad \text{Équation 2-21}$$

Le formalisme matriciel (Mueller, Jones) est adapté à la caractérisation d'un milieu. En effet, il suffit de connaître la matrice de Mueller qui lui est associé pour remonter à ses différentes propriétés polarimétriques.

2.2.4.2 Matrice de rotation

Les vecteurs de Stokes sont orientés suivant un repère d'entrée et un repère de sortie par rapport à la matrice de Mueller M de l'échantillon (ou du système optique). On choisit de se référer par rapport au plan d'incidence de l'échantillon. Toute autre orientation se déduit par l'intermédiaire :

- d'une matrice de rotation d'angle β par rapport au plan d'incidence ;

- et de l'application de cette relation : $M(\beta) = U(\beta) \cdot M \cdot U(-\beta)$.

La matrice de rotation [4] est la suivante :

$$U(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\beta & \sin 2\beta & 0 \\ 0 & -\sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-22}$$

2.2.5 Equivalence entre le formalisme de Jones et de Mueller

Dans le cas d'un système non dépolarisant les formalismes de Jones et de Stokes sont équivalents, comme il a été déjà dit précédemment. Dans ce cas, il est possible d'écrire les éléments de la matrice de Mueller M en fonction de ceux de la matrice de Jones, T , et vice-versa.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-23}$$

Ou encore :

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 + |r_{sp}|^2 + |r_{ps}|^2 \rangle & \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2 + |r_{sp}|^2 - |r_{ps}|^2 \rangle & \langle \text{Re}(r_{ps} \overline{r_{pp}} + r_{ss} \overline{r_{sp}}) \rangle & -\langle \text{Im}(r_{ps} \overline{r_{pp}} + r_{ss} \overline{r_{sp}}) \rangle \\ \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2 - |r_{sp}|^2 + |r_{ps}|^2 \rangle & \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 - |r_{sp}|^2 - |r_{ps}|^2 \rangle & \langle \text{Re}(r_{ps} \overline{r_{pp}} - r_{ss} \overline{r_{sp}}) \rangle & \langle \text{Im}(-r_{ps} \overline{r_{pp}} + r_{ss} \overline{r_{sp}}) \rangle \\ \langle \text{Re}(r_{sp} \overline{r_{pp}} + r_{ss} \overline{r_{ps}}) \rangle & \langle \text{Re}(r_{sp} \overline{r_{pp}} - r_{ss} \overline{r_{ps}}) \rangle & \langle \text{Re}(r_{ss} \overline{r_{pp}} + r_{sp} \overline{r_{ps}}) \rangle & \langle \text{Im}(-r_{ss} \overline{r_{pp}} + r_{sp} \overline{r_{ps}}) \rangle \\ \langle \text{Im}(r_{sp} \overline{r_{pp}} + r_{ss} \overline{r_{ps}}) \rangle & \langle \text{Im}(r_{sp} \overline{r_{pp}} - r_{ss} \overline{r_{ps}}) \rangle & \langle \text{Im}(r_{ss} \overline{r_{pp}} + r_{sp} \overline{r_{ps}}) \rangle & \langle \text{Re}(r_{ss} \overline{r_{pp}} - r_{sp} \overline{r_{ps}}) \rangle \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-24}$$

Dans l'expression précédente, la barre horizontale signifie le complexe conjugué.

Pour un ensemble de systèmes⁵, communément rencontrés dans la pratique, dont le système isotrope, les éléments hors-diagonaux de la matrice de Jones sont nuls ($r_{sp}=0$ et $r_{ps}=0$), la matrice de Mueller est alors dite diagonale et se réduit à la forme donnée dans l'équation 2-25.

⁵ Pour un système isotrope ou bien anisotrope avec un axe perpendiculaire au plan de l'échantillon, ou encore anisotrope avec les axes propres alignés sur le plan d'incidence et la surface de l'échantillon.

$$M(r_{pp}, r_{ss}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle & \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2 \rangle & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2 \rangle & \frac{1}{2} \langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle \text{Re}(r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle & \langle \text{Im}(-r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle \\ 0 & 0 & \langle \text{Im}(r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle & \langle \text{Re}(r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-25}$$

En normalisant tous les éléments par rapport à M_{11} , les éléments M_{11} et M_{22} deviennent égaux à 1.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\langle |r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2 \rangle}{\langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle} & 0 & 0 \\ \frac{\langle |r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2 \rangle}{\langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\langle \text{Re}(r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle}{\langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle} & \frac{\langle \text{Im}(-r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle}{\langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle} \\ 0 & 0 & \frac{\langle \text{Im}(r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle}{\langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle} & \frac{\langle \text{Re}(r_{ss} \overline{r_{pp}}) \rangle}{\langle |r_{pp}|^2 + |r_{ss}|^2 \rangle} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-26}$$

Les éléments M_{21} et M_{12} peuvent alors être notés classiquement par la lettre N, les éléments M_{33} et M_{44} par la lettre C, les éléments M_{34} et M_{43} respectivement par S et -S. La matrice de Mueller devient alors :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & N & 0 & 0 \\ N & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-27}$$

Des anti-symétries apparaissent immédiatement entre les éléments M_{34} et M_{43} ainsi que les égalités entre M_{11} et M_{22} , M_{12} et M_{21} , M_{33} et M_{44} . Tous les autres éléments étant

nuls. Les quantités N, S, et C permettent d'accéder aux angles ellipsométriques Ψ et Δ (figure 2) :

$$N = \cos(2\Psi) \quad \text{Équation 2-28}$$

$$S = \sin(2\Psi) \cdot \sin \Delta \quad \text{Équation 2-29}$$

$$C = \sin(2\Psi) \cdot \cos \Delta \quad \text{Équation 2-30}$$

2.2.6 Sphère de Poincaré

Les différents formalismes matriciels présentés précédemment permettent de caractériser l'état de polarisation d'un faisceau traversant un ou plusieurs éléments optiques successifs. Cependant, il n'est pas toujours aisé de se représenter un vecteur de Stokes ou l'évolution d'un état de polarisation lors de la traversée d'un milieu. Henri POINCARÉ, en 1892, a montré qu'il était possible de résoudre ce problème de façon géométrique. Il a démontré qu'à chaque état de polarisation pur d'une onde lumineuse est associé un point sur une sphère.

Représentation de différents états de polarisation

Nous pouvons représenter géométriquement l'état de polarisation dans le but d'interpréter le vecteur de polarisation. La projection sur une sphère (figure 3) d'un état de polarisation correspond à un point P dont les coordonnées dans le repère (x, y, z) sont définies en fonction des deux paramètres caractéristiques de l'ellipse de polarisation (équation 2-31) : l'ellipticité ε et l'azimut Φ de l'ellipse de polarisation (figure 2).

$$P = \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{S_1}{S_0} = \cos 2\varepsilon \cos 2\Phi \\ y = \frac{S_2}{S_0} = \cos 2\varepsilon \sin 2\Phi \\ z = \frac{S_3}{S_0} = \sin 2\Phi \end{array} \right\} \quad \text{Équation 2-31}$$

Nous observons que les coordonnées (x, y, z) correspondent aux composantes du vecteur de Stokes normalisé défini par l'équation précédente. Le rayon de la sphère dépend du degré de polarisation. Un état partiellement ou totalement dépolarisé peut ainsi être représenté.

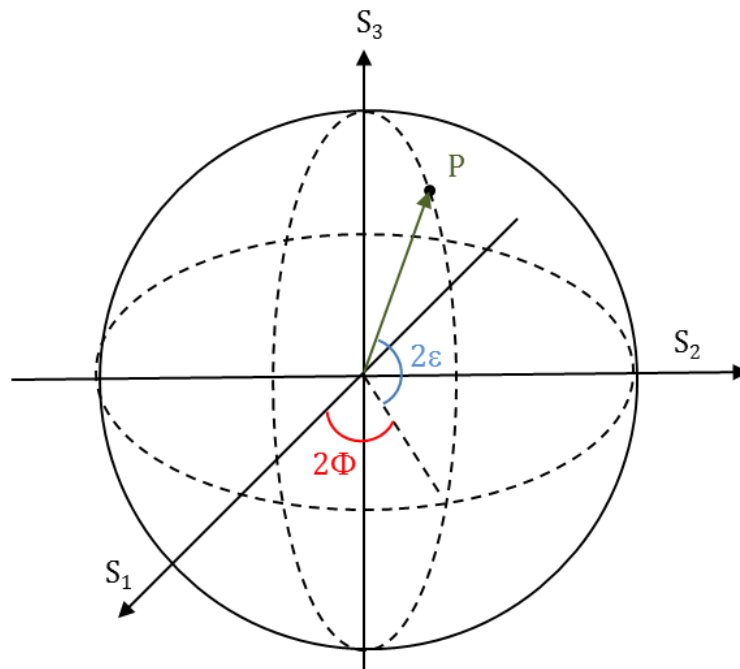


Figure 4. Sphère de Poincaré.

Nous pouvons faire quelques remarques sur la représentation graphique de différents états de polarisation (figure 5) :

- les polarisations rectilignes sont représentées par des points sur l'équateur (ellipticité nulle) ;
- les polarisations circulaires sont représentées aux pôles : les pôles nord et sud correspondent respectivement à un état de polarisation circulaire droite et gauche ;
- les hémisphères nord et sud correspondent respectivement aux polarisations elliptiques droites et gauches ;
- deux états de polarisation orthogonaux sont représentés par deux points diamétralement opposés sur la sphère.

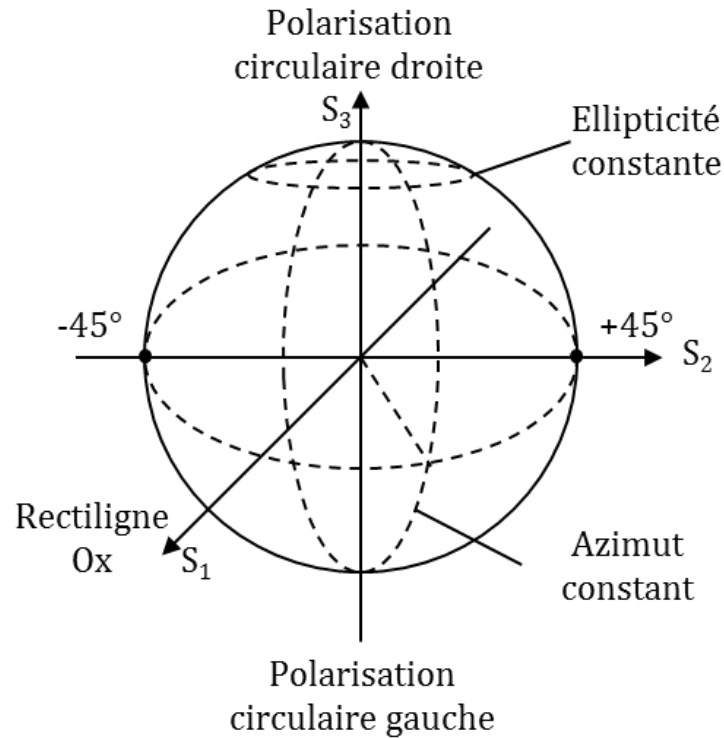


Figure 5. Représentation des principaux états de polarisation sur la sphère de Poincaré.

Intérêt de la sphère de Poincaré

Cette représentation est bijective : chaque point de la sphère représente un état de polarisation différent et réciproquement. Nous pouvons par ailleurs suivre l'évolution d'un état de polarisation à travers un système optique : elle se traduit par le déplacement du point représentatif de cet état sur la sphère.

D'ailleurs, cette représentation a pour autre intérêt de représenter le cas de lumière totalement polarisée (figure 6.a). Dans le cas d'une lumière partiellement polarisée, les points représentatifs ne sont pas distribués uniformément mais se regroupent autour du point correspondant à la valeur la plus probable de l'état de polarisation (figure 6.b).

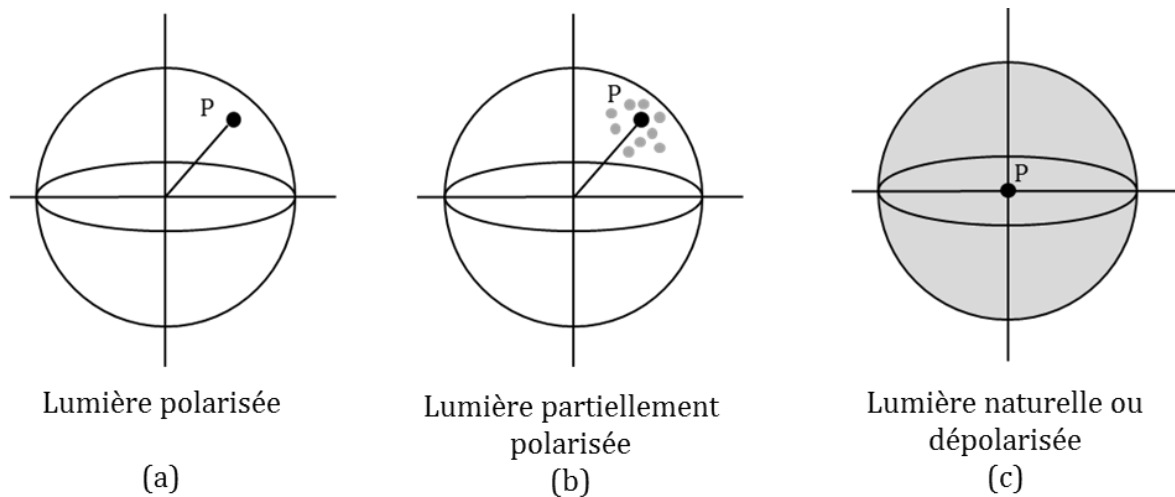


Figure 6. Représentation des différents types de lumières sur la sphère de Poincaré.

Plus la distribution sera étroite autour du point central, plus la lumière se comportera comme une lumière polarisée caractérisée par un état donné. Une lumière complètement dépolarisée peut être considérée comme la résultante d'un mélange de tous les états de polarisation, ceux-ci étant équi-répartis sur la sphère. Le point représentatif est alors à l'origine (figure 6.c).

2.2.7 Éléments optiques simples

Un élément optique peut modifier la polarisation d'une onde incidente par trois effets :

- le dichroïsme (modification des amplitudes des composantes du champ électrique) ;
- la biréfringence (modification des phases des composantes du champ électrique) ;
- la dépolarisation (évolution devenue aléatoire du champ électrique).

Nous nous proposons donc de maintenant décrire les effets optiques cités ci-dessus, puis nous définirons les matrices de Mueller associées ainsi que les grandeurs polarimétriques (diatténuation, retardance, pouvoir de dépolarisation) qui en découlent.

Élément dichroïque ou diatténuateur

Un élément optique dichroïque présente une anisotropie d'absorption ; il modifie uniquement les amplitudes des composantes du champ électrique. Sa transmission en intensité dépend donc de l'état de polarisation incident. La première ligne de la matrice

de Mueller M détermine complètement la transmission en intensité. Les transmissions maximale $T_{\max}$ et minimale $T_{\min}$ sont données par les relations suivantes :

$$T_{\max} = M_{11} + \sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2} \quad \text{Équation 2-32}$$

et

$$T_{\min} = M_{11} - \sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2} \quad \text{Équation 2-33}$$

Le dichroïsme est alors défini comme :

$$D = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} = \frac{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}}{M_{11}} \quad \text{Équation 2-34}$$

On définit aussi la transmittance pour une onde non polarisée par :

$$T_0 = \frac{1}{2}(T_{\max} + T_{\min}) \quad \text{Équation 2-35}$$

Et le taux d'extinction par :

$$\tau = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} \quad \text{Équation 2-36}$$

On distingue plusieurs cas de polariseurs selon les valeurs de D :

- $D=1$: l'élément est un polariseur parfait ;
- $0 \leq D \leq 1$: l'élément est un polariseur partiel ;
- $D=0$: l'élément n'a pas d'effet d'atténuation différentiel.

La seule définition du dichroïsme n'est pas suffisante pour distinguer deux éléments optiques qui peuvent avoir la même valeur de D tout en ayant cependant deux comportements optiques différents. Les transmissions $T_{\max}$ et $T_{\min}$ sont donnés par :

$$T_{\max} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{M_{12}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \\ \frac{M_{13}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \\ \frac{M_{14}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T_{\min} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{M_{12}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \\ -\frac{M_{13}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \\ -\frac{M_{14}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-37}$$

Le dichroïsme D peut alors être exprimé en fonction des éléments de la première ligne de la matrice de Mueller par la relation suivante :

$$\vec{D} = \frac{1}{M_{11}} \begin{bmatrix} M_{12} \\ M_{13} \\ M_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_H \\ D_{45} \\ D_C \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-38}$$

Où :

- D_H est la diatténuation relative entre les polarisations linéaires horizontale et verticale ;
- D_{45} la diatténuation relative entre les polarisations linéaires à 45° et -45° ;
- D_C la diatténuation relative entre les polarisations circulaires droite et gauche.

Les composantes du vecteur $\vec{D}$ peuvent être reliées aux paramètres Φ_D et ε_D qui sont respectivement l'azimut (orientation) et l'ellipticité (caractère plus ou moins linéaire) de l'état propre portant l'atténuation minimale :

$$\vec{D} = D \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon_D) \cos(2\Phi_D) \\ \cos(2\varepsilon_D) \sin(2\Phi_D) \\ \sin(2\varepsilon_D) \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-39}$$

La connaissance du vecteur $\vec{D}$ et de T_0 permet donc de caractériser complètement l'élément dichroïque. La matrice de Mueller d'un élément dichroïque peut s'écrire sous la forme suivante :

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & m_D \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-40}$$

Où m_D est la matrice réduite 3x3 du diatténuateur.

On peut ainsi écrire le vecteur dichroïque par la relation suivante :

$$\vec{D} = D \hat{D} = \frac{1}{M_{11}} \begin{bmatrix} M_{12} \\ M_{13} \\ M_{14} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-41}$$

Avec $\hat{D}$ le vecteur unité représentant l'axe du dichroïsme.

Élément déphaseur

Lorsqu'une onde électromagnétique traverse un élément déphaseur (ou biréfringent ou retardateur), une des composantes du champ électrique subit donc un retard de phase par rapport à l'autre composante. Cela a pour effet de modifier l'état de polarisation incident, sans pour autant affecter l'intensité lumineuse. Si δ_1 et δ_2 sont les déphasages associés aux états propres de l'élément biréfringent, alors le déphasage global (ou retardance) occasionné par cet élément est : $R = |\delta_1 - \delta_2|$ avec $0 \leq R \leq 180$.

Comme pour l'élément dichroïque, les états propres de l'élément déphaseur peuvent être soit linéaires, circulaires ou elliptiques. Nous parlerons dans ce cas respectivement d'éléments biréfringents linéaires, circulaires ou elliptiques. Le cas le plus général est donc celui d'une biréfringence elliptique. Le vecteur retardance est alors défini tel que :

$$\vec{R} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-42}$$

Où :

- R_H est la retardance linéaire entre les polarisations linéaires horizontale et verticale ;
- R_{45} la retardance linéaire entre les polarisations linéaires à 45° et -45° ;
- R_C la retardance circulaire entre les polarisations circulaires droite et gauche.

Les composantes du vecteur $\vec{R}$ peuvent être reliées aux paramètres Φ_R et ε_R qui sont respectivement l'azimut (orientation) et l'ellipticité (caractère plus ou moins linéaire) de l'état propre portant l'atténuation minimale :

$$\vec{R} = R \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon_R) \cos(2\Phi_R) \\ \cos(2\varepsilon_R) \sin(2\Phi_R) \\ \sin(2\varepsilon_R) \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-43}$$

La connaissance du vecteur $\vec{R}$ permet donc de caractériser complètement l'élément déphaseur. La matrice de Mueller d'un élément déphaseur peut s'écrire sous la forme suivante :

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_R \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-44}$$

Où m_R est la matrice réduite 3×3 du retardateur.

Élément dépolarisant

Les éléments présentés précédemment (diatténuateurs et déphaseurs) sont des éléments optiques qui transforment un état totalement polarisé en un autre état totalement dépolarisé. Dans certains cas, un système optique peut transformer un état totalement polarisé en un état partiellement polarisé, on dit alors que le milieu introduit de la dépolarisation.

Dans ce cas, il n'est pas possible de représenter cet élément par une matrice de Jones mais uniquement par une matrice de Mueller.

Le cas le plus simple est celui d'un dépolariseur total qui transforme un vecteur de Stokes quelconque en un vecteur de Stokes correspondant à une lumière totalement dépolarisée :

$$K \begin{bmatrix} S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = M_{\Delta total} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad \text{avec } K \leq 1 \quad \text{Équation 2-45}$$

Cela impose donc :

$$M_{\Delta total} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-46}$$

Si le dépolariseur est partiel et isotrope, sa matrice de Mueller peut s'écrire sous la forme :

$$M_{\Delta\text{partiel}}^{\text{iso}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \text{ avec } 0 \leq |a| \leq 1 \quad \text{Équation 2-47}$$

Si le dépolariseur est partiel et anisotrope, sa matrice de Mueller peut s'écrire sous la forme :

$$M_{\Delta\text{partiel}}^{\text{aniso}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \text{ avec } 0 \leq |a|, |b|, |c| \leq 1 \quad \text{Équation 2-48}$$

La forme la plus générale d'un dépolariseur est donc la suivante :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_{\Delta} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-49}$$

Où m_{Δ} est la matrice réduite 3x3 du retardateur.

Pour quantifier le pouvoir de dépolarisation d'un dépolariseur, on utilise le facteur de dépolarisation moyen donné par la relation suivante :

$$d = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \text{ avec } 0 \leq d \leq 1 \quad \text{Équation 2-50}$$

On distingue les trois cas suivants :

- $d = 0$: l'élément n'est pas dépolarisant ;
- $0 \leq d \leq 1$: l'élément est un dépolariseur partiel ;
- $d = 1$: l'élément est un dépolariseur total.

2.2.7.1 Décompositions des matrices de Mueller

Lu et Chipman [7] ont montré qu'il est possible de décomposer toute matrice de Mueller afin de déterminer le dichroïsme, le déphasage et la dépolarisation introduits par l'échantillon mesuré. Le but est de séparer ces trois effets noyés dans la matrice « brute » M . On peut alors écrire la matrice M en un produit de trois matrices de Mueller (associées aux éléments optiques élémentaires) de la façon suivante :

$$M = M_{\Delta} \cdot M_R \cdot M_D \quad \text{Équation 2-51}$$

Où : M_{Δ} est la matrice de Mueller d'un dépolariseur, M_R celle d'un retardateur et M_D celle d'un diatténuateur.

La matrice représentant le dépolariseur s'écrit de manière différente de celle décrite précédemment :

$$M_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_{\Delta} & m_{\Delta} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-52}$$

Où $\vec{P}_{\Delta}$ est appelé vecteur polarisation du dépolariseur.

L'origine de l'introduction du vecteur polarisation tient au fait qu'une matrice de Mueller générale contient seize paramètres indépendants. Or, un diatténuateur est décrit par quatre paramètres ($T_0, D, \Phi_D, \varepsilon_D$), un retardateur par trois paramètres (R, Φ_R, ε_R) et un dépolariseur par six paramètres (trois facteurs de dépolarisation et trois directions associées). Pour avoir une description cohérente, il faut donc ajouter trois degrés de liberté au dépolariseur, ce qui est réalisé en introduisant le vecteur polarisation.

Matrice du diatténuateur

Dans le cas de la décomposition de Lu et Chipman [7], nous détaillons ici le calcul de propriétés polarimétriques liées à chaque effet (dichroïsme, biréfringence, dépolarisation).

Toute matrice de Mueller peut alors être explicitée sous forme de produit de matrices :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_{\Delta} & m_{\Delta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_R \end{bmatrix} \cdot T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & m_D \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-53}$$

Donc M peut s'écrire sous la forme suivante :

$$M = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{P} & m \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-54}$$

Où $\vec{P}$ est le vecteur polarisation de la matrice M, $\vec{D}$ le vecteur diatténuation, et m la matrice de Mueller réduite (3×3).

La matrice m est égale à :

$$m = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-55}$$

Comme nous l'avons vu précédemment, le vecteur diatténuation $\vec{D}$ et la transmittance non polarisée T_0 sont directement lisibles sur la matrice de Mueller « brute » M . La matrice de Mueller du diatténuateur M_D dans la décomposition est donc connue.

Matrice du dépolariseur

La deuxième étape consiste à déterminer la matrice du dépolariseur. Il faut donc pour cela déterminer le vecteur $\vec{P}_\Delta$ et la matrice réduite m_Δ . Connaissant M_D et dans le cas où cette matrice n'est pas singulière, on peut construire la matrice M' telle que :

$$M' = M.M_D^{-1} \quad \text{Équation 2-56}$$

La matrice M' présente un dichroïsme nul mais une polarisance non nulle, on obtient alors :

$$M' = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & m' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & m_\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_R \end{bmatrix} = M_\Delta.M_R \quad \text{Équation 2-57}$$

Or la matrice du dépolariseur est égale à :

$$M_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & m_\Delta \end{bmatrix} \quad \text{Équation 2-58}$$

Le vecteur polarisance est inclus dans l'expression de la matrice du dépolariseur car il faut tenir compte des paramètres nécessaires pour décrire une matrice de Mueller normalisée (3 pour le dichroïque, 3 pour le biréfringent, et 9 pour le dépolariseur).

Ce vecteur polarisance s'obtient par inversion de la matrice du diatténuateur :

$$\vec{P}_\Delta = \frac{\vec{P} - m\vec{D}}{1 - D^2} \quad \text{Équation 2-59}$$

Nous avons donc besoin maintenant de déterminer M_{Δ} . Pour cela, on forme la matrice $m'(m')^T$ qui vérifie :

$$m'(m')^T = m_{\Delta} \cdot m_R \cdot (m_R)^T \cdot (m_{\Delta})^T = m_{\Delta} \cdot m_{\Delta} \quad \text{Équation 2-60}$$

Car $(m_R)^{-1} = (m_R)^T$. Si on appelle λ_1 , λ_2 et λ_3 les valeurs propres de la matrice $m'(m')^T$, alors les valeurs propres de m_{Δ} sont $\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}$ et $\sqrt{\lambda_3}$.

On peut alors écrire :

$$m_{\Delta} = \pm \left[m' \cdot m'^T + (\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} + \sqrt{\lambda_2 \lambda_3} + \sqrt{\lambda_1 \lambda_3}) I \right]^{-1} \times \left[(\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} + \sqrt{\lambda_3}) m' \cdot m'^T + \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} I \right] \quad \text{Équation 2-61}$$

Où le signe + ou – correspond au signe du déterminant de la matrice m' .

Matrice du retardateur

La dernière étape consiste à déterminer la matrice du retardateur. On obtient simplement par la relation :

$$M_R = M_{\Delta}^{-1} \cdot M' \quad \text{Équation 2-62}$$

La décomposition de Lu et Chipman [7] permet de remonter à chaque matrice élémentaire M_{Δ} , M_R et M_D . Nous pouvons ainsi de déterminer l'ensemble des propriétés polarimétriques du milieu d'étude. Elle permet ainsi de distinguer les propriétés d'atténuation et de déphasage de l'onde électromagnétique à la traversée d'un échantillon mais aussi de séparer les effets dépolarisants et non-dépolarisants.

2.3 Conclusion

Le principe théorique de la polarimétrie de Mueller a été présenté dans ce second chapitre. Nous avons montré qu'il existe deux approches de l'analyse des phénomènes de polarisations : le formalisme de Jones et celui de Stokes-Mueller. Ces deux formalismes présentent des similarités mais également des différences non négligeables :

- Le formalisme de Jones convient plus à une approche théorique de la polarisation car son calcul porte sur les amplitudes et les phases. Tandis que le formalisme de Stokes-Mueller traite d'intensités mesurables, il est donc adapté à une étude expérimentale.
- Comme la représentation de Jones permet d'obtenir l'information de phase, elle peut être utilisée pour étudier la combinaison de deux ondes cohérentes dans les dispositifs interférentiels. Le formalisme de Jones s'applique à des problèmes concernant des ondes optiques totalement polarisées mais ne traite pas la dépolarisation. Le calcul de Stokes-Mueller, quant à lui, peut être utilisé dans tous les cas, que la lumière soit naturelle, partiellement polarisée ou complètement polarisée.

La majorité des objets que l'on trouve dans la nature et ceux créés par l'homme sont fortement diffusants et donc dépolarisants. Par conséquent, seul le formalisme de Stokes-Mueller est adapté à nos études expérimentales puisqu'il permet de remonter et de quantifier toutes les transformations polarimétriques engendrées par ces milieux. Cependant, pour pouvoir utiliser ce formalisme matriciel, nous devons faire l'hypothèse que ces milieux sont linéaires. L'utilisation du formalisme de Stokes-Mueller associé à la représentation de la sphère de Poincaré nous permet, comme vu dans ce chapitre, de décrire simplement les phénomènes observés (dépolarisation, diatténuation, biréfringence isotrope ou anisotrope).

Nous verrons, dans le chapitre 0, les différentes applications de l'instrument sur lesquelles j'ai travaillées. Les milieux très complexes de par leurs structures pouvant présenter éventuellement des propriétés de biréfringence et de dichroïsme. Par

conséquent, seul le formalisme de Stokes-Mueller est adapté à nos études expérimentales puisqu'il permet de remonter et de quantifier toutes les transformations.

Après cette introduction théorique, nous pouvons décrire dans le chapitre suivant la conception théorique d'un polarimètre ainsi que sa mise en pratique au laboratoire avec le polarimètre de Mueller monté en réflexion dans l'espace réciproque.

3 Conception d'un polarimètre

3.1 Introduction

Les évolutions successives dans le domaine du développement polarimétrique ont conduit le laboratoire à travailler sur de nouvelles applications (chapitre 5). Cette technique permet de mesurer les propriétés optiques des échantillons étudiés tels que la biréfringence, l'anisotropie,...

Dans ce chapitre, je me propose de décrire le principe général d'un polarimètre de Mueller ainsi que la méthode d'étalonnage mise en place et appliquée au laboratoire. Je présenterai plus précisément l'expérience d'instrumentation polarimétrique sur laquelle j'ai travaillé avec Antonello DE MARTINO et je décrirai l'instrument, les différents éléments qui le composent ainsi que les méthodes de réalignement optique de l'instrument.

3.2 Principe général

La polarimétrie est une technique optique de caractérisation de surfaces se servant du changement de polarisation d'un faisceau après transmission ou réflexion sur ces surfaces.

Il existe deux intérêts particuliers de concevoir un polarimètre :

- réaliser des mesures optiques non destructives in-situ. Pour obtenir des informations telles que le nombre de couches minces et leur épaisseur, qui forment un composant.
- avoir un appareil sensible à des effets d'interfaces fins tels que la formation de monocouches atomiques ou moléculaires.

Un polarimètre est constitué d'une source, d'un générateur d'états de polarisation (PSG : Polarization State Generator), d'un échantillon que l'on cherche à caractériser, d'un analyseur d'états de polarisation (PSA : Polarization State Analyzer) et enfin d'un détecteur. Les figures 7 et 8 représentent respectivement un polarimètre monté en transmission et en réflexion.

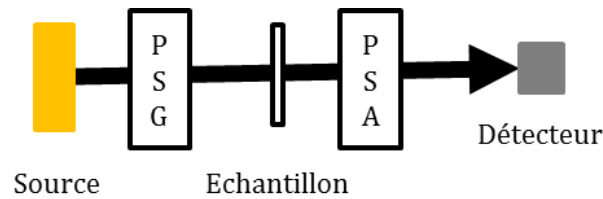


Figure 7. Polarimètre monté en transmission.

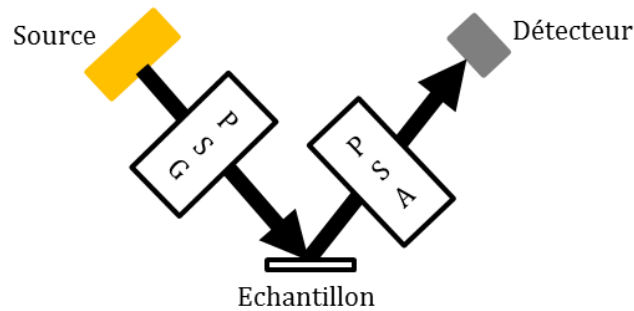


Figure 8. Polarimètre monté en réflexion.

Le faisceau provenant de la source traverse le PSG qui génère quatre états de polarisation. Il est ensuite transmis ou réfléchi par l'échantillon et traverse le PSA qui analyse séquentiellement les différents états de polarisation générés par le PSG. On utilise ensuite un détecteur pour récupérer l'information. Le PSG peut être représenté, en polarimétrie, par une matrice appelée W car les composantes du PSG sont des vecteurs (plus précisément de Stokes) et représentent quatre états de polarisation.

Le PSA analyse les états de polarisation venant de l'échantillon et peut être représenté par une matrice appelée A . De la même manière, cette matrice contient quatre vecteurs de Stokes ayant chacun quatre éléments, qui vont analyser les états générés par le PSG. Il a pour rôle de créer une base d'état de référence, sur laquelle seront projetés les vecteurs de Stokes provenant de l'échantillon.

Obtenir une matrice de Mueller par la mesure revient à réaliser seize mesures. Elle sera donc constituée de seize éléments et chacun d'eux sera le résultat de la projection d'un état généré par le PSG sur un des états du PSA. La matrice obtenue est donc une matrice 4×4 .

3.3 Conception du polarimètre de Mueller

3.3.1 Détermination des conditions optimales et théoriques de mesure

Une matrice de Mueller mesurée peut être décrite par le produit suivant :

$$B = W.M.A \quad \text{Équation 3-1}$$

Où : B représente la matrice mesurée par le détecteur, W la matrice qui caractérise le PSG, A celle du PSA et M la matrice de l'échantillon.

La matrice M de Mueller correspondant à l'échantillon est alors donnée par la relation suivante :

$$M = A^{-1}.B.W^{-1} \quad \text{Équation 3-2}$$

Cette relation implique l'utilisation de matrices singulières inversibles. Une matrice singulière n'étant pas toujours inversible, il est donc nécessaire de s'écarter le plus possible de ce cas. Un critère « d'écart », compris entre 0 et 1, appelé *conditionnement* et noté C, nous permet d'estimer cet éloignement afin de pouvoir augmenter la qualité des matrices W et A. Il est défini par le rapport entre la plus petite et la plus grande des valeurs propres singulières de la matrice. Dans notre cas, le calcul des valeurs propres d'une matrice conduit à arranger ces valeurs par ordre décroissant dans la matrice. Les deux dernières valeurs propres λ_{15} et λ_{16} dans la matrice seront donc les plus petites valeurs propres et le calcul du conditionnement C sera ramené au rapport de ces deux valeurs (équation 3-3).

$$C = \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{15}} \quad \text{Équation 3-3}$$

Notre but est de maximiser ce critère afin de limiter la propagation des erreurs numériques engendrée lors de l'inversion des valeurs singulières des matrices du PSG et du PSA et de nous permettre d'avoir le plus de précision possibles au niveau des matrices inverses de A, W et la matrice de Mueller mesurée.

L'erreur relative de la matrice de Mueller est ainsi majorée et dépend des conditionnements des matrices A et W, ainsi que de l'erreur relative commise sur la mesure de B :

$$\frac{\Delta M}{M} \leq \left(\frac{1}{C(A).C(W)} \right) \frac{\Delta B}{B} \quad \text{Équation 3-4}$$

La minimisation des erreurs sur la mesure de la matrice de Mueller est réalisée par la maximisation du conditionnement des matrices A et W. Ainsi, en augmentant le conditionnement de ces dernières, l'erreur faite sur la mesure est réduite. Il est possible d'augmenter le conditionnement des matrices W et A par un bon alignement des éléments optiques constituant le PSG et le PSA et par une bonne maîtrise de la trajectoire du faisceau lumineux.

Un mauvais conditionnement de la matrice W et de la matrice A provient respectivement du fait que les états générés par le PSG sont trop similaires les uns des autres et que le PSA est plus sensible à certains états de polarisation qu'à d'autres.

Dans les deux cas, un mauvais conditionnement réduit la précision des mesures car le bruit augmente avec la diminution du conditionnement.

Afin d'avoir les résultats les meilleurs possibles, il faut donc vérifier que le conditionnement des matrices soient le plus grand possible (la valeur théorique maximale sera donnée dans la suite du rapport, équation 3-14).

Afin d'optimiser les résultats des mesures, on peut aussi simplifier la réalisation du montage ainsi que son étude théorique en utilisant une symétrie dans la disposition des éléments optiques. Le PSG et le PSA sont donc réalisés avec les mêmes éléments optiques et sont disposés de manière symétrique l'un par rapport à l'autre.

3.3.2 Principe de l'étalonnage et validation du système

La méthode d'étalonnage présentée dans ce chapitre est la méthode dite des valeurs propres. Elle a été élaborée par Eric COMPAIN [13] au LPICM et a pour avantage de proposer un modèle global pour les matrices du PSG et du PSA. Cette méthode réduit considérablement le nombre de mesures à effectuer pour étalonner par rapport à une méthode « classique » dans laquelle on chercherait à définir avec précision les matrices

des éléments optiques composant le PSG et le PSA. Nous avons besoin d'au moins trois éléments d'étalonnage afin de pouvoir aboutir à une matrice de Mueller réelle et unique.

3.3.2.1 Base de toutes les méthodes d'étalonnage

Le principe de l'étalonnage repose sur la manipulation de matrices théoriques (ou idéales) et expérimentales (les mesures). Afin de distinguer clairement les unes des autres, les matrices théoriques seront notées en majuscules, par exemple le produit des matrices A, M et W sera noté AMW, tandis que la matrice mesurée, produite par la suite des éléments optiques ayant pour matrices idéales A, M et W, sera notée (amw). Le bloc (amw) représente une seule matrice de dimension 4×4 : il est donc impossible d'appliquer les règles de l'algèbre des matrices sur a, m et w séparément.

Dans le cas d'une mesure parfaite (c'est-à-dire en négligeant l'effet du bruit et des erreurs systématiques), il sera possible d'écrire :

$$AMW = (amw) \text{ ou bien } MW = A^{-1}(amw) \text{ mais jamais } a^{-1}AMW = (mw)$$

L'étalonnage a pour but de déterminer les matrices W et A respectivement du PSG et du PSA afin de pouvoir remonter ensuite à la matrice de Mueller de l'échantillon et accéder ensuite à ses diverses propriétés. Il y a donc deux inconnues à trouver qui sont W et A. Afin de pouvoir connaître ces deux matrices inconnues, il faut chercher à obtenir deux équations. Cela est possible en considérant des mesures différentes (am_1w) et (am_2w) et leurs équivalences théoriques AM_1W et AM_2W réalisées avec deux échantillons ayant pour matrices de Mueller M_1 et M_2 . Elles seront alors reliées, en cas de mesures parfaites, par le système suivant :

$$\begin{cases} A.M_1.W = (a.m_1.w) \\ A.M_2.W = (a.m_2.w) \end{cases} \quad \text{Équation 3-5}$$

Sachant que les matrices A et W sont inversibles lorsque nous nous plaçons dans le cas de mesures parfaites, et en supposant que les matrices $(a.m_1.w)$ et $(a.m_2.w)$ le sont aussi, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$A = (a.m_1.w)W^{-1}.M_1^{-1} \quad \text{Équation 3-6}$$

En remplaçant cette égalité dans la seconde équation du système nous obtenons l'équation linéaire suivante :

$$M_1^{-1}.M_2.W - W(a.m_1.w)^{-1}(a.m_2.w) = 0 \quad \text{Équation 3-7}$$

En faisant de même pour W nous obtenons l'équation linéaire suivante :

$$A.M_2.M_1^{-1} - (a.m_1.w)^{-1}(a.m_2.w)A = 0 \quad \text{Équation 3-8}$$

Nous obtenons donc le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} M_1^{-1}.M_2.W - W(a.m_1.w)^{-1}(a.m_2.w) = 0 \\ A.M_2.M_1^{-1} - (a.m_1.w)^{-1}(a.m_2.w)A = 0 \end{cases} \quad \text{Équation 3-9}$$

Les matrices théoriques $M_1^{-1}M_2$ et $M_2M_1^{-1}$ ne sont pas encore connues : l'étalonnage, utilisant la méthode dite des valeurs propres, permet justement leur détermination.

3.3.2.2 Méthode d'étalonnage des valeurs propres

Comme son nom l'indique, cette méthode est basée sur des valeurs propres. Plus concrètement, elle commence par former une famille d'applications linéaires et les applique sur les matrices théoriques et mesurées afin d'aboutir à l'équation linéaire suivante :

$$K.X^{16} = 0 \quad \text{Équation 3-10}$$

K est une matrice 16×16 et prend des valeurs différentes dans le cas du PSG et du PSA. Son expression est très complexe et il n'est pas utile de le montrer ici. Il est

cependant nécessaire de savoir qu'elle est issue des familles d'applications linéaires. X^{16} est un vecteur possédant seize composantes et est issue des mesures.

La matrice K est une matrice réelle positive et symétrique, elle peut donc être diagonalisée et ses seize valeurs propres sont toutes positives ou nulles. La difficulté de l'étalonnage étant de trouver trois éléments optiques permettant la maximisation du conditionnement et permettant à la matrice K d'avoir quinze valeurs propres non nulles et une seule nulle : cela permettrait de dire dans le cas où les matrices W et A sont réelles, qu'elles sont uniques et décrivent le PSG et le PSA de l'appareil.

Mathématiquement, cela reviendrait à dire, que la valeur propre nulle sera associée à un unique vecteur propre. Nous aurons alors deux solutions W^{16} et A^{16} , qui seront respectivement les vecteurs propres associés à l'unique valeur propre nulle des applications K^W et de K^A .

3.3.3 Introduction générale sur les cristaux liquides

Avant de présenter dans le paragraphe 3.4 les deux éléments fondamentaux du polarimètre que se sont le PSG et le PSA, il nous paraît nécessaire de faire une introduction sur le fonctionnement des cristaux liquides et sur leur utilisation pour générer des états de polarisation.

Les cristaux liquides sont des matériaux présentant des propriétés physiques intermédiaires entre les phases solides et liquides, schématisées sur la figure 9. On peut les considérer simplement comme un liquide avec une orientation préférentielle des molécules.

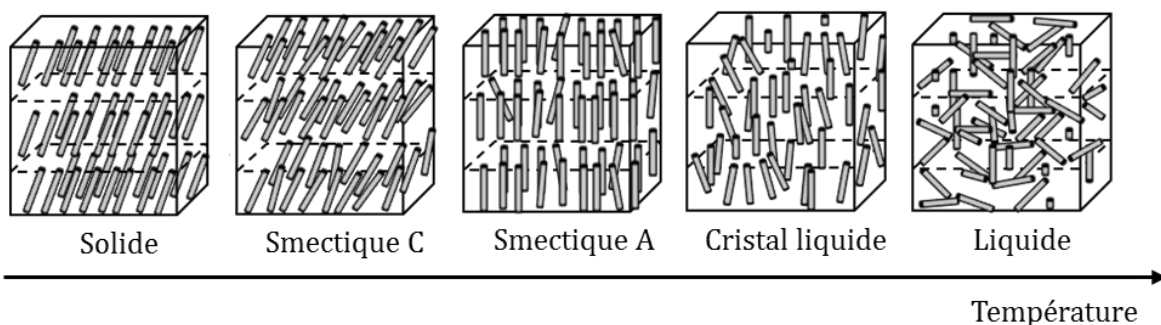


Figure 9. Le cristal liquide est une phase liquide intermédiaire aux phases solide et liquide présenté dans le cas des thermotropiques.

Une conséquence immédiate est l'anisotropie des propriétés tensorielles des cristaux liquides (optiques, diélectriques, magnétiques, mécaniques, etc.). Cette anisotropie est généralement plus élevée que dans les cristaux. En effet, La différence des indices de réfraction extraordinaire et ordinaire ($n_e - n_o$) définit la biréfringence totale du cristal liquide. La particularité des cristaux liquides est de présenter une biréfringence très forte de l'ordre de 0,1 à 0,3 alors que celle d'un cristal de quartz n'est que de l'ordre de 0,01. L'existence d'un ordre liquide garantit par ailleurs le caractère fluide des mésophases et dans une certaine mesure le basculement facile des axes optiques. Il existe plusieurs phases cristal liquide, les principales et plus utilisées sont les phases nématique (parallèle et torsadées), smectique (A et C) et cholestérique.

Les cristaux liquides nématiques

Une phase nématique est une phase dans laquelle les molécules ne présentent pas d'ordre positionnel, c'est-à-dire que leurs centres de gravité sont placés de manière aléatoire (dense) dans l'espace, et qu'elles peuvent « couler » librement les unes sur les autres. En ce sens-là, la phase nématique est une phase liquide. Les molécules présentent par contre, en moyenne, un ordre d'orientation de leur grand axe. La direction moyenne locale des axes moléculaires est alors repérée par un vecteur unitaire $\vec{n}$, le directeur de la phase nématique. La figure 10 représente schématiquement les molécules nématogènes (c'est-à-dire pouvant donner une phase nématique) par des formes elliptiques allongées ou bâtonnets.



Figure 10. Alignement global des molécules en forme allongée selon l'axe directeur.

La phase nématique est un milieu uniaxe ou biréfringent, c'est à dire qu'elle présente deux axes optiques privilégiés d'indices de réfraction différents, n_o et n_e les indices ordinaire et extraordinaire. L'indice de réfraction du milieu sera donc différent selon la direction de propagation de la lumière, de sa polarisation et de l'orientation

moléculaire. La meilleure représentation de cette anisotropie d'indice est l'ellipsoïde des indices de la figure 11. Le centre de gravité de chaque molécule se déplace au hasard comme dans un liquide ordinaire mais leurs axes directeurs restent en moyenne parallèles entre eux.

Un faisceau lumineux traversant une couche de cristal liquide de type nématique, va alors être séparé en deux composantes que sont la composante ordinaire suivant l'axe optique et extraordinaire, perpendiculaire à l'axe optique. Chaque composante va ainsi se propager à une vitesse différente selon l'indice optique du milieu. Cette différence de vitesse de propagation va engendrer un déphasage.

La biréfringence d'un cristal nématique est en général positive ($n_e - n_o > 0$) et dépendante de la température. Elle s'annule dans la phase isotrope. L'indice unique est alors noté n_i . En outre les indices varient avec la longueur d'onde. La dépendance en longueur d'onde est bien représentée par la loi de Cauchy : $n(\lambda) = n_\infty + \frac{\text{constante}}{\lambda^2}$.

La modulation du déphasage (i.e. variation du chemin optique) est utilisée dans les instruments à cristaux liquides.

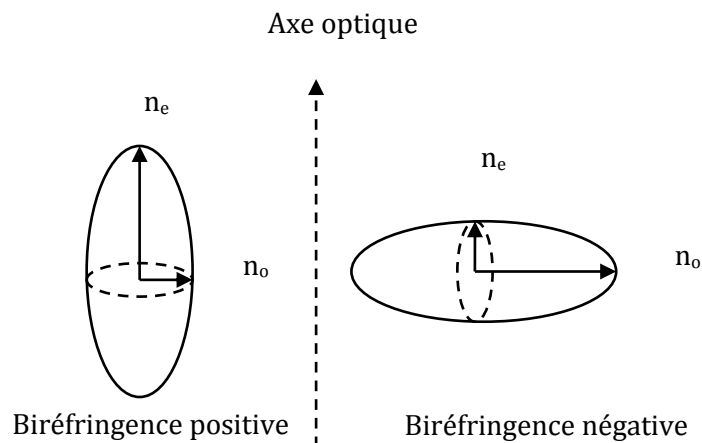


Figure 11. Ellipsoïde des indices pour deux milieux biréfringents (uniaxe) négatif et positif.

Le principe des cellules à cristaux liquides est de créer une interaction entre le champ électrique de commande et l'orientation moléculaire ($\vec{n}$). Les molécules de type nématiques sont très anisotropes et électriquement polaires ce qui les force à s'orienter dans la direction du champ électrique. Quand on applique un champ électrique statique ou basse fréquence $\vec{E}$, les molécules se comportent comme un

dipôle induit par $\vec{E}$ et un moment dipolaire $\vec{P}$ perpendiculaire à l'axe de la molécule et centré sur elle apparaît :

$$\vec{P} = \epsilon_0 [\alpha] \vec{E} \quad \text{Équation 3-11}$$

Où : ϵ_0 est la permittivité du vide et α le tenseur de polarisabilité de la molécule.

Le moment dipolaire n'est pas parallèle au champ et le couple $\vec{P} \wedge \vec{E}$ qui s'exerce sur la molécule a tendance à entraîner la molécule dans un mouvement de rotation dans la direction du champ. Cette rotation est plus ou moins freinée par la viscosité et l'élasticité du milieu.

Les dispositifs optiques à base de cristaux liquides peuvent être mis en œuvre selon la figure 12. Une cellule est composée de cristaux liquides intercalés entre deux électrodes fines et transparentes en ITO⁶. Du fait de la propriété de biréfringence des cristaux liquides nématiques, ils peuvent être considérés comme des lames retard d'axe optique fixe dont la biréfringence peut être contrôlée électriquement en faisant varier la tension appliquée à la cellule. Lorsque la tension appliquée entre les deux électrodes est nulle, les cristaux liquides s'alignent parallèlement à la surface de la cellule grâce aux micro-rayures parallèles des couches d'alignement. La biréfringence et le déphasage introduit sont alors maximum. Lorsque le champ électrique appliqué est perpendiculaire à la surface de la cellule, les cristaux liquides tendent à se placer parallèlement au champ électrique appliqué. La biréfringence et le déphasage introduit sont alors minimum. Les molécules proches des deux surfaces ne peuvent pas bouger librement car elles sont ancrées sur la couche d'alignement.

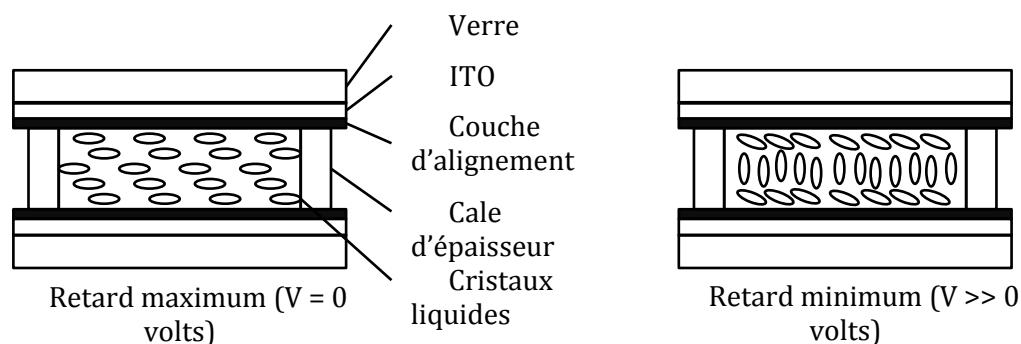


Figure 12. Orientation des molécules de cristaux liquides au sein d'une cellule.

⁶ Indium Tin Oxide

La figure 13 illustre le retard introduit par les cristaux liquides en fonction de la tension appliquée aux bornes de la cellule. Lorsque la tension est nulle, le retard introduit par les cristaux liquides est maximal. A l'inverse, lorsqu'on augmente la tension, le retard tend vers zéro.

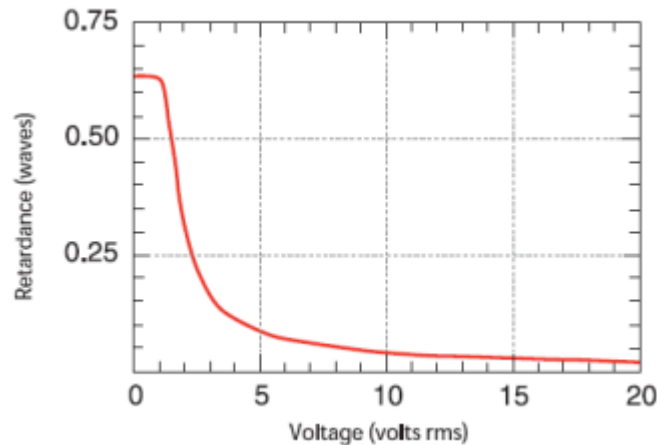


Figure 13. Retard pour une longueur d'onde donnée introduit par les cristaux liquides en fonction de la tension appliquée aux bornes de la cellule. Le retard est exprimé en unités normalisées par rapport à la longueur d'onde de la lumière utilisée pour étalonner la cellule [9].

La phase nématique chirale torsadée ou cholestérique

Si les nématiques sont chiraux, ils peuvent s'arranger de manière périodique, en hélice. Cette phase est appelée phase nématique hélicoïdale (ou phase cholestérique), elle est caractérisée par le pas « cholestérique », (noté P sur la figure 14), c'est-à-dire la distance entre deux couches parallèles, une fois que les molécules ont fait un tour complet sur elles-mêmes. Il est important de noter que les couches sont « virtuelles » car la rotation est continue le long du directeur qui suit l'orientation de la molécule et est noté $\vec{n}$.

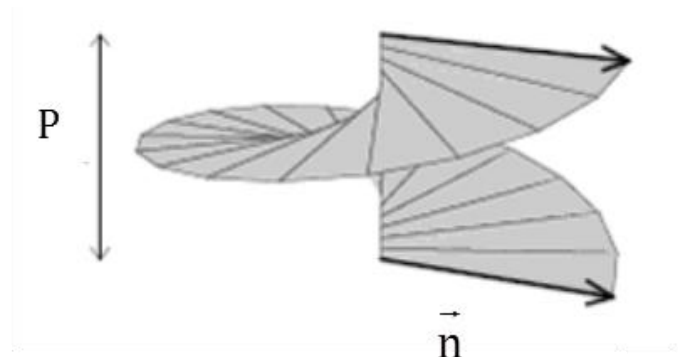


Figure 14. Orientation du directeur d'un cholestérique (nématique chirale) en fonction du pas P [9].

Typiquement, le pas varie du dixième de micron au micron, il est donc de l'ordre de grandeur des longueurs d'ondes du domaine visible. Cette caractéristique confère à la structure cholestérique des propriétés optiques remarquables.

- **La réflexion sélective**

Pour des pas voisins des longueurs d'onde optiques, la périodicité de la structure cholestérique (de période $\frac{\lambda}{2}$) donne naissance à une réflexion sélective de la lumière.

Une onde lumineuse de longueur d'onde λ_p et de polarisation circulaire droite envoyée parallèlement à l'axe d'une hélice cholestérique droite est réfléchié totalement sous la condition : $\lambda_p = n \times P$, où n est l'indice de réfraction moyen du cristal liquide et P le pas hélicoïdal du cholestérique.

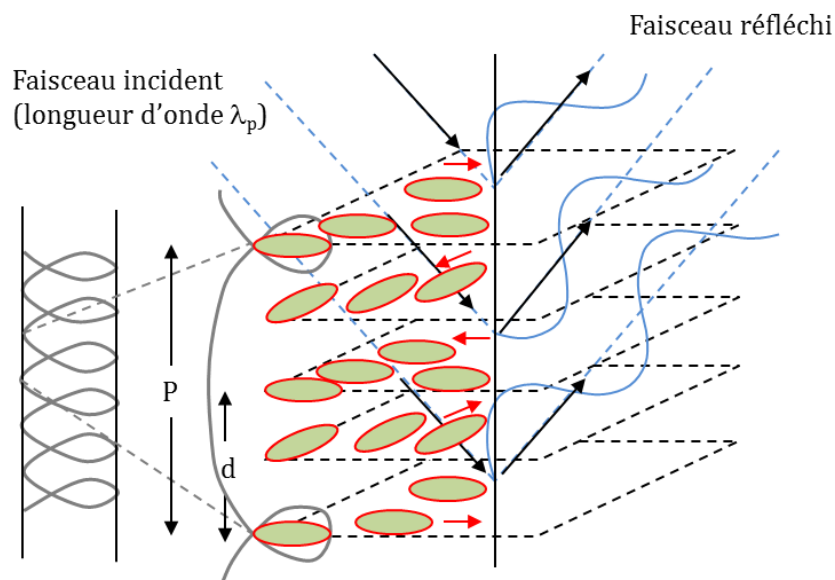


Figure 15. Réflexion sélective en longueur d'onde par un cholestérique.

L'onde réfléchié est elle-même circulaire droite (contrairement à une réflexion sur un miroir).

Une onde circulaire gauche de même fréquence est simplement transmise. Ainsi une onde incidente polarisée rectiligne de longueur d'onde λ_p donne une onde réfléchié circulaire droite et une onde transmise circulaire gauche. La réflexion sélective de la lumière est une propriété spectaculaire qui permet de mesurer facilement les pas cholestériques voisins de λ_p .

Cette propriété est à la base de la thermographie par cristaux liquides, en effet le pas de l'hélice, et donc les longueurs d'onde sélectionnées par les cristaux liquides

cholestériques, varient avec la température. Pour la plupart de ces substances, une élévation de température correspond à une diminution du pas de l'hélice, ce qui entraîne une variation de couleur lorsque ce pas est de l'ordre des longueurs d'onde visibles. Il est donc possible d'avoir accès à une visualisation directe du gradient de température au sein d'un matériau. Ces cristaux liquides sont dits thermochromes.

- **L'effet guide d'onde**

Pour des pas largement plus grands que les longueurs d'ondes optiques, l'ordre cholestérique se comporte comme les cristaux liquides nématiques torsadés, il a la propriété de guider la lumière suivant le même principe décrit précédemment.

- **Le pouvoir rotatoire**

Enfin, pour les pas très courts devant la longueur d'onde, le seul effet mesurable est le pouvoir rotatoire : le plan de polarisation d'une onde incidente rectiligne se propageant parallèlement à l'axe de l'hélice est tourné d'un angle α proportionnel à l'épaisseur traversée e . Le pouvoir rotatoire est alors égal à $\frac{\alpha}{e}$.

Les phases smectiques ou ferroélectriques

Dans les smectiques, les molécules sont davantage ordonnées : leurs centres de gravité sont contenus dans des plans parallèles les uns aux autres.

Il existe un grand nombre de phases smectiques référencées. Les smectiques A dans lesquels les molécules ont leur grand axe perpendiculaire aux plans. Les smectiques C dans lesquels le grand axe est incliné par rapport aux plans, de telle sorte que les molécules peuvent tourner sur un cône d'axe perpendiculaire aux plans.

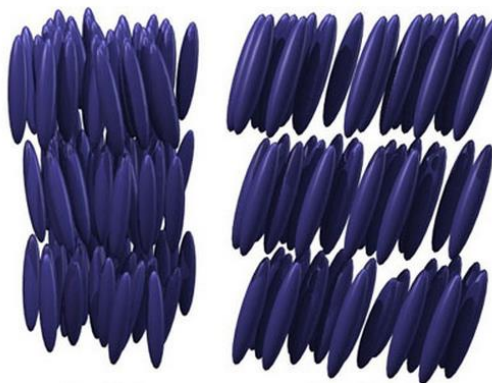


Figure 16. Structure des smectiques A (à gauche) et C (à droite) [12].

Dans la phase smectique, les cristaux liquides sont constitués de molécules cylindriques formant des couches parallèles en formes d'éventails plus ou moins orientées et imbriquées. Elles donnent une impression de formes plus géométriques, anguleuses, plus rigides ou cristallisées. Les cristaux liquides de types smectiques sont des molécules disposées en couches superposées. Dans ces couches, elles restent parallèles à une même direction, comme un nématique réduit à deux dimensions. La structure d'un smectique dispose donc comme pour un nématique, de l'ordre d'orientation des molécules. Un smectique dispose, à la différence des nématiques, de la répétition en couches les unes au-dessus des autres. De la même façon que dans les nématiques, l'orientation des molécules est une orientation moyenne, autour de laquelle leurs axes se dispersent plus ou moins. Comme pour les nématiques, des domaines d'orientations différentes sont juxtaposés. À l'intérieur de domaines étendus, les couches se courbent et se disloquent, ce qui crée les textures en éventails.

Contrairement aux cristaux liquides nématiques définis par un état stable (ordinaire) à l'équilibre et un autre instable (extraordinaire) sous l'action d'un champ, les cristaux liquides smectiques possèdent deux états stables, et l'application d'un champ a tendance à faire passer les molécules d'un état stable à un autre, ils sont dits bistables. En fait, les molécules présentent une polarisation permanente $\vec{P}$. Lors de l'application d'un champ électrique, pour minimiser l'énergie électrique, $\vec{P}$ a tendance à s'aligner sur $\vec{E}$. L'axe de rotation d'ordre deux permet l'existence d'un moment dipolaire permanent parallèle à cet axe. Ceci se traduit par une variation de l'angle azimutal Φ , c'est à dire que la molécule effectue un mouvement de précession autour de l'axe z (figure 17). On dit que la phase smectique est ferroélectrique.

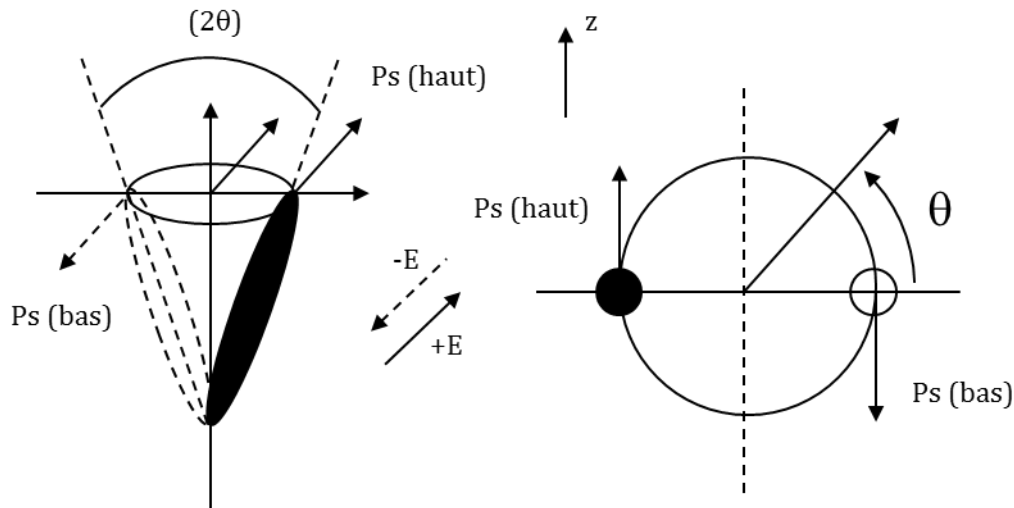


Figure 17. Représentation de la polarisation et des états stables (Ps) d'une molécule de cristal liquide de type smectique.

Ceci permet un couplage linéaire entre le moment dipolaire et un champ électrique appliqué, qui constitue la différence fondamentale par rapport au couplage diélectrique, quadratique en champ, utilisé dans les nématiques, et qui est lié au dipôle induit par le champ électrique lui-même. La structure smectique est plus proche de celle du cristal que celle des nématiques et conduit dans certains cas à des temps de réponse plus courts et a des effets de mémoire intrinsèques. Si les molécules sont chirales, les symétries de la structure sont modifiées. Dans le cas général, une structure torsadée se superpose à la structure smectique, avec un axe hélicoïdal perpendiculaire aux plans smectiques. Ceci ouvre la voie à un couplage linéaire entre ce moment dipolaire et un champ électrique appliqué, qui constitue la différence fondamentale par rapport au couplage diélectrique, quadratique en champ, utilise dans les nématiques, et qui est lié au dipôle induit par le champ électrique lui-même. Les propriétés spécifiques des cristaux liquides ferroélectriques, rapidité et bistabilité, mais aussi potentiellement de faible coût les rendent potentiellement très attractifs.

3.3.1 Modulation et analyse de la polarisation

Lorsque j'ai commencé à travailler sur l'instrument, la modulation et l'analyse de la polarisation était réalisée au moyen de retardateurs variables à cristaux liquides nématiques. Pour des raisons de stabilité de l'instrument, nous avons modifié au cours de mon travail ces éléments par des cristaux liquides ferroélectriques.

J'explique dans ce paragraphe le principe de fonctionnement de ces deux types de modulation de polarisation ainsi que leur mise en œuvre [15].

3.3.1.1 PSG à cristaux liquides nématiques

Je décris ici le PSG, le PSA étant élaboré de manière symétrique à celui-ci. Ces dispositifs sont équivalents à des lames retard d'ordre zéro de retard variable commandé électriquement. De ce fait, ils présentent une bonne acceptance angulaire et spectrale, ce qui constitue un avantage important pour les applications d'imagerie. Enfin, les PSG et PSA utilisant des modulateurs à nématiques permettent en principe d'atteindre le conditionnement optimal pour toute longueur d'onde dans leur gamme de fonctionnement simplement en ajustant correctement leur tension de commande.

Afin de générer quatre vecteurs de Stokes linéairement indépendants, le PSG comprend un polariseur linéaire orienté suivant l'axe x, suivi de deux cristaux liquides nématiques que l'on considère comme des déphaseurs parfaits.

La figure 18 décrit un PSG composé d'un polariseur linéaire orienté suivant l'axe x, suivi de deux cristaux liquides nématiques que l'on considère comme des déphaseurs parfaits.

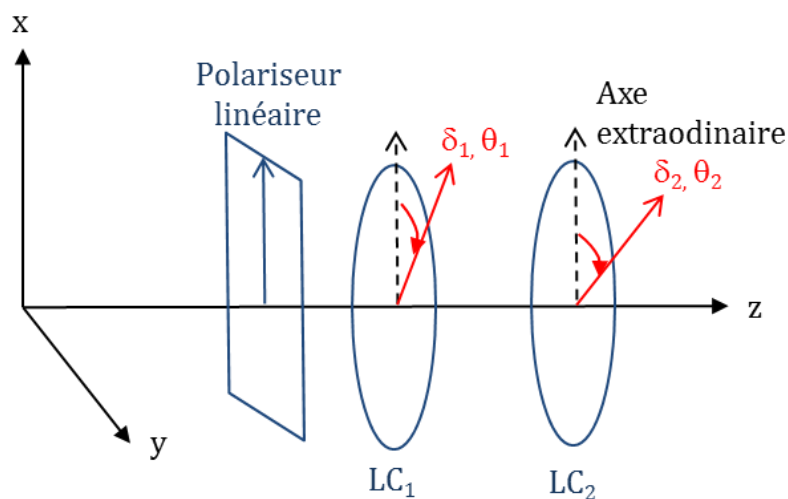


Figure 18. Schéma du PSG constitué d'un polariseur linéaire suivi de deux cellules à cristaux liquides nématiques (CL₁ et CL₂) de déphasages δ_1 et δ_2 dont l'axe extraordinaire (axe d'indice variable) est orienté à θ_1 et θ_2 par rapport à la direction du polariseur.

La lumière se propage suivant l'axe z. Dans cette configuration, le vecteur de Stokes de la lumière sortant du PSG peut s'écrire :

$$S = D^{\delta_2 \theta_2} D^{\delta_1 \theta_1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Équation 3-12}$$

Où δ_1 (δ_2) est le déphasage introduit par la cellule de cristal liquide 1 (2) entre ses axes ordinaires et extraordinaires, θ_1 (θ_2) est l'angle entre l'axe x et l'axe extraordinaire de la cellule 1 (2) et D représente la matrice de Mueller d'un cristal liquide.

En posant $c_i = \cos 2\theta_i$ et $s_i = \sin 2\theta_i$ avec $i=1,2$, le vecteur de Stokes S sortant peut s'écrire d'après l'équation 3-12 et en utilisant la matrice du déphaseur (tableau I) :

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ (c_2^2 + s_2^2 \cos \delta_2) \cdot (c_1^2 + s_1^2 \cos \delta_1) + c_1 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot s_2 \times (1 - \cos \delta_1) \times (1 - \cos \delta_2) - s_1 \cdot s_2 \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 \\ c_2 \cdot s_2 \times (1 - \cos \delta_2) \cdot (c_1^2 + s_1^2 \cos \delta_1) + c_1 \cdot s_1 \times (1 - \cos \delta_1) \times (s_2^2 + c_2^2 \cos \delta_2) + s_1 \cdot c_2 \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 \\ s_2 \cdot \sin \delta_2 \times (c_1^2 + s_1^2 \cos \delta_1) - c_2 \cdot \sin \delta_2 \cdot c_1 \cdot s_2 \times (1 - \cos \delta_1) + s_1 \cdot \sin \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \end{bmatrix}$$

Équation 3-13

La modulation de la polarisation par le PSG s'effectue en faisant varier séquentiellement les retards δ_1 et δ_2 introduits par les cristaux liquides dont les orientations θ_1 et θ_2 restent fixes. Les colonnes de la matrice de modulation W attendue sont les quatre vecteurs de Stokes S obtenus en faisant varier la valeur du couple de retards (θ_1, θ_2) : $W = [S_1 S_2 S_3 S_4]$.

En principe, pour que le PSG soit complet, il suffit de choisir des valeurs des orientations θ_1 et θ_2 des axes d'indice variable et les quatre valeurs du couple de retards de telle manière que la matrice W ne soit pas singulière.

Optimisation de la matrice W

L'optimisation du conditionnement de la matrice W peut être obtenue en faisant varier dix paramètres différents : les deux angles θ_1 et θ_2 que font les axes d'indice variable des cristaux liquides avec la polarisation initiale, ainsi que les quatre couples de valeurs des déphasages (δ_1, δ_2). Afin de déterminer la meilleure configuration, une simulation numérique de la variation du conditionnement en fonction de ces paramètres a été déjà effectuée dans notre laboratoire par Blandine LAUDE-BOULESTEIX [9] pour un autre polarimètre (celui-ci monté en transmission). La valeur théorique minimale pour le conditionnement est toujours égale à :

$$C_{\min} = \sqrt{3} \approx 1,73 \quad \text{Équation 3-14}$$

Ce minimum (qui correspond à quatre vecteurs de Stokes situés aux sommets d'un tétraèdre régulier sur la sphère de Poincaré) est atteint, entre autres, pour une séquence temporelle appliquée aux cellules de cristaux liquides de la forme suivante :

$$(\delta_1; \delta_2) = (\Delta_1; \Delta_1); (\Delta_2; \Delta_2); (\Delta_1; \Delta_2); (\Delta_2; \Delta_1); \quad \text{Équation 3-15}$$

Où les déphasages Δ_1 et Δ_2 sont définis par :

$$\Delta_1 = 315^\circ + p90^\circ \text{ et } \Delta_2 = 135^\circ + p90^\circ \quad \text{Équation 3-16}$$

p étant le même nombre entier dans les deux formules.

Les angles que font les axes d'indice variable des cristaux liquides avec la polarisation initiale sont eux donnés par les relations suivantes :

$$\theta_1 = \alpha 27,4^\circ + q90^\circ \text{ et } \theta_2 = \alpha 72,4^\circ + r90^\circ \quad \text{Équation 3-17}$$

Où $\alpha = \pm 1$ a la même valeur dans les deux formules, q et r sont des nombres entiers.

Cette optimisation a été validée expérimentalement dans le cadre de la thèse de Blandine LAUDE-BOULESTEIX [9] : le conditionnement est bien minimal pour les orientations et les retards définis par les formules ci-dessus.

Analyseur d'états de polarisation

Le PSA est constitué des mêmes éléments optiques que le PSG mais dans l'ordre inverse, le détecteur remplaçant la source en fin de parcours. Ce choix n'est pas essentiel mais facilite la réalisation pratique de l'instrument. De même que les quatre colonnes de la matrice W sont obtenues en faisant varier les retards (δ_1, δ_2) , les lignes de la matrice d'analyse A sont obtenues en faisant varier les retards (δ'_1, δ'_2) des nématiques du PSA.

Pour un vecteur de Stokes S donné à l'entrée du PSA, l'intensité détectée en fonction des retards (δ'_1, δ'_2) s'écrit :

$$I^{(\delta'_1, \delta'_2)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} D^{\delta'_1 \theta'_1} D^{\delta'_2 \theta'_2} S \quad \text{Équation 3-18}$$

Compte tenu de :

$$\left(D^{\delta, \theta} \right)^t = D^{-\delta, \theta} \quad \text{Équation 3-19}$$

Il suffit de choisir les orientations et les retards des nématiques du PSA suivant :

$$\theta'_1 = \theta_1 [2\pi] \text{ et } \theta'_2 = \theta_2 [2\pi] \quad \text{Équation 3-20}$$

$$\Delta'_1 = \Delta_1 [2\pi] \text{ et } \Delta'_2 = \Delta_2 [2\pi] \quad \text{Équation 3-21}$$

pour que la matrice d'analyse soit simplement :

$$A = W^t \quad \text{Équation 3-22}$$

et que son conditionnement soit le même que celui de W , ce qui conduit évidemment aux mêmes valeurs optimales des orientations et des déphasages.

Conclusion

En pratique, nous commutons les retards δ_1 et δ_2 , correspondants aux orientations θ_1 et θ_2 des cristaux liquides, chacun entre deux valeurs pour générer les 4 états en optimisant le conditionnement. Puis, nous faisons de même avec la deuxième cellule à cristaux liquides.

3.3.1.2 PSG à cristaux liquides ferroélectriques

Les cristaux liquides de types ferroélectriques sont des retardateurs linéaires à retard constant. L'orientation de leur axe optique rapide est commandée électriquement. Ce type de cellules est bistable avec deux orientations possibles des azimuts qui sont à 45 degrés l'une de l'autre. En effet, leur commutation est rapide et permet un gain de temps lors de leur utilisation par rapport aux cellules de types nématiques. Néanmoins, l'utilisation de ces cellules présente des inconvénients. Les orientations du PSG étant fixes, une optimisation fine du conditionnement comme nous le faisons dans le cas des cristaux liquides de type nématique n'est pas possible. En effet, cette optimisation est effectuée pour une gamme de longueur d'onde bien définie.

Le PSG est composé d'un polariseur linéaire orienté suivant l'axe x, suivi de deux cristaux liquides ferroélectriques. Les cristaux liquides commutent alternativement pour générer les quatre états de polarisation avec les azimuts suivants :

$$\{(\theta_1, \theta_2), (\theta_1 + 45^\circ, \theta_2), (\theta_1, \theta_2 + 45^\circ), (\theta_1 + 45^\circ, \theta_2 + 45^\circ)\}$$

Où θ_1 et θ_2 sont respectivement les azimuts des cristaux liquides FLC₁ et FLC₂.

Ces orientations ont été optimisées pour un critère où $\frac{1}{\text{Conditionnement}} \geq 0,25$ avec les valeurs suivantes : $\delta_1=90^\circ$, $\delta_2=180^\circ$ (à 510 nm) et $\theta_1=70^\circ$, $\theta_2=165,5^\circ$.

La gamme de longueur d'onde pour laquelle les cristaux liquides sont stables et ont un conditionnement correct est comprise entre 450 et 700 nanomètres. Elle peut être élargie en intercalant entre deux cellules une lame quart d'onde d'ordre zéro vraie à 633 nanomètres (figure 19). Les cellules sont optimisées selon le critère précédent pour : $\theta_1=-10^\circ$, $\theta_2=165,5^\circ$ avec les mêmes retards δ_1 et δ_2 . La gamme de longueur d'onde dans laquelle nous pouvons utiliser ses cellules est alors comprise entre 420 et 1000 nanomètres.

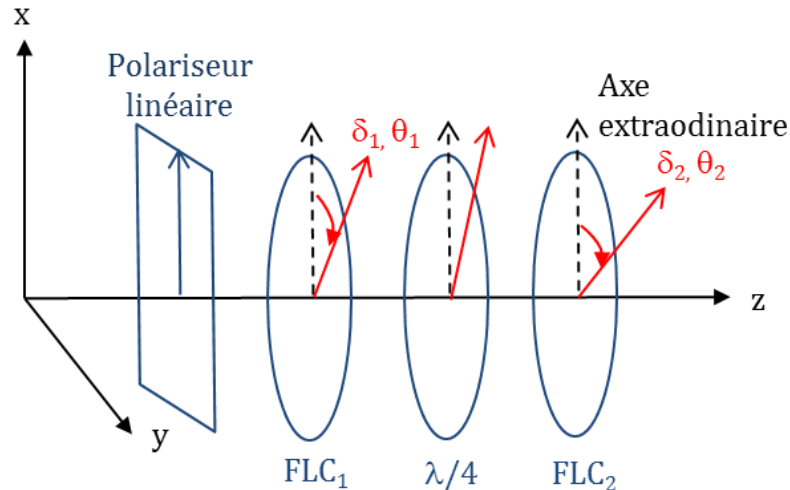


Figure 19. Composition d'un générateur d'états de polarisations à partir de cellules à cristaux liquides de type ferroélectrique.

Conclusion

En pratique, nous commutons les retards δ_1 et δ_2 , correspondants aux orientations θ_1 et θ_2 des cristaux liquides, chacun entre deux valeurs pour générer les 4 états en optimisant le conditionnement. Puis, nous faisons de même avec la deuxième cellule à cristaux liquides.

3.4 Description de l'instrument initial : Principe, schéma optique

3.4.1 Description d'ensemble de l'instrument

Le polarimètre de Mueller a été conçu au laboratoire afin d'imager des structures telles que des réseaux de diffraction. La matrice de Mueller résout angulairement la structure à caractériser et ce sur une large gamme d'angles polaires et azimutaux sans avoir à tourner l'échantillon ou l'instrument. L'autre avantage de cet instrument est de pouvoir contrôler la taille du spot éclairant l'échantillon. Ces deux aspects de l'instrument ont été réalisés grâce à l'utilisation d'un objectif de microscope à forte ouverture numérique. L'échantillon, placé sous l'objectif, est illuminé par un cône couvrant tous les angles azimutaux et une gamme d'angles polaires θ de 0° à 60° (limitée par l'ouverture numérique de l'objectif). En imageant non pas le plan focal avant de l'objectif, où se situe l'échantillon, mais le plan focal arrière (figure 21), on peut obtenir une image où chaque point correspond $(r ; \theta)$ en coordonnées polaires représente une combinaison $(r ; \Phi)$. L'idée est d'utiliser l'image du plan focal arrière d'un objectif pour réaliser des images dites conoscopiques, correspondant à des distributions angulaires au lieu des distributions spatiales habituelles.

L'utilisation de l'objectif rend également très simple la limitation de la zone à mesurer à 50 micromètres. Un jeu de lentilles escamotables permet de changer la configuration optique pour imager l'échantillon sur le détecteur, à des fins de positionnement.

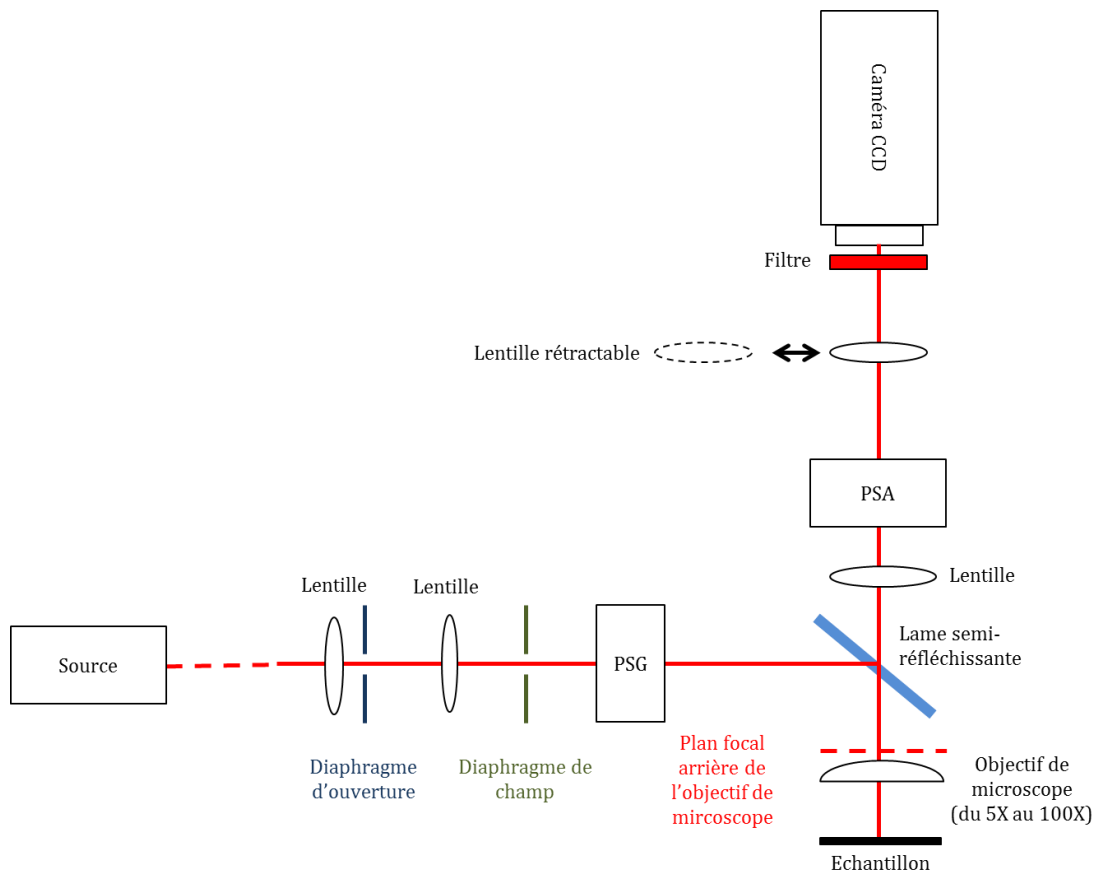


Figure 20. Schéma d'ensemble du dispositif.

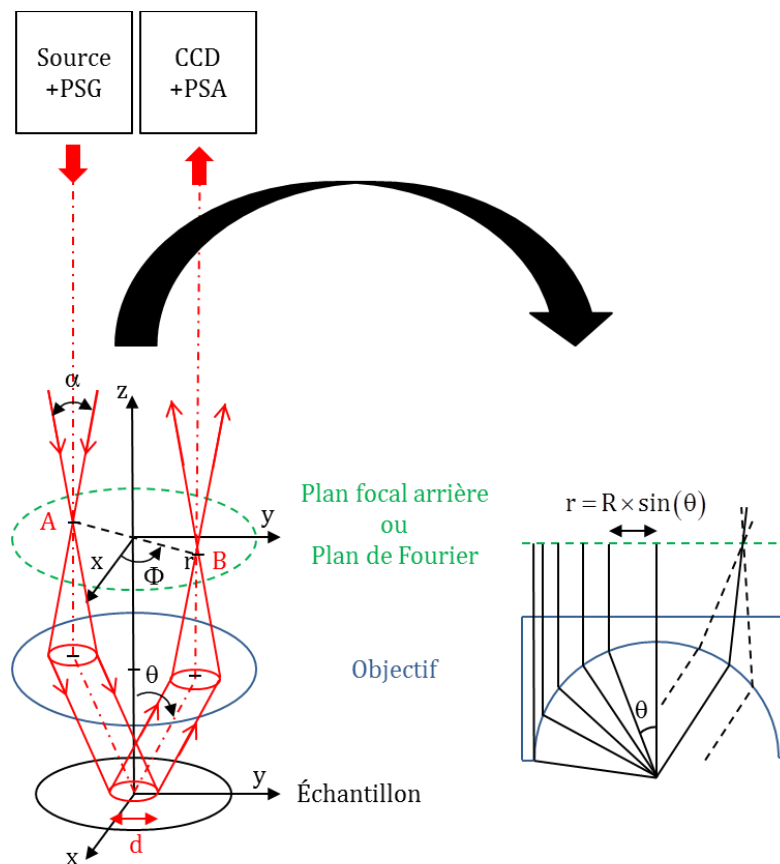


Figure 21. Image du plan de Fourier, vue de face (à gauche) et vue du dessus (à droite).

Des cristaux liquides nématiques sont utilisés pour moduler la polarisation dans les bras d'entrée et de sortie. Combinés à l'objectif de microscope, ceux-ci nous permettent d'obtenir une image de la matrice de Mueller de l'échantillon en fonction des angles polaires et azimutaux. L'imagerie du plan focal arrière de l'objectif est décrite sur la figure 21. En chaque point de ce plan se focalisent les rayons incidents correspondant à un angle donné. Nous illustrons dans la figure 22 les angles de détections θ et Φ qui correspondent respectivement à l'angle polaire (orientation) et à l'azimut (direction). Nous notons qu'expérimentalement nous sommes limités à 60 degrés pour la détection en angle polaire.

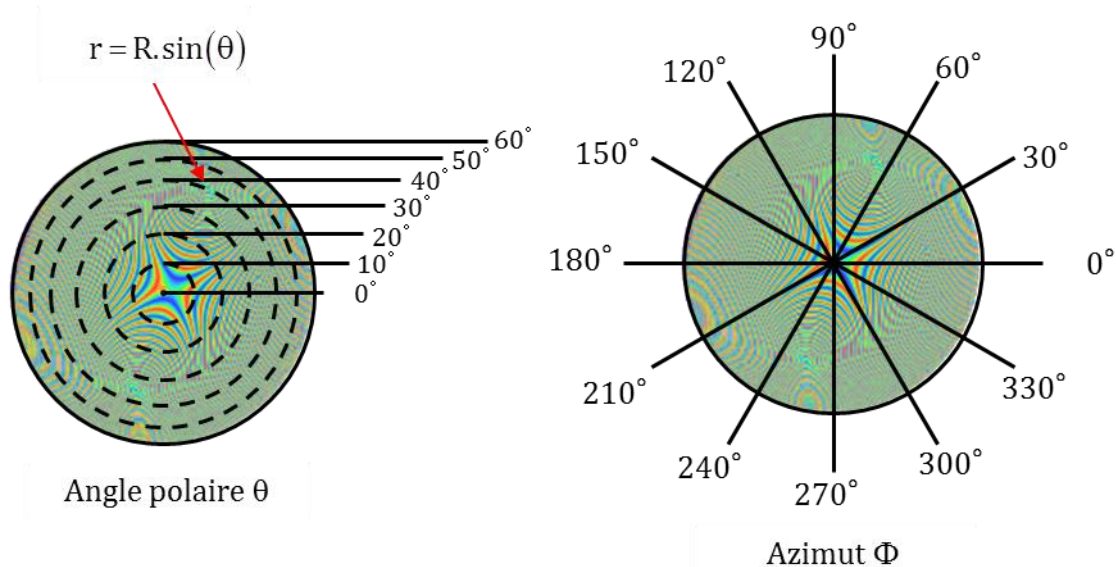


Figure 22. Définition des angles de détection.

Un masque, imagé sur le plan de Fourier arrière de l'objectif, peut être utilisé pour filtrer les angles d'incidence. La longueur d'onde de la lumière de travail est sélectionnée à l'aide d'un filtre interférentiel placé devant le détecteur. Le montage expérimental complet est représenté en figure 24.

3.4.2 Système d'imagerie

3.4.2.1 Différents éléments du montage

La source

Nous utilisons comme source de lumière une lampe deutérium-halogène fibrée. Le spectre de la lampe à deutérium s'étend de 190 à 400 nanomètres et celui de la lampe halogène de 360 à 1500 nanomètres. La sortie se fait par une fibre optique de 600 μm

de diamètre et de 0,34 d'ouverture numérique. La sortie de la fibre est imagée sur l'échantillon. Les mesures sont effectuées à une longueur d'onde unique, sélectionnée dans le spectre de la source à l'aide d'un filtre interférentiel placé devant la caméra.

L'objectif de microscope

Nous utilisons un « Nikon Plan Achromat 100x », d'ouverture numérique 0,95. La dénomination indique les spécifications en matière de correction d'aberrations. « Plan » désigne une correction de la courbure du champ et inclut également une correction des aberrations sphériques. « Achromat » désigne le type le plus simple de correction des aberrations chromatiques, les types Fluorite ou Apochromat étant les plus raffinés. Les objectifs Achromat sont corrigés pour les longueurs d'onde de 486 et 656 nanomètres, qui sont imagées au même point focal. Comme nous travaillons toujours à une seule longueur d'onde à la fois, il n'est pas nécessaire d'opter pour une correction chromatique de haut niveau et la plus simple convient. La distance de travail donnée est de 0,3 millimètres. L'ouverture numérique (O.N.) indique l'angle maximal d'illumination de l'échantillon par l'objectif.

$$O.N = n.\sin(\theta_{\max}) \quad \text{Équation 3-23}$$

Où n est l'indice du milieu de travail (pour nous l'air, $n = 1$) et $\theta_{\max}$ l'angle maximal. Il était important pour nous de choisir l'ouverture numérique la plus grande possible pour avoir accès à la gamme d'angles la plus large possible. Théoriquement, nous pourrions atteindre les angles de 0° à 72° avec une ouverture numérique de 0,95, nous verrons plus loin qu'en pratique l'angle effectif maximal qui nous est accessible est de 60° .

Le grandissement linéaire G donné de 100X nous permet, à l'aide de la longueur de tube donnée de 200 mm, de déterminer la distance focale f_0 de l'objectif :

$$f_0 = \frac{L}{G} = \frac{200}{100} = 2 \text{ mm}$$

La taille d_0 de la pupille d'entrée en découle :

$$d_0 = \frac{2 \times O.N.}{f_0} = \frac{2 \times 0,95}{2} = 0,95 \text{ mm}$$

Le masque (dit diaphragme d'ouverture)

Afin de pouvoir sélectionner certains angles ou certaines régions angulaires, et également pour pouvoir observer des ordres de diffraction supérieurs sans qu'ils se superposent à l'ordre 0, un masque a été prévu. Il est imagé sur le plan de Fourier de l'objectif et laisse passer uniquement la partie du faisceau incident correspondant aux angles souhaités.

Les lentilles

En dehors de l'objectif, les lentilles utilisées sont des doublets achromatiques, conçus pour limiter les effets des aberrations chromatiques et sphériques présents dans les lentilles simples.

La lame séparatrice

La lame permet d'utiliser un seul objectif pour l'aller et le retour. Afin de limiter les aberrations, elle doit être parallèle et aussi fine que possible. La lame utilisée est d'environ un millimètre d'épaisseur. Elle entraîne peu de modifications de polarisation, pour pouvoir optimiser le conditionnement.

Le porte échantillon

L'échantillon est placé horizontalement, sur un support permettant un déplacement précis dans toutes les directions. Le réglage vertical est utilisé pour le placer dans le plan focal de l'objectif, les réglages horizontaux pour le positionnement précis.

Le détecteur

La qualité du détecteur est un élément critique de la qualité de mesure. En particulier, la linéarité, l'homogénéité spatiale et la stabilité temporelle sont d'une grande importance. Nous utilisons la caméra CCD Hamamatsu ORCA II BT, refroidie à -55°C. Elle dispose de 512×512 pixels (chaque pixel étant un carré de 24 μm de côté),

avec 12 bit par pixel dans le mode utilisé, soit 4096 valeurs possibles. Le temps de pose varie en général entre 500 ms et 5000 ms.

3.4.2.2 Montage optique

Je décris dans ce paragraphe tout le montage optique du polarimètre dans son état initial (figure 23). Le schéma optique de l'instrument est illustré sur la figure 24.

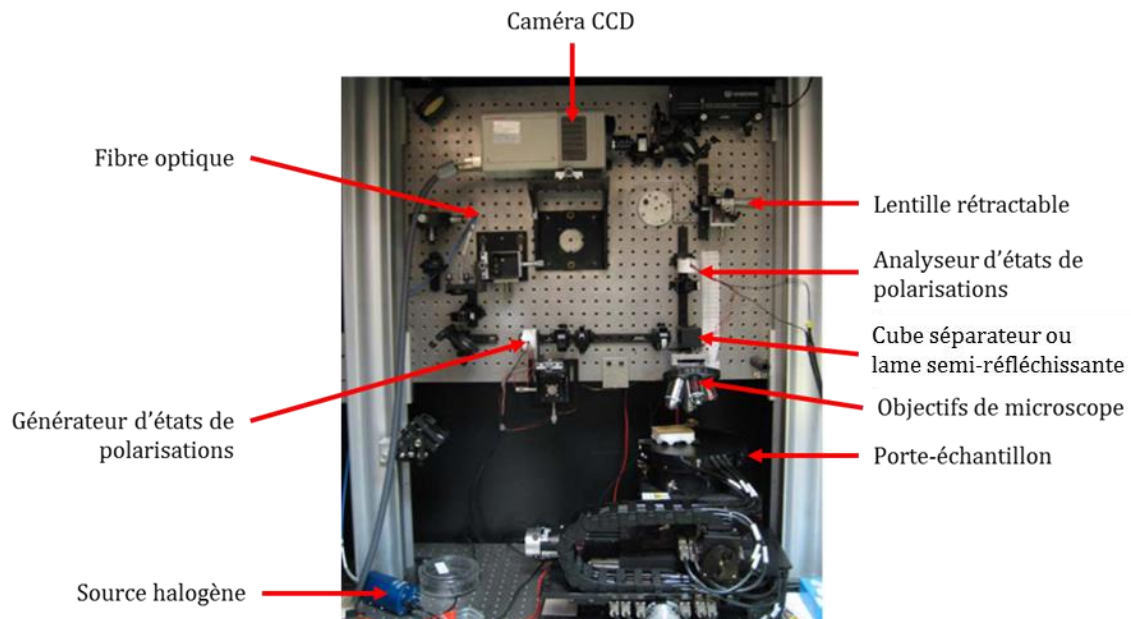


Figure 23. Photographie du polarimètre dans son état initial⁷.

La première lentille L_1 (figure 24) permet d'imager un diaphragme d'ouverture (masque) D_1 qui limite l'éclairement angulaire du faisceau. Il s'agit en fait d'un masque, imagé sur le plan de Fourier arrière de l'objectif. Il est essentiellement dimensionné pour assurer le niveau d'éclairement voulu et pour limiter l'ouverture numérique du faisceau.

Une deuxième lentille L_2 permet d'imager un diaphragme de champ D_2 . Placé dans le même plan image que celui de l'échantillon, il limite la taille de l'image de la source. Il est dimensionné pour assurer un champ aux dimensions voulues, une bonne qualité optique dans le champ, un éclairement uniforme.

La lentille L_3 est placée de manière à s'assurer que le faisceau lumineux arrivant sur l'objectif est parallèle.

⁷ Cette photographie a été prise avant mon travail sur le polarimètre. Nous remarquerons qu'un cube séparateur avait été positionné à la place de la lame semi-réfléchissante actuelle.

Un diaphragme D_3 a été centré sur l'axe optique défini par le faisceau lumineux de manière à contrôler le centrage de celui-ci.

Dans configuration d'imagerie réelle, une lentille escamotable L_R agrandit et forme l'image de l'échantillon sur le détecteur. La source étant l'imagée sur l'échantillon, les deux sont focalisés et visibles simultanément sur le détecteur. Leurs plans sont dits conjugués.

Sans la lentille L_R , le plan focal arrière de l'objectif est imagé sur le détecteur. Dans cette configuration d'imagerie dans le plan de Fourier, la lentille L_4 forme l'image de ce plan sur la caméra avec un grandissement adéquat. Ce plan et celui du masque sont conjugués.

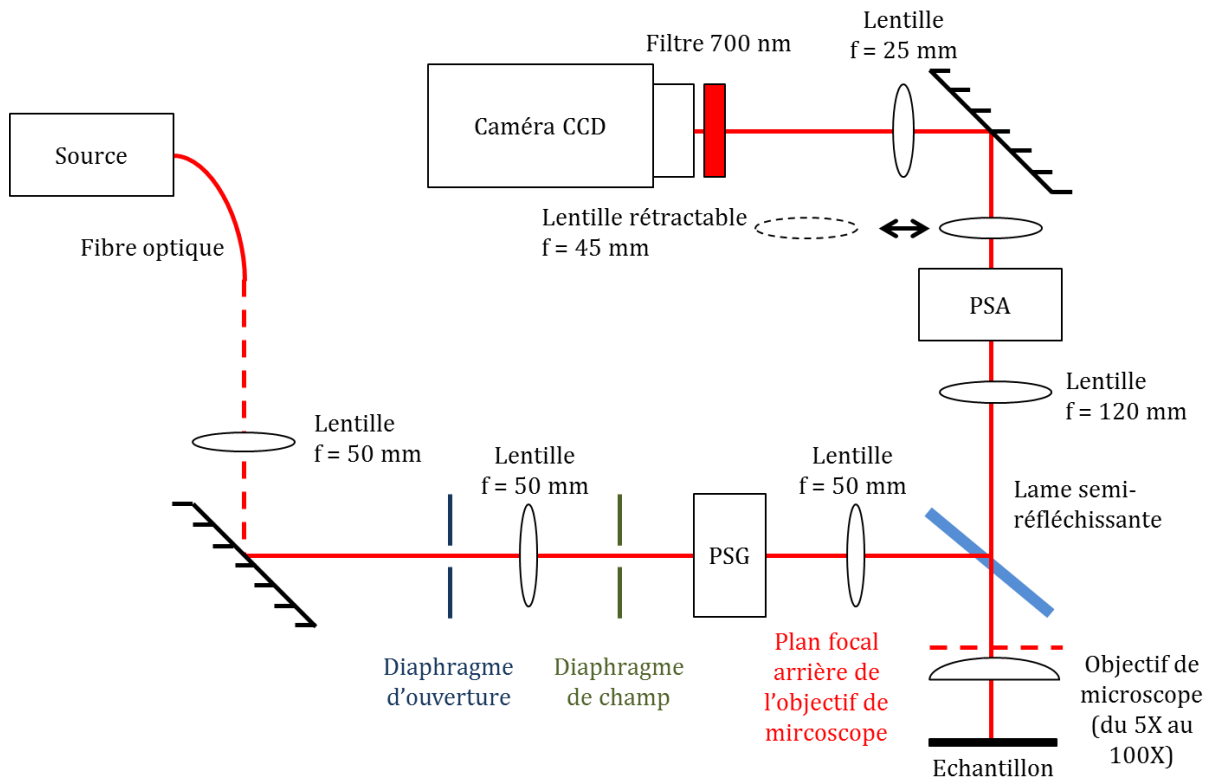


Figure 24. Schéma optique de l'instrument initial.

3.4.3 Procédure de réalignement

Le réglage a été effectué avec un laser HeNe inséré entre la source de lumière blanche et la lentille L_1 .

Afin de réaligner l'instrument, nous avons enlevé toutes les lentilles, ainsi que les modulateurs d'états de polarisation de la lumière. Les lentilles sont montées sur des

montures dévissables, très utiles pour conserver leurs positions sur le banc optique. Les diaphragmes d'ouverture, de champ et d'alignement sont conservés sur le montage optique et permettrons d'aligner un à un les différents éléments optiques qui composent le polarimètre.

Tout d'abord, nous allons définir l'axe optique et réaligner le miroir M_1 , puis la lame semi-réfléchissante, de l'objectif de microscope et le miroir M_2 .

Réglage du miroir M_1

Nous réglons le miroir M_1 incliné à 45° . Nous utilisons pour cela le diaphragme D_1 qui se trouve juste derrière M_1 . Nous réglons la position de M_1 sur l'axe du faisceau de manière à centrer le laser réfléchi par M_1 sur D_1 . Pour régler l'inclinaison à 45° de M_1 , nous utilisons D_2 qui se trouve à la même hauteur que D_1 . Nous utilisons D_2 pour obtenir une plus grande précision de réglage. En effet, plus le deuxième diaphragme utilisé pour le réglage est éloigné plus sera grande la translation du faisceau sur l'angle résultant d'un défaut d'orientation de M_1 . Nous jouons alors sur les vis de réglage fin du support de M_1 de manière à centrer la tâche du faisceau sur la mire. Nous répétons ce réglage plusieurs fois de suite, jusqu'à avoir un faisceau lumineux parfaitement centré sur D_1 et D_2 .

Réglage de la lame semi-réfléchissante

La lame séparatrice doit être placée perpendiculairement au faisceau incident. Elle est orientée approximativement à 45° . Son orientation n'est pas critique, mais ne devra plus être modifiée une fois les éléments suivants placés.

Réglage de l'objectif

L'objectif est alors mis en place et centré sur le laser HeNe. L'orientation précise sera réalisée plus tard avec un échantillon en place.

Réglage du miroir M2

Comme pour le miroir M₁, il faut effectuer un réglage par itérations successives en utilisant le diaphragme D₄ et le détecteur. Nous ajustons l'orientation du miroir M₂ en jouant sur les vis de réglage fin de celui-ci. Nous effectuons ce réglage en utilisant D₄ pour le réglage grossier puis le détecteur pour le réglage fin.

Après avoir défini l'axe optique, nous allons réinsérer un à un les éléments optiques du polarimètre

Réglage des lentilles

Chaque lentille est réinsérée successivement selon l'ordre du montage optique : L₁, L₂, L₃, L₄, L_R puis L₅. Nous décrivons ici la procédure pour le réglage de la lentille L₁ uniquement, et répéterons la même procédure pour chacune des autres lentilles.

Il y a deux étapes à effectuer pour le réglage de L₁. Nous devons orienter puis faire coïncider son axe optique et celle du laser. Nous effectuons ces réglages à l'aide des vis micrométriques en centrant et orientant le faisceau sur le diaphragme qui se trouve juste après L₁, c'est-à-dire D₁.

Nous pouvons maintenant insérer les générateurs d'état de polarisation dans le montage.

3.4.4 Procédure d'étalonnage

3.4.4.1 Principe

Pour étalonner notre polarimètre nous utilisons les éléments optiques suivants :

- un polariseur orienté à 0° ;
- un polariseur orienté à 90° ;
- une lame retard quart d'onde double passage orientée à 30°.

L'étalonnage du polarimètre nécessite de réaliser un ensemble de matrices de Mueller pour chaque élément d'étalonnage (trois au minimum) afin de pouvoir

déterminer le système donnant le meilleur conditionnement possible, en fonction des mesures réalisées, et les meilleures matrices W et A . L'étalonnage doit aussi inclure une mesure sans élément optique.

Le PSG et le PSA décrits dans le chapitre 3.3.1 ne peuvent pas être utilisés comme éléments d'étalonnage car ils font partis du montage et servent à générer ou analyser des états de polarisation.

En pratique, on commence par mettre en place l'objectif 100X afin d'effectuer correctement la mise au point de l'échantillon (silicium cristallin) dans le plan de Fourier. On utilise ensuite l'objectif de microscope 5X car il permet d'avoir suffisamment de place dans le montage optique pour insérer les éléments d'étalonnage. On recentre la pupille sur la caméra si nécessaire.

Tout d'abord, on effectue une mesure du bruit intrinsèque en intercalant un cache sur le chemin optique. On effectue ensuite successivement les mesures suivantes : sans élément d'étalonnage, avec le polariseur orienté à 0° , avec le polariseur orienté à 90° , avec une lame quart d'onde orientée à 30° .

Chaque mesure s'effectue en deux temps. On enregistre d'abord le « Ghost » (réflexions parasites) qui correspond à enregistrer une mesure sans échantillon de référence. Puis on effectue la mesure réelle avec l'échantillon de silicium cristallin à laquelle on soustrait logiciellement le « Ghost ».

Une fois les mesures d'étalonnage réalisées, il reste à calculer les matrices A et W correspondant respectivement aux matrices de Mueller du PSA et du PSG. Le logiciel développé pour cet instrument permet de calculer la matrice A et W et aussi de déterminer la matrice de Mueller d'un échantillon mesuré.

3.4.4.2 Procédure d'étalonnage du polarimètre

La procédure d'étalonnage peut être lancée à partir du menu de l'écran principal. Elle dure maintenant environ deux heures contre pratiquement une journée avec les PSG et PSA conçus avec les cristaux liquides de type nématiques. Elle permet de déterminer les matrices W et A caractérisant le générateur et l'analyseur d'états de polarisation. Les acquisitions des mesures nécessaires sont effectuées à partir de l'écran principal, en indiquant dans cet écran (figure 25) l'élément d'étalonnage correspondant. Ce menu s'occupe des calculs et de l'affichage des indicateurs de qualité.

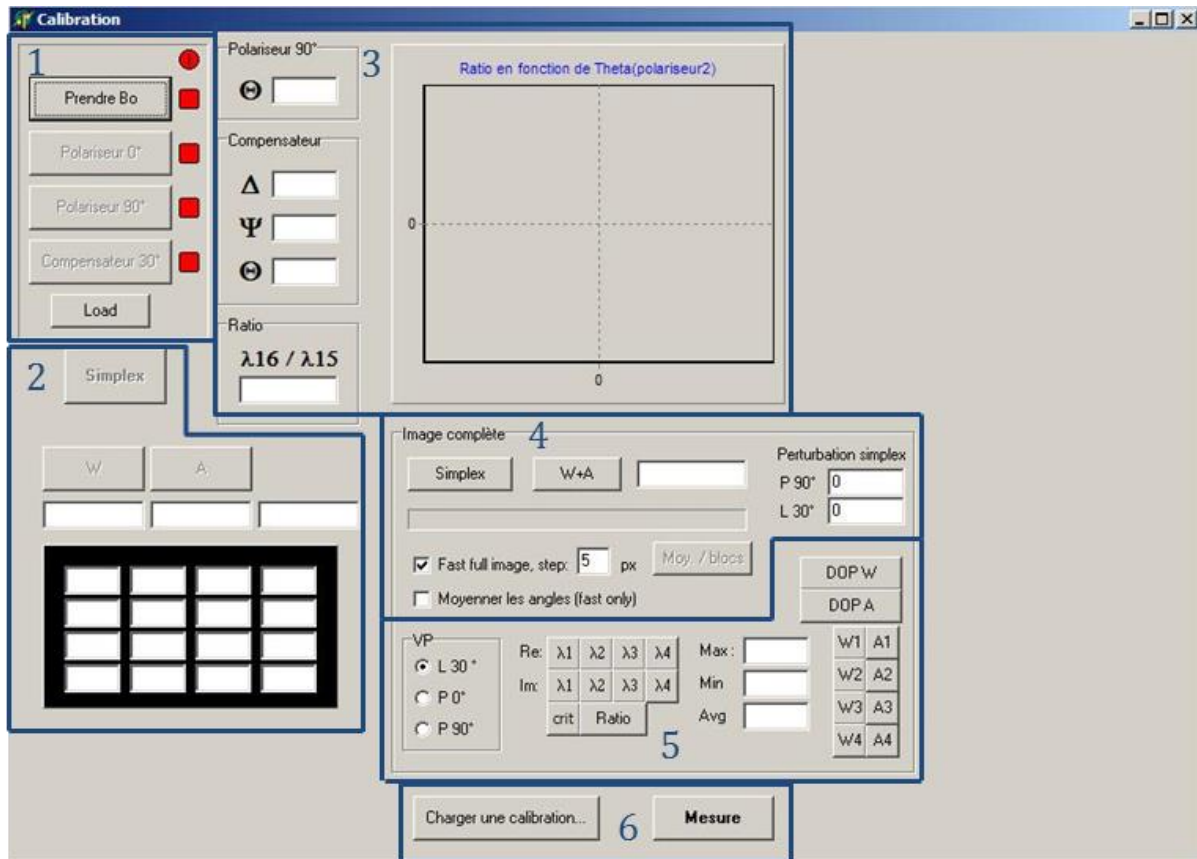


Figure 25. Etalonnage.

1. À chaque mesure d'un élément d'étalonnage (paragraphe 3.4.4.1) correspond un bouton associé, à cliquer une fois que l'acquisition est terminée. Les voyants à droite de chaque bouton indiquent quelles mesures ont déjà été enregistrées. Les boutons Save et Load permettent de sauvegarder et de recharger ces matrices et les valeurs calculées à partir de celles-ci qui sont employées lors de la procédure de minimisation.
2. Ce bloc permet de lancer la minimisation sur un point unique de l'image, avant de lancer le calcul sur toute l'image. Les résultats de la minimisation et indicateurs de qualité sont affichés dans le bloc 3. Le point considéré est le point qui était sélectionné dans l'écran principal (figure 26) au début de la procédure. Pour obtenir les résultats sur un autre point, il suffit de cliquer ailleurs sur l'image dans l'écran principal. Les matrices W et A peuvent également être calculées et affichées par pression sur les boutons associés, leur conditionnement est affiché dans le champ juste en-dessous de ces boutons.

3. Le résultat de la minimisation en un point est affiché ici : les orientations obtenues pour le deuxième polariseur et la lame-retard, ainsi que le rapport $r = \log(\lambda_{16}/\lambda_{15})$. Ce sont les premiers indicateurs regardés pour évaluer la qualité de l'étalonnage. Le rapport r qui aurait été obtenu pour des orientations différentes du deuxième polariseur est également affiché pour évaluer la finesse du minimum trouvé.
4. La minimisation peut être lancée sur toute l'image, dans différents modes de fonctionnement qui ont été expliqués dans le chapitre concernant l'étalonnage sur l'image : **Simplex** lance la procédure de minimisation. La barre en-dessous de ce bouton indique la progression, le champ à droite du bouton $W+A$ indique le point en cours de calcul. Le résultat est sauvegardé dans le fichier indiqué par l'utilisateur.

W+A/W/A Une fois la minimisation terminée, cette fonction calcule les matrices d'étalonnage (paragraphe 3.3.2). Le résultat est sauvé sous le même nom que celui indiqué pour la minimisation, apposé des suffixes $-W$ et $-A$.

Fast full image Si cette option est cochée, l'étalonnage ne sera pas fait en tous les points mais par blocs, de la taille précisée dans le champ à droite.

Moyenner les angles Si cette option et la précédente sont cochées, les orientations obtenues pour les éléments d'étalonnage sont moyennées sur toute l'image.

5. Plusieurs données calculées dans cet écran peuvent être affichées pour toute l'image dans l'écran principal. Après chaque mesure d'un élément d'étalonnage, les parties réelles et imaginaires de ses 4 valeurs propres peuvent être affichées sur toute l'image, pour vérifier leur valeur et leur uniformité. Le critère (paragraphe 3.3.1.2) peut également être affiché. Les valeurs maximale, minimale et moyenne sur l'image sont indiquées dans les champs correspondants. Une fois la minimisation terminée, le bouton *Show ratio* affiche le rapport r pour toute l'image. Les boutons *DOP W/A* calculent le degré de polarisation (équation 2-9) des vecteurs lignes ou colonnes des matrices W et A , qui peuvent ensuite être affichés à l'aide des boutons correspondants à droite.

6. Permet de charger un étalonnage sauvegardé. Le bouton *Mesure* remplit exactement le même rôle que celui de l'écran principal.

3.4.5 Programme de contrôle de l'instrument

Un logiciel a été développé sous le langage de programmation Delphi au sein du laboratoire afin d'étalonner l'instrument, de mesurer les matrices de Mueller de l'échantillon et de traiter les données de manière à visualiser la diatténuation, la dépolarisation et le retard. Les images obtenues avec le polarimètre sont codées en une échelle RGB pour aider à l'évaluation visuelle des valeurs des différents éléments de la matrice de Mueller. La figure 26 est une illustration de l'interface du logiciel développé. Nous remarquons que l'ensemble des éléments de la matrice de Mueller est normalisé par l'élément M_{11} . Celui-ci conserve sa valeur mesurée et est proportionnel à la réflectivité de l'échantillon.

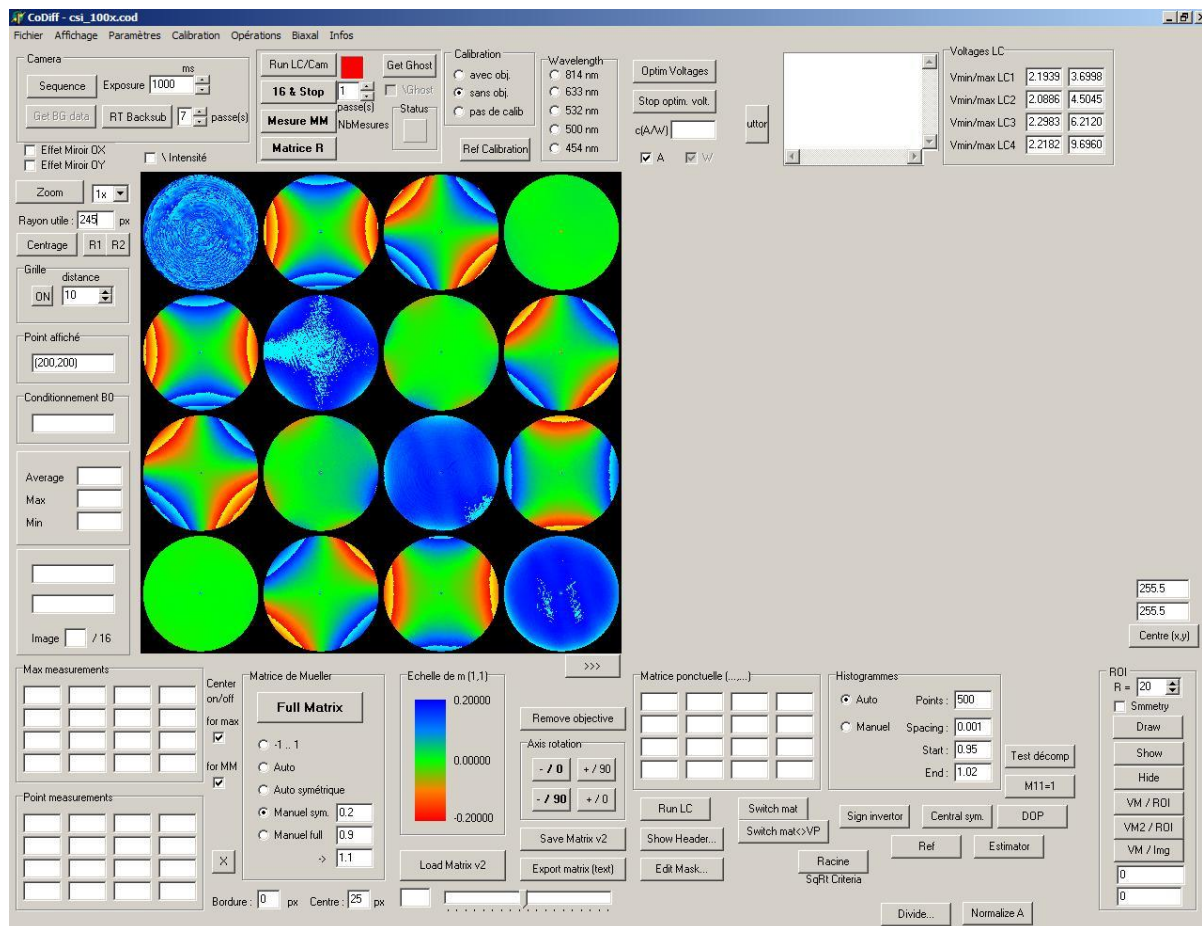


Figure 26. Impression écran du logiciel de commande et de calcul de l'instrument.

3.5 Convention sur les signes de la matrice de Mueller

Dans le chapitre 2, nous avons introduit des notions sur la lumière qui est caractérisée par les équations de Maxwell. La figure 27 représente les amplitudes E_p et

E_s du champ électrique d'une onde électromagnétique lorsqu'elle est envoyée sur un matériau. Elle est d'une part réfléchi par la surface et d'autre part transmise au matériau. La lumière suit alors la deuxième loi de Snell-Descartes : $n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$.

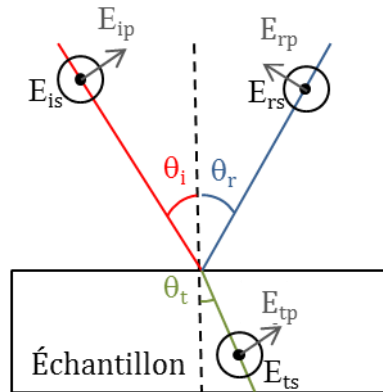


Figure 27. Composantes du champ électrique transmis et réfléchi. La direction des vecteurs correspond à la direction qui a été choisie par convention comme positive. Cette convention est très majoritairement suivie en optique, et en particulier par des auteurs utilisant la technique d'ellipsométrie [14].

Ces deux composantes du champ électriques sont indépendantes et peuvent être calculées séparément. Fresnel a décrit la quantité de lumière réfléchi et transmise à la surface du matériau par les relations suivantes [14] :

$$r_s = \left(\frac{E_r}{E_i} \right)_s = \frac{n_i \cdot \cos(\theta_i) - n_t \cdot \cos(\theta_t)}{n_i \cdot \cos(\theta_i) + n_t \cdot \cos(\theta_t)} \quad \text{Équation 3-24}$$

$$r_p = \left(\frac{E_r}{E_i} \right)_p = \frac{n_t \cdot \cos(\theta_i) - n_i \cdot \cos(\theta_t)}{n_i \cdot \cos(\theta_t) + n_t \cdot \cos(\theta_i)} \quad \text{Équation 3-25}$$

$$t_s = \left(\frac{E_t}{E_i} \right)_s = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos(\theta_i)}{n_i \cdot \cos(\theta_i) + n_t \cdot \cos(\theta_t)} \quad \text{Équation 3-26}$$

$$t_p = \left(\frac{E_t}{E_i} \right)_p = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos(\theta_i)}{n_i \cdot \cos(\theta_t) + n_t \cdot \cos(\theta_i)} \quad \text{Équation 3-27}$$

Où :

- r_s est le coefficient de réflexion en amplitude selon l'axe « s » ;
- r_p est le coefficient de réflexion en amplitude selon l'axe « p » ;
- t_s est le coefficient de transmission en amplitude selon l'axe « s » ;
- t_p est le coefficient de transmission en amplitude selon l'axe « p » ;

- E_i , E_r et E_t sont les amplitudes associées respectivement au champ électrique incident, réfléchi et transmis (réfracté), l'association avec l'indice « s » ou « p » donne la projection sur l'axe.
- n_i , n_r et n_t sont les indices de réfraction des milieux associés respectivement au champ électrique incident, réfléchi et transmis (réfracté) ;
- θ_i , θ_r et θ_t sont les angles formés entre le faisceau lumineux et le plan perpendiculaire à l'échantillon et associés respectivement au champ électrique incident, réfléchi et transmis (réfracté).

Le champ électrique réfléchi peut alors s'écrire :

$$\mathbf{E}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{rp} \\ \mathbf{E}_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ip} \times \mathbf{r}_p \\ \mathbf{E}_{is} \times \mathbf{r}_s \end{bmatrix}$$

Dans notre cas, θ_i tend vers zéro, nous obtenons les relations suivantes :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_p = \mathbf{r}_s$$

Les composantes des vecteurs de Stokes avant et après réflexion sont alors respectivement égales à S_i et S'_i :

$$S_i = \langle \mathbf{E}_p \cdot \overline{\mathbf{E}_p} \rangle + \langle \mathbf{E}_s \cdot \overline{\mathbf{E}_s} \rangle$$

$$S'_i = \langle \mathbf{r}^2 \cdot \mathbf{E}_p \cdot \overline{\mathbf{E}_p} \rangle + \langle \mathbf{r}^2 \cdot \mathbf{E}_s \cdot \overline{\mathbf{E}_s} \rangle$$

Nous pouvons alors écrire les vecteurs de Stokes S et S' , avant et après réflexion sur la surface :

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{E}_{ip}^2 \rangle + \langle \mathbf{E}_{is}^2 \rangle \\ \langle \mathbf{E}_{ip}^2 \rangle - \langle \mathbf{E}_{is}^2 \rangle \\ 2 \langle \mathbf{E}_{ip} \cdot \mathbf{E}_{is} \cdot \cos(\delta_s - \delta_p) \rangle \\ 2 \langle \mathbf{E}_{ip} \cdot \mathbf{E}_{is} \cdot \sin(\delta_s - \delta_p) \rangle \end{bmatrix} \quad \text{Équation 3-28}$$

$$S' = \begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle r^2.E_{ip}^2 \rangle + \langle r^2.E_{is}^2 \rangle \\ \langle r^2.E_{ip}^2 \rangle - \langle r^2.E_{is}^2 \rangle \\ 2\langle r^2.E_{ip}.E_{is}.\cos(\delta_s - \delta_p + \pi) \rangle \\ 2\langle r^2.E_{ip}.E_{is}.\sin(\delta_s - \delta_p + \pi) \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle r^2.E_{ip}^2 \rangle + \langle r^2.E_{is}^2 \rangle \\ \langle r^2.E_{ip}^2 \rangle - \langle r^2.E_{is}^2 \rangle \\ -2\langle r^2.E_{ip}.E_{is}.\sin(\delta_s - \delta_p) \rangle \\ -2\langle r^2.E_{ip}.E_{is}.\sin(\delta_s - \delta_p) \rangle \end{bmatrix} \quad \text{Équation 3-29}$$

$$S' = \begin{bmatrix} r^2.S_0 \\ r^2.S_1 \\ -r^2.S_2 \\ -r^2.S_3 \end{bmatrix} \quad \text{3-30}$$

D'après les équations 2-27 et 2-29, nous obtenons la relation suivante entre le vecteur de Stokes d'entrée et de sortie :

$$S' = r^2 \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ -S_2 \\ -S_3 \end{bmatrix} = r^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot S \quad \text{Équation 3-31}$$

Pour des questions de commodités, nous avons choisi au laboratoire que la matrice qui relie le vecteur de Stokes d'entrée et de sortie soit unitaire. En effet, les images de matrices de Mueller obtenues sont codées en échelle de couleurs RGB, et il nous était plus aisé visuellement de comparer les éléments diagonaux entre eux en première analyse des mesures.

Nous avons donc changé la convention habituelle et les directions du champ électrique choisi ne sont plus selon la figure 27 mais selon le schéma de droite de la figure 28.

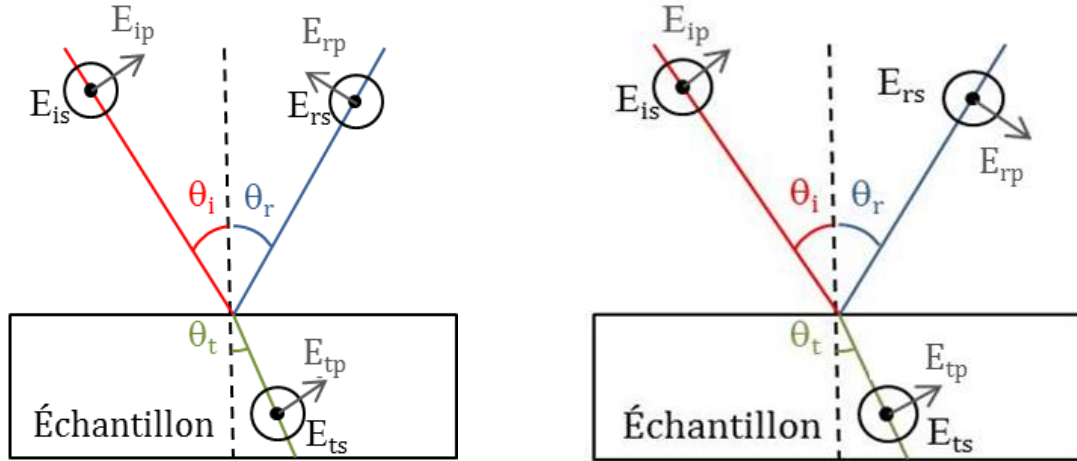


Figure 28. Représentation des composantes du champ électrique incident, réfléchi et transmis dans le repère le plus habituellement utilisé à gauche et dans le repère pris par convention au laboratoire LPICM à droite. Comme dans la figure 27 le sens des vecteurs correspond au sens qui a été choisi par convention comme positif.

Dans notre cas, l'équation 3-32 devient :

$$S' = r^2 \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ -S_2 \\ -S_3 \end{bmatrix} = r^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot S \quad \text{Équation 3-32}$$

3.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le concept théorique d'un polarimètre ainsi que sa mise en œuvre. Nous avons également décrit l'état des lieux de l'instrument au commencement de mon travail dans le cadre de mon mémoire. De plus, nous avons expliqué les choix du changement de repère adopté au laboratoire qui permet de comparer visuellement de manière plus aisée les éléments M_{22} et M_{33} de la matrice de Mueller mesurée lors de nos expériences et ainsi d'évaluer rapidement nos résultats. Le chapitre suivant sera consacré aux différentes améliorations apportées à l'instrument.

4 Améliorations des performances de l'instrument

4.1 Introduction

Je souhaite présenter dans ce chapitre les différentes améliorations en terme de performances que j'ai apportées sur l'instrument principalement pour optimiser nos mesures dans le cadre de nos collaborations.

4.2 Correction des artefacts de l'objectif

4.2.1 Etat des lieux initial

Le support des objectifs de microscope était initialement conçu avec une tourelle de microscope (figure 29).

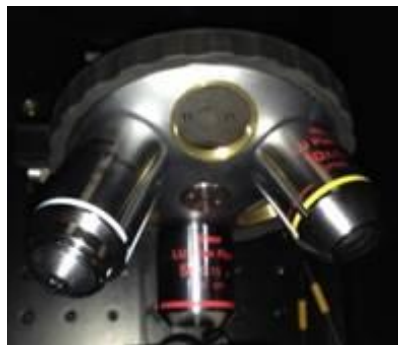


Figure 29. Montage initial des objectifs de microscope sur une tourelle.

Le serrage des objectifs entraîne sur la mesure un artefact aléatoire et non reproductible lié à l'influence de multiples facteurs environnants non contrôlés (fluctuation de la température de la salle, vibrations mécaniques). Ce défaut est clairement visible sur la mesure d'un échantillon de silicium cristallin illustré sur la figure 30 lorsque nous visualisons la matrice dans les coordonnées « s p ». Cette figure correspond à une matrice de Mueller conforme à l'équation 2-27 : elle décrit la forme de la matrice de l'échantillon isotrope mesuré. Nous constatons bien sur la figure 30 de droite que les blocs hors-diagonaux sont proches de 0, les éléments M_{12} et M_{21} identiques, et les éléments M_{34} et M_{43} de signes opposés. Néanmoins, les éléments M_{34} et M_{43} , représentatifs du retard lié aux contraintes mécaniques, sont très proches de 0, et leurs signes respectifs peuvent être aléatoirement modifiés à chaque mesure

effectuée sur le même échantillon. Cela illustre parfaitement l'effet non-contrôlé du serrage des objectifs.

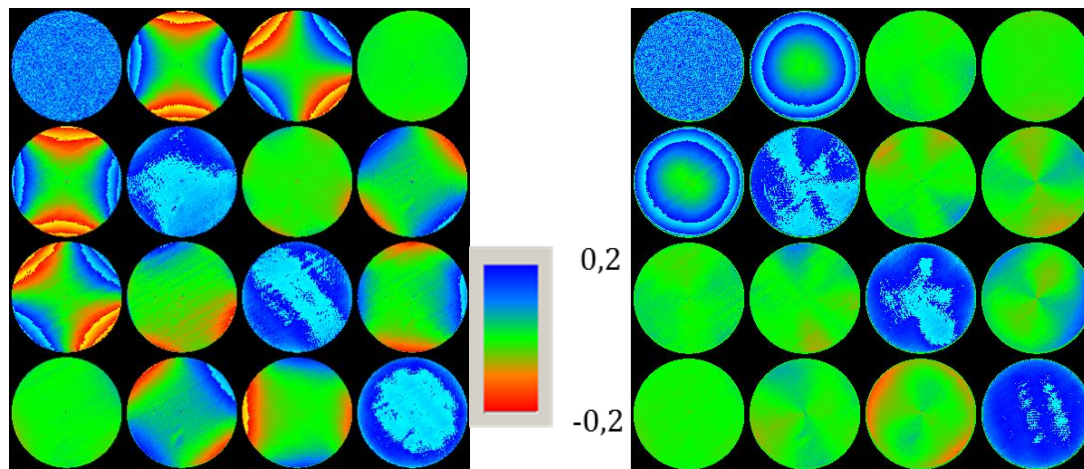


Figure 30. Matrice de Mueller mesurée d'un échantillon de silicium cristallin dans les coordonnées du laboratoire (à gauche) et dans les coordonnées « s p » (à droite).

Afin de résoudre ce problème de contrainte mécanique, j'ai modifié le support de l'objectif.

4.2.2 Nouveau montage

La figure 31 illustre le nouveau support pour l'objectif de microscope.

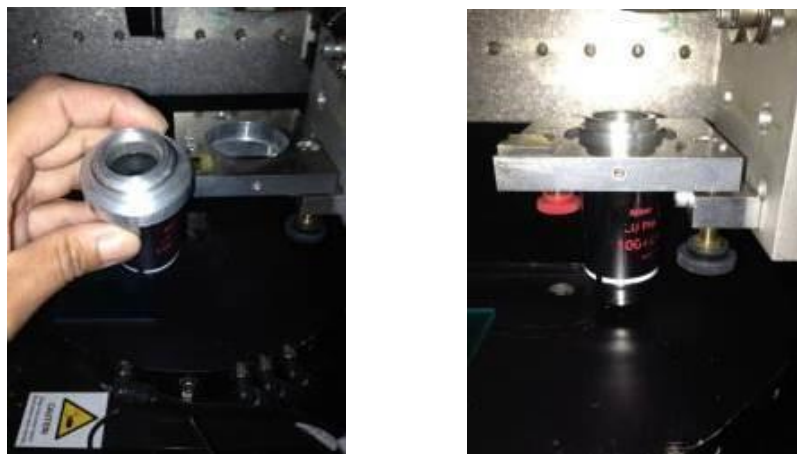


Figure 31. Nouvelle monture pour le support de l'objectif de microscope.

J'ai fait fabriquer au laboratoire une pièce mécanique sur laquelle est vissé l'objectif de microscope. L'ensemble est ensuite posé directement sur une monture de miroir réglable. Les contraintes mécaniques sont de manière évidente moins aléatoires.

Les figures 32 et 33 illustrent une mesure de la matrice de Mueller à deux échelles de couleurs différentes d'un échantillon de silicium cristallin avec l'objectif de

microscope monté sur la tourelle (à gauche) et une mesure du même échantillon avec le nouveau montage (à droite).

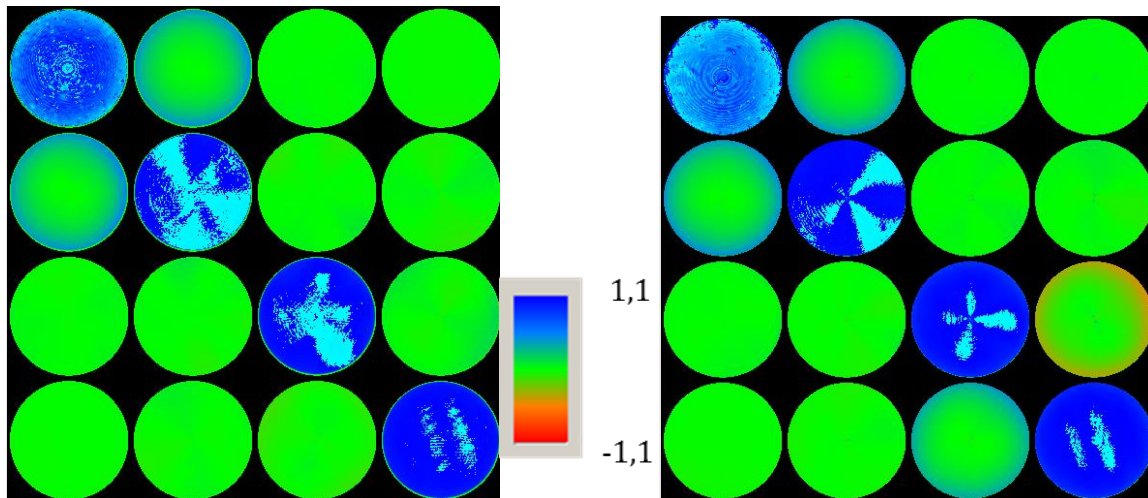


Figure 32. Matrice de Mueller mesurée du même échantillon de silicium cristallin dans les coordonnées « s p » avant (à gauche) et après (à droite) la modification de la monture des objectifs. L'échelle des couleurs est entre -1,1 et 1,1.

L'échelle de couleur entre -1,1 et 1,1 de la figure 32 permet de visualiser la matrice de Mueller mesurée avec une échelle maximale. Nous remarquons que les effets introduits mécaniquement par la monture des objectifs sont faibles. Nous avons donc modifié l'échelle des couleurs pour pouvoir constater ces différences (figure 33).

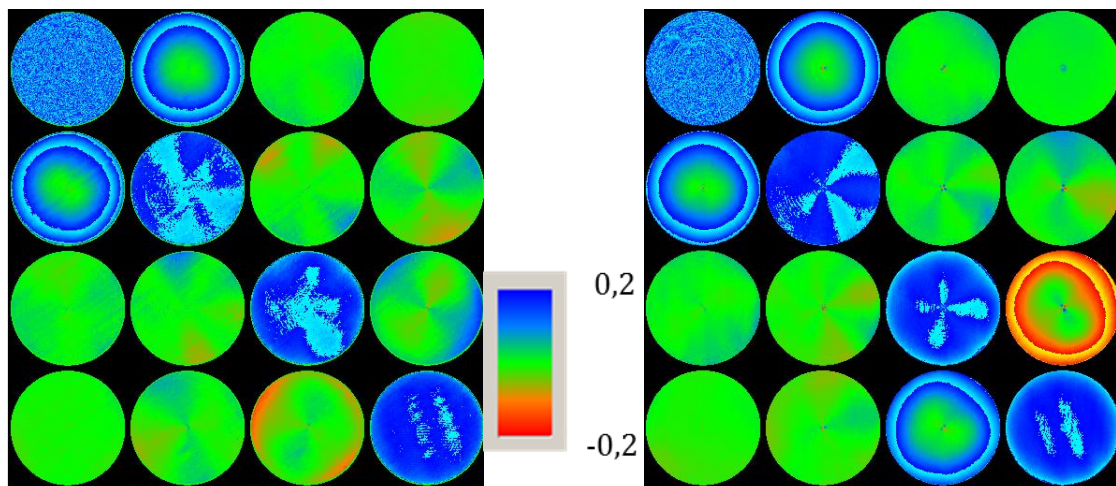


Figure 33. Matrice de Mueller mesurée du même échantillon de silicium cristallin dans les coordonnées « s p » avant (à gauche) et après (à droite) la modification de la monture des objectifs. L'échelle des couleurs est entre -0,2 et 0,2.

Nous observons que les éléments M_{12} , M_{21} , M_{43} et M_{34} sont les plus représentatifs. Nous pouvons conclure que nous avons amélioré la stabilité de la monture des objectifs ainsi que la reproductibilité de nos mesures car nous obtenons des éléments montrant

une symétrie de révolution circulaire autour du centre malgré l'augmentation de l'effet des contraintes mécaniques illustré par les éléments M_{34} et M_{43} . Ces symétries montrent bien le comportement attendu pour un échantillon isotrope comme celui utilisé dans cette phase de caractérisation de l'objectif de microscope.

La figure 34 illustre les histogrammes des éléments diagonaux des matrices de Mueller mesurées avant et après le changement de la monture de l'objectif. Les éléments M_{22} , M_{33} et M_{44} sont bien proches de l'unité dans les deux cas. Par ailleurs, il existe un décalage entre les deux mesures surtout visible lorsque nous comparons l'histogramme de l'élément M_{11} de chaque matrice. Ce décalage représente l'écart introduit par le défaut mécanique que nous souhaitons corriger.

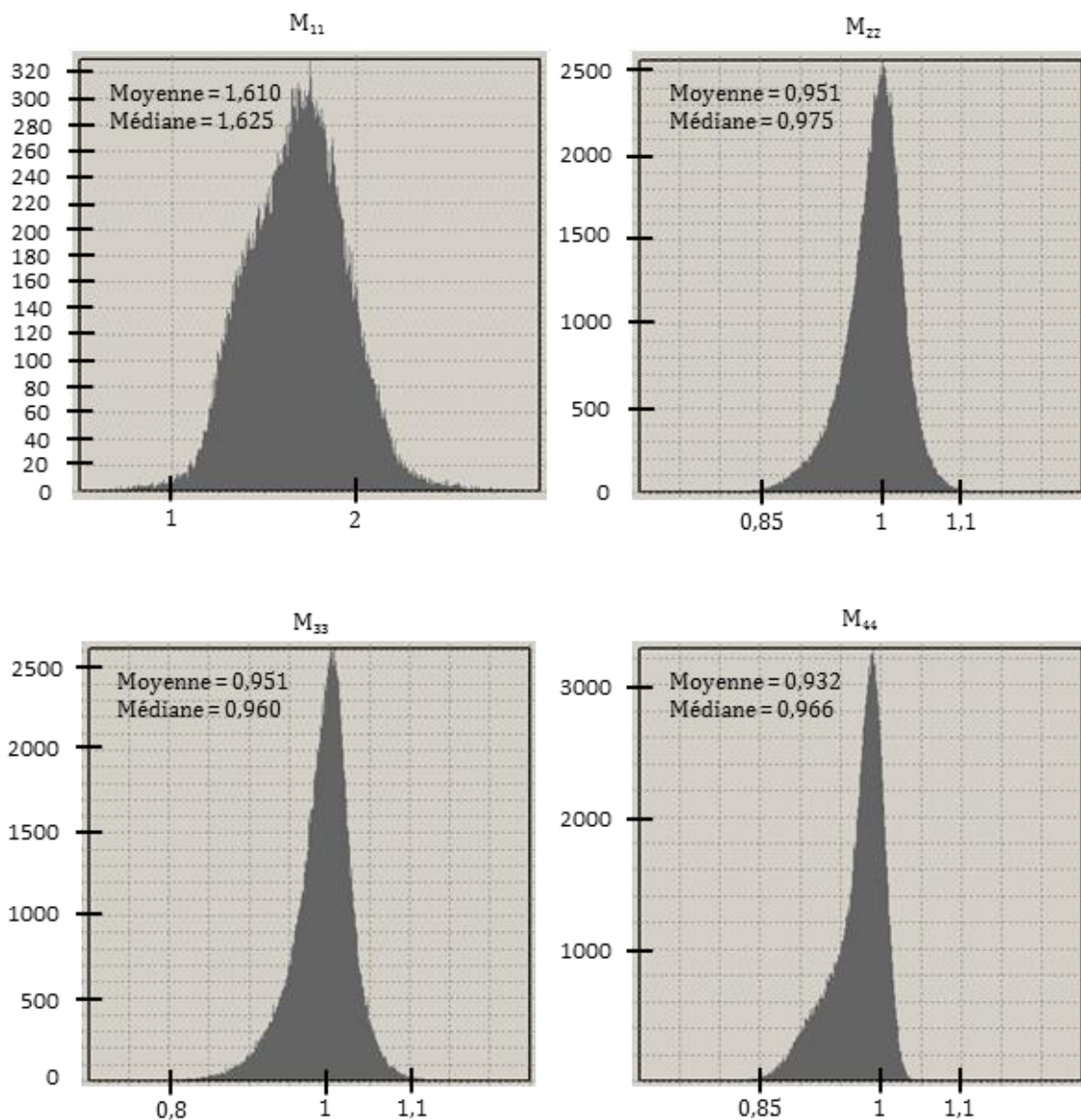


Figure 34. Histogrammes des éléments diagonaux de la matrice de Mueller de l'échantillon de c-Si mesuré avant modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

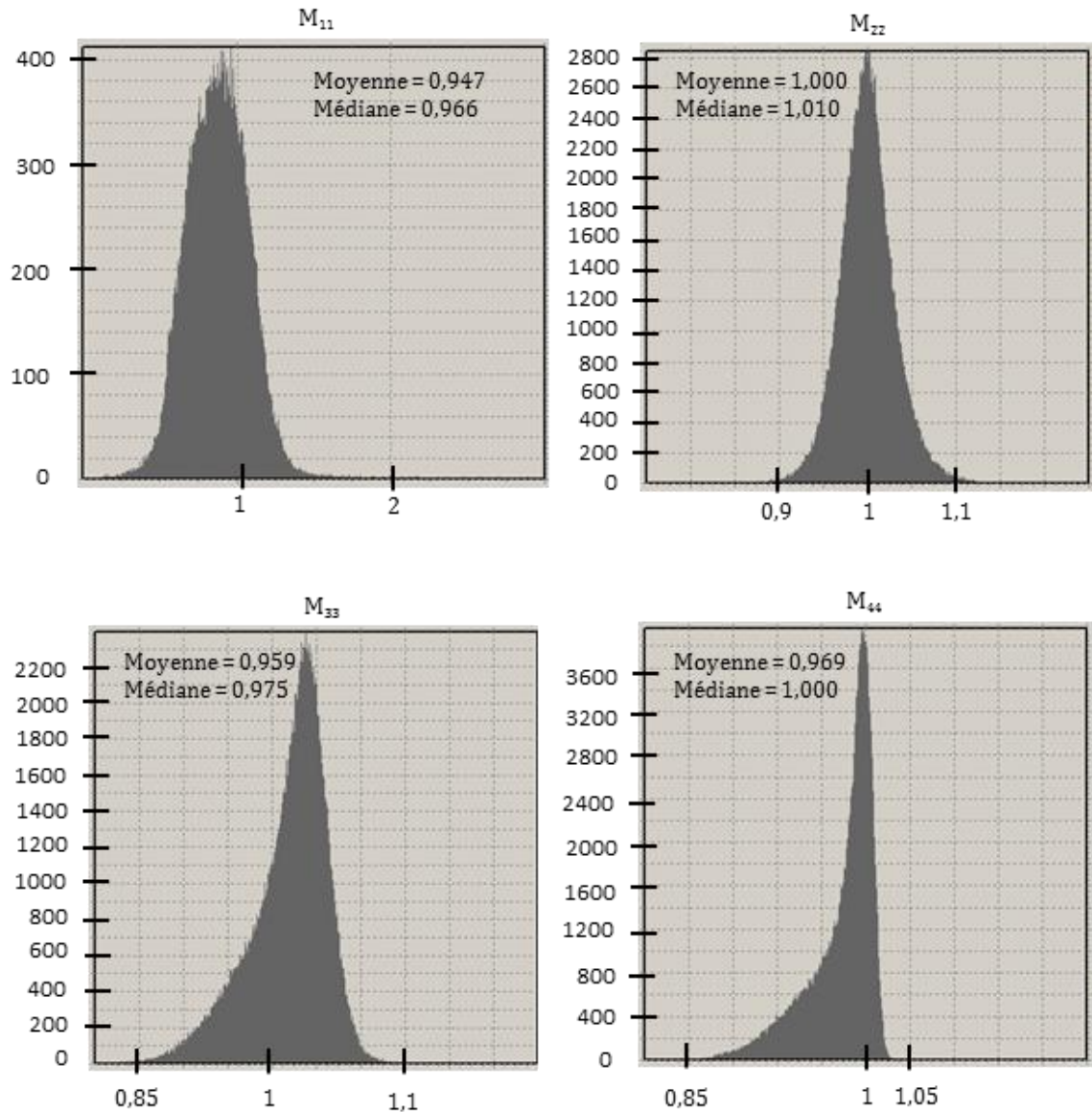


Figure 35. Histogrammes des éléments diagonaux de la matrice de Mueller de l'échantillon de c-Si mesuré après modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

Les figures 36 et 37 montrent les histogrammes des éléments M_{12} , M_{21} , M_{34} et M_{43} obtenus lors de cette procédure de caractérisation de l'objectif.

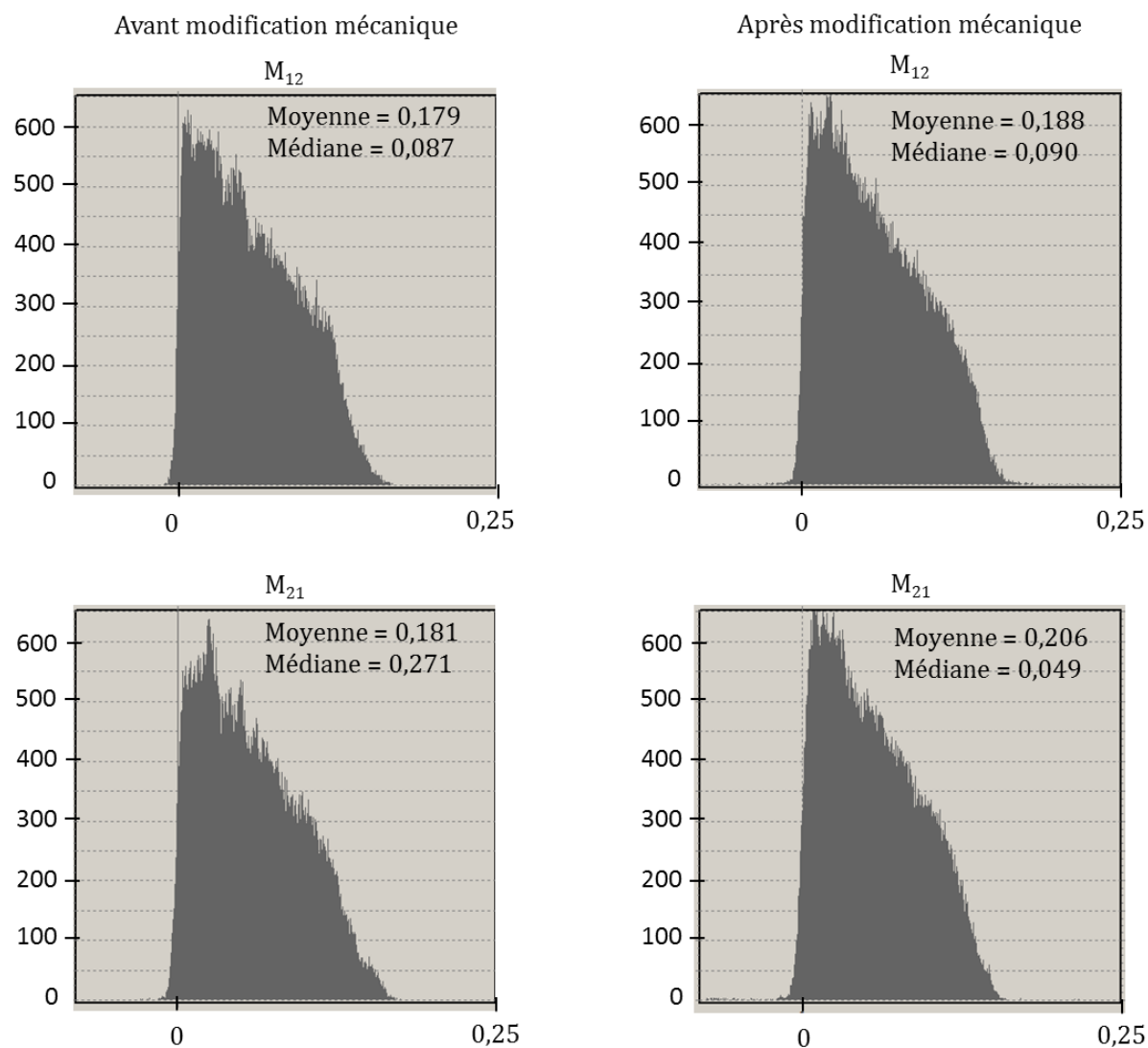


Figure 36. Histogrammes des éléments M_{12} et M_{21} avant (à gauche) et après (à droite) modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

Les histogrammes de la figure 36 illustrent que les défauts introduits mécaniquement par l'objectif de microscope n'influent pas sur les éléments M_{12} et M_{21} .

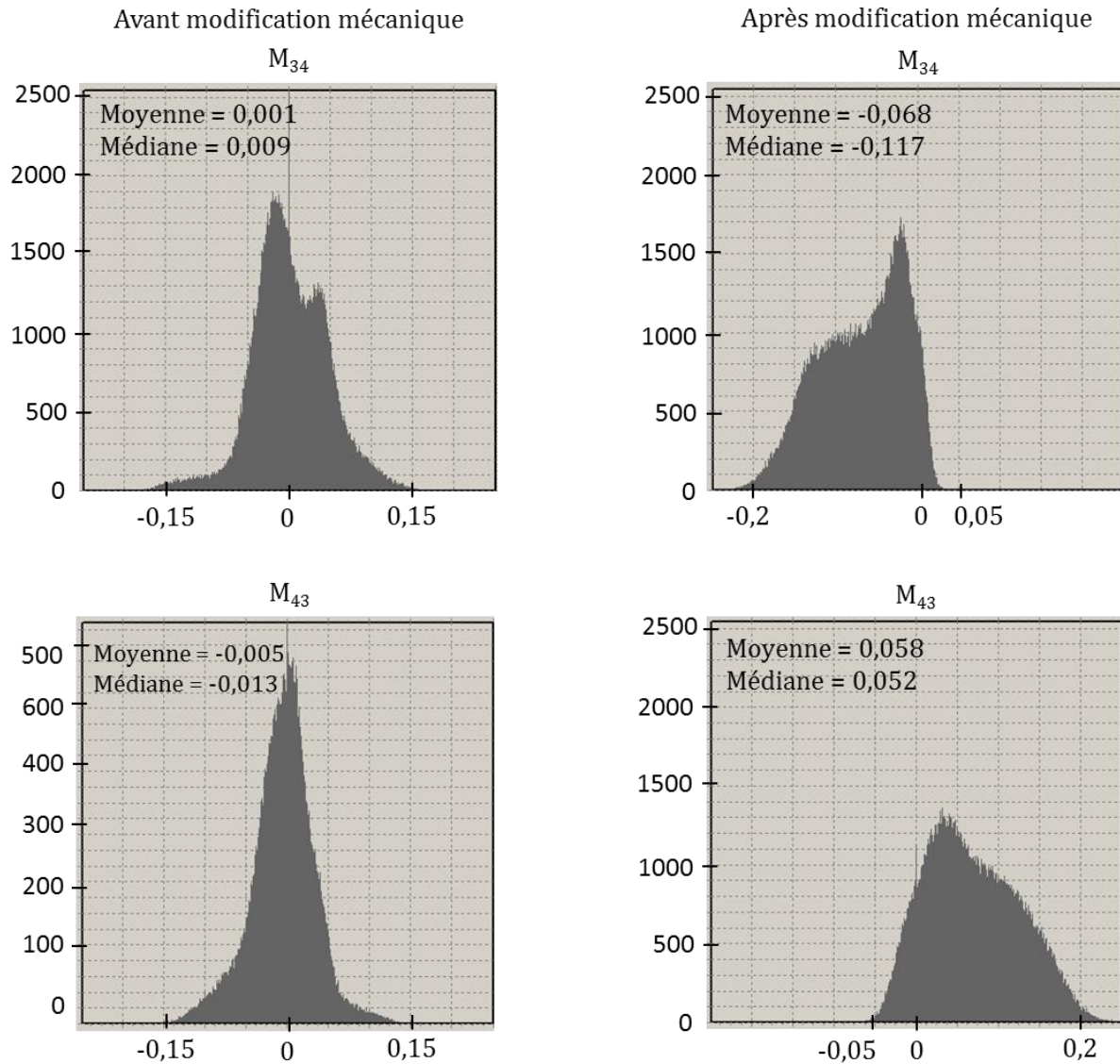


Figure 37. Histogrammes des éléments M_{34} et M_{43} avant (à gauche) et après (à droite) modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

La figure 37 montre les histogrammes des éléments M_{34} et M_{43} de la matrice de Mueller de l'échantillon mesuré. Nous notons qu'un objectif de microscope monté sur une tourelle engendre un retard faible mais aléatoire car les éléments M_{34} et M_{43} qui le représentent sont proches de 0. Après modification de la monture de l'objectif, nous avons augmenté les contraintes mécaniques mais elles sont mieux définies et reproductibles. Nous pouvons alors envisager de soustraire ces défauts par le biais d'un traitement de données détaillé dans le paragraphe 4.2.3.

De plus, cette procédure nous confirme la finesse des mesures que nous pouvons effectuer avec cet instrument car nous pouvons observer des résultats très petits : l'histogramme de l'élément M_{34} (figure 37) illustre effectivement des effets de l'ordre

de 10%. Il est donc d'autant plus important de travailler sur l'amélioration des performances de celui-ci.

4.2.3 Corrections numériques des défauts de l'objectif

Nous pensons que l'objectif de microscope, malgré l'optimisation de sa fixation mécanique optimisée, introduit toujours des artéfacts qui altèrent la qualité des mesures de notre polarimètre. L'approche abordée ici vise à modéliser la diatténuation et le retard engendré par l'objectif. Puis dans un second temps (point pas abordé dans ce mémoire) à soustraire ces modèles aux mesures.

4.2.3.1 Intérêt et principe de base de la méthode

Pour évaluer et modéliser l'effet de l'objectif du microscope, nous avons donc tout d'abord mesuré pour une longueur d'onde donnée (700 nm) avec le polarimètre deux échantillons connus. Le premier est constitué d'un substrat de silicium recouvert d'une couche de silice d'épaisseur 90 nanomètres, le second est un substrat de silicium seul.

Nous avons ensuite modélisé la diatténuation ainsi que le retard pour chacun des deux échantillons, simulation idéale donc sans tenir compte de l'objectif. Cette modélisation a d'abord été effectuée pour un azimut Φ nul puis étendu pour l'ensemble des azimuts qui conforment l'image.

La différence entre mesure et simulation permet ainsi de mettre en évidence l'effet spécifique de l'objectif. En outre l'utilisation en parallèle de deux structures de test permet de bien minimiser voire d'éliminer un biais engendré par une spécificité d'un échantillon donné.

Si on se place dans le cadre d'un polarimètre en réflexion, la lumière (figure 38) qui arrive sur l'objectif va être réfléchiée sur l'échantillon et va traverser de nouveau l'objectif.

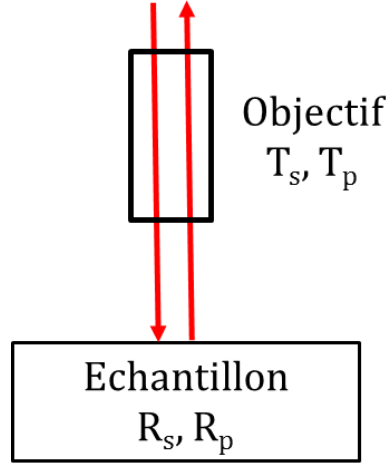


Figure 38. Lumière traversant deux fois l'objectif de microscope.

La matrice de Jones résultante est alors égale à la multiplication des matrices de chaque élément et est alors donnée par la relation suivante :

$$J_{\text{Echantillon+Objectif}} = J_{\text{Objectif}} \cdot J_{\text{Echantillon}} \cdot J_{\text{Objectif}}^t \quad \text{Équation 4-1}$$

Pour un échantillon isotrope tel que ceux que nous avons mesurés, la matrice de Jones est diagonale. Elle est alors égale à :

$$J_{\text{échantillon}} = \begin{bmatrix} r_{pp} & 0 \\ 0 & r_{ss} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 4-2}$$

De la même manière, en considérant que l'objectif de microscope se comporte comme un élément isotrope, la matrice de Jones de l'objectif est aussi une matrice diagonale. Elle est égale à : $J_{\text{Objectif}} = \begin{bmatrix} t_{pp} & 0 \\ 0 & t_{ss} \end{bmatrix}$. De la même manière la matrice

transposée vaut : $J_{\text{Objectif}}^t = \begin{bmatrix} t_{pp} & 0 \\ 0 & t_{ss} \end{bmatrix}$.

La matrice de Jones résultante $J_{\text{Echantillon+Objectif}}$ pour l'ensemble échantillon et objectif est alors est égale à :

$$J_{\text{Echantillon+Objectif}} = \begin{bmatrix} t_{pp} & 0 \\ 0 & t_{ss} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_{pp} & 0 \\ 0 & r_{ss} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t_{pp} & 0 \\ 0 & t_{ss} \end{bmatrix} \quad \text{Équation 4-3}$$

$$J_{\text{Echantillon+Objectif}} = \begin{bmatrix} r_{pp} \times t_{pp}^2 & 0 \\ 0 & r_{ss} \times t_{ss}^2 \end{bmatrix} \quad \text{Équation 4-4}$$

4.2.3.2 Estimation de la diatténuation de l'objectif

4.2.3.2.1 Principe de calcul

Nous savons que les éléments m_{12} ou m_{21} sont associés à la diatténuation et par définition de la matrice de Mueller (équation 2-23), nous avons la relation suivante :

$$m_{12} = m_{21} = \frac{|r_{pp}|^2 - |r_{ss}|^2}{|r_{ps}|^2 + |r_{ss}|^2} = \frac{R_p - R_s}{R_p + R_s} \quad \text{Équation 4-5}$$

L'élément m_{12} calculé de la matrice de Mueller de l'échantillon et de l'objectif est alors noté :

$$m_{12}^{\text{Calculé}} = \frac{R_p^{\text{Calculé}} - R_s^{\text{Calculé}}}{R_p^{\text{Calculé}} + R_s^{\text{Calculé}}} \quad \text{Équation 4-6}$$

Nous avons également l'élément m_{12} mesuré de la matrice de Mueller qui vaut :

$$m_{12}^{\text{Mesuré}} = \frac{|t_{pp}^2 \cdot r_{pp}|^2 - |t_{ss}^2 \cdot r_{ss}|^2}{|t_{pp}^2 \cdot r_{pp}|^2 + |t_{ss}^2 \cdot r_{ss}|^2} \quad \text{Équation 4-7}$$

Par définition, nous savons que la diatténuation γ est égale à :

$$\gamma = \frac{|t_{pp}|^2}{|t_{ss}|^2} = \frac{|t_p|^2}{|t_s|^2} = \frac{T_p}{T_s} \quad \text{Équation 4-8}$$

Et $m_{12}^{\text{Mesuré}}$ devient alors :

$$m_{12}^{\text{Mesuré}} = \frac{\left[|t_{pp}^2 \cdot r_{pp}|^2 - |t_{ss}^2 \cdot r_{ss}|^2 \right] / t_{ss}^2}{\left[|t_{pp}^2 \cdot r_{pp}|^2 + |t_{ss}^2 \cdot r_{ss}|^2 \right] / t_{ss}^2} = \frac{\gamma^2 \cdot r_{pp}^2 - r_{ss}^2}{\gamma^2 \cdot r_{pp}^2 + r_{ss}^2} \quad \text{Équation 4-9}$$

$$m_{12}^{\text{Mesuré}} = \frac{\gamma^2 \cdot R_p - R_s}{\gamma^2 \cdot R_p + R_s} \quad \text{Équation 4-10}$$

Les variables R_s et R_p sont obtenus par le calcul. Nous les noterons alors $R_s^{\text{Calculé}}$ et $R_p^{\text{Calculé}}$, la diatténuation γ devient :

$$m_{12}^{\text{Mesuré}} = \frac{\gamma^2 \cdot R_p^{\text{Calculé}} - R_s^{\text{Calculé}}}{\gamma^2 \cdot R_p^{\text{Calculé}} + R_s^{\text{Calculé}}} \quad \text{Équation 4-11}$$

A partir des équations des éléments $m_{12}^{\text{Calculé}}$ et $m_{12}^{\text{Mesuré}}$ explicités précédemment, la

$$\text{diatténuation est alors égale à : } \gamma = \sqrt{\frac{-R_s^{\text{Calculé}} \cdot (m_{12}^{\text{Mesuré}} + 1)}{R_p^{\text{Calculé}} \cdot (m_{12}^{\text{Mesuré}} - 1)}} \quad \text{Équation 4-12}$$

4.2.3.2.2 Résultats du calcul numérique de la diatténuation

La figure 38 représente l'estimation de la diatténuation introduite par l'objectif du microscope pour chacun des deux échantillons dans le cas d'un azimuth nul. Nous constatons que les valeurs obtenues sont similaires pour les deux échantillons jusqu'à un rayon utile de 250 pixels (noté p). Ce qui est logique car l'effet de l'objectif est normalement indépendant de l'échantillon mesuré. Au-delà, la valeur de la diatténuation entre les deux échantillons devient différente.

Une explication potentielle de cette différence peut être la non prise en compte d'une couche fine d'oxyde natif (quelques nanomètres) dans le cas de l'échantillon de silicium. Celui déjà recouvert par une couche de silice n'est pas modifié par l'exposition à l'air. L'effet de la discrédance entre modèle et réalité est plus marqué pour angles polaires grands que pour angles polaires petits.

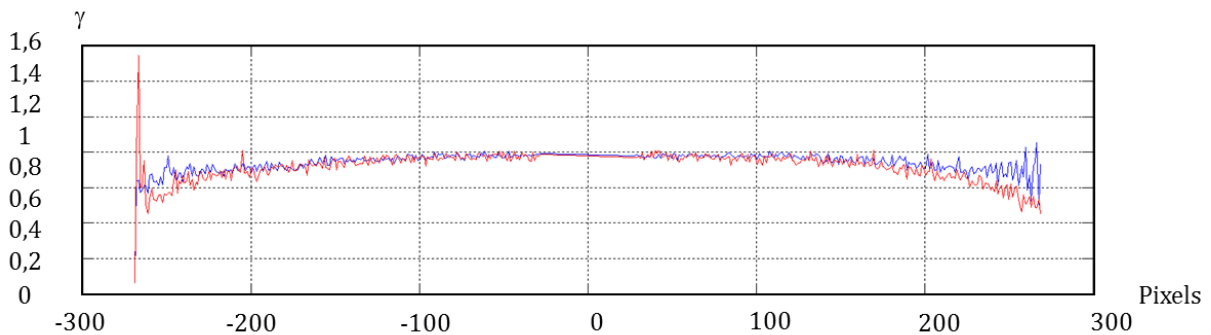


Figure 39. Diatténuation γ du silicium cristallin (en bleu) et γ du silicium cristallin recouvert de silice (en rouge) à 700 nm.

Nous avons effectué une moyenne des diatténuations calculées sur les deux échantillons utilisés, puis tracé un ajustement de ces données (figure 40) par un polynôme $\gamma(p)$ donné par l'équation 4-13 :

$$\gamma(p) = -5,24 \cdot 10^{-14} \cdot p^5 - 2,87 \cdot 10^{-11} \cdot p^4 + 2,56 \cdot 10^{-9} \cdot p^3 - 2,46 \cdot 10^{-6} \cdot p^2 + 2,42 \cdot 10^{-5} \cdot p + 9,66 \cdot 10^{-1}$$

Équation

4-13

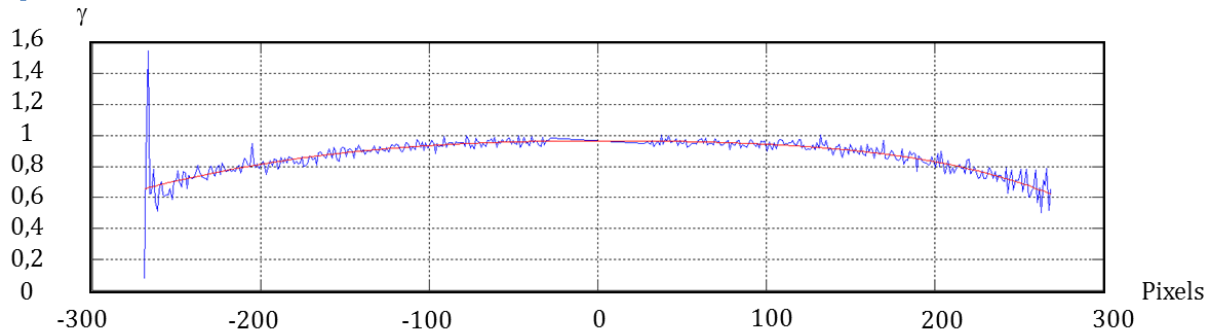


Figure 40. Moyenne des valeurs du coefficient de diatténuation γ évalués avec l'expression 4-12 montrés dans la figure 38 (en bleu) et résultat de l'ajustement polynômiale (en rouge).

Nous constatons que la dynamique des coefficients du polynôme est trop grande. En effet les coefficients de ce dernier sont trop éloignés et indiquent alors mauvais conditionnement qui engendre un risque d'erreur numérique. Le modèle polynomial n'est donc probablement pas le plus adapté en tant qu'ajustement de ces données. Nous chercherons ultérieurement à optimiser cela par un autre ajustement comme par exemple une gaussienne.

Après la validation de la première approche de représentation de la diatténuation pour un azimuth nul, nous avons appliqué la méthode d'extraction de la diatténuation pour l'image entière (figure 41), c'est-à-dire, quel que soit l'azimut.

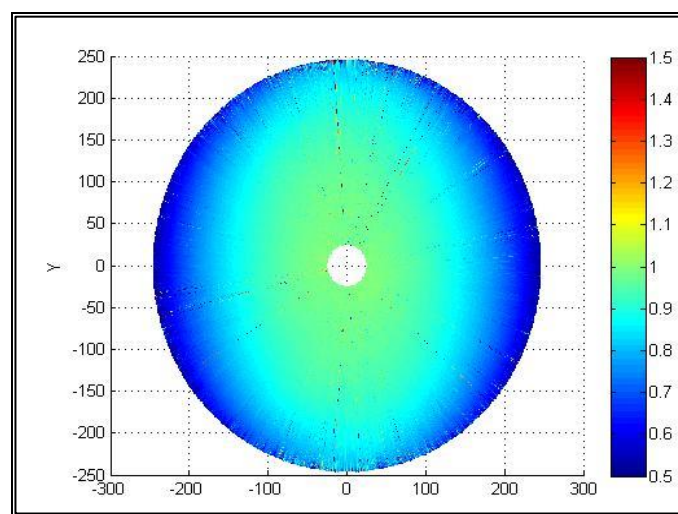


Figure 41. Simulation de la diatténuation introduite par l'objectif de microscope sur l'image entière de la caméra CCD.

4.2.3.3 Retard introduit par l'objectif de microscope

4.2.3.3.1 Calcul du retard

Nous savons que les éléments m_{34} ou m_{43} sont associés au retard suivant les axes x et y . Par définition de la matrice de Mueller (équation 2-25) :

$$m_{34} = -m_{43} = \frac{\text{Im}(\langle r_{pp} \overline{r_{ss}} \rangle)}{\langle |r_{pp}| \rangle^2 + \langle |r_{ss}| \rangle^2} \quad \text{Équation 4-14}$$

Nous calculons ensuite le retard $\delta_{\text{Calculé}}$ introduit par l'échantillon. Pour cela, nous utilisons la définition de la matrice de Mueller de l'échantillon donnée par l'équation 2-27. L'élément m_{34} étant égal à $\sin(2\Psi) \cdot \sin\Delta$ et la diatténuation γ étant égal à $\cos(2\Psi)$, nous obtenons la relation suivante :

$$\delta_{\text{Calculé}} = \sin^{-1} \left(\frac{m_{34}}{\sqrt{1 - \cos^2(2\Psi)}} \right) \quad \text{Équation 4-15}$$

$$\delta_{\text{Calculé}} = \sin^{-1} \left(\frac{m_{34}}{\sqrt{1 - \gamma^2}} \right) \quad \text{Équation 4-16}$$

Le retard introduit par l'échantillon peut également être calculé en utilisant la définition de la matrice de Mueller d'un échantillon isotrope donnée par l'équation 2-27 car nous avons l'égalité suivante :

$$\frac{m_{34}^{\text{Calculé}}}{m_{33}^{\text{Calculé}}} = \frac{\sin(2\Psi) \cdot \sin(\Delta)}{\sin(2\Psi) \cdot \cos(\Delta)} = \tan(\Delta) = \tan(\delta_{\text{Calculé}}) \quad \text{Équation 4-17}$$

Le retard introduit par l'échantillon est alors égal à :

$$\delta_{\text{Calculé}} = \tan^{-1} \left(\frac{m_{34}}{m_{33}} \right) \quad \text{Équation 4-18}$$

Le retard total introduit par l'objectif est alors égal à :

$$\delta_{\text{Objectif}} = \delta_{\text{Calculé}} - \delta_{\text{Mesuré}} \quad \text{Équation 4-19}$$

4.2.3.3.2 Résultats du calcul numérique du retard

Voici les résultats des calculs numériques effectués sous Matlab du retard introduit par l'objectif de microscope pour un azimuth de zéro degré. La figure 42 représente le calcul effectué pour chacun des échantillons mesurés. Nous constatons que les mesures semblent correctes jusqu'à un rayon utile de 250 pixels. Au-delà, la valeur du retard des deux échantillons devient différente.

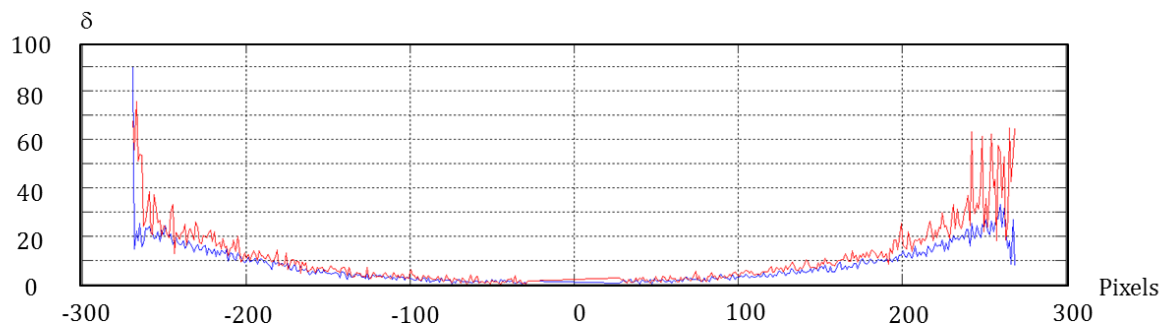


Figure 42. Différence des retards calculés et mesurés pour le c-Si en bleu et le SiO₂/c-Si en rouge à 700 nm.

Nous avons effectué une moyenne des diatténuations calculées, puis ajusté cette moyenne par un polynôme $\delta(p)$, donnée par l'équation 4-20 :

$$\delta(p) = -7,27 \cdot 10^{-12} \cdot p^5 + 5,79 \cdot 10^{-9} \cdot p^4 + 5,89 \cdot 10^{-7} \cdot p^3 + 5,07 \cdot 10^{-5} \cdot p^2 - 2,85 \cdot 10^{-3} \cdot p + 0,172 \cdot 10^{-1}$$

Équation 4-20

La moyenne des données expérimentales et l'ajustement polynômial, sont représentés dans la figure 43.

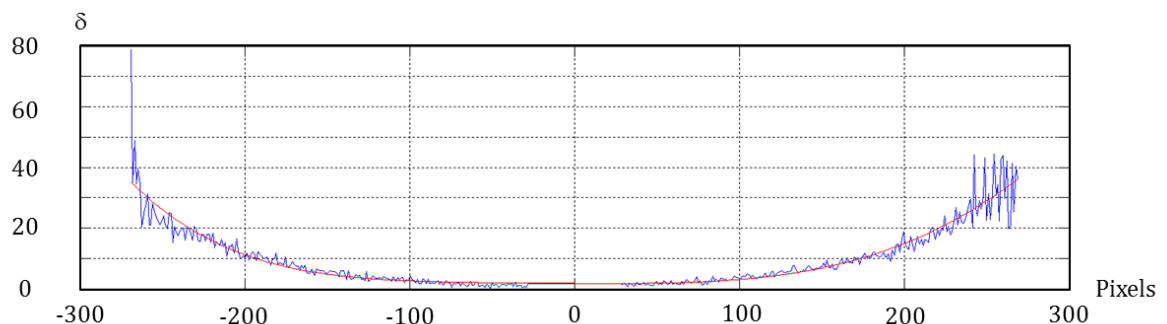


Figure 43. Moyenne des retards introduits par les objectifs de microscopes.

Le résultat obtenu pour l'ensemble des azimuths est représenté sur la figure 44.

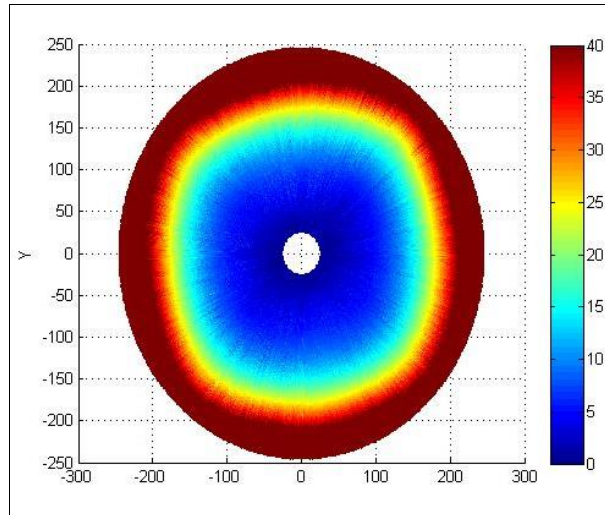


Figure 44. Retard introduit par l'objectif de microscope 100X calculé à l'aide de l'expression explicitée dans le paragraphe 4.2.3.3.1.

4.2.4 Conclusion et perspectives

Nous avons modifié le montage mécanique de l'objectif de microscope et montré que nous avons apporté une amélioration dans nos mesures mais également la finesse des celles-ci.

Nous avons également modélisé la diatténuation et le retard introduit par l'objectif de microscope et constaté que le modèle polynômial utilisé n'était probablement pas le plus adapté. Nous devons donc travailler à nouveau sur ce modèle et essayer d'autre type d'ajustement comme l'approche gaussienne, par exemple.

Après avoir trouvé le meilleur modèle possible pour la diatténuation et le retard introduit par l'objectif, nous pourrions modéliser ces paramètres sur toute l'image comme nous l'avons fait pour le modèle polynômial et le soustraire aux mesures directement dans le logiciel décrit dans le paragraphe 3.4.5. Nous devons avant toute modification définitive sur le logiciel nous assurer que la modification apportée est correcte et significative. Pour cela, nous pourrions comparer les paramètres ellipsométriques ψ et Δ calculées avec des mesures que nous pouvons effectuer au laboratoire avec un ellipsomètre spectroscopique que nous possédons au laboratoire.

4.3 Eclairage par laser

Jusqu'à présent j'ai décrit des résultats obtenus avec un éclairage fait par une source standard halogène. La puissance lumineuse produite par cette source est parfaitement

suffisante pour étudier des échantillons avec une surface plane dont le coefficient de réflexion est supérieur à 0,2. Cependant il peut avoir des échantillons dont la surface présente une texturation qui ont un coefficient de réflexion très bas. Dans ce cas, il faut remplacer la source de lumière conventionnelle par une autre source plus brillante, comme par exemple un laser. Ceci est le cas des échantillons que nous avons étudié dans le cadre de notre collaboration avec un laboratoire de l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (ONERA). Dans la section (5.22), je détaille les résultats plus significatifs de ces mesures.

4.3.1 Modification du schéma optique : éclairage laser

Lors de l'introduction du laser HeNe, nous avons modifié uniquement les éléments optiques se trouvant avant le miroir plan M_1 car nous souhaitions pouvoir interchanger les deux types de sources aisément pour les différentes applications en cours de l'instrument (§ 5). La lentille de focale 50 mm se situant juste devant le miroir plan M_1 (figure 45) a été changée par le télescope formé par le doublet de lentilles de focales 50 et 100 mm. Il permet ainsi de conserver les tailles d'illumination de la source. Nous avons aussi ajouté un diffuseur tournant pour réduire la cohérence temporelle du laser tout en conservant un flux de photons élevé. Un polariseur a été intercalé sur le chemin optique de manière à contrôler l'intensité lumineuse du laser et ainsi éviter la saturation sur la caméra CCD.

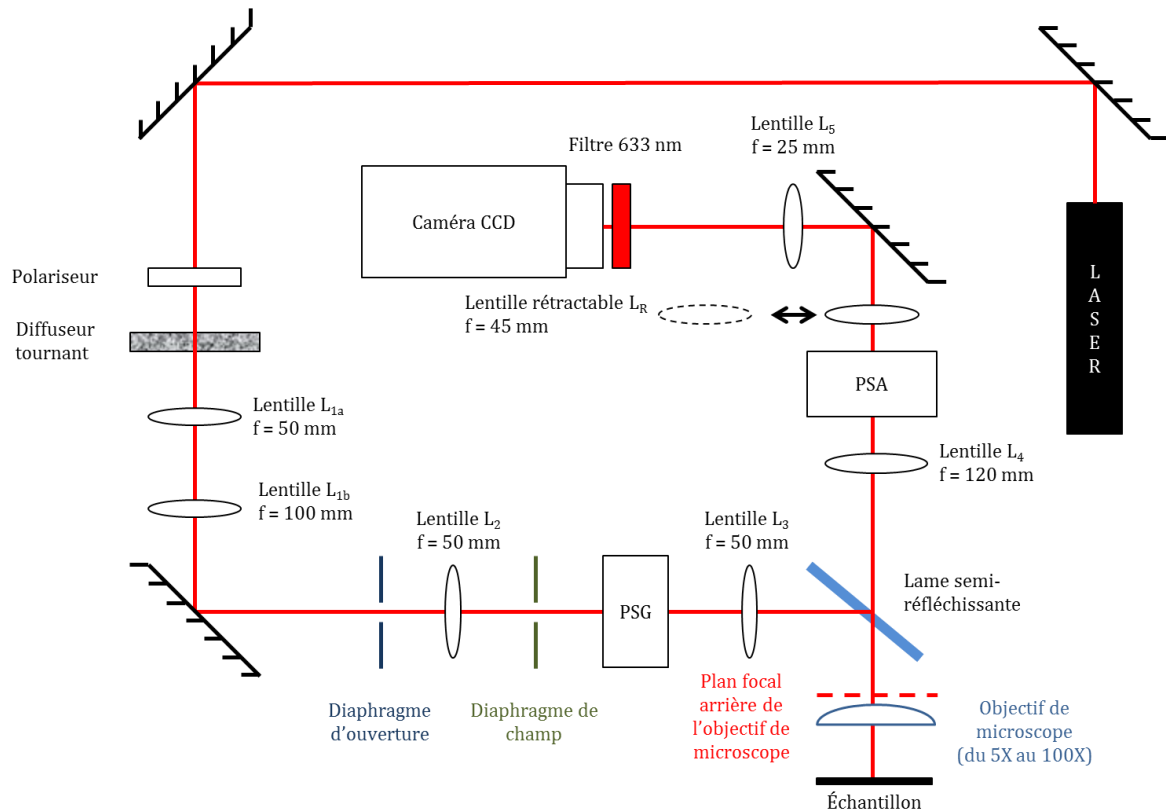


Figure 45. Schéma du polarimètre de Mueller monté en réflexion dans l'espace réciproque avec comme source d'illumination un HeNe.

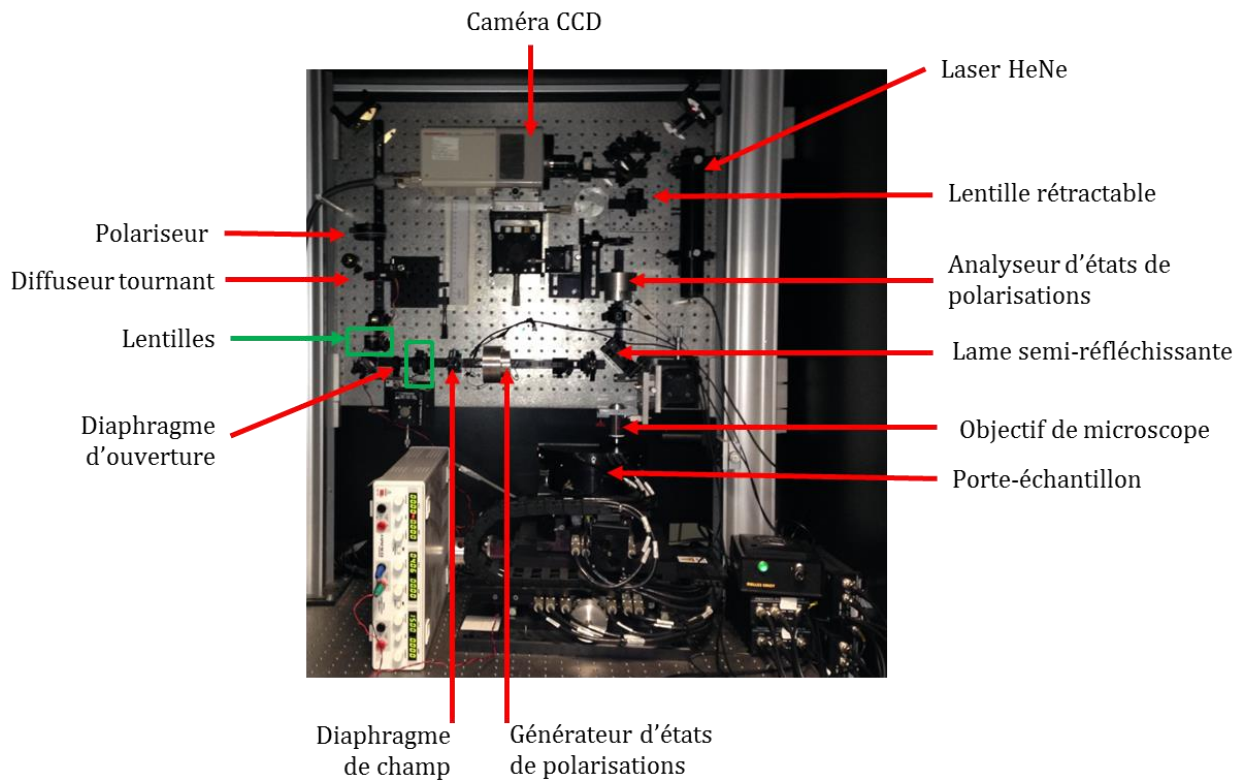


Figure 46. Photographie du polarimètre de Mueller.

4.3.2 Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons décrit le nouveau montage du polarimètre avec la source laser que nous avons utilisé pour gagner en intensité lumineuse afin d'étudier des échantillons très peu réfléchissants. Cette modification a nécessité l'insertion d'un diffuseur tournant afin de réduire la cohérence du laser. Nous observons sur les mesures un phénomène d'interférences correspondant au degré de cohérence du laser. Celui-ci a été diminué avec le diffuseur tournant mais il n'a pas été complètement annulé. Pour finaliser notre démarche, nous prévoyons dans les mois à venir d'évaluer le gain d'intensité apporté par le laser par rapport à la source classique ainsi que le bruit et le degré de cohérence réel du faisceau après avoir traversé le diffuseur tournant.

5 Applications

5.1 Introduction

Mon travail sur l'instrument a contribué à la réalisation de plusieurs études en collaboration avec deux laboratoires externes à l'Ecole polytechnique. Ces études portent sur :

- l'analogie entre la réponse à des fréquences radar des arbres d'une forêt et la réponse à des fréquences optiques d'une forêt de nanotubes ;
- l'étude et la simulation de la structure d'un type de cristaux liquides déposés sur des substrats de verre.

5.2 Radar polarimétrique bistatique (ONERA) : forêt de nanotubes

Ce projet est en collaboration avec l'ONERA (E. KOENIGUER, L. THIRION-LEFEVRE, E. EVERAERE). L'objectif est reproduire à l'échelle nanométrique la diffusion polarimétrique d'une forêt mesurée par un radar bistatique.

5.2.1 Présentation de la problématique

5.2.1.1 Principe du Radar : Le radar monostatique – le radar bistatique

Nous présentons dans ce paragraphe le principe général d'un radar ainsi que celui des radars monostatiques et bistatiques.

Principe du radar

Le principe utilisé par les radars est voisin de celui de la réflexion des ondes sonores. Lorsque nous crions dans la direction d'un objet qui peut réfléchir le son de votre voix (dans un canyon ou dans une grotte par exemple), nous en entendons l'écho. Si nous connaissons la vitesse du son dans l'air, nous pouvons alors estimer la distance et la direction générale de l'objet. Le temps Δt nécessaire à l'aller et au retour du son dans notre direction peut être converti en distance d si nous connaissons sa vitesse v .

$$d = v \times \Delta t \quad \text{Équation 5-1}$$

Le radar utilise des impulsions d'énergie électromagnétique à peu près de la même manière. Le signal hyperfréquence est émis en direction de la cible. Une petite partie de l'énergie transmise est réfléchiée par la cible dans la direction du radar. Cette énergie renvoyée par la cible jusqu'au radar est appelée ECHO, exactement comme lorsque l'on considère les ondes sonores. Un radar utilise l'écho afin de déterminer la direction et la distance de l'objet qui a réfléchi son signal. RADAR est l'acronyme de **RA**dio **D**etecting **A**nd **R**anging⁸.

Principe du radar monostatique

Un radar **monostatique** (figure 47) est un radar dont l'émetteur et le récepteur sont au même endroit. C'est la configuration classique pour un radar.

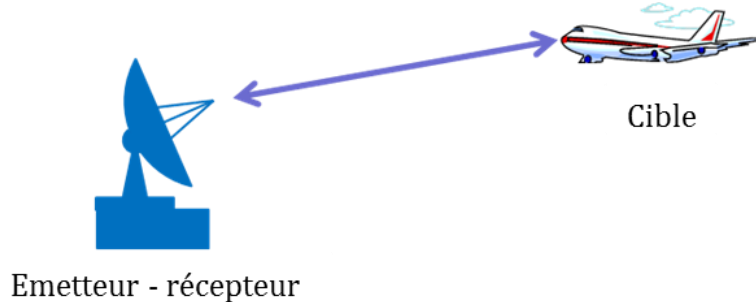


Figure 47. Principe du radar monostatique.

Principe du radar bistatique

Un radar **bistatique** (figure 48) est un radar dont l'émetteur et le récepteur sont séparés. Les deux radars coopèrent, le premier émet et le second écoute les échos. La distance entre l'émetteur et le récepteur est de l'ordre de la distance théorique de la cible.

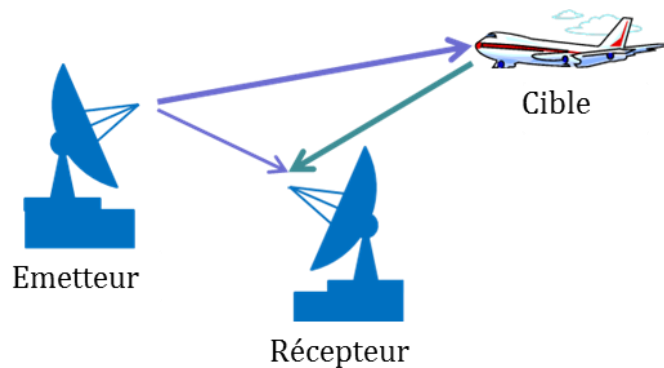


Figure 48. Principe du radar bistatique.

⁸ Détection électromagnétique et mesure de la distance

Dans notre cas, nous cherchons à simuler un radar bistatique où un avion émetteur survolerait une forêt séparé d'un angle θ_s de l'avion récepteur (figure 49).

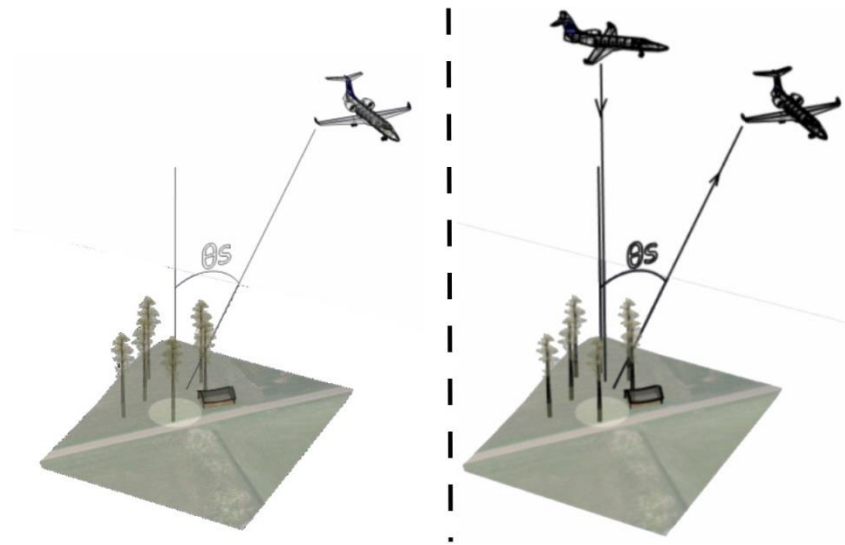


Figure 49. Radar bistatique.

5.2.1.2 Motivations

L'utilisation de mesures faites à l'aide d'un radar bistatique présente un intérêt manifeste car elles permettent une amélioration de la précision obtenue avec les techniques d'imagerie radar monostatique. Parmi les applications auxquelles les images radar bistatique apportent une amélioration, se trouvent par exemple la détection d'objets camouflés dans un paysage ou l'estimation de la biomasse d'une forêt. En dépit de l'intérêt de la technique du radar bistatique, elle présente une difficulté. En général, nous ne pouvons pas utiliser les images radar brutes, car elles peuvent avoir des artéfacts et conduire à des erreurs d'interprétation. En général, l'analyse des images radar s'accompagne d'un modèle mathématique qui aide à donner une interprétation physique aux signaux mesurés par les capteurs embarqués sur les avions ou les satellites. Actuellement, il existe peu de modèles qui permettent d'interpréter de manière efficiente les données. Il est donc intéressant d'affiner les modèles existants ou d'en trouver de nouveaux.

Une méthode qui facilite la création de modèles consiste à faire des analogies entre le problème que nous souhaitons résoudre et d'autres situations comparables, plus simple à réaliser expérimentalement. C'est cette approche comparative qui a inspiré l'idée selon laquelle la réponse d'une forêt d'arbres éclairée avec un faisceau radar

serait équivalente à la réponse d'une forêt de nanotubes de carbone éclairées avec la lumière visible. Cette analogie est basée sur les propriétés d'échelle des lois de Maxwell [16]. En effet, lorsque un rayonnement électromagnétique d'une longueur d'onde donnée, λ_0 interagit avec un objet dont la taille caractéristique est l_0 produira le même effet que si un rayonnement de longueur d'onde $\rho.\lambda_0$ interagissait avec un objet de même forme que le premier mais de taille caractéristique $\rho.l_0$. Ici, le paramètre ρ est une constante qui implique un facteur d'échelle.

Dans notre cas particulier, nous avons comparé la structure d'une forêt d'arbres dont la taille des troncs est environ 10 m éclairés avec un radar de longueur d'onde 1 m et celle de nanotubes de carbone ayant une longueur caractéristique 7 μm éclairé par la lumière visible. La figure 50 présente les images des deux scénarii, la forêt d'arbres et la forêt de nanotubes. Nous voyons que les deux scénarii présentent des similitudes apparentes, par exemple la forme ou la densité des arbres et celle des nanotubes. La différence la plus sensible est l'échelle qui est respectivement 10 m et 7 μm . Le facteur d'échelle ρ est environ 10^6 (équation 5-1). Ainsi, en accord avec notre analogie, la réponse électromagnétique de ces deux scénarios peut être comparable si nous les éclairons avec des faisceaux lumineux de longueurs d'onde différentes et que le rapport entre les longueurs d'onde des faisceaux est le même que celui qui existe entre les tailles caractéristiques, c'est-à-dire, 10^6 . Puisque la longueur d'onde du radar est d'un mètre, la longueur d'onde de la lumière utilisée pour éclairer les nanotubes doit être d'environ 0,63 μm , ce qui correspond à la lumière visible de couleur rouge.

$$\rho = \frac{\lambda_{\text{Radar}}}{\lambda_{\text{Optique}}} \approx \frac{h_{\text{Arbres}}}{h_{\text{Nanotubes}}} \approx 10^6 \quad (\text{sans unité}) \quad \text{Équation 5-2}$$

Où : $\lambda_{\text{Radar}} = 1 \text{ m}$, $\lambda_{\text{Optique}} = 0,6 \text{ mm}$, $h_{\text{Arbres}} = 10 \text{ m}$, $h_{\text{Nanotubes}} = 7 \text{ mm}$

L'expression ci-dessous illustre le rapport qui doit exister entre les longueurs d'onde d'éclairage des arbres et des nanotubes respectivement afin de pouvoir appliquer le principe de échelle des équations de Maxwell.

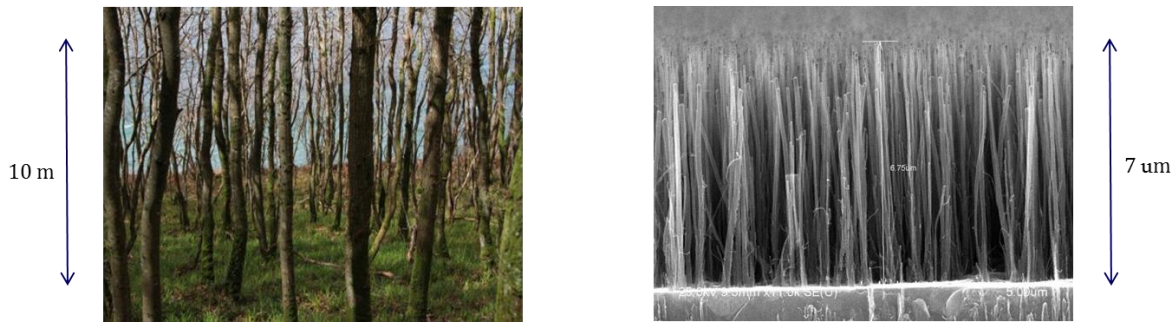


Figure 50. Forêt d'arbres où les troncs sont clairement visibles à gauche, et forêt de nanotubes de carbone à droite imagés avec un microscope électronique à balayage.

Nous avons alors choisi de travailler avec une longueur d'onde de $0,63 \mu\text{m}$ car après avoir fait des mesures préliminaires en utilisant la source halogène nous avons constaté que le niveau du signal mesuré par la caméra du polarimètre était très faible à cause d'un flux de photons très bas. La raison qui explique cette perte de signal est le fait que la lumière est fortement dispersée par les nanotubes, à cause du phénomène de diffusion multiple que nous appelons également multiples rebonds. En effet, comme le nom l'indique, la lumière est déviée très efficacement par les nanotubes de sa trajectoire originale. Cela implique que peu de photons suivent une trajectoire balistique et ne suivent alors pas le trajet optique du polarimètre pour arriver au détecteur. L'atténuation de la lumière est d'autant plus prononcée que la densité de nanotubes est importante car la probabilité de diffusion multiple augmente lorsque la distance entre deux nanotubes voisins diminue.

Afin d'améliorer la qualité des mesures nous avons décidé de substituer la lampe halogène classique par une source laser HeNe (§4.3) à la longueur d'onde commerciale de $0,63 \mu\text{m}$.

5.2.2 Méthodes expérimentales

Afin de pouvoir comparer les mesures radar avec les mesures polarimétriques, il faut que les conditions d'observation des scènes respectives soient comparables. Nous avons donc introduit un filtre d'ouverture dans le montage optique du polarimètre permettant d'obtenir un éclairage avec une petite ouverture angulaire. Cet éclairage modifié est similaire à celui du radar (figure 51), comparable à un faisceau à très faible divergence.

Nous avons placé dans notre instrument un diaphragme d'ouverture de diamètre convenablement choisi de manière à sélectionner une zone précise sur l'échantillon à mesurer. L'angle bistatique de mesure correspond à l'azimut θ et à l'orientation Φ de notre instrument. Le schéma à droite de la figure 51 illustre que nous sélectionnons un angle bien déterminé dans le plan de focal arrière de l'objectif de microscope. Le schéma à gauche de la figure 51 montre le principe d'un radar bistatique. Un avion (dit émetteur) émet une onde hyperfréquence en direction de la forêt. Une petite partie de l'énergie transmise est réfléchiée par la forêt dans la direction de l'avion récepteur.

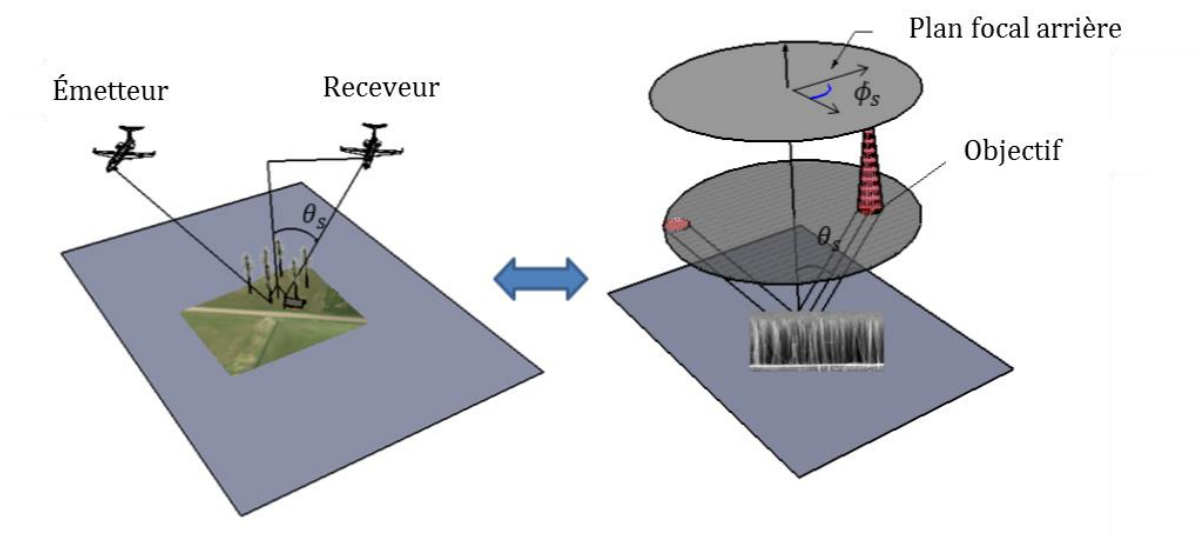


Figure 51. Schéma de l'analogie entre les mesures de la diffusion d'une forêt d'arbres par un radar bistatique et celle d'un échantillon de nanotubes de carbone avec un polarimètre de Mueller.

5.2.3 Résultats expérimentaux

Nous avons étudié deux types de forêts de nanotubes de carbone. Nous avons effectué des mesures sur une forêt éparsée de densité surfacique de $0,5 \text{ nanotubes} \cdot \mu\text{m}^{-2}$ et sur une forêt dense de densité surfacique de $10 \text{ nanotubes} \cdot \mu\text{m}^{-2}$.

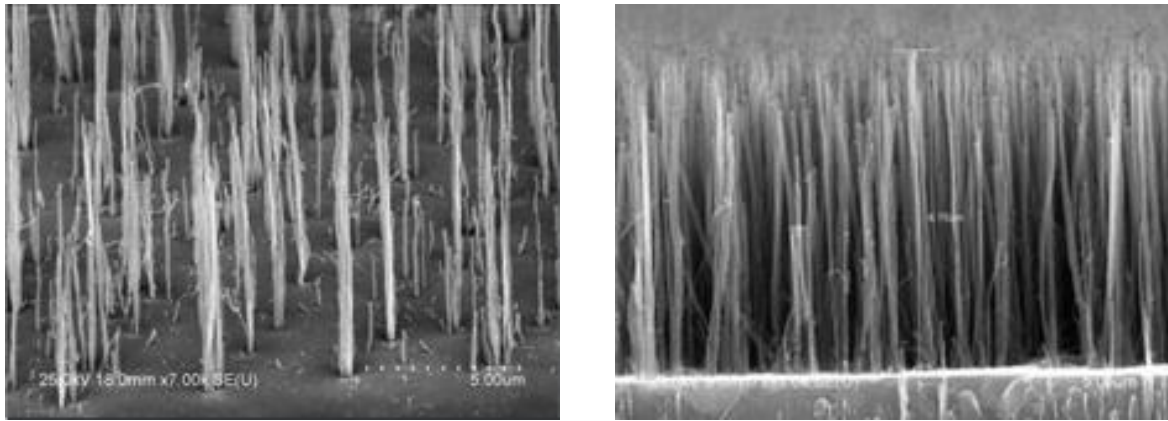


Figure 52. Images MEB des échantillons mesurés : forêt éparse (à gauche) et forêt dense (à droite).

Le logiciel associé à l'instrument nous permet d'obtenir les images en intensité ainsi que les images des décompositions de Lu-Chipman des matrices de Mueller mesurées (figure 53). Sur les résultats obtenus pour la forêt éparse, nous pouvons distinguer deux tâches circulaires sur chaque image. La tâche située à gauche, provient du faisceau incident et la tâche située à droite correspond aux informations réfléchies. Pour la forêt éparse, nous avons utilisé un masque afin d'atténuer la saturation du laser sur la caméra.

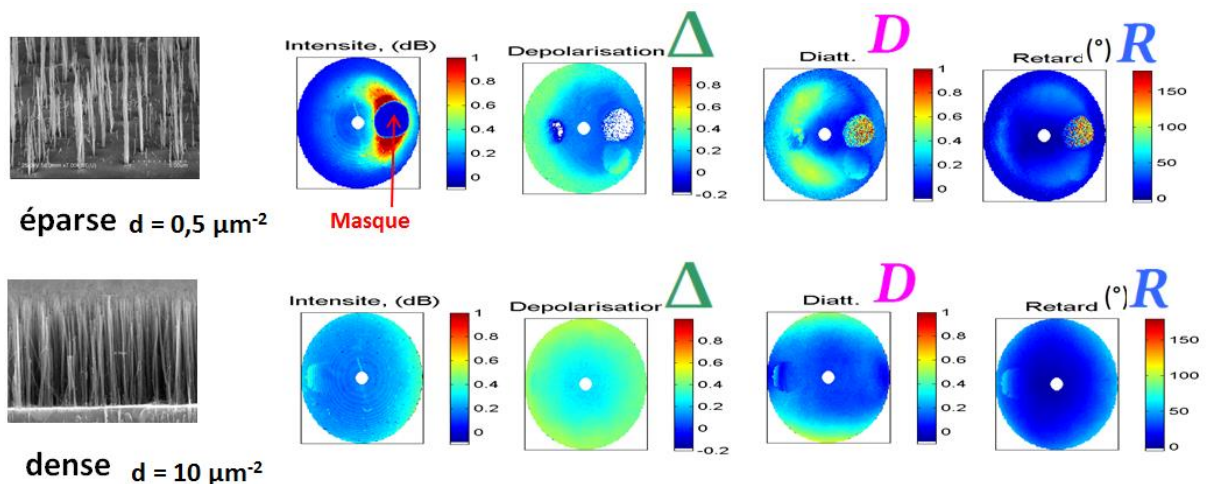


Figure 53. Etude paramétrique en fonction de la densité surfacique des troncs.

La figure 53 met en évidence des informations intéressantes sur chaque paramètre de la décomposition de Lu-Chipman :

- Nous observons le phénomène lié aux rebonds multiples de la lumière avec les différents nanotubes qu'elle rencontre dans son passage. Il est mis en évidence par l'augmentation de la dépolarisation lorsque la densité des arbres augmente.

- La diatténuation diminue avec l'augmentation de la densité des arbres et son orientation change. Elle est de l'ordre de 45 degrés dans les cas d'une forêt éparse et devient nulle dans le cas d'une forêt dense.
- Le retard reste invariant.

5.2.4 Conclusion

Le polarimètre de Mueller monté en transmission et résolu en angle a permis une première étude des réponses polarimétriques. Des résultats intéressants sur les paramètres de la décomposition de Lu-Chipman sont transposables à l'échelle réelle d'une forêt d'arbres. Nous pouvons aussi étendre nos recherches avec la croissance de troncs munis de branches et leur étude.

5.3 Nanomatériaux (INSP) : cristaux liquides

Ce projet en collaboration avec l'INSP (E. LACAZE et B. GALLAS) consiste à créer des réseaux de diffraction auto-organisés par couplage de nanoparticules d'or. L'objectif est de contrôler l'organisation de nanoparticules d'or en les piégeant dans des défauts linéaires organisés pour obtenir un matériau ayant des propriétés optiques anisotropes.

5.3.1 Présentation de la problématique

Les échantillons étudiés sont composés de cristaux liquides smectiques de type 8CB [17] auto-organisés sur un substrat anisotrope.

Nous décrivons dans ce paragraphe la structure de films minces 8CB. Pour cela nous introduisons le terme d'ancrage (figure 54) qui représente la direction d'orientation stable du directeur $\vec{n}$ par rapport à une surface ou une interface. Nous nous intéressons dans nos études à deux types d'ancrages : l'ancrage homéotrope et l'ancrage planaire (figure 55).

L'ancrage homéotrope désigne l'orientation du directeur $\vec{n}$ perpendiculaire à la surface.

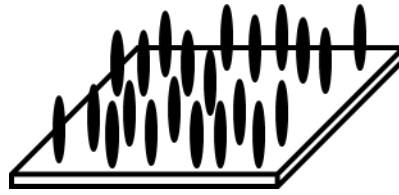


Figure 54. Ancrage.

Après avoir frotté la lame de verre recouverte d'une couche de polymère de 10 nm d'épaisseur, les chaînes principales des polymères sont réorientées en surface et contribuent à l'alignement des molécules du cristal liquide. On utilise un substrat de polymère frotté déposé sur une lame de verre et on obtient un ancrage planaire unidirectionnel. Les molécules du cristal sont alors orientées dans le plan de l'interface suivant une direction unique, la direction du frottement.

Figure 55. Ancrage planaire des cristaux liquides (orientation du vecteur directeur $\vec{n}$ est parallèle à la surface).

L'autre surface considérée de l'échantillon est l'interface cristal liquide-air, qui crée un ancrage homéotrope.

Par conséquent, le cristal liquide est soumis à deux ancrages planaire et homéotrope entre deux interfaces. Le 8CB se déforme pour se stabiliser en un réseau de défauts localisés. Les couches smectiques vont pouvoir se courber facilement. En revanche, la dilatation et la compression des couches nécessitent un plus grand apport d'énergie et elles sont donc confinées à des lignes ou des murs de défaut d'extension nanométrique.

La structure déformée est appelée « stries huileuses », elles correspondent à une des couches smectiques en hémicylindriques comme représenté sur la figure 56.

La structure de stries huileuses prévoit deux types de défauts, les lignes des inclinaisons (D sur la figure) jouant le rôle de centre de courbure pour les couches des deux quarts de cylindres ; et les murs de courbure séparant les hémicylindres (W sur la figure).

On définit le joint de grain tournant autour des inclinaisons.

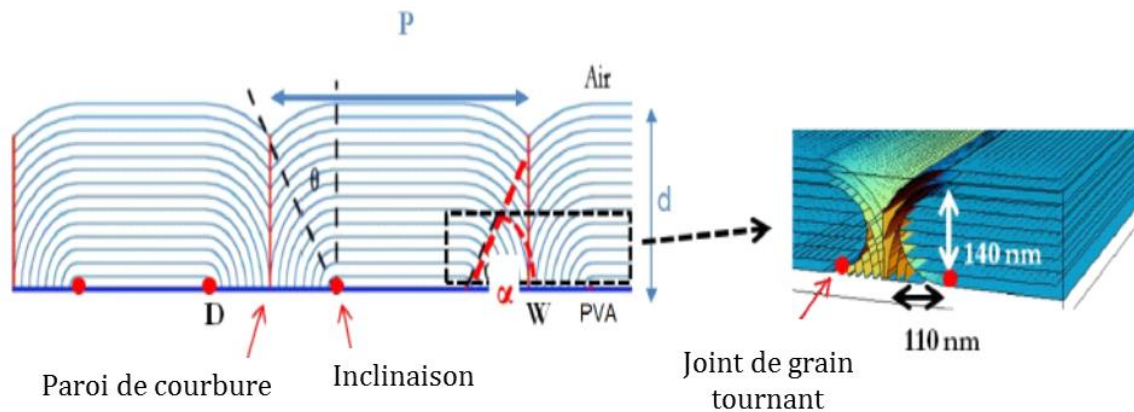


Figure 56. Structure des stries huileuses sur le substrat PVA, avec « P » la période des hémicylindres (observable par microscopie optique polarisée) et « d » l'épaisseur du film 8CB [13].

L'objectif étant d'obtenir des auto-organisations de nanoparticules d'or dans des chaînes linéaires, nous allons nous intéresser aux défauts du cristal liquide et aux interactions entre les nanoparticules avec ces derniers. Ainsi, nous étudions plus particulièrement le piégeage des nanoparticules dans les défauts topologiques du 8CB. De plus, les nanoparticules sont considérées comme des impuretés pour pouvoir être piégées dans un défaut. Par conséquent, la structure du cristal liquide autour des nanoparticules peut changer en fonctions de leurs diamètres.

D'après la figure 57, nous pouvons penser que les nanoparticules d'or sont piégées dans les défauts des stries huileuses. Elles sont localisées dans le bas des murs de courbure et dans le haut des joints de grain tournant. L'intérêt des expériences effectuées avec le polarimètre de Mueller est de préciser la structure des stries huileuses dans la zone près du substrat où la présence de nouveaux défauts est envisagée. Elle constituerait de nouveaux sites de piégeages pour les nanoparticules.

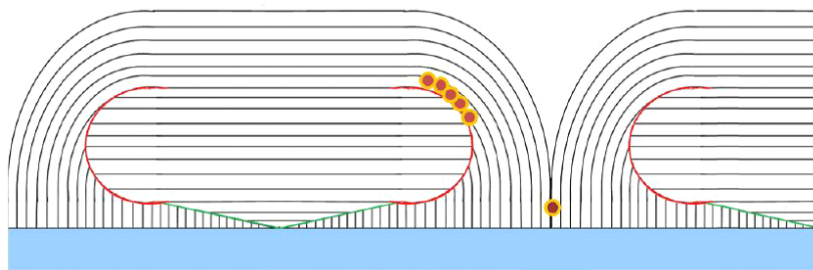


Figure 57. Piégeage des nanoparticules d'or (en jaune) dans les défauts du cristal liquide [13].

5.3.2 Méthodes expérimentales

5.3.2.1 Etudes élaborées à l'INSP

Les différents échantillons sont élaborés à l'INSP. Une étude préliminaire est ensuite effectuée, elle consiste dans un premier temps à observer en microscopie optique les échantillons (figure 58).

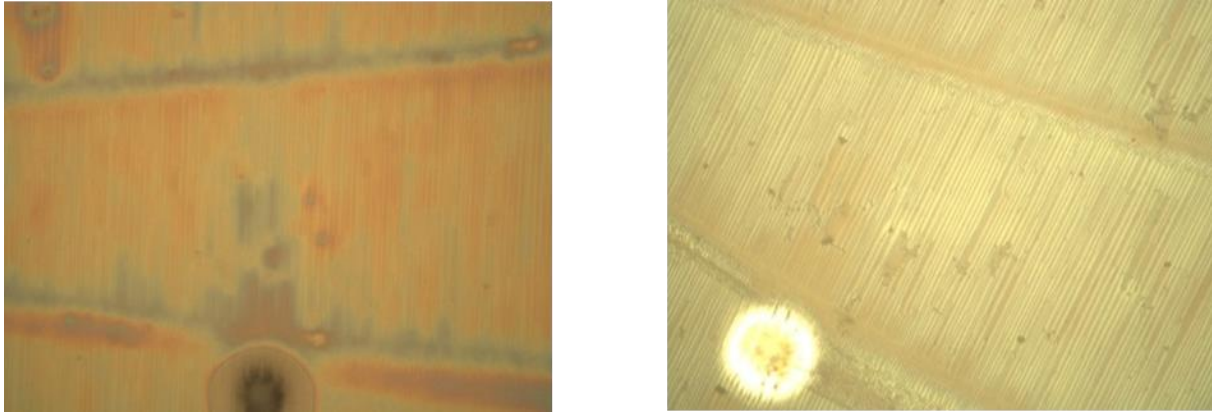


Figure 58. Images obtenues en microscopie optique entre polariseur et analyseur alignés à gauche et entre polariseur et analyseur croisés à droite.

La première expérience est d'observer les stries larges et fines en positionnant l'échantillon entre un polariseur et un analyseur alignés. Nous obtenons alors une image en couleur due aux phénomènes d'interférences constructives des ondes sur les deux interfaces {substrat – cristal liquide} et {cristal liquide – air}. Ces couleurs sont des teintes de Newton caractéristiques de l'épaisseur de la couche de cristal liquide. Chaque couleur correspond à une différence de marche δ associée à l'épaisseur et à l'indice du milieu n . Il existe des abaques associant à chaque couleur une épaisseur. L'épaisseur est donnée par la relation suivante : $e = \frac{\delta}{2 \times n}$. Nous pouvons alors déterminer l'épaisseur des films grâce aux abaques donnant les teintes de Newton en fonction de l'épaisseur de des couches.

La deuxième expérience est d'observer l'échantillon entre un analyseur et un polariseur croisés. Nous obtenons alors une image des stries à partir de laquelle nous pouvons calculer la périodicité des celles-ci. Cette périodicité est alors associée à une épaisseur de couche de cristal liquide grâce à une courbe donnant la périodicité des stries en fonction de l'épaisseur des couches de cristal liquide (figure 59).

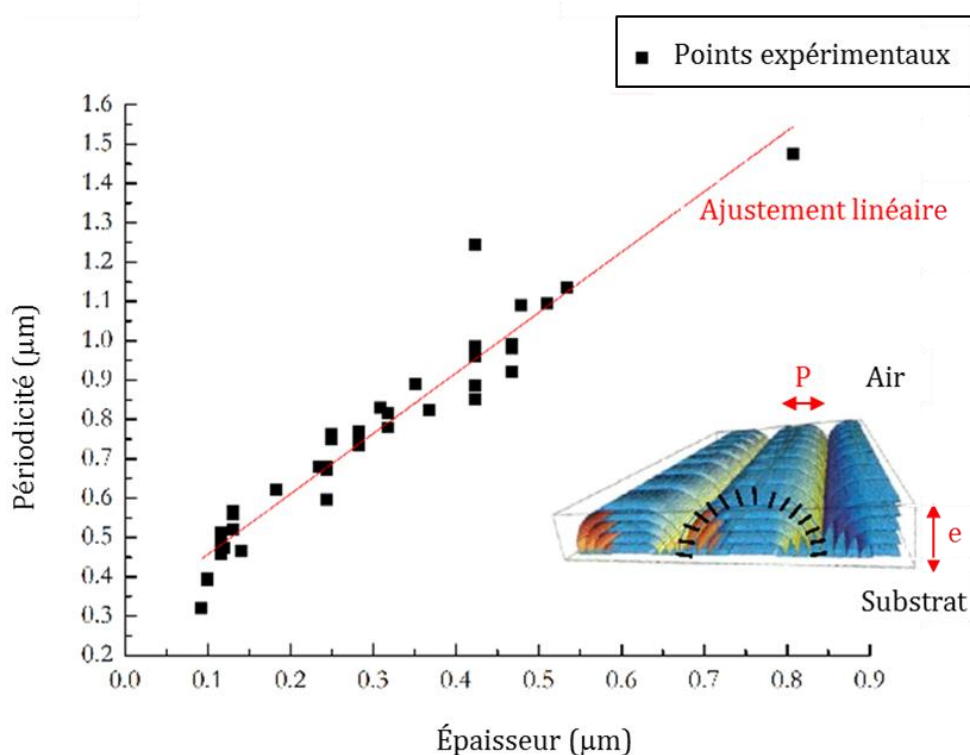


Figure 59. Courbe d'évolution de la périodicité des stries fines en fonction de l'épaisseur pour un film de 8CB pur [13].

Grâce aux deux méthodes d'observation en microscopie optique, nous pouvons conclure sur l'épaisseur des couches de cristal liquide.

5.3.2.2 Etudes élaborées au LPICM

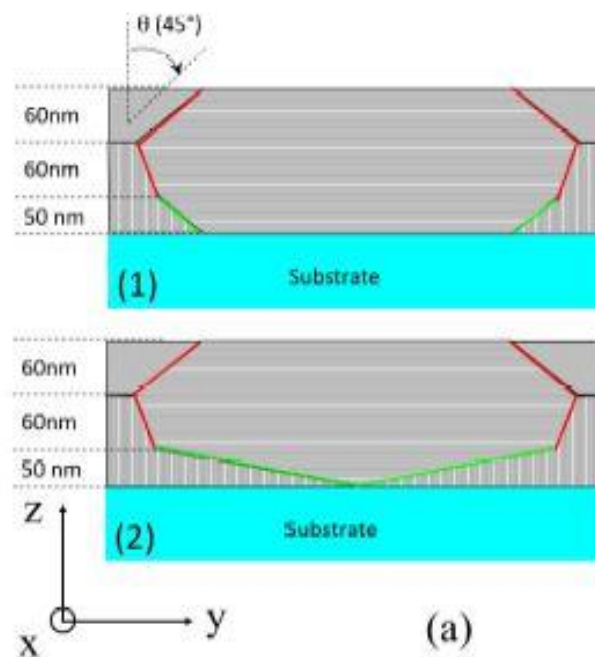
Nous effectuons des mesures en polarimétrie de Mueller sur les mêmes zones étudiées à l'IPSN. La difficulté a été de trouver une méthode de repérage des zones mesurées. Le protocole mis en place a été dans un premier temps de repérer à grande échelle l'échantillon à l'aide de marqueurs, puis en se référant aux défauts des échantillons. En utilisant les objectifs de microscope du polarimètre de Mueller, nous avons pu tomber exactement sur les mêmes zones en microscopie et en ellipsométrie. Nous avons pour cela visualisé les surfaces des échantillons progressivement en allant de l'objectif le plus petit (5X) à l'objectif le plus grand (100X).

La polarimétrie de Mueller est adaptée à la détermination de la structure interne des cristaux liquides car il s'agit d'une méthode de caractérisation optique très sensible à l'épaisseur et à l'anisotropie des films minces.

5.3.3 Résultats expérimentaux

Nous avons décrit les cristaux liquides en forme de hémicylindres couchés sur le substrat qui rappellent la forme de « boudins ». Les mesures polarimétriques vont nous permettre de connaître de manière plus précise la forme de ces cristaux liquides.

Pour cela, nous avons pensé à deux modèles d'alignement possible visualisés dans la figure 60. Les deux modèles présentés schématisent des hémicylindres de stries huileuses par un film smectique composé de trois sous couches. Cette figure présente de manière simplifiée l'organisation interne des couches smectiques.



Les matrices de Mueller des modèles d'alignement des cristaux liquides 1 et 2 ont été simulées à l'INSP pour chaque zone des échantillons étudiés. Nous avons ensuite comparé les mesures effectuées avec les modélisations des couches de cristaux liquides.

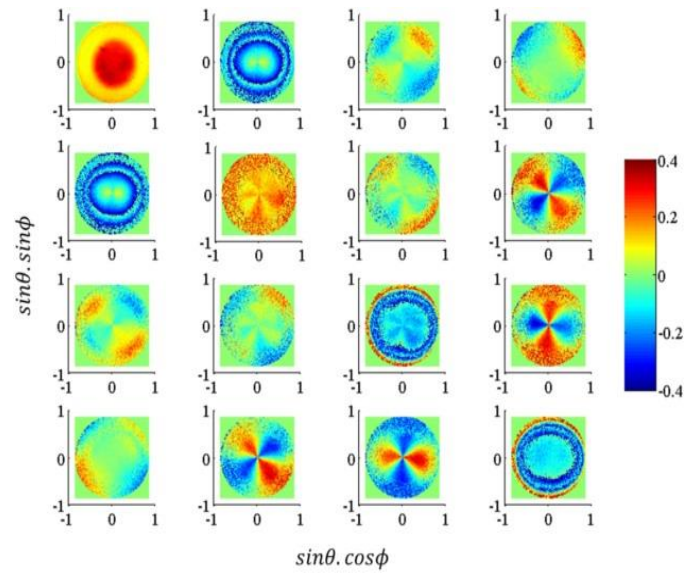


Figure 61. Exemple de mesure de la matrice de Mueller ($\lambda = 700 \text{ nm}$).

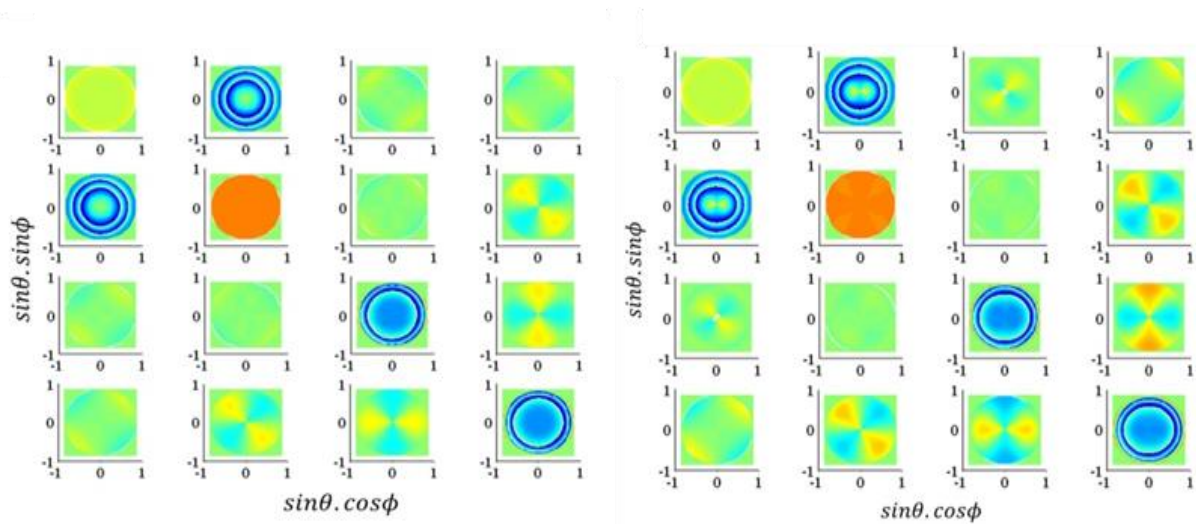


Figure 62. Simulation sous Matlab de l'échantillon mesuré (modèle 1 à gauche et modèle 2 à droite).

Nous avons effectué cette démarche sur un grand nombre d'échantillons et aussi sur différents types de stries (fines et larges) et en comparant les mesures effectuées avec le microscope polarimétrique et les simulation des deux modèles de couches internes sous Matlab, nous concluons de le modèle 1 est le plus adapté pour la description de nos échantillons.

6 Conclusion Générale

Ce travail de mémoire d'ingénieur a été consacré à l'amélioration des performances d'un polarimètre de Mueller monté en réflexion. Ce polarimètre fonctionne en imageant le plan de Fourier d'un objectif de microscope à grande ouverture numérique. Le système permet de mesurer une image résolue en angle de la réponse polarimétrique d'un échantillon, en mesurant simultanément la matrice de Mueller sur un intervalle d'angles azimutaux de 0° à 360° et d'angles polaires de 0° à 60° .

La première partie de ce mémoire décrit le principe théorique de la polarimétrie de Mueller ainsi que les deux formalismes qui permettent de décrire la lumière polarisée : le formalisme de Jones et celui de Stokes-Mueller.

Dans une deuxième partie, nous nous sommes intéressés à la description de la conception et la réalisation pratique du polarimètre. Nous avons présenté son principe général ainsi que sa mise en œuvre expérimentale. Nous avons décrit plus précisément le polarimètre dans son état initial quand j'ai commencé à m'impliquer dans le projet. Nous avons également présenté une première amélioration. Elle a consisté en la modification du générateur et l'analyseur d'états de polarisation par des cristaux liquides de types ferroélectriques. Ils ont montré une grande stabilité dans le temps car ils dépendent moins de la température. Ils ont ainsi permis un étalonnage de l'instrument plus stable dans le temps. Les éléments de la matrice de Mueller ont été observés sur des durées de plusieurs jours. Nous avons constaté que grâce à la stabilité des dispositifs à cristaux liquides ferroélectriques le polarimètre peut rester calibré pendant plus d'une semaine. Il peut également fonctionner à des longueurs d'onde différentes (mais malgré tout plus restreintes qu'avec des cristaux liquides de type nématiques) en changeant le filtre interférentiel utilisé.

Une troisième partie a été consacrée aux différentes modifications effectuées dans le cadre de l'amélioration des performances de l'instrument.

Le contrôle et la stabilité des contraintes mécaniques sur les objectifs de microscope par le changement de support a également mis en évidence la finesse des mesures effectuées avec ce polarimètre et l'importance de mon travail sur cet instrument. Une

approche des corrections numériques des défauts introduits par l'objectif a été simulée sous le logiciel Matlab.

Nous avons aussi modifié le montage optique en ajoutant une source laser fibrée, afin de pouvoir travailler sur des échantillons très peu réfléchissants.

Ce polarimètre m'a permis de travailler sur plusieurs projets différents qui sont la simulation de radar polarimétrique et l'étude de l'auto-organisation de cristaux liquides sur des surfaces planes.

Ces travaux ouvrent plusieurs perspectives :

- La poursuite de la simulation numérique des artéfacts introduits par l'objectif de microscope, puis soustraire le modèle aux mesures.
- Nous souhaitons à terme modifier l'ensemble du logiciel de contrôle d'expérience pour permettre une utilisation facile ainsi qu'une réduction du temps requis pour réaliser un étalonnage. Le nouveau logiciel devra permettre réaliser des mesures multi-spectrales automatiques.
- Vu le gain d'intensité notable permis par l'introduction de la source laser dans le montage, il serait intéressant d'évaluer le gain d'intensité par rapport à la source classique ainsi que le bruit et les interférences introduites par la cohérence résiduelle du faisceau lumineux.
- Suite aux résultats prometteurs des simulations de mesures par radar polarimétrique avec l'ONERA, nous souhaitons effectuer une nouvelle campagne de mesures sur des échantillons avec des nanotubes de carbone simples ainsi que des nanotubes présentant des branches aux extrémités qui semblent être plus proche de la structure des arbres réels.

Liste des notations

$\vec{k}$: vecteur d'onde

$\vec{E}$: vecteur champ électrique

$\vec{B}$: vecteur champ magnétique

E_x : projection du champ électrique selon l'axe x

E_y : projection du champ électrique selon l'axe y

E_{0x} : amplitude du champ électrique selon l'axe x

E_{0y} : amplitude du champ électrique selon l'axe y

δ_x : phase selon l'axe x

δ_y : phase selon l'axe y

φ : phase

Δ : retard de phase

θ : orientation ou azimut

ε : ellipsicité

ψ : rapport des modules des coefficients de réflexion

τ : différence de phase

D : dichroïsme

d : facteur de dépolarisation

ρ : facteur d'échelle

Liste des figures

Figure 1. Composantes vectorielles du champ électrique dans le plan « p » et normale au plan « s ».

Figure 2. Ellipse de polarisation.

Figure 3. Différents états de polarisations.

Figure 4. Sphère de Poincaré.

Figure 5. Représentation des principaux états de polarisation sur la sphère de Poincaré.

Figure 6. Représentation des différents types de lumières sur la sphère de Poincaré.

Figure 7. Polarimètre monté en transmission.

Figure 8. Polarimètre monté en réflexion.

Figure 9. Le cristal liquide est une phase liquide intermédiaire aux phases solide et liquide présenté dans le cas des thermotropiques.

Figure 10. Alignement global des molécules en forme allongée selon l'axe directeur.

Figure 11. Ellipsoïde des indices pour deux milieux biréfringents (uniaxe) négatif et positif.

Figure 12. Orientation des molécules de cristaux liquides au sein d'une cellule.

Figure 13. Retard pour une longueur d'onde donnée introduit par les cristaux liquides en fonction de la tension appliquée aux bornes de la cellule. Le retard est exprimé en unités normalisées par rapport à la longueur d'onde de la lumière utilisée pour étalonner la cellule [9].

Figure 14. Orientation du directeur d'un cholestérique (nématique chirale) en fonction du pas P [9].

Figure 15. Réflexion sélective en longueur d'onde par un cholestérique.

Figure 16. Structure des smectiques A (à gauche) et C (à droite) [12].

Figure 17. Représentation de la polarisation et des états stables (P_s) d'une molécule de cristal liquide de type smectique.

Figure 18. Schéma du PSG constitué d'un polariseur linéaire suivi de deux cellules à cristaux liquides nématiques (CL_1 et CL_2) de déphasage δ_1 et δ_2 dont l'extraordinaire (axe d'indice variable) est orienté à θ_1 et θ_2 par rapport à la direction du polariseur.

Figure 19. Composition d'un générateur d'états de polarisations à partir de cellules à cristaux liquides de type ferroélectrique.

Figure 20. Schéma d'ensemble du dispositif.

Figure 21. Image du plan de Fourier, vue de face (à gauche) et vue du dessus (à droite).

Figure 22. Définition des angles de détection.

Figure 23. Photographie du polarimètre dans son état initial.

Figure 24. Schéma optique de l'instrument initial.

Figure 25. Etalonnage.

Figure 26. Impression écran du logiciel de commande et de calcul de l'instrument.

Figure 27. Composantes du champ électrique transmis et réfléchi. La direction des vecteurs correspond à la direction qui a été choisie par convention comme positive. Cette convention est très majoritairement suivie en optique, et en particulière par des auteurs utilisant la technique d'ellipsométrie [14].

Figure 28. Représentation des composantes du champ électrique incident, réfléchi et transmis dans le repère le plus habituellement utilisé à gauche et dans le repère pris par convention au laboratoire LPICM à droite. Comme dans la figure 27 le sens des vecteurs correspond au sens qui a été choisi par convention comme positif.

Figure 29. Montage initial des objectifs de microscope sur une tourelle.

Figure 30. Matrice de Mueller mesurée d'un échantillon de silicium cristallin dans les coordonnées du laboratoire (à gauche) et dans les coordonnées « s p » (à droite).

Figure 31. Nouvelle monture pour le support de l'objectif de microscope.

Figure 32. Matrice de Mueller mesurée du même échantillon de silicium cristallin dans les coordonnées « s p » avant (à gauche) et après (à droite) la modification de la monture des objectifs. L'échelle des couleurs est entre -1,1 et 1,1.

Figure 33. Matrice de Mueller mesurée du même échantillon de silicium cristallin dans les coordonnées « s p » avant (à gauche) et après (à droite) la modification de la monture des objectifs. L'échelle des couleurs est entre -0,2 et 0,2.

Figure 34. Histogrammes des éléments diagonaux de la matrice de Mueller de l'échantillon de c-Si mesuré avant modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

Figure 35. Histogrammes des éléments diagonaux de la matrice de Mueller de l'échantillon de c-Si mesuré après modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

Figure 36. Histogrammes des éléments M12 et M21 avant (à gauche) et après (à droite) modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

Figure 37. Histogrammes des éléments M34 et M43 avant (à gauche) et après (à droite) modification du montage mécanique de l'objectif de microscope.

Figure 38. Lumière traversant deux fois l'objectif de microscope.

Figure 39. Diatténuation γ du silicium cristallin (en bleu) et γ du silicium cristallin recouvert de silice (en rouge) à 700 nm.

Figure 40. Moyenne des valeurs du coefficient de diatténuation γ évalués avec l'expression 4-12 montrés dans la figure 38 (en bleu) et résultat de l'ajustement polynomiale (en rouge).

Figure 41. Simulation de la diatténuation introduite par l'objectif de microscope sur l'image entière de la caméra CCD.

Figure 42. Différence des retards calculés et mesurés pour le c-Si en bleu et le SiO₂/c-Si en rouge à 700 nm.

Figure 43. Moyenne des retards introduits par les objectifs de microscopes.

Figure 44. Retard introduit par l'objectif de microscope 100X.

Figure 45. Schéma du polarimètre de Mueller Fourier monté en réflexion avec comme source d'illumination un HeNe.

Figure 46. Photographie du polarimètre de Mueller.

Figure 47. Principe du radar monostatique.

Figure 48. Principe du radar bistatique.

Figure 49. Radar bistatique.

Figure 50. Forêt d'arbres où les troncs sont clairement visibles à gauche, et forêt de nanotubes de carbone à droite imagés avec un microscope électronique à balayage.

Figure 51. Schéma de l'analogie entre les mesures de la diffusion d'une forêt d'arbres par un radar bistatique et celle d'un échantillon de nanotubes de carbone avec un polarimètre de Mueller.

Figure 52. Images MEB des échantillons mesurés : forêt épars (à gauche) et forêt dense (à droite).

Figure 53. Etude paramétrique en fonction de la densité surfacique des troncs.

Figure 54. Ancrage.

Figure 55. Ancrage planaire des cristaux liquides (orientation du vecteur directeur $\vec{n}$ est parallèle à la surface).

Figure 56. Structure des stries huileuses sur le substrat PVA, avec « P » la période des hémicylindres (observable par microscopie optique polarisée) et « d » l'épaisseur du film 8CB [13].

Figure 57. Piégeage des nanoparticules d'or (en jaune) dans les défauts du cristal liquide [13].

Figure 59. Courbe d'évolution de la périodicité des stries fines en fonction de l'épaisseur pour un film de 8CB pur [13].

Figure 58. Images obtenues en microscopie optique entre polariseur et analyseur alignés à gauche et entre polariseur et analyseur croisés à droite.

Figure 60. Modèles de films smectiques [13].

Figure 61. Exemple de mesure de la matrice de Mueller ($\lambda = 700 \text{ nm}$).

Figure 62. Simulation sous Matlab de l'échantillon mesuré (modèle 1 à gauche et modèle 2 à droite).

Liste des tableaux

Tableau I. Vecteurs de Stokes des états de polarisation fondamentaux (H : linéaire horizontale, V : linéaire verticale, $+45^\circ$: linéaire orienté à 45° , -45° : linéaire orientée à -45° , D : circulaire droite, G : circulaire gauche).

Bibliographie

- [1] ECOLE POLYTECHNIQUE, *Laboratory of Physics of Interfaces and Thin Films*, [en ligne], disponible sur <<http://www.lpicm.polytechnique.fr/>>, consulté le 28/11/2014.
- [2] S. HUARD, *Polarisation de la lumière*, Masson, Paris, 1994.
- [3] P.S. HAUGE, *Conventions and formulas for using the Mueller-Stokes calculus in ellipsometry*, Fourth International Conference on Ellipsometry, Berkeley, 2012.
- [4] D. GOLSTEIN, *Polarized Light*, second edition Dekker, 2003.
- [5] F. RENGNEZ, *Alignement et vérification du fonctionnement d'un Polarimètre de Mueller dans l'infrarouge*, Stage, Master Sciences des Matériaux, Université Paris-Sud XI, Juin 2009.
- [6] J.L. PEZZANITI, R.A. CHIPMAN, *Mueller matrix imaging polarimetry*, Optical engineering **34** (6), 1558-1568, 1995.
- [7] S. LU, R. A. CHIPMAN, *Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition*, J. Opt. Soc. Am. A. **13** (5), 1106-1113, 1996.
- [8] J.L. PEZZANITI, R.A. CHIPMAN, *Mueller matrix imaging polarimetry*, Optical engineering **34** (6). 1558-1568. 1995.
- [9] B. LAUDE-BOULESTEIX, *Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrique*, Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique, Palaiseau, 2004.
- [10] C. FALLET, *Angle resolved Mueller Polarimetry, applications to periodic structures*, Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique, Palaiseau, 2011.

- [11] M. RICHERT, *Apport de la polarimétrie en imagerie active : optimisation du contraste polarimétrique et mesure de biréfringence induite par imagerie de Mueller*, Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'espace, Université de Toulouse, Toulouse, 2009.
- [12] BARETT RESEARCH GROUP, *Introduction to liquid cristal*, [en ligne], disponible sur http://barrett-group.mcgill.ca/tutorials/liquid_crystal/LC02.htm, consulté le 15/12/2014.
- [13] E. COMPAIN, S. POIRIER, B. DRÉVILLON, *General and self-consistent method for the calibration of polarization modulators, polarimeters, and Mueller-matrix ellipsometers*, Applied optics, Vol. 38, No. 16, 1 June 1999.
- [14] R.M.A. AZZAM, N.M. BASHARA, *Ellipsometry and polarized light*, North-Holland Personal Library, New Orleans, IBSN 0 444 87016 4, 1988.
- [15] M. LOSURDO and K. HINGERL (eds.), *Ellipsometry at the Nanoscale*, Chapter 2, DOI: 10.1007/978-3-642-33956-1_2, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [16] Z. WU, B. LIU, *Electromagnetic similitude and inconsistency of laser scattering for scale model*, International Journal of Infrared and Millimeter Waves, Vol. 16, No. 7, 1995.
- [17] D. COURSAULT, *Décoration de réseaux linéaires de défauts smectiques par des nanoparticules d'or*, Thèse de Doctorat, Institut des Nanosciences de Paris, Paris, 2013.

Liste des publications liées à ce mémoire

Evenaere Etienne, Koeniguer Elise, Thirion-Lefevre Laetitia, Tran Jacqueline, Cojocaru Costel-Sorin, De Martino Antonello, Razvigor Ossikovski, *An optical scale device to characterize the forest in bistatic radar polarimetry*, Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, JSTARS-2014-00872, vol8 6 IGARSS 14, 30 septembre 2014.

Coursault Delphine, Haj Ibrahim Bicher, Pelliser Laurent, Zappone Bruno, De Martino Antonello, Lacaze Emmanuelle, Gallas Bruno, *Modeling the optical properties of self-organized arrays of liquid crystal defects*, Optics Express, Vol. 22, Issue 19, pp. 23182-23191, 2014.

Résumé

Amélioration des performances d'un polarimètre de Mueller monté en réflexion dans l'espace réciproque

J'ai travaillé à l'amélioration des performances d'un microscope en réflexion pouvant travailler dans l'espace réel ou l'espace réciproque, en polarimétrie de Mueller.

Des études antérieures à mon travail sur le polarimètre comme par exemple pour des mesures de rugosité, de caractérisation de films anisotropes ou encore pour la métrologie de structures périodiques ont montré le potentiel, mais aussi les limites de l'instrument, les améliorations à apporter sont nombreuses, et sont loin d'être triviales. J'ai alors revu entièrement le système d'illumination, la nature et le positionnement de divers éléments optiques critiques, et enfin travaillé sur le problème crucial des artefacts liés aux imperfections des objectifs, notamment du point de vue polarimétrique. L'étalonnage de l'instrument, particulièrement délicat dans cette géométrie en réflexion, a été amélioré pour que ce montage atteigne les spécifications voulues pour des applications métrologiques.

Par ailleurs, ce mémoire a été l'objet de plusieurs collaborations sur des sujets très différents : la simulation de radar polarimétrique et l'étude de cristaux liquides.

Mots clés : polarimétrie, ellipsométrie, matrice de Mueller, plan de Fourier, radar bistatique, cristal liquide.

Abstract

Performance improvement of a Mueller polarimeter mounted as reflexion in reciprocal space

I worked at improving the performance of a microscope in reflexion that can work both in real or reciprocal space, in Mueller polarimetry.

Previous studies on this polarimeter, for instance on measuring roughness, on measuring anisotropic films or on the metrology of periodic structures, have shown the potential but also the limits of this instrument. There are numerous possible improvements but they are far from trivial. I redesigned completely the lighting system, the nature and the position of several critical optic elements, and I worked on the fundamental issue of the artefacts caused by the imperfections of the objectives, and more specifically from a polarimetric point of view. The calibration of the instrument which is a particularly thorny task in this geometry by reflexion, has been improved so that the system can meet the high requirements of metrology applications.

Therefore, this work is the compilation of several different studies on various topics: polarimetric radar simulation and liquid crystal.

Key words: polarimetry, ellipsometry, Mueller Matrix, black focal plane, bistatic radar, liquid cristal.