



HAL
open science

Apprentissage de la perpendicularité en CE2 et CM1 : restauration d'un carré par un gabarit déchiré

Benjamin Faurie

► **To cite this version:**

Benjamin Faurie. Apprentissage de la perpendicularité en CE2 et CM1 : restauration d'un carré par un gabarit déchiré. Sciences de l'Homme et Société. 2017. dumas-01881104

HAL Id: dumas-01881104

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01881104>

Submitted on 2 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE SUPÉRIEURE
DU PROFESSORAT
ET DE L'ÉDUCATION

Mémoire

Master MEEF « Pratique et Ingénierie de la Formation »
Parcours « Innovations et Didactiques »
Option « Mathématiques et Sciences »

Benjamin Faurie

APPRENTISSAGE DE LA PERPENDICULARITÉ EN CE2 ET CM1 : RESTAURATION D'UN CARRÉ PAR UN GABARIT DÉCHIRÉ

Sous la direction de Caroline Bulf et Valentina Celi

Année universitaire 2016-2017

Résumé

Depuis un peu plus de dix ans, une part importante des travaux en didactique des mathématiques a montré le potentiel des problèmes de reproduction pour favoriser la mobilité du regard sur les figures et travailler les contenus notionnels à enseigner en géométrie. D'autres recherches plus récentes avancent que, dans ce contexte, le langage associé aux pratiques matérielles des élèves joue un rôle essentiel. Le travail que je présente ici s'inscrit dans cette approche double et interroge le potentiel d'une situation de restauration d'un carré et le rôle du langage oral dans la construction du concept de la perpendicularité dans une classe de CE2 et de CM1. Mon analyse prend appui sur l'observation de la pratique des élèves confrontés à cette situation, et tout particulièrement ses dimensions matérielle, visuelle et langagière. Ce travail, qui s'inscrit dans la considération que les actions, les signes verbaux et la façon de penser des élèves sont étroitement liés porte alors une attention particulière aux conditions d'émergence des déconstructions dimensionnelle et instrumentale dans une situation de reproduction de figure ainsi qu'aux processus de construction personnelle et sociale des connaissances par le langage.

Absract

Over the last ten years, a significant part of the results in mathematics didactics has demonstrated the potential of reproductive problems to increase the mobility of the view on figures and to teach the notional matters in geometry. Some other recent researches suggest that, in this context, the language associated with the material practices of pupils should also be essential. The work I'm presenting here is part of this double approach and questions the potential of a square restoration situation and the role of oral language in the perpendicularity learning process in a 5th grade class. My analysis is based on the observation of the instrumented, visual and linguistic dimensions of the students acts confronted with this situation. Part of the consideration that the pupils' actions, verbal responses and interpreting are closely intertwined, this work then pays particular attention to the conditions of dimensional and instrumental deconstruction occurrence in a situation of figure reproduction and to the processes of personal and social construction of knowledge through the language.

Je tiens à remercier ici mes directrices de recherche : Caroline Bulf et Valentina Celi. Le texte présent ne serait pas le même sans leur guidage scientifique et leur bienveillante rigueur nécessaire à son accomplissement. Non visible dans la lecture de ce travail, elles ont su également accompagner, par leur confiance et leurs encouragements, mes premiers pas d'étudiant dans le monde de l' « apprentie-recherche ». Je leur en suis très reconnaissant.

Je remercie également Lalina Coulange et Grégory Train pour le regard porté sur ce travail lorsqu'il était à mi-parcours et qui a suscité un approfondissement de certaines des notions clefs de la recherche.

Merci évidemment à Sophie Fondcave et Stéphanie Masrevery pour avoir accepté le rôle jamais évident de l'enseignant observé. Merci pour le temps consacré à l'appropriation des séances, aux séances de débriefing et à la confiance accordée.

Merci aux élèves des classes de CE2 et de CM1 de Sophie et Stéphanie pour s'être prêtés au « jeu » de la restauration avec tant d'enthousiasme intellectuel ! ... et de respect pour le matériel.

Enfin, je tiens à remercier les « étudiants » du master 2 de l'option « mathématiques et sciences » de l'ESPE de Bordeaux, Vanea Chiprianov, Pierre-Jean Marty, Frédéric Manconi, Charlotte Sury, ainsi que l'ensemble des professeurs de ce cours. Merci aux premiers pour votre sympathique compagnie, si nécessaire dans la réalisation d'un tel travail en formation continue ; merci aux seconds pour la qualité des cours et votre grande bienveillance si nécessaire dans la réalisation d'un tel travail en formation continue !

Table des matières

Résumé.....	2
Introduction.....	6
I. Questionnement de recherche	9
1. Déterminer une situation favorisant l'apprentissage	10
1.1. Différents fonctionnements vis-à-vis du dessin	10
1.1.1. Limite de la visualisation iconique.....	10
1.1.2. Définir la déconstruction dimensionnelle	12
1.1.3. La déconstruction instrumentale : une réponse non discursive au problème.....	13
1.2. Dialectique entre les différents fonctionnements	17
1.3. L'intérêt des problèmes de restauration de figure	19
1.3.1. Favoriser le passage 2D à 1D	19
1.3.2. Faire jaillir les propriétés géométriques.....	21
1.4. Caractérisation du milieu : conception du problème de la recherche.....	22
1.4.1. Une restauration d'un carré par un gabarit déchiré	23
1.4.2. Un problème résistant et validant.....	26
1.5. Précision sur la recherche	26
2. Le rôle du langage	28
2.1. Le rôle du langage pour « le groupe de Lille » : un moyen, un outil, un lien	28
2.1.1. Le langage dans la Théorie des situations didactiques	28
2.1.2. Une nécessaire articulation dimensionnelle entre discours et vision.....	30
2.2. Agir-parler-penser dans la classe de géométrie.....	31
2.2.1. Considérer autrement le rôle du langage en mathématiques.....	31
2.2.2. Parler pour apprendre	32
2.2.3. ...dans une communauté discursive mathématique	34
3. Synthèse du positionnement théorique.....	38
3.1. Questions de recherche	38
3.2. Articulation des cadres théoriques	39
II. Méthodologie	42
4. Méthodologie générale : reproductibilité et compréhension des phénomènes.....	43
4.1. Analyse logique des concepts : saisir l'activité géométrique de l'élève	43
4.1.1. Caractériser les concepts d'angle droit et de perpendicularité	44
4.1.2. Une activité géométrique de l'élève à trois dimensions : <i>voir, dire, faire</i>	44
4.1.3. Caractérisation des différentes visualisations et déconstructions.....	47
4.1.4. Synthèse des observables déterminés par l'ALC, relevé du corpus.....	48

4.2.	Secondarisation du discours.....	49
4.2.1.	Une cause mais aussi une conséquence de l'apprentissage	49
4.2.2.	Détermination des observables	50
5.	Retour sur la méthodologie générale.....	52
5.1.	Définition de l'analyse a priori	52
5.2.	Définition de l'analyse a posteriori	56
III.	Expérimentation	59
6.	Analyse a priori.....	60
6.1.	Séance préalable : se familiariser avec la restauration « à points », mais pas seulement... 60	
6.2.	La situation : restauration du carré	63
6.2.1.	Description de la situation.....	63
6.2.2.	Variables didactiques	64
6.2.3.	Stratégies et interprétations	75
6.2.4.	Bilan	85
7.	Analyse a posteriori.....	86
7.1.	Première observation générale en CE2 et CM1 : analyse globale	87
7.2.	Des manières d'agir-parler-penser qui se transforment : étude en CE2	91
7.2.1.	Loïs et Faustine : un carré spontanément familial.....	91
7.2.2.	Des positionnements énonciatifs initiaux inégaux.....	95
7.2.3.	Un contexte d'interprétation matérielle	99
7.2.4.	Loïs et Faustine : vers un carré savant et déconstruit par les instruments.....	102
7.2.5.	Synthèse de fin de séance : agir-parler-penser en 1D.....	107
7.3.	Déconstruction dimensionnelle en CM1	110
8.	Retour aux questions de recherche	114
8.1.	Limite de la visualisation iconique.....	114
8.2.	Limite et rôle de la déconstruction instrumentale.....	114
8.3.	Émergence de la déconstruction dimensionnelle	115
8.4.	Rôle de la secondarisation des discours.....	116
	Conclusion	117
	Bibliographie.....	125
	Annexes	127

Introduction

Questionnement initial

Le point de départ de ce travail de recherche est un double intérêt. Tout d'abord, celui pour l'apprentissage de la perpendicularité dans les classes de cycle 3 et la question, suscitée par les difficultés qu'y rencontrent les élèves, de ses conditions favorables. Ensuite, celui pour l'activité de reproduction de figure, que je proposais notamment fréquemment à mes élèves lorsque j'étais professeur des écoles. Le rôle joué par les instruments, celui de la figure à reproduire ainsi que celui des échanges oraux entre les élèves sont devenus peu à peu sources de vives interrogations auxquelles je n'apportais pas de réponse satisfaisante pour ma pratique.

La notion de perpendicularité est assez fréquemment enseignée, dans les classes de l'école élémentaire, en proposant aux élèves des activités de tracés géométriques par un usage d'un instrument qui est souvent préalablement associé au report de l'angle droit : l'équerre. Cet enseignement propose fréquemment une découverte de la notion de cette relation entre deux droites, avant d'être suivie d'activités d'entraînement de construction de figures. Les difficultés liées à l'usage de l'équerre, ses usages maladroits de la part des élèves, questionnent alors cet enseignement à partir des droites. Plus encore, puisque l'équerre porte visuellement la propriété de l'angle droit ou de la relation entre droites perpendiculaires, quel besoin du langage mathématique pour justifier la réalisation des dessins ?

Alors, si l'apprentissage de la perpendicularité est réalisé à partir du concept de l'angle droit, qui est une propriété portée par un élément de figure, *ne serait-il pas plus cohérent de réaliser un apprentissage en partant d'une figure et d'y faire évoluer les pratiques instrumentales et langagières associées déjà existantes ?* Ainsi, une activité de reproduction de figure, bien choisie, ne pourrait-elle pas être une situation favorable à l'apprentissage de la perpendicularité ?

Cadrage théorique

Afin de préciser le caractère de cette recherche de condition favorable, mon travail s'inscrit dans deux cadres théoriques principaux. Il s'agira ainsi d'éclairer, au sein de cette situation, d'une part, les enjeux des activités de reproduction de figure et le rôle du langage pour les apprentissages d'autre part.

Le cadre de Duval (2005) permettra tout d'abord de circonscrire les types de réponses visuelles et discursives, que les élèves, confrontés à des dessins géométriques, peuvent proposer. La recherche de condition favorable à l'apprentissage de la perpendicularité sera ainsi caractérisée tout d'abord par celle de l'émergence de la déconstruction dimensionnelle

(Duval 2005) de la figure proposée. Afin d’embrasser la notion de situation de reproduction, ce cadre sera inscrit dans celui de la Théorie des situations didactiques (Brousseau dans Bessot 2004), et orientera alors la recherche vers la caractérisation d’un milieu favorisant cette émergence, et limitant les réponses de la visualisation iconique et de la déconstruction instrumentale (Duval 2005).

Ensuite, l’inscription de mon travail dans le cadre de Jaubert et alii (2012), pour lequel le langage constitue le support privilégié de la construction des connaissances, me conduira à considérer que l’apprentissage visé résulte de l’évolution des manières d’agir-parler-penser (Jaubert & alii 2012) de l’élève au sein d’une communauté discursive géométrique. Dans le but de cerner cette évolution par le langage, je m’intéresserai alors à la secondarisation des discours (ibid.)

Fort de ces deux cadres théoriques, je serai amené à questionner dans un premier temps, la notion de problème de restauration de figure (Perrin Glorian et alii 2013), afin d’orienter l’élaboration du milieu favorable. Nous verrons alors, dans le contexte de l’apprentissage de la perpendicularité, l’importance du choix de la figure à restaurer, ainsi que le rôle déterminant joué par les instruments afin de conditionner un changement de regard nécessaire pour le passage de l’appréhension des figures 2D vers les objets 1D (Duval & Godin 2005, Perrin Glorian & Godin 2014).

Les travaux de Bulf et alii (2014, 2015) me conduiront, dans un second temps, à m’intéresser aux phénomènes langagiers issus des interactions sociales au sein de la situation mais également individuels. Cela m’amènera à étudier – au-delà du rôle du langage dans les phases de dévolution et d’institutionnalisation – d’une part, l’influence des échanges langagiers dans l’évolution des manières d’agir-parler-penser et d’autre part, la façon dont le langage peut conceptualiser la notion de perpendicularité.

Les hypothèses de travail, conduites à l’aune de ces considérations théoriques, seront mises à l’épreuve expérimentalement selon une méthodologie inspirée de l’*ingénierie didactique* (Artigue 2007). Elle n’aura pas l’envergure d’une ingénierie didactique stricto sensu, dédiée à l’expérimentation d’une *situation fondamentale*, telles qu’elles étaient étudiées à l’origine dans la Théorie des situations didactiques, et sera composée d’une phase de conception et d’analyse a priori de la situation didactique, d’une phase d’expérimentation et enfin d’une phase d’analyse a posteriori. Afin de rendre possible une observation des phénomènes liés aux différentes visualisations, déconstructions et concepts en jeu dans les interactions au problème, je m’appuierai sur l’analyse logique des concepts (Barrier & alii 2014a, 2014b). Cette analyse sera développée par une détermination d’observables permettant la recherche en termes de secondarisation des discours en appui sur les travaux de Coulange (2014).

Mise en œuvre de la recherche

Le questionnement de recherche de ce travail est ainsi établi sur la considération que l'apprentissage de la perpendicularité sera le fait d'une adaptation à un problème de restauration de figure et également construit par le discours. Il visera ainsi principalement à déterminer dans un premier temps, si un équilibre avec le milieu permet l'émergence de la déconstruction dimensionnelle et dans un temps second, comment et dans quelle mesure la secondarisation des discours favorise l'évolution des manières d'agir-parler-penser vers un agir-parler-penser relatif au savoir visé.

La situation de ce travail, permettant une mise à l'épreuve de ce questionnement, proposera un problème de restauration d'un carré au moyen d'un gabarit de ce carré dont la partie qui contient le sommet de l'angle droit est déchirée. L'analyse a priori, dont le champ d'application sera limité à la part d'adidacticité de la situation, montrera les critères qui ont guidé la détermination de la forme de ce gabarit et des informations qu'il conserve sur la figure comme variables didactiques pour favoriser l'émergence de la déconstruction dimensionnelle. L'interprétation des réponses au problème sera donnée en termes de visualisation, déconstructions et concepts en jeu. L'analyse a posteriori, qui suivra une observation d'une expérimentation dans une classe de CE2 et dans une classe de CM1, sera construite sur le même modèle que l'analyse a priori, mais intégrera les observables disponibles des interactions sociales langagières caractérisant la secondarisation.

M'attachant alors à la mesure de la reproductibilité des phénomènes et à leur compréhension, je proposerai enfin, par une confrontation des deux analyses, des éléments de réponse au questionnement de recherche.

I. Questionnement de recherche

Ce chapitre est consacré à l'établissement du questionnement de recherche traduisant d'un point de vue théorique le questionnement initial de mon travail, dont l'objet concerne les conditions pouvant favoriser l'apprentissage de la perpendicularité. Cette recherche des conditions interroge naïvement l'existence potentielle d'une situation de problème de restauration de figure pouvant conduire favorablement à un apprentissage de la perpendicularité à partir des conceptions de l'angle droit.

La précision de ce questionnement naïf est apportée dans un premier temps du point de vue, situé, de l'élève confronté à des dessins géométriques. Le cadre de Duval (2005) permet de décrire les types de fonctionnement cognitifs à l'arrière-plan de l'activité de l'élève et de préciser les conditions d'apprentissage des propriétés géométriques. La Théorie des situations didactiques (Brousseau dans Bessot 2004) permettra d'une part, de donner un modèle de la situation didactique par la notion de milieu et d'autre part, d'orienter mon travail sur une façon de considérer le rôle du problème pour la construction des connaissances.

La question du rôle du langage est alors issue d'une double considération. D'une part, nous verrons que la déconstruction dimensionnelle – dont la condition est au cœur de l'activité géométrique interrogée dans ce travail – est d'un ordre essentiellement discursif Duval (2005). D'autre part, les travaux relativement récents de chercheurs (Bulf & alii 2014, 2015 ; Barrier & alii 2014b) considèrent que le langage joue un rôle déterminant pour les apprentissages en géométrie. Le cadre de Jaubert (2012) apporte alors les considérations théoriques venant préciser ce rôle dans la construction des connaissances et son fonctionnement.

1. Déterminer une situation favorisant l'apprentissage

La Théorie des situations didactiques est fondée sur l'hypothèse que l'apprentissage est une modification du rapport à la connaissance produite par l'élève lui-même, que l'enseignant peut seulement provoquer par des choix (volontaires ou involontaires) qui sont modélisés comme des valeurs de variables de la situation adidactique (Bessot 2004). La notion de situation adidactique qui indique que le sujet agit de façon indépendante des attentes de l'enseignant, permet de donner une modélisation de la résolution du problème de reproduction. Dans ce modèle, la modification du rapport à la connaissance résulte des interactions avec un milieu qui est producteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres et dont l'adaptation nécessite la connaissance dont on souhaite l'apprentissage. Cette situation est caractérisée donc par le milieu, les *variables didactiques* et des *procédures* de résolution, commandées par les variables, qui mettent en jeu la connaissance. La précision du questionnement de recherche s'oriente alors désormais sur la possibilité de caractériser un milieu favorisant la déconstruction dimensionnelle.

L'apprentissage étant caractérisé ainsi comme résultant d'une adaptation à ce milieu, il est nécessaire d'interroger d'un point de vue théorique les types de fonctionnement relatifs à des interactions sur un problème comportant des dessins géométriques.

1.1. Différents fonctionnements vis-à-vis du dessin

L'activité géométrique construite pour ce travail est supposée, dans un premier temps, relative à une interaction avec une figure et une consigne. Cette activité est ainsi potentiellement visuelle, matérielle et discursive : les figures, tracées par les instruments, traduisant visuellement des propriétés géométriques énoncées dans un langage.

Duval (2005) interrogeant les conditions cognitives d'apprentissage en géométrie en fonction des tâches qui sont demandées au sujet, cerne dans ses travaux les rapports entre les façons de voir les figures et le recours au langage ou aux instruments. Ces travaux indiquent notamment que le langage, indispensable pour certains modes de fonctionnement en géométrie, ne joue aucun rôle dans certains autres.

1.1.1. Limite de la visualisation iconique

L'acte de voir consiste d'abord à reconnaître la forme de l'objet puis à identifier cet objet parmi les objets que l'on connaît. Si, dans notre quotidien, ces deux opérations sont réalisées simultanément ; un animal *chat* vu ne peut être identifié qu'en chat (du moins pour celui qui a déjà appris une identification de cet animal), en géométrie ce n'est pas forcément le cas

puisque les objets à identifier ne correspondent pas forcément à leur forme. *Il n'y a aucune relation intrinsèque entre les formes reconnues dans un tracé et l'objet que ce tracé "veut" représenter* (ibid.). C'est ce qui explique par exemple que pour des élèves du cours préparatoire, un carré représenté dans une position non prototypique n'est pas forcément identifié comme un carré puisqu'il ne « ressemble » pas au carré qu'ils connaissent. Ce mode de fonctionnement, nommé visualisation iconique, basé sur la ressemblance, qui associe exclusivement l'identification d'un objet à sa forme reconnue n'est alors parfois pas suffisant et doit être associé au langage. Par exemple, dans le cas de cette connaissance du carré, le recours à une énonciation verbale permet d'identifier ce qui est donné à voir par la forme. Cette énonciation reste toutefois subordonnée à la visualisation iconique :

le rôle auxiliaire de l'énonciation ne doit pas nous faire oublier l'importance du mécanisme d'iconicité. Il continue à s'imposer de manière autonome chaque fois que quelque chose est donné à voir.

(ibid.)

Cette association du langage et de la vision iconique, suffisante dans certains cas, a cependant des limites qui constituent un obstacle par ailleurs. C'est le cas pour l'apprentissage des propriétés géométriques.

La perpendicularité est une propriété (relation) mathématique entre deux éléments 1D, ou entre un élément 1D et un autre élément 1D passant par un point ; sa compréhension suppose ainsi nécessairement la perception de ces éléments. Aborder un apprentissage de cette notion par un appui visuel figural se heurte alors au phénomène d'iconicité dont le fonctionnement est basé sur une *ressemblance des formes* 2D d'une part, et qui ne nécessite pas de discours d'autre part.

Le questionnement de recherche s'oriente alors vers la recherche des conditions qui permettent de limiter la visualisation iconique.

La priorité cognitive de la perception des surfaces sur celle des lignes, implique que naturellement les objets 2D ne se décomposent pas en éléments 1D ou 0D. Accéder à la compréhension de l'énonciation des propriétés nécessite une capacité, non naturelle, à décomposer une forme en sous éléments de dimensions inférieures qui la constituent. La déconstruction dimensionnelle est cette capacité, que Duval (ibid.) introduit comme un des modes¹ d'une visualisation qu'il nomme *non-iconique*.

¹ Déconstruction par les instruments, décomposition heuristique et déconstruction dimensionnelle constituent les trois registres visuels que la vision non iconique met en jeu.

1.1.2. Définir la déconstruction dimensionnelle

Comme énoncé en introduction, mon travail de recherche doit alors viser à établir la caractérisation d'un milieu favorisant l'émergence de la déconstruction dimensionnelle. La précision du questionnement de recherche nécessite alors de définir ce que j'attendrai comme étant une déconstruction dimensionnelle de la figure du problème. Comme nous le verrons, cette définition me conduira à préciser cette notion et d'en donner une acception mathématique qui impliquera une énonciation de la relation de perpendicularité.

La lecture de la citation de Duval suivante m'a tout d'abord conduit à m'interroger sur le lien entre la déconstruction dimensionnelle et la notion de perpendicularité. Les propos de l'auteur semblent indiquer à la fois que la déconstruction dimensionnelle implique l'énonciation des propriétés, ou bien qu'elle peut être en articulation avec une énonciation des propriétés :

la déconstruction dimensionnelle se fait nécessairement en articulation avec une activité discursive. On pourrait même dire qu'elle est essentiellement d'ordre discursif.

(ibid.)

Le schéma qui suit cette citation dans l'article montre que l'auteur n'implique pas forcément l'énonciation des propriétés d'une figure avec sa déconstruction dimensionnelle.

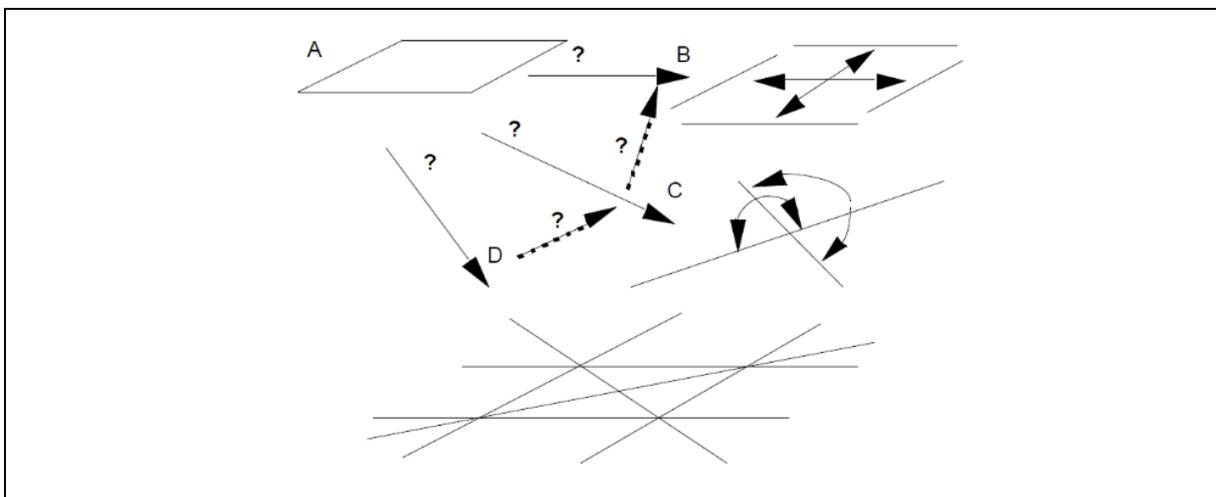


figure 1.1 : Décomposition en unités figurales par déconstruction dimensionnelle d'une forme (Duval 2005)

Le fait que la déconstruction dimensionnelle illustrée de l'étape A à l'étape B conserve d'une part, l'organisation positionnelle des quatre côtés, et que l'auteur indique par des doubles flèches la relation entre ces éléments, peut conduire à comprendre une implication ou une articulation.

Mithalal (2010) indique qu'il est possible toutefois d'intégrer l'énonciation des relations entre les éléments sous-dimensionnels à la notion de déconstruction dimensionnelle. L'auteur remarque que Duval a, dans ses travaux initiaux, un point de vue essentiellement cognitif. Or la question de l'apprentissage de la perpendicularité par résolution de problème peut être traitée d'un point de vue mathématique. Une énonciation savante de la position entre les éléments est alors possible.

L'extrait suivant indique qu'une telle acception ne dénature pas les conceptions de l'auteur :

Avec la déconstruction dimensionnelle la figure n'est plus qu'une configuration particulière et transitoire parce que contextuellement détachée d'un réseau ou d'une organisation plus complexe, le détachement d'une figure particulière étant commandé par l'énoncé du problème. Autrement dit toute figure, en géométrie plane, est une configuration transformable en d'autres, chacune se détachant d'une même trame, au gré des propriétés ou des objets que l'on nomme.

(Duval 2005)

La figure est ici une configuration particulière dépendant d'un discours. Une acception de la déconstruction dimensionnelle peut être faite en incluant l'énonciation des propriétés. La figure choisie pour le problème de restauration se détachera ainsi d'une trame ayant des propriétés de perpendicularité dont l'appréhension sera l'enjeu de la situation.

Une définition de la déconstruction dimensionnelle sera la suivante :

Définition 1 : Déconstruction dimensionnelle

La forme de la figure ne la définit pas. Elle est un assemblage 2D cohérent d'éléments de dimensions 1D ou 0D. Les propriétés géométriques énoncées dans le discours portent cette cohérence.

Le questionnement de recherche évolue ainsi vers la caractérisation d'un milieu limitant la visualisation iconique et pour lequel la déconstruction dimensionnelle soit une réponse optimale.

1.1.3. La déconstruction instrumentale : une réponse non discursive au problème

La déconstruction instrumentale est un des autres modes de déconstruction de la visualisation non iconique. L'intérêt de cette notion pour mon travail tire son origine d'une question : est-

il possible de réussir une reproduction d'une figure, suffisamment bien choisie pour que la visualisation iconique soit inopérante, mais sans connaissance géométrique particulière ?

Cette question est importante puisqu'il s'agit de déterminer si une réussite du problème conduira forcément à une déconstruction dimensionnelle de la figure ; c'est à dire à une appréhension à la fois des éléments sous-dimensionnels et une énonciation d'une relation de perpendicularité particulière entre eux.

Dans leur travaux, Duval et Godin (2005) se demandent si *une analyse et une construction de la figure non uniquement visuelle et qui ne soit pas guidée par des connaissances géométriques est possible*. Ils affirment que le recours aux instruments offre un moyen indépendant d'une analyse par les propriétés. Ce fonctionnement indépendant de l'analyse par le discours fait référence à la notion de déconstruction instrumentale, issue des travaux de Duval (2005). L'extrait suivant indique ce qu'en dit l'auteur :

[...] elle n'est en rien subordonnée à une connaissance des propriétés géométriques, à une énonciation implicite ou explicite. Cela semble trivial [...] dans la mesure où ce sont les instruments utilisés qui commandent, dirigent ou contrôlent la décomposition visuelle des formes.

(Duval 2005)

La déconstruction instrumentale peut être définie comme la reproduction d'une forme visuelle par une action (ou une suite d'actions²) d'un ensemble d'instruments. Les figures suivantes illustrent cette notion :

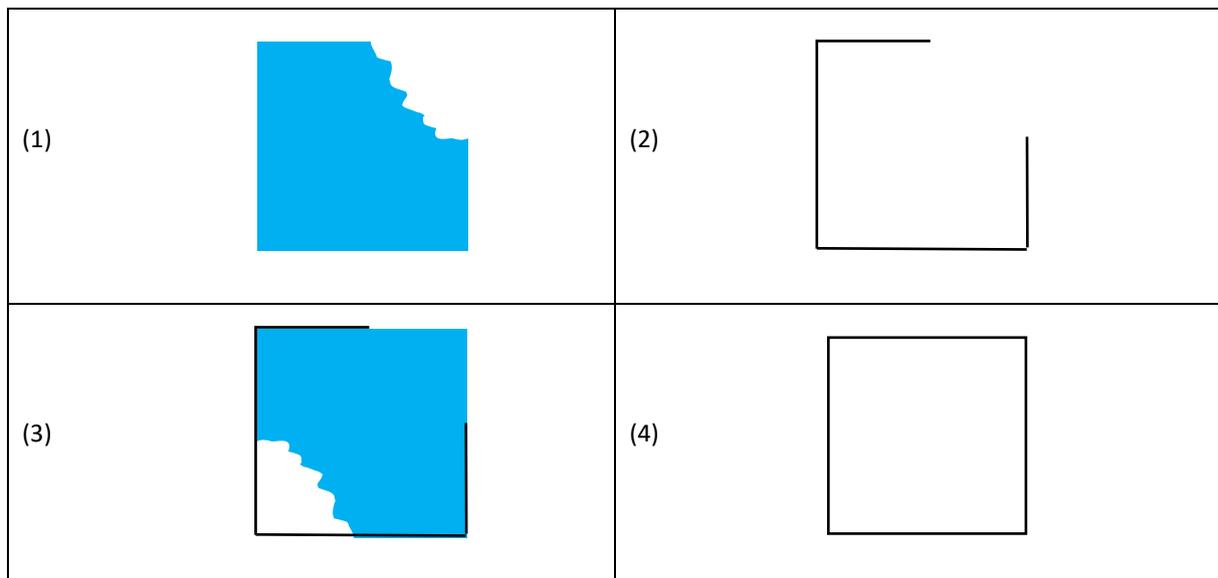


figure 1.2 : déconstruction instrumentale d'un carré au moyen d'un gabarit déchiré

² Une suite d'actions instrumentées visant la reproduction d'une forme visuelle, dont le fonctionnement est soumis à la déconstruction instrumentale, est définie d'*appréhension séquentielle* dans les travaux de Duval. Pour mon travail, je m'en tiendrai à la notion de déconstruction instrumentale.

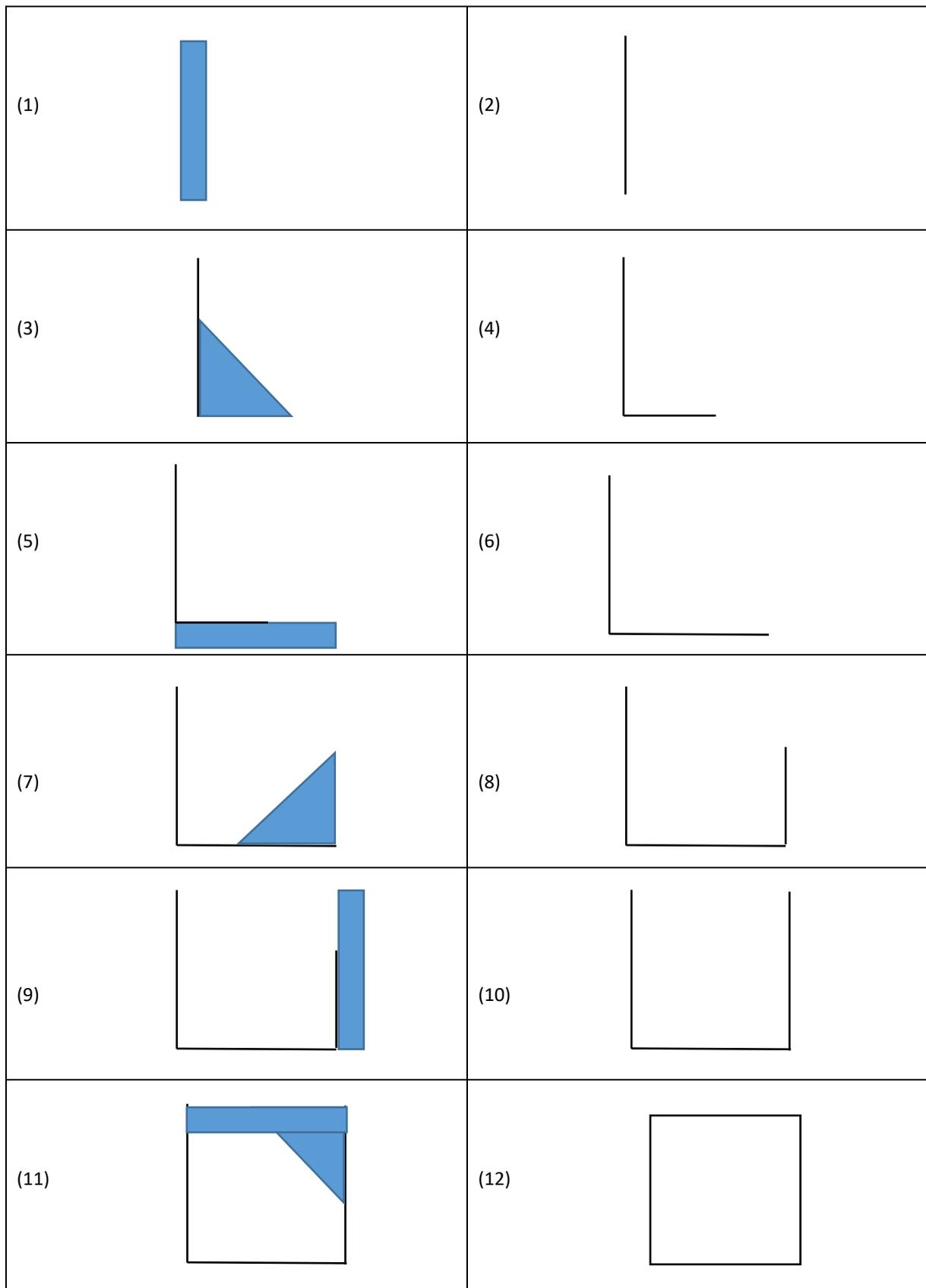


figure 1.3 : déconstruction instrumentale d'un carré au moyen d'une règle et d'une équerre

Ces considérations théoriques enrichissent ainsi mon questionnement de recherche qui interroge de fait désormais la possibilité de caractériser alors un milieu dans lequel la visualisation iconique et la déconstruction instrumentale pourront être fonctionnelles mais limitées et où seule la déconstruction dimensionnelle sera une réponse optimale.

1.2. Dialectique entre les différents fonctionnements

Duval dit à propos du mécanisme d'iconicité qu'il *continue à s'imposer de manière autonome chaque fois que quelque chose (dessin, figures ou formes de pièces à manipuler) est donné à voir* (Duval 2005). La notion de visualisation iconique présente ainsi un deuxième intérêt pour mon travail dans le sens où sa mobilisation par les élèves, naturelle et spontanée, conditionnera a priori un certain nombre des rétroactions, notamment visuelles, de contrôle de la restauration, quand bien même les actions relèveront de déconstructions de la figure³. Je dois ainsi m'attendre a priori à une dialectique entre phénomènes d'iconicité et de déconstructions dans les stratégies des élèves pour résoudre le problème.

Dialectique entre déconstruction dimensionnelle et déconstruction instrumentale

Proposer aux élèves une restauration par les instruments et questionner la possibilité qu'ils s'en affranchissent pour appréhender par un discours la cohérence des éléments visuels fait émerger de façon naïve l'existence d'une dialectique entre déconstruction instrumentale et dimensionnelle. Mithalal (2010) met en évidence cette dialectique et précise, pour le faire, la notion de déconstruction instrumentale.

Ses travaux montrent tout d'abord que la prise en charge instrumentale de la restauration d'une figure ne va pas forcément dans le sens de sa déconstruction (ce qui est un enrichissement des travaux de Duval) : il définit ainsi la *déconstruction instrumentale à visée iconique* (ibid.) pour laquelle les actions de restauration sont sous tendues par l'objectif de produire une forme et qui est attachée à la visualisation iconique. Ensuite, ces travaux montrent effectivement une articulation entre la déconstruction instrumentale à la déconstruction dimensionnelle en conditionnant une déconstruction instrumentale qui procède bien d'une décomposition de la forme perçue comme un assemblage d'unités : *une déconstruction instrumentale à visée non iconique*.

³ Une première analyse a posteriori des stratégies des élèves confirmera cette prévision. Il semble que certains binômes, lors de restaurations qui donnent des signes de déconstructions, gardent un rapport iconique intermittent mais constant dans le but de contrôler visuellement la restitution du carré comme *unité figurale*

Comme illustré dans la figure suivante (1.5), mon travail de recherche doit ainsi distinguer deux déconstructions instrumentales et chercher les conditions d'émergence de la déconstruction instrumentale à visée non iconique, dont je donne ci-dessous une définition – reprenant la définition 2 :

Définition 3 : déconstruction instrumentale à visée non iconique
 La figure n'est pas définie par sa forme. Elle est le résultat d'un processus de construction d'unités dont la cohérence est conditionnée par des instruments. Activité non langagière dans le sens où les propriétés géométriques sont des contraintes de construction instrumentales.

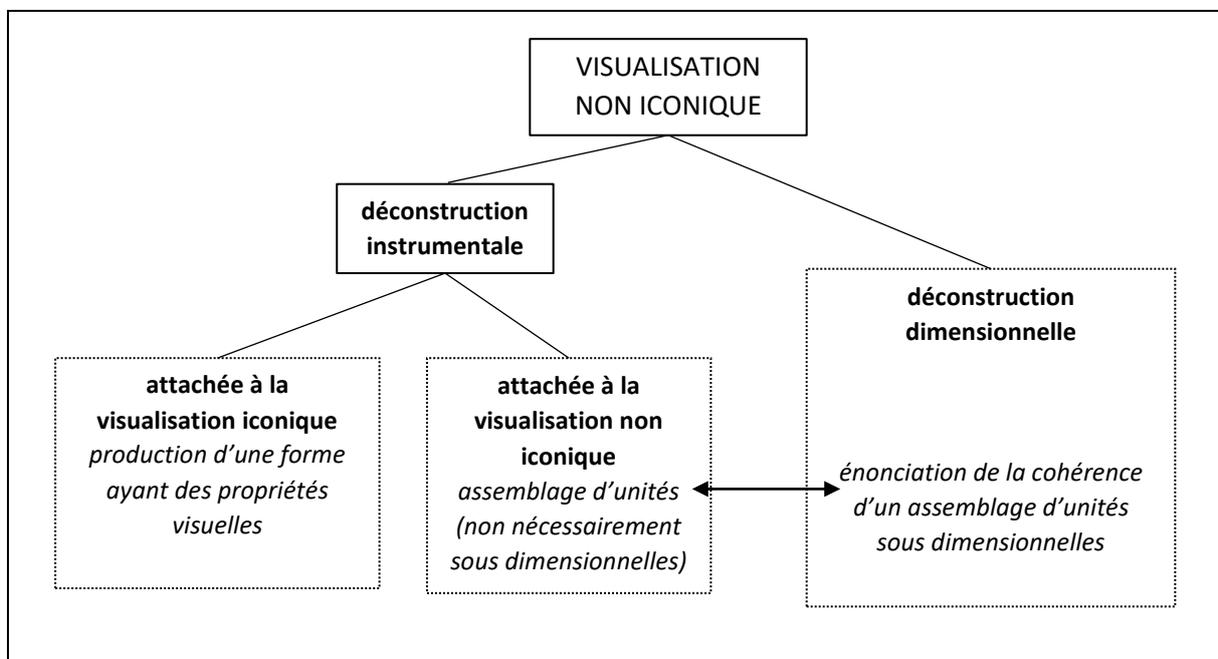


figure 1.5 : dialectique entre déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle. La notion de déconstruction instrumentale est une notion *hétérogène* (Mithalal 2010). On distingue ainsi une construction instrumentée dont l'objectif est la production d'une forme (déconstruction instrumentale à visée iconique) d'une construction qui considère les unités figurales de cette forme. La double flèche représente ainsi la dialectique entre déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle

L'étude doit s'attacher à déterminer les conditions de l'émergence de la déconstruction instrumentale à visée non-iconique et de son articulation avec la déconstruction dimensionnelle.

1.3. L'intérêt des problèmes de restauration de figure

Questionner le fonctionnement de la déconstruction dimensionnelle constitue un des objectifs de travail principaux d'un groupe de chercheurs coordonné par Marie-Jeanne Perrin-Glorian :

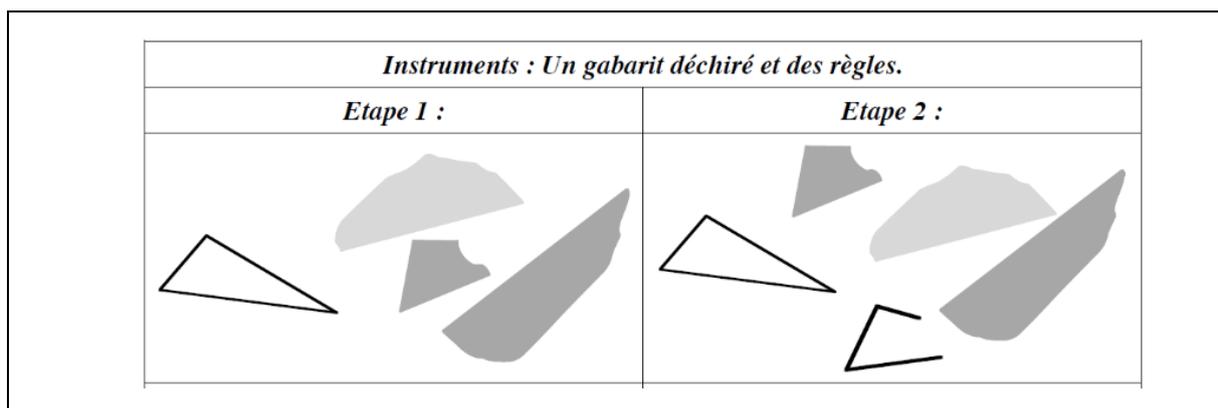
nous faisons l'hypothèse qu'il faut dégager les propriétés géométriques qui définissent des caractéristiques visuelles des objets, non pas directement par observation des objets mais par l'émergence de relations entre des composantes visuelles de ces objets de façon à faire apparaître progressivement la déconstruction dimensionnelle.

(Perrin Glorian & alii 2013)

Les travaux menés depuis 2005 montrent l'intérêt des problèmes de restauration⁴ de figure pour favoriser cette émergence de relations entre les composantes visuelles et révèlent en particulier un rôle déterminant aux instruments et aux figures choisies.

1.3.1. Favoriser le passage 2D à 1D

Duval et Godin (2005) montrent ainsi qu'une variation sur le choix des instruments peut déterminer la dimension des objets tracés dans la restauration. Dans l'exemple qui suit, l'utilisation d'un gabarit déchiré et de deux règles conduit à des tracés 2D :



⁴ Perrin-Glorian considère qu'un problème de restauration est un problème de reproduction particulier : la reproduction se fait à partir d'un élément 2D donné de la figure à reproduire ou si l'on dispose au moins d'un instrument 2D. Je considère cette définition pour mon travail.

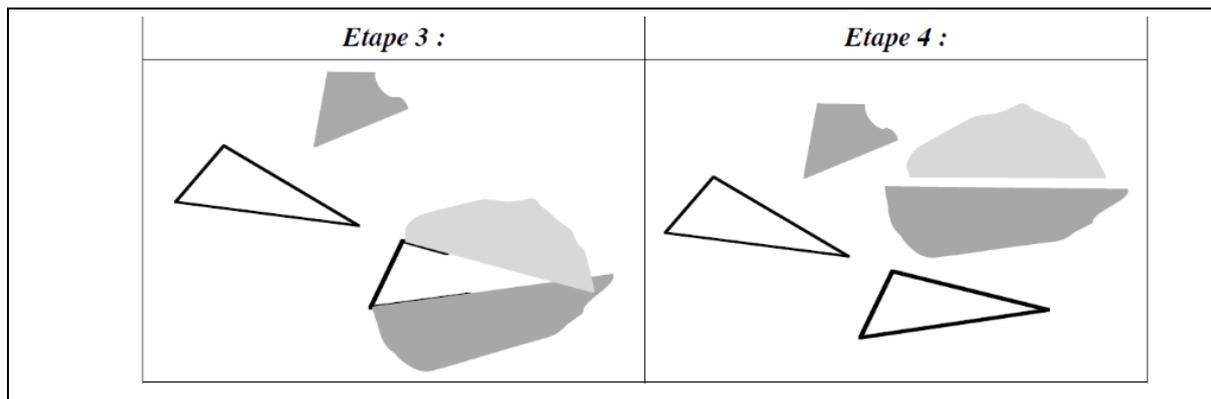


figure 1.6 : restauration d'un triangle avec un gabarit déchiré et deux règles (Duval & Godin 2005).

La superposition des deux règles conduit dans ce cas à un geste permettant de rester dans une appréhension 2D du contour de la surface (tracé effectué à l'étape 3). La suppression d'une des deux règles, ou l'utilisation d'un seul outil à la fois, oblige à une déconstruction 1D de la figure :

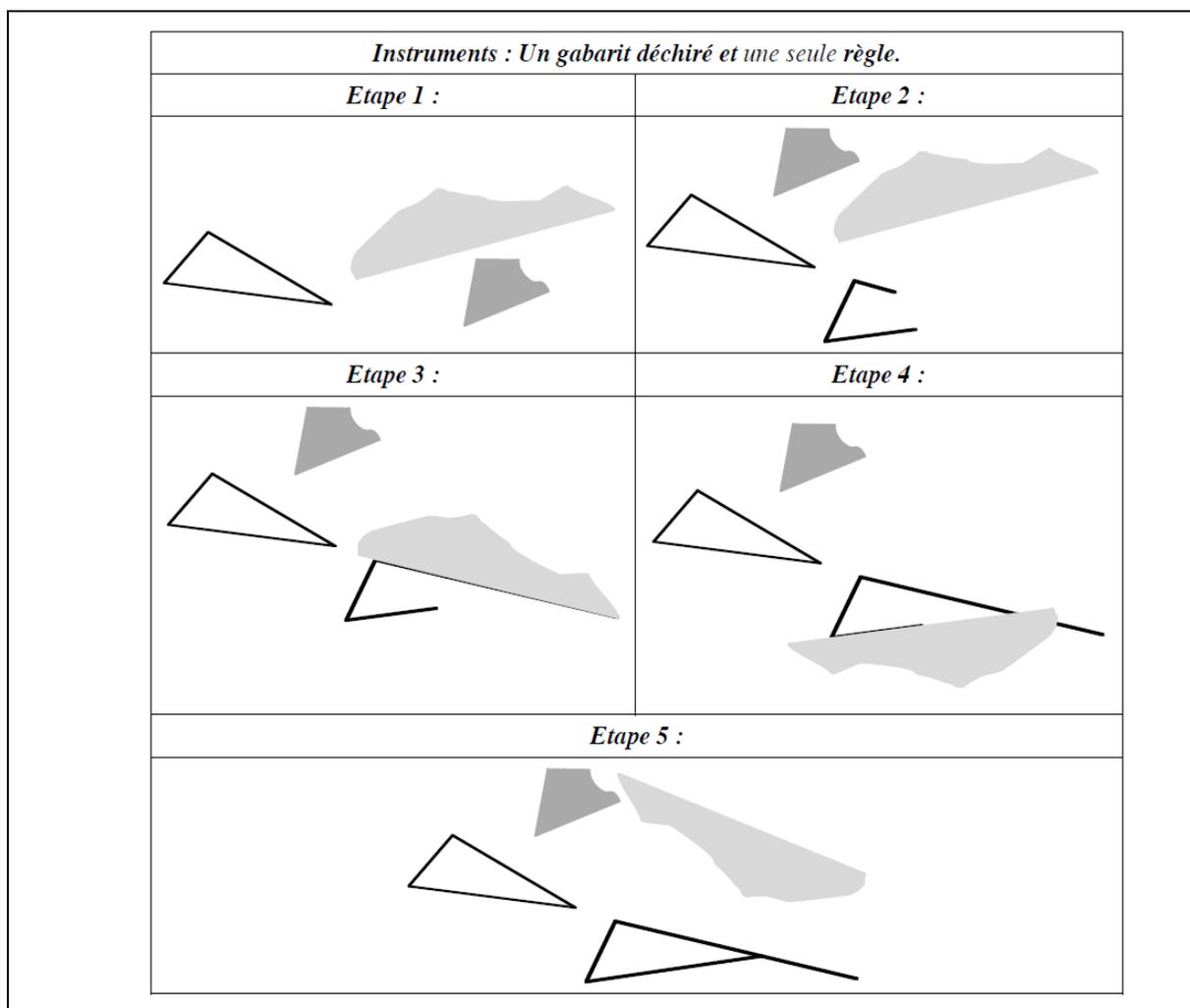


figure 1.7 : restauration d'un triangle avec un gabarit déchiré et une règle (ibid.).

L'utilisation d'une seule règle oblige ici à briser l'unité de contour en traçant les deux côtés séparément et à effectuer un prolongement du premier des deux côtés. Le côté tracé à l'étape 3 est un élément 1D.

1.3.2. Faire jaillir les propriétés géométriques

Dans les exemples précédents, la figure à restaurer est un triangle quelconque. Dans le cas d'un tracé de deux éléments 1D (cf. figure 1.8 : 1), aucun discours mathématique ne pourrait ainsi venir commander l'organisation de ces deux éléments. Duval et Godin indiquent toutefois que si les figures choisies possédaient certaines propriétés, les activités de reproduction pourraient potentiellement devenir également *des activités pour faire jaillir aussi des propriétés géométriques* (ibid.).

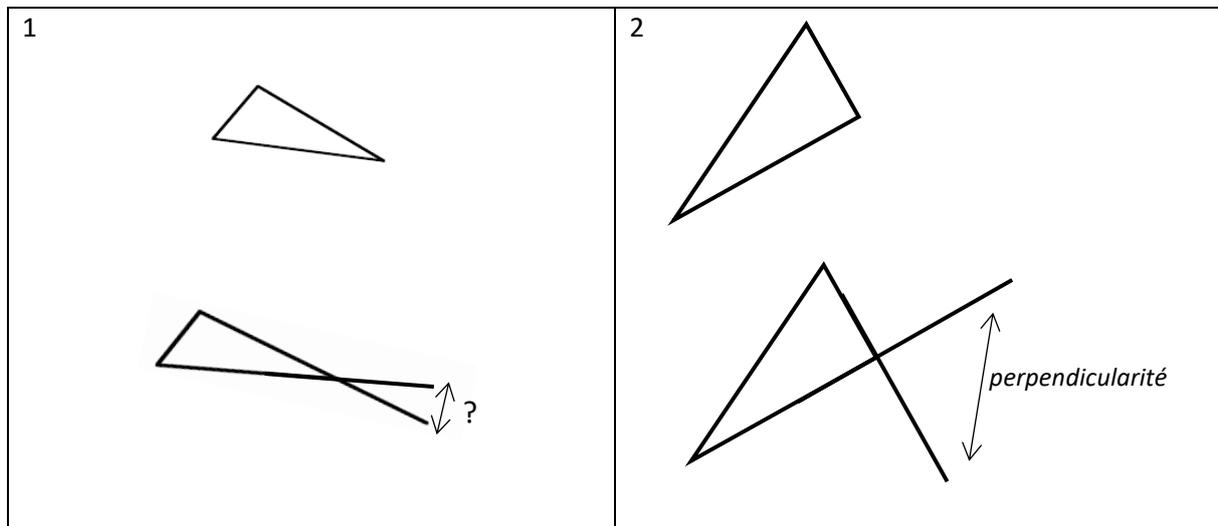


figure 1.8 : restaurations d'une figure quelconque et d'une figure possédant une propriété. Ces deux triangles (un triangle quelconque à gauche et un triangle rectangle à droite) ont été restaurés avec au moins deux tracés d'éléments 1D. Aucun discours géométrique ne peut traduire la relation entre les deux éléments 1D dans le cas du triangle quelconque. Un discours géométrique peut commander la position des deux éléments 1D à droite : la relation de perpendicularité.

C'est le cas du triangle rectangle ci-dessus (cf. figure 1.8 : 2). Un discours géométrique peut énoncer la relation entre les deux éléments 1D tracés : la perpendicularité. La déconstruction dimensionnelle de l'angle droit correspond ici à l'énonciation de la relation de la perpendicularité entre les deux (demies) droites (la trame, cf. 1.1.2) qui portent les côtés 1D du triangle.

Keskessa et alii (2007) montrent alors des premiers résultats en choisissant des figures présentant des propriétés d'alignement et élargissent alors l'intérêt des problèmes de

restauration de figure au travail sur les propriétés géométriques. Viendront ensuite, notamment, les travaux de Perrin Glorian et alii (2013) autour de l'apprentissage de la symétrie axiale, ceux de Barrier et alii. (2014) sur la perpendicularité ou ceux de Bulf et al (2015) sur les propriétés du cercle.

Le principe des activités étudiées dans ces travaux consiste à conditionner, par un jeu sur les instruments, la réussite de la restauration par des prolongements d'éléments visuels portés par un réseau de lignes et de points présentant les propriétés géométriques que l'on souhaite travailler. Les instruments proposés permettant des reports d'informations 2D (tels que des gabarits déchirés ou des équerres) et des tracés 1D.

Mais alors, on peut ainsi se demander spontanément : *est-ce que toutes les propriétés géométriques peuvent être alors travaillées avec des activités matériellement guidées par des gabarits déchirés sur des figures idoines ?*

Tenter de répondre à cette question est difficile et il me semble que les travaux de recherche évoqués ici ne cherchent pas à y répondre. Ces travaux s'inscrivent ainsi moins dans une recherche d'une méthode d'apprentissage des propriétés que dans l'idée que s'il y a une méthode, elle doit tenir compte du fait qu'il y a une priorité cognitive non-intentionnelle à la perception de certaines formes sur d'autres et qu'il faut aller contre ce processus. Alors, dans le cadre de l'apprentissage de la perpendicularité qui est le mien, la question de l'intérêt de la situation de restauration et de son gabarit porte essentiellement à celle du fonctionnement de cette situation en termes d'usage des instruments, de visualisation et de l'énonciation des propriétés géométriques.

Intérêt du travail avec le gabarit pour la perpendicularité

Cette dernière considération m'incite alors à penser que les activités de restauration sont ainsi potentiellement intéressantes pour le concept de perpendicularité dont l'apprentissage est conditionné par la perception de deux objets 1D et de la compréhension de leur relation positionnelle. La perception d'une fusion en angle droit de ces deux objets (cf. figure 1.7 : 2) étant spontanée et empêchant la compréhension de l'énonciation de perpendicularité, on comprend comment une contrainte sur les instruments pour ne jamais permettre de tracé de contour et obliger la prise en compte simultanée des deux objets peut alors offrir une situation intéressante pour cet enseignement.

Le questionnement de recherche intègre la question de la détermination d'un tel problème.
--

1.4. Caractérisation du milieu : conception du problème de la recherche

Le problème de reproduction cherché doit permettre le passage 2D à 1D ainsi que l'émergence de la relation de perpendicularité entre les composantes visuelles des formes

déconstruites. Les instruments utilisés ainsi que le choix de la figure sont des paramètres déterminants dans ce potentiel. Comme je l'ai supposé, la résolution du problème est modélisée par la notion de situation adidactique. L'état de connaissance de l'élève est caractérisé comme un équilibre entre le sujet agissant sur le milieu, et les rétroactions que ce milieu renvoie (cf. figure 1.9). Seule la modification du rapport vers la connaissance en jeu permet au sujet de s'adapter à l'incertitude du milieu : le milieu est *antagoniste* (Bessot 2004).

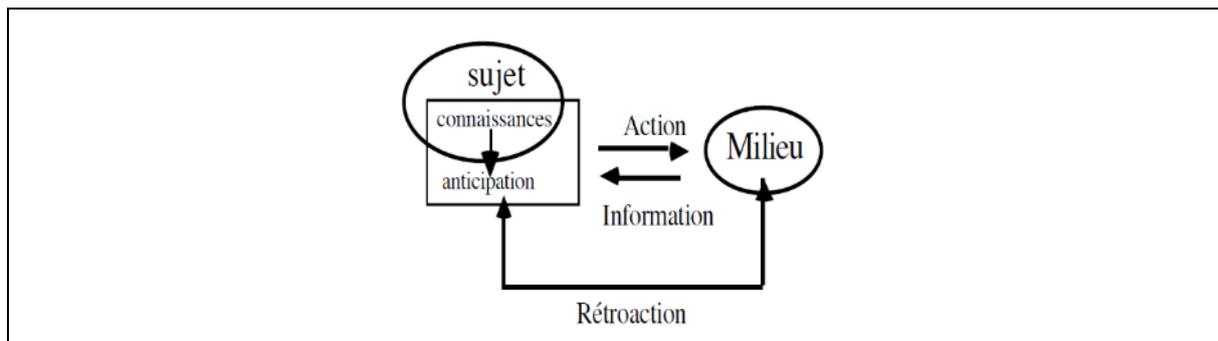


figure 1.9 : modèle de la situation adidactique (Bessot 2004).

Le problème de restauration sera donc un élément du milieu. Ses caractéristiques devront ne permettre une résolution qu'à la condition de l'émergence d'une relation de perpendicularité entre au moins deux éléments 1D. La caractérisation du milieu passe ainsi par la détermination des conditions matérielles de résolution, mais les éléments modélisés dans le milieu ne sont pas tous forcément matériels : cela peut être des connaissances du sujet anciennes, stabilisées, qui vont de soi (ibid.), avec lesquelles le sujet peut envisager des procédures de base mais insuffisantes : ces connaissances seront qualifiées de *naturalisées*. Le caractère antagoniste du milieu n'est également pas le seul à déterminer les rétroactions, il existe un milieu pour la validation (ibid.).

La caractérisation du milieu de la situation adidactique, s'attache ainsi à une détermination :

- du milieu matériel et des connaissances naturalisées
- des rétroactions : milieu antagoniste, milieu pour valider

1.4.1. Une restauration d'un carré par un gabarit déchiré

La détermination du milieu matériel et des connaissances naturalisées m'amène à interroger le choix de la figure à restaurer ainsi que celui des instruments. Je présenterai dans cette partie ce qui m'a notamment amené au choix d'une restauration d'un carré au moyen d'un gabarit déchiré.

Le choix de la figure

Nous avons vu (cf. 1.3.2) l'importance du choix de la figure d'un problème de restauration visant l'émergence de la relation de perpendicularité. Cette figure de la situation doit ainsi tout d'abord se « détacher » d'un réseau sous dimensionnel (trame) dont les éléments sont perpendiculaires entre eux. Ensuite, l'hypothèse principale de travail considère un apprentissage de la perpendicularité à partir des conceptions de l'angle droit. La connaissance du concept de l'angle droit est alors une connaissance naturalisée, et le choix de la figure implique alors qu'elle soit, pour des élèves de l'école élémentaire, « familière et connue » pour cette propriété. Pour ces raisons la figure du problème est ainsi un carré. L'élève, dans son état initial, devra savoir qu'il agit sur un carré et ne pas avoir à le démontrer. Le chapitre 3, relatif à l'expérimentation, montrera que le choix du carré permet également une conception (plus facilement que celui d'un rectangle ou d'un triangle rectangle) d'une situation adidactique dans laquelle les élèves sont affranchis d'actions sur d'autres connaissances, relatives à d'autres propriétés (longueur des côtés).

Le choix des instruments

Les travaux de Duval et Godin (2005) évoqués précédemment (cf. 1.3.1) donnent des indications quant au choix des instruments permettant l'appréhension 1D. L'exemple donné de la figure 1.7 illustre la contrainte d'un tel tracé 1D si les instruments sont un gabarit déchiré et une règle. Les travaux de Perrin Glorian et alii (2013) donnent également les mêmes constatations :

Ainsi, donner aux élèves l'accès à des instruments de type « 2D » (le gabarit, le papier calque) permet de prendre en compte la perception spontanée de la figure en termes de surfaces. Encourager dans le même temps l'utilisation des instruments de type « 1D » (la règle, la règle informable) ou permettant d'établir des relations entre des éléments 1D ou 0D (l'équerre, le compas) est nécessaire pour les accompagner vers la déconstruction de la figure en un réseau de lignes et de points.

(Perrin Glorian & alii 2013)

Les instruments favorisant une restauration du carré par sa déconstruction dimensionnelle seront alors :

- un instrument de type 2D afin de permettre un report de grandeur de surface, déchiré afin de rendre nécessaire le prolongement des lignes : un gabarit déchiré ;

Ce gabarit, par un usage conjoint avec la règle, doit permettre le prolongement de deux lignes droites perpendiculaires. Un dessin de la trame, sur laquelle un carré peut être détaché, montre la façon dont la forme de ce gabarit doit alors être déterminée :

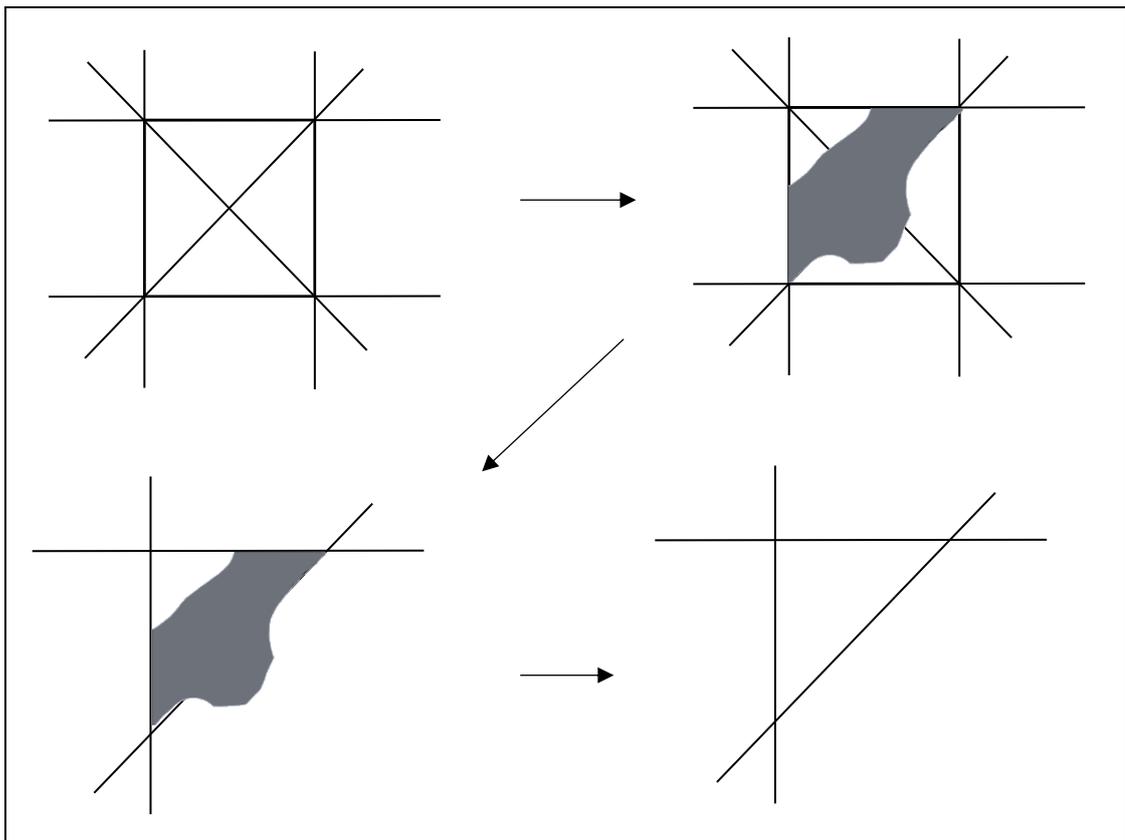
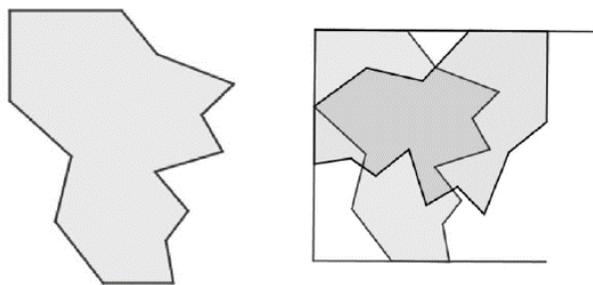


figure 1.10 : trame du carré, forme du gabarit. La forme du gabarit détermine l'information 2D dont le report est possible et conditionne ainsi la, ou les propriétés géométriques mises en évidence. Le gabarit gris permet ici le report des deux côtés de l'angle droit et d'une diagonale, permettant un travail potentiel sur les concepts de perpendicularité ou de symétrie.

La forme du gabarit ne permettra ainsi que le tracé des éléments perpendiculaires de la trame portant les côtés du carré, afin de ne pas permettre une résolution par symétrie. Cette forme sera inspirée par un gabarit issu des travaux de Perrin Glorian et Godin (2014) :



(Perrin Glorian & Godin 2014) :

- un « traceur de ligne droite » 1D, afin de rendre possible le prolongement des lignes.

Synthèse : caractérisation du milieu matériel et des connaissances naturalisées :

- **l'élève doit s'engager dans la situation avec la connaissance qu'il agit sur un carré ;**
- **la figure est un carré, familier et connu pour ses angles droits ;**
- **le gabarit déchiré répond à la contrainte de déconstruction dimensionnelle du carré par perpendicularité.**

1.4.2. Un problème résistant et validant

Comme le questionnement de recherche l'a établi, le milieu doit permettre de limiter la visualisation iconique et de rendre la déconstruction dimensionnelle optimale. Il s'agit ici alors d'augmenter l'erreur dans la solution par ajustement visuel, et de la limiter par l'usage du gabarit déchiré. La dimension du carré sera ainsi une des variables didactiques pouvant se saisir du réglage de l'antagonisme et de l'équilibre sujet/milieu.

Le gabarit déchiré n'est pas, pour un sujet habitué à l'équerre ou au gabarit non-déchiré, l'outil le plus adapté pour restaurer un carré. La déconstruction dimensionnelle nécessite pourtant l'usage de ce gabarit déchiré. Le milieu devra ainsi être antagoniste vis-à-vis de l'usage des outils habituels. Le chapitre 3 de l'expérimentation s'appuiera sur les travaux de Keskes et alii (2007) et de Perrin-Glorian et alii (2013, 2014) qui mettent en évidence l'intérêt d'une *règle du jeu de la reproduction* (Perrin Glorian 2013) afin de contraindre l'usage des outils voulus par l'ingénierie.

Enfin, un gabarit (entier) du carré sera mis à disposition des élèves pour évaluer la validité de la restauration. Afin de permettre à la connaissance de la perpendicularité d'agir, cette validation sera espacée de l'action, dans le temps et l'espace, en disposant le gabarit sur des bureaux éloignés des bureaux des élèves.

Synthèse : caractérisation des rétroactions : milieu antagoniste, milieu pour valider

- **la dimension du carré limite la validation iconique et permet une restauration acceptable à l'erreur de tracé près ;**
- **le milieu contraint l'usage du gabarit déchiré ;**
- **un gabarit du carré est disponible pour valider mais ne permet pas d'agir.**

1.5. Précision sur la recherche

Ce point marque la fin de la détermination théorique des caractéristiques du problème de restauration dont la résolution peut favoriser un apprentissage de la perpendicularité. Nous

avons vu que ces conditions favorables dépendent de manière centrale du fonctionnement de la déconstruction dimensionnelle. Avant d'aller plus loin dans la précision du questionnement de recherche et interroger le rôle du langage, il me semble important d'apporter une modération sur l'enjeu, pour ma situation, des considérations théoriques faites jusqu'ici. Mon propos s'attachera essentiellement à séparer la déconstruction dimensionnelle de l'activité de restauration qui cherche son émergence.

Changement de regard sur les figures et déconstruction dimensionnelle

Comme nous l'avons vu, la déconstruction dimensionnelle est une condition cognitive. Avec cette notion, Duval pose la base de ce qui a donné lieu à de nombreux travaux de chercheurs, dont les questions porteront alors sur la recherche d'activités impliquant son mode de fonctionnement. Un certain nombre de ces travaux ont été abordés ici, et ils montrent principalement l'importance du rôle des instruments et des figures pour ce saut cognitif des surfaces aux lignes, dans des situations de reproduction de figures qui incitent notamment à briser les contours par des prolongements de lignes. Ces prolongements sont, selon ces chercheurs, une activité qui favorise le changement de regard sur les figures, nécessaire au mode de fonctionnement cognitif qu'est la déconstruction dimensionnelle.

Il me semble alors ici important, dans un premier temps, de relever cette distinction entre déconstruction dimensionnelle et activité de prolongements de lignes. La déconstruction dimensionnelle n'est pas une activité : elle est un registre cognitif d'appréhension des unités sous-dimensionnelles des figures, dont le fonctionnement est ici hypothétiquement mobilisé par ces activités de reproduction. Ces prolongements de lignes ne sont ainsi pas la déconstruction dimensionnelle ; de fait un travail dont l'objet principal est la recherche de son émergence doit ainsi avoir une part d'interprétation pour déterminer si le fonctionnement cognitif qui sous-tend les actions matérielles correspond à celui de la déconstruction dimensionnelle.

Mon travail s'inscrit dans cette considération, pour laquelle il ne s'agit ainsi pas de mettre à l'épreuve l'hypothèse de condition de la déconstruction dimensionnelle mais bien la potentialité d'une situation pour favoriser son mode de fonctionnement.

2. Le rôle du langage

Cette deuxième partie a pour objet de préciser le questionnement naïf portant sur le rôle du langage dans la recherche des conditions favorisant l'apprentissage de la perpendicularité. Pour le moment l'hypothèse d'évolution ne concerne que la résolution du problème de restauration. Comme je l'ai supposé initialement, l'hypothèse naïve du rôle du langage repose sur une évolution des pratiques langagières, associées à l'angle droit, déjà existantes. Je préciserai ainsi place et rôle du langage.

L'approche du rôle du langage de Jaubert et alii (2012) est différente de celle du groupe de chercheurs de Lille⁵, dont l'approche peut, dans une certaine mesure, être considérée comme proche de l'approche langagière de la Théorie des situations didactiques. Une façon de différencier les deux approches peut être faite en considérant le rapport entre la connaissance et le langage. Jaubert et alii (2012) considère un rapport de construction entre le langage et la connaissance, alors que le groupe de Lille considère un rapport « articulé » ou de « construction conjointe ».

2.1. Le rôle du langage pour « le groupe de Lille » : un moyen, un outil, un lien

2.1.1. Le langage dans la Théorie des situations didactiques

Pour définir le rôle du langage dans la Théorie des situations, Perrin Glorian & Bosch (2011) propose un langage comme un *moyen* dans la situation didactique :

Le langage, est un moyen de l'activité mathématique et un objet d'enseignement ou d'apprentissage : dans une situation d'action, dans une situation de formulation, dans une situation de validation. Le langage est un moyen de l'activité didactique. Fonctions purement didactiques du langage dans la gestion du contrat didactique par l'enseignant et dans les interactions maître - élèves : [...] dévolution d'un problème, régulation des rapports avec le milieu, institutionnalisation de savoirs.

(ibid.)

Ce point de vue, posant le langage comme un moyen de l'activité peut laisser comprendre ainsi une articulation avec la connaissance. Le langage « sert » la connaissance. Pour Perrin Glorian et Bosch (2011), cette articulation indique une existence corrélée et conjointe du discours et du langage :

⁵ Le « groupe de Lille » désigne le groupe de chercheurs lillois coordonné par Marie Jeanne Perrin Glorian et mentionné dans la partie 1.2. Les chercheurs, dont les travaux sont mentionnés dans cette partie, font partie de ce groupe : Marc Godin, Raymond Duval, Jean-Robert Delplace, Bachir Keskesa, Régis Leclercq, Anne-Cécile Mathé, Odile Verbaere.

Ces connaissances sont inséparables du langage dans lequel on peut les exprimer. Mais elles s'expriment aussi à travers des actions, des décisions, sans langage. Le langage émerge avec les connaissances

(Perrin Glorian & alii 2011)

La question de l'émergence des connaissances est centrale dans la Théorie des situations. Et il n'est ainsi pas possible de séparer le langage des connaissances, même si la connaissance peut permettre d'agir sans langage. Si la connaissance émerge initialement de l'adaptation du comportement à un milieu, le langage émerge avec les connaissances. Cette émergence conjointe montre ici la différence majeure de point de vue entre le cadre de la Théorie des situations didactiques et celui de Jaubert et alii (2012) pour lequel la connaissance émerge aussi *par* le langage et non seulement *avec*.

Les travaux de Keskesa et alii (2007), portant sur l'intérêt d'un problème de restauration pour l'apprentissage de la notion d'alignement, montrent également l'articulation entre discours et connaissance. Ces travaux, qui cernent entre autre la difficulté éprouvée par certains élèves à faire le lien entre les tracés de nouveaux segments et les propriétés géométriques, pointent le rôle bénéfique du langage :

L'intervention du maître est nécessaire pour aider les élèves à expliciter ce lien en phase collective. Sans l'explicitation collective des tracés et propriétés qui ont servi pour la reproduction, le risque serait que les élèves créent de nouvelles habitudes sans mettre en œuvre les propriétés visées et sans changer leur regard sur la figure.

Keskesa & alii (2007)

Le langage de l'enseignant, reprenant les discours des élèves, permet une explicitation en termes de connaissances géométriques. Il est un lien entre les actions matérielles, les données visuelles et les propriétés géométriques. Ce point de vue théorique du rôle du langage peut ainsi être représenté par la figure suivante, issue de Perrin Glorian et alii (2013) :

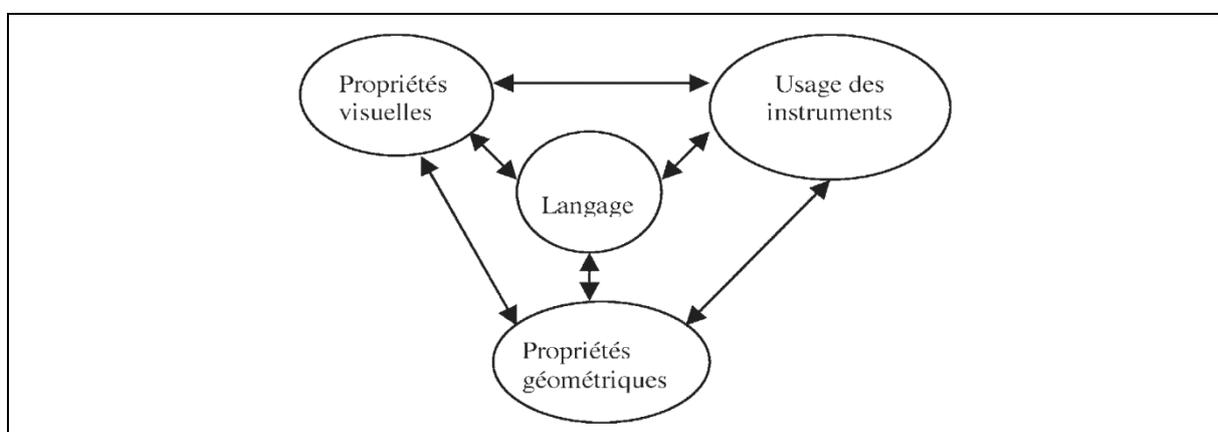


figure 2.1. Les propriétés géométriques se représentent par des caractéristiques visuelles qu'on peut produire avec des instruments. (Perrin Glorian & alii 2013).

Ainsi, pour le groupe de Lille, l'usage des instruments et le langage sont des *intermédiaires* (Perrin Glorian & alii 2013) entre une géométrie perceptive et la compréhension d'une géométrie des propriétés : les instruments permettent des tracés porteurs de propriétés visuelles dont certaines sont traduites par des propriétés géométriques (Perrin Glorian & alii 2014).

2.1.2. Une nécessaire articulation dimensionnelle entre discours et vision

Le point de vue adopté par mon travail, d'un langage constructeur de connaissance, n'est pas celui considéré par le groupe de Lille. L'étude de cette articulation entre discours et vision, et notamment sa nécessité d'un ajustement dimensionnel révélé par Duval (2005), présente toutefois un intérêt pour mon travail.

Le questionnement de recherche a caractérisé, par la notion de déconstruction dimensionnelle, la condition d'apprentissage de la perpendicularité. Cette condition passe par la nécessaire articulation (cf. figure 2.2) entre une appréhension visuelle, médiée par l'usage des instruments, des éléments sous dimensionnels du carré et l'énonciation de la relation qui les organisent. Les travaux de Duval (2005) montrent que cette articulation se heurte à un obstacle qu'il nomme le *hiatus dimensionnel* (Duval 2005). En géométrie plane, puisque la plupart des propriétés sont des relations entre des éléments 1D et 0D, que le regard fusionne naturellement en une unité d'une dimension supérieure, la visualisation et le niveau du discours ne portent pas sur les mêmes dimensions.

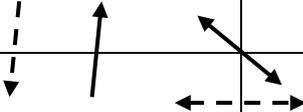
NOMBRE DE DIMENSIONS - des objets du discours - des unités figurales	VISUALISATION le regard fusionne toute unité de dimension 1 pour la rendre inséparable du tout 2D constitué	DISCOURS GEOMETRIQUE pour nommer, énoncer des relations, démontrer
2D		
1D		

figure 2.2. Articulation entre discours et visualisation en géométrie. (Duval 2005) (schéma simplifié)

La flèche pleine montante indique la fusion spontanée des unités 1D en une seule unité 2D que la visualisation opère naturellement. La flèche pleine descendante indique le sens du raisonnement discursif nécessaire à la conception de la notion de perpendicularité à partir du concept de l'angle droit. La double flèche pleine correspond au hiatus dimensionnel : alors que le discours porte sur la relation entre des éléments 1D, la perception visuelle est 2D. Les flèches en pointillés représente le travail nécessaire de la déconstruction dimensionnelle afin d'aller contre cette priorité visuelle des unités figurales de dimension supérieure sur les unités

figurales de dimension inférieure et obtenir l'articulation dimensionnelle entre la façon de parler d'une figure et de la voir.

Ce sens « descendant » nécessaire du discours oriente alors le questionnement de recherche vers une caractérisation de la façon dont le langage pourra opérer cette transition et du rôle qu'il aura dans cette transition.

2.2. Agir-parler-penser dans la classe de géométrie

2.2.1. Considérer autrement le rôle du langage en mathématiques

La Théorie des situations didactiques conçoit d'abord l'apprentissage comme une construction personnelle et interne des connaissances. Pour cette théorie, le langage, nous l'avons vu, au travers des interactions orales, est un *moyen* d'une part, mathématique pour externaliser les connaissances qui ont permis d'agir. Ou d'autre part, didactique, permettant de contextualiser les savoirs ou au contraire, mettre à distance les connaissances, au sein des processus de dévolution et d'institutionnalisation. Depuis quelques années, de nombreuses recherches en géométrie (Bulf & alii 2014, 2015 ; Barrier & alii 2014b) indiquent toutefois un rôle différent au langage et ont amené à le considérer au-delà du *moyen*.

Bulf et alii (2014) pointent tout d'abord, dans une situation de résolution d'un problème de tracé de cercle à l'aide d'une corde en 6^{ème}, que l'équilibre sujet/milieu par actions matérielles n'est pas le seul phénomène responsable de la construction des connaissances. Leurs conclusions font part de connaissances également apportées par les interactions sociales. Ces auteurs, qui intègrent par ailleurs aussi les travaux du groupe du Lille, avancent l'idée qu'il faut pouvoir alors questionner la construction interne et personnelle et par le langage des connaissances, outre les processus de dévolution et d'institutionnalisation. Des travaux suivants (Bulf & alii 2015) conduisent à montrer, dans le cadre d'une étude d'un problème de symétrie, l'influence du langage sur l'équilibre entre le sujet et le milieu. Ces deux résultats indiquent, comme l'avancent les auteurs, que la compréhension de la construction des connaissances en géométrie peut être éclairée par une considération *que le langage participe de l'activité du sujet* (ibid.). Cette considération amène ainsi à une considération nouvelle du langage en didactique des mathématiques : le langage est une activité.

Les travaux de Barrier et alii (2014b), autour de la résolution d'un problème de perpendicularité en CM2, indiquent également le caractère fondamental des interactions orales liées aux actions matérielles des activités des élèves. A l'instar des actions matérielles sur le milieu, elles permettent des négociations *vers des manières de faire, de dire ou de voir plus adaptées aux pratiques géométriques visées* (ibid.).

Ces résultats ont ainsi conduit ces chercheurs tout d'abord à considérer autrement le rôle du langage. Outre l'action sur le milieu, le langage participe de la construction des connaissances, comme *un lieu de transformation d'objets de discours, dans un processus de négociation vers des pratiques mathématiques* (Bulf & alii 2014). Ensuite, ce double processus les a amenés à voir l'activité géométrique de l'élève comme relevant de trois dimensions indissociables : une dimension matérielle (*l'agir*), une dimension langagière (*le parler*), liées à une façon de *penser* le monde des objets géométriques (*le penser*). Un *agir-parler-penser* au sens de Jaubert et alii (2012), notion à même d'embrasser leur point de vue.

Je pense alors que cette notion d'agir-parler-penser peut préciser mon questionnement qui cherche à établir une possible évolution des pratiques langagières associées au concept de l'angle droit. Le cadre de Jaubert et alii (2012) modifie le questionnement initial par l'hypothèse que cette évolution sera, en plus de l'adaptation au milieu, responsable de la construction des connaissances.

Un questionnement précisé interroge désormais, outre l'interaction avec le milieu (défini en 1.3), le rôle des interactions sociales orales dans la transformation d'un langage déjà-là en un langage réflexif, qui signale un agir-penser-parler relatif à la perpendicularité.

2.2.2. Parler pour apprendre ...

Savoirs de classe, concepts scientifiques, concepts quotidiens

La notion d'agir-parler-penser est fondée sur une certaine façon de considérer le savoir, et donc le savoir à apprendre en classe. S'inscrivant dans une perspective historique et culturelle Jaubert et alii (2012) considèrent que le savoir n'existe pas en lui-même et *est le fruit d'une activité humaine, développée par un groupe de professionnels [...] qui ont défini le champ des questions, ont négocié ce qui peut faire preuve, et ont développé des pratiques spécifiques, dont des pratiques langagières* (ibid.). Ces savoirs savants ou concepts scientifiques, sont élaborés, mis en réseau avec d'autres concepts, partagés par une communauté et leurs énoncés sont déconnectés de leur contexte d'émergence. Parce qu'ils portent un certain degré de complexité, de généralisation et sont de nature disciplinaire, les savoirs enseignés à l'école peuvent être ainsi considérés, pour les élèves à l'instar des savoirs de l'humanité, comme des concepts scientifiques. Ces concepts scientifique sont différents des concepts *quotidiens* qui relèvent eux de l'expérience personnelle immédiate liée à l'action, sont peu élaborés, sont imbriqués dans ce qui les énoncent, et sont mobilisés spontanément dans un contexte familial.

Dans une considération familière, pour des élèves de cycle 3, le carré est avant tout un « objet » qui a une forme, rencontré à l'école et également associée à des objets du quotidien (carrelage, carreau...). Sera ainsi nommé « carré » par un élève tout objet dont la forme sera ressemblante à celle qu'il connaît comme étant celle du carré. L'identification est

exclusivement perceptive et elle nécessite bien souvent que la forme soit en une position prototypique. Le concept quotidien de carré peut ici se suffire d'une activité géométrique dont la visualisation iconique est à l'arrière-plan.

Les considérations scientifiques du concept de carré sont en CE2 et CM1 celles qui renvoient aux connaissances mathématiques attendues par l'école. Le cadre de Duval (2005) nous indique que le concept scientifique de carré peut être alors un carré issu d'un processus de construction ou une figure de la géométrie dont les éléments (côtés, angles...) ont des propriétés. Nous verrons que ces distinctions apportent un éclairage sur la détermination de l'agir-parler-penser attendu par la recherche.

Pour la suite du travail je donne les définitions suivantes :

Définition des concepts de carré	
quotidien	scientifique
Un objet familier ayant une forme connue, reconnue perceptivement, une surface fermée ayant certaines propriétés visuelles.	Un objet élaboré, savant, défini par l'école et partagé par l'école : - que l'on construit suivant des procédures élaborées - qui a des propriétés géométriques

On peut dès à présent commencer à entrevoir, à l'aune des considérations théoriques de la partie 1, que la mobilisation du concept scientifique du carré laisse supposer des manières d'agir, de voir ou de parler différentes en fonction du mode d'appréhension : 2D ou 1D, par les instruments ou par les propriétés. Mon travail précisera plus loin cette question.

Le cadre de Jaubert et alii (2012) propose ensuite une approche du rapport entre langage et apprentissage fondée sur cette notion de *concepts quotidiens et scientifiques* ; ainsi que sur une façon de concevoir l'acte de parler.

Transmutation des concepts

En référence à l'approche langagière de l'apprentissage de Vygotski et les travaux des sciences du langage du 20^{ème} siècle, Jaubert et alii (2012) considèrent le langage en quelque sorte par son usage : parler est une activité discursive d'un sujet par laquelle il peut donner un *schéma* de sa pensée du monde qui l'entoure. Pour énoncer ce *schéma* langagier, il va choisir des objets de discours, pour signifier les objets référents, et place son énoncé dans un « monde » qui va traduire son appréhension de la situation ou ce qu'il veut montrer de cette appréhension ; le langage est une construction du sujet.

Parce que le concept scientifique nécessite ainsi un certain niveau de généralisation, sa décontextualisation va supposer des reformulations, portées évidemment par le discours. De

plus, puisque ce discours fait référence au contexte dans lequel il est construit, cette reformulation va ainsi réaliser un changement de signification dans ce contexte. Jaubert et alii (2012) placent cette signification non pas *dans la référence ni le sens du mot mais dans son/ses emplois [...] le travail de verbalisation en classe portant sur ce que l'on dit des choses, sur les notions, les concepts, et non sur les choses directement [...] les mots devenant alors porteurs de théories* (p. 8).

L'extrait suivant montre que le positionnement de Duval est compatible à cette approche.

en géométrie, comme d'ailleurs dans tous les domaines scientifiques, l'expression ne consiste pas à mettre en mots, à la manière dont on peut apprendre à mettre des mots sur ses émotions et sur ses "vécus", mais à articuler des propositions, dont la richesse de sens est irréductible à celles des mots employés.

(Duval 2005)

Le point de vue de l'auteur indique ici que le langage en géométrie ne se limite ainsi pas à un travail de vocabulaire. La question du choix des mots est non centrale et l'importance est dans l'emploi des mots, pour donner du sens, notamment pour démontrer.

Le point de vue de Jaubert et alii donne à comprendre ainsi un langage *milieu de l'apprentissage, instrument de communication et outil* (Jaubert & alii 2012). Ce double rôle, langage acteur / langage témoin offre ainsi une fenêtre, au chercheur qui écoute l'élève, sur l'« état » de ses connaissances. La méthodologie s'attachera à déterminer les « traces » langagières témoignant de la construction des connaissances.

Le processus d'apprentissage est alors vu par les auteurs comme une *transmutation* (ibid.) dans et par le langage des concepts quotidiens en concepts scientifiques dans une progression continue dans laquelle *tout concept savant, à un moment donné du cursus scolaire, peut être considéré comme concept quotidien dans la suite du cursus scolaire* (ibid.). La compréhension des mécanismes responsables de ce changement de signification, de cette transmutation, impliquent l'introduction de la notion de communauté discursive disciplinaire. La partie suivante y est consacrée.

2.2.3. ...dans une communauté discursive mathématique

Un groupe d'élèves confronté à une situation de classe qui vise un apprentissage peut être vue comme une « sphère sociale d'activité » qui contient un savoir déjà appris (concept quotidien), un savoir à construire (concept scientifique), un contexte, des outils, des valeurs, une culture et des acteurs (élèves, maître). Pour que tous puissent se comprendre (ou au contraire ne pas comprendre les mêmes choses), pour que cet espace ait un sens, chacun doit adapter ses façons d'agir, de parler et de penser sur un mode *d'agir-parler-penser* qui est

propre à cette sphère d'activité et à ses savoirs. Cet ensemble est la communauté discursive disciplinaire (cf. figure 2.3).

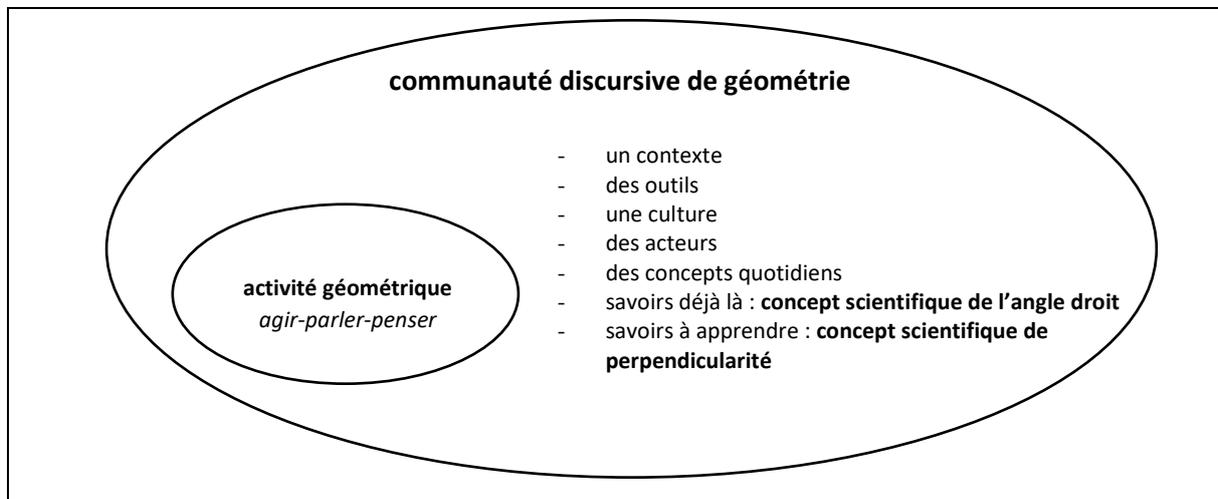


figure 2.3 : représentation de la communauté discursive disciplinaire

Lorsque l'élève est confronté pour la première fois à la situation, son mode d'*agir-parler-penser* est adapté aux concepts familiers mobilisés spontanément par le problème. Ce mode va évoluer de façon *dialogique* (ibid.), le sujet adapte sa posture et son discours toujours « en réponse » à des énoncés de la communauté, qui ont précédé ou à venir (que l'énonciateur suppose donc). Ceci signifie que l'élève qui formule seul sa pensée est tout de même en dialogue avec des énoncés qu'il a mémorisés et son discours porte ainsi la trace de ce dialogisme. Les apprentissages peuvent être alors perçus chez l'élève qui met en œuvre des pratiques nouvelles relevant de leur construction et dont le discours est sous-tendu par une énonciation des stratégies engagées par ces apprentissages.

Positionnement énonciatif

Par sa capacité à créer des schémas, le langage permet cette évolution par un travail sur les concepts. Ce travail réflexif, fait de formulations et de reformulations, est nécessaire pour se positionner dans la communauté discursive, prendre en compte le problème qu'elle pose et le porter sur un niveau supérieur d'appréhension, porter un nouveau regard et se placer dans le contexte attendu par le maître. Les façons de changer de langage, d'inventer de nouvelles façons de dire (pour notamment énoncer *dans* le concept qui n'a pas encore de mots) ou de contredire, d'essayer de stabiliser sa pensée par son propos, traduisent un positionnement énonciatif : la *construction d'une nouvelle dimension identitaire du sujet qui se construit en tant qu'acteur de la discipline* (ibid.).

La secondarisation des discours

Cette reconfiguration des concepts quotidiens en concepts scientifiques plus adaptés traduit un déplacement des modes d'*agir-parler-penser* appelé *secondarisation* (*ibid.*). Cette notion, introduite par Jaubert et alii (2012), en référence aux travaux de Bakhtine, permet de traduire le déplacement des *discours de genre premier*, qui énoncent un concept quotidien et sont ainsi peu élaborés, liés à l'action et spontanés, vers les discours de genre second, nécessaires à l'énonciation d'un concept scientifique et qui sont donc plus élaborés, mis à distance de l'action et partagés par la communauté.⁶

L'évolution des modes d'agir-parler-penser, dont mon questionnement de recherche s'est saisi, sera ainsi caractérisée par la notion de secondarisation, à même de révéler le changement des significations (de genre premier à second) dans les connaissances des élèves. Ces déplacements sont liés au niveau d'insertion de l'élève dans la communauté discursive au regard de l'*agir-parler-penser* qui y est associé, ce qui indique un rôle particulier donné au contexte et au positionnement énonciatif de l'élève :

[la secondarisation] s'intéresse au processus de transformation progressive de la connaissance et du langage déjà-là, leur mise en travail liée au changement de contexte et de position énonciative

(Ibid.)

Les travaux de Coulange (2014), qui montrent l'intérêt de la secondarisation dans l'étude du rôle du langage lors d'un épisode d'institutionnalisation, indiquent en effet des phénomènes liés au déplacement du contexte. L'auteure pointe, entre autre, le rôle du travail de formulation et de reformulation dans l'établissement d'un *contexte d'interprétation pertinent* (*ibid.*) à même de permettre une transformation d'un énoncé de genre premier, référé aux actions matérielles, vers un énoncé *décontextualisé et ancré dans l'univers des pratiques langagières géométriques* (*ibid.*). **Ce qui fait, pour mon travail, fortement écho à la recherche d'une articulation entre la déconstruction instrumentale à visée non-iconique et la déconstruction dimensionnelle** et me conduit à orienter mon questionnement sur l'étude des déplacements des contextes d'interprétations et des objets de discours.

L'intérêt porté aux contextes interprétatifs et aux objets de discours permet de surcroît à mon étude une interrogation des pratiques langagières sur plusieurs niveaux : élève, élèves/élèves, enseignant, enseignant/élèves. Plus spécifiquement Coulange (2014) identifie également, du côté de l'enseignant, un rôle déterminant du travail langagier dans l'établissement d'un

⁶ La notion de secondarisation, me semble-t-il, fait écho d'une certaine façon au *mécanisme d'expansion discursive* (Duval 2005) spécifique à la géométrie et par lequel l'argumentation en géométrie ne consiste pas à « empiler » les arguments mais à transférer un *degré de conviction* d'une proposition à une autre qui la remplace.

contexte interprétatif pertinent à même de construire du côté des élèves, les positionnements énonciatifs indiquant une transformation des significations.

Pour terminer – et avant de préciser le questionnement de recherche définitif – il me semble que la caractérisation du rôle des pratiques langagières pour la construction d'un agir-parler-penser, propre au savoir de la perpendicularité, peut être réalisée par la notion de secondarisation. Cette caractérisation, embrassant l'intégralité des acteurs de la communauté discursive scolaire, sera ainsi réalisée par les déplacements et transformations des objets de discours, des contextes d'interprétations et des positionnements énonciatifs.

3. Synthèse du positionnement théorique

3.1. Questions de recherche

Mon questionnement initial reposait sur une situation dans laquelle les élèves résolvent un problème de reproduction d'une figure afin de faire l'apprentissage de la perpendicularité. La précision du questionnement initial de ce travail m'a conduit à considérer plusieurs points de vue théoriques.

Le cadre de Duval (2005) permet de préciser les types de fonctionnements de l'élève soumis à des données visuelles en géométrie. Les notions de visualisation iconique, de déconstructions instrumentale et dimensionnelle ont défini ces fonctionnements. L'insertion conjointe dans le cadre de la Théorie des situations didactiques donne un modèle de la résolution du problème par les notions de situation adidactique et de milieu. Mon travail s'attachera à répondre alors à la première question de recherche suivante :

Question de recherche 1 :

Est-ce que la visualisation iconique et la déconstruction instrumentale sont fonctionnelles mais limitées vis-à-vis du problème et seule la déconstruction dimensionnelle permet une résolution ?

Les travaux de Mithalal (2010), indiquent ensuite l'hétérogénéité de la déconstruction instrumentale. Il existe une déconstruction instrumentale qui est attachée à la visualisation iconique. Seule la déconstruction instrumentale à visée non-iconique peut être articulée à la déconstruction dimensionnelle. L'étude devra ainsi répondre à la deuxième question de recherche :

Question de recherche 2 :

Est-ce qu'une résolution du problème est possible par la déconstruction instrumentale à visée non-iconique ? (Permet-elle une articulation avec la déconstruction dimensionnelle ?)

Les notions de communauté discursive disciplinaire et de secondarisation (Jaubert & alii 2012) apportent enfin, une précision quant au rôle du langage dans la situation de résolution du problème. La construction des connaissances ne résulte pas que de l'adaptation au milieu, elle est également portée par la secondarisation des discours dans la communauté discursive. Le travail mené en suivant devra répondre à la troisième et dernière question :

Question de recherche 3 :

Dans quelle mesure la secondarisation des genres de discours de la communauté discursive scolaire participe-t-elle à faire évoluer les manières d'agir-parler-penser relatives à une déconstruction dimensionnelle du carré ?

3.2. Articulation des cadres théoriques

Le travail de construction d'une méthodologie qui va suivre nécessite, pour son opérabilité, que les cadres théoriques qui ont précisé le questionnement, soient articulés. Cette articulation doit ainsi permettre :

- (1) une considération des appréhensions
 - a. **dimensionnelle** : surface, ligne, point
 - b. **de fonctionnement** : visualisation iconique, déconstructions instrumentales à visée iconique/non-iconique et déconstruction dimensionnelle
 - c. **conceptuelle** : concept quotidien, concept scientifique

- (2) une traduction en termes d'**agir-parler-penser**.

Ma démarche est tout d'abord de réaliser une entrée en termes d'appréhension conceptuelle, et de considérer deux manières d'agir-parler-penser, relatives à un carré familier ou scientifique. Ensuite d'interroger cette appréhension au niveau des fonctionnements. Une attention particulière est toutefois à faire au niveau de la visualisation iconique, qui peut opérer quel que soit le niveau de conceptualisation (on peut très bien connaître le carré pour ses propriétés géométriques mais le construire à main levée !). Il me semble qu'il est ainsi possible de réaliser cette lecture de la théorie de Duval (2005). L'auteur a en effet un point de vue cognitif sur les fonctionnements de l'élève. Je fais ainsi l'hypothèse que les visualisations et déconstructions peuvent être assimilées à des façons d'agir sur les figures et d'en parler, liées à des façons de les penser.

Je définis ainsi trois manières d'agir-parler-penser :

(1) APP1 : relatif à un carré familier

inclut ainsi uniquement la visualisation iconique qui sous-tend les manières d'agir et de parler

(2) APP2 : relatif à un carré savant résultat d'un processus de construction

est le domaine de la déconstruction instrumentale. Les manières de parler des élèves seront surtout relatives aux instruments. APP2 est décliné en :

APP2-1 dont l'objet de l'activité est la forme carré (c'est le domaine de la déconstruction instrumentale à visée iconique) ;

APP2-2 dont l'objet de l'activité est de restaurer des propriétés visuelles entre les sous unités (2D ou 1D) du carré (domaine de la déconstruction instrumentale à visée non iconique).

(3) APP3 : relatif à un carré savant ayant des propriétés géométriques

APP3 est décliné en :

APP3-1 relatif à une vision surface et aux propriétés géométriques des objets 2D : concept de l'angle droit ;

APP3-2, relatif à une vision ligne/point et aux relations entre objets 1D : perpendicularité, **seul domaine de la déconstruction dimensionnelle du carré**

La figure suivante permet une illustration de l'articulation :

manière de penser		manière d'agir	manière de parler
APP1 un objet quotidien, défini par une forme n'ayant que des propriétés visuelles		actions matérielles non instrumentées visant à reproduire une forme iconique identifiée par ressemblance	1 objet de discours définissant totalement la figure
APP2 résultat d'un processus de construction...	APP2-1 ...global produisant la figure	actions matérielles instrumentées visant à produire la forme « carré »	- objets pour nommer la figure ; - les propriétés des instruments justifient les propriétés visuelles de la figure
	APP2-2 ...de ses unités figurales 2D ou 1D	actions matérielles instrumentées organisant les unités figurales 2D ou 1D	- objets pour nommer les éléments tracés ; - les propriétés des instruments justifient l'organisation visuelle des tracés
APP3 un objet ayant des propriétés géométriques...	APP3-1 ...caractérisant des unités 2D (angle, sommet...)	actions matérielles instrumentées visant à produire la forme « carré » ou ses unités 2D	- objets pour nommer les unités 2D ; - les unités 2D ont des propriétés géométriques
	APP3-2 ...organisant des unités 1D ou 0D (côté, segment, droite, point d'intersection...)	actions matérielles instrumentées organisant les unités figurales 1D	- objets pour nommer les unités 1D ou 0D ; - des relations géométriques organisent les unités 1D ou 0D

figure 3.1 : articulation des cadres théoriques de Duval (2005) et Jaubert & alii (2012)

L'hypothèse d'évolution attendue peut ainsi se représenter de la manière suivante :

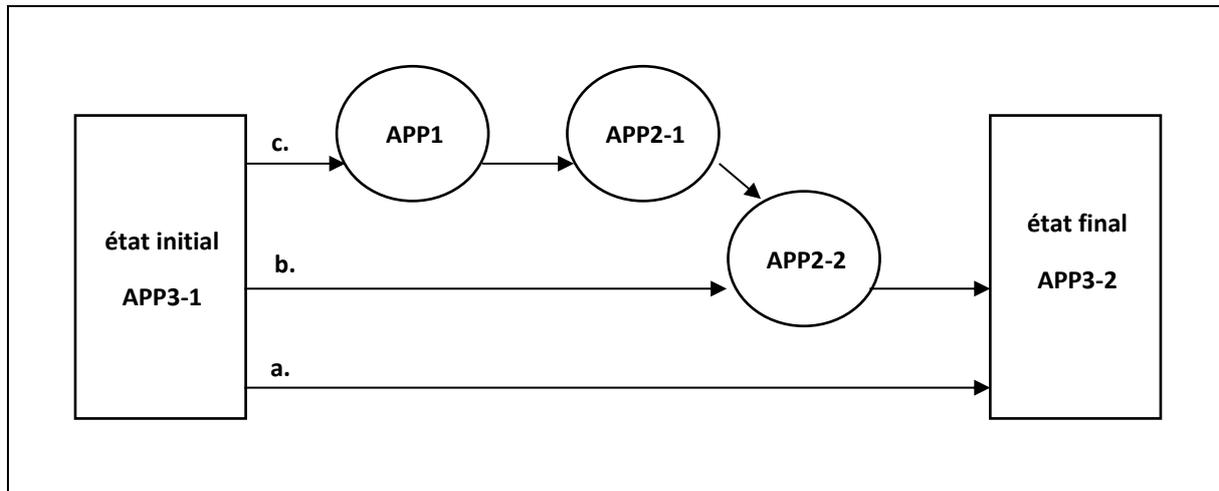


figure 3.2 : hypothèses d'évolution de l'état initial de l'élève ayant une conception de l'angle droit (APP3-1) vers un état final de connaissance de la relation de perpendicularité (APP3-2)

- a. correspond à une résolution du problème par la déconstruction dimensionnelle
- b. correspond à une résolution du problème par une articulation entre la déconstruction instrumentale à visée non-iconique et la déconstruction dimensionnelle
- c. correspond à une résolution d'un problème permettant de limiter visualisation iconique et déconstruction instrumentale à visée iconique

II. Méthodologie

Afin, de mettre à l'épreuve les questions de recherche, la méthodologie développée doit permettre d'identifier visualisation iconique, déconstructions instrumentale et dimensionnelle et les différents concepts mobilisés par les élèves. Les différentes visualisations et déconstructions, si elles relèvent comme nous l'avons vu de fonctionnements cognitifs visuel, matériel et langagier, ne sont pas directement observables dans les activités des élèves. Il en est de même pour la notion de secondarisation. Si une recherche des indices de secondarisation s'avère pouvoir répondre à la question du rôle du langage dans la situation didactique, cette notion n'est pas non plus opératoire pour être décelée. La méthodologie développée ici devra ainsi être adaptée à la caractérisation et l'identification de ces registres.

L'hypothèse fondamentale de mon travail qui voit le processus d'apprentissage comme une évolution des modes d'agir-parler-penser via les interactions au problème et les interactions dans la communauté discursive suppose également une méthodologie qui se saisisse de deux considérations fortes :

- une caractérisation méthodologique de l'agir-parler-penser de l'élève dans la situation didactique ;
- une construction d'un cadre d'analyse permettant potentiellement de saisir et de distinguer le rôle de l'équilibre sujet-milieu et le rôle du langage oral dans la construction des connaissances.

Je montrerai alors dans cette partie que l'analyse logique des concepts (ALC) et la notion de secondarisation permettent de définir des observables embrassant ces identifications et considérations. Ma volonté sera alors, en décrivant les rôles et potentiels respectifs de ces deux outils, de définir leur place dans cette méthodologie en considérant ce qu'ils peuvent apporter au questionnement de recherche. Nous verrons alors que l'ALC permet de saisir de façon ponctuelle la complexité de la pratique géométrique de l'élève et que la secondarisation offre des éléments pouvant permettre de caractériser à la fois le rôle du langage dans l'apprentissage ainsi que la dynamique de cet apprentissage. Je montrerai enfin la façon dont une articulation entre ces deux outils me permet de définir une méthodologie cohérente en précisant une analyse a priori et une analyse a posteriori qui appuient ainsi leurs interprétations sur l'ALC et en utilisant la secondarisation telle un développement de l'ALC dans l'analyse a posteriori.

4. Méthodologie générale : reproductibilité et compréhension des phénomènes

Considérer que les connaissances seront construites par les élèves parce qu'elles permettent d'agir sur le milieu laisse envisager tout d'abord une méthodologie qui pourra différencier, parmi les « événements » observés en classe, ceux qui auront été fortement liés à la situation adidactique et qui pourraient advenir dans une autre classe soumise aux mêmes conditions, de ceux qui n'y auront pas été liés. La méthodologie doit donner un modèle à la fois du problème proposé aux élèves mais également de leurs actions et apprentissages – en termes de connaissances – en interaction avec ce problème.

Considérer que les connaissances seront aussi construites dans et par le langage outre les phases de dévolution et d'institutionnalisation dans une communauté discursive implique également une méthodologie capable de saisir des éléments permettant une interprétation des phénomènes langagiers de la classe.

À l'aune de cette double considération, nous voyons que la méthodologie doit viser ainsi, d'une part la compréhension des phénomènes observés et d'autre part la recherche de la part de reproductibilité de certains de ces phénomènes. Par mon inscription dans la Théorie des situations didactiques et de son lien avec la méthodologie de recherche dite d'*Ingénierie didactique*, j'utiliserai alors une méthodologie d'analyse a priori, d'expérimentation et d'analyse a posteriori (Artigue 2007). Il me faudra alors définir ces analyses et cadrer le type de questions auxquelles elles devront répondre. Ce cadrage sera fait plus loin dans ce travail, la suite est consacrée en premier lieu à une présentation et une opérationnalisation des outils ALC et secondarisation.

4.1. Analyse logique des concepts : saisir l'activité géométrique de l'élève

Dans leurs travaux de 2014, Barrier et alii qui considèrent que l'activité géométrique des élèves *prend des formes sémantiques ou sémiotiques diverses : gestes, regard, langage, actions...* (Barrier & alii 2014) développent l'ALC, un outil méthodologique permettant de décrire cette activité dans sa complexité par la caractérisation de la nature des objets mathématiques en jeu dans la situation, leur rapport au langage et à la perception.

Cette analyse logique consiste en deux étapes. Il s'agit tout d'abord de déterminer le nombre d'objets liés par une relation mathématique (relation unaire, binaire...) et la nature de ces objets (point, ligne, surface), puis de traduire ce lien logique en une unité de trois observables : matériel, visuel, et verbal, sans hiérarchie d'importance.

Les concepts d'angle droit et de perpendicularité pourront ainsi être opérationnalisés ; de plus, ce choix d'observables, forcément réducteur et ne permettant pas d'embrasser entièrement la pratique géométrique de l'élève, présente néanmoins un intérêt fort pour mon

questionnement de recherche de par les portées cognitives sur lesquelles reposent les différentes visualisations et déconstructions : la visualisation iconique étant un fonctionnement uniquement visuel ; la déconstruction instrumentale relevant des fonctionnements cognitifs purement visuel et matériel ; la déconstruction dimensionnelle relevant des fonctionnements cognitifs purement visuel et langagier.

4.1.1. Caractériser les concepts d'angle droit et de perpendicularité

L'analyse logique détermine tout d'abord l'arité du prédicat et la nature des objets dépendant du prédicat.

À l'école élémentaire, l'angle droit est souvent présenté comme un objet ayant une propriété particulière parmi les autres objets. Cet objet peut être un angle ou un morceau de surface. Tracer un angle droit ou vérifier si un angle est droit se fait bien souvent d'un seul geste avec un outil (gabarit) permettant de reporter soit la grandeur angle, soit le morceau de surface. Que l'on considère ainsi l'angle ou le morceau de surface, l'angle droit est ainsi une propriété d'un seul objet dont la nature est *deux* dimensions (2D).

Je garde pour la suite : **angle droit, propriété unaire, droit {2D}**

L'arité du prédicat et la nature des objets en jeu sont différents pour le concept de perpendicularité. Cette notion est enseignée à l'école comme une position particulière entre deux droites ou deux segments (ou un segment et une droite⁷). Même si le traçage de deux droites perpendiculaires (ou la vérification de leur perpendicularité) peut se satisfaire d'un seul geste, ce concept est une relation entre deux objets dont la nature est *une* dimension (1D).

Je garde pour la suite : **perpendicularité, relation binaire, perpendicularité {1D ; 1D}**

4.1.2. Une activité géométrique de l'élève à trois dimensions : *voir, dire, faire*

La suite de l'analyse consiste ensuite à

[...] montrer comment cette distinction entre propriété unaire et relation binaire permet de se doter d'un arrière-plan unificateur dans l'analyse des trois dimensions retenues pour la description de l'activité géométrique des élèves [...]

(Barrier & alii 2014)

⁷ Voir entre une droite et une droite et un point

Comme dit précédemment, ces trois dimensions sont le *voir*, le *dire* et le *faire*.

Dimension matérielle : le faire

La distinction entre propriété unaire et relation binaire se traduit d'un point de vue matériel par une différence du nombre de contraintes dans l'usage des instruments. Tracer ou vérifier un angle droit avec un gabarit (équerre) nécessite d'aligner un bord de l'instrument sur le premier côté de l'angle droit et en positionnant simultanément son extrémité sur le sommet de l'angle droit (figure 4.1). Cette opération est réalisée en un seul geste dans lequel il faut contrôler deux paramètres, on parlera alors d'une seule contrainte double. L'unicité de cette contrainte renvoyant ainsi à l'arité de nombre 1 du concept de l'angle droit, sa qualification double à la nature de l'objet en question : 2D.

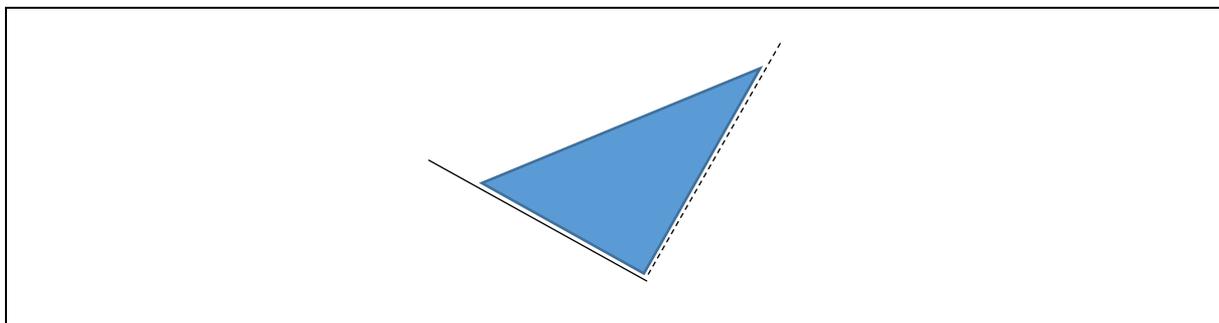


figure 4.1 : tracer un angle droit avec un gabarit : une contrainte double

Tracer une droite perpendiculaire à une autre droite ne demande pas de réaliser le même nombre de contraintes. On peut facilement le comprendre en envisageant le tracé d'une droite perpendiculaire à une autre droite passant par un point (figure 4.2). Un premier geste demande l'alignement du bord de l'équerre et de la droite tracée ; il s'agit d'une première contrainte dans laquelle on ne doit tenir compte que d'un seul paramètre : une contrainte simple. Un deuxième geste fait glisser l'équerre jusqu'à ce que le deuxième bord de l'angle droit vienne se positionner sur le point ; il s'agit ici également d'une contrainte dans laquelle on ne doit vérifier qu'un seul paramètre : une contrainte simple. Le tracé de deux droites perpendiculaires nécessite ainsi deux contraintes simples indépendantes. La relation binaire étant traduite ici du point de vue matériel par deux contraintes ; la nature des objets 1D renvoyant au caractère simple de chacune de ces contraintes.

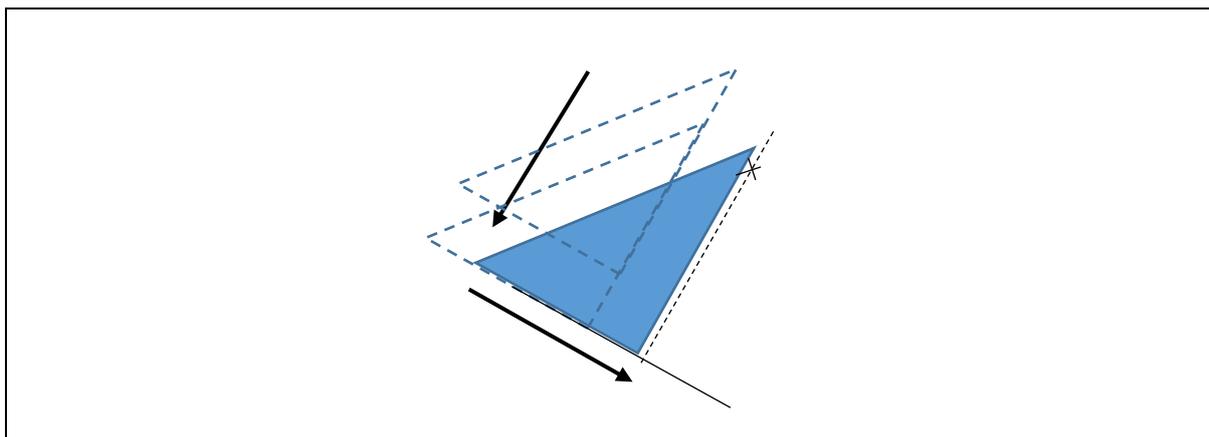


figure 4.2 : tracer deux droites perpendiculaires : deux contraintes simples

Dimension visuelle : le voir

Déterminer les observables de la dimension visuelle nécessite de *concevoir la relation des élèves aux objets mathématiques par le canal visuel* (Barrier & alii 2014). D'un point de vue visuel, identifier la propriété unaire d'un objet 2D sous-entend une vision de la surface et une prise en compte simultanée des côtés de cette surface. Appréhender visuellement une relation binaire entre deux objets 1D se traduit en revanche par un changement de regard et la capacité à voir les deux objets distincts 1D qui constituent le contour de l'objet 2D considéré par la propriété unaire, mais également à recomposer visuellement les objets 1D en la forme 2D. Il peut être noté ici que c'est notamment par des prolongements des lignes droites qui portent deux côtés perpendiculaires que Duval et Godin (2005) conditionnent ce changement du regard (cf. 1.3.1)

Dimension verbale : le dire

Afin de verbaliser une propriété unaire d'un objet 2D, il est nécessaire d'utiliser au moins deux objets : un pour énoncer l'objet 2D et un pour énoncer sa propriété. La relation binaire nécessite elle l'utilisation d'au moins trois objets : il s'agit de nommer distinctement les deux objets 1D et d'énoncer leur position relative particulière.

Ces objets peuvent être utilisés en contexte (« l'angle ici ») ou au contraire décontextualisés (« tous les rectangles ont des angles droits »). Ces notions de contexte sont, nous l'avons vu, fortement liées à la secondarisation, (cf. 2.2.3) et je reviendrai plus loin dans ce travail sur le rôle de cette notion dans la méthodologie. Dans le cas d'une contextualisation liée à la restauration de figure, on peut aisément faire hypothèse que le langage sera composé alors d'un grand nombre de déictiques désignant les objets en présence (tracés et instruments). La nature grammaticale de ces objets peut être alors très diversifiée et l'analyse consistera principalement à une détermination de leur nombre et de leur nature.

La figure 4.3 montre une synthèse de cette caractérisation par les trois dimensions de l'activité de l'élève confronté à une situation mettant en jeu les concepts d'angle droit et de perpendicularité.

nombre, nature	dimensions		
	visuelle	matérielle	verbale
angle droit {2D}	- mouvements d'œil englobant la surface ou l'angle ; - ostension globale de la surface ou de l'angle	1 contrainte double	2 objets de discours
perpendicularité {1D ; 1D}	- mouvements successifs d'un objet à un autre ; - ostension de deux objets 1D	2 contraintes simples	3 objets de discours

figure 4.3 : synthèse de l'analyse logique des concepts d'angle droit et de perpendicularité et caractérisation associée de l'activité de l'élève

4.1.3. Caractérisation des différentes visualisations et déconstructions

Cette caractérisation de l'activité de l'élève mobilisant en situation les concepts d'angle droit ou de perpendicularité étant faite, il faut maintenant procéder à celle des différentes visualisations et déconstructions, car comme nous l'avons vu, visualisation iconique et déconstruction instrumentale nous ont montré que l'activité géométrique de l'élève n'est pas forcément référée à des propriétés ni même à des instruments. Autrement dit, les concepts d'angle droit et de perpendicularité ne sont pas forcément en arrière-plan de l'activité de l'élève.

Ainsi, par exemple, la reproduction de deux côtés formant un angle droit d'une figure peut donner lieu à différentes appréhensions : 1. *reproduire la forme perçue visuellement*, 2. *utiliser un instrument 2D car il (re)porte l'information*, ou si la relation entre les deux côtés est connue, 3. *utiliser une équerre pour traduire matériellement une propriété géométrique*.

Dépassant le cadre méthodologique de Barrier et alii, il me faut alors ici considérer également l'unité des trois observables lorsque visualisation iconique, déconstruction instrumentale et dimensionnelle sont en arrière-plan. À l'aune des considérations théoriques adoptées (cf. 1.1), je « réduirai » alors, pour les besoins de la méthodologie, les différentes visualisations et déconstructions aux caractérisations suivantes :

	dimensions		
	visuelle	matérielle	verbale
visualisation iconique	- mouvements d'œil englobant la surface ; - ostension globale de la figure	pas d'usage des instruments	- 1 objet de discours : la forme dans sa globalité, ayant une forme stable, reconnaissable, ressemblante, perçue visuellement : « ça ressemble » ; « ça se voit »...
déconstruction instrumentale	- dépend du niveau d'appréhension des objets : 1D ou 2D	contraintes simples ou contraintes doubles	- des objets de discours liés aux éléments tracés ; - objets de discours relatifs aux instruments pour justifier les propriétés visuelles des formes
déconstruction dimensionnelle	- regard et ostension des objets 1D	contraintes simples	- des objets de discours pour nommer les objets 1D ; - l'organisation des objets 1D (voire 0D) est justifiée par des propriétés géométriques

figure 4.4 : caractérisation des dimensions visuelle, matérielle et verbale de la visualisation iconique et des déconstructions instrumentale et dimensionnelle d'une figure 2D ayant au moins un angle droit

La détermination de ces observables, traduisant les façons de voir des élèves, leurs actions matérielles et leur discours, ne constitue pas bien entendu une liste exhaustive. L'analyse a posteriori devra également se saisir d'une interprétation d'actions non anticipées ici.

4.1.4. Synthèse des observables déterminés par l'ALC, relevé du corpus.

L'analyse logique des concepts en jeu dans la situation ainsi effectuée me permet de déterminer ce qui caractérise les observables dans chacune des dimensions : *faire, dire et voir*. D'un point de vue méthodologique mon observation portera ainsi sur les paramètres suivants :

dimension matérielle	observation des actes de tracés, à main levée ou du nombre de contraintes prises en compte dans les actes instrumentés
dimension visuelle	observation de ce qui est regardé à travers les : - mouvements oculaires - mouvement de tête - gestes ostensifs (ce qui est montré)
dimension verbale	observation et détermination dans le discours du nombre et de la nature des objets de langage (déictiques, objets de discours premiers, seconds...)

Cette observation sera supportée par un enregistrement sonore et vidéo de la séance et un transcrit des échanges langagiers qui faciliteront les analyses.

J'ai montré dans cette partie, l'opérationnalisation en termes d'observables que permet l'ALC des concepts en jeu et des différentes visualisations et déconstructions dans les stratégies des élèves et dans leurs échanges langagiers, avec l'objectif de rendre ces fonctionnements plus identifiables. Je rajoute également, enfin, que par la prise en compte de la nature des objets mathématiques, et donc de leur dimension (0D, 1D, 2D), l'ALC permet de poser un regard méthodologique sur *l'articulation* entre langage et visualisation (cf. *hiatus dimensionnel* 2.1.2) nécessaire à l'apprentissage des propriétés géométriques, qui – dans le contexte de l'enseignement de la perpendicularité à partir des connaissances de l'angle droit – est centrale dans mon travail.

4.2. Secondarisation du discours

Comme montré dans la première partie de ce travail (cf. 2), le langage joue un rôle déterminant – complémentaire à la confrontation personnelle de l'élève avec le problème – pour la construction des connaissances. Nous avons vu que cette construction pouvait être considérée comme une *transmutation* (Jaubert & alii 2012) dans et par le langage des concepts quotidiens en concepts scientifiques, traduisant un déplacement, une reconfiguration, des modes d'agir-parler-penser vers le mode attendu par l'enseignant.

Cette transmutation dans et par le langage implique ce changement de discours, du genre premier au genre second qu'est la secondarisation (cf. 2.2.3) des genres de discours. Cette partie est dédiée à définir comment la construction de la méthodologie va intégrer cette notion en termes d'observables.

4.2.1. Une cause mais aussi une conséquence de l'apprentissage

Les considérations théoriques placent ainsi la secondarisation du discours comme favorisant la construction du savoir, je l'interprète comme étant ainsi responsable de l'apprentissage. Le travail de développement de ma méthodologie doit en revanche envisager différemment cette secondarisation ; je ne la considère plus ici comme une cause de l'apprentissage mais comme une conséquence, un témoin de l'apprentissage, afin d'en définir des observables.

Cette considération, impliquant la recherche d'indices de secondarisation du discours comme témoins de la construction des connaissances des élèves, est cohérente, me semble-t-il, avec les travaux de Jaubert et alii (2012), pour qui, en considérant l'élève apprenant, les formes secondarisées *témoignent d'une modification de sa compréhension de l'activité en cours [...] de ses déplacements énonciatifs* (ibid.) et font considérer à ces chercheurs *qu'en parlant de « secondarisation », on se dote d'un outil d'analyse de l'inscription de l'élève dans le champ des concepts visés* (ibid.). Cet outil permet donc, d'une part d'évaluer le niveau d'insertion de l'élève dans la communauté discursive au regard de *l'agir-parler-penser* qui y est associé, et

d'autre part de révéler le changement des significations dans les connaissances des élèves ; ce qui présente donc un intérêt pour mon travail de construction de la méthodologie.

Mais alors, quels observables définir ? Dans le cadre de mes hypothèses de recherche, quelles sont les formes secondarisées suffisamment opérationnelles et significatives susceptibles d'alimenter une analyse porteuse de réponses aux questions de recherche ?

4.2.2. Détermination des observables

Objets de discours

L'ALC a montré une analyse en nombre et en nature des objets du discours des élèves ; objets considérés tels des unités linguistiques. La notion de secondarisation portera l'analyse du genre de ces objets, qui peut être premier, par exemple (« le coin carré », « le trait droit ») ou second (« l'angle droit », « les droites ») et permettra ainsi d'évaluer les niveaux de conceptualisation des élèves et les glissements entre ces niveaux. L'étude s'attachera également à regarder la façon dont les élèves feront un usage de ces objets de discours pour notamment énoncer, par des objets déjà-là, des connaissances nouvelles.

Contextes d'interprétations

Dans la deuxième partie de ce travail, j'ai évoqué l'importance de l'enseignant dans le travail nécessaire de formulation et de reformulation pour accompagner l'élève dans son changement de discours, dans ses nouvelles façons de dire (pour notamment énoncer dans le concept qui n'a pas encore de mots) ou de contredire, d'essayer de stabiliser sa pensée par son propos. Une des questions centrale dans ce travail porte notamment sur la possibilité pour des élèves d'abandonner la référence à des actions matérielles instrumentées liées à un problème de restauration de figure, pour se référer d'avantage à un discours sur les propriétés géométriques portant la cohérence de la figure (déconstruction dimensionnelle). A l'instar des travaux de Coulange (2014) (cf. 2.2.3), il me paraît alors intéressant de m'attacher à l'observation et l'analyse des *contextes d'interprétations* ; susceptibles de traduire les niveaux de référence au problème et aux concepts en jeu.

Positionnement énonciatif

Plus avant dans ce travail (cf. 2.2.3), la notion de *positionnement énonciatif* dans la communauté discursive a été présentée. Ce positionnement, condition de la construction des savoirs (Jaubert & alii 2012), dépendant de la capacité de l'enseignant à gérer l'hétéroglossie pour établir une communauté discursive mathématique de pertinence, a été pointé par

Coulange (2014) (cf. 2.2.3) comme déterminant et nécessaire dans l'analyse d'une situation de classe.

Le niveau d'insertion dans la situation attendue par l'enseignant, la propension à abandonner certaines procédures, la capacité à produire des énoncés pertinents, à *assumer des « rôles »* (Jaubert & alii 2012) seront des signes enclins à me signaler les niveaux de positionnement énonciatif des élèves.

La recherche de secondarisation des pratiques langagières sera attachée ainsi également à une observation, dans les transcrits de la situation des *positionnements énonciatifs* des élèves.

5. Retour sur la méthodologie générale

Ces précisions sur les outils que sont l'ALC et la secondarisation étant faites, je reviens à un point de vue plus général de la méthodologie dans le but de définir à présent les analyses a priori et a posteriori. Je rappelle que l'obtention de réponses à mes questions de recherche implique d'une part de déceler les différents concepts en jeu, les différentes visualisations et déconstructions et de cerner dans quelle mesure la secondarisation des genres de discours aura porté l'apprentissage de la perpendicularité.

Nous avons vu alors que l'ALC enrichit la méthodologie par une détermination d'une unité de trois observables, matériel-visuel-verbal, centrés sur l'élève, pour traduire l'agir-parler-penser. Nous avons également vu que la secondarisation offre un point de vue dynamique du rôle du langage (de l'élève, entre élèves, de l'enseignant, entre l'enseignant et l'élève) dans la construction des connaissances dans la situation, par une focalisation sur les contextes d'interprétations, des objets de discours et des positionnements énonciatifs.

5.1. Définition de l'analyse a priori

Afin de définir l'analyse a priori, rappelons synthétiquement les hypothèses générales issues du cadre théorique. Je considère avant la situation, un élève mobilisant uniquement la visualisation iconique, ne mobilisant pas les déconstructions et ayant une conception de l'angle droit. Après la situation, l'élève mobilise la visualisation non-iconique et s'appuie sur les déconstructions pour conceptualiser la perpendicularité. Les changements entre ces deux états résultent de l'interaction de l'élève avec le problème et de la secondarisation de ses pratiques langagières au sein de la communauté discursive.

De façon assez évidente, il apparaît que l'analyse a priori peut ici difficilement se saisir des interactions sociales langagières dans la classe, autrement dit prévoir quels seront les contextes d'interprétation et les positionnements énonciatifs. L'outil secondarisation ne sera pas utilisé et il est alors possible de « réduire » l'hypothèse de départ et de ne considérer a priori le changement d'état que sous les contraintes du problème et au travers unique de l'ALC.

L'analyse a priori défini ici est alors une analyse a priori « classique » telle que définie à l'origine par l'Ingénierie didactique (Artigue 2007), modèle expérimental, apparue comme une volonté d'éprouver la Théorie des situations didactiques et notamment sa capacité à identifier les phénomènes de classe reproductibles.

Bien que je considère l'élève par ses modes d'agir-parler-penser, je fais le choix ici de m'appuyer sur le modèle de la situation didactique dans laquelle l'élève pourra être considéré comme un sujet en interaction avec un *milieu* (Bessot 2004).

L'analyse a priori a alors pour objectif de *déterminer en quoi les choix effectués permettent de contrôler les comportements des élèves et leur sens* (Artigue 2007). Artigue explique par ailleurs que ce travail renvoie aux origines de la Théorie des situations didactiques qui se voulait être une théorie du *contrôle des rapports entre sens et situations* (ibid.). Après avoir déterminé les caractéristiques de la situation adidactique en jeu, (le milieu et les variables didactiques) l'analyse a priori va décrire comportements et sens, prévoir *les champs de comportements possibles* (ibid.) en termes de différentes stratégies de résolution.

Ces stratégies de résolution, qui traduisent les comportements de l'élève en interaction avec le milieu et leur sens, seront définies par les trois dimensions de l'ALC, selon le modèle suivant :

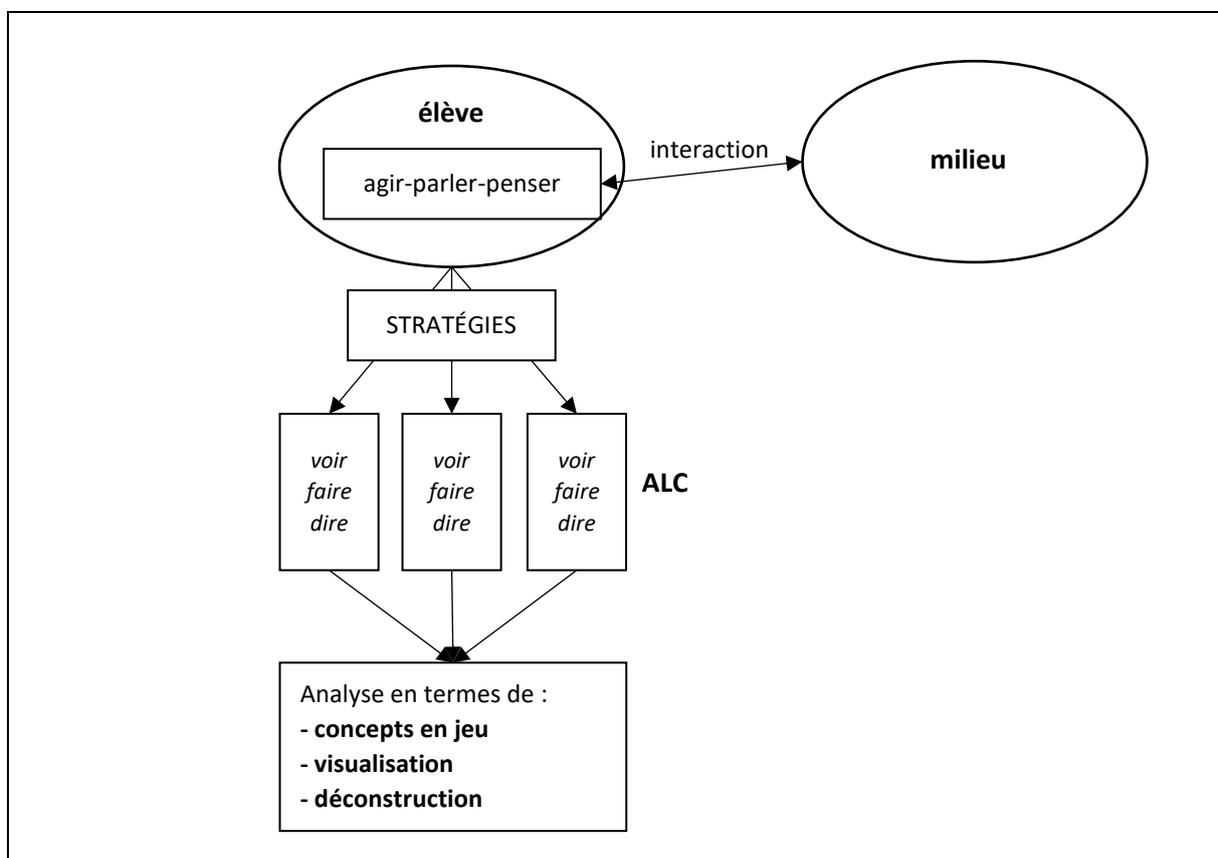


figure 5.1 : méthodologie de l'analyse a priori. L'ALC traduit l'agir-parler-penser de l'élève en interaction avec le problème en une unité de trois observables dont les analyses déterminent les concepts en jeu, les visualisations et déconstructions convoqués pour résoudre le problème selon la méthodologie développée.

Un exemple qui présente un intérêt pour mon questionnement initial

Nous avons vu dans la partie 4.1.2 deux situations dans lesquelles il fallait respectivement tracer un angle droit à partir d'un côté de l'angle déjà tracé et tracer une droite perpendiculaire à une droite passant par un point. À partir de l'analyse logique des concepts

en jeu, j'ai défini un nombre de contraintes matérielles, des objets langagiers et une vision pouvant être liés à la réalisation de ces deux tâches (figure 6.2).

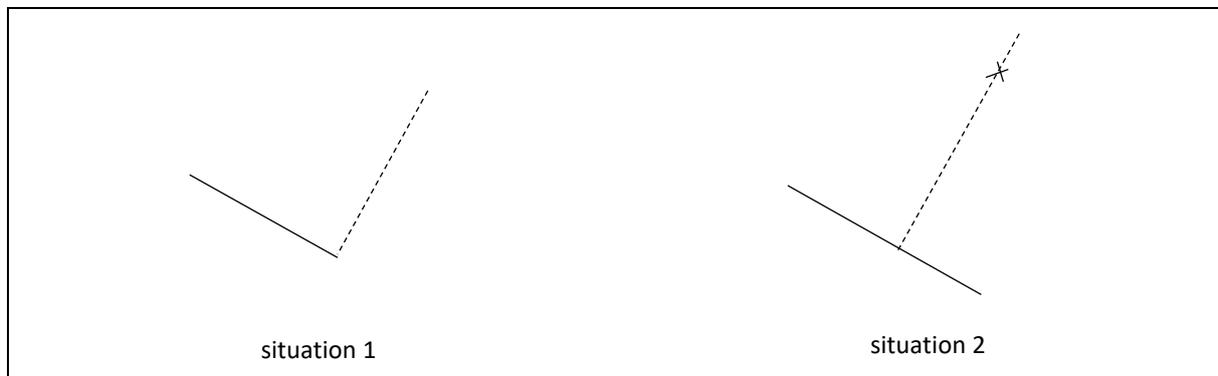


figure 5.2. Tracer un angle droit (situation 1) est une tâche portant sur un seul objet 2D et sa propriété. Tracer une droite perpendiculaire à une autre passant par un point implique de considérer a priori trois objets de dimensions inférieure à 2 et leurs relations.

La situation 1 a été analysée comme relevant du concept de l'angle droit, nécessitant deux objets de discours, une vision surface et dont la réalisation pouvait se suffire d'une seule contrainte matérielle double. La situation 2 relevant du concept de perpendicularité, mobilisant trois objets de discours, une vision successive de chacun des éléments sous dimensionnels et dont la réalisation nécessitait deux contraintes matérielles simples.

Ces situations sont idéales et leurs analyses logiques en grande cohérence.

Imaginons alors une troisième situation dans laquelle il faut tracer une droite perpendiculaire à une droite mais dans **le cas où le point serait sur la droite donnée (figure 5.3)** :

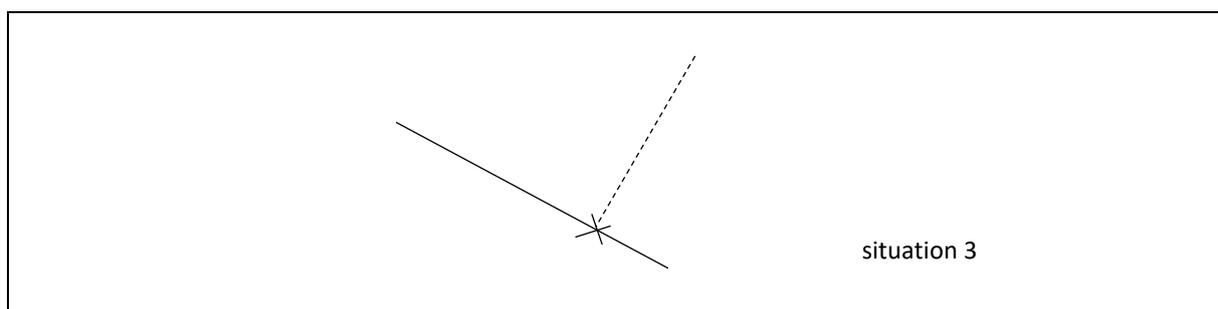


figure 5.3

Ce tracé, alors que la situation fait appel à une relation binaire, peut être réalisé en un seul geste, ainsi une unique contrainte double (puisque le point est sur la droite) et donc faire des signes vers une propriété unaire. Voici ci-dessous, quelques exemples illustrant comment la

méthodologie d'analyse a priori, définie dans ce travail, peut distinguer différentes stratégies et donner alors des éléments d'interprétation.

stratégie 1 :

tracer à l'aide d'une équerre en une seule contrainte double la droite manquante avec un regard englobant porté à la fois sur les deux droites. Le discours porte sur des éléments 2D tels qu'un « angle » et sur sa particularité d'être « droit ». Même s'il n'y a pas de référence à l'instrument dans le discours et qu'il semble porté sur la propriété géométrique, cette stratégie peut conduire à être interprétée comme résolue par déconstruction instrumentale, l'équerre traduisant matériellement la propriété « angle droit ». Discours et niveau de contrainte donnent également des signes vers la connaissance de l'angle droit pour agir.

stratégie 2 :

tracer la droite manquante à l'aide de l'équerre en deux contraintes simples successives (aligner tout d'abord le bord de l'équerre sur la première droite puis la faire coïncider avec le point). Le regard se portant tout d'abord sur la première droite, puis sur celle à tracer. Le discours différencie et énonce les deux droites, leur position respective est justifiée par l'instrument « l'équerre peut tracer une droite répondant à la consigne ». Même si les dimensions matérielle (deux contraintes simples) et visuelle donnent des signes vers une potentielle mobilisation du concept de perpendicularité, le discours me conduit toutefois à identifier ici encore une déconstruction instrumentale des formes.

stratégie 3 :

la droite manquante est tracée à main levée ou à l'aide d'un instrument permettant un tracé 1D (règle non graduée par exemple). Les mouvements oculaires montrent une prise en compte globale de la figure (les deux droites à la fois) et le discours énonce une stratégie visant à réaliser des traits « droits » et une nécessité de réaliser une forme connue, « il faut que ce soit droit ». La vision iconique semble être ici à l'œuvre et elle n'est pas, à l'instar de la déconstruction instrumentale, subordonnée à un discours. La (re)production des propriétés visuelles n'est pas soumise aux instruments ni aux propriétés géométriques.

stratégie 4 :

tracer la droite manquante en deux contraintes simples avec une équerre. Le regard se portant tout d'abord sur la première droite, puis sur celle à tracer. Le discours différencie et énonce les deux droites et justifie leur position d'incidence par une propriété géométrique « il faut qu'il y ait un angle droit entre les deux droites », « cette droite et celle-là doivent être perpendiculaires »... Ici, les dimensions matérielle et visuelle donnent une traduction favorable dans l'ALC du concept de perpendicularité. La dimension verbale qui montre deux objets de discours pour désigner les objets 1D (les deux droites ; cette droite et celle-là) et une formulation pour désigner leur relation (angle droit ; perpendiculaires) donnent aussi des signes du concept de perpendicularité. Cette même énonciation de l'organisation positionnelle des deux droites par une propriété géométrique peut s'interpréter comme une manifestation de la déconstruction dimensionnelle.

En conclusion, cette situation simple montre comment l'ALC permet de traduire et d'appréhender différentes interprétations du problème par l'élève ; cette interprétation étant possible par la considération des trois dimensions considérées non comme indépendantes, mais relevant d'une unité de signification.

Cet exemple donne aussi à voir l'ambiguïté de l'usage de l'équerre soulevée par Perrin Glorian (2011) : lorsque l'élève trace un côté puis un autre côté avec une équerre, il réalise une contrainte double mais *voit-pense-t-il* : le contour et sa propriété, ou un côté et un autre côté et une relation entre les deux ?

5.2. Définition de l'analyse a posteriori

L'analyse a posteriori des observables définis par la méthodologie doit permettre d'apporter des éléments de réponses au questionnement de recherche. Une confrontation de l'analyse a posteriori et de l'analyse a priori sera réalisée car *c'est dans cette confrontation [...] que se fonde essentiellement la validation des hypothèses engagées dans la recherche* (Artigue 2007).

Je rappelle que l'analyse a priori s'est attachée à déterminer les différentes visualisations et déconstructions mobilisées pour résoudre le problème ainsi que les interprétations en termes de connaissances permettant d'agir sur le milieu. L'analyse a posteriori consistera, à l'instar de l'analyse a priori, à interpréter les observables de l'ALC en terme de visualisations, déconstructions et connaissances mobilisées par l'élève. L'« originalité » de la méthode réside toutefois ici dans le fait que des observables supplémentaires, liés aux interactions dans la communauté discursive, seront désormais disponibles : contextes d'interprétations et

positionnement énonciatifs des élèves. Il convient alors de positionner ces observables dans la méthodologie de l'analyse a posteriori.

Une articulation entre ALC et secondarisation

Dans leurs travaux, Barrier et alii (cf. 2.2.1) parviennent à leur conclusion grâce à l'ALC. Au travers de la dimension *verbale*, ces chercheurs proposent des interprétations quant au rôle du langage dans le processus d'apprentissage et son évolution lors d'une séance en classe. Ces auteurs n'utilisent toutefois pas un outil supplémentaire pour étudier ce fonctionnement langagier et fondent leurs analyses entièrement sur l'ALC.

Il me semble intéressant ici de déployer alors cette dimension *verbale* vers les trois observables de la secondarisation du discours : contextes d'interprétation, objets de discours et positionnements énonciatifs, ce que la figure suivante permet de représenter :

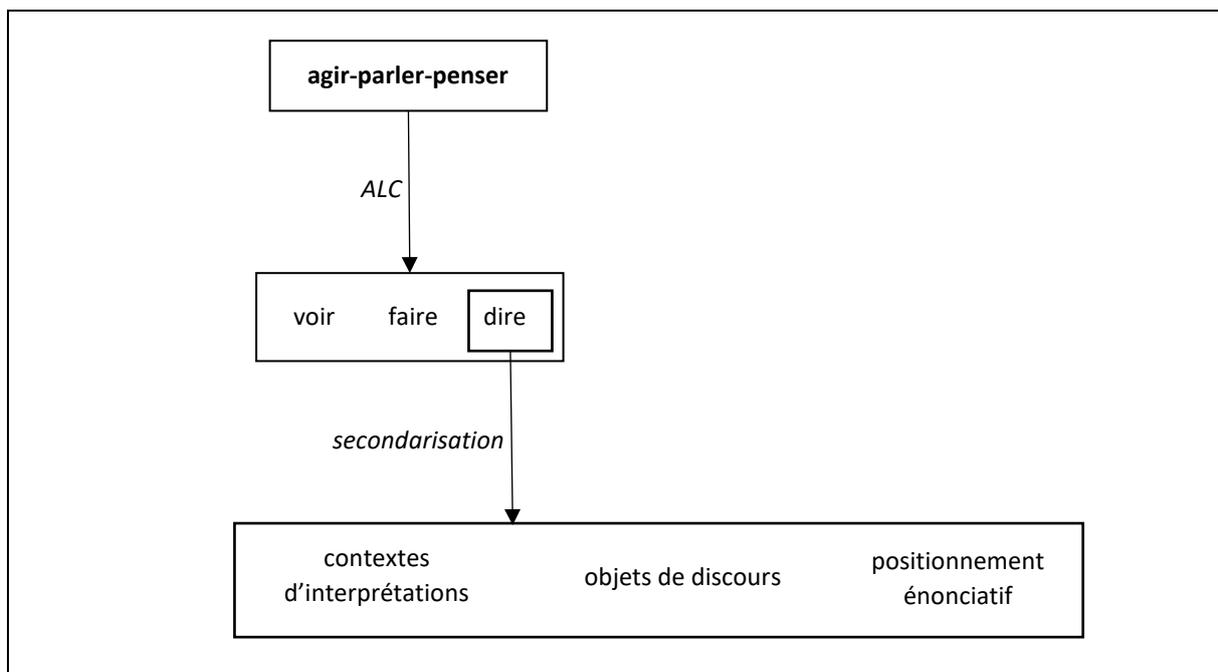


figure 5.4 : articulation entre l'ALC et la secondarisation dans l'analyse a posteriori

Ainsi, a posteriori, l'ALC donne une interprétation de l'agir-parler-penser (sur ses trois dimensions) dans toutes les interactions à l'intérieur de la classe et la secondarisation permet l'examen en finesse de l'évolution de la dimension langagière et de son rôle pour la conceptualisation.

L'analyse a posteriori, répond ainsi aux attentes et considérations de la méthodologie générale qui étaient :

- d'identifier visualisation iconique, déconstructions instrumentale et dimensionnelle ;

- de permettre d’embrasser à la fois le rôle de l’équilibre sujet-milieu et le rôle du langage oral dans la construction des connaissances.

La figure suivante permet de se représenter la méthodologie d’analyse a posteriori :

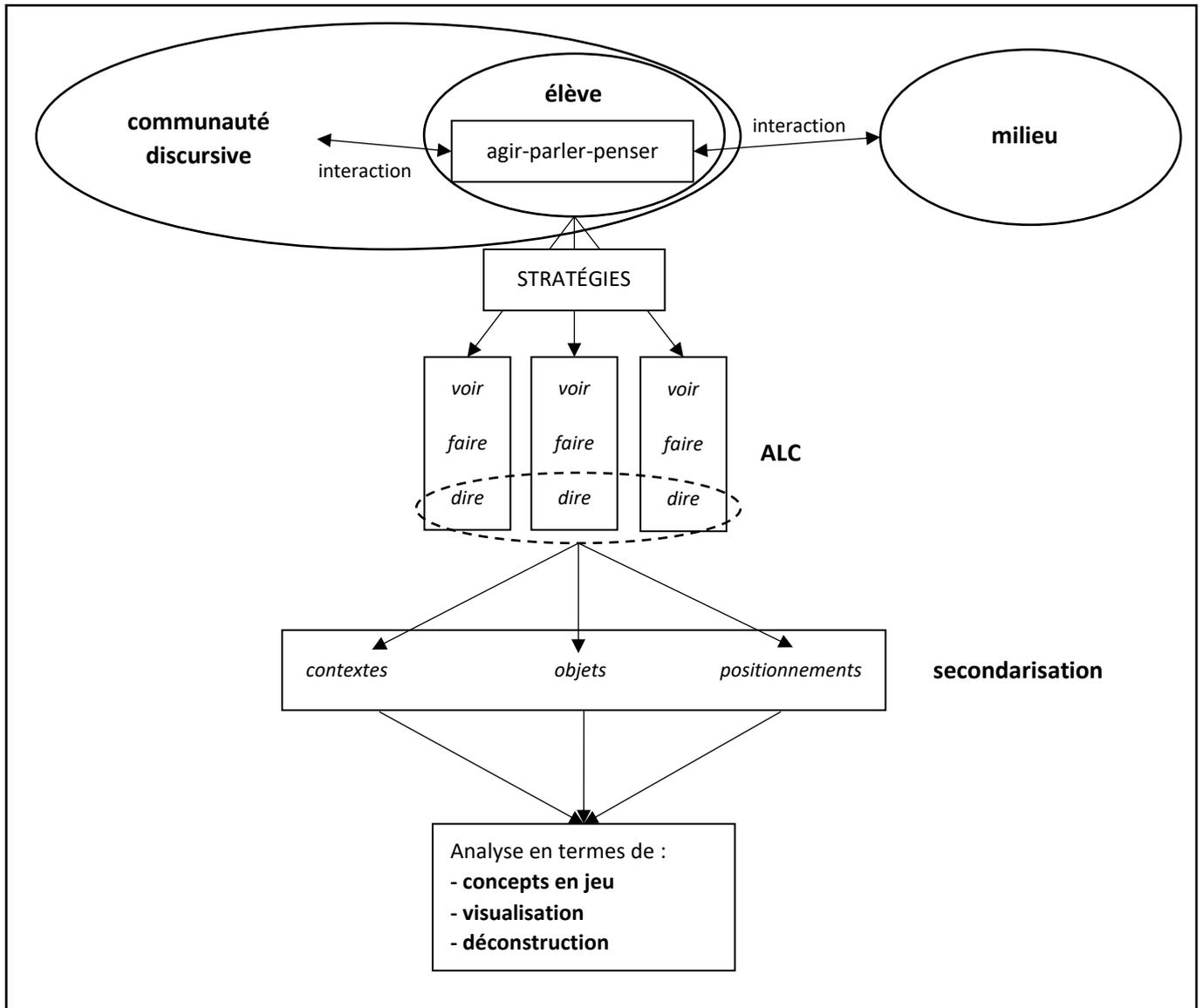


figure 5.5 : méthodologie de l’analyse a posteriori. L’ALC traduit l’agir-parler-penser de l’élève en interaction avec le problème et la communauté discursive en une unité de trois observables, dont la dimension verbale est observée à travers les contextes d’interprétations, les objets de discours et les positionnements énonciatifs des élèves. Les analyses déterminent les concepts en jeu, les visualisations et déconstructions convoqués dans l’évolution de l’agir-parler-penser.

III. Expérimentation

Ce troisième chapitre propose une analyse de l'expérimentation en classe qui a permis de mettre à l'épreuve mes questions de recherche établies d'après les considérations théoriques du chapitre premier.

Avant de présenter les analyses a priori et a posteriori de la situation principale conçue pour cette expérimentation, une première partie sera consacrée à une description d'une séance préalable effectuée en classe dans le but de faciliter la mise en place du milieu de la situation principale. Notamment, comme nous le verrons, il s'agissait principalement de familiariser les élèves, d'une part à un type de problème de restauration de figure et à ses règles particulières et, d'autre part à l'usage de gabarits devant être identifiés comme porteurs d'informations sur une figure.

L'analyse a priori consistera ensuite à une description de la situation principale, pour laquelle variables didactiques, stratégies de résolution et leurs interprétations seront alors déterminées.

Enfin, l'analyse a posteriori de la situation sera effectuée à partir des observations et relevés de données d'une expérimentation menée successivement dans une classe de CE2 et une classe de CM1.

6. Analyse a priori

6.1. Séance préalable : se familiariser avec la restauration « à points », mais pas seulement...

Le coût de l'usage des instruments est, parmi les variables didactiques des situations de restauration de figures, une des plus caractéristiques. Comme nous le verrons plus en détails par la suite, il s'agit de « comptabiliser » sur une feuille chaque usage d'un instrument (et son coût associé) afin de pouvoir obtenir le coût total de la restauration, une fois celle-ci réalisée. Pour des élèves non familiers (mais également pour des adultes) à cet exercice, cela demande un temps d'adaptation, car pris par la tâche à réaliser, il est facile d'oublier par exemple de noter les usages des instruments. Il me semblait alors d'emblée nécessaire de réaliser une séance préalable à la séance principale afin de permettre aux élèves de réaliser une première familiarisation de ce « comptage », pour qu'ils ne le découvrent pas lors de la séance principale support de l'étude ; et ainsi accroître les chances d'une expérimentation d'une situation la plus possible débarrassée des questions d'organisation, de compréhension, d'appropriation.

Quelques tests préalables (avec quelques élèves issus d'autres classes que celles expérimentées) de la situation principale m'ont toutefois montré que la séance préalable devait également avoir un autre objectif que seulement celui de s'entraîner à compter chaque usage d'un instrument : institutionnaliser la connaissance que les gabarits déchirés sont des instruments porteurs d'informations sur le carré.

En effet, lors de ces tests préalables, beaucoup de stratégies consistaient effectivement à une restauration en considérant que les gabarits déchirés ne portaient pas d'informations sur le carré mais étaient porteur d'informations « universelles », tel que l'angle droit. Ils étaient ainsi souvent laissés de côté pour la restauration ou considérés, dans le meilleur des cas, comme une équerre, avec l'usage correspondant. Ce qui obligeait notamment fortement d'utiliser la mesure de longueur à l'aide de l'instrument de mesure, mais pas pour des raisons liées à une façon de voir ou penser le carré mais par obligation d'avoir l'information de longueur non identifiée dans le gabarit déchiré. Pour beaucoup de ces élèves et adultes de ces tests, l'essentiel de l'activité passait à côté de l'usage des gabarits ou le temps de recherche associé à leur usage n'était pas assez significatif. Cette analyse a priori « seconde », après observation, m'a alors conduit à déterminer la nécessité d'établir ces « connaissances » au sujet des gabarits comme des connaissances naturalisées du milieu (cf. 1.4).

A l'instar de Perrin-Glorian et alii (2014), qui présentent une séquence dans laquelle on annonce aux élèves qu'une souris a grignoté les gabarits de la classe qui permettaient de tracer les contours de figures et qu'il va bien falloir faire avec, la séance principale a donc été

pensée comme la suivante d'une séance préalable dont la tâche était la reproduction du même carré mais avec son gabarit et d'autres gabarits moins déchirés.

Le déroulement complet de cette séance est donné en annexe 1.

Cette séance préalable a été menée dans chaque classe une semaine avant la séance principale. Il s'agissait s'agit ici de présenter aux élèves tout d'abord un carré tracé sur une feuille A4 et son gabarit et qu'ils puissent, par binôme, manipuler ces éléments. S'en est suivie une rapide discussion dont le but était d'introduire le vocabulaire et de conclure que ce gabarit permet une reproduction du carré. Les élèves ont ensuite travaillé par binôme avec la tâche de restaurer ce carré avec des gabarits déchirés (figure 6.1) à partir d'une amorce sur une feuille A3.

Les objectifs de cette séance étaient les suivants :

- introduire une figure de référence : le carré de la situation
- institutionnaliser la connaissance que les gabarits déchirés sont obtenus en découpant le gabarit du carré (ce geste a été fait devant les élèves) et qu'ils peuvent donc contenir encore des informations sur la figure (cette séance n'avait pas pour but de nommer ou d'institutionnaliser ces propriétés : angle droit, perpendicularité, longueur de côté...)
- permettre aux élèves de découvrir la restauration de figure à l'aide de gabarits et de réaliser une première familiarisation du « comptage » des usages des instruments (et non des points) pour ne pas le découvrir lors de la séance principale ;
- convenir avec les élèves que le carré ne doit pas être reproduit par calque en superposant la feuille sur celle contenant le modèle mais uniquement avec les instruments fournis. Cette procédure matérielle devant être considérée comme une instrumentation non autorisée puisque absente de la liste du matériel.

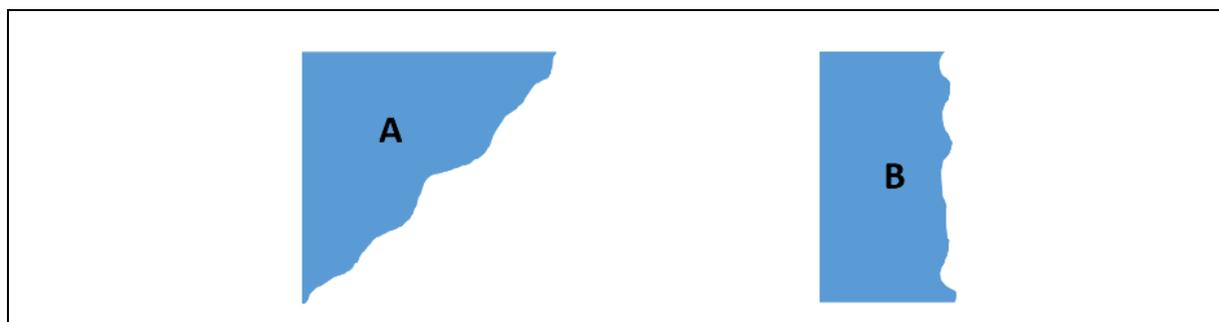


figure 6.1 : les deux gabarits déchirés de la séance préalable de restauration du carré

Il convient de faire tout de suite une remarque importante. Cette séance ne doit pas présenter d'enjeu en termes de déconstruction dimensionnelle ; cet enjeu est celui de la séance principale et il s'agit de conserver la plus grande fiabilité dans les résultats. Le choix de

quelques variables didactiques et leur réglage a été ainsi orienté afin notamment d'empêcher dans toute la mesure possible des prolongements de lignes :

Ces deux gabarits contiennent ainsi tous les deux encore toute une partie non déchirée de surface contenant l'information du carré : angle droit et longueur, de manière à pouvoir encore sans difficulté réaliser une partie du contour de la figure, sans prolongement de lignes et de rester dans une considération surface⁸.

Les instruments disponibles ne sont que les deux gabarits. Il s'agit encore ici d'empêcher les prolongements de lignes qui auraient été possibles avec un instrument traceur de ligne (règle, règle graduée...) et le gabarit B.

Aucune règle du jeu imposant un cout dans l'usage des gabarits et un score minimal de restauration n'est pour l'instant imposé. Les élèves peuvent ainsi sans contrainte restaurer les contours 2D sans stratégie visant à appréhender des reports instrumentés d'objets 1D.

Les stratégies des élèves lors de cette séance préalable ont été très variées. Certains binômes n'utilisant qu'un gabarit, d'autres s'autorisant à utiliser les deux pour une même restauration. Comme il l'avait été envisagé a priori, pour une majorité d'élève cette tâche n'a pas présenté de difficulté et l'essentiel de la séance a pu être sur la bonne compréhension des « règles » du jeu et sur les questions de la validité de la restauration. Certains élèves ont en revanche toutefois éprouvé des difficultés dès cette première séance (ces élèves ont d'ailleurs retenu mon attention pour la séance principale) par des stratégies ne permettant pas une restauration valide (figure 6.2) :

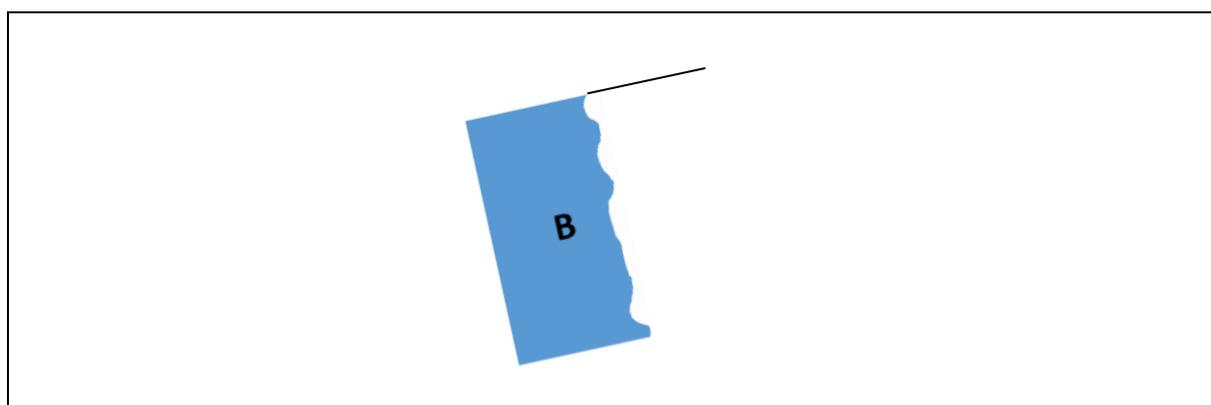


figure 6.2 : des différences entre les élèves dès la séance préalable : le gabarit est placé de manière à aligner un de ses bords dans le prolongement de l'amorce fournie.

⁸ Utiliser un gabarit d'une figure pour la reproduire ou en reproduire une partie constituerait toutefois dans le cursus scolaire d'un élève de CP ou de CE1 les premiers pas vers le changement de regard sur cette figure : il s'agit d'appréhender une figure par son contour. Ce contour est un élément 2D : le bord de la surface.

Ces stratégies, invalidées à l'aide d'une superposition du gabarit du carré, témoignent ainsi d'emblée me semble-t-il de phénomènes d'iconicités empêchant une déconstruction instrumentale d'aboutir à une juste restauration. Les perceptions différentes de l'amorce pour ces élèves comme étant un morceau particulier du côté du carré peuvent expliquer ces stratégies matérielles (figure 6.3).

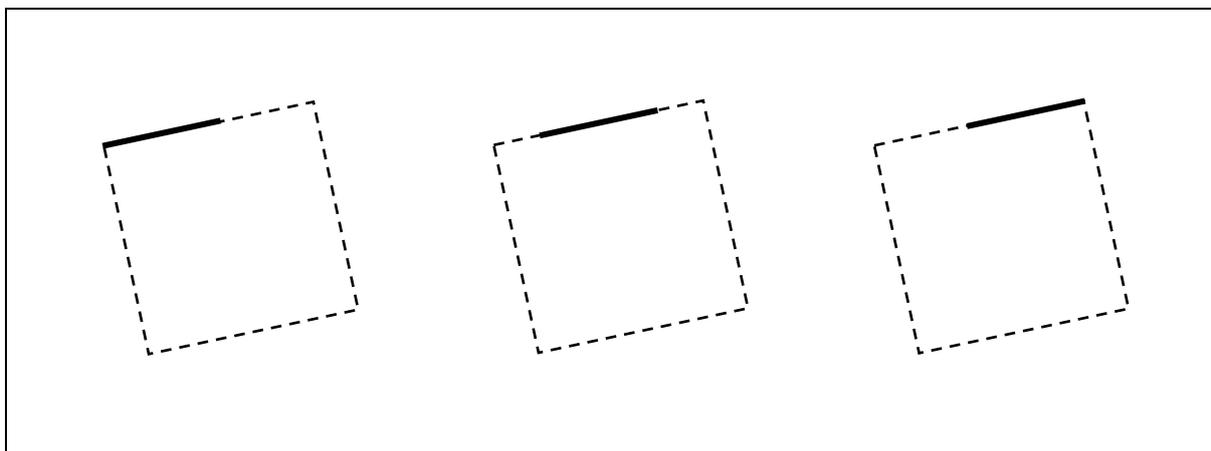


figure 6.3 : phénomènes d'iconicité. Le carré est une forme stable qui le définit, l'amorce peut être alors perçue comme un morceau de ce carré ayant une place fixe. En fonction de cette « place » les déconstructions instrumentales peuvent donner lieu à différentes position du gabarit lors des premières étapes de la restauration.

Nous voyons ainsi, dès cette situation préalable, que pour des élèves de CE2 et de CM1 il n'y a pas forcément de déconstruction instrumentale du carré et que la vision iconique peut être la référence unique d'une activité matérielle.

6.2. La situation : restauration du carré

Cette situation est la situation principale de ce travail, dont l'objectif est de fournir un terrain expérimental dont l'analyse est susceptible de répondre au questionnement de recherche (cf. 3.2). Cette séance a été présentée aux élèves comme la « suite » de la séance préalable, il s'agissait pour eux de reproduire le même carré, mais avec d'autres règles d'usages du matériel et d'autres instruments.

6.2.1. Description de la situation

La tâche des élèves, qui travaillent par binôme, est de restaurer le carré de 12cm de côté à l'aide de quatre instruments (cf. figure 6.4), dont l'usage a un cout, en réalisant le score le plus

bas possible. Cette restauration se fait à partir d'une amorce tracée sur une feuille au format A3 : une ligne droite de 4cm. Les élèves ont également à leur disposition une feuille sur laquelle le carré modèle est tracé dans le but de découvrir les informations que les gabarits découpés ont conservées.

Comme prévu théoriquement (cf.1.4), le milieu permet une validation, des gabarits du carré modèle sont à la disposition des élèves sur quelques bureaux au fond de la classe⁹. Après un moment de recherche, les binômes sont amenés à valider (si ce n'est pas déjà fait) leurs productions et à expliquer leurs stratégies au groupe classe. Comme indiqué sur son déroulement complet (cf. [annexe 2](#)), cette séance est découpée en quatre moments distincts : la présentation de l'activité, le temps de recherche, la mise en commun et la synthèse. Le temps total pour la recherche et la mise en commun est fixé environ à 50 minutes.

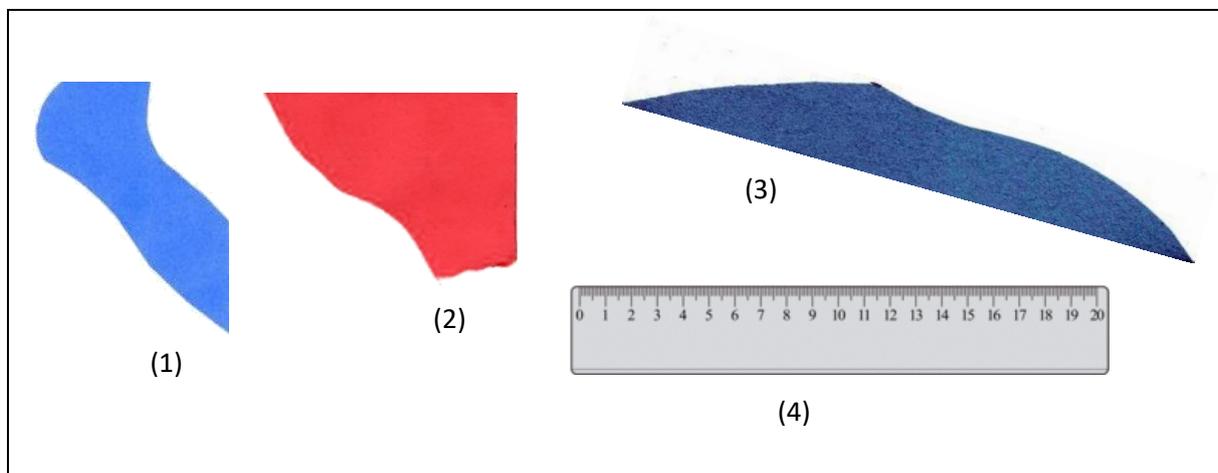


figure 6.4 : les quatre instruments de la situation principale. (1) le gabarit bleu ; (2) le gabarit rouge ; (3) un instrument traceur de ligne : la règle bleue ; (4) la règle graduée. Les dimensions ici ne sont pas respectées.

6.2.2. Variables didactiques

Comme indiqué dans la partie 5.1 la méthodologie développée pour ce travail s'attache à caractériser les variables didactiques de la situation. Ces variables sont des variables de la situation adidactique (le problème de restauration) dont les ajustements m'ont permis d'affecter la hiérarchie des stratégies (Bessot 2004) de résolution du problème dans le but d'obtenir les comportements et connaissances nécessaires à l'équilibre sujet/milieu déterminé par les considérations théoriques.

⁹ La validation est laissée dans toute la mesure possible à la charge des élèves et d'autres moyens de validation sont également envisagés, notamment une validation par les instruments ou par les propriétés géométriques ; je reviendrai sur ce point plus loin dans ce travail.

Les recherches sur les potentialités des problèmes de restauration de figure de nombreux chercheurs (Keskessa & alii 2007 ; Perrin-Glorian & alii 2013 ; Perrin-Glorian & alii 2014) ont mis en évidence un certain nombre de variables de ces types de problèmes pouvant être considérées comme des variables didactiques :

- les propriétés géométriques de la figure¹⁰ ;
- les instruments disponibles ;
- la règle du jeu de la reproduction ;
- les éléments fournis de la figure à reproduire ;

Je donnerai également quelques précisions sur d'autres variables qui peuvent être considérées également comme didactiques :

- les positions relatives de la figure modèle et des éléments fournis de la figure à reproduire ;
- le support sur lequel les élèves doivent restaurer la figure (support de l'amorce).

Il est tout de suite important de préciser à nouveau que, ne m'inscrivant pas avec ce travail dans une étude de l'intérêt des problèmes de restauration pour l'apprentissage des propriétés géométriques en général, la figure de cette situation – choisie pour ses propriétés géométriques et sa « familiarité » supposée pour des élèves de CE2/CM1 – est considérée comme étant une des caractéristiques du milieu (cf. 1.4). Ainsi, je ne considérerai pas ici les propriétés de la figure comme des variables didactiques.

Les instruments disponibles

Les instruments mis à la disposition de l'élève, influent ici à la fois sur les concepts mobilisés dans la situation et sur les différentes déconstructions du carré qui pourront être effectuées.

Les deux gabarits

Les connaissances mises en jeu dépendent ici fortement des caractéristiques des deux gabarits. Les choix qui ont été faits pour déterminer leurs formes ont été subordonnés

¹⁰ Keskessa et alii (2007) ne définissent pas tout à fait les *propriétés géométriques de la figure* comme étant une variable didactique. Leurs travaux étant relatifs à des situations mettant en jeu différentes propriétés géométriques (symétrie, alignement, perpendicularité...) et des restaurations de figures complexes, deux variables didactiques plus générales et précises sont définies : (1) les *propriétés géométriques de la trame* et (2) les *propriétés géométriques de la figure et leurs relations avec la trame*. (La trame étant le réseau de droites et de points sur laquelle la figure est construite. Cette trame peut être obtenue en traçant toutes les droites joignant deux points de la figure et tous les points d'intersection de ces droites).

à la nécessité d'intégrer les considérations théoriques du chapitre premier et notamment des parties 1.3 et 1.4.

- (1) Les deux gabarits ont d'une part une information sur l'angle droit du carré, afin de permettre une traduction matérielle des concepts d'angle droit et de perpendicularité. D'autre part leurs bords ont également toute l'information sur la longueur du côté du carré (cf. figure 6.5). La volonté est ici de ne pas mettre également en jeu un travail sur les propriétés d'égalité de longueur des côtés de cette figure afin de faciliter les analyses dans le champ restreint du questionnement de recherche de ce travail.

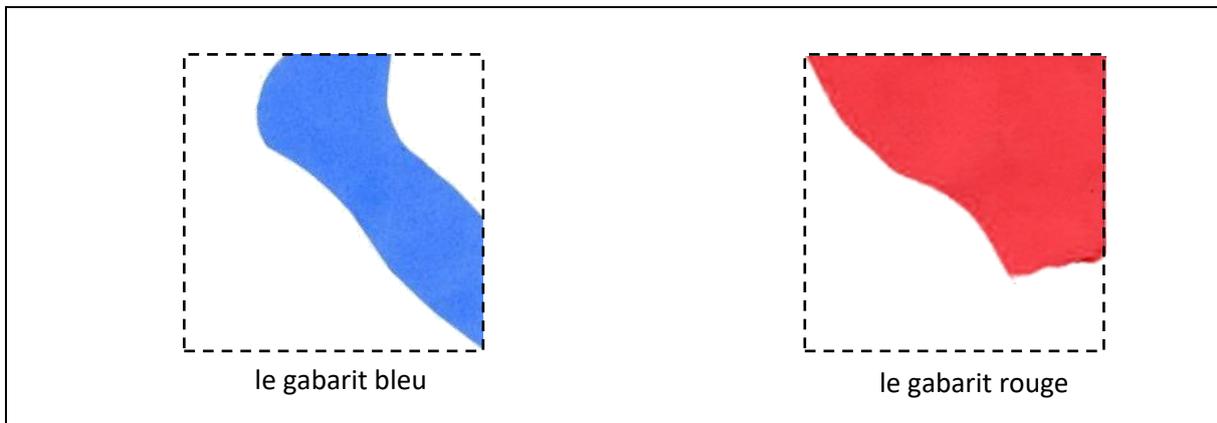


figure 6.5 : Le gabarit bleu et le gabarit rouge et leurs formes relatives aux dimensions du carré (en pointillé sur le schéma). Les gabarits déchirés conservent une partie de l'information du carré : ils permettent un report de l'angle droit et de la longueur du côté, déchargeant a priori sur ce dernier point l'élève d'une prise en charge de l'information de longueur.

- (2) La forme du gabarit bleu doit permettre la nécessité dans son usage d'un prolongement des côtés de l'angle droit du carré favorisant des actions matérielles de type *deux contraintes simples successives*, sous-jacentes au concept de perpendicularité.
- (3) Le fait qu'un des deux côtés rectilignes du gabarit bleu ne coïncide pas avec le sommet du carré rend les prolongements de lignes nécessaires et favorise une restauration visant à *briser le contour* de la figure vue et pensée comme une surface, pour une appréhension en dimension inférieure de ses côtés 1D. La figure 6.6 montre en effet qu'un autre gabarit – dont le contour de l'angle droit est également déchiré – ayant une information sur la longueur du côté du carré avec deux bords rectilignes coïncidant avec les sommets du carré permet une restauration sans prolongement de lignes « au-delà du contour ».

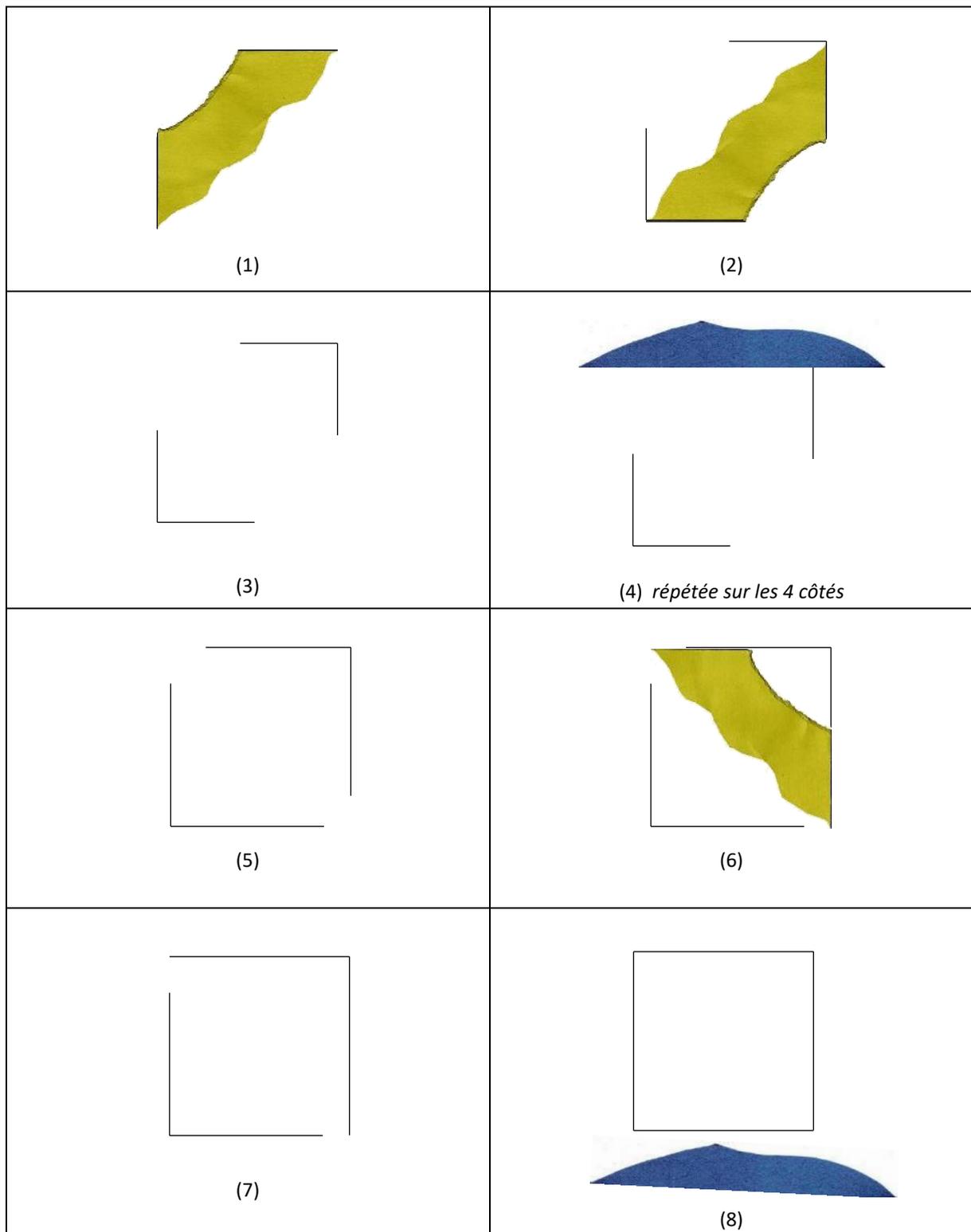


figure 6.6 : restauration du carré à l'aide d'un gabarit dont le contour de l'angle droit est manquant et dont les deux bords rectilignes coïncident avec les sommets du carré. Il existe au moins une restauration valide qui ne nécessite pas de prolongement de lignes « au-delà » du contour (étapes 1 à 8). Cette restauration permet de rester dans une considération surface de la figure, ce qui n'est pas souhaité dans le contexte d'hypothèses de ce travail.

Ainsi, à l'instar de l'équerre, le gabarit bleu est un instrument permettant un report de l'angle droit et également d'établir une relation de perpendicularité entre deux éléments 1D. Toutefois, par l'absence du contour de son angle droit (partie déchirée) je fais ainsi l'hypothèse qu'il peut être l'instrument « théorisé » de la partie 1.4, d'avantage considéré comme un traceur d'objets 1D (ayant une relation) que comme un reporteur d'information 2D.

- (4) Les longueurs des bords rectilignes du gabarit bleu sont ajustées de manière à être, d'une part suffisamment grandes pour permettre des prolongements en limitant les erreurs de traçage lors d'actions instrumentées successives et, d'autres part pas trop grandes pour empêcher, dans toute la mesure possible, des tracés non instrumentés mais toutefois valides (cf. figure 6.7).

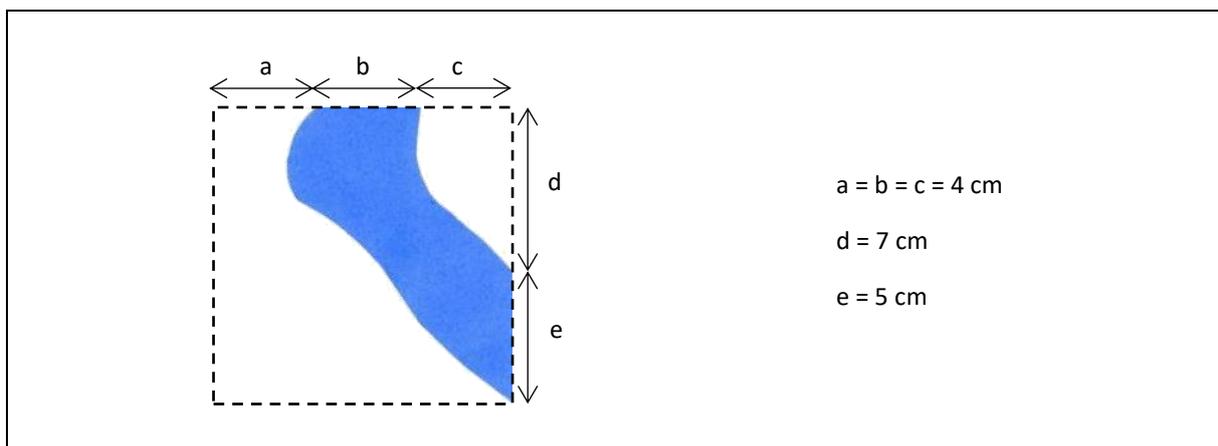


figure 6.7 : les dimensions du gabarit bleu. Les longueurs b et e doivent être suffisamment grandes pour permettre des tracés suffisamment longs et limiter le plus possible l'incertitude liée au traçage. Les longueurs c et d doivent être suffisamment grandes pour empêcher les tracés non instrumentés mais valides de restauration du sommet (à l'intersection des segments correspondant) du carré. Enfin, la restauration décrite sur la figure 6.6 nous a montré que les prolongements de lignes sont permis à condition que a ne soit pas nulle (avec $e > 0$ de façon évidente).

- (5) Le découpage « en arrondi » des gabarits correspond à la volonté, d'une part de permettre de différencier les bords rectilignes de l'angle droit des bords qui correspondent aux déchirures (cf. figure 6.8) et, d'autre part d'éviter que les élèves considèrent que certaines parties pourraient avoir conservé des propriétés permettant des tracés d'angles droits. Lors de tests préalables, réalisés avec d'autres élèves que ceux des classes de ce travail, certaines parties d'un gabarit déchiré par coupes droites (cf. figure 6.9) avaient été assimilées à des gabarits d'angle droit. Les élèves, contraints

d'utiliser ce gabarit mais mis en difficulté par son usage en avaient tiré la conclusion que la solution était là !

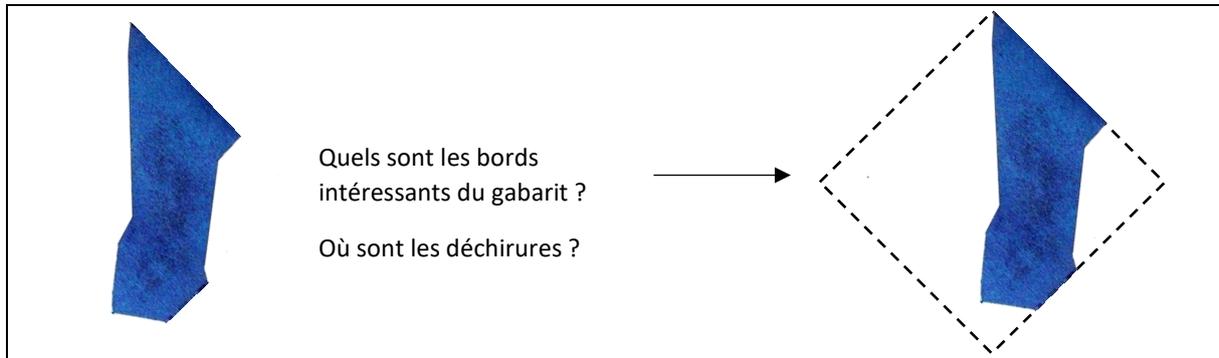


figure 6.8 : gabarit déchiré par coupes droites. Identifier les bords de l'angle droit n'est pas aisé : les nombreux bords rectilignes peuvent visuellement correspondre aux bords de la surface du carré.

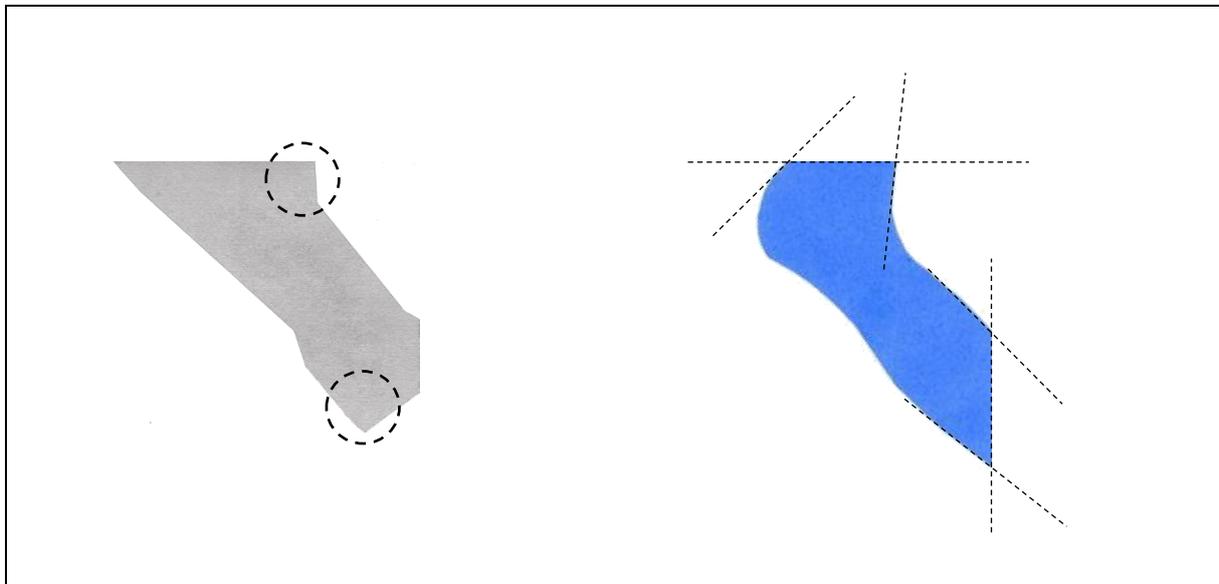


figure 6.9 : afin de limiter les usages détournés des gabarits, leurs formes doivent éviter des parties saillantes qui puissent donner l'illusion de propriétés visuelles de l'angle droit. Certaines parties du gabarit gris (cerclées en pointillés) peuvent être assimilées à des gabarits d'angle droit. Les parties saillantes du gabarit bleu s'éloignent le plus possible de coupes en angle droit.

- (6) L'usage seul du gabarit bleu est suffisant pour réussir la restauration. Le choix de mettre le gabarit rouge à la disposition des élèves traduit la volonté, d'une part de permettre aux élèves des essais pendant la phase de recherche avec un instrument « plus familier » (de par sa ressemblance à l'équerre ou aux gabarits d'angle droit de plus en plus utilisés dans les classes). D'autre part de proposer également aux élèves des instruments permettant une considération surface des figures, comme Perrin-Glorian et alii (2013) en soulignant l'importance :

Ainsi, donner aux élèves l'accès à des instruments de type « 2D » (le gabarit, le papier calque) permet de prendre en compte la perception spontanée de la figure en termes de surfaces. Encourager dans le même temps l'utilisation des instruments de type « 1D » (la règle, la règle informable) ou permettant d'établir des relations entre des éléments 1D ou 0D (l'équerre, le compas) est nécessaire pour les accompagner vers la déconstruction de la figure en un réseau de lignes et de points.

(Perrin-Glorian & alii 2013)

Le gabarit rouge n'est ainsi pas le seul instrument à autoriser un report d'une information 2D sur le carré, mais il conserve le contour fermé de l'angle droit et porte visuellement de façon évidente une information sur une grande partie 2D de la figure.

Les deux gabarits ne diffèrent ainsi également que par la disponibilité ou non du contour de l'angle droit, ce qui pourra poser les bases des échanges en classe autour des usages différenciés (de l'usage d'un gabarit familier vers un moins familier et posant question) et des appréhensions différentes qu'ils permettent.

(7) Pour terminer, les noms qui ont été donnés en classe pour désigner ces gabarits ont été « gabarit bleu » et « gabarit rouge ». Il fallait ici limiter les effets de *contrat didactique* (Brousseau dans Bessot 2004) qu'un emploi de désignations directes de type « gabarit dont l'angle droit est déchiré » aurait pu occasionner. L'énonciation de la propriété géométrique qu'elle comporte n'est pas favorable à une observation neutre des objets de discours des élèves, de plus cette désignation de l'absence de l'angle droit aurait pu inciter a priori certains à croire que la restauration était d'emblée impossible.

La règle bleue.

Il s'agit d'un instrument traceur de ligne droite. Le choix de le proposer ici correspond à la volonté de permettre des tracés 1D : les prolongements de lignes tracés par les gabarits. Afin que cet instrument n'ait pas d'autres propriétés, il est indiqué aux élèves, lors de la séance préalable, qu'il ne doit pas être informé.

La règle graduée

(1) La situation permet de restaurer le carré sans report de longueur d'un instrument informable ou d'un instrument de mesure de longueur. Le choix de proposer ici

une règle graduée est motivé par la volonté de permettre l'identification des élèves qui ont une appréhension 2D du carré et qui ont ainsi besoin de mesurer la longueur du côté pour que leur tracé « ne dépasse pas » le coin (cf. figure 6.10). Je reviendrai sur ce point plus en détail dans la partie des analyses des stratégies.

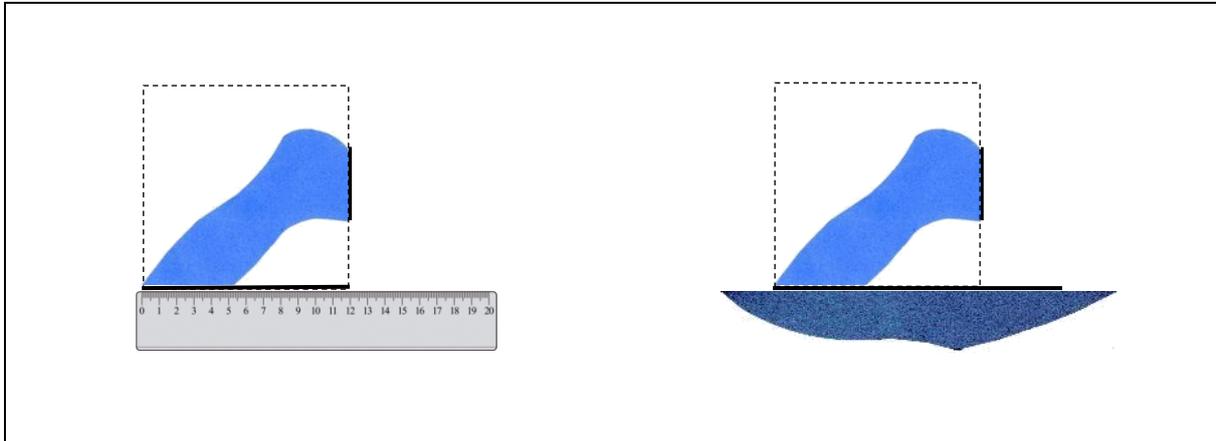


figure 6.10 : Identifier les élèves qui ont une appréhension « surface » du carré. Ces élèves ont a priori le besoin de reproduire le contour de la figure, ce qui se traduit par des tracés qui ne dépassent pas « le bord » du carré, d'où la nécessité d'effectuer une mesure et un report d'une longueur (à gauche sur la figure). Ne pas tenir compte de la longueur du côté et le prolonger brise l'unité du contour de la figure (à droite) ; ce traçage peut a priori commencer à donner des signes d'une considération du réseau sous dimensionnel 1D porteur de la cohérence de la figure.

- (2) La disponibilité de la règle graduée permet également, dans un premier temps, de ne pas trop bloquer les élèves face à une situation qui peut leur paraître trop inédite et leur laisser la possibilité d'effectuer des reports de mesure de longueurs et mobiliser les propriétés qu'ils connaissent déjà bien du carré.

Encart théorique : usage de la règle graduée, précision importante

Comme il est indiqué, le choix de proposer un instrument de mesure de longueur traduit la volonté d'appréhender certaines des manières d'agir-parler-penser du carré et non une étude en soi de la règle graduée. Dans l'hypothèse où cet instrument sera utilisé, il convient néanmoins de pouvoir situer son usage dans le champ des interprétations des analyses a priori et a posteriori. Autrement dit, *quelles sont les visualisations et déconstructions en arrière-plan de l'usage d'un instrument de mesure de longueur ?*

Les travaux de Duval (2005) donnent une réponse à cette question. En 2005 Duval nomme *arpenteur-géomètre* (Duval 2005) l'élève dont la tâche est la production ou la reproduction d'une figure et dont l'activité consiste à des

mesures de ses bords afin d’y parvenir. Pour cet élève, la figure est non seulement une forme connue, mais qui a également des mesures. Les connaissances en jeu dans ce type de tâche sont ainsi spécifiques à cette activité – les propriétés géométriques sont traduites par des mesures – et le passage entre la discrimination visuelle des formes et leur identification se suffit du mécanisme de ressemblance *comme pour n’importe quelle représentation visuelle en dehors de la géométrie* (Duval 2005). Le mode de fonctionnement cognitif de l’arpenteur-géomètre est ainsi la visualisation iconique (cf. figure 6.11).

<p>VISUALISATION ICONIQUE : <i>ÇA RESSEMBLE AU</i> profil d’un objet réel, ou à un ensemble d’itinéraires ou de déplacements sur un territoire ou à un modèle type (étalon). <i>La figure reste un objet indépendant des opérations que l’on effectue sur elle</i></p>		<p>VISUALISATION NON ICONIQUE : C’est une <i>SEQUENCE</i> d’<i>OPERATIONS</i> qui permet de reconnaître des propriétés géométriques, par l’impossibilité d’obtenir certaines configurations, ou par invariance des configurations obtenues. <i>La figure est une configuration contextuellement détachée d’un réseau ou d’une organisation plus complexes</i></p>	
BOTANISTE	ARPENTEUR-géomètre	CONSTRUCTEUR	INVENTEUR-bricoleur

figure 6.11 : mécanismes d’identification des objets à partir de leurs formes visuelles (Duval 2005). Le mécanisme de visualisation iconique suffit à l’arpenteur-géomètre pour qui les mesures permettent d’assurer la reproduction d’une forme ressemblante.

L’arpenteur-géomètre ne procède ainsi pas par déconstruction des figures. Dans la suite de ce travail, les analyses a priori et a posteriori intégreront les actions matérielles et langagières de la règle graduée comme relevant uniquement de la visualisation iconique.

La règle du jeu de la reproduction

Les élèves sont engagés dans un « jeu de reproduction » pour lequel il y a une règle : il faut restaurer le carré avec des instruments proposés dont l’usage a un cout et pour gagner il faut réussir la restauration avec le score (total des couts) le plus bas possible. Ce score n’est pas annoncé aux élèves.

- (1) L’équilibre sujet/milieu n’est ainsi pas réalisé que seulement par une restauration valide mais également par un score le plus bas possible.
- (2) Le choix du cout de chaque instrument joue un rôle très important dans la volonté de faire émerger la déconstruction dimensionnelle comme réponse la plus optimale au

problème. Dans ce but, la règle bleue et le gabarit bleu sont les instruments au cout le plus bas et le gabarit rouge et la règle graduée ont un usage plus couteux.

- (3) Le réglage du cout des instruments permet aussi un usage répété de la règle bleue et du gabarit bleu sans que le total ne dépasse qu'un seul usage du gabarit rouge ou de la règle graduée.
- (4) Le réglage de l'écart des valeurs des couts (de l'instrument le moins couteux à celui le plus couteux) permet également de rendre possibles des procédures *familiales* pour les élèves et autoriser une entrée dans une activité inédite, sans qu'elle leur paraisse d'emblée trop couteuse pour être immédiatement identifiée comme non-adaptée.
- (5) Enfin, le cout élevé de la règle graduée permet de rendre instable les stratégies utilisant les deux règles pour « combler » la partie déchirée du gabarit bleu (figure 6.12), stratégie qui permet de tracer d'un seul geste le contour 2D de l'angle droit, sans prolongement de lignes et ne permet ainsi pas les tracés d'éléments 1D.

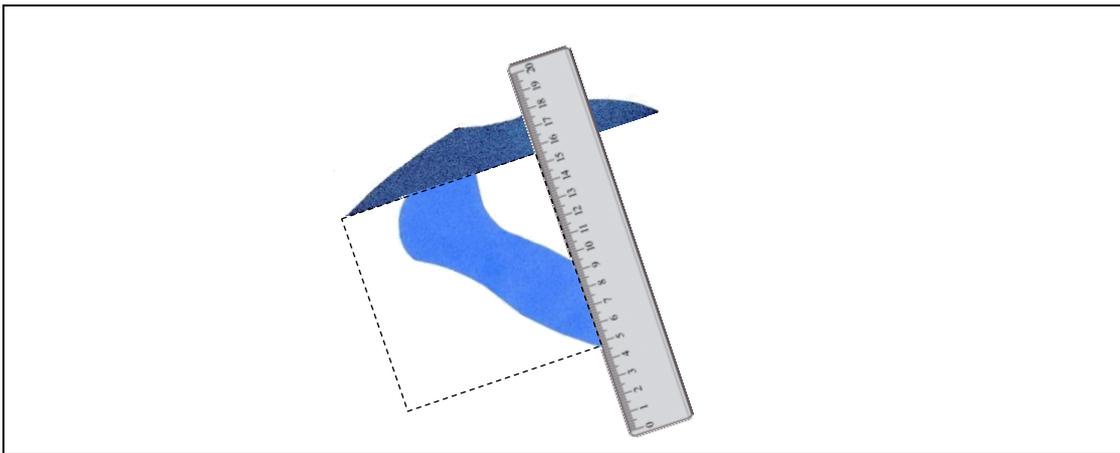


figure 6.12 : L'utilisation simultanée des deux règles et du gabarit bleu permet de créer un pochoir de l'angle droit du carré. Un cout élevé d'usage de la règle graduée permet ici de rendre cette stratégie inadaptée pour l'interaction avec le milieu.

À l'aune de ces considérations, utiliser la règle bleue ne coute rien (0 point), l'usage du gabarit bleu coute 1 point, celui du gabarit rouge coute 5 points et celui de la règle graduée coute 10 points. Le score le plus bas possible est de 3 points.

Les éléments fournis de la figure à reproduire

La situation propose une restauration à partir d'une partie d'un des côtés du carré : l'amorce. Cette amorce est un trait droit d'une longueur de 4 cm (cf. figure 6.13).

Cette situation aurait très bien pu porter les mêmes potentialités d'expérimentation si le problème posé avait été une production ou une reproduction d'un carré dont on donne la longueur ; c'est-à-dire sans amorce. Le choix de proposer une amorce est ici de ne pas permettre une réponse pour laquelle deux bords de la feuille constitueraient les côtés du carré.

Sa longueur de 4 cm, à l'instar des longueurs des côtés des gabarits, est assez grande pour permettre des tracés limitant les erreurs liées au traçage et assez petite pour empêcher une restauration valide mais non instrumentée d'un premier côté.

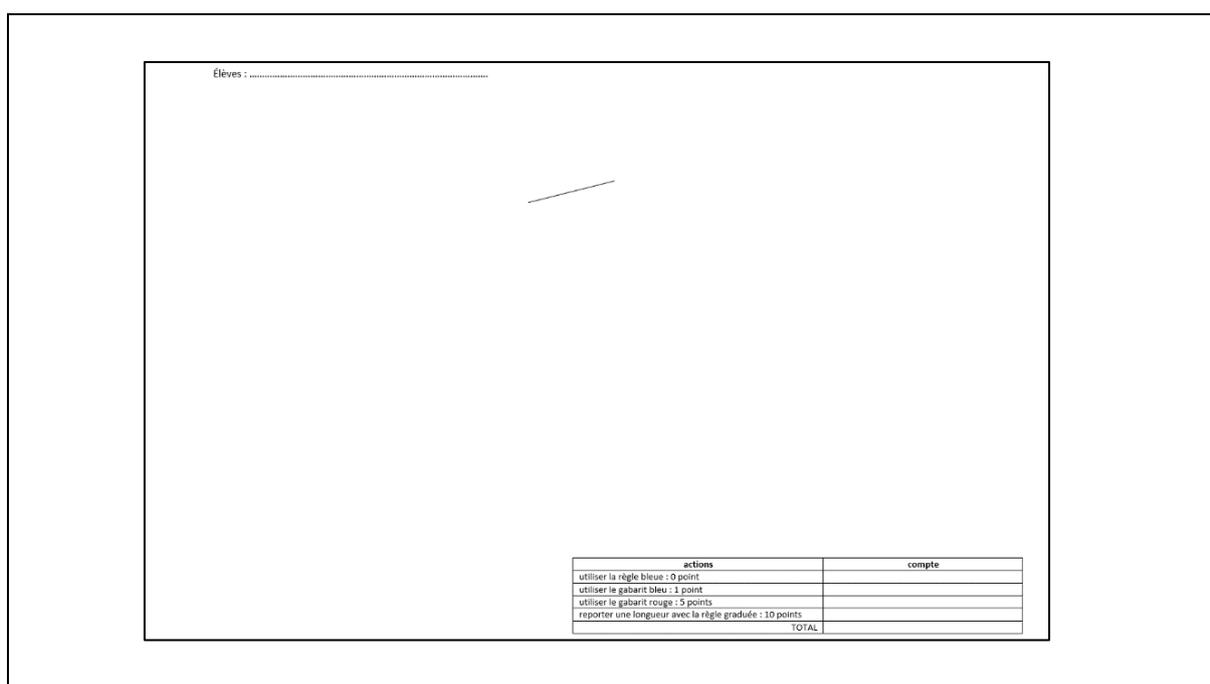


figure 6.13 : feuille pour la restauration. Une amorce de 4 cm est tracée pour éviter une réponse utilisant un coin de la feuille.

Les positions relatives de la figure modèle et des éléments fournis de la figure à reproduire

L'amorce est inclinée, par rapport aux bords du support de la restauration, dans le but d'empêcher les stratégies s'appuyant sur les propriétés matérielles des coins à angle droit des feuilles de papier, ce qui permettraient des actions matérielles ne coûtant aucun point.

Le support sur lequel les élèves doivent restaurer la figure (support de l'amorce)

Le support est une feuille au format A3 dont l'orientation est « paysage ». L'espace de travail reste ainsi un micro espace dans lequel les différents éléments (tableau des scores, noms des élèves, amorce) sont suffisamment espacés pour laisser une zone blanche pour les tracés la plus grande possible.

6.2.3. Stratégies et interprétations

Les stratégies de résolution sont à mettre en relation avec les manières d'agir et de parler a priori du carré, dont nous avons vu qu'elles sont liées aux manières de penser relative à cette figure (cf. 3.2). Ainsi, restaurer le carré à l'aide d'instruments en réalisant le score le plus bas possible peut donner lieu à trois catégories de stratégies.

Si l'on considère APP1, la restauration du carré conduit à une restauration d'une forme de carré, qui a éventuellement des mesures. Nous appellerons cette catégorie S1. APP2 est lié au carré comme étant le résultat d'un processus de construction conduit à une détermination des actions matérielles instrumentées qui vont permettre sa restauration. Cette catégorie sera nommée S2. Enfin, APP3, qui est lié au carré connu par ses propriétés géométriques mène à une restauration d'une figure dont les propriétés géométriques sont celles du carré (S3). Le choix des instruments et la façon dont ils sont utilisés, le regard porté sur la figure ou sur ses sous-unités et le nombre d'objets de discours traduisant les arrière-plans conceptuels et des différentes visualisations et déconstructions (cf. 5.1).

Stratégies S1. Le carré familier.

APP1 définit le carré comme une forme 2D n'ayant que des propriétés visuelles et éventuellement des mesures. Les actions matérielles, dont la visée est une production du carré vu comme un contour (bord de surface), sont subordonnées à la visualisation iconique : elles peuvent être à main levée ou par un usage d'un instrument, dans ce cas il n'est pas suffisant pour reproduire les propriétés visuelles (par exemple un angle droit reproduit uniquement à l'aide d'une règle) ou il est à visée de mesure. Le langage est auxiliaire et contient un objet de discours définissant intégralement le carré.

S1-1 Restaurer une forme de carré à l'aide de la règle bleue

Seule la règle bleue est utilisée, sans contrainte particulière. Certains tracés sont effectués à main levée. Le regard, bien que porté temporairement sur les tracés, garde un contrôle sur le contour de la figure dans sa globalité. La dimension verbale de l'activité montre un objet de discours définissant le carré comme une forme familière, qui a été reconnue : « *ça ressemble ; un carré* » et des justifications des tracés révélant le mécanisme d'iconicité, « *ça se voit ; le coin doit être comme ça* ». Compte tenu des caractéristiques du milieu cette stratégie n'a que de très faibles chances d'aboutir à une juste restauration.

Hormis une déconstruction instrumentale des côtés rectilignes du carré, l'usage de la règle bleue ne conduit pas à une déconstruction instrumentale du carré. La visualisation iconique est ici à l'œuvre et elle donne lieu à des rétroactions visuelles

d'ajustement des longueurs des côtés et des tracés des propriétés visuelles de l'angle droit. Le mécanisme d'iconicité permet également d'invalider visuellement des restaurations erronées, ou de valider une juste restauration à l'aide de la superposition des gabarits du carré disponibles sur les bureaux de fond de classe : la forme produite a la forme qui était demandée. Enfin, à l'évidence, les concepts d'angle droit et de perpendicularité ne sont pas en arrière plans.

S1-2 Usage maladroit du gabarit rouge

Cette stratégie est proche de S1-1. Ici le gabarit rouge est utilisé de façon maladroite pour restaurer les angles droits du carré (figure 6.14). Il y a certes une volonté d'utiliser les propriétés connues d'un instrument pour produire les propriétés visuelles de l'angle du carré mais l'usage erroné du gabarit conduit à un ajustement par rétroactions visuelles et inhibe la déconstruction instrumentale. Le langage pour justifier montre également cet ajustement visuel : « *je place le gabarit pour que ce soit droit ; ça doit être comme sur le modèle* ». La visualisation iconique est ici encore en arrière-plan, les possibilités de réussite sont ici encore très faibles.

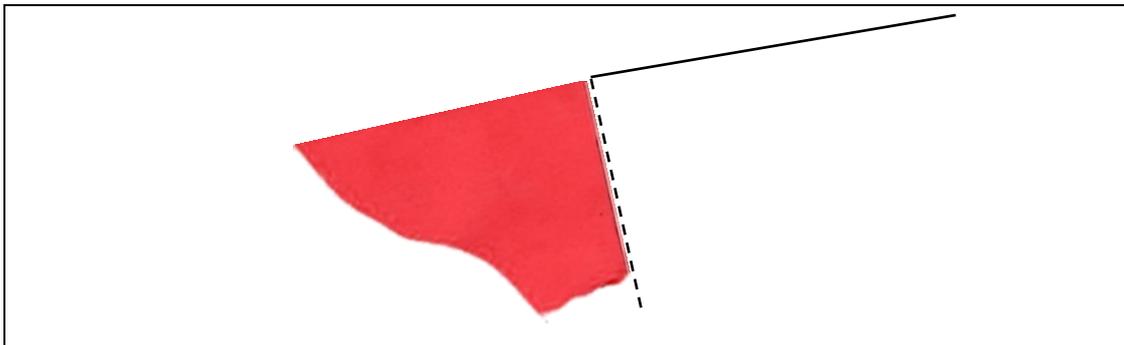


figure 6.14 : L'usage erroné du gabarit rouge conduit ici la visualisation iconique à être en arrière-plan de l'action matérielle instrumentée.

S1-3 Restaurer une forme de carré et la longueur de ses côtés

Il s'agit ici de la stratégie S1-1 augmentée d'un report de la longueur des côtés du carré pour assurer la restauration d'une forme de carré ayant les mêmes dimensions que le modèle. Ce report des longueurs peut être non-instrumentée dans le but de ne pas marquer les 10 points d'usage de la règle graduée (l'écart des doigts peut ici être envisagé) ou instrumentée par une mesure de la longueur à l'aide de la règle graduée. La règle graduée permet aussi de contrôler la juste longueur des côtés pour que les tracés ne dépassent pas les sommets du carré (cf. figure 6.10). Si l'usage de la règle graduée permet une plus grande stabilité pour la restauration d'une figure valide, il est

en revanche assez instable pour l'équilibre sujet/milieu car pas adapté à la règle du jeu du score minimal.

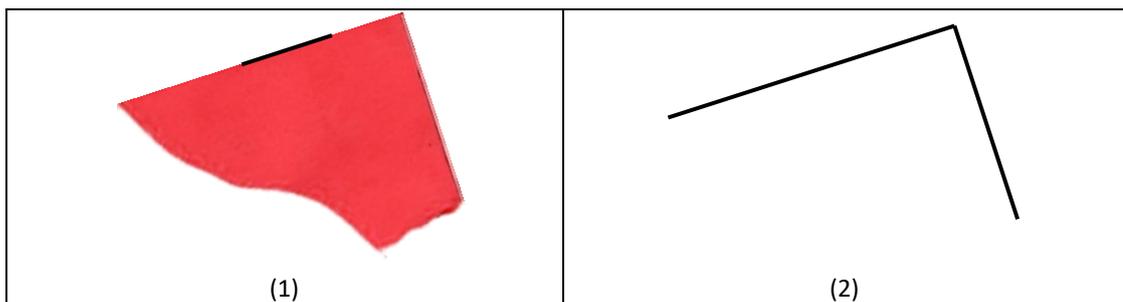
L'activité géométrique sous-jacente est ici celle du type *arpenteur-géomètre* (cf. 6.2.2 **La règle graduée**), la visualisation iconique sous-tend alors encore ici les manières d'agir et de parler.

Stratégies S2. Le carré par les instruments.

Les manières d'agir-parler-penser un carré résultat d'un processus de construction conduisent à une activité instrumentée composée de contraintes simples ou doubles ayant pour finalité la restauration de la figure dans sa globalité ou par une succession de ses unités figurales. Les propriétés visuelles des dessins étant traduites par les instruments, les justifications orales des tracés et de leur organisation s'appuient sur les propriétés des gabarits et de la règle bleue. La visualisation iconique peut rester ici à l'œuvre dans le contrôle de la forme globale produite mais la déconstruction instrumentale est ici principalement en arrière-plan des manières d'agir-parler-penser de l'élève. La validation commence ainsi à être réalisée par les instruments qui reportent l'intégralité des informations nécessaires à une juste restauration.

S2-1 Restauration instrumentée du contour du carré : gabarit rouge

Il s'agit ici d'utiliser le gabarit rouge trois ou quatre fois afin de produire le contour 2D du carré, ce qui nécessite que les informations – que cet instrument permet de reporter – aient été identifiées. Les contraintes sont ici uniquement des contraintes doubles (cf. figure 6.15), les mouvements des yeux ou les gestes ostensifs sont portés sur le contour 2D des angles droits tracés. Les objets de discours des élèves font référence à ce contour, « *partie du carré ; coin* », et la justification de l'organisation des tracés mentionne les propriétés du gabarit, « *le gabarit a la même forme que le modèle...* ». Le score de restauration est ici de 15 ou 20 points, ce qui peut conduire (par comparaison aux couts moindres de la règle bleue et du gabarit bleu) à considérer qu'il n'est pas le plus bas possible et à une réalisation d'autres essais impliquant d'autres instruments.



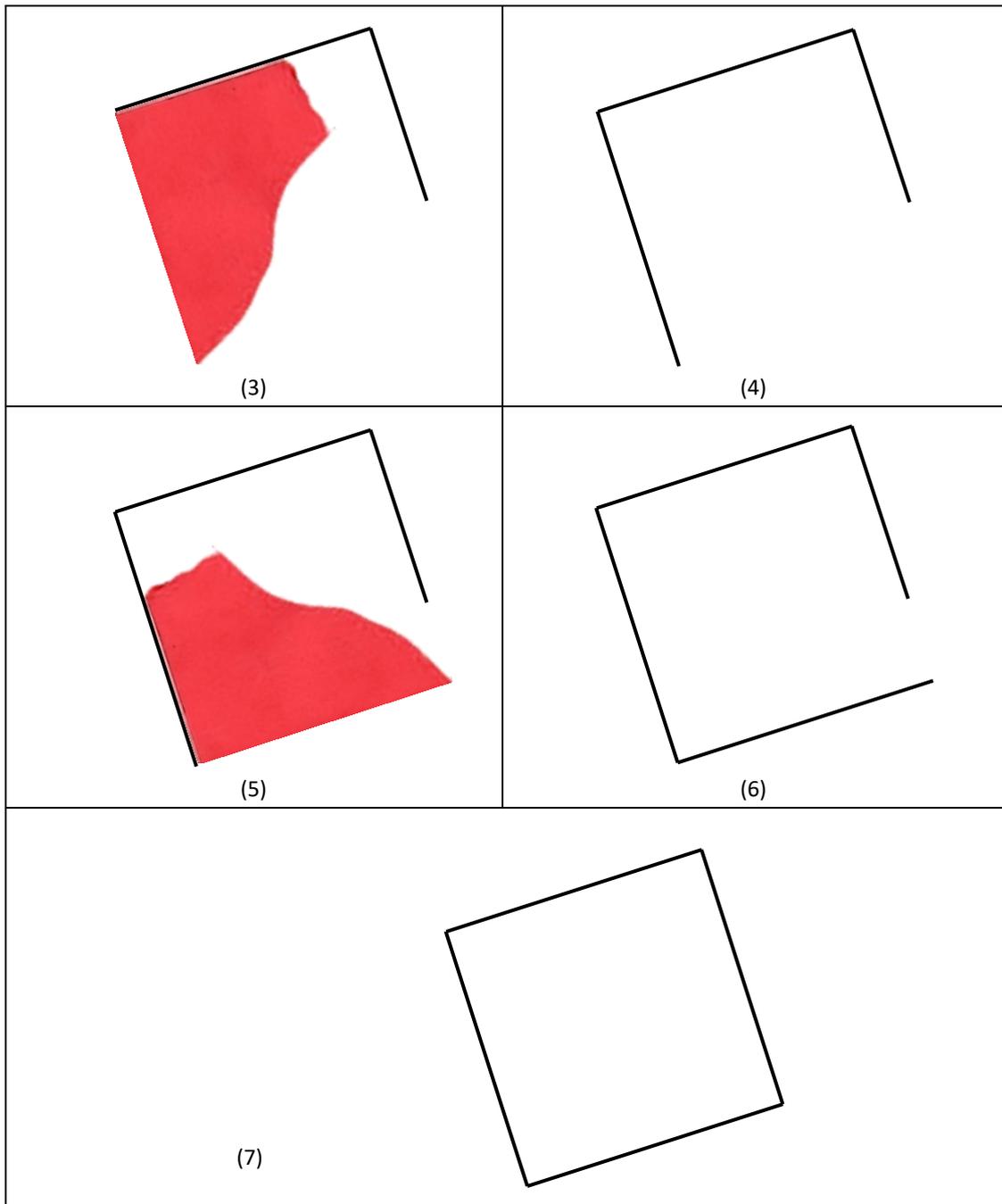


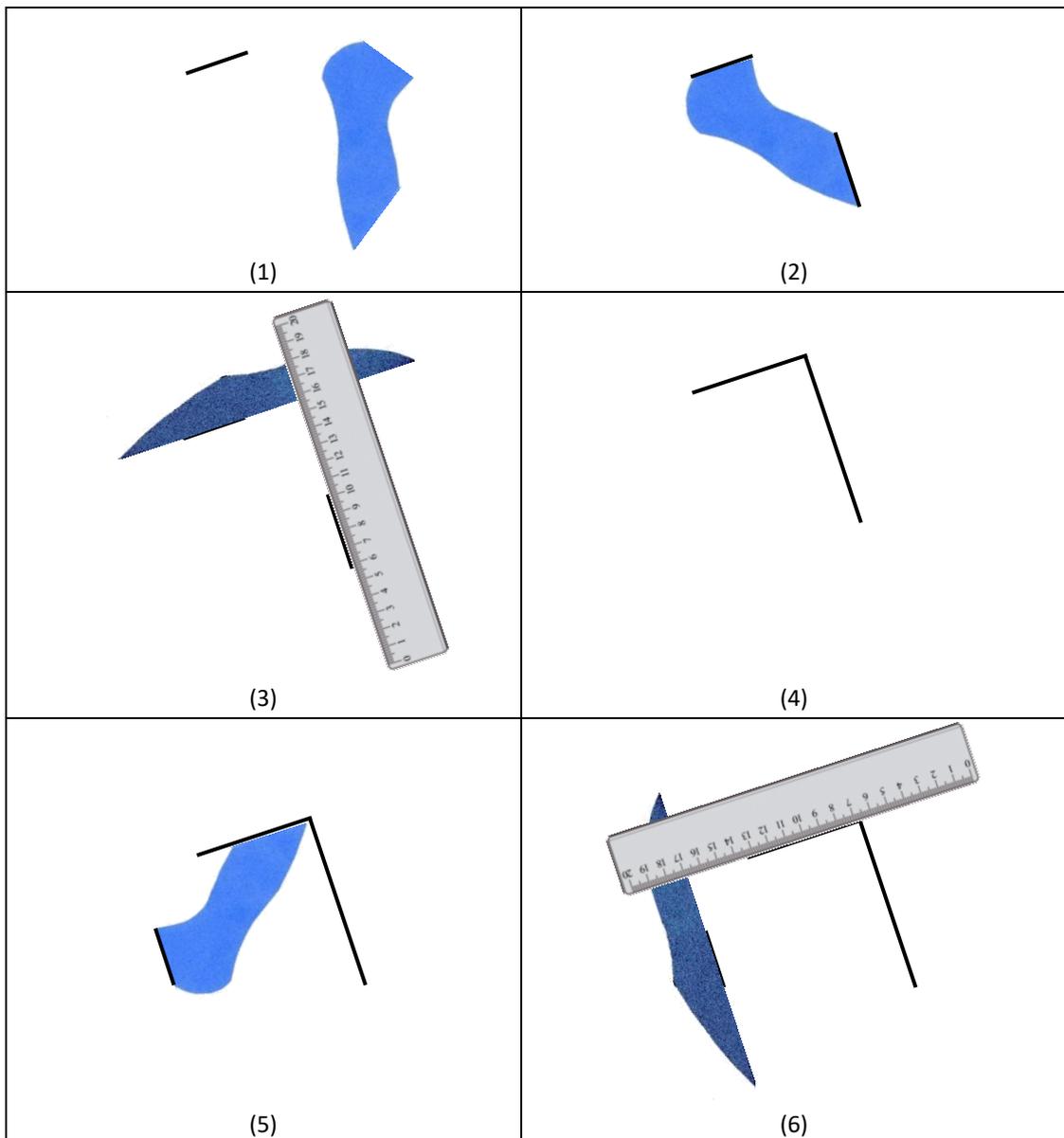
figure 6.15 : restauration du carré avec le gabarit rouge. L'étape (1) consiste en une unique contrainte matérielle simple, les étapes (3) et (5) nécessitent à chaque fois une contrainte double : il faut aligner le bord rectiligne du gabarit sur le côté déjà tracé et dans le même geste faire coïncider le coin du gabarit à l'extrémité du trait. L'étape (7) est réalisée à l'aide d'un usage supplémentaire du gabarit rouge ou de celui de la règle bleue. Bien que les contraintes doubles puissent faire des appels vers le concept de l'angle droit, l'organisation visuelle des formes tracées est ici commandée et justifiée par la forme du gabarit : la stratégie S2-1 ne nécessite pas la connaissance de l'angle droit pour agir.

Le fait que le gabarit commande ici l'organisation des données visuelles me conduit à interpréter l'activité de l'élève ne mobilisant pas le concept de l'angle droit et relevant uniquement d'une déconstruction instrumentale. Le critère de validité est ici la

restauration du carré dans sa globalité – ce que nous avons défini comme la déconstruction instrumentale à visée iconique – une superposition du gabarit du fond de classe est encore nécessaire.

S2-2 Restauration instrumentée par un pochoir reconstitué

Il s'agit ici de « recréer » la partie manquante du gabarit bleu à l'aide des deux règles, créant ainsi un pochoir de l'angle droit et d'un côté entier du carré (figure 6.16). L'identification des propriétés visuelles que le gabarit bleu permet de restaurer est ici conjointement a minima nécessaire ; cette identification peut se faire par des superpositions sur le carré-modèle.



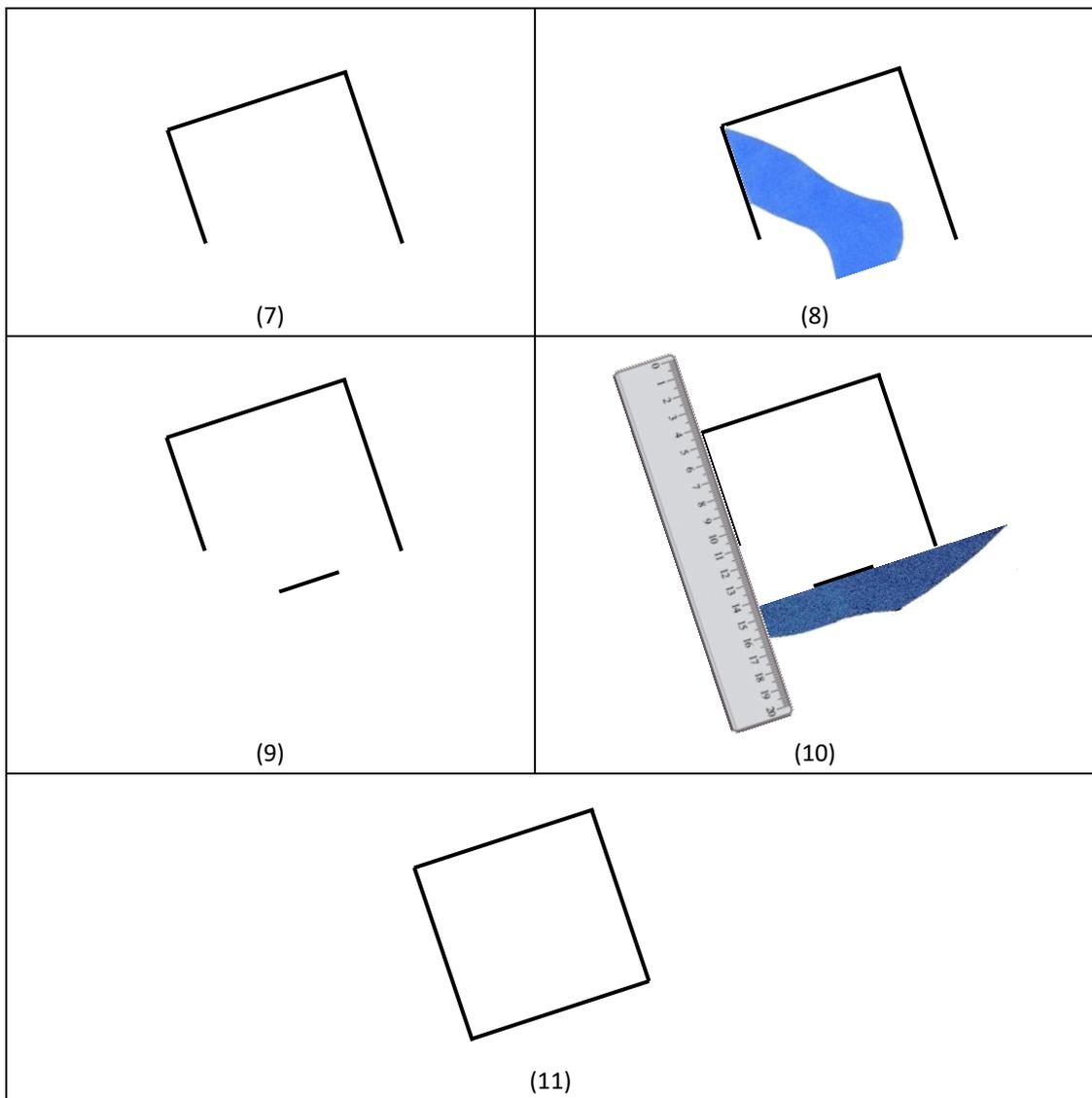


figure 6.16 : restauration du carré par le gabarit bleu et deux règles superposées pour « combler » la partie déchirée. À l'exception de l'étape 2, pour laquelle l'usage du gabarit bleu nécessite une contrainte simple, chaque utilisation de ce gabarit se fait en une contrainte double (étapes (5) et (8)). L'usage « pochoir » des deux règles des étapes (3), (6) et (10) se fait lui à chaque fois en deux contraintes simples simultanées. A l'instar de S2-1, les propriétés visuelles sont restaurées ici par la forme des instruments, sans connaissance nécessaire des propriétés géométriques du carré.

La superposition des deux règles nécessite des gestes et un regard prenant en compte les deux côtés consécutifs de façon simultanée, le tracé graphique permet lui une appréhension du contour fermé de l'angle droit et les objets de discours portent sur les éléments tracés dont l'organisation est justifiée par les propriétés des instruments.

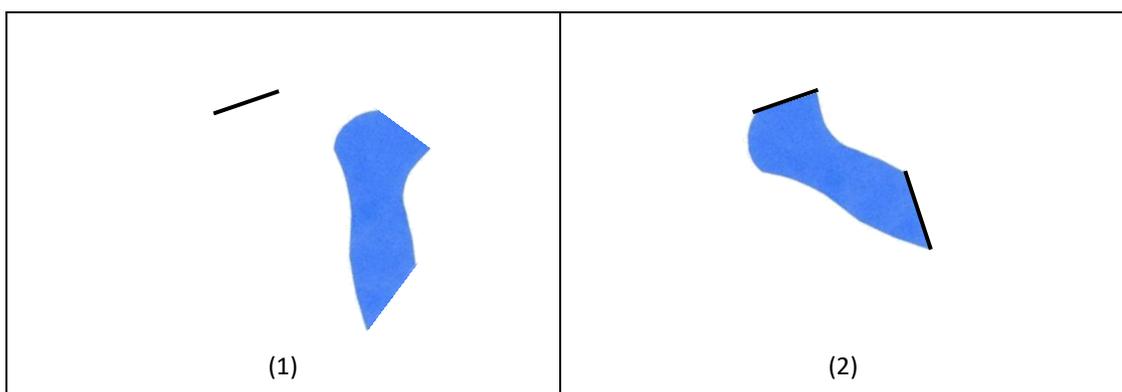
L'utilisation « pochoir » rapproche ainsi S2-2 de S2-1, l'assemblage des deux règles et du gabarit bleu permet en quelque sorte de « recréer » le gabarit rouge. Les interprétations en termes de concept, visualisation et déconstruction en jeu sont ainsi très proches de S2-1. L'activité de l'élève peut révéler ici une déconstruction instrumentale du carré sans nécessiter encore la mobilisation de quelconques

concepts pour agir. Toutefois, le fait que l'activité de l'élève soit ici dans une appréhension du contour fermé du carré, peut donner à cette stratégie, pour seul critère de validité, la restauration de la forme du carré et conduire à une déconstruction instrumentale à visée iconique. Pour autant, l'interruption du geste graphique dans le tracé de l'angle droit (étapes 2 et 3) et la nécessité de *continuer* la ligne (étapes 3 et 4), impose un découpage séquentiel également enclin à interpréter une déconstruction instrumentale à visée non-iconique. L'analyse a posteriori pourra se saisir de cette double interprétation par l'analyse des façons dont les élèves, ayant recouru à S2-2, auront validé leur solution.

Cette stratégie donne a priori un fort taux de chance d'une figure valide, en revanche son score de restauration élevé (33 points) n'est pas une réponse optimale à l'interaction avec le milieu.

S2-3 Décomposition du carré par tracés successifs de ses côtés : gabarit bleu et règle bleue

La volonté est ici d'obtenir le score le plus bas possible. Cela se traduit par un usage du gabarit bleu – dont la connaissance des propriétés est ici également nécessaire – et de la règle bleue seule. Comme illustré dans la figure suivante (figure 6.17), des contraintes matérielles doubles et simples se succèdent donnant lieu à une restauration marquée par des étapes ayant un plus fort découpage temporel que S2-1 et S2-2. D'un point de vue verbal, deux objets de discours sont nécessaires pour désigner les unités figurales tracées (chaque côté), « *les côtés, ce côté et celui-là* », et les propriétés des instruments justifient leur organisation visuelle, « *le gabarit a la bonne forme* ».



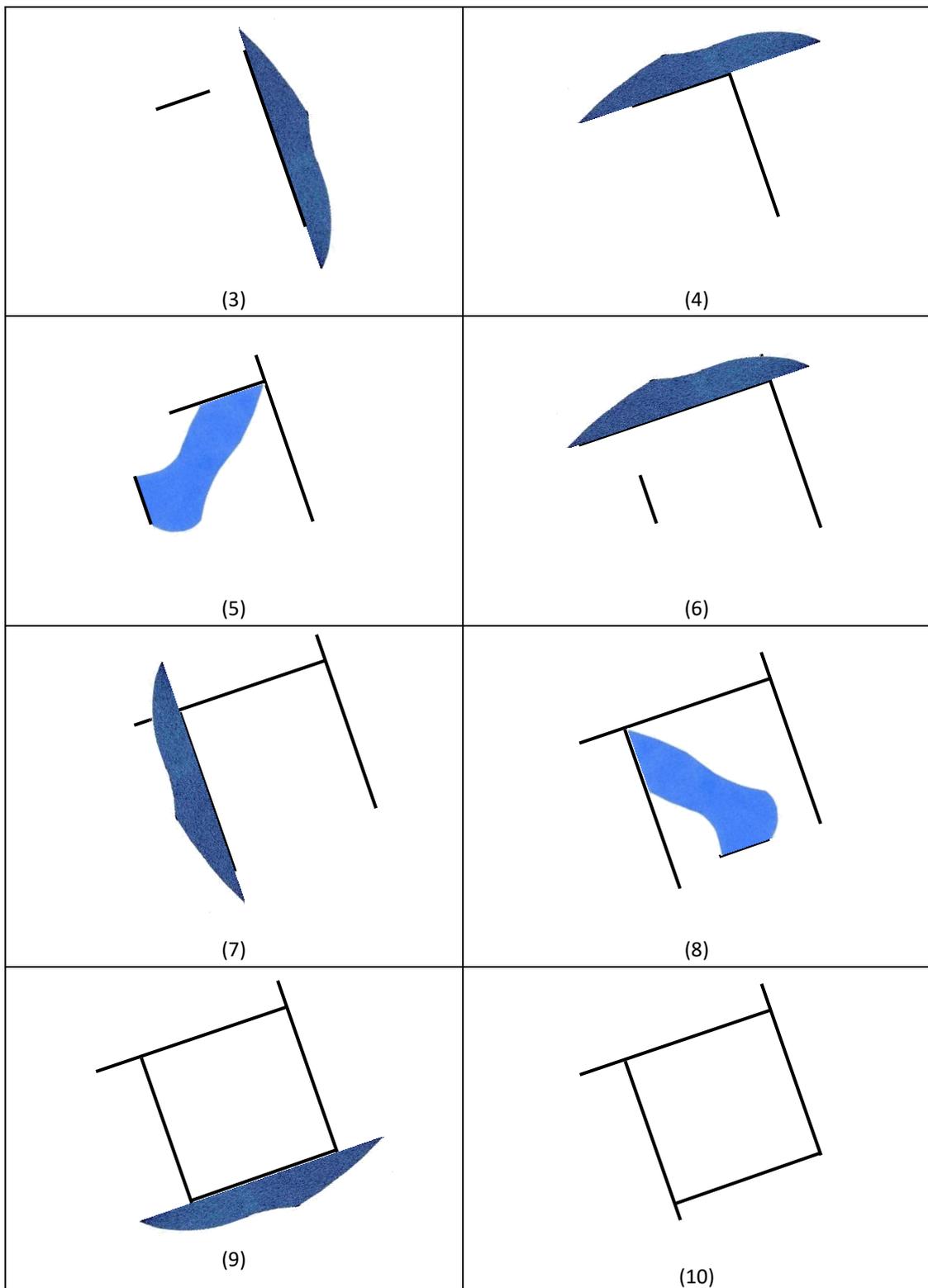


figure 6.17 : restauration du carré avec le gabarit bleu et la règle bleue. L'étape (2) consiste en une unique contrainte matérielle simple. Les étapes (3) et (4) nécessitent à chaque fois une contrainte simple : il faut aligner le bord rectiligne du gabarit sur le côté dont une partie est tracé. La contrainte d'usage du gabarit à l'étape (5) est une contrainte double, il faut d'un seul geste aligner le bord rectiligne du gabarit sur le côté supérieur tracé et faire coïncider l'extrémité du gabarit et le sommet du carré. Les étapes (6) et (7) montrent chacune une seule contrainte simple. Le dernier usage nécessaire du gabarit montre en (8) une dernière contrainte double, la fin de la restauration consiste en une contrainte simple (9).

S2-3 utilise une règle en moins que S2-2, ce qui ne rend plus possible le tracé du contour de l'angle droit du carré (stratégie du pochoir) et nécessite des tracés successifs des côtés consécutifs de l'angle. Cette succession impose le prolongement de certains de ces côtés : ainsi les segments tracés aux étapes (3) et (6) sont des éléments 1D.

Si l'examen de cette stratégie donne des premiers signes vers la déconstruction dimensionnelle, parce qu'elle conduit à une prise en charge successive des côtés de l'angle droit du carré et que certains de ces côtés sont des éléments 1D, la cohérence de l'organisation est ici commandée par la forme du gabarit. Cela ne me conduit pas à interpréter S2-3 comme donnant une déconstruction dimensionnelle du carré, qui exige une compréhension de l'organisation du réseau sous-dimensionnel non subordonnée aux instruments, selon l'acceptation faite dans ce travail. Et par conséquent, concepts d'angle droit et de perpendicularité ne sont également pas ici à l'œuvre, car non nécessaires.

Le fort découpage séquentiel des actions matérielles et l'émergence de tracés 1D peuvent conduire à penser que cette stratégie instrumentée vise d'avantage une restauration des propriétés visuelles entre les unités figurales du carré qu'une restauration globale du carré. S2-3 renvoie ici alors à une déconstruction instrumentale à visée non-iconique du carré, ce qui donne à cette stratégie une importance particulière dans le passage vers la déconstruction dimensionnelle du carré. Un critère de validation du problème peut ainsi être – et se suffire de – un juste assemblage instrumenté de chaque unité figurale.

Avec un total de 3 points, S2-3 est une des stratégies qui permet le score le plus bas possible. Ce constat, marque ainsi un premier résultat au regard du questionnement de recherche élaboré (question Q1, cf. 3.1) : **une déconstruction instrumentale du carré n'est pas, a priori, forcément limitée pour une adaptation du sujet au milieu définit dans ce travail, à condition qu'elle soit à visée non iconique.**

Stratégies S3. Le carré par les propriétés géométriques.

Les stratégies S3 montrent des solutions au problème de restauration cohérentes avec une manière de penser le carré comme une figure ayant des propriétés géométriques. Les actions matérielles et les façons de voir reprennent ici celles des stratégies S1 et S2 mais en revanche la dimension verbale de l'activité montre ici une différence nette puisque orientée vers une énonciation, en termes de propriétés géométriques, de la cohérence des tracés.

S3-1 Traductions instrumentales erronées

Les solutions au problème envisagées renvoient ici aux mauvaises mises en œuvre d'instruments par méconnaissance des propriétés dont ils sont porteurs pointées par les travaux d'Offre et alii (2006). La volonté de restaurer une propriété géométrique par un instrument ne se traduit ainsi pas forcément par une réussite. Ainsi, les stratégies S3-1 montrent une volonté, énoncée verbalement, de produire des tracés des angles droits du carré, avec la même mise en œuvre matérielle que S1-1 ou S1-2 (action instrumentée assumée mais assujettie à la visualisation iconique). Le concept d'angle droit est sous-jacent à l'activité de l'élève, mais les chances de succès sont ici, à l'instar de S1-1 et S1-2, très faibles.

S3-2 Restaurer des objets 2D ayant des propriétés géométriques

Les stratégies S3-2 montrent une activité de restauration du carré ou de ses unités de surface motivée par la volonté de reproduire la propriété visuelle de l'angle droit par les instruments. La dimension matérielle de l'activité montre alors avant tout un choix d'instruments dont l'usage permet les contraintes doubles : nous avons vu que l'usage du gabarit rouge ou l'utilisation conjointe du gabarit bleu et d'une superposition des deux règles permettent des tracés réalisés par de telles contraintes. Du point de vue visuel, le regard et les gestes ostensifs sont portés sur les éléments 2D, qu'il s'agisse du carré ou de ses angles. Deux objets de discours sont ici nécessaires, il s'agit de nommer l'objet 2D et d'énoncer sa propriété : « l'angle est droit ; c'est un angle droit ; le carré a un angle droit ». Ces stratégies offrent un taux élevé de réussite d'une juste restauration, mais sont non adaptées à la règle du score le plus bas.

Dimensions matérielle, visuelle et verbale montrent ici une cohérence en faveur de l'expression d'une propriété unaire, le concept d'angle droit est en arrière-plan de l'activité de l'élève. La subordination des actions instrumentées au discours géométrique implique également, d'une part la neutralisation de la visualisation iconique, perçue comme insuffisante et trop instable et, d'autre part une déconstruction instrumentale du carré non centrale mais permettant de matérialiser visuellement les propriétés géométriques énoncés des objets 2D

S3-3 Établir des relations géométriques entre des unités 1D

Ces stratégies sont similaires à S3-2, il s'agit de traduire visuellement les propriétés géométriques du carré, mais elles portent ici sur des tracés 1D. D'un point de vue matériel, seul l'usage du gabarit bleu et de la règle bleu – par les contraintes simples qu'il impose – est ici a priori envisageable. Des allers-retours visuels et ostensifs sont réalisés entre les objets 2D et les unités 1D qui les composent. La dimension verbale

de l'activité traduit une volonté de justifier cette organisation des unités 1D par les propriétés géométriques. Trois objets de discours sont nécessaires : deux objets désignent les unités, « *côtés ; segments ; traits...* », et un objet est utilisé pour justifier l'organisation, « *il y a un angle droit entre les côtés* ». Le mot *perpendiculaire* n'est ici a priori pas encore connu, l'énonciation de la relation entre les unités 1D nécessite alors un nouvel usage de l'expression « angle droit », ou de tout autre objet de discours désignant en contexte cette propriété. La réalisation matérielle, qui est celle décrite dans la figure 7.17, donne le score d'une restauration valide le plus bas possible et fait ainsi de S3-3, à l'instar de S2-3, une réponse optimale au problème.

Niveau des contraintes matérielles, capacité à décomposer et recomposer visuellement les formes 2D du carré à partir des unités 1D et nombre et fonction des objets de discours, traduisent ici une activité géométrique relevant de la relation binaire. De la même façon que pour S2-2, la visualisation iconique se substitue ici alors à une décomposition cohérente du carré en unités 1D, jugée plus stable. Selon l'acceptation faite dans ce travail, cette cohérence étant portée ici par le discours, S3-3 s'interprète comme une manifestation d'une déconstruction dimensionnelle du carré.

6.2.4. Bilan

Selon les manières d'agir-parler-penser, les stratégies de résolution sont ainsi a priori variées et présentent également certaines similitudes. Nous avons vu ainsi que restaurer le carré, qui est pensé comme une figure familière, conduit à des stratégies trop instables pour envisager un équilibre avec le milieu. Penser le carré comme résultant d'un processus de construction instrumenté ou comme étant une traduction visuelle de propriétés géométriques permet d'avantage de stabilité et conduit à des stratégies similaires du point de vue des actions matérielles mais dont les dimensions verbales montrent des différences majeures. La visualisation iconique s'impose lorsqu'il s'agit de penser le carré comme une figure familière, coexiste avec la déconstruction instrumentale de la figure et devient de moins en moins stable dès lors que les instruments ne commandent plus l'organisation des formes en faveur du discours. La déconstruction instrumentale à visée non iconique et la déconstruction dimensionnelle du carré présentent toutes les deux des solutions optimales dans l'interaction au milieu. Enfin, l'analyse montre que seul l'usage du gabarit bleu, permet l'élaboration des réponses les plus adaptées au problème et par conséquent une activité pouvant conduire à une déconstruction dimensionnelle du carré.

7. Analyse a posteriori

L'analyse a posteriori présentée ici se fonde sur l'étude du corpus expérimental établi d'après les observations de mises en œuvre de la situation dans une classe de CE2 et dans une classe de CM1. Comme prévu par le protocole expérimental (cf. 6.1), la séance préalable a été menée dans chacune des classes une semaine avant la séance principale, dans le but de favoriser une construction de connaissances naturalisées d'action sur le milieu : d'une part, avoir identifié que la figure de la situation est un carré dont on connaît les propriétés géométriques (longueurs des côtés et particularité des angles) et, d'autre part que les gabarits déchirés sont obtenus à partir d'un gabarit du carré dont on a enlevé des parties. La dévolution de la situation a également été favorisée par le fait que la séance préalable permettait une première familiarisation avec un comptage de l'usage des instruments.

La consigne pour les enseignantes de ces deux classes était de réaliser les deux séances en s'en tenant le plus possible à leur déroulement détaillé (cf. annexe 1 et annexe 2). Le corpus qui m'intéresse provient de la mise en œuvre de la situation principale, dont l'analyse a priori est réalisée en 6.2, menée ainsi dans des conditions voulues les plus similaires. Les élèves ont travaillé en binôme, des phases collectives ont également été conduites pour une durée d'environ une heure ; une caméra m'a permis d'effectuer un relevé des observables : les façons d'agir des élèves et les échanges oraux à l'intérieur de la classe. Vidéos, photos tirées des arrêts-sur-image et transcriptions constituent ainsi les supports de l'analyse. L'intégralité de tous les transcrits est disponible dans les annexes.

Je rappelle que la méthodologie a défini une analyse a posteriori s'attachant à déterminer les différents concepts, visualisations et déconstructions sous tendant les manières d'agir-parler-penser, à partir de l'étude des dimensions matérielle et visuelle de l'activité des élèves, des différents objets de discours dans les énoncés de tous les acteurs de la situation (élèves, enseignante), des contextes d'interprétations et du niveau de positionnement énonciatif des élèves. Pour rester dans le cadre d'un mémoire de recherche de niveau master et dans la perspective d'obtenir, par la confrontation avec l'analyse a priori, des éléments de réponses aux questions de recherche, l'analyse a posteriori sera restreinte à l'étude de quelques « cas » qui me semblent présenter un intérêt significatif et qui sont représentatifs des réponses de la classe.

Après avoir réalisé une brève analyse à partir d'une observation générale, je m'intéresserai ainsi tout d'abord à l'activité d'un binôme de la classe de CE2, à différents moments de la séance. Je questionnerai alors le potentiel du milieu pour limiter visualisation iconique et déconstruction instrumentale ainsi que le rôle joué par la communauté discursive sur l'institution des manières d'agir-parler-penser de ces deux élèves. Ensuite, mon travail s'orientera vers une étude de la secondarisation des genres de discours de la communauté discursive instituée en classe de CM1 autour de l'activité d'un binôme présentant une réponse en termes de déconstruction dimensionnelle.

7.1. Première observation générale en CE2 et CM1 : analyse globale

Comme nous allons le voir, le déroulement général de la séance ainsi que la répartition des types de stratégies ont été globalement les mêmes dans les classes de CE2 et de CM1. Une première analyse de cette répartition globale des types de stratégie permet de dégager des premiers résultats. Dans les deux classes, la mise en route de l'activité a demandé un temps plus long que prévu, de presque 15 minutes. La présentation des quatre nouveaux instruments suscitait d'emblée quelques interrogations et notamment concernant deux d'entre eux et de leurs couts d'utilisation très différents : les deux règles. Les enseignantes ont dû préciser que le comptage d'usage pour la règle graduée fonctionnait de la même manière que pour les autres instruments : les usages sont gratuits pour les prises d'information sur le carré-modèle et « payants » s'ils servent à tracer. Une première séance de travail en binôme de 15 minutes a suivi, à l'issue de laquelle une mise en commun intermédiaire des solutions valides ou non valides, d'également 15 minutes, a été menée. Cette première mise en commun montre, pour les deux classes, un grand nombre de productions non-valides, quelques productions valides réalisées à l'aide du gabarit rouge (pour un score supérieur ou égal à 15 points) et ne présente pas la solution à 3 points mais seulement quelques tentatives d'utilisation du gabarit bleu. Les séances se sont poursuivies par une deuxième phase de travail des mêmes binômes (10 minutes), suivie par une deuxième mise en commun des productions et procédures qui a présenté un nombre plus élevé de productions valides ainsi qu'une solution à 3 points (dans chaque classe). La séance s'est terminée par une phase de synthèse dont seule celle de la classe de CE2 a contenu une institutionnalisation de la perpendicularité.

Un milieu validant et antagoniste

Avant de regarder de plus près l'activité de certains binômes, un regard global sur les travaux de la première phase de recherche peut être porté. La figure suivante (7.1) présente une répartition des types de solutions des élèves, en fonction de la validité de la restauration et du type d'instrument utilisé pour la restauration affichée au tableau à l'issue de la première phase de travail, en début de la première mise en commun. La validation correspond ici à une possible superposition du gabarit modèle sur une production finale d'une figure.

CE2					
<i>solutions acceptables par superposition</i>			<i>solutions présentant des erreurs</i>		
seul usage du gabarit bleu et de la règle bleue	au moins l'usage du gabarit rouge, usage du gabarit bleu possible	usage seul des règles	seul usage du gabarit bleu et de la règle bleue	au moins l'usage du gabarit rouge, usage du gabarit bleu possible	usage seul des règles
0	4	0	0	1	8

CM1					
<i>solutions acceptables par superposition</i>			<i>solutions présentant des erreurs</i>		
seul usage du gabarit bleu et de la règle bleue	au moins l'usage du gabarit rouge, usage du gabarit bleu possible	usage seul des règles	seul usage du gabarit bleu et de la règle bleue	au moins l'usage du gabarit rouge, usage du gabarit bleu possible	usage seul des règles
1	4	1	1	1	5

figure 7.1 : validité des solutions des élèves des deux classes en fonction du type d'instruments choisis pour la production finale, à l'issue de la première phase de travail, en nombre de binôme.

Il est important de préciser ici que ce relevé présente les usages des instruments qui ont servi pour une production affichée au tableau, il ne contient ainsi pas les usages de tous les instruments ayant servi lors de la première phase de travail. Certains binômes ont ainsi par exemple cherché à utiliser le gabarit bleu mais, ne parvenant pas à l'utiliser, ont préféré utiliser un autre instrument pour obtenir une restauration valide, quitte à obtenir un score plus élevé. Les binômes ayant opté pour ce type de décision n'étant pas nombreux, ce relevé est ainsi assez représentatif de l'ensemble du choix de tous les instruments qui ont servi pour cette première phase de travail.

Le fait que la quasi-totalité des procédures utilisant seulement les règles conduit à des restaurations non-valides m'amène à considérer un premier résultat concernant le niveau d'antagonisme du milieu. Les dimensions du carré permettent effectivement une caractérisation du milieu comme suffisamment antagoniste vis à vis des procédures de restauration non-instrumentée des angles droits ; ce que les considérations théoriques avaient cherché à établir.

Des premières procédures dues au contrat nouveau dans la classe

Comme nous le verrons par la suite, certaines de ces procédures n'ayant que les règles pour usage, ont en arrière-plan une manière de penser le carré comme une forme familière, en lien avec des actions matérielles guidée par la visualisation iconique¹¹. Toutefois des phénomènes liés au *contrat didactique* (Brousseau dans Bessot 2004) peuvent également expliquer la motivation de ces procédures, comme le montre l'extrait suivant du début des échanges de la mise en commun intermédiaire en CM1 (cf. annexe 3).

1 Ens cm¹² est-ce que tout le monde y voit ou il faut que j'allume le tableau ? // alors petite remarque avant de démarrer ? // Lara ?

¹¹ Conformément à l'analyse a priori (cf. 7.2.3)

¹² Dans ce transcrit, ainsi que dans tous les autres, l'enseignante de la classe de CM1 est désignée *Ens cm*.

- 2 Lara c'était la dernière fois ben on avait dit tous qu'on avait réussi / et là je on vient de se rendre compte que tout le monde n'avait pas réussi
- 3 Ens cm ah, d'accord / alors est-ce que vous avez une explication à ça ?
- 4 élève 1 ben non /
- 5 Ens cm Mathilde ?
- 6 Mathilde c'est que nous avec Charlotte heu on a essayé de faire une première fois / et heu / on s'est rendu compte que tous nos traits n'étaient pas droits / donc ça ne formait pas du tout un carré
- ...
- 9 Ens cm : d'accord // donc vous, en fait, vous avez cherché au départ /
- 10 Mathilde ben / on avait cherché heu /
- 11 Ens cm vous vous étiez lancé quoi comme défi ? parce que vous n'êtes pas les seules, il y en a d'autres qui s'étaient lancé le même défi
- 12 Mathilde du coup ben avec le doigt / enfin
- 13 Ens cm non mais / oui mais quel défi vous vous étiez lancé au départ ? / par rapport aux aux points ?
- 14 Mathilde ah oui de rester [montre la règle bleue] avec heu avec zéro point
- 15 Ens cm d'accord ok / donc il y en a d'autres qui ont essayé de faire ça / est-ce que ça marche ?
- 16 élève 2 oui mais c'est dur
- 17 Ens cm oui mais c'est dur ?
- 18 élève 2 faut vraiment pas bouger les doigts
- 19 Ens cm [l'enseignante rit] / faut vraiment pas bouger les doigts / vous avez des remarques à faire par rapport à ça ? / donc ils ont utilisé leurs doigts / David ?
- 20 David heu tous ceux qui ont réussi [regarde le tableau] / ils ont utilisé beaucoup de points // enfin vingt, cinquante / cinquante ?
- 21 Mathilde oui c'est cinquante
- 22 Ens cm d'accord, donc ceux qui ont réussi / ils ont été obligé d'utiliser beaucoup de points / c'est ce que tu es en train de dire / attendez, on écoute Luigi ?
- 23 Luigi en fait nous on voulait faire heu / le moins de points possible / du coup on a pas réussi

Cet extrait illustre, que dans la première tentative, le « défi » de ne marquer aucun point peut-être à l'arrière-plan des procédures des élèves n'ayant utilisé que la règle bleue. L'enseignante, ayant repéré lors des recherches des binômes qu'un nombre important d'entre eux cherchaient effectivement à réaliser un score vierge, incite très vite (en 9 et 11) les élèves à formuler cette motivation. Ce que Mathilde et Luigi font (en 14 et 23). David confirme également par son contre-exemple (en 20) qu'il a compris que les restaurations valides n'ont pas un score vierge.

Cette stratégie d'une restauration *par l'instrument qui ne coute rien* n'est pas anticipée par l'analyse a priori et pourtant, tant en CE2 qu'en CM1, un nombre important de binôme l'a utilisée d'emblée en première phase. Il me semble qu'un certain nombre de facteurs peuvent expliquer a posteriori ce phénomène. Tout d'abord, dans la séance préalable, les instruments ne coutaient pas de points et les premières restaurations du carré ont ainsi été faites sans score. Les élèves cherchent peut être ici, à l'instar de Lara (en 2), à se référer à la séance précédente et produire à nouveau une restauration qui ne coute rien. Ensuite, et de façon assez évidente, la règle bleue est un instrument dont l'usage est gratuit et il est le seul instrument dans ce cas-là. Ce facteur peut inciter les élèves à comprendre que la séance

comporte un « défi » – et l’enseignante utilise ce mot car elle comprend ce qui est en train de se jouer dans cette première phase – qui est de trouver une méthode pour ne restaurer le carré qu’avec la règle bleue. Plus encore, la consigne (ci-après) ne dit que de manière implicite la nécessité d’une restauration valide pour gagner et le mot « *gagner* » est d’ailleurs explicitement associé à la condition « *le moins de points possible* » :

Vous allez encore devoir reproduire le carré, mais aujourd’hui il y a quelque chose de particulier : vous aurez des instruments qui ne seront pas les mêmes que la dernière fois et leur utilisation va vous coûter des points. Chaque instrument coûte un certain nombre de points et pour gagner, il faut reproduire le carré en ayant le moins de points possible.

Vous avez un quart d’heure pour reproduire le carré à partir de ce qui est déjà tracé sur la feuille. Lorsque vous avez fini, si vous n’êtes pas certain que votre carré est le même que le modèle, des gabarits du carré sont disponibles sur mon bureau, ils ne doivent servir qu’à vérifier. Vous pourrez vérifier à mon bureau mais laisser les gabarits sur mon bureau. Dans un quart d’heure nous afficherons tous les travaux au tableau pour dire qui a gagné. Vous pouvez commencer.

Si l’on ajoute à ces trois facteurs, le fait qu’il s’agit seulement de la deuxième rencontre des élèves avec un problème de restauration « à points », il me semble qu’il est alors possible de conclure, dans ce cas, que les manières d’agir sont en conséquence d’une rupture du contrat didactique classique de la classe. Ces premières stratégies ne sont ainsi pas pour la plupart du type S1, assujettie à une manière de penser la carré comme une forme familière, mais légitimées par l’écriture d’un nouveau contrat qui avance temporairement que le hasard pourrait conduire à une juste solution ; comme l’illustre la suite de l’échange :

- | | |
|------------|--|
| 23 Luigi | en fait nous on voulait faire heu / le moins de points possible / du coup on a pas réussi |
| 24 Ens cm | ah / d’accord / donc on s’orienterait vers heu / quelque chose qui dirait que avec zéro point est-ce que c’est possible de reproduire ce carré ? |
| 25 Thomas | oui |
| 26 élève 3 | oui mais il faut / |
| 27 Ens cm | qui a dit oui ? c’est Thomas c’est ça ? j’ai reconnu ta voix |
| 28 Thomas | ben oui parce que |
| 29 Ens cm | tu as réussi ? |
| 30 Thomas | heu non mais |
| 31 Ens cm | ah ! |
| 32 Thomas | ben on n’a pas essayé mais heu / on peut, si on a vraiment de la chance / on peut / |

Certains élèves (en 25, 26, 28) ont ainsi, dans un premier contact avec le problème, effectivement interprété la situation comme étant un jeu, dans l’acceptation du jeu familial, social, auquel on joue à la maison ou dans la cours et qui comporte une part de hasard et de chance. Thomas montre ici de plus, par son « *vraiment* » (32), qu’il a les connaissances

géométriques suffisantes pour savoir qu'une restauration d'un carré sans gabarit d'angle droit est pratiquement impossible ; mais que l'on peut tout de même tenter sa chance.

La suite de l'échange montre que l'enseignante réorganise alors rapidement le contrat en annonçant clairement aux élèves l'impossibilité d'une restauration sans cout (39) :

- 32 Thomas ben on n'a pas essayé mais heu / on peut, si on a vraiment de la chance / on peut /
33 Ens cm ah oui, si on a vraiment de la chance / est-ce que la géométrie c'est avoir de la chance ?
34 classe non non
35 Ens cm et dis moi Thomas, du coup / vous vous n'avez pas heu essayé qu'avec ça ? [l'enseignante
montre la règle bleue]
36 Thomas non
37 Ens cm d'accord et donc, vous avez essayé avec quoi ?
38 Thomas avec heu / le gabarit rouge
39 Ens cm le gabarit rouge / les filles vous pouvez vous rassoir // alors donc on peut vous le dire / c'était
impossible de faire zéro point // d'accord ? comme ça au moins c'est clair // à part si on avait
de la chance mais la chance en géométrie ça marche pas / donc à un moment donné ça marche
pas / d'accord ?

Elle replace ainsi le problème dans le contexte de la géométrie et le différencie du contexte des jeux familiers (33), le ton interrogatif de sa phrase et la réponse qu'elle souhaite des élèves (34) montre sa volonté affirmée de les repositionner rapidement dans une communauté discursive de géométrie afin que la suite de la séance puisse s'orienter de façon plus pertinente vers les apprentissages prévus.

Comme nous l'avons vu, Thomas montre dans ces échanges qu'il sait qu'il est pratiquement impossible de restaurer le carré seulement avec la règle bleue. Lors de cette première phase de travail, la restauration proposée par son binôme est d'ailleurs valide et a été effectuée à l'aide du gabarit rouge et de la règle bleue (20 points), mais ce qui n'est pas le cas d'autres binômes. Comme je l'ai dit précédemment, toutes les restaurations n'utilisant que la règle bleue ne sont pas assujetties à des essais hasardeux, certaines relèvent des phénomènes d'iconicité et de déconstructions qui m'intéressent dans ce travail. La suite de ce travail y est consacrée.

7.2. Des manières d'agir-parler-penser qui se transforment : étude en CE2

7.2.1. Loïs et Faustine : un carré spontanément familial

Nous sommes en début de séance, l'enseignante vient d'énoncer la consigne, Loïs et Faustine, deux élèves de la classe de CE2 qui vont travailler ensemble pendant toute la séance, se

mettent au travail dans cette première phase d'avant la mise en commun intermédiaire. Le binôme est à l'œuvre avec visiblement l'intention de ne se servir que de la règle bleue. Un premier trait est déjà tracé, il s'agit d'un prolongement de l'amorce dans le but de produire un premier côté du carré. La longueur du côté a été informée sur la règle bleue à l'aide du doigt de Loïs, en la juxtaposant à l'un des côtés du carré-modèle (cf. figure 7.2.1)

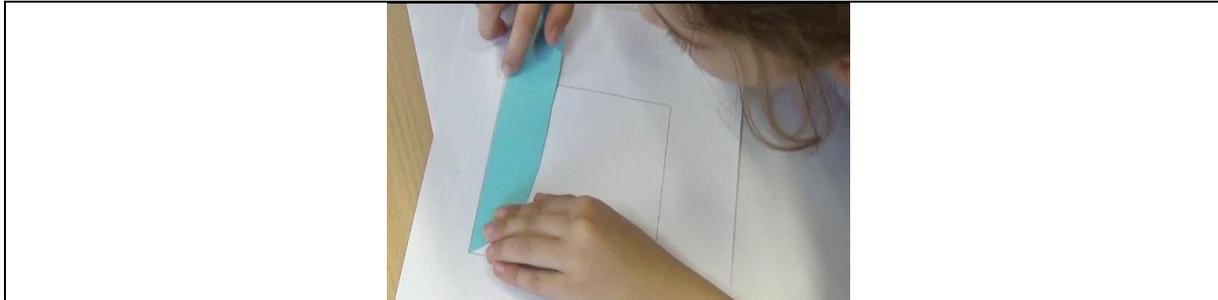


figure 7.2.1 : information de la règle bleue de la longueur du côté du carré avec le doigt

Loïs fait ensuite coïncider l'extrémité de la règle bleue et du premier côté et ajuste perceptivement l'orientation de la règle bleue. Elle éloigne pour cela son visage de la feuille pour avoir une vision plus globale de ce qu'elle est en train de faire, tout en donnant des indications à Faustine qui tient le crayon : « Attends, c'est pas bon encore, attends / là / vas-y » (cf. figure 7.2.2 : 1). Le deuxième côté est tracé par Faustine :

- 1 Faustine je sais pas si c'est bon / je sais pas si c'est comme ça
 2 Loïs attends mais on vérifiera tout à l'heure

Faustine s'exprime ici au sujet de la longueur de ce deuxième côté qu'elle trace, comme la suite de leur travail le montre : Loïs ajuste, par la même information de longueur, du doigt sur la règle, la longueur du côté qui leur semble correcte (cf. figure 7.2.2 : 2 et 3) :

- 3 Faustine : au pire tu gommés hein ?
 4 Loïs : non mais voilà / c'est bon je te l'avais dit

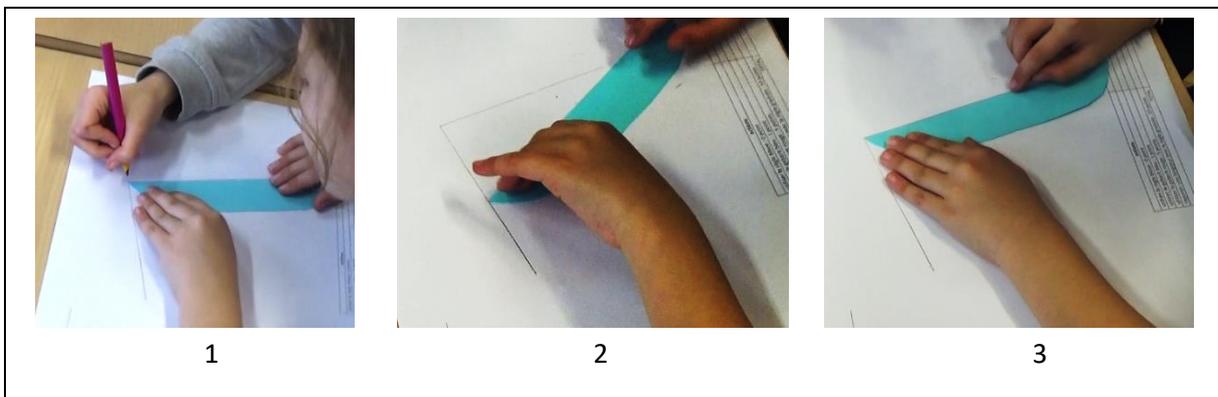


figure 7.2.2 : tracé du deuxième côté du carré

L'instrument utilisé ici pour reproduire la propriété visuelle de l'angle droit et la façon dont Loïs ajuste visuellement sa position (en éloignant son visage) montre pour l'instant que la déconstruction instrumentale n'est pas à l'œuvre chez Loïs et Faustine. Si l'on regarde leur traitement de la longueur des côtés, le fait qu'elles informent avec leur doigt la règle bleue n'est pas ici révélateur d'une activité de type arpenteur-géomètre. En effet, ayant la volonté de n'utiliser que la règle bleue, elles ne disposent pas de l'information de longueur que peut donner un des trois autres instruments ; en conséquence, elles essaient de faire autrement avec l'instrument qu'elles ont choisi pour réussir. Ce report de longueur vient en aval de leur choix, les façons d'agir et de parler ne sont pas synonymes d'une façon de penser le carré comme un objet ayant des dimensions.

Le binôme prend ensuite en charge, de façon similaire le tracé du troisième côté du carré. L'ajustement du positionnement de la règle par rapport au deuxième côté est encore perceptif (cf. figure 7.2.3 : photo 1), mais cette fois-ci la longueur de ce troisième côté est ajusté visuellement pour égaler celle du premier côté tracé. Loïs fait un geste (cf. figure 7.2.3 : photo 2) avec sa main droite : son doigt pointe l'extrémité du premier côté et « descend » vers la règle bleue pour évaluer l'extrémité du troisième côté et montrer ainsi à Faustine jusqu'où elle devrait tracer. Faustine s'exécute et trace le troisième côté (cf. figure 7.2.3 : photo 3).

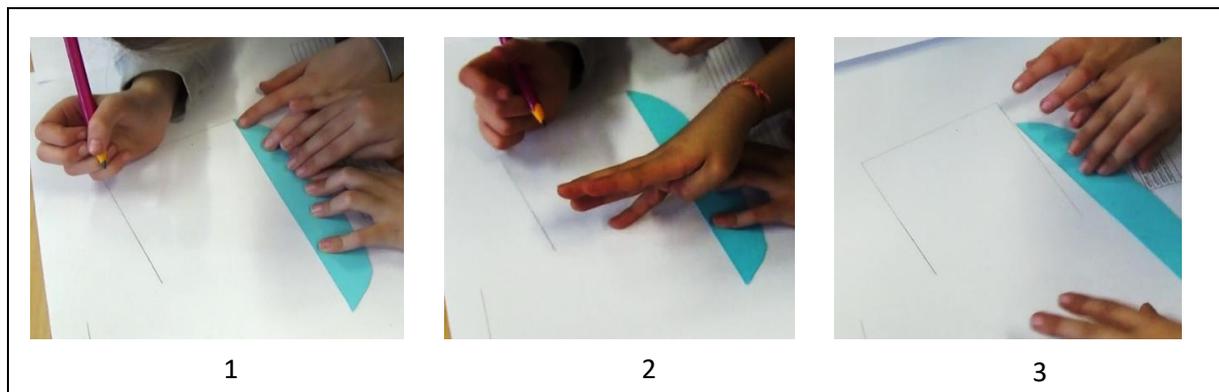


figure 7.2.3 : tracé du troisième côté du carré

Faustine termine ensuite la restauration en joignant les extrémités des deux côtés (cf. figure 7.2.4).

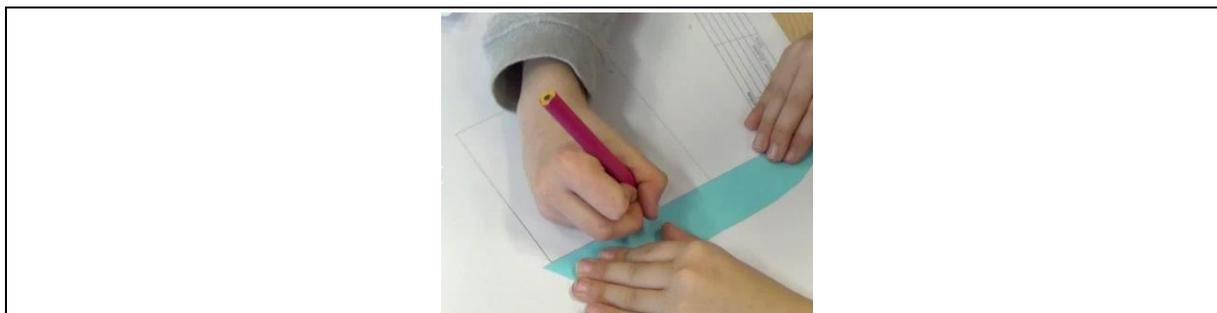


figure 7.2.4 : tracé du quatrième côté en joignant deux extrémités des autres côtés

Le binôme regarde maintenant le tracé de leur solution finale (cf. annexe 4), une forme dont les propriétés visuelles sont assez proches de celles d'un carré :

- 5 Loïs tu vois, il y avait pas besoin de mesurer pour /
6 Faustine oui oui
7 Loïs oui mais c'est droit ? je /
8 Faustine oui c'est droit, t'inquiète pas / il est bon / on va le vérifier ?
9 Loïs faut gommer faut gommer sinon / attends je gomme

Tout au long de la procédure, le regard de Loïs et Faustine se porte alternativement sur les côtés déjà tracés et sur celui en cours de traçage. Une vision procédant par allers-retours tantôt englobant et tantôt situés de leur production est ainsi systématiquement réalisée à chaque étape. Le geste de la main de la photo 2 (cf. figure 7.2.3) montre une procédure qui envisage une clôture du contour en tentant de restaurer perceptivement les propriétés visuelles d'un carré regardé comme une forme globale. Leurs échanges oraux spontanés traduisent une volonté de reporter les bonnes longueurs des côtés (1, 3, 4) et les seuls objets de discours désignant l'organisation des formes visuelles renvoient au même signifié (8), (« il ; le ») ; utilisés certainement par Faustine pour désigner le carré. Ces observables donnent des signes d'une vision du carré en termes de surface et montrent une procédure visant à la production du carré comme une forme entière, singulière, non déconstruite. Le binôme va ensuite invalider sa restauration en constatant que le gabarit du carré, mis à disposition sur les bureaux du fonds de la classe, ne peut pas être superposé à leur solution. La visualisation iconique est bien ici en arrière-plan des actions matérielles de ces deux élèves sur le milieu ainsi que leur validation.

De retour du bureau de fond de classe, j'interroge Loïs et Faustine :

- 10 Exp¹³ alors ? / avez-vous réussi ?
11 Faustine non c'est pas bon
12 Exp comme vous le savez ?
13 Faustine ben, le carré il est pas bon / enfin /
14 Loïs oui y'a des traits pas droits / pas comme nous [montre un des côtés de leur solution] / ce trait et ben / il va pas, il est trop penché / par là
15 Exp et vous savez pourquoi ?
16 Faustine non
17 Exp c'était difficile ?
18 Faustine oui oui
19 Loïs ben / peut-être que on a bougé / tu sais / [prend la règle bleue] là là quand on a mis le doigt / ça a pas marché / peut être que le doigt il a bougé
20 Faustine du coup il faut refaire
21 Exp et ça réussirait ?
22 Loïs oui
23 Faustine oui si on bouge pas / mais le doigt / enfin
24 Exp oui ?

¹³ Dans ce transcrit ainsi que dans tous les suivants, je serai désigné par *Exp* pour expérimentateur.

- 25 Faustine c'est pas très précis le doigt / comme ça [pose son doigt sur la règle bleue] / du coup
 26 Exp [à Loïs] et toi tu en penses quoi ?
 27 Loïs oui / c'est pas très précis
 28 Exp et si vous étiez plus précis / si vous marquez la règle / avec une petite marque sur la règle ? / là ça irait ?
 29 Loïs oui ah oui / mais c'est trop facile là

Loïs et Faustine montrent dans cet échange qu'elles ne conditionnent la juste restauration du carré que par le fait de pouvoir reproduire la longueur des côtés de façon précise. Elles montrent dans leur discours une prise en compte de la nécessité de reproduire les propriétés visuelles de l'angle droit, qu'elles expriment avec leurs mots, (« *ce trait [...] il est trop penché* ») (14). Cela est même la seule raison de la non-réussite de leur travail. Toutefois cette reproduction n'est simplement soumise, pour elles, qu'à un manque de précision dans le report de la longueur des côtés, (« *le doigt a bougé* ») (19) ; (« *c'est pas très précis le doigt* ») (25), et Loïs conclut même en montrant qu'il suffirait de pouvoir informer la règle bleue au crayon. Ce binôme met en œuvre une stratégie S1-1, le carré n'est donc pas pour Loïs et Faustine une figure qui a des propriétés géométriques.

Les objets de leurs discours de genre premier, (« *trait ; penché* ») dénotent une mobilisation spontanée du carré comme concept quotidien et le contexte d'interprétation du problème dans lequel se situent Loïs et Faustine, se situe dans l'action matérielle, mais peu stable : pour réussir il suffit « *de ne pas bouger* » ou la géométrie peut parfois être « *trop facile* ». Le positionnement énonciatif de ces deux élèves est ainsi pour l'instant très éloigné de celui d'une acceptation de la résolution d'un problème de restauration d'une figure connue pour ses angles droits, attendu en début de situation. Alors que la séance préalable avait replacé le carré dans son acception savante, on peut comprendre alors les difficultés préalables auxquelles Loïs et Faustine, dont les manières d'agir-parler-penser sont relatives au carré familier, seront confrontées pour effectuer un apprentissage de la perpendicularité à partir de celui de l'angle droit.

L'agir-parler-penser spontané de Loïs et Faustine est ici pour le moment relatif essentiellement à une interaction avec le milieu. Le rôle des pratiques langagières dans la communauté discursive pour l'évolution des pratiques et des connaissances géométriques du binôme reste à interroger. La suite de ce travail y est immédiatement consacrée et pour le faire je m'appuierai essentiellement sur une analyse de l'épisode de la mise en commun intermédiaire et de la deuxième phase de travail qui a suivi.

7.2.2. Des positionnements énonciatifs initiaux inégaux

La mise en commun intermédiaire organise la classe en un échange entre des binômes, choisis par l'enseignante, présentant leurs solutions et procédure, et le reste de la classe. Pour

faciliter les supports matériels et visuels, toutes les productions sont affichées au tableau et classées en deux colonnes dans lesquelles est écrit : restaurations « réussies » et « non réussies ». Il a été rappelé auparavant aux élèves, que des gabarits du carré-modèle étaient disponibles, s'ils n'étaient pas certains de la validité de leur production. Hormis deux binômes, convaincus que leur juste utilisation du gabarit rouge valide leur carré, le reste des élèves a effectivement procédé à une superposition du gabarit.

A l'instar de la classe de CM1, l'enseignante de CE2 commence la mise en commun en faisant constater aux élèves que la colonne des solutions non valides contient plus de productions que celle des solutions valides (cf. figure 7.1). Elle veut susciter une réaction de la part de ses élèves et sa volonté est de mettre en évidence le plus rapidement possible que certains ont eu un usage inadapté et insuffisant des instruments (seules les règles) pour une restauration de carré. Elle demande tout d'abord à Yoan et Inès, présentant une production non valide (cf. annexe 5), choisis pour leur seul usage de la règle bleue, de présenter leur solution.

- 10 Ens ce¹⁴ ... // heu Yoan et Inès de quoi vous vous êtes servi ?
- 11 Inès heu de la règle bleue et un peu de ça [montre la fiche avec le carré-modèle] / et après je me suis servi de mon ongle juste pour montrer sur la règle bleue
- 12 Ens ce alors viens au tableau / viens nous montrer / viens // alors c'est normal de s'être servi de la feuille / c'est normal c'est votre carré c'est votre modèle / alors vas-y explique bien à tout le monde
- 13 Inès avec la règle bleue j'ai mis là [place la règle sur un côté du carré-modèle] / je me suis aidé de mon doigt
- 14 élève 2 on avait pas le droit
- 15 Inès et après on est allé la feuille
- 16 élève 2 y avait pas le droit de s'aider de son doigt
- 17 Inès si
- 18 Ens ce on avait rien dit / mais chut chut on la laisse terminer / et donc ? / vous vous êtes servi que de la règle bleue ?
- 19 Inès heu non on s'est aidé de ça [montre la fiche avec le carré-modèle]
- 20 Ens ce mais ça c'est normal / mais en outil ?
- 21 Inès que de la règle bleue

En interrogeant Inès tout d'abord sur le choix des instruments, l'enseignante a la volonté ici de replacer les élèves dans le contexte de la situation et d'une première interprétation dans les termes du problème de restauration. En effet, plus de cinq minutes ont été nécessaires à l'organisation de la classe pour la mise en commun et il s'agit de recentrer tout d'abord les échanges sur un des enjeux de la situation : le choix des instruments et le score. Ce faisant, puisqu'elle sait que la solution d'Inès et Yoan n'est pas valide et que la procédure, dont l'énonciation va suivre, va comporter des erreurs, elle montre également l'intention de faire émerger la non-adaptation du seul usage de la règle pour une construction d'un carré. Inès qui entre dans une description de sa procédure (13), est d'ailleurs incitée à revenir sur son choix des instruments après l'intervention spontanée des élèves (18 et 20). Les objets du

¹⁴ Dans ce transcrit, l'enseignante de CE2 est désignée par *Ens ce*, ainsi que dans toute la suite de ce travail.

discours de l'enseignante désignant les instruments sont de genre premier, (« de quoi » (10), « outil » (20)), et permettent dans un premier temps un ancrage dans le contexte immédiat du problème.

- 22 Ens ce que de la règle bleue / on regarde leur carré il est là [superpose le gabarit du carré sur la production des élèves] ///
- 23 élève 2 il est trop petit / et il est pas droit
- 24 Ens ce il est trop petit et tu me dis il n'est pas droit ? /
- 25 élève 2 les traits ils sont pas droits
- 26 Ens ce les traits ne sont pas droits // alors Inès tu nous dis comment tu as fait ?
- 27 Inès et ben j'ai fait ça et j'ai mis avec mon doigt / et après j'ai mis sur ma feuille et ensuite j'ai tracé / mais mon doigt je l'avais laissé hein ? / il est heu /
- 28 Ens ce d'accord / et ensuite tu as fait ?
- 29 Inès ensuite j'ai recommencé / j'ai remis mon doigt et je l'ai fait [mime sur le deuxième côté tracé] / et ensuite encore
- 30 Ens ce et tu as refait pareil pour les autres ?
- 31 Inès oui
- 32 Ens ce d'accord

Le niveau des contraintes matérielles (identiques à celui de Loïs et Faustine) et la façon dont le regard d'Inès effectue des allers-retours entre le carré-modèle et sa production, montrent ici que les propriétés visuelles de l'angle droit ont été restaurées de façon perceptive. Il n'y a ainsi pas de déconstruction instrumentale du carré et cette stratégie donne fortement des signes vers un type S1-3. La visualisation iconique du carré sous-tend une grande partie de l'activité matérielle d'Inès et Yoan. L'enseignante décide d'ailleurs, alors que les propriétés visuelles de la forme produite sont très éloignées de celles d'un carré, d'utiliser la validation iconique que permet le milieu par une superposition du gabarit (22). Elle se place ainsi au niveau de l'interprétation du problème de ce binôme. L'intervention spontanée de l'élève (23) montre alors que ce geste de l'enseignant appelle également une réponse situant le carré comme une forme entière et singulière (« il »), non déconstruite, dont la reconnaissance est assurée par ressemblance (« trop petit », « pas droit ») à la forme du gabarit.

Suivant sa volonté de départ, l'enseignante incite ensuite Inès à décrire sa procédure de construction, (« fait », « refait ») afin de soumettre à la communauté discursive les actions matérielles du binôme et tenter ainsi d'initier un débat sur leur validité. Elle laisse Inès décrire entièrement sa procédure, sans l'interrompre. Les objets de discours de l'échange entre l'enseignante et l'élève sont ici encore de genre premier, il s'agit pour la plupart de déictiques (« j'ai fait ça », « je l'ai fait », « pareil pour les autres ») ou de mots d'un usage familier (« j'ai mis », « j'ai refait », « tu as refait »), le contexte d'interprétation est toujours celui de l'expérience immédiate.

- 33 Exp et à ton avis comment ça se fait que ton carré n'est pas correct ? pourquoi ça n'a pas réussi ?
- 34 Inès je sais pas
- 35 Ens ce Yoan est-ce que tu sais pourquoi ça n'a pas marché votre heu /
- 36 Yoan parce que les traits n'étaient pas droits

- 37 Ens ce est-ce que tu peux préciser les traits n'étaient pas droits ? // heu Inès ?
- 38 Inès peut-être que j'ai mal placé mon doigt ou peut-être que sans faire exprès j'ai un peu bougé mon doigt
- 39 Gatien non
- 40 Maxime y'a pas que ça, y'a pas que ça
- 41 Ens ce sans doute, il n'y a pas que ça / Gatien ?
- 42 Gatien déjà je sais pas s'il y a des angles droits / et en plus peut être qu'elle tordait la règle comme ça et quand elle traçait c'était pas / c'était pas droit
- 43 Ens ce ok heu / Maxime ?
- 44 Maxime en plus on peut même pas vérifier avec ça [montre la règle bleue] parce que ça si tu traces là [montre l'extrémité de la règle] faudrait que ça soit un angle droit pour faire un angle droit
- 45 Ens ce d'accord / oui / on va on va y revenir après sur ce que tu as dit Maxime // heu Julien et Paul ?

Le début de l'échange, (33-38), montre définitivement que comme pour Loïs et Faustine, les manières d'agir-parler-penser d'Inès et Yoan sont relatives au concept quotidien du carré, iconique, ne résultant pas d'un processus de construction instrumenté et dépourvu de propriété géométrique. La réaction que l'enseignante attendait ne se fait alors pas attendre et intervient par l'entremise de deux élèves qui réagissent immédiatement à la justification d'Inès (39 et 40). Gatien et Maxime introduisent dans les échanges langagiers le concept savant de l'angle droit et montrent ainsi une autre interprétation de la formulation d'Inès, lorsqu'elle avançait que « les traits ne sont pas droits », cette fois dans le contexte de la géométrie. En faisant remarquer (44) que la règle bleue ne permet pas le report de l'angle droit, Maxime argumente même de façon dialogique, en utilisant le discours d'Inès, qui ne s'appuyait que sur le seul usage de cet instrument.

Ce passage montre en début de séance, et dans les tous premiers échanges langagiers collectifs, des positionnements énonciatifs initiaux inégaux chez des élèves, dont les genres de discours sont également différenciés. Pour certains, il s'agit d'agir sur un carré par des actions matérielles légitimées par la visualisation iconique (« j'ai fait comme ça », « les traits ne sont pas droits »), tandis que pour d'autres, manières d'agir et de parler donnent des signes vers des manières de penser un carré par les instruments ou les propriétés géométriques (« faudrait que ça soit un angle droit »). Ces élèves ont pour le moment été invités à énoncer leur procédure et ainsi à livrer à la communauté discursive des manières d'agir-parler-penser différentes, toutefois l'extrait de l'échange suivant illustre que, pour le moment, ces manières plus savantes d'appréhender le carré ne sont pas forcément reprises dans le discours de tous les élèves.

- ...
- 46 Ens ce heu / Marie et Alexandra, de quoi vous vous êtes servi parce que vous n'avez rien noté
- 47 Alexandra on s'est servi de la règle bleue
- 48 Ens ce d'accord, c'est pas parce que la règle bleue elle compte zéro qu'on ne met pas // heu d'accord ? // alors vas-y / viens nous expliquer comment vous avez fait / montre nous / comment tu fais ? / attends je te descends la / vas-y
- 49 Alexandra on s'est servi de la règle bleue / au début on se savait pas si on pouvait mettre un trait dessus du coup on a gommé /// [place la règle successivement sur le carré-modèle et leur production]

- et ça a pas marché parce qu'après on a testé [superpose le gabarit du carré sur leur production]
/ comme ça et ça marche pas
- 50 Ens ce qu'est ce qui ne marche pas ?
- 51 Alexandra ben // [montre les côtés de la production qui ne sont pas alignés avec les bords du gabarit]
- 52 Ens ce Maya ?
- 53 Maya c'est que là le trait heu / il est trop penché du coup il est trop penché à l'intérieur et du coup elle a du mal à former le carré
- 54 Ens ce d'accord / heu // Robin et Maya peut être ?

L'enseignante incite une première fois Alexandra à la reformulation (« qu'est ce qui ne marche pas ? »), sans obtenir de discours géométrique de sa part. Bien que cet échange ait lieu deux minutes après les interventions de Maxime et Gatien, une autre élève, Maya, invalide même ici la production du binôme par une justification dont les objets de discours sont de genre premier, (« trop penché à l'intérieur »), certainement également légitimé par une visualisation iconique qui continue de s'imposer chez cette élève.

7.2.3. Un contexte d'interprétation matérielle

Deux épisodes intéressants vont marquer la fin de la mise en commun intermédiaire : tout d'abord, la présentation de deux solutions correctes de binômes ayant fait un usage des gabarits, puis la relance de l'activité vers une deuxième phase de travail. Comme nous le verrons par la suite, les phénomènes langagiers de ces deux épisodes, notamment ceux liés au contexte d'interprétation dans lequel la situation va progressivement s'orienter, permettent à l'analyse a posteriori de donner des éléments de réponse à ma troisième question de recherche (cf. 3.1).

C'est au tour de Lina (en binôme avec Milo) de venir au tableau pour présenter sa procédure. Le binôme a produit une solution correcte (cf. annexe 7) par un seul usage du gabarit rouge, pour un score de 20 points.

- 63 Ens ce allez venez /// chut chut chut, on écoute parce que ceux qui ont réussi ça va être intéressant / ça va donner des idées
- 64 Lina on a utilisé que la règle rouge / heu la / le gabarit rouge / et du coup heu la / [superpose le gabarit rouge sur le carré-modèle] du coup on a vu que c'était encore la même longueur et que là il y avait bien l'angle droit / et ici c'était bien la bonne longueur / du coup ben on l'a mis là [place le gabarit rouge sur le carré-restauré] / on a tracé là / et ça nous a fait un petit trait / après on a bien remis dans l'angle droit et ça nous a fait un autre trait / et pareil jusqu'à la fin // et après on a vérifié avec le / avec le carré jaune
- 65 Ens ce le gabarit du carré [le superpose sur le carré-restauré]
- 66 Lina et normalement c'est bon / oui c'est bon
- 67 Ens ce et donc vous avez compté / vous avez mis le nombre de petits traits qui correspondaient aux utilisations / vous vous êtes servis combien de fois du gabarit ?
- 68 Lina quatre fois
- 69 Ens ce ils se sont servis quatre fois du gabarit [montre le gabarit rouge à la classe]

70 élève 5 donc ils auront ?
 71 Ens ce donc ils ont vingt points
 72 élèves ? [réaction de certains élèves]
 73 Ens ce mais eux ils ont réussi /// donc tous ceux qui ont essayé de ne faire pas beaucoup de points ils n'ont pas réussi, donc ils n'ont pas gagné le jeu hein ? / pour l'instant c'est Mino et Lina, même s'ils ont vingt points, c'est eux qui ont gagné // d'accord / heu Maxime et Gabin ?

D'un point de vue matériel, la description faite par Lina de la procédure de son binôme montre une réalisation en quatre contraintes doubles successives. La façon dont le regard est porté sur la figure produite ainsi que les gestes ostensifs (cf. figure 7.2.5) montrent que la vision de Lina est centrée sur le contour des angles droits. Un seul objet dans le discours est d'ailleurs utilisé pour désigner ce qui a caractérisé, pour ce binôme, cet objet graphique porteur de la propriété visuelle à reproduire : « là, il y a ... », « on l'a mis là », « on a tracé là ». Le déictique *là* renvoie à la désignation d'un seul objet 2D, l'angle, dont la propriété est énoncée par un deuxième objet de discours, « droit » lorsque Lina dit : « là, il y avait bien l'angle droit ».



figure 7.2.5 : tracé du contour de l'angle droit. Le doigt effectue un geste continu sur le bord rectiligne, informé de l'angle droit, du gabarit rouge : « on a tracé là ».

Ainsi, niveau de contrainte matérielle, regard porté, nombre et nature des objets de discours sont assez significatifs ici pour une interprétation d'une activité de l'élève dont le concept unaire de l'angle droit est en arrière-plan. Le fait que les propriétés visuelles reconnues soient énoncées en des termes d'un genre second, (« longueur », « angle droit ») m'incite à conclure alors que le binôme s'inscrit dans une stratégie S3-2 dont l'interprétation indique une manière d'agir-parler-penser relative au carré savant ayant des propriétés géométriques. Lina présente finalement à la classe une validation par le gabarit du carré-modèle, toutefois, son « normalement » (66) montre même qu'un début de validation était déjà opéré avant ce geste iconique. Le binôme a en effet compris que le gabarit rouge permet d'isoler les propriétés géométriques connues du carré (« c'était encore la même longueur et que là il y avait bien l'angle droit »). La déconstruction instrumentale est donc bien présente ici mais matérialise

les propriétés géométriques énoncées qui gouvernent la restitution des propriétés visuelles ; et peut ainsi également légitimer une validation. Outre une formulation en des termes seconds, l'utilisation du mot « tracé » montre une description des actions matérielles assez évoluée. Des marques d'une chronologie (« après », « à la fin ») et d'une volonté de convaincre par une démonstration de cause à effet, (« on a vu », « c'était bien la bonne longueur », « du coup ... »), donnent également des signes d'un positionnement énonciatif indiquant une inscription dans l'activité assez assumée de la part de Lina. Le niveau, déjà plus évolué, de secondarisation du discours chez cette élève confirme ici les écarts, déjà constatés, dans les niveaux de pratique géométrique des élèves de cette classe de CE2.

Dans sa première intervention, Lina ne mentionne pas le score de sa restauration. L'enseignante ne revient pas alors sur la procédure décrite mais questionne l'élève sur le nombre d'usages du gabarit rouge et mène un échange qu'elle conclut en faisant la première annonce d'un « vainqueur » du jeu (« pour l'instant c'est Mino et Lina, même s'ils ont vingt points, c'est eux qui ont gagné »). Elle montre ici la volonté, constatée également dans la classe de CM1 (cf. 7.1), de briser l'idée qu'une restauration par un score vierge est possible ; la réaction (72) montre que cette idée est bien présente chez certains élèves. L'enseignante incite en suivant, de la même manière, le dernier binôme interrogé (Maxime et Gabin), seul utilisateur du gabarit bleu, à donner son score dès le début de l'échange :

74 Maxime	[au tableau] nous on s'est servi de la règle bleue et du gabarit bleu // pour faire l'angle droit /
75 Ens ce	combien de point vous avez ? vous avez fait plus ou moins que vingt ?
76 Maxime	on a fait quatre points
77 Ens ce	seulement quatre points ?

Ce binôme ne parvient pas par la suite à reproduire devant tous les actions matérielles qui lui ont permis une restauration correcte. Il est alors proposé aux élèves de retourner à leur place en constatant toutefois leur réussite :

89 Ens ce	bon on va faire passer un autre groupe / bon ils sont réussi mais ils ne se savent plus comment / parce que c'est pas évident, vous avez vu comment Maxime le tourne dans tous les sens // en tout cas / c'est heu quatre fois
90 élève 6	mais t'as pas vérifié avec le gabarit jaune s'ils ont réussi
91 Ens ce	alors on va vérifier / avec le gabarit jaune / vous voyez / si si c'est bon // donc en quatre points // heu Chloé de quoi tu t'es servi toi ?

L'attention des élèves est encore ici attirée sur le score de la restauration et le matériel. La volonté de l'enseignante de se référer au « jeu », avant de relancer l'activité, l'amène à faire référence au choix des instruments et à leur usage en termes de cout (« ils se sont servi quatre fois du gabarit », « donc en quatre points », « ils ont gagné »). La relance de l'activité montre même un « resserrage » du problème, pour lequel la réussite est conditionnée, de façon assez explicite, par un score non-vierge et un usage des gabarits :

96 Ens ce	d'accord / et ceux qui ont réussi ? / on a vu qu'ils s'étaient servi de quoi ?
97 Ben	de la règle graduée heu //
98 Ens ce	oui ?
99 élève 1	du gabarit rouge / du gabarit bleu
100 Ens ce	et du gabarit bleu mais Maxime apparemment ne se souvenait plus trop comment il avait fait parce que celui-là il est compliqué // bon là je vais vous redonner une feuille et ça ne sert à rien de ne se servir que de celui-là [montre la règle bleue] car le but du jeu c'est quand même de reproduire le carré et de réussir le carré // alors visiblement le gabarit rouge est utile mais il faut essayer de faire moins de points de Milo et Lina et le but c'est de réussir cette fois-ci /// est-ce que quelqu'un peut me redire ce que vous allez faire là ? / Inès ?
101 Inès	maintenant on va essayer de faire un carré mais quand même il faut un peu de point hein
102 Ens ce	c'est ça, zéro point c'est impossible d'accord ? / donc n'essayez pas de faire qu'avec la règle bleue vous n'y arriverez pas d'accord ? / si on vous a proposé heu des gabarits, c'est que peut-être ils peuvent vous servir

L'issue de la mise en commun intermédiaire montre alors ce qui me semble être le début d'une construction d'un contexte d'interprétation que je qualifie de matérielle. Confrontée à la nécessité de restaurer rapidement un contrat didactique, déstabilisé par cette situation nouvelle, et animée certainement par la volonté de ne pas « en dire trop », en dévoilant les propriétés que permettent d'isoler les gabarits (41 : « *sans doute, il n'y a pas que ça* »), l'enseignante a contribué, par son langage, à une contextualisation de l'activité géométrique. L'étude de cet épisode ne montre ainsi pas un travail de reformulation des objets de discours de genre premier des énoncés des élèves, qui suffisent à traduire les actions matérielles liées directement au problème. Les discours plus élaborés de Maxime, Gatien ou Lina, dont les manières d'agir-parler-penser montrent une relation étroite avec un carré de la géométrie des propriétés, ne sont également pas repris par l'enseignante qui favorise une formulation en des termes matériels (« *montrez-nous comment vous avez fait* », « *combien de points ?* »). Il a été ainsi donné à voir, à la communauté discursive, des procédures de restauration conduisant à une figure réussie, mais le lien entre les énoncés des propriétés géométriques du carré et les propriétés des gabarits, qui ont permis sa restauration, est resté implicite. Les élèves se lancent alors dans une deuxième phase de travail avec le constat certain qu'une restauration ayant un score de zéro point est bien impossible mais dont l'interprétation est moins liée aux propriétés géométriques qu'à une considération matérielle de l'activité.

7.2.4. Loïs et Faustine : vers un carré savant et déconstruit par les instruments

La deuxième phase de travail est lancée à l'issue de la mise en commun intermédiaire et chaque binôme tente une nouvelle fois de résoudre le problème. Cette partie est consacrée à l'analyse de la deuxième stratégie de Loïs et Faustine, dont la stratégie antérieure S1-3 m'avait conduit à interpréter un agir-parler-penser spontané relatif au carré familial.

Le binôme a commencé sa procédure en considérant qu'une des extrémités de l'amorce correspond à un sommet du carré. L'action n'est pas capturée par la vidéo mais un premier tracé a été effectué à l'aide la règle bleue et du gabarit bleu (cf. figure 7.2.6).

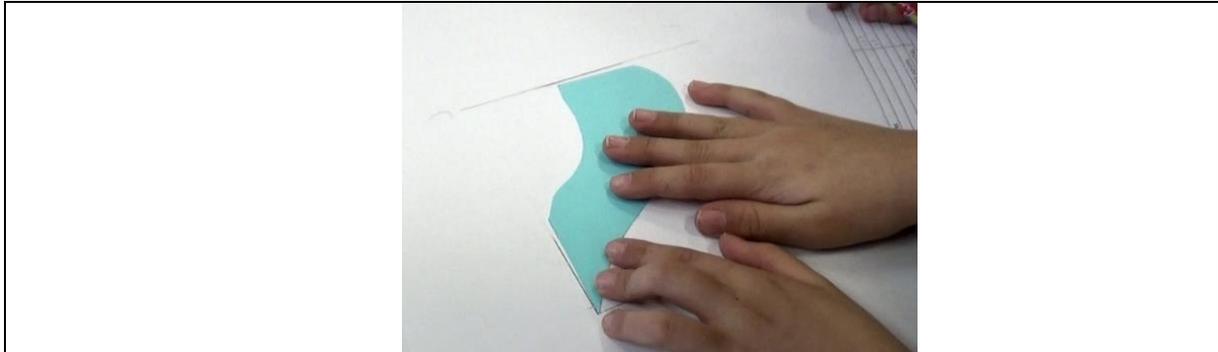


figure 7.2.6 : restauration du premier côté du carré. Le tracé a été effectué à la règle bleue.

Ce premier tracé a nécessité une contrainte matérielle double (alignement du bord rectiligne du gabarit et de l'amorce simultanément à l'ajustement de leurs extrémités respectives) suivie d'une contrainte simple pour prolonger le segment tracé. Une mesure sur la production du binôme (cf. annexe 8) indique un segment initial d'environ 16 cm (les extrémités dépassant les sommets du carré ont été gommées à la fin de la restauration). Le regard de Loïs (qui tient le gabarit bleu sur l'image) passe alternativement de l'amorce au segment tracé. La discussion est maintenant à propos de la façon dont le côté qui correspond à l'amorce va maintenant devoir être prolongé jusqu'au segment :

- | | |
|------------|---|
| 1 Faustine | [superpose le gabarit bleu sur le carré-modèle] attends on va essayer comme ça / |
| 2 Loïs | faut d'abord faut essayer comme ça |
| 3 Faustine | [positionne le gabarit bleu sur la figure en restauration] on va essayer d'utiliser dans l'autre sens / il faut bien que ça soit là /// voilà // il est là le coin // et là la droite elle est pas bien là Loïs // attends / positionne le bien déjà là // on voit bien que ça doit aller droit comme ça / là déjà c'est bien /// ah mais attends / nous on veut un trait qui parte bien droit comme // |
| 4 Loïs | [place la règle bleue en juxtaposition] là c'est bon [Faustine trace le côté] |

Le gabarit bleu a été ôté de la figure en restauration et Faustine tente de le replacer de la façon qui leur a permis de tracer le premier segment. N'y parvenant pas, elle préfère le superposer sur le carré-modèle en reproduisant la superposition qui leur a permis leur premier tracé (cf. figure 7.2.7 : photo 1) (« attends on va essayer comme ça » : 1).

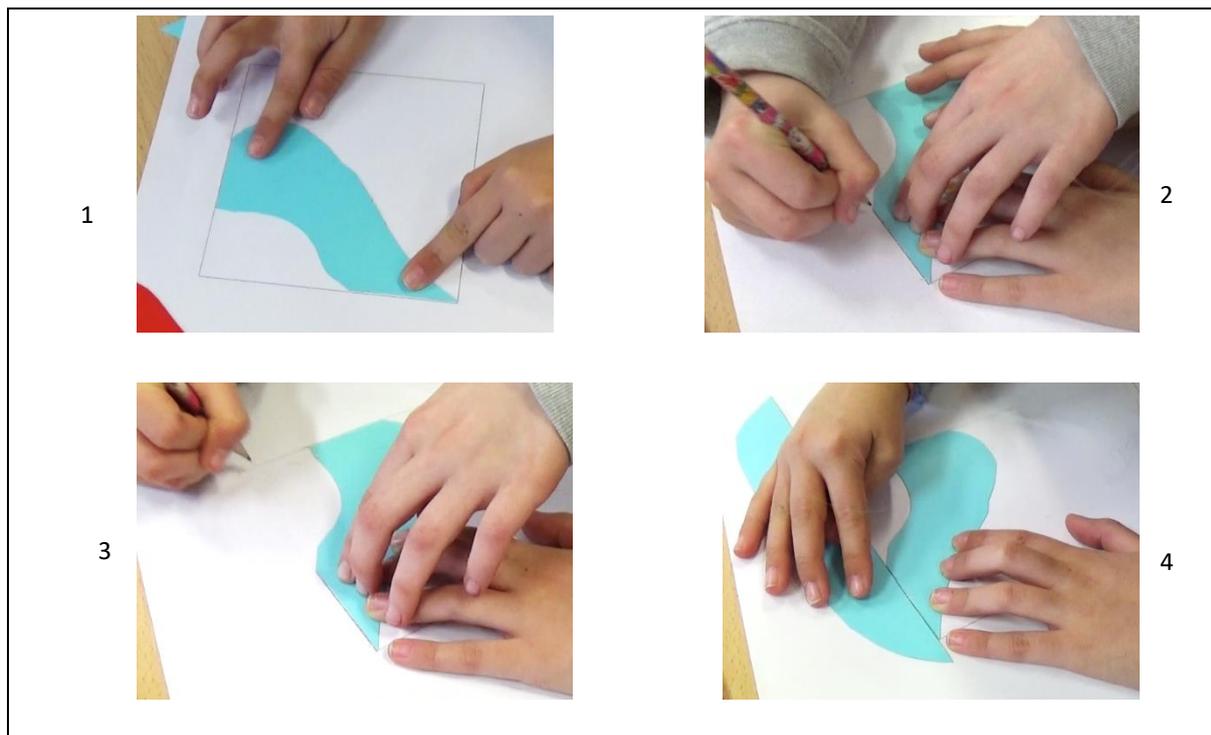


figure 7.2.7 : restauration du deuxième côté du carré. Le trait visible entre l'auriculaire et l'annulaire de la main gauche de Loïs correspond à un tracé mal gommé d'une production antérieure à celle-ci.

Elle repositionne ensuite le gabarit, sur la figure en restauration (photo 2), en conservant la même orientation de superposition qu'avec le modèle. Elle fait attention ici à ce que l'extrémité du gabarit coïncide avec l'extrémité de l'amorce (« *il est là le coin* » : 3) et que l'autre bord rectiligne de l'angle droit du gabarit soit aligné avec le premier segment tracé (« *et là la droite elle est pas bien là* » : 3). On peut envisager ici qu'une contrainte double peut permettre d'effectuer ce geste – en alignant en même temps le bord du gabarit et l'amorce – mais le fait que le regard de Faustine alterne entre la vision du sommet du carré et le segment tracé indique que cet ajustement est réalisé en deux contraintes simples. Lorsque la position du gabarit leur convient, Faustine indique par un geste (elle pointe avec la mine du crayon photo 2 et 3) l'endroit où le deuxième côté sera tracé (« *on voit bien que ça doit aller droit comme ça / nous on veut un trait qui parte bien droit* »). Loïs prend alors la règle bleue et la juxtapose au gabarit bleu (photo 4) (« *là c'est bon* » : 4), puis ôte le gabarit bleu et Faustine prolonge alors l'amorce jusqu'au premier segment. Deux objets de discours sont utilisés pour décrire ces premiers éléments constituant la solution. Faustine mentionne distinctement les deux côtés du carré en désignant d'une part le premier segment tracé (« *la droite* ») et, d'autre part le second (« *nous on veut un trait* »). Les prolongements de part et d'autre du premier côté tracé (cf. figure 7.2.8) ainsi que l'utilisation du mot *droite* incite clairement à penser qu'il s'agit là du premier élément 1D tracé par le binôme. Il est plus difficile d'interpréter la nature du deuxième objet. La façon dont les instruments ont été juxtaposés pour effectuer la restauration du deuxième côté (cf. figure 7.2.7, photo 4), peut donner une vision de la ligne à tracer comme bord de surface. Si l'on considère de plus que le tracé de cette ligne peut se

faire également sans prolongement et donner ainsi visuellement une fermeture du contour du carré, la nature de ce deuxième objet, dans le discours du binôme, est ainsi probablement 2D.

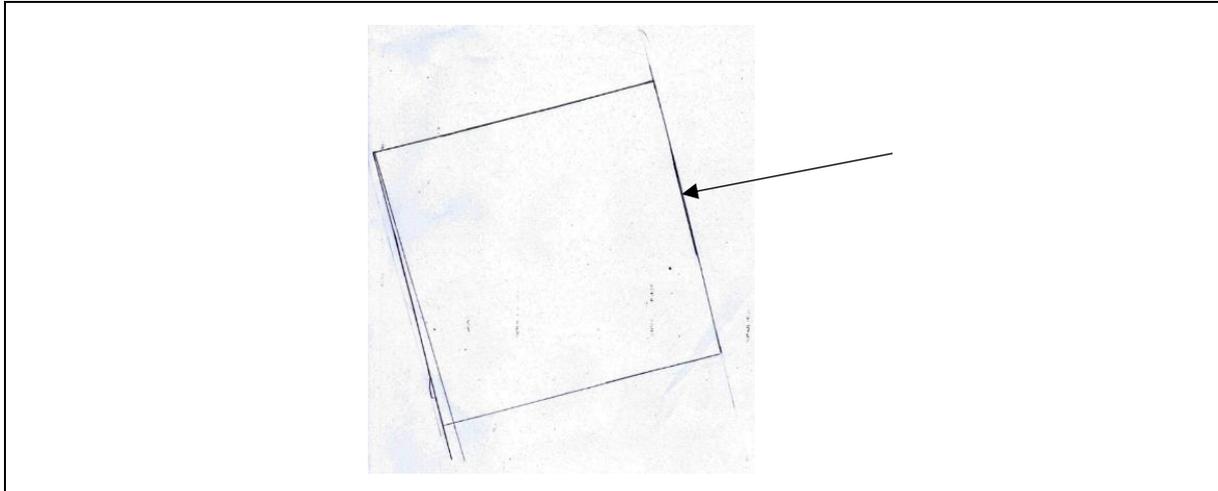


figure 7.2.8 : deuxième solution de Loïs et Faustine (extraite de l'annexe 8). Les prolongements du premier côté tracé (indiqué par la flèche) et son énonciation par l'objet *droite*, indiquent qu'il s'agit du premier élément 1D tracé par les élèves.

Dimensions visuelle et matérielle de l'activité du binôme, nombre et nature des objets de discours, indiquent cette fois-ci (et cela sera confirmé également dans la suite de cette deuxième procédure), que la restauration de la figure passe par une appréhension d'unités figurales 2D et 1D : il y a donc bien une déconstruction du carré. Afin de questionner ce qui guide alors la cohérence de la position relative entre ces deux premiers côtés, j'interviens dans leur travail :

- 5 Exp vous me dites ce que vous avez fait là ?
- 6 Faustine en fait on avait compris que sur le carré on avait essayé de mettre comme ça [positionne le gabarit bleu sur le carré-modèle et sur le carré en cours de restauration] et j'avais vu que ça faisait la même taille donc après on s'en sert comme ça / et après on se sert de la règle bleue pour tracer les côtés
- 7 Loïs [montre le côté] ben voilà tu vois on a le bon début ? là
- 8 Faustine il faut bien positionner parce qu'on va pas réussir // après j'avais décidé en fait je voulais faire le moins de points possible mais là on a déjà utilisé deux fois la règle zéro point et une fois le gabarit bleu /// et là on essaye de faire les autres côtés

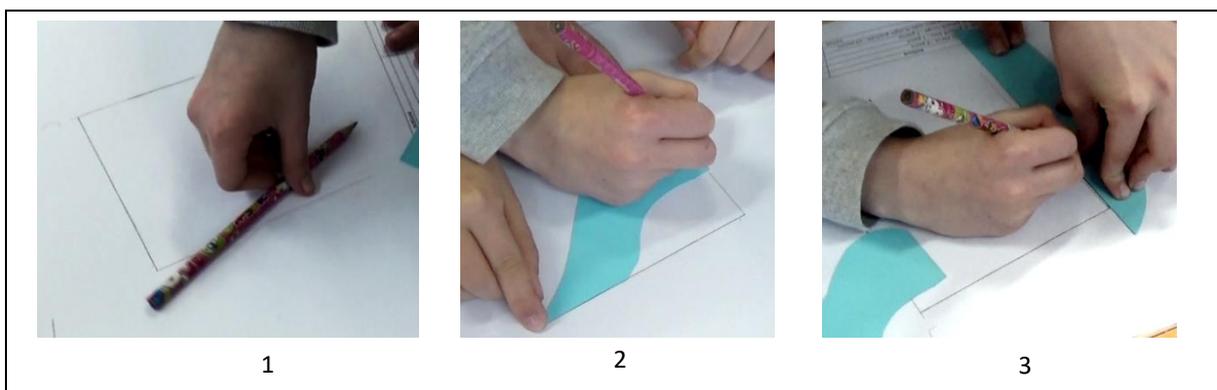
Faustine m'indique ici, en appuyant ses propos par une superposition du gabarit bleu sur le carré-modèle, qu'elles ont identifié qu'il a une information de la longueur du côté (« *ça faisait la même taille* »), et que le gabarit bleu leurs permet, par conséquent, d'être déchargées de ce report (« *on s'en sert comme ça / et après on se sert de la règle bleue* ») : autrement dit le binôme a compris que le gabarit bleu et règle bleue peuvent suffire. La cohérence de l'organisation des tracés est pour le moment énoncée par des objets de discours de genre

premier qui font référence à l'action matérielle et instrumentée (« ça doit aller droit », « on s'en sert comme ça », « il faut bien positionner »). Le tracé du troisième côté du carré donne lieu à un échange entre Loïs et Faustine qui montre également la même référence et m'incite alors à identifier une déconstruction instrumentale du carré :

- 19 Loïs [positionne le gabarit bleu sur le carré-modèle et sur le carré en cours de restauration] comme ça, ça va // j'avais vu que ça marchait
- 20 Faustine là le trait il part comme ça et nous on veut un trait qui parte bien droit comme // ou alors c'est celui là //
- 21 Loïs [le binôme se rend compte que c'est l'autre côté qui est encore erroné] attends // c'est pas grave si c'est là on ira que jusque-là ça marche ? // attends on va faire les choses dans l'ordre ok ? // il faut le faire avec le gabarit bleu
- 22 Faustine attends / ah oui / là il est bien // tu vois c'est là que ça passe

Cela n'a pas été capturé par la vidéo, mais au tout début de ce deuxième travail, un premier trait a été tracé, (sous le crayon de la photo 1, cf. figure 7.2.9) : il s'agit d'un usage maladroit du gabarit bleu. Maintenant que deux côtés justement restaurés sont tracés, il devient évident que la propriété visuelle, entre ce premier trait et le côté de l'amorce, n'est pas celle d'un angle droit : sans doute également aidée par une propriété visuelle de parallélisme avec le côté opposé non réalisée, la visualisation iconique indique à Faustine que ce tracé est incorrect (« là le trait il part comme ça ») (photo 1), et qu'il faut le corriger, (« et nous on veut un trait qui parte bien droit »). Ceci montre d'ailleurs, tel que cela a été pointé par l'analyse a priori, que les différents modes de fonctionnements coexistent ; la visualisation iconique est d'ailleurs ici suffisante et la plus économique pour agir.

Les élèves ne mentionnent alors pas l'angle droit pour dire ce qui ne va pas, les objets de discours sont ici encore de genre premier (« on veut un trait qui parte bien droit ») et réfèrent l'organisation visuelle à l'action avec le gabarit bleu (« il faut le faire avec le gabarit bleu »). La position du côté, désigné par le déictique *ça* (« tu vois ça passe par là »), (photo 2), est commandée par le gabarit bleu et ne dépend pas à cet instant de la position du côté adjacent ; il n'y a autrement dit pas de relation binaire énoncée entre les deux côtés. La stratégie de Loïs et Faustine donne ainsi fortement des signes d'un type S2 indiquant des manières d'agir-parler-penser relative au carré savant, résultant d'un processus de construction instrumentée.



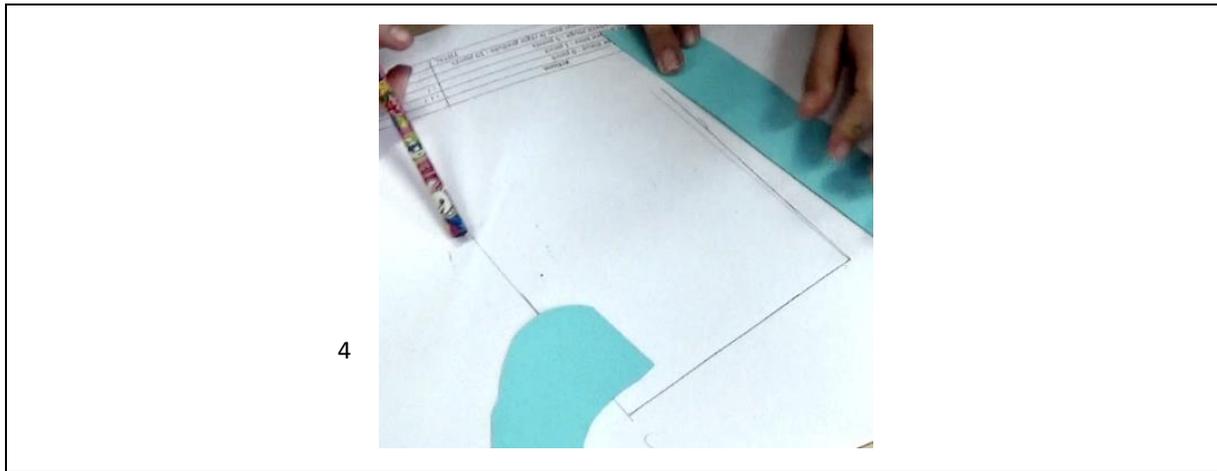


figure 7.2.9 : tracé du troisième côté. Le gabarit donne la position du segment (2) et la règle prolonge (3). Il s'agit du deuxième élément 1D tracé par Loïs et Faustine

La façon dont Faustine parle de ce troisième côté (« *un trait* », « *ça* » (22)) qui indique une appréhension en terme de ligne singulière, ainsi que le prolongement de ce côté (le segment tracé mesure 13,3 cm, photo 3), permettent de dire qu'il s'agit alors du deuxième élément 1D tracé. La restauration, qui se terminera par un dernier usage du gabarit bleu, montre ainsi que le binôme a subordonné la réussite de sa réponse globale aux réussites d'actions matérielles successives, visant à tracer des unités figurales 2D et 1D, dont la cohérence est commandée par les instruments. Pour cette deuxième solution, l'analyse suggère que Loïs et Faustine s'inscrivent ainsi dans S2-3, proposant une déconstruction instrumentale à visée non iconique comme réponse.

7.2.5. Synthèse de fin de séance : agir-parler-penser en 1D

La deuxième phase de travail par binôme est suivie d'une autre mise en commun des procédures, organisée selon les mêmes modalités que l'intermédiaire. Le binôme Loïs et Faustine est le dernier à venir présenter sa solution au tableau, étant un des deux seuls binômes ayant réussi une juste restauration à 3 points.

- | | | | |
|---|----------|----|--|
| 1 | Ens | ce | alors, les filles, expliquez comment vous vous êtes servi / attends / chut là c'est important que vous nous montriez Faustine |
| 2 | Loïs | | ben on a heu / on l'a mis là et [place le gabarit bleu sur le carré-restauré] et heu / donc on l'a collé ici / et là c'est heu / c'est celui-là alors // parce que j'avais vérifié là [place le gabarit bleu sur le carré-modèle] j'ai regardé si là aussi ça faisait pareil / si on le place bien ensuite alors on peut tracer [montre le carré-restauré] heu // heu // |
| 3 | Faustine | | le trait |
| 4 | Loïs | | c'est ça / et après avec la règle [montre la règle bleue] vas-y |
| 5 | Faustine | | et après avec la règle [place la règle bleue sur le carré-restauré] on a bien tracé au crayon à papier à la mine bien taillée / ici et ici / après on s'est mis les points et heu |
| 6 | Loïs | | et à chaque heu |

7 Faustine	à chaque côté on a fait pareil
8 Loïs	on a fait ça et ça marche // [place le gabarit bleu sur le carré-restauré] // là / ensuite si je colle au côté qui est déjà tracé et on voit que là / ben c'est c'est bien
9 Ens ce [fixe le gabarit sur le carré-restauré à l'aide d'un aimant] écartez-vous les filles / écartez-vous
10 Loïs	[montre le deuxième côté de l'angle droit] là c'est collé à / à / c'est là et on a fait pareil mais là [montre le carré-modèle] // comme je vois que c'est sur le trait / c'est bon
11 Ens ce	[à la classe] alors les autres ? ///
12 élève	ben c'est bien [inaudible]

Les descriptions des actions matérielles qui leur ont permis de réussir, les gestes ostensifs, le nombre et la nature des objets de discours, ainsi que la manière de justifier la juste restauration par la forme du gabarit bleu (« *j'avais vérifié là [...]* *j'ai regardé si là aussi ça faisait pareil* ») me conduisent à confirmer ici l'hypothèse d'une déconstruction instrumentale à visée non iconique du carré. Le discours de cette présentation présente moins d'objets de genre second que celui de la deuxième phase de travail et le contexte d'interprétation est toujours très contextualisé, référé à l'interaction avec le milieu. Toutefois l'analyse montre un déplacement du positionnement énonciatif de Loïs et Faustine depuis la première confrontation à la situation (cf. 7.2.1). D'une part, parce que les formulations utilisées dans cet échange montrent un certain niveau d'insertion dans la situation, notamment visible par une énonciation à la première personne et assumée (« *j'avais vérifié* », « *j'ai regardé* », « *je vois* »). D'autre part, parce que l'argumentation construite, qui montre une certaine volonté de prouver la justesse de la solution (« *j'ai regardé si là aussi ça faisait pareil [...]* *si on le place bien ensuite alors on peut tracer* ») peut indiquer une appropriation de la stratégie déployée. Des signes de ce déplacement de positionnement énonciatif étaient également visibles dès la deuxième phase de travail, lorsque Faustine m'annonçait « *j'avais vu que ça faisait la même taille* » et « *je voulais faire le moins de points possibles* » ou que Loïs déclarait « *vouloir faire les choses dans l'ordre ok ?* ».

Le binôme a aimanté sa solution au tableau et appuie son énoncé en mimant les actions matérielles à l'aide la règle bleue et du gabarit bleu. L'épisode se poursuit par l'intervention de Lina, qui interpelle le binôme au sujet du prolongement des côtés que nécessite l'usage du gabarit bleu :

15 Ens ce	heu Lina ?
16 Lina	c'est en fait que Faustine elle a dit que vous avez fait une fin sur la règle bleue / [regarde Faustine] oui tu as dit une fin à heu
17 Ens ce	une fin / c'est quand elles ont tracé les / les
18 Faustine	oui la fin, c'est-à-dire en fait après [place la règle bleue sur le carré-restauré] nous avons tracé jusqu'à la fin du petit bout du carré
19 Lina	fais voir
20 Faustine	là / ensuite on avait enlevé celui-là
21 Lina	mais ce que je comprends pas c'est [vient au tableau]
22 Faustine	et après on a fait ça, là où il y a bien le trait / heu le trait / et après on est arrivé à la fin de heu / de ce trait-là [montre le côté] / c'est-à-dire que ce trait là il a au moins été terminé / du coup je suis arrivé à la fin

23 Lina comment tu savais [montre le côté] parce-ce qu'ici tu dis que tu es arrivée à la fin, mais ce trait aussi il a l'air d'arriver à une fin / alors c'est lequel que vous avez fait en premier ?

L'incompréhension de Lina provient évidemment du fait que Faustine annonce avoir tracé deux segments, en prolongement du gabarit bleu, « *ici et ici* » (5) et « *jusqu'à la fin du petit bout du carré* » (20) (cf. figure 7.2.10), alors que la « fin » du carré (le sommet) est justement l'inconnue du problème. Il faut bien tracer un trait en premier pour avoir une fin ! Ce qui questionne fortement Lina : « *alors c'est lequel que vous avez fait en premier ?* »

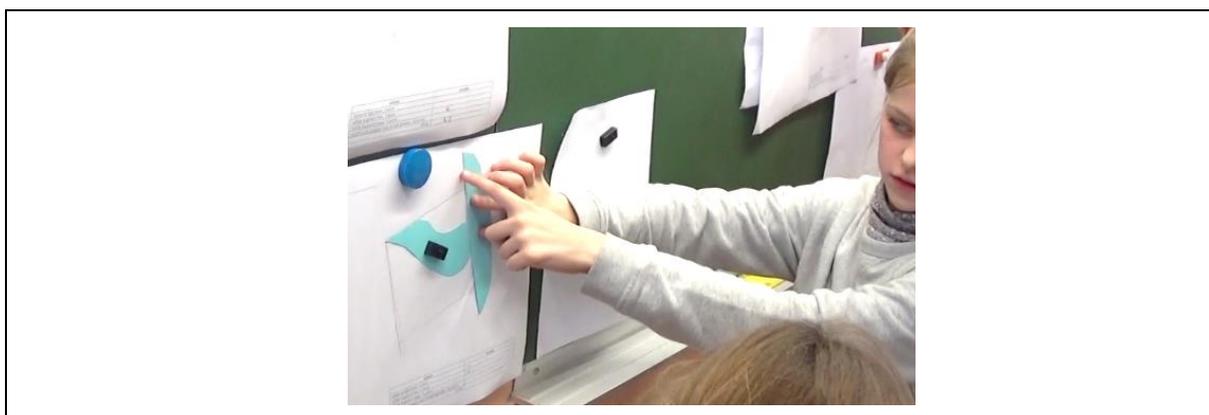


figure 7.2.10 : Faustine : « *on a tracé jusqu'au petit bout du carré* ».

La justification de Faustine (en 22) montre qu'elle essaie d'ailleurs aussitôt de dire que leur premier segment était forcément un prolongement du côté, par opposition à l'autre qui est « terminé » : « *c'est-à-dire que ce trait là il a au moins été terminé* ». Cette formulation, de signification première, instanciée aux actions matérielles, montre bien la difficulté de Faustine à mettre en mots cette dimension 1D à laquelle les instruments lui ont permis l'accès. Le choix du mot « terminé » illustre alors un des fonctionnements du langage dans l'appréhension du réseau sous-dimensionnel portant la cohérence de la figure 2D : celui de donner un nouvel usage à des mots déjà-là et cet épisode illustre la difficulté de cette appréhension, tant sur le plan matériel, visuel que discursif. Lina, dont la deuxième production est une solution à 15 points (usage unique du gabarit rouge), annoncera ainsi après la séance qu'elle avait essayé un usage du gabarit bleu mais qu'elle était restée bloquée, ne sachant justement pas comment restaurer la longueur de certains côtés des carrés ; « *où trouver la fin* » dans ses termes.

Loïs répond ensuite à sa question :

24 Loïs on a fait en premier / on a fait d'abord lui / [superpose le gabarit bleu sur le carré-modèle] on l'a mis là après on a fait ça / après on a vu que ça continuait alors on a pris la règle bleue / on a pris ça

Elle indique tout d'abord à Lina le premier segment qui a été tracé (« *on a fait d'abord lui* »). Pour appuyer ses propos et illustrer à nouveau leurs actions matérielles, Loïs superpose alors le gabarit bleu au carré-modèle (cf. figure 7.2.11) et effectue un geste du doigt, du sommet du carré vers le haut, indiquant le prolongement du côté (« *on a vu que ça continuait* »).

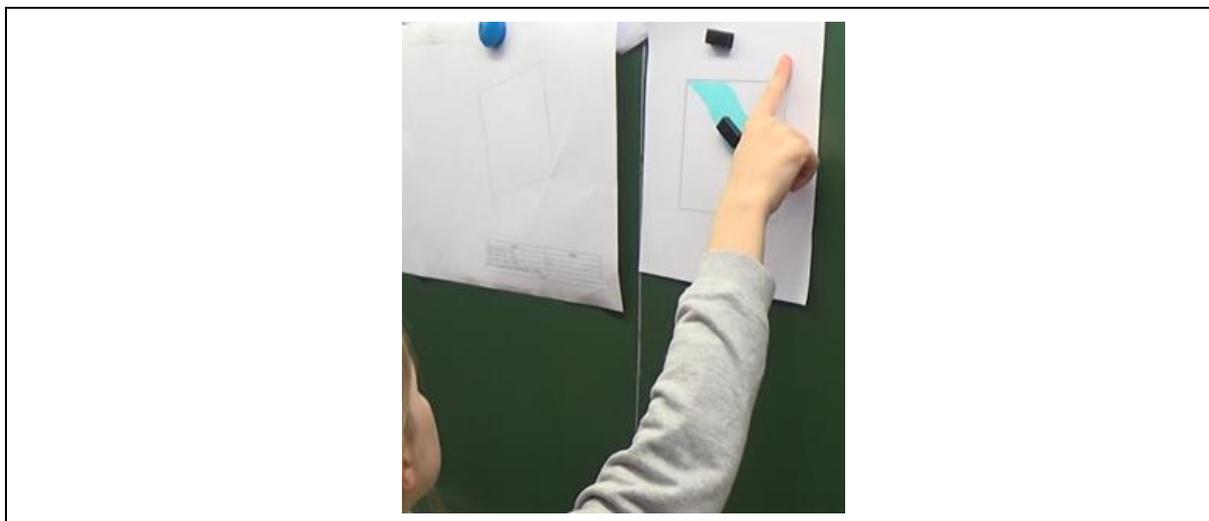


figure 7.2.11 : le doigt montre le prolongement du côté du carré-modèle : « *on a vu que ça continuait* ».

Le regard porté sur le carré, traduit ici par ce geste ostensif, qui brise la ligne de contour, ainsi que l'utilisation du verbe *continuait*, dont le sujet est le déictique *ça* – renvoyant au *trait*, traduisent ici une appréhension en termes de lignes (tout au moins pour le côté désigné) et peuvent ainsi suggérer chez Loïs une articulation dimensionnelle entre la visualisation et le discours.

7.3. Déconstruction dimensionnelle en CM1

Ce chapitre est consacré à l'étude de la deuxième réponse de Quentin, élève de CM1 en binôme avec Thomas¹⁵, qui conduit à une interprétation en termes de déconstruction dimensionnelle du carré.

L'enseignante conclut la mise en commun intermédiaire en annonçant que le meilleur score possible est de 3 points. Lors de cette mise en commun, les propriétés géométriques du carré n'ont pas été rappelées et un binôme ayant une réussite de 20 points (4 usages du gabarit rouge) a présenté sa solution. La deuxième phase de travail est lancée, Quentin et Thomas ont déjà tracé deux côtés de l'angle droit du carré à l'aide du gabarit rouge. Un des deux côtés est donc déjà de la longueur correcte : à l'instar de quelques autres binômes qui utilisent

¹⁵ Qui sera désigné dans les transcrits par *Thomas 2*, pour le différencier de l'élève Thomas qui avait exprimé l'hypothèse d'une réussite « par chance » lors de la première mise en commun.

également maintenant le gabarit rouge, les deux élèves ont sans doute reproduit ce geste après l'avoir vu pendant la mise en commun. L'attention est maintenant focalisée sur la suite du travail :

- 1 Quentin non mais attends // en fait celui-là // attends attends / non mais on peut placer là [superpose le gabarit bleu sur le carré-modèle] // du coup on peut placer là-haut
2 Thomas et là tu traces là [pointe le deuxième bord rectiligne de l'angle droit du gabarit bleu]
3 Quentin vas-y trace là // là du coup // là ça fait déjà une fois le rouge et une fois le bleu

Par une superposition sur le carré-modèle, Quentin identifie les informations que le gabarit bleu permet de reporter, et d'une contrainte double (cf. figure 7.3.1, photo 1) le place sur leur figure en restauration (« *du coup on peut placer là-haut* »). Thomas, qui tient le crayon, trace le segment correspondant à un troisième côté à l'aide du bord rectiligne du gabarit bleu (photo 2).

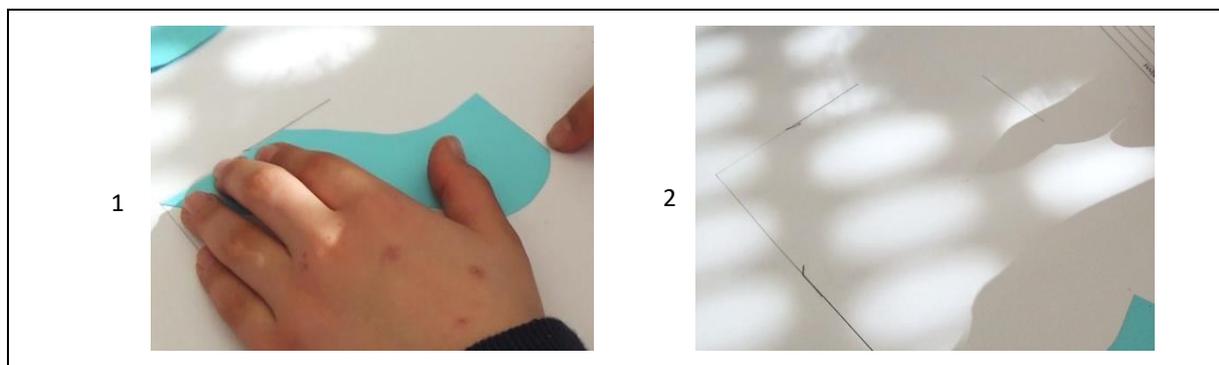


figure 7.3.1 : tracé du troisième côté du carré

La suite de leur travail montre leur choix de continuer la restauration de ces deux côtés. Je profite de l'occasion qui m'est offerte et j'interviens dans leurs échanges :

- 7 Quentin il faudrait les rejoindre //
8 Exp qu'est-ce que vous dites ?
9 Quentin ben on cherche à rejoindre les traits
10 Exp de quels traits tu parles ?
11 Quentin celui-là et celui-là / pour faire l'angle droit

Alors qu'il me dit « *celui-là et celui-là* », Quentin montre du doigt les deux segments correspondant aux côtés à prolonger ; ce geste traduit une vision qui n'englobe pas le contour du carré mais qui considère chacun de ces deux éléments. Deux objets de discours sont également discernables dans son énoncé (« les traits », « celui-là et celui-là ») et Quentin indique également par un énoncé de genre second (« pour faire l'angle droit »), qu'il cherche à établir une propriété géométrique. Il est pour le moment trop tôt pour affirmer que ces éléments sont, pour Quentin, de dimension 1D et qu'il considère que leur position relative est

commandée par le discours géométrique des propriétés et non par l'instrument ; ce qui conduirait à une déconstruction dimensionnelle. Regardons la suite de l'activité :

- 12 Thomas 2 on pourrait déjà utiliser la règle aussi // on pourrait les rejoindre
13 Quentin ah oui // on trace là déjà on gomméra hein // et on trace là

Sous l'impulsion de Thomas, Quentin prolonge d'abord le côté formant l'angle droit déjà restauré (cf. figure 7.3.2, photo 1). Sa main gauche aligne, d'une contrainte simple, la règle sur le segment tracé et cache le segment correspondant au troisième côté. Le fait que Quentin ne peut ainsi pas voir ce segment, alors qu'il réalise le tracé, montre qu'il ne cherche ainsi pas à s'arrêter à leur intersection ; une mesure de ce tracé indique une ligne de 13,2 cm (photo 2). Regard porté, nombre des objets de discours et ici, contrainte matérielle, indiquent que ce segment est le premier élément 1D tracé. Quentin tracera ensuite le troisième côté jusqu'à l'intersection (photo 3) et le prolongera sur son autre extrémité au-delà du sommet du carré (cf annexe 11). Ce segment est un autre élément 1D tracé.

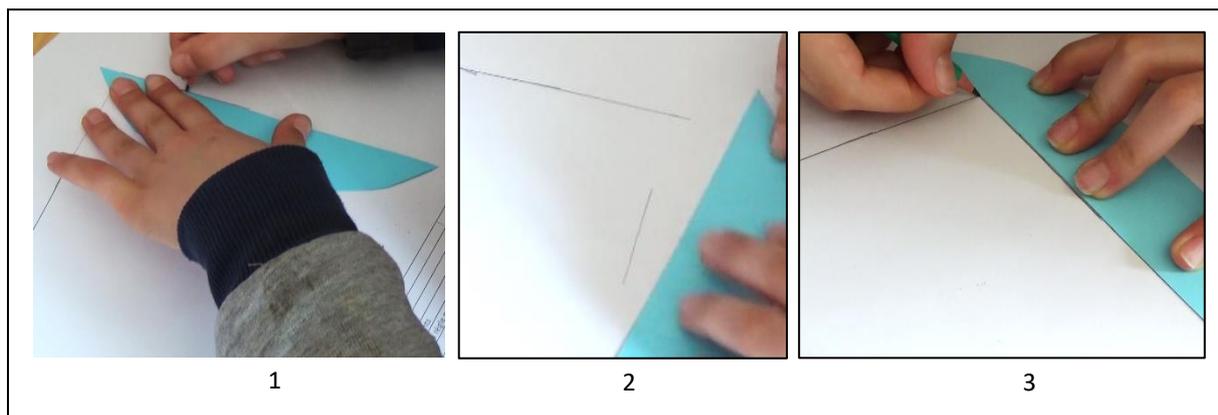


figure 7.3.2 : tracé des deux côtés de l'angle droit par deux contraintes simples. Ces deux côtés sont des éléments 1D tracés par Quentin.

Je questionne alors le binôme à propos de la validité de cette restauration, espérant obtenir des indices sur ce qui commande l'organisation sous-jacente de ces unités figurales 1D :

- 14 Exp tu as rejoint les deux traits et ça fait bien le carré ?
15 Thomas 2 ben non / après faudrait continuer
16 Quentin ben oui
17 Exp non mais je veux dire, pour cette étape bien sûr
18 Thomas 2 ah oui oui
19 Exp comment tu peux en être sûr ?
20 Quentin c'est l'angle droit
21 Exp un angle droit / et comment tu es sûr que c'est un angle droit ?
22 Thomas 2 ben ça / ben, c'est bien droit, les deux traits
23 Quentin ben, c'est un angle droit / on le sait
24 Thomas 2 ben déjà on peut pas utiliser l'équerre alors

- 25 Quentin ben c'est un carré / il y a des angles droits
- 26 Exp et [je montre le gabarit bleu] comment vous pouvez être certain qu'il peut refaire un angle droit ? qu'est-ce qui vous a permis de savoir qu'il a un angle droit ?
- 27 Quentin ben / j'ai vérifié
- 28 Exp vérifié ?
- 29 Quentin oui j'ai vérifié [superpose le gabarit bleu sur le carré-modèle] là ça colle bien, là et là [pointe chacun des deux bords rectilignes du gabarit bleu]
- 30 Exp et sur ta figure, ça t'a servi ?
- 31 Quentin oui on a tracé là et puis là

Quentin conditionne, comme il l'avait fait précédemment, la validité de ses actions matérielles (« *ben oui* ») par la nécessité de restaurer l'angle droit. La présence de cet objet de discours second (« *l'angle droit* ») pour justifier l'usage instrumenté, depuis le début de l'échange, peut suggérer une manière de penser le carré comme objet ayant des propriétés géométriques. Alors que j'incite Quentin à me dire d'où il tire sa certitude que l'angle, formé des deux derniers côtés tracés, est effectivement droit, sa réponse n'est alors également pas tournée vers l'instrument, mais vers la figure connue pour cette propriété (« *ben c'est un carré / il y a des angles droits* »). Il y a ainsi une primauté de la propriété géométrique sur la forme du gabarit bleu chez Quentin. Ce gabarit, est pour lui un moyen de « transporter » la propriété géométrique *angle droit*, traduite sur le carré-modèle par une propriété visuelle, afin de restaurer le carré du problème. Quentin explique d'ailleurs ensuite, en superposant le gabarit bleu sur le carré-modèle, qu'il a bien constaté cette propriété du gabarit (« *j'ai vérifié / ça colle bien* »). L'objet de discours géométrique *angle droit*, exprimant une propriété unaire, est pour le moment dans son langage, le seul connu pour décrire cette propriété visuelle, instrumentale et géométrique. Cet objet de discours, *déjà-là*, est utilisé pour justifier cette fois-ci la position entre les deux éléments 1D tracés, vus et énoncés. Ce qui s'interprète ainsi par une déconstruction dimensionnelle du carré et suggère, du point de vue de la méthodologie, un début de conceptualisation de la relation binaire.

8. Retour aux questions de recherche

Le questionnement de recherche de ce travail consiste d'une manière générale à évaluer comment et dans quelle mesure une interaction à un problème de restauration de figure ainsi que les pratiques langagières de classe associées conduisent à un apprentissage de la perpendicularité à partir du concept de l'angle droit. Le travail théorique mené décline ainsi ce questionnement en trois questions de recherche. Il s'agit tout d'abord, d'une part d'éprouver, vis-à-vis de l'interaction au problème, les limites des réponses de la visualisation iconique et de la déconstruction instrumentale et le caractère optimale de celle de la déconstruction dimensionnelle. D'autre part, de regarder si l'adaptation au milieu permet une articulation entre la déconstruction instrumentale à visée non-iconique et la déconstruction dimensionnelle. Ensuite, il s'agit de mesurer à quel point la secondarisation des discours de la communauté discursive scolaire participe à l'évolution vers un agir-parler-penser associé à la relation de perpendicularité.

L'analyse a posteriori des observés pour ce travail permet de donner, par confrontation à l'analyse a priori des éléments de réponse à ces questions de recherche.

8.1. Limite de la visualisation iconique

Le milieu caractérisé pour l'expérimentation rend effectivement la visualisation iconique insuffisante pour permettre un équilibre. Les stratégies perceptives, relevant de l'ajustement non-instrumenté de l'organisation des éléments visuels, ont bien conduit à des restaurations de figures non-valides. Les dimensions du carré ainsi que l'éloignement dans l'espace et le temps de la disponibilité de son gabarit jouent un rôle important dans l'insuffisance de la visualisation iconique.

On note toutefois une omniprésence de cette réponse iconique lorsque de fortes distorsions visuelles entre les dessins produits et la forme connue du carré, ou comparée sur le carré-modèle, existent. La visualisation iconique est à ce moment-là plus adaptée, car plus économique pour invalider les productions. Elle permet, lors d'une réponse de type instrumentale, d'identifier qu'un des côtés de la figure est incorrectement restauré car « *là le trait il part comme ça et nous on veut un trait qui parte bien droit* ». La visualisation iconique peut alors dans ce cas même limiter la déconstruction dimensionnelle puisqu'elle restreint l'activité géométrique à l'identification visuelle des formes. Je fais alors ici l'hypothèse que le fait de proposer aux élèves un gabarit pour valider a pu jouer un rôle d'obstacle à l'énonciation d'un discours mathématique.

8.2. Limite et rôle de la déconstruction instrumentale

Dans une grande majorité des cas observés, l'inadaptation de la visualisation iconique a conduit à l'apparition de la déconstruction instrumentale, bien plus stable. Dans ce cas, une restauration par le gabarit bleu permet bien une appréhension des unités figurales, dont

certaines de dimension 1, du carré ; ce qui a été défini par une déconstruction instrumentale à visée non-iconique. Analyses a priori et a posteriori indiquent toutes les deux que cette réponse n'est pas limitée pour l'équilibre avec le milieu et peut être même optimale.

La déconstruction instrumentale à visée iconique est a priori limitée car non-adaptée. En revanche, l'étude n'est pas suffisante pour indiquer qu'un usage du gabarit rouge conduit uniquement à une déconstruction instrumentale à visée iconique.

La déconstruction instrumentale reste souvent subordonnée à la visualisation iconique, d'une part dans l'invalidation, si les données visuelles sont suffisantes ou, d'autre part lorsqu'il y a une incertitude dans la suite des actions instrumentées à effectuer : « *je reviens Lois je vais vérifier ok ?* ».

8.3. Émergence de la déconstruction dimensionnelle

La déconstruction dimensionnelle du carré est une réponse possible et optimale vis-à-vis du problème. Sa meilleure stabilité apparente, pour le traitement des étapes de construction par rapport à la déconstruction instrumentale à visée non-iconique, n'a été observée qu'a posteriori. Le facteur classe, le manque d'observable ainsi que le champ restreint de l'analyse ne permettent ainsi pas de se prononcer sur le caractère reproductible de ce phénomène.

Si peu d'observables permettent de conclure quant au rôle du gabarit bleu dans l'émergence de la déconstruction dimensionnelle, tous ont conduit à une analyse suggérant son caractère déterminant. L'analyse a posteriori a révélé le rôle également important de l'usage conjoint de la règle bleue et du gabarit bleu superposés au carré-modèle pour matérialiser la propriété visuelle de l'élément 1D que le gabarit bleu nécessite de tracer (« *on a fait en premier, on a fait d'abord lui, après on a vu que ça continuait alors on a pris la règle bleue* »).

Importance de la déconstruction instrumentale à visée non-iconique

Si l'adaptation au milieu ne conduit ainsi pas forcément à une déconstruction dimensionnelle du carré, la déconstruction instrumentale à visée non-iconique montre effectivement une étape importante dans le passage de l'appréhension 2D à 1D. La résolution du problème par l'usage du gabarit bleu ne conduit ainsi pas forcément à une compréhension en termes de relation mathématique de la cohérence de l'organisation sous dimensionnelle du carré ; il permet en revanche a minima une brisure visuelle et matérielle de son contour et l'appréhension discursive d'au moins une unité figurale 1D.

8.4. Rôle de la secondarisation des discours

Le rôle déterminant du langage dans l'évolution des manières d'agir-parler-penser relative au carré a été conditionné par la secondarisation des discours dans les échanges oraux issus des interactions collectives et interindividuelles.

Pour commencer, la séance préalable avait pour objet l'institution du carré savant, partagé par la communauté discursive de la discipline et connu pour ses propriétés. Dès le début de la séance principale, des manières d'agir-parler-penser très différentes, spontanées ou au contraire déjà plus distanciées ont été constatées. La forte hétérogénéité du genre des objets de discours amène, par le traitement de l'enseignant, à un phénomène d'amplification des écarts dans les réponses des élèves. D'un côté, l'absence du travail de reformulation des objets de signification première vers des objets plus savants et, d'un autre côté, la non-reprise dans le discours de l'enseignant des énoncés de genre second, conduisent à limiter la construction du contexte d'interprétation nécessaire du carré géométrique. En conséquence, on observe des positionnements énonciatifs éloignés les uns des autres, ce qui conduit certains élèves à ne pas pouvoir intégrer de façon dialogique les discours plus savants de la communauté discursive.

Ensuite, l'évolution de l'agir-parler-penser d'un des binômes pointe également le rôle de la communauté discursive dans le déplacement du positionnement énonciatif de certains élèves. L'étude des échanges langagiers collectifs pointant un effet dans l'évolution de leur appréhension spontanée et quotidienne du carré, vers celle d'un carré savant dont la restauration ne peut plus se dépendre de la perception visuelle, mais d'un processus de construction instrumentée, attendue par la communauté (*« pour l'instant c'est Mino et Lina, même s'ils ont vingt points, c'est eux qui ont gagné [...] il faut essayer de faire moins de points de Milo et Lina et le but c'est de réussir cette fois-ci »*). Deux raisons semblent pouvoir être avancées dans l'explication de ce rôle. Tout d'abord, par l'établissement progressif d'un contexte d'interprétation instancié aux actions matérielles (choix des instruments, actions instrumentées), dû en grande partie au travail langagier du professeur. Ensuite par l'influence que les manières d'agir et de parler, données à voir à la classe, peuvent avoir ; notamment les manières plus opératoires (*« seulement quatre points ? »*) ou plus savantes (*« nous on s'est servi de la règle bleue et du gabarit bleu, pour faire l'angle droit »*).

Enfin, l'usage d'un discours de genre premier, peu élaboré mais suffisant pour décrire les actions avec les instruments utilisés, ainsi que l'évolution dans un contexte d'interprétation instancié semblent toutefois ne pas permettre une interaction entre la déconstruction instrumentale à visée non-iconique et la déconstruction dimensionnelle. L'étude suggère que cette interaction nécessite un contexte d'interprétation référé doublement, à l'action instrumentée qui constitue un levier dans le passage vers les unités visuels 1D, et à la géométrie des propriétés dont le discours second permet une énonciation de la restauration par leur organisation.

Conclusion

d'un point de vue théorique

Mon travail portait un regard sur l'enseignement de la perpendicularité par résolution d'un problème, au cycle 3 de l'école élémentaire. Cet enseignement peut être source de difficultés dans la mesure où l'apprentissage de cette relation entre deux objets à une dimension prend appui sur la conception de l'angle droit des élèves, qui est une propriété d'un élément de surface, et est associé à l'usage du même instrument : l'équerre. On peut alors se demander si la ressemblance entre les propriétés visuelles de ces deux propriétés géométriques, associée à l'usage du même instrument qui a, dans cet enseignement, le double usage de gabarit d'angle et de traceur de lignes, n'est pas un obstacle à l'appréhension des deux éléments 1D et à la compréhension par un discours de leur relation de perpendicularité.

J'ai donc cherché, dans ce travail, à évaluer certaines conditions de dépassement de cet obstacle par une résolution d'un problème de restauration d'une figure et le langage qu'il suscite dans une classe. L'insertion dans deux cadres théoriques, puis leur articulation, m'a alors permis d'entrevoir ces conditions d'un point de vue instrumental, visuel et langagier.

Les travaux de Duval (2005) m'ont permis tout d'abord d'éclairer la compréhension de la difficulté de l'apprentissage de la perpendicularité prenant appui sur un dessin de figure. L'articulation dimensionnelle entre le regard porté et le discours, que nécessite cet apprentissage, se heurte à la fusion spontanée des unités figurales 1D en une unité de surface que le regard opère. La compréhension de la relation de perpendicularité entre deux objets 1D nécessite alors une déconstruction dimensionnelle de la figure et l'émergence de cette déconstruction est devenue une condition de l'apprentissage cherché. A l'instar de Mithalal (2010), j'ai alors défini une acception de cette notion telle une compréhension discursive de la figure comme une organisation d'unités figurales 1D énoncée par des propriétés mathématiques. La notion de visualisation iconique et de déconstruction instrumentale ont apporté à ma recherche la possibilité d'appréhender des fonctionnements non assujettis à un discours, mais respectivement uniquement visuel ou instrumentaux. Mon travail s'est donc orienté vers la recherche des conditions pouvant limiter la visualisation iconique et, vers l'hypothèse que la déconstruction instrumentale pouvait constituer un levier vers une déconstruction dimensionnelle de la figure.

Le cadre de Jaubert et alii (2012) m'a permis de considérer ensuite que cette compréhension discursive de la figure est une construction de l'élève dans le langage, procédant d'usages de mot déjà-là. L'emploi des mots, plus important que le choix des mots eux-mêmes, venant énoncer le concept savant à venir, à partir de concepts plus familiers. De l'approche en termes de secondarisation, *transformation* d'objets de discours de genre premier en objets de genre second, j'ai pu ainsi décrire une activité langagière à même de construire la notion de perpendicularité à partir des conceptions de l'angle droit. Nous avons vu alors que cette construction dépend fortement des interactions sociales et la notion de communauté

discursive disciplinaire m'a permis de considérer que les échanges langagiers de la classe sont à même de faire évoluer l'activité géométrique de l'élève vers une manière d'agir, de parler et de penser relative à la perpendicularité.

Afin d'assurer une synthèse nécessaire à l'établissement d'un cadre de recherche et dans l'optique de construire une méthodologie, ces deux cadres ont été ensuite articulés. Ce qui m'a conduit à faire l'hypothèse que l'activité géométrique de l'élève pouvait évoluer selon trois modes d'agir-parler-penser. Tel que l'illustre la figure 3.2 (relative à la figure carré) :

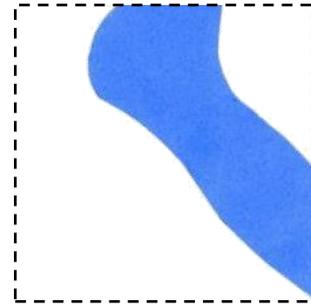
manière de penser		manière d'agir	manière de parler
APP1 un objet quotidien, défini par une forme n'ayant que des propriétés visuelles		actions matérielles non instrumentées visant à reproduire une forme iconique identifiée par ressemblance	1 objet de discours définissant totalement la figure
APP2 résultat d'un processus de construction...	APP2-1 ...global produisant la figure	actions matérielles instrumentées visant à produire la forme « carré »	- objets pour nommer la figure ; - les propriétés des instruments justifient les propriétés visuelles de la figure
	APP2-2 ...de ses unités figurales 2D ou 1D	actions matérielles instrumentées organisant les unités figurales 2D ou 1D	- objets pour nommer les éléments tracés ; - les propriétés des instruments justifient l'organisation visuelle des tracés
APP3 un objet ayant des propriétés géométriques...	APP3-1 ...caractérisant des unités 2D (angle, sommet...)	actions matérielles instrumentées visant à produire la forme « carré » ou ses unités 2D	- objets pour nommer les unités 2D ; - les unités 2D ont des propriétés géométriques
	APP3-2 ...organisant des unités 1D ou 0D (côté, segment, droite, point d'intersection...)	actions matérielles instrumentées organisant les unités figurales 1D	- objets pour nommer les unités 1D ou 0D ; - des relations géométriques organisent les unités 1D ou 0D

J'ai défini ainsi un mode relatif à une figure familière, pour lequel le discours est peu évolué, référé à des actions matérielles assujetties à la visualisation iconique. Les deux autres modes qui ont été considérés sont relatifs à une figure savante. Un mode l'interprétant d'une part, comme résultat d'un processus de construction ; la déconstruction instrumentale à l'œuvre nécessite un langage plus évolué justifiant l'organisation des unités figurales par la forme des instruments. Un mode, pour lequel la figure est connue pour ses propriétés géométriques d'autre part, relié à des manières de parler plus élaborées énonçant l'organisation des dessins par des relations géométriques : propriété unaire si l'appréhension se fait en termes de surface, relation binaire si elle est en termes de lignes.

L'hypothèse principale de travail a pu ainsi être exprimée telle une évolution de manières d'agir-parler-penser relatives à une figure savante et connue pour ses angles droits, vers des manières relatives à cette même figure se détachant d'un réseau sous dimensionnel, dont la cohérence est portée par une relation mathématique. L'évolution étant considérée comme résultant de la résolution d'un problème de restauration de figure au sein d'une communauté

discursive disciplinaire. (Faire ainsi évoluer APP3-1 vers APP3-2, à travers une situation mobilisant APP2, en limitant APP1).

La prise en compte des travaux de Duval et Godin (2005) et de Perrin-Glorian et alii (2013, 2014) a permis de guider alors la conception d'un problème de restauration d'un carré au moyen d'instruments, dont un gabarit de ce carré au contour de l'angle droit déchiré. L'instauration d'un cout dans l'usage des instruments, ainsi que la détermination des caractéristiques de la forme du gabarit déchiré (ci-contre) ont alors constitué deux variables didactiques déterminantes afin de favoriser a priori le passage de 2D vers 1D.



du point de vue de la méthodologie

La méthodologie construite dans ce travail devait permettre d'une part, d'identifier les différentes visualisations, déconstructions et concepts à l'arrière-plan de l'activité de l'élève et pour cela permettre une caractérisation de l'agir-parler-penser. D'autre part, il fallait également pouvoir saisir et distinguer le rôle de l'équilibre sujet-milieu et le rôle du langage oral dans la construction des connaissances.

L'outil ALC (Barrier 2014a) a permis une traduction de l'activité de l'élève, dont l'arrière-plan est conceptuel, en une unité de trois observables adaptés aux considérations théoriques : matériel, visuel et langagier. Cet outil n'a pas pu embrasser la totalité des considérations théoriques qui considéraient que les arrière-plans de l'activité peuvent ne pas être conceptuels mais uniquement visuel ou matériel. J'ai ainsi fait l'hypothèse qu'il était possible de caractériser également visualisation iconique et déconstruction instrumentale à travers les dimensions matérielle, visuelle et langagière.

L'outillage de l'observation des discours s'est fait en considérant la secondarisation non plus comme une cause de l'apprentissage mais comme une conséquence. Des travaux de Coulange (2014), j'ai ainsi étendu la caractérisation de la dimension langagière de l'ALC à travers l'observation de la construction et des déplacements des objets de discours, des contextes d'interprétation et des positionnements énonciatifs.

Il s'avère, à l'issue de cette étude, que cette méthodologie est bien adaptée aux considérations théoriques. Elle permet un niveau étendu de captation des fonctionnements a priori, et très étendu a posteriori. Le niveau de regard sur l'activité de l'élève a posteriori est ainsi fait sur sept niveaux. L'observation des dimensions visuelle et matérielle de l'activité ainsi que la recherche du nombre et de la nature (dimensionnelle) des objets de discours ont été principalement un moyen d'interpréter tout d'abord le niveau de décomposition (ou de non-

décomposition) de la figure en ses unités figurales 2D ou 1D. La détermination du genre (premier ou second) des objets de discours, ainsi que l'étude du contexte d'interprétation du problème, ont été utiles ensuite sur deux degrés d'analyse. D'une part, à partir de la détermination du niveau de décomposition de la figure, ils permettent de caractériser ce qui commande, chez l'élève, l'organisation des unités figurales, et le niveau de conceptualisation de cette organisation. J'ai alors été autorisé à interpréter les stratégies des élèves dans les termes de la visualisation iconique, des deux déconstructions et, le cas échéant, des concepts en jeu. D'autre part, ils ont permis de façon évidente un regard sur l'évolution de l'activité de l'élève mais aussi, comme la méthodologie le nécessitait, de caractériser le rôle des échanges langagiers sur cette évolution. Si l'étude en termes de positionnement énonciatif a été, et demeure, pour moi la plus difficile à cerner, j'ai pu noter que les déplacements, relatifs à cette notion, étaient corrélés effectivement aux niveaux d'appréhension du problème.

du point de vue des résultats

Le rapprochement des analyses a priori et a posteriori a permis de donner quelques caractéristiques de l'activité de l'élève confronté au problème de restauration au sein de la communauté discursive.

Tout d'abord, conformément à la théorie, la visualisation iconique s'impose dès qu'un dessin est donné à voir, mais il est possible de la limiter. Ce travail montre que son fonctionnement, largement observé chez les élèves en début de séance, a été jugé trop peu fiable pour l'interaction avec le milieu. Le choix des dimensions de la figure à restaurer, une position de l'amorce empêchant le recourt aux angles droits des bords de feuille et le fait d'assurer l'imperméabilité entre l'action sur le milieu et la validation, en sont les causes principales. Si les données visuelles sont suffisantes, elle demeure opératoire et s'impose dans l'invalidation des solutions.

L'analyse livre ensuite quelques résultats notables au sujet des propriétés du gabarit déchiré, sur lesquelles un certain nombre d'hypothèses importantes reposaient. L'étude suggère ainsi qu'une restauration du carré par ce gabarit peut conduire à une déconstruction dimensionnelle mais également à une déconstruction instrumentale. Les actions matérielles contraintes par cet instrument conduisent bien à l'appréhension d'unités figurales, dont certaines sont 1D, le recours au discours mathématique pour énoncer la cohérence de leur organisation n'est toutefois pas systématique. L'absence du contour de l'angle droit et l'information de la longueur du carré sont des propriétés instrumentales qui ont montré une influence dans le passage 2D à 1D.

Un résultat important, et non décelé a priori, concerne également l'usage conjoint et juxtaposé de la règle non graduée et du gabarit déchiré. L'analyse a priori avait pointé le rôle de la règle, par les prolongements de lignes qu'elle permet, pour l'appréhension matérielle des unités 1D. L'usage conjoint (cf. figure 7.2.10 ci-après) montre également un rôle joué pour

l'appréhension de la propriété visuelle de la ligne sous-dimensionnelle qui porte le côté du carré, ainsi que l'appréhension discursive (« *on a vu que ça continuait* ») de cet élément 1D.

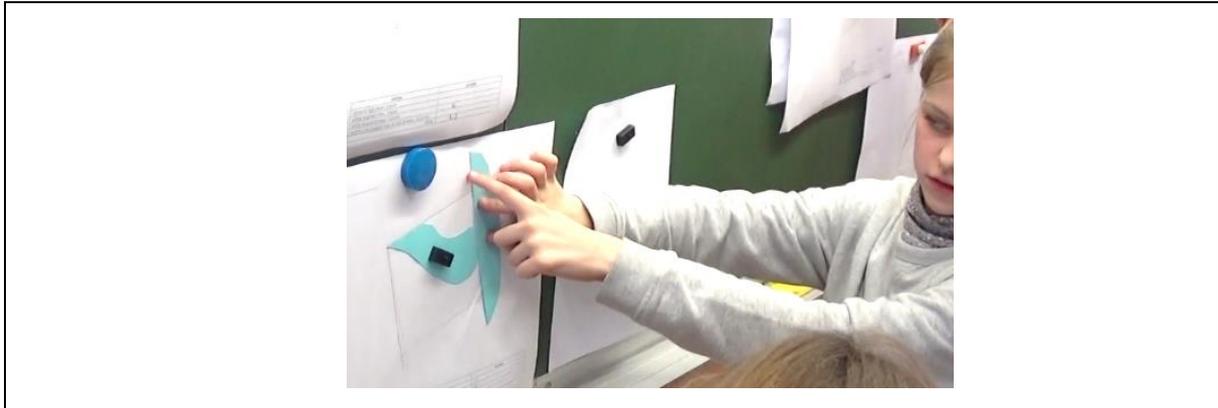


figure 7.2.10

Par cette juxtaposition, l'élève matérialise la propriété visuelle de la ligne du réseau 1D qui porte le côté de la figure. Le geste ostensif qui brise la ligne de contour ainsi que la manière de parler ont indiqué alors une articulation dimensionnelle entre le regard et le discours.

Enfin, d'une manière générale, l'étude des phénomènes langagiers prise au travers de la notion de secondarisation permet de montrer d'une part, une différenciation dans les différentes évolutions des manières d'agir-parler-penser relative au carré et d'autre part, l'importance du rôle du langage de l'enseignant dans ces évolutions. Les changements prévus de regard sur la figure, des façons d'en parler et d'agir pour la restaurer n'ont pas été constatés chez certains élèves :

Un premier résultat suggère que le niveau de travail de formulation et de reformulation des énoncés de genre premier ou second conduit à un phénomène d'amplification des écarts entre les positionnements énonciatifs. Le début de séance a montré qu'un écart important pouvait effectivement conduire à empêcher certains élèves d'intégrer de manière dialogique les discours plus savants de la communauté, parce que trop éloignés des leurs.

Un second résultat suggère l'importance du contexte d'interprétation, dans la communauté discursive, sur l'émergence des deux déconstructions et sur leur articulation. La création progressive d'un contexte d'interprétation matérielle, référé aux conditions de l'équilibre sur le milieu par les actions des instruments, a conduit à favoriser la déconstruction instrumentale. L'étude montre en effet le travail langagier réalisé par l'enseignant pour construire ce contexte d'interprétation et ainsi permettre aux élèves, dont l'agir-parler-penser était relatif à une figure familière, d'appréhender la figure résultante d'un processus de construction et attendue à l'école. Toutefois, il semble que l'institution de ce contexte matériel ainsi que la forte prégnance d'un discours de genre premier lié aux actions, n'aient pas permis de faire le lien entre les propriétés du gabarit déchiré et les propriétés géométriques dont il permet le report ;

conduisant ainsi à rendre difficile l'émergence de la déconstruction dimensionnelle nécessaire à la conceptualisation de la relation de perpendicularité.

Limites

Les éléments de réponses au questionnement de recherche de ce travail sont à considérer en prenant en compte des limites. Celles-ci sont dues au cadrage théorique et méthodologique ainsi qu'aux conditions de l'expérimentation.

Le choix du questionnement initial ainsi que la distorsion entre la situation prévue par l'ingénierie et la situation expérimentée présentent une première limite importante aux résultats. L'état initial, prévu par la situation, d'une activité géométrique liée au concept de l'angle droit et d'un agir-parler-penser y étant relatif, n'a été le cas que de très peu d'élèves. Cette distorsion est due bien évidemment d'une part à l'interprétation par l'enseignant de la situation. D'autre part, nous avons vu que la déstabilisation du contrat didactique provoquée par la nouveauté de cette situation ainsi que par le contenu de la dévolution avaient conduit certains élèves à interpréter le problème, au départ, comme un jeu de hasard. Les éléments de réponses au questionnement initial, qui interroge l'apprentissage de la perpendicularité à partir des conceptions de l'angle droit, ne sont ainsi construits que sur peu d'observables. L'étude est ainsi limitée, par cette distorsion, dans ses affirmations concernant la reproductibilité de l'émergence de la déconstruction dimensionnelle.

Ensuite, la situation adidactique caractérisait la connaissance de la perpendicularité uniquement comme réponse optimale pour agir sur le milieu. Le fait que cette connaissance ne soit pas, dans cette situation, caractérisée comme permettant de formuler les stratégies – dans une situation de communication par exemple – ou de valider les connaissances, constitue également une limite à la question de son émergence.

D'un point de vue méthodologique, même si la traduction en une unité des trois observables – matériel, visuel et verbal – du fonctionnement iconique ou instrumental permet d'être assez proche des considérations cognitives de la théorie de Duval, le choix de ces trois observables est forcément réducteur et limite de fait la consistance des résultats.

Même si le travail par binôme a provoqué une interaction sociale qui est considéré par la méthodologie construite, il limite les résultats du modèle considérant l'élève singulier.

Enfin, les deux cadres théoriques ne conçoivent pas la « relation » entre le problème à résoudre et les élèves de la même façon. Pour la Théorie des situations didactiques, la notion de *milieu* traduit cette relation, alors que le cadre de Jaubert l'intègre dans un *contexte*. Si le milieu est un système fixe dont l'objet est une modification de la connaissance de l'élève, le contexte évolue avec les éléments de la situation, objets de discours, objets de savoirs et le rapport au problème. Des interprétations divergentes du niveau de construction des connaissances d'élèves, n'ayant pas eu l'usage attendu des instruments peuvent ainsi être

faites, selon le point de vue considéré : la Théorie des situations didactiques ne concevant pas une construction des connaissances sans un équilibre minimal avec le milieu, alors que la notion de contexte permettant une conception d'une évolution du rapport au problème dans le langage, par une intégration dialogique des énoncés de la communauté.

Ce travail laisse également des questions en suspens. J'en présente ici deux.

La première concerne le choix d'une déconstruction dimensionnelle qui n'intègre pas a posteriori la dimension 0. Afin de circonscrire le champ d'investigation de cette étude à la notion de perpendicularité comme relation entre deux droites, la déconstruction dimensionnelle n'a été considérée que de rang 1 (2D / 1D). Le réseau sous-dimensionnel porteur de l'organisation du carré est ainsi appréhendé qu'uniquement 1D. La perpendicularité peut également être vue comme une relation liant une droite à une autre droite et un point. La déconstruction instrumentale par le gabarit déchiré du binôme de CE2 (cf. 7.2.4) laisse toutefois entrevoir une action matérielle et discursive visant à établir une relation entre le sommet du carré et le côté de l'angle droit : « *il est là le coin [...] et là la droite elle est pas bien là* ». L'analyse ne prend ainsi pas en compte la façon dont les élèves s'emparent dans la restauration des objets OD liés, soit à la surface comme sommets ou aux lignes comme intersections. D'une manière générale, cela questionne également la mise en œuvre de ce type de situation dans les classes ordinaires : quelle explicitation donner à ces objets géométriques ? Comment entrent-ils dans le processus d'enseignement ? Comment les instruments sont corrélés aux objets ? Jusqu'où peut-on aller dans la déconstruction dimensionnelle ?

La seconde concerne la validation. Le milieu permettait de valider par un gabarit du carré et l'hypothèse que cette validation iconique peut constituer un obstacle à l'émergence de la déconstruction dimensionnelle a été faite (cf. 8.1). La situation laissait toutefois le plus possible la validation à la charge de l'élève et mon travail n'a pas mené une analyse a posteriori des autres moyens de valider, et notamment de leur lien avec les fonctionnements recherchés. L'étude ne montre ainsi pas de synergie systématique entre une validation par la cohérence du processus de construction et la déconstruction instrumentale ni entre une validation théorique et la déconstruction dimensionnelle.

Perspectives

Je voudrais tout d'abord citer ici Barrier et alii (2014) :

Amener les élèves à modifier leurs manières d'agir suffit-il à permettre les apprentissages en géométrie ? Comment appréhender l'activité géométrique des élèves dans toute sa complexité ? Quelles sont les modalités de son évolution ?

(Barrié, Hache, Mathé 2014)

Le travail mené ici, dans un cadre très restreint, montre que la première question est vive et loin d'être résolue. S'il paraît en effet, à l'issue de l'étude, que la modification des manières d'agir n'ait pas suffi à permettre les apprentissages chez certains élèves, on peut être enclin à se demander, à l'inverse, si les changements dans les manières de parler amènent forcément des modifications dans les manières d'agir ?

La deuxième interrogation de Barrier & alii (2014) m'incite à mettre en perspective la méthodologie développée dans ce travail, dont la fonction était de saisir du mieux possible complexité et évolution de l'activité de l'élève. Si le choix de ses observables a restreint le regard que porte cette méthodologie, son niveau de complexité a permis, me semble-t-il, un niveau intéressant d'analyse et devrait être éprouvée, à nouveau et dans d'autres cas.

Ensuite, Duval annonçait en 2005 que *l'ancrage cognitif d'un énoncé sur une figure se fait, au niveau de la désignation d'unités figurales, par l'emploi de termes qui impliquent la déconstruction dimensionnelle des formes visuellement reconnues*. Ces quelques mots résument ce que mon travail a très modestement cherché à mettre à l'épreuve, dans un cas particulier, en se penchant sur les façons dont les élèves agissent sur les dessins, les voient et en parlent.

Comme nous l'avons vu, l'importance pour Duval de *l'emploi des termes* dans l'activité langagière de l'élève, est un point de vue également partagé par Jaubert et alii (2012), pour qui l'importance du mot n'est également pas dans son choix, ni son sens, *le travail de verbalisation en classe portant sur ce que l'on dit des choses [...], et non sur les choses directement*. (Jaubert & alii 2012). Les objets de discours étant des constructions du sujet dans le langage, pour énoncer les concepts à venir, à partir d'objets déjà-là.

L'expérimentation menée dans cette étude montre que cet emploi des mots n'est pas facile dès lors qu'il s'agit de désigner les unités figurales sous-dimensionnelles dont l'usage du gabarit déchiré permettait l'appréhension. Mais cet emploi est bien présent. Qu'il surgisse dans un conflit apparent pour Quentin ou Faustine s'évertuant à justifier qu'il faudrait bien « *gommer ce qui dépasse* ». Ou qu'il apparaisse dans les mots de Loïs pour distinguer un « *trait qui est terminé* » d'un trait qui n'est pas terminé, ou parler d'une ligne qui « *continuait* » au-delà du carré. Cet emploi est bien présent et atteste de la construction, dans le langage, d'un monde 1D.

Il me semble alors entrevoir ici un intérêt dans une perspective d'étude de la façon dont le langage, conjointement associé à des actions matérielles, peut construire les mondes infra-dimensionnels à partir d'objets pour la plupart référés à une dimension supérieure.

Bibliographie

- Artigue M. (2007). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, pp. 281-308.
- Barrier T., Chesnais A., Hache C. (2014a). Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. *Spirale Revue de recherche en éducation n° 54*.
- Barrier T., Hache C., Mathé A.C. (2014b). Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves. *Grand N n°93*, pp. 13-37.
- Bessot A. (2004). *Une introduction à la théorie des situations didactiques. (Master "Mathématiques, Informatique" de Grenoble 2003-2004)*. Cahier du laboratoire Leibnir N91. HAL Id: hal-00078794. <https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00078794>.
- Bulf C., Mathé A.C., Mithalal J. (2014). Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation. *Spirale, revue de recherches en éducation n° 54*, 151-174.
- Bulf C., Mathé A.C., Mithalal J. (2015). Langage et construction de connaissances dans une situation de résolution de problèmes en géométrie. *Recherches en didactique des mathématiques n° 35*, pp. 1-37.
- Coulange L. (2014). Les pratiques langagières au coeur de l'institutionnalisation des savoirs mathématiques. *Spirale - Revue de Recherches en Education n°54*, 1-20.
- Duval R., Godin M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N n° 76*, pp. 7-27.
- Duval R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 10*, 5-53.
- Jaubert M., Rebière M. (2012). *Communauté discursives disciplinaires scolaires et constructions de savoirs : l'hypothèse énonciative (avec la collaboration de J.-P. Bernié)*. Récupéré sur leseforum:
http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf
- Keskessa B., Perrin-Glorian M.J., Delplace J.R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur des figures de géométrie. *Grand N n° 79*, pp. 33-60.
- Mithalal J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle. Thèse de doctorat*. Joseph Fourier, Grenoble: Retrieved from tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/59/09/41/PDF/these_mithalal.pdf.
- Offre B., Perrin-Glorian M.J., Verbaere O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Grand N n°77*, 7-34.
- Perrin Glorian M.J., Bosch M. (2011). *Le langage dans les situations et les institutions. Essai de croisement de points de vue TAD et TS*. Récupéré sur ARDM: <http://www.ardm.asso.fr/ee16/documents/cours/theme2-complet/cours-Bosch-Perrin-complet/cours-version-provisoire/MB-MJP-EE2011.pdf>
- Perrin-Glorian M.J., Godin M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école n°222*, pp. 28-38.

Perrin-Glorian M.J., Mathé A.C., Leclercq R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM n° 90*, pp. 5-41.

Annexes

Annexe 1

Séance préalable : Restauration du carré à l'aide de gabarits.

Objectif général de la séance

- connaître « les règles » de la restauration du carré ;
- connaître le gabarit comme instrument ayant des informations 2D (angle droit) et 1D (longueur des cotés) sur une figure ;

Description générale de la tâche

Il s'agit ici de présenter tout d'abord un carré et son gabarit, puis de restaurer ce carré avec des gabarits déchirés. Cette séance préalable a l'objectif d'initier l'établissement du contrat (nécessaire dans la séance suivante) :

- comprendre que les gabarits déchirés sont obtenus en déchirant le gabarit du carré et qu'ils peuvent donc contenir encore des informations sur la figure (on n'institutionnalisera pas ici ces propriétés : angle droit, perpendicularité, longueur de côté...)
- permettre aux élèves de découvrir la restauration de figure à l'aide de gabarits ;
- permettre aux élèves de réaliser une première familiarisation du « comptage » des usages des instruments comme une mémoire des pratiques matérielles ;
- convenir avec les élèves que le carré ne doit pas être reproduit par calque en superposant la feuille sur celle contenant le modèle mais uniquement avec les instruments fournis. Si jamais cette procédure matérielle apparaît (*transparence*), elle sera présentée et considérée comme une instrumentation non autorisée.

Matériel :

- une feuille blanche A4 avec le modèle (un carré de 12cm de côté) ;
- une feuille blanche au format A3, pour la reproduction contenant l'amorce du carré et le tableau de score par binôme ;
- un gabarit du carré, un gabarit déchiré « A », un gabarit déchiré « B » ;
- crayons et gommes par binôme.

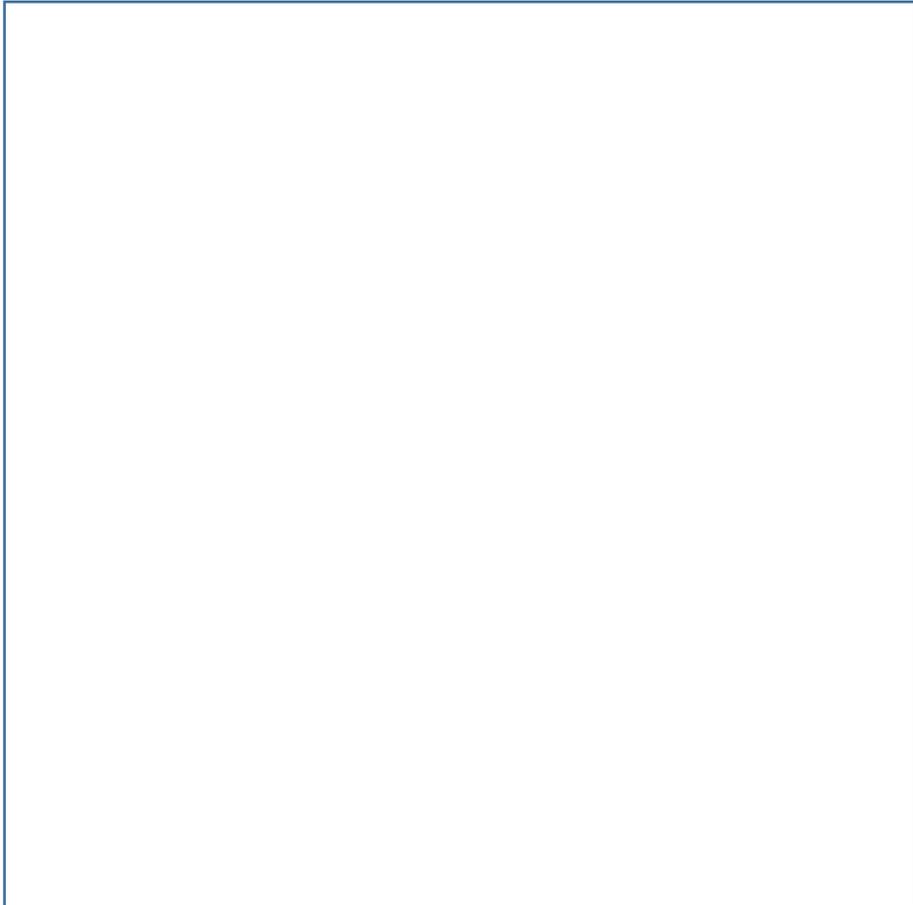
Déroulement

10'	Phase 1 : présentation Les bureaux des élèves sont totalement libres de tout matériel.
	Les feuilles contenant la figure modèle sont distribuées aux binômes. Hypothèses sûrement rapidement faites, l'enseignant annonce en effet qu' « <i>il s'agit bien d'un carré.</i> » L'enseignant présente alors un gabarit du carré et le nomme. « <i>Cela s'appelle un gabarit et vous aller également en avoir un.</i> » Les binômes reçoivent le gabarit et un temps court de manipulation est laissé afin que les deux élèves aient pu le manipuler. S'en suit alors une discussion visant à demander aux élèves leurs impressions. Cet échange doit conclure sur une proposition : C'est un gabarit du carré. On peut retracer exactement ce carré sur une autre feuille en l'utilisant.
	L'enseignant montre au tableau que son gabarit se superpose aussi parfaitement au modèle. Il se tourne alors vers les élèves et déchire son gabarit en deux pour en faire deux gabarits déchirés de type B. L'enseignant annonce qu'il vient de faire ce que l'on appelle deux gabarits déchirés du carré. (Il demande aux élèves, si besoin est, de ne pas faire pareil !). Il montre qu'il est possible de couper aussi le gabarit du carré d'une autre façon : présentation des deux gabarits A en les juxtaposant/séparant deux ou trois fois pour montrer l'état initial et final. <i>« J'ai coupé pour vous plusieurs gabarits du carré et vous allez les avoir dans chaque groupe ».</i> Un gabarit A et un gabarit B sont distribués à chaque binôme. Un temps court de manipulation est laissé. On explique éventuellement que les lettres A et B sont des noms des gabarits, plus pratique pour savoir duquel on parle.

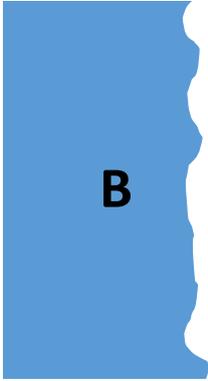
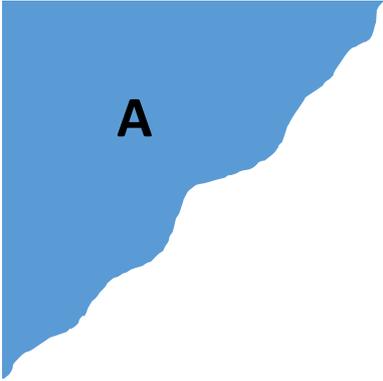
	<p>Un temps d'échange est organisé par l'enseignant. Il s'agit de rester assez général sur certaines propositions qui devraient apparaître :</p> <p>On peut effectivement constater que :</p> <ul style="list-style-type: none"> - ça se superpose toujours un peu ; - on peut toujours le placer dedans ; - il y a des parties qui vont et qui ne vont pas... <p>L'enseignant affiche alors la feuille contenant l'amorce au tableau et présente la tâche :</p> <p><i>« Nous allons essayer de voir si ces gabarits peuvent nous être utiles pour reproduire le carré sur une autre feuille. Vous allez donc devoir essayer de le tracer sur cette feuille où j'ai déjà mis un premier trait pour le tracer (montre du doigt). »</i></p>
15'	<p>Phase 2 : recherche par binôme</p> <p>Les feuilles contenant l'amorce sont distribuées. On demande à un élève de lire ce qu'il voit. L'enseignant explique alors l'intérêt du tableau :</p> <p><i>« Ce tableau vous montre les instruments que vous pouvez utiliser pour reproduire le carré : le gabarit A, le gabarit B »</i></p> <p>Attention ici à ne pas dire LE A OU LE B ou LE A ET LE B afin de ne pas influencer les pratiques.</p> <p><i>« pour que l'on puisse se souvenir des instruments que vous aurez utilisés et combien de fois vous les aurez utilisés, vous devez mettre une petite barre dans le tableau à chaque usage de ces instruments. »</i></p> <p><i>« Je rappelle donc le travail. Vous devez reproduire le carré sur cette feuille à partir de ce début et noter dans le tableau à chaque fois que vous utilisez un instrument. Dans 10 minutes nous mettrons vos travaux au tableau dans 2 colonnes. Ceux qui auront réussi à reproduire ce carré et ceux qui n'auront pas réussi. Vous prenez donc un crayon et une gomme. Allez-y. »</i></p> <p>La recherche est lancée, l'enseignant veille à la bonne compréhension de la consigne sans interdire pour autant la stratégie transparence.</p>
10'	<p>Phase 3 : mise en commun</p> <p>La mise en commun à travers la présentation des binômes vise à :</p> <ul style="list-style-type: none"> - faire émerger ce qui peut être des critères de validation : le carré gabarit en est un (ce n'est pas le seul...) - faire émerger les questionnements sur le comptage dans le tableau : une barre seule pour toute la restauration, une barre à chaque coup de crayon ?... ; - mettre en débat les procédures détournées et interdites : <i>transparence</i>, usage du gabarit ; - mettre en lumière les procédures <p>On peut donc faire passer au tableau des binômes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - ayant restauré par <i>transparence</i> ; - ayant respecté les contraintes mais n'ayant pas réussi ; - ne sachant pas si leur carré est correct ; - ayant réussi avec un usage exclusif du gabarit A, du B, des deux à la fois... <p>L'enseignant demande à chaque fois l'avis de la classe lors des questionnements, avant de trancher : <i>à propos de la transparence, « que pensez-vous de cette méthode ? », « vous dites qu'elle devrait être interdite, mais pourquoi ? »</i> <i>à propos du comptage, « combien de barre faut-il faire ? », « que veut-dire utiliser ? »</i></p> <p>Il faudra faire en sorte que le débat ne s'empare pas de la question du fait qu'il est possible d'avoir plus ou moins de barre dans le tableau. On peut donc faire passer au tableau des binômes sans ordre croissant de barres.</p> <p>Le débat du vrai et du faux est laissé le plus possible à la charge des élèves.</p>
10'	<p>Phase 4 : bilan</p> <p>Le matériel est rapidement rangé, l'enseignant annonce qu'il faut maintenant que la classe garde un enseignement de cette situation. <i>« se mettre d'accord ».</i></p> <p>Le bilan commence par une reformulation de ce qui était à faire. Il s'agit d'amener les élèves à dire les éléments déterminants de cette séance :</p>

	<p>Il fallait reproduire le carré avec certains instruments. Cette reproduction s'est faite à partir d'un début du carré.</p> <p>Les élèves sont amenés ensuite à dire à nouveau comment il a été possible alors de réussir. Au fur et à mesure l'enseignant formule effectivement les propositions certaines :</p> <p>Il a été possible de reproduire le carré avec les gabarits car ils ont gardé encore certaines informations sur la figure.</p> <p>À chaque fois que l'on utilise un gabarit on doit compter « un usage » même si cet usage est de deux tracés.</p> <p>Les instruments qui ne sont pas proposés dans le tableau sont interdits : on ne peut donc pas reproduire par <i>transparence</i> et avec le gabarit du carré.</p>
--	---

fiche modèle



fiche gabarits (dimensions non conformes)



Annexe 2

Séance principale : Restauration du carré à l'aide de gabarits.

Objectif général de la séance

Connaître la relation de perpendicularité entre deux côtés d'un carré à partir de la connaissance de la propriété « droit » de son angle.

Connaître et voir le côté du carré comme un élément géométrique porté par une droite.

Description générale de la tâche

Les élèves ont à restaurer un carré modèle à l'aide d'instruments donnés dont l'usage a un cout. Il s'agit de restaurer le carré en obtenant le moins de points possible (3 points). Cette séance consiste en une phase de présentation suivie d'une phase de recherche par binôme, une mise en commun des stratégies et enfin une phase de bilan. Si le nombre de binôme ayant un total de points élevé est important, la mise en commun sera considérée comme *intermédiaire* et l'enseignant lancera une nouvelle phase de recherche en annonçant qu'un score minimal de 3 points est possible.

La durée prévue de la séance est de 45 minutes.

Cette séance est précédée quelques jours avant d'une séance *préalable* dont la tâche est la reproduction du même carré mais avec d'autres gabarits « moins déchirés ». Cette séance préalable a l'objectif d'initier l'établissement du contrat (nécessaire dans cette présente séance) :

- permettre aux élèves de découvrir la restauration de figure à l'aide de gabarits ;
- permettre aux élèves de réaliser une première familiarisation du « comptage » des usages des instruments (et non des points) et ne pas le découvrir lors de cette deuxième séance ;
- convenir avec les élèves que le carré ne doit pas être reproduit par calque en superposant la feuille sur celle contenant le modèle mais uniquement avec les instruments fournis. Si jamais cette procédure matérielle apparait (*transparence*), elle sera présentée et considérée comme une instrumentation non autorisée.

Matériel :

- une feuille blanche A4 avec le modèle (un carré de 12cm de côté) ;
- une feuille blanche au format A3, pour la reproduction contenant l'amorce du carré et le tableau de score par binôme ;
- une règle bleue, un gabarit déchiré bleu, un gabarit déchiré rouge, une règle graduée par binôme ;
- quelques gabarits du carré pour la validation ;
- crayons et gommes par binôme.

Déroulement

5'	<p>Phase 1 : présentation Les bureaux sont libres de tout objet.</p> <p>L'enseignant présente la tâche à effectuer en référence à la séance précédente.</p> <ul style="list-style-type: none">• Le carré modèle et son gabarit son affiché au tableau. L'enseignant amène rapidement la classe à redonner les éléments importants de la séance précédente : Il y avait un carré et son gabarit qui permet de le tracer exactement. La dernière fois il fallait reproduire le carré à partir d'un début de tracé en utilisant deux gabarits découpés qui avaient été obtenus par un découpage du gabarit. (les gabarits A et B sont affichés à ce moment-là).• L'enseignant présente la situation du jour : <i>Vous allez encore devoir reproduire le carré, mais aujourd'hui il y a quelque chose de particulier : vous aurez des instruments qui ne seront pas les mêmes que la dernière fois et leur utilisation va vous couter des points. Chaque instrument coute un certain nombre de points et pour gagner, il faut reproduire le carré en ayant le moins de points possible.</i>• Les gabarits A et B sont enlevés du tableau et les 4 instruments de la situation sont affichés au tableau au fur et à mesure de leur nommage. Les gabarits rouges et bleus sont présentés en premier comme ayant été, à l'instar des gabarits A et B, découpés dans le gabarit du carré. Il y a aussi deux autres instruments, une règle en carton bleue et une règle graduée.
----	--

	<ul style="list-style-type: none"> L'enseignant donne ensuite rapidement les couts de chaque instrument, le fonctionnement du calcul du score en référence à la dernière fois et précise que ces instruments peuvent être utilisés sur la figure modèle sans que cela ne coûte de points. <p>note : Afin de ne pas surcharger la dévolution et ne pas créer un effet de contrat, il n'est pas nécessaire à ce stade de préciser aux élèves qu'il ne faut pas informer les instruments (notamment la règle bleue). Si cette procédure matérielle apparaît il sera indiqué aux élèves qu'ils ne doivent pas écrire sur les instruments.</p> <ul style="list-style-type: none"> Le matériel est distribué aux élèves, précision leur est donnée qu'ils ne doivent toujours pas avoir de crayon sur leur table et par conséquent ne doivent toujours pas écrire leurs prénoms. Un élève lit à nouveau les couts de chaque instrument. On demande aux élèves d'écrire à présent leurs prénoms.
15'	<p>Phase 2 : recherche par binôme</p> <p>Il est demandé à un élève de dire à nouveau ce qu'il faut faire.</p> <p>La recherche est lancée par l'enseignant :</p> <p><i>Vous avez un quart d'heure pour reproduire le carré à partir de ce qui est déjà tracé sur la feuille. Lorsque vous avez fini, si vous n'êtes pas certain que votre carré est le même que le modèle, des gabarits du carré sont disponibles sur mon bureau, ils ne doivent servir qu'à vérifier. Vous pourrez vérifier à mon bureau mais laisser les gabarits sur mon bureau. Dans un quart d'heure nous afficherons tous les travaux au tableau pour dire qui a gagné. Vous pouvez commencer.</i></p> <p>À partir de ce moment les interventions de l'enseignant ne portent que sur les points périphériques à la situation ; laissant les groupes interagir totalement avec le problème posé. Ces interventions peuvent être de nature à :</p> <ul style="list-style-type: none"> - veiller à la bonne compréhension de la tâche par les élèves et reformuler la consigne si besoin est ; - répondre au questionnement sur le cout éventuel du gommage (nombre d'essais possibles), la précision des traits (due à la rigidité relative des instruments). Cela aura été certainement abordé lors de la séance 1 ; - un rappel de vigilance sur la nécessité de compter les points dus au cout des instruments. <p>L'enseignant et l'expérimentateur peuvent interpeler les groupes au sujet de leur production. Ces interpellations peuvent porter sur ce qui est fait, sur les noms des objets tracés (voir <i>phase 3 mise en commun</i>). L'enseignant ne se prononce pas sur le score des binômes mais peut questionner les élèves ayant terminé sur leurs impressions quant au score obtenu :</p> <p>« comment avez-vous fait », « comment ça s'appelle ? », « avez-vous vérifié votre score ? », « que pensez-vous de votre score ? », « comment savez-vous que votre carré est correct ? »</p> <p>note sur la validation</p> <p>La validation est à la charge des élèves qui auront à dire si leur reproduction est valide. Deux catégories de validation sont possibles :</p> <ul style="list-style-type: none"> - valider une bonne reproduction avec le gabarit non déchiré du carré ; - validations portées par les instruments de restauration qui permettent un report des propriétés (2D et 1D) de la figure modèle à la reproduction. <p>Une tolérance d'1 mm peut être négociée compte tenu de la taille du carré.</p> <p>Au bout de 15 minutes, la phase de recherche est arrêtée et les élèves sont priés de se préparer à la mise en commun. Les prénoms des élèves doivent bien figurer sur les feuilles.</p> <p><i>« vous venez afficher votre travail au tableau dans une des deux colonnes même si vous n'avez pas terminé »</i></p>
10'	<p>Phase 3 : mise en commun</p> <p>Les productions sont affichées au tableau et réparties dans 2 colonnes : celles présentant une restauration satisfaisante et les autres. L'enseignant lance le débat en prenant rapidement un avis général sur la tâche qui était à effectuer.</p> <p>D'une manière générale, cette mise en commun doit faire émerger pourquoi il est problématique de reproduire un angle droit de carré avec un gabarit qui ne reporte plus le « contour » de cet angle et sans mesurer la longueur des côtés avec une règle graduée. Il faut pour cela :</p>

	<p>- accepter de se défaire de l'usage des instruments usuels dans le sens où ils portent directement les informations d'angle droit et de longueur ;</p> <p>- penser et voir progressivement les <i>bords</i> du carré comme des <i>côtés</i> du carré portés par des lignes droites perpendiculaires.</p> <p>Pour y parvenir, on peut alors considérer une parole donnée aux binômes dans l'ordre suivant :</p> <ul style="list-style-type: none"> - B1, un binôme ne présentant pas une production satisfaisante et ayant eu des difficultés à restaurer ; - B2, un binôme présentant une restauration satisfaisante avec un score > 30 (avec mesure de longueur) ; - B3, un binôme présentant une restauration satisfaisante avec un score 15>. >20 (sans mesure de longueur, usage exclusif du gabarit rouge) ; - B4 (éventuellement) un binôme présentant une restauration satisfaisante mais dont la procédure aura mis en jeu des tracés par perception visuelle. La validation sera débattue collectivement.
10'	<p>uniquement si le nombre de binômes suivant est important :</p> <ul style="list-style-type: none"> - B5, un binôme présentant au moins un usage du gabarit bleu avec prolongement des lignes droites portant les côtés du carré ; - B6, un binôme présentant la stratégie gagnante. <p>Si ces binômes ne sont pas en nombre suffisant l'enseignant relance la recherche en annonçant qu'il est possible de restaurer le carré en seulement 3 points. On peut pour cela demander à un binôme de type B5 de montrer un début de sa restauration avant de relancer la recherche.</p>
	<p>Le mode opératoire consiste dans un premier temps à donner la parole au binôme choisi pour expliquer, en appui sur sa production, sa stratégie, puis de faire réagir la classe pour débattre de cette stratégie et de la validité de la restauration.</p> <p>L'enseignant mène ici le débat en articulant ses interventions pour mettre en lumière ce que les élèves ont fait, ce qu'ils ont vu et ce qu'ils en pensent. En lien avec l'ordre de passage des binômes, en accompagnant les formulations en appuyant les reformulations, il s'agit de favoriser l'évolution de la façon de voir le carré, de parler de ces éléments et propriétés et d'agir sur sa restauration.</p> <p>Afin d'accompagner l'évolution du regard du carré vu comme une surface avec ses angles droits vers une vision progressive de ses éléments : les côtés, les lignes droites qui portent les côtés, un questionnement portant sur ce que voient les élèves est mené : « <i>qu'est-ce que vous avez vu qui a pu vous aider ?</i> », « <i>qu'est ce qui était important de voir ?</i> », « <i>y a-t-il quelque chose que vous avez vu sur ce gabarit ?</i> »</p> <p>La mise en évidence de l'émergence de nouvelles façons de parler des élèves peut être réalisée en faisant nommer les différents éléments pris en compte dans la restauration. Cette prise en compte peut intégrer initialement le <u>carré</u>, l'<u>angle droit</u>, le <u>sommet</u>, les <u>bords</u>... puis progressivement, les <u>côtés</u>, les <u>lignes droites</u> qui portent les côtés, les <u>points</u> d'intersection ou d'extrémité : « <i>comment s'appelle ce que vous avez tracé ?</i> », « <i>vous dites traits et lignes, mais cela porte-t-il un autre nom ?</i> »</p> <p>On interroge également la signification des mots nouveaux employés : <i>coté, droite, point</i>.</p> <p>L'accompagnement dans l'évolution des pratiques matérielles, leur mise en lumière se fait à partir d'un questionnement sur ce que les élèves ont fait pour restaurer : « <i>pouvez-vous expliquer comment vous avez fait ?</i> », « <i>quels instruments avez-vous choisi ?</i> », « <i>comment les avez-vous positionné ?</i> »</p> <p>L'évolution passe ici d'abord par l'usage du gabarit rouge ou de la règle graduée qui traduit une considération du carré en termes de surface et une reproduction de son contour en mobilisant la propriété de l'angle droit. On questionne également les caractéristiques des gabarits : « <i>que permet le gabarit rouge ?</i> »</p> <p>Puis progressivement il s'agit de faire dire comment le gabarit bleu a été utilisé par prolongement de ses bords pour construire <i>séparément</i> ou <i>l'un après l'autre</i> deux côtés du carré. La question de la position entre ces deux côtés pourra être questionnée : « <i>que pouvez-vous dire de ces deux côtés ?</i> »</p> <p>La mise en commun se termine par un rappel synthétique des stratégies qui ont été données à voir et une reformulation uniquement matérielle de la stratégie gagnante.</p>
5'	<p>Phase 4 : bilan</p> <p>Le matériel est rapidement rangé, l'enseignant annonce qu'il faut maintenant que la classe garde un enseignement de cette situation. « <i>une leçon</i> », « <i>une trace écrite</i> ».</p> <p>Le bilan commence par une reformulation de ce qui était à faire. Il s'agit d'amener les élèves à dire les éléments déterminants de cette séance qui étaient non-dits en début :</p>

Pour gagner il fallait reproduire un carré, figure dont on sait qu'elle a des angles droits, avec un gabarit dont le contour de l'angle droit est déchiré et sans utiliser de règle graduée pour tracer un trait d'une longueur mesurée.

Les élèves sont amenés ensuite à dire à nouveau comment il a été possible alors de réussir sans instruments qui permettent de reproduire le contour du carré.

Il faut ici conduire cette restitution de la stratégie gagnante de façon à ce qu'elle donne à nouveau :

- l'usage du gabarit bleu : il permet de reporter la position d'un côté du carré et de l'autre côté ;
- l'usage de la règle bleue : elle permet de prolonger les tracés des côtés et de retrouver le sommet du carré ;
- les nouveaux éléments invoqués par la séance : des côtés que l'on peut prolonger par des lignes droites.

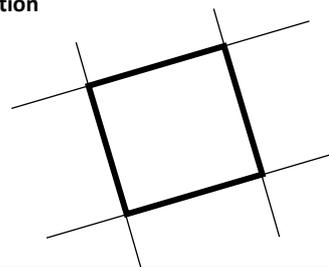
L'enseignant conclut :

On peut voir ce carré autrement que par son contour fermé et ses angles droits. Ce carré peut être aussi vu par ses 4 côtés qui sont sur des lignes droites. Ces lignes droites sont appelées des droites.

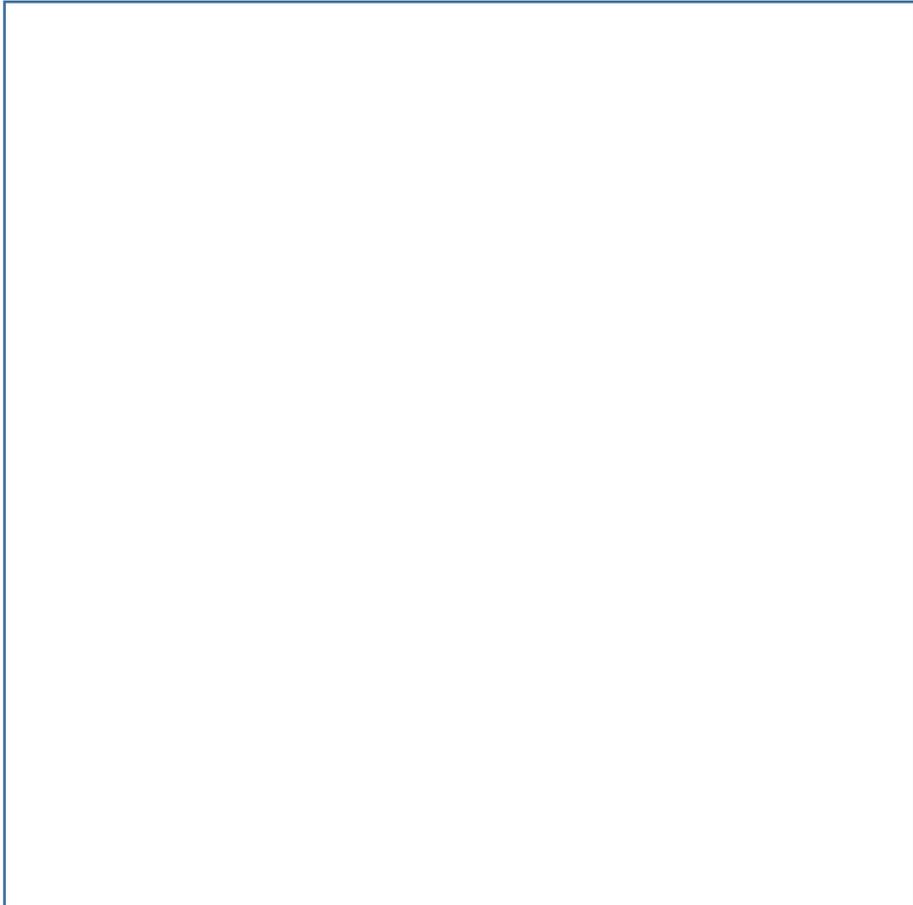
On dit de ce gabarit bleu, qui est un gabarit d'angle droit, qu'il donne une relation de perpendicularité entre les deux droites.

On peut dire aussi que les deux côtés de ce carré sont perpendiculaires.

Cette conclusion se fait en appui sur une schématisation du type :



fiche modèle



Annexe 3

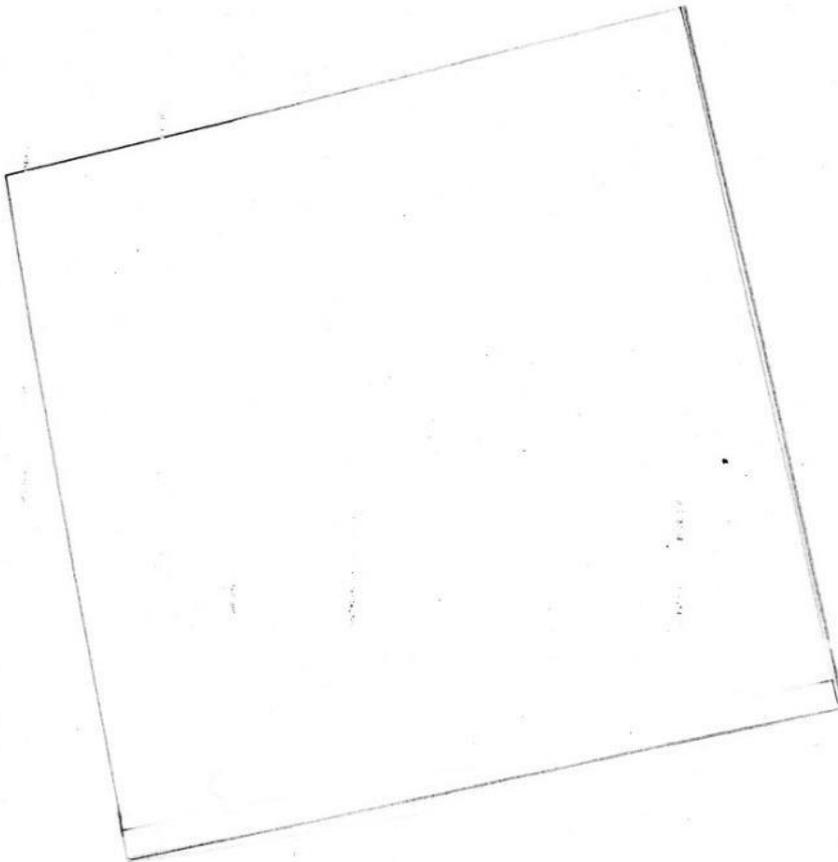
Transcrit du début de la mise en commun intermédiaire en CM1

1 Ens cm	est-ce que tout le monde y voit ou il faut que j'allume le tableau ? // alors petite remarque avant de démarrer ? // Lara ?
2 Lara	c'était la dernière fois ben on avait dit tous qu'on avait réussi / et là je on vient de se rendre compte que tout le monde n'avait pas réussi
3 Ens cm	ah, d'accord / alors est-ce que vous avez une explication à ça ?
4 élève 1	ben non /
5 Ens cm	Mathilde ?
6 Mathilde	c'est que nous avec Charlotte heu on a essayé de faire une première fois / et heu / on s'est rendu compte que tous nos traits n'étaient pas droits / donc ça ne formait pas du tout un carré
7 Ens cm	alors tu peux venir ? et qu'est-ce que vous avez essayé de faire alors ? est-ce que tu peux expliquer ? /// je mets votre travail là / c'est bon tout le monde voit bien là ? / oui ? alors vas-y
8 Mathilde	heu c'est que comme j'ai dit tout à l'heure, on a pris le gabarit enfin heu la règle bleue et on l'a positionné [aligne la règle bleue sur un côté du carré-modèle] / enfin c'est Charlotte qui a fait une remarque que si on le mettait ici [aligne la règle bleue sur l'amorce] ça allait être trop grand par rapport à au côté [aligne à nouveau la règle bleue sur un côté du carré-modèle] de ce carré là, donc on a essayé de trouver une façon et on a trouvé une façon c'est de avec nos doigts de mesurer comme ça [informe la règle bleue avec son doigt de la longueur du côté du carré-modèle] et de reposer / et après moi j'ai enlevé / et après moi je me suis rendu compte que mes doigts bougeaient et du coup ça marchait pas / et du coup c'est pour ça qu'il était faux / et du coup on a tout effacé et là on en a refait un / parce que il y en avait qu'un qui était juste / et on s'est servi à partir de celui-là / et en fait ben à la fin on s'est vraiment rendu compte que tout tout tout était faux / même celui qu'on a fait ici il est faux, en le revérifiant il est faux aussi
9 Ens cm	d'accord // donc vous en fait vous avez cherché au départ /
10 Mathilde	ben / on avait cherché heu /
11 Ens cm	vous vous étiez lancé quoi comme défi ? parce que vous n'êtes pas les seules, il y en a d'autres qui s'étaient lancé le même défi
12 Mathilde	du coup ben avec le doigt / enfin
13 Ens cm	non mais / oui mais quel défi vous vous étiez lancé au départ ? / par rapport aux aux points ?
14 Mathilde	ah oui de rester [montre la règle bleue] avec heu avec zéro point
15 Ens cm	d'accord ok / donc il y en a d'autres qui ont essayé de faire ça / est-ce que ça marche ?
16 élève 2	oui mais c'est dur
17 Ens cm	oui mais c'est dur ?
18 élève 2	faut vraiment pas bouger les doigts
19 Ens cm	[l'enseignante rit] / faut vraiment pas bouger les doigts / vous avez des remarques à faire par rapport à ça ? / donc ils ont utilisé leurs doigts / David ?
20 David	heu tous ceux qui ont réussi [regarde le tableau] / ils ont utilisé beaucoup de points // enfin vingt, cinquante / cinquante ?
21 Mathilde	oui c'est cinquante
22 Ens cm	d'accord, donc ceux qui ont réussi / ils ont été obligé d'utiliser beaucoup de points / c'est ce que tu es en train de dire / attendez, on écoute Luigi ?
23 Luigi	en fait nous on voulait faire heu / le moins de points possible / du coup on a pas réussi
24 Ens cm	ah / d'accord / donc on s'orienterait vers heu / quelque chose qui dirait que avec zéro point est-ce que c'est possible de reproduire ce carré ?
25 Thomas	oui
26 élève 3	oui mais il faut /
27 Ens cm	qui a dit oui ? c'est Thomas c'est ça ? j'ai reconnu ta voix
28 Thomas	ben oui parce que
29 Ens cm	tu as réussi ?
30 Thomas	heu non mais
31 Ens cm	ah !
32 Thomas	ben on n'a pas essayé mais heu / on peut, si on a vraiment de la chance / on peut /
33 Ens cm	ah oui, si on a vraiment de la chance / est-ce que la géométrie c'est avoir de la chance ?
34 classe	non non
35 Ens cm	et dis moi Thomas, du coup / vous vous n'avez pas heu essayé qu'avec ça ? [l'enseignante montre la règle bleue]
36 Thomas	non

37 Ens cm	d'accord et donc, vous avez essayé avec quoi ?
38 Thomas	avec heu / le gabarit rouge
39 Ens cm	le gabarit rouge / les filles vous pouvez vous rassoier // alors donc on peut vous le dire / c'était impossible de faire zéro point // d'accord ? comme ça au moins c'est clair // à part si on avait de la chance mais la chance en géométrie ça marche pas / donc à un moment donné ça marche pas / d'accord ? /// donc on était en train de dire qu'il y en avait beaucoup plus qui n'avait pas réussi / que zéro point c'est impossible et tout à l'heure David nous a dit que tous ceux qui avaient réussi ont marqué quand même beaucoup de points / donc vous vous avez réussi Thomas et Garance ?
40 Garance	oui
41 Ens cm	d'accord // c'est là votre travail ? / vous vous souvenez en combien de points vous l'avez fait ?
42 Thomas	en vingt
...	...

Annexe 4

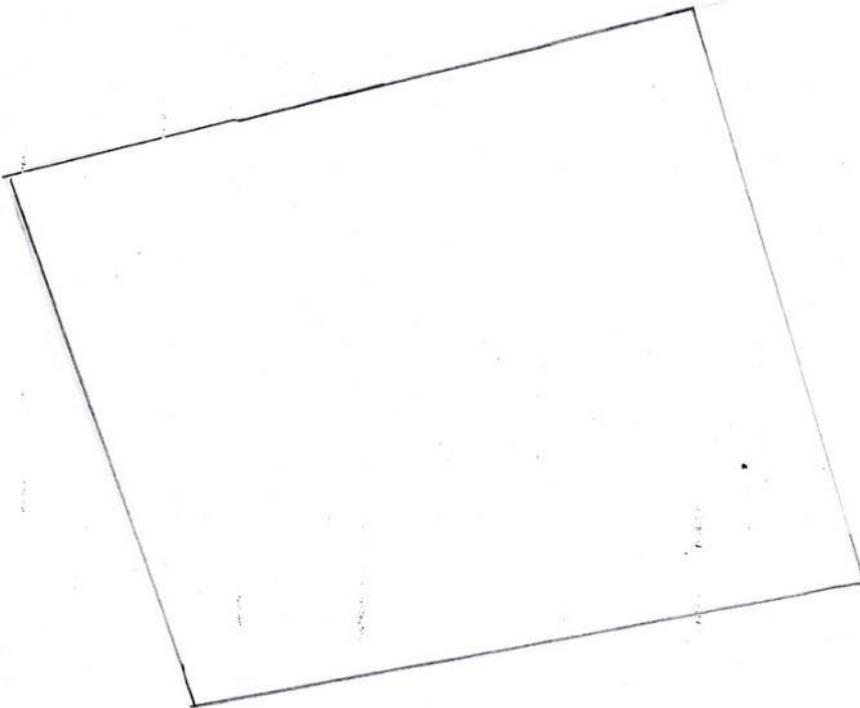
Première solution du binôme Loïs et Faustine : usage seul de la règle bleue (dimension non conforme)



actions	compte
utiliser la règle bleue : 0 point	
utiliser le gabarit bleu : 1 point	
utiliser le gabarit rouge : 5 points	
reporter une longueur avec la règle graduée : 10 points	
TOTAL	

Annexe 5

Première solution du binôme Inès et Yoan : usage seul de la règle bleue (dimension non conforme)



actions	compte
utiliser la règle bleue : 0 point	///
utiliser le gabarit bleu : 1 point	
utiliser le gabarit rouge : 5 points	
reporter une longueur avec la règle graduée : 10 points	
TOTAL	

Annexe 6

Transcrit épisodique de la mise en commun intermédiaire en CE2

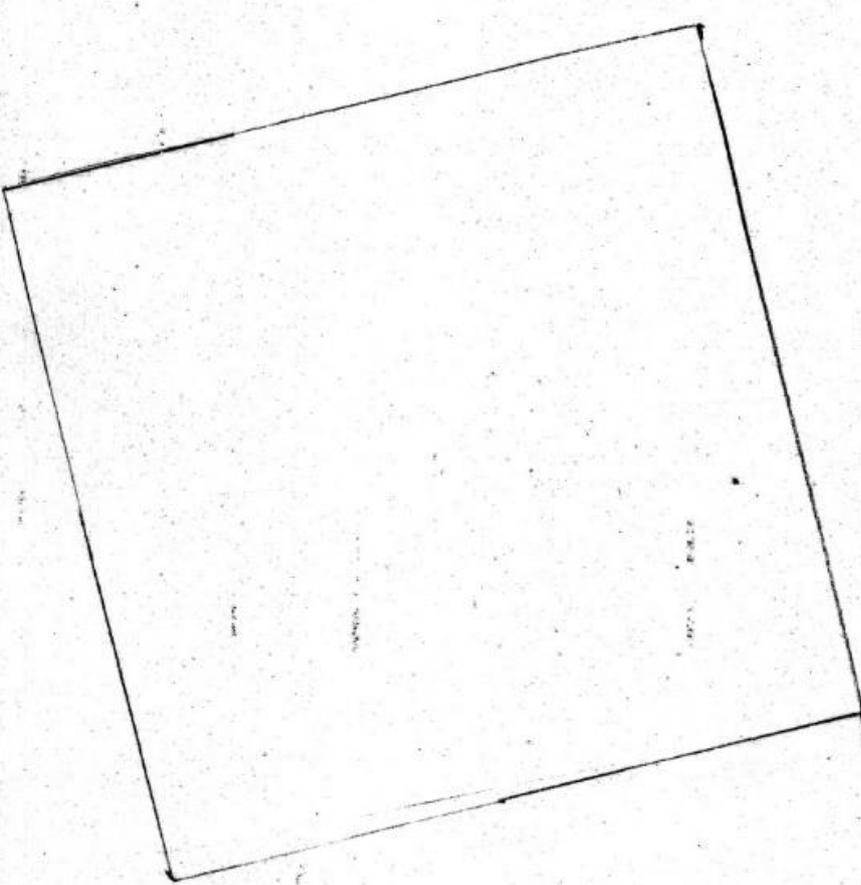
1 Ens ce	on s'arrête on ne touche plus le matériel qu'on a sur la table / [regarde le tableau] qu'est-ce que vous voyez ? Ben ?
2 Ben	des réussis et des non réussis
3 Ens ce	d'accord
4 Ben	y'en a plus des non-réussis que des réussis
5 Ens ce	je crois même qu'on peut dire qu'il y en a beaucoup plus des non-réussis que des réussis // alors / heu chut chut / dans les non-réussis on a déjà ce qui n'ont pas terminé ou qui n'ont pas réussi qui ont commencé à gommer et pas eu le temps de refaire // d'accord ? / et heu // après // Ben et Armand de quel heu // de quels outils vous vous êtes servis ? de la règle bleue ? c'est ça ?
6 Ben	oui
7 Ens ce	règle bleue et on voit /
8 élève 1	que ça a pas marché
9 élève 2	tout de suite que ça a pas marché
10 Ens ce	alors on le voit tout de suite [prend le gabarit du carré] on va quand même vérifier pour être sûrs parce qu'il y en a peut-être qui ne sont pas sûrs [place le gabarit sur la restauration de Ben et Armand] // je le mets // on le voyait directement mais quand même on le revérifie // eux ils se sont servis que de la règle bleue leur carré n'est pas réussi // heu Yoan et Inès de quoi vous vous êtes servi ?
11 Inès	heu de la règle bleue et un peu de ça [montre la fiche avec le carré-modèle] / et après je me suis servi de mon ongle juste pour montrer sur la règle bleue
12 Ens ce	alors viens au tableau / viens nous montrer / viens // alors c'est normal de s'être servi de la feuille / c'est normal c'est votre carré c'est votre modèle / alors vas-y explique bien à tout le monde
13 Inès	avec la règle bleue j'ai mis là [place la règle sur un côté du carré-modèle] / je me suis aidé de mon doigt
14 élève 2	on avait pas le droit
15 Inès	et après on est allé la feuille
16 élève 2	y avait pas le droit de s'aider de son doigt
17 Inès	si
18 Ens ce	on avait rien dit / mais chut chut on la laisse terminer / et donc ? / vous vous êtes servi que de la règle bleue ?
19 Inès	heu non on s'est aidé de ça [montre la fiche avec le carré-modèle]
20 Ens ce	mais ça c'est normal / mais en outil ?
21 Inès	que de la règle bleue
22 Ens ce	que de la règle bleue / on regarde leur carré il est là [superpose le gabarit du carré sur la production des élèves] ///
23 élève 2	il est trop petit / et il est pas droit
24 Ens ce	il est trop petit et tu me dis il n'est pas droit /
25 élève 2	les traits ils sont pas droits
26 Ens ce	les traits ne sont pas droits // alors Inès tu nous dis comment tu as fait ?
27 Inès	et ben j'ai fait ça et j'ai mis avec mon doigt / et après j'ai mis sur ma feuille et ensuite j'ai tracé / mais mon doigt je l'avais laissé hein ? / il est heu /
28 Ens ce	d'accord / et ensuite tu as fait ?
29 Inès	ensuite j'ai recommencé / j'ai remis mon doigt et je l'ai fait [mime sur le deuxième côté tracé] / et ensuite encore
30 Ens ce	et tu as refait pareil pour les autres ?
31 Inès	oui
32 Ens ce	d'accord
33 Exp	et à ton avis comment ça se fait que ton carré n'est pas correct ? pourquoi ça n'a pas réussi ?
34 Inès	je sais pas
35 Ens ce	Yoan est-ce que tu sais pourquoi ça n'a pas marché votre heu /
36 Yoan	parce que les traits n'étaient pas droits
37 Ens ce	est-ce que tu peux préciser les traits n'étaient pas droits ? // heu Inès ?
38 Inès	peut-être que j'ai mal placé mon doigt ou peut-être que sans faire exprès j'ai un peu bougé mon doigt
39 élève 2	non
40 élève 3	y'a pas que ça, y'a pas que ça
41 Ens ce	sans doute, il n'y a pas que ça / Gatien ?

42 Gatien	déjà je sais pas s'il y a des angles droits / et en plus peut être qu'elle tordait la règle comme ça et quand elle traçait c'était pas / c'était pas droit
43 Ens ce	ok heu / Maxime ?
44 Maxime	en plus on peut même pas vérifier avec ça [montre la règle bleue] parce que ça si tu traces là [montre l'extrémité de la règle] faudrait que ça soit un angle droit pour faire un angle droit
45 Ens ce	d'accord / oui / on va on va y revenir après sur ce que tu as dit Maxime // heu Julien et Paul ?
...	...
46 Ens ce	heu / Marie et Alexandra, de quoi vous vous êtes servi parce que vous n'avez rien noté
47 Alexandra	on s'est servi de la règle bleue
48 Ens ce	d'accord, c'est pas parce que la règle bleue elle compte zéro qu'on ne met pas // heu d'accord ? // alors vas-y / viens nous expliquer comment vous avez fait / montre nous / comment tu fais ? / attends je te descends la / vas-y
49 Alexandra	on s'est servi de la règle bleue / au début on se savait pas si on pouvait mettre un trait dessus du coup on a gommé /// [place la règle successivement sur le carré-modèle et leur production] et ça a pas marché parce qu'après on a testé [superpose le gabarit du carré sur leur production] / comme ça et ça marche pas
50 Ens ce	qu'est ce qui ne marche pas ?
51 Alexandra	ben // [montre les côtés de la production qui ne sont pas alignés avec les bords du gabarit]
52 Ens ce	Maya ?
53 Maya	c'est que là le trait heu / il est trop penché du coup il est trop penché à l'intérieur et du coup elle a du mal à former le carré
54 Ens ce	d'accord / heu // Robin et Maya peut être ?
...	...
55 Ens ce	avant qu'on passe à ceux qui ont réussi je voudrais que vous me disiez ce que vous pensez de ceux qui n'ont pas réussi / heu // est-ce que vous avez des choses à me dire ?
56 élève 4	ils ont utilisé la règle bleue
57 Ens ce	ils ont tous utilisé la règle bleue
58 élève 4	et de la même manière
59 Ens ce	et de la même manière / Mina ?
60 Mina	ils ont essayé de ne pas faire de point / mais du coup ben en fait ils ont tout raté
61 Ens ce	donc pour l'instant tous ceux qui se sont servi de la règle bleue ils n'ont pas réussi // alors on va regarder ceux qui ont réussi pour voir de quels outils ils se sont servi / il y en a qui n'avait pas fini aussi mais on va regarder ceux qui ont réussi // qui on fait venir d'abord ? // heu Milo et Lina ?
62 Lina	oui
63 Ens ce	allez venez /// chut chut chut, on écoute parce que ceux qui ont réussi ça va être intéressant / ça va donner des idées
64 Lina	on a utilisé que la règle rouge / heu la / le gabarit rouge / et du coup heu la / [superpose le gabarit rouge sur le carré-modèle] du coup on a vu que c'était encore la même longueur et que là il y avait bien l'angle droit / et ici c'était bien la bonne longueur / du coup ben on l'a mis là [place le gabarit rouge sur le carré-restauré] / on a tracé là / et ça nous a fait un petit trait / après on a bien remis dans l'angle droit et ça nous a fait un autre trait / et pareil jusqu'à la fin // et après on a vérifié avec le / avec le carré jaune
65 Ens ce	le gabarit du carré [le superpose sur le carré-restauré]
66 Lina	et normalement c'est bon / oui c'est bon
67 Ens ce	et donc vous avez compté / vous avez mis le nombre de petits traits qui correspondaient aux utilisations / vous vous êtes servis combien de fois du gabarit ?
68 Lina	quatre fois
69 Ens ce	ils se sont servis quatre fois du gabarit [montre le gabarit rouge à la classe]
70 élève 5	donc ils auront ?
71 Ens ce	donc ils ont vingt points
72 élèves ?	[réaction de certains élèves]
73 Ens ce	mais eux ils ont réussi /// donc tous ceux qui ont essayé de ne faire pas beaucoup de points ils n'ont pas réussi, donc ils n'ont pas gagné le jeu hein ? / pour l'instant c'est Mino et Lina, même s'ils ont vingt points, c'est eux qui ont gagné // d'accord / heu Maxime et Gabin ?
74 Maxime	[au tableau] nous on s'est servi de la règle bleue et du gabarit bleu // pour faire l'angle droit /
75 Ens ce	combien de point vous avez ? vous avez fait plus ou moins que vingt ?
76 Maxime	on a fait quatre points
77 Ens ce	seulement quatre points ?
78 Maxime	oui // nous on a mis // heu [tente de placer le gabarit bleu sur le carré-modèle sans y parvenir]
79 Ens ce	est-ce que tu as besoin de l'aide de Gabin ?

80 Maxime	oui
81 Ens ce	Gabin / Gabin viens l'aider au tableau parce que là du coup il a du mal à savoir dans quel sens on le tourne le gabarit
82 Gabin	[au tableau] il a oublié // essaie sur le carré
83 Maxime	t'es sûr ?
84 Ens ce	oui essaie sur le carré
85 Gabin	voilà [le gabarit bleu est superposé au carré-modèle]
86 Ens ce	oui // tout le monde voit ? // comment vous vous en êtes servi ? [Maxime et Gabin essaient plusieurs positionnement du gabarit bleu sur le carré-restauré]
87 Gabin	non non
88 Ens ce	vous ne vous en souvenez plus ?
89 Ens ce	bon on va faire passer un autre groupe / bon ils sont réussi mais ils ne se savent plus comment / parce que c'est pas évident, vous avez vu comment Maxime le tourne dans tous les sens // en tout cas / c'est heu quatre fois
90 élève 6	mais t'as pas vérifié avec le gabarit jaune s'ils ont réussi
91 Ens ce	alors on va vérifier / avec le gabarit jaune / vous voyez / si si c'est bon // donc en quatre points // heu Chloé de quoi tu t'es servi toi ?
...	...
92 Ens ce	vous m'avez dit tout à l'heure, c'est Ben qui m'a dit qu'il y avait plus de non-réussis / Ben ?
93 Ben	j'avais dit qu'il y avait plus de non réussis que de réussis /
94 Ens ce	et on a remarqué que ceux qui n'avaient pas réussi ?
95 Ben	ils ont utilisé que leur règle bleue et à force d'essayer et d'essayer / ils ont vu que ça marchait pas / donc ils ont pas continué à insister et /
96 Ens ce	d'accord / et ceux qui ont réussi ? / on a vu qu'ils s'étaient servi de quoi ?
97 Ben	de la règle graduée heu //
98 Ens ce	oui ?
99 élève 1	du gabarit rouge / du gabarit bleu
100 Ens ce	et du gabarit bleu mais Maxime apparemment ne se souvenait plus trop comment il avait fait parce que celui-là il est compliqué // bon là je vais vous redonner une feuille et ça ne sert à rien de ne se servir que de celui-là [montre la règle bleue] car le but du jeu c'est quand même de reproduire le carré et de réussir le carré // alors visiblement le gabarit rouge est utile mais il faut essayer de faire moins de points de Milo et Lina et le but c'est de réussir cette fois-ci /// est-ce que quelqu'un peut me redire ce que vous allez faire là ? / Inès ?
101 Inès	maintenant on va essayer de faire un carré mais quand même il faut un peu de point hein
102 Ens ce	c'est ça, zéro point c'est impossible d'accord ? / donc n'essayez pas de faire qu'avec la règle bleue vous n'y arriverez pas d'accord ? / si on vous a proposé heu des gabarits, c'est que peut-être ils peuvent vous servir
...	...

Annexe 7

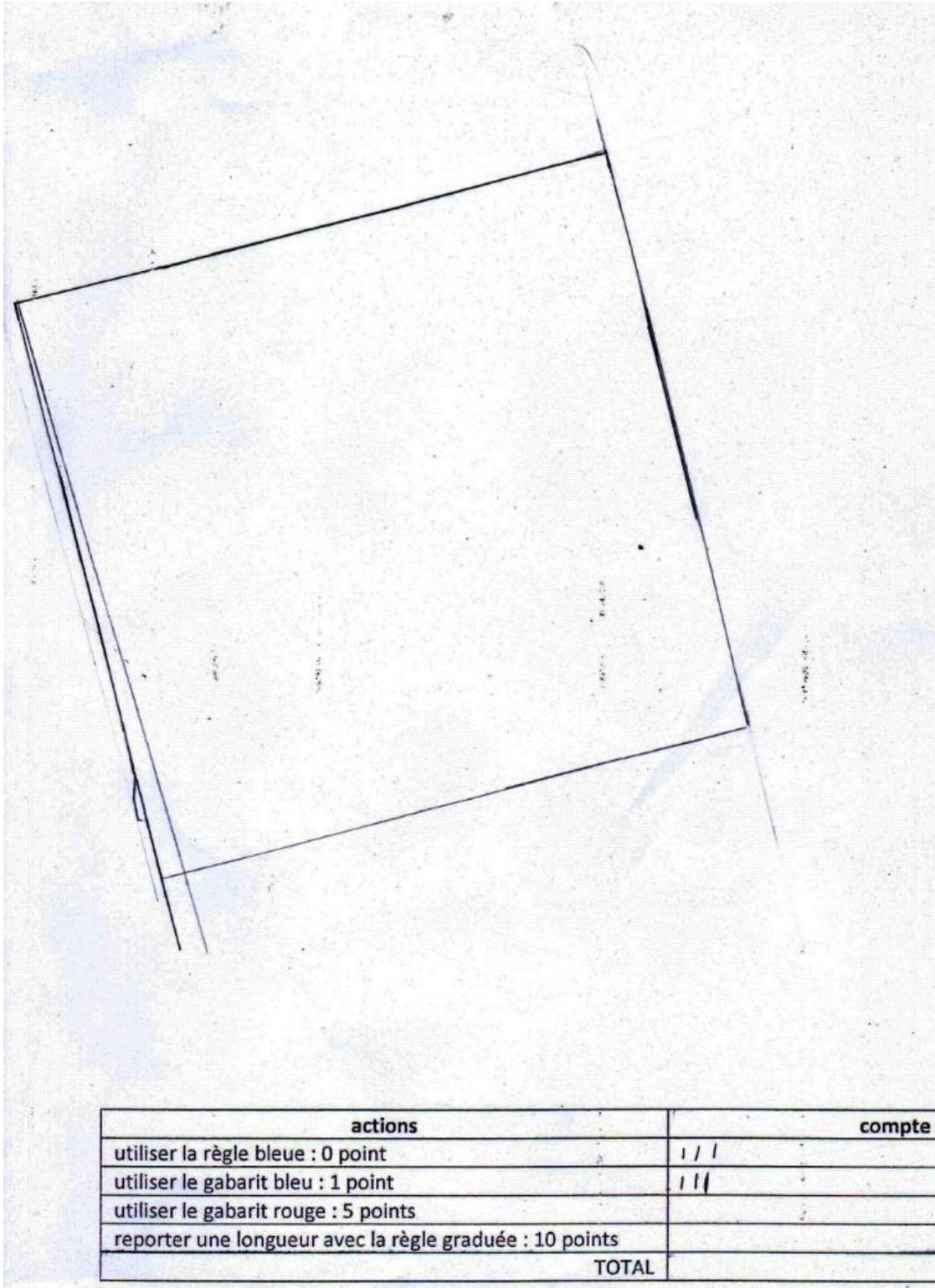
Première solution du binôme Inès et Yoan : usage seul du gabarit rouge (dimension non conforme)



actions	compte
utiliser la règle bleue : 0 point	
utiliser le gabarit bleu : 1 point	
utiliser le gabarit rouge : 5 points	
reporter une longueur avec la règle graduée : 10 points	
TOTAL	20

Annexe 8

Deuxième solution du binôme Loïs et Faustine : usage du gabarit bleu et de la règle bleue (dimension non conforme)



Annexe 9

Transcrit des interactions orales lors de la deuxième phase de travail : binôme Loïs et Faustine.

1 Faustine	[pose le gabarit bleu sur la feuille pour la restauration] attends on va essayer comme ça /
2 Loïs	[prend le gabarit bleu] faut d'abord faut essayer comme ça
3 Faustine	[tourne le gabarit dans plusieurs sens] on va essayer d'utiliser dans l'autre sens / il faut bien que ça soit là /// voilà // il est là le coin // et là la droite elle est pas bien là Loïs // attends / positionne le bien déjà là // on voit bien que ça doit aller droit comme ça / là déjà c'est bien /// ah mais attends / nous on veut un trait qui parte bien droit comme // [place la règle bleue en juxtaposition]
4 Loïs	là c'est bon
5 Exp	vous me dites ce que vous avez fait là ?
6 Faustine	en fait on avait compris que sur le carré on avait essayé de mettre comme ça [positionne le gabarit bleu sur le carré-modèle et sur le carré en cours de restauration] et j'avais vu que ça faisait la même taille donc après on s'en sert comme ça / et après on se sert de la règle bleue pour tracer les côtés
7 Loïs	[montre le côté] ben voilà tu vois on a le bon début ? là
8 Faustine	il faut bien positionner parce qu'on va pas réussir // après j'avais décidé en fait je voulais faire le moins de points possible mais là on a déjà utilisé deux fois la règle zéro point et une fois le gabarit bleu /// et là on essaye de faire les autres côtés
9 Loïs	[gomme le tracé erroné] on avait pas le bon tu vois
10 Faustine	attends je veux juste vérifier un truc
11 Faustine	attends je veux juste vérifier un truc / là ça va mais là on a le trait qui va pas / ça veut dire qu'on aura le trait qui sera pas droit / je reviens Loïs je vais vérifier ok ?
12 Loïs	mais on a pas fini
13 Exp	[au bureau sur lequel le gabarit du carré est à disposition] alors qu'est ce que tu en penses ?
14 Faustine	ben je veux vérifier et là je vois pas les traits heu gris de notre crayon à papier / c'est ce trait-là qui n'est pas droit
15 Loïs	oui il y a un millimètre qui ne va pas
16 Faustine	mais un millimètre ça peut aller non ?
17 Exp	oui votre maîtresse l'a dit tout à l'heure
18 Faustine	bon on peut aller le continuer / viens on va le continuer
19 Loïs	[positionne le gabarit bleu sur le carré-modèle et sur le carré en cours de restauration] comme ça, ça va // j'avais vu que ça marchait
20 Faustine	là le trait il part comme ça et nous on veut un trait qui parte bien droit comme // ou alors c'est celui là //
21 Loïs	[le binôme se rend compte que c'est l'autre côté qui est encore erroné] attends // c'est pas grave si c'est là on ira que jusque-là ça marche ? // attends on va faire les choses dans l'ordre ok ? // il faut le faire avec le gabarit bleu
22 Faustine	attends / ah oui / là il est bien // tu vois c'est là que ça passe
23 Loïs	on va vérifier
24 Faustine	[au bureau sur lequel le gabarit du carré est à disposition] il nous manque encore 1 mm mais ça va // ce trait là il est parfait, celui-là on va essayer de le refaire un peu avec le gabarit bleu
25 Faustine	(retour à sa place avec Loïs) comme là c'est parfait / là on peut le tourner / tu me le tiens ? / on fait le trait là /
26 Loïs	[au bureau sur lequel le gabarit du carré est à disposition] celui-là on l'a bien fait mais celui-là il est pas parfait
...	...

Annexe 10

Transcrit des interactions orales lors de la deuxième mise en commun : binôme Loïs et Faustine + interpellation de Lina.

1 Ens ce	alors, les filles, expliquez comment vous vous êtes servi / attends / chut là c'est important que vous nous montriez Faustine
2 Loïs	ben on a heu / on l'a mis là et [place le gabarit bleu sur le carré-restauré] et heu / donc on l'a collé ici / et là c'est heu / c'est celui-là alors // parce que j'avais vérifié là [place le gabarit bleu sur le carré-modèle] j'ai regardé si là aussi ça faisait pareil / si on le place bien ensuite alors on peut tracer [montre le carré-restauré] heu // heu //
3 Faustine	le trait
4 Loïs	c'est ça / et après avec la règle [montre la règle bleue] vas-y
5 Faustine	et après avec la règle [place la règle bleue sur le carré-restauré] on a bien tracé au crayon à papier à la mine bien taillée / ici et ici / après on s'est mis les points et heu
6 Loïs	et à chaque heu
7 Faustine	à chaque côté on a fait pareil
8 Loïs	on a fait ça et ça marche // [place le gabarit bleu sur le carré-restauré] // là / ensuite si je colle au côté qui est déjà tracé et on voit que là / ben c'est c'est bien
9 Ens ce	[fixe le gabarit sur le carré-restauré à l'aide d'un aimant] écartez-vous les filles / écartez-vous
10 Loïs	[montre le deuxième côté de l'angle droit] là c'est collé à / à / c'est là et on a fait pareil mais là [montre le carré-modèle] // comme je vois que c'est sur le trait / c'est bon
11 Ens ce	[à la classe] alors les autres ? ///
12 élève	ben c'est bien [inaudible]
13 Ens ce	qu'est-ce que tu dis ?
14 élève	c'est bien joué
15 Ens ce	heu Lina ?
16 Lina	c'est en fait que Faustine elle a dit que vous avez fait une fin sur la règle bleue / [regarde Faustine] oui tu as dit une fin à heu
17 Ens ce	une fin / c'est quand elles ont tracé les / les
18 Faustine	oui la fin, c'est-à-dire en fait après [place la règle bleue sur le carré-restauré] nous avons tracé jusqu'à la fin du petit bout du carré
19 Lina	fais voir
20 Faustine	là / ensuite on avait enlevé celui-là
21 Lina	mais ce que je comprends pas c'est [vient au tableau]
22 Faustine	et après on a fait ça, là où il y a bien le trait / heu le trait / et après on est arrivé à la fin de heu / de ce trait-là [montre le côté] / c'est-à-dire que ce trait là il a au moins été terminé / du coup je suis arrivé à la fin
23 Lina	comment tu savais [montre le côté] parce-ce qu'ici tu dis que tu es arrivée à la fin, mais ce trait aussi il a l'air d'arriver à une fin / alors c'est lequel que vous avez fait en premier ?
24 Loïs	on a fait en premier / on a fait d'abord lui / [superpose le gabarit bleu sur le carré-modèle] on l'a mis là après on a fait ça / après on a vu que ça continuait alors on a pris la règle bleue / on a pris ça
25 Lina	mais alors si tu as tracé lui en premier, comment tu savais où était la fin ?
26 Loïs	ben j'ai gommé
27 Faustine	oui on avait tracé heu / le bout / heu attends comment on avait fait ? [montre successivement les deux côtés de l'angle droit] après on avait essayé là [place le gabarit différemment] / après on a fait un trait et ensuite on a fait le trait
28 Lina	et alors pourquoi vous avez eu besoin de gommer ?
29 Faustine	ben Loïs a un petit peu gommé car normalement elle est là la fin [montre le sommet du carré] / on a tracé droit et on a gommé
30 Loïs	là on n'a pas eu le temps de gommer mais normalement elle est là la fin ///

Annexe 11

Deuxième solution du binôme Quentin et Thomas : usage du gabarit bleu et de la règle bleue (dimension non conforme)

