



HAL
open science

Anticiper une manipulation pour apprendre les mathématiques au cycle 1

Celena Benedetti

► **To cite this version:**

Celena Benedetti. Anticiper une manipulation pour apprendre les mathématiques au cycle 1. Education. 2018. dumas-01885659

HAL Id: dumas-01885659

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01885659>

Submitted on 2 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Année universitaire 2017-2018

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

Anticiper une manipulation pour apprendre les mathématiques au cycle 1

Présenté par Celena BENEDETTI

Première partie rédigée en collaboration avec Héloïse REY

Mémoire de M2 encadré par Sophie SOURY-LAVERGNE

Attestation de non-plagiat

Je soussigné(e)

Celena BENEDETTI

Auteur du mémoire de master 2 **MEEF-PE**

Anticiper une manipulation pour apprendre les mathématiques au cycle 1

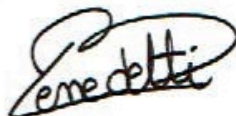
déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Chambéry,
Le 13 mai 2018

Signature de l'étudiant(e)





École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



UNIVERSITÉ
Grenoble
Alpes



UNIVERSITÉ
SAVOIE
MONT BLANC

Autorisation de diffusion électronique d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS¹

Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussigné(e) **Celena BENEDETTI**

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé :

Anticiper une manipulation pour apprendre les mathématiques au cycle 1,

agissant en l'absence de toute contrainte,

autorise

n'autorise pas²

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS¹ par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à Chambéry, le 13 mai 2018

Signature de l'étudiant(e),
Précédée de la « bon pour accord »

bon pour accord

¹ La base DUMAS (Dépôt Universitaire des Mémoires Après Soutenance) est en accès libre à l'adresse : <http://dumas.ccsd.cnrs.fr/>

NB : le mémoire sera diffusé sur Dumas si la note obtenue pour l'écrit est supérieure ou égale à 16/20 et si l'auteur et le responsable de mémoire en donnent l'autorisation

² Entourer la mention choisie

Remerciements

Je tiens à remercier respectivement toutes les personnes qui m'ont aidée, encouragée, soutenue et qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

En particulier, Madame Sophie SOURY-LAVERGNE, ma tutrice de mémoire qui m'a guidée et conseillée tout au long de ce travail.

Madame Emmanuelle FIORI, ma PEMF qui a su répondre à toutes mes interrogations lors de ses visites.

Je tiens aussi à remercier mes collègues qui m'ont apporté tout leur soutien durant cette année.

Je remercie tout particulièrement Lorédane pour sa patience ainsi que son aide précieuse.

Je témoigne toute ma gratitude envers mes élèves, sans qui cette expérimentation n'aurait pas été possible.

Enfin, je tiens à remercier Héloïse REY, ma binôme de travail tout au long de cette année.

INTRODUCTION	1
1. Manipuler pour apprendre un concept abstrait.....	2
1.1. L'approche du nombre	2
1.1.1. Le nombre au service de la quantité.....	2
1.1.2. Les représentations du nombre	3
1.1.3. Les procédures dénombrer et compter permettant de quantifier une collection.....	4
1.1.4. Les instructions officielles : Programme de l'école maternelle 2015	4
1.2. La construction du nombre chez l'enfant.....	5
1.2.1. Les différentes approches théoriques du nombre chez l'enfant : Piaget et Gelman & Gallistel	6
1.2.2. Les trois processus pour la perception du nombre chez l'enfant.....	7
1.2.3. L'apprentissage du dénombrement à l'école maternelle	8
1.3. La manipulation : le cœur des apprentissages	11
1.3.1. Principes pour que la manipulation soit utile à l'apprentissage.....	11
1.3.2. La place de la manipulation.....	12
1.3.3. Les différentes étapes de l'apprentissage mathématique.....	13
1.3.4. Vers la démarche expérimentale en mathématiques.....	16
2. Problématique.....	17
3. Expérimentation.....	17
3.1. Situation d'apprentissage du nombre pour contrôler une quantité, anticiper s'il reste des objets dans un sac	17
3.1.1. Eléments clefs, variables didactiques et aides	18
3.1.2. Analyse a priori : stratégies des élèves pour prévoir s'il reste un marron dans le sac	21
3.2. Déroulement de l'expérimentation	22
3.2.1. Participants.....	22
3.3.2. Première phase : du nombre 1 au nombre 4 (février-mars).....	23
3.3.2. Deuxième phase : du nombre 1 au nombre 5 (avril).....	24
4. Résultats	24
4.1. Etape préalable : construction d'une collection de 1 à 5 objets	24
4.2. Sortir les marrons du sac, lorsque la boîte d'œuf est visible (jeu 1)	25
4.3. Sortir les marrons du sac pour les mettre dans une cuvette (jeu 2)	27
4.4. Sortir les marrons du sac pour les mettre sur la table (jeu 3).....	28
4.5. Types d'aides choisies par les élèves lors des jeux 2 et 3.....	29
5. DISCUSSION	31
5.1. Recontextualisation	31
5.2. Analyse des résultats.....	31
5.3. Limites et perspectives	35
CONCLUSION	36
BIBLIOGRAPHIE.....	37

INTRODUCTION

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept de nombre ? Pourquoi enseigner le nombre aux enfants de l'école maternelle ? Comment enseigner le nombre à l'école maternelle ? Le nombre apparaît comme une construction intellectuelle pour faciliter la résolution de certains problèmes pratiques rencontrés : mémoriser une quantité, mémoriser une position, comparer des collections, anticiper le résultat d'une action sur une ou plusieurs collections.

A l'école maternelle, l'apprentissage mathématique se fait grâce à la manipulation. En effet, les programmes de l'Education Nationale publiés en 2015 mettent en avant cette dernière. Cependant, bien que la manipulation soit indispensable pour permettre aux élèves de s'approprier, se représenter les problèmes et valider leurs solutions ; le but reste de dépasser cette manipulation pour accéder au nombre qui est et restera un concept, une abstraction. Pour que la manipulation soit un levier dans l'apprentissage, elle devra toujours être contrainte à un moment donné. Sans cela, elle enfermera l'élève dans l'action alors que l'objectif est de le conduire à penser cette action.

En début d'année scolaire, j'ai pu constater qu'il était difficile d'initier la construction du nombre chez les élèves de Petite Section notamment car leur rapport avec les nombres était très hétérogène. Afin de pallier cette difficulté, je me suis interrogée sur comment amener les élèves de Petite Section à donner du sens au nombre, en ne se focalisant ni sur les noms des nombres ni sur la comptine numérique. Cette étude a donc pour objectif de démontrer que les élèves de cycle 1, dès le plus jeune âge, peuvent donner un sens au nombre, qui se rapproche déjà du concept abstrait grâce à une manipulation empêchée, contrainte et ce en passant par une phase d'anticipation.

Dans une première partie, j'aborderai le cadre théorique, issu d'ouvrages pédagogiques différents. Cette partie permettra de mettre en exergue le nombre ainsi que sa construction chez l'enfant au travers notamment des nombreuses procédures qu'il doit maîtriser. A la suite de cela, nous nous intéresserons à la manipulation en mathématiques et plus particulièrement à la phase d'anticipation qui précède la phase d'action chez l'enfant. Puis, dans une deuxième partie, j'aborderai la démarche méthodologique utilisée afin de réaliser mon expérimentation, en particulier les situations d'apprentissage conçues et expérimentées auprès d'élèves de Petite Section de maternelle. Enfin, je conclurai quant à savoir si la nécessité d'anticiper peut amener les élèves à utiliser le nombre pour contrôler une action.

1. Manipuler pour apprendre un concept abstrait

1.1. L'approche du nombre

Les mathématiques et en particulier le nombre permet de contrôler et travailler les quantités, de pouvoir s'en souvenir. Il s'agit du rôle des nombres. On ne peut utiliser les nombres qu'à travers une désignation, un nom ou encore un symbole pour pouvoir en parler. La façon de désigner ces nombres, de les nommer, de les écrire, de calculer avec, est à la fois complexe et ingénieuse, tout particulièrement la numération décimale. C'est cela que les élèves à l'école primaire devront apprendre. L'école maternelle est donc là pour construire avec les élèves la notion de quantité et les premières façons de désigner ces quantités.

Historiquement, l'origine des mathématiques remonte au Paléolithique. En effet, à cette période, les hommes utilisaient des systèmes rudimentaires comme aide à la numération. Il s'agissait de supports tels que les os ou le bois où ils gravaient des encoches : par exemple, à chaque fois qu'ils tuaient une bête, des bâtons osseux étaient gravés d'un cran. Ces premiers marqueurs, permettant de se souvenir d'une information, ont donné naissance aux premiers rudiments des systèmes de numération. Grâce à ce besoin de se souvenir d'une information, l'abstraction est apparue progressivement.

1.1.1. Le nombre au service de la quantité

Plus précisément, le nombre est un concept de base en mathématiques, c'est un outil universel utilisé dans toutes les civilisations notamment pour résoudre des situations de la vie quotidienne. Les bergers utilisaient des petits cailloux pour représenter le nombre de moutons qu'ils possédaient. Cependant, ce système possédant des limites, l'écriture du nombre avec différents symboles est apparue.



Fig.1. Bulle-enveloppe scellée et calculi - Suse, Iran, vers 3300 av. J.-C., Musée du Louvre. Pierre Amiet, La naissance de l'écriture en Sumer et en Élam, Naissance de l'écriture, RMN, 1982, p. 46.

Afin de pouvoir écrire des nombres, les chiffres sont apparus vers 3600 avant J.-C. L'homme commença par les symboliser sur l'argile au moyen des lettres de l'alphabet. Le

système consistait à attribuer aux lettres des valeurs numériques de 1 à 9 puis par dizaines, puis par centaines et ainsi de suite.

Selon le dictionnaire Larousse, le chiffre représente chacun des symboles ou caractères servant à écrire les nombres dans un système de numération. Nous utilisons en France le système de numération de position : c'est un système d'écriture des nombres qui utilise exactement dix chiffres qui sont : {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Dans ce système, la quantité représentée par chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre est fonction de la place qu'il occupe dans le nombre. Il existe d'autres systèmes de numération comme les systèmes additifs utilisés par les Egyptiens.

Un chiffre est donc un élément d'écriture. Il y a eu d'autres façons de désigner les nombres qui sont encore utiles aujourd'hui à l'école primaire. Les systèmes unaires : un caillou ou une marque pour chaque élément. En effet, par exemple à l'école maternelle avant d'arriver à dénombrer une quantité oralement ou mentalement, on apprend déjà à représenter chaque unité de la quantité que l'on voit en essayant de ne pas en oublier.

1.1.2. Les représentations du nombre

Selon le dictionnaire Larousse, le nombre est la notion fondamentale des mathématiques dérivant du besoin de dénombrer, de classer des objets ou de mesurer des grandeurs, mais qui ne peut faire l'objet d'une définition stricte.

Selon Dehaene (2010), le nombre se modélise selon un « triple code ».

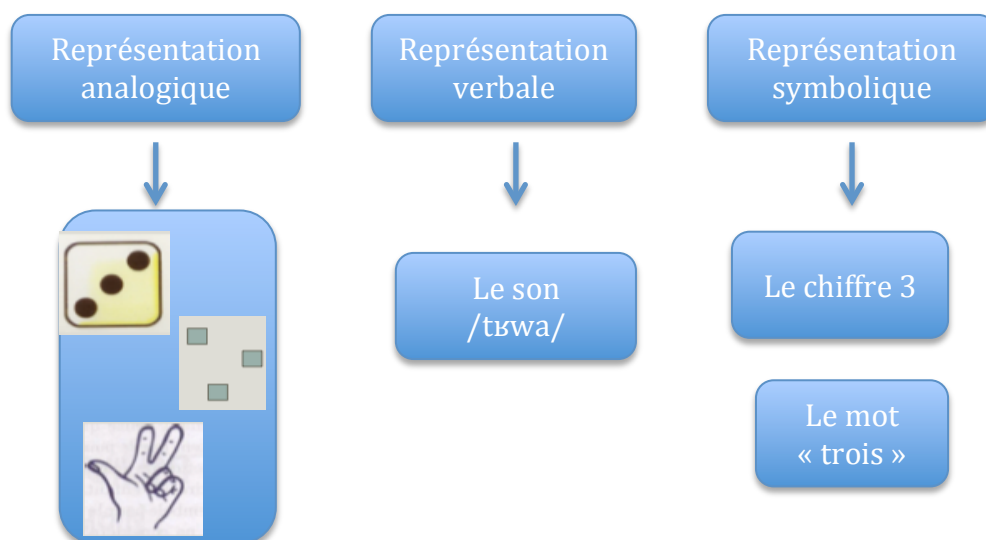


Fig. 2. Le triple code

Un nombre est un concept, une notion fondamentale permettant d'évaluer et de comparer ou de mesurer des quantités discrètes ou des grandeurs continues, mais aussi d'ordonner, de distinguer ou de nommer des éléments par une numérotation.

A l'école maternelle, le nombre a trois fonctions principales :

- la mémorisation d'une quantité (aspect cardinal) ou d'une position (aspect ordinal)
- l'anticipation des résultats dans des situations encore non réalisées
- la comparaison

Un nombre n'est pas une quantité, mais une idée qui permet d'imaginer ou de se représenter et travailler une quantité en l'absence des objets.

1.1.3. Les procédures dénombrer et compter permettant de quantifier une collection

D'après Brissiaud (2007, p. 21), le mot dénombrer est constitué à partir du radical « nombre ». Le dénombrement correspond à « tout procédé permettant d'accéder au nombre, dont la construction d'une collection-témoin de doigts et le comptage ». Toujours d'après Brissiaud (2007), il existe trois conditions pour dénombrer :

- Créer mentalement les unités numériques.
- Prendre en compte toutes ces unités sans répétition ni oubli d'unités, c'est-à-dire énumérer.
- Totaliser toutes ces unités numériques.

Le dénombrement est donc une des procédures permettant de déterminer le nombre d'éléments d'une collection.

D'après Baruk, « compter, c'est dire le nom des nombres que l'on obtient en partant de un, et en ajoutant un, encore un, encore un, et ainsi de suite » (2003, p. 141). Charnay affirme que compter c'est énumérer en désignant chacun des objets par un nombre, dans l'ordre de la suite des mots-nombres et en commençant par un. Cependant, selon Brissiaud, « le comptage ne permet pas aux jeunes enfants de répondre à une question du type : « Combien y a-t-il de... ? » (2007, p. 8). Un enfant peut donc réciter la suite des premiers mots-nombres, mais il ne sait toujours pas l'utiliser pour dénombrer une collection.

1.1.4. Les instructions officielles : Programme de l'école maternelle 2015

Le bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015, publié par le Ministère de l'Education Nationale, indique les attentes ministérielles pour l'école maternelle. Comme le dit la loi de refondation de l'Ecole, la maternelle est un cycle unique qui a une place fondamentale pour garantir la réussite de chaque élève.

Le domaine « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée » permet aux enfants de découvrir les nombres ainsi que leurs utilisations. L'école maternelle apprend aux enfants à discriminer des petites quantités (un, deux et trois), notamment dans des configurations culturellement connues comme les constellations d'un dé. De plus, ils acquièrent progressivement les débuts de la suite numérique. L'école maternelle conduit les élèves à comprendre que les nombres ont deux usages. Un usage cardinal, c'est-à-dire que les nombres servent à exprimer des quantités et un usage ordinal, où les nombres permettent d'exprimer un rang ou un positionnement.

Cet apprentissage requiert du temps, demandant la confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques (tris d'objets, énumération de collections...) puis numériques (quantification, rang...). C'est pour cela que les attendus concernent la fin du cycle 1 et donc la fin de la Grande Section de maternelle. Ces attendus sont divisés en deux groupes : utiliser les nombres et étudier les nombres. En fin de cycle 1, les élèves doivent être capables de :

Utiliser les nombres :

- D'évaluer et de comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- De réaliser une collection dont le cardinal est donné. Ainsi que d'utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités.
- De mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Etudier les nombres :

- D'avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- De quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives et mentales.
- De dire la suite des nombres jusqu'à 30 et lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.

1.2. La construction du nombre chez l'enfant

La construction du nombre commence très tôt chez l'enfant ainsi dès la maternelle, les élèves sont confrontés à des situations problèmes en mathématiques leur demandant d'anticiper certains résultats. Cette étape d'anticipation encore abstraite pour eux se base notamment sur les principes qu'ils auront déjà acquis ou non dans la construction du nombre.

Afin d'essayer de comprendre cette étape, nous nous intéresserons aux différentes approches théoriques puis nous essayerons de comprendre quelles sont les procédures permettant au jeune enfant de 3 ans d'entrer dans l'aspect cardinal du nombre.

1.2.1. Les différentes approches théoriques du nombre chez l'enfant : Piaget et Gelman & Gallistel

Pour Piaget (1941), les structures logiques de la pensée, dont le développement est repérable à travers les épreuves de conservation, servent de base à toute connaissance. Elles sous-tendent le nombre et la connaissance arithmétique. Selon Piaget, le nombre constitue un tout permanent (un invariant), identique à lui-même quel que soit l'agencement spatial ou temporel de ses composants. Pour lui, le nombre n'est pas intuitif comme on pouvait le penser avant. L'accès au nombre serait tardif, vers 7 ans, et indépendant du langage et des pratiques sociales. Le nombre, synthèse du cardinal et de l'ordinal, nécessite la coordination de la classification et de la sériation. En effet, selon Piaget, pour comprendre le nombre, l'enfant doit intégrer ce qu'est l'inclusion des classes : l'aspect cardinal du nombre mais aussi l'idée d'ordre issu des sériations : l'aspect ordinal du nombre. Les deux, ensemble, permettent de comprendre que 1 est inclus dans 1+1, 1+1 dans 1+1+1...

Dans les années 70, Gelman et Gallistel postulent l'existence très précoce du comptage, dès 3 ans, et de cinq principes numériques « innés », préexistants permettant de dénombrer :

- principe d'ordre stable : les mots-nombres doivent être engendrés dans le même ordre à chaque comptage
- principe de stricte correspondance terme à terme entre objets décomptés et noms de nombres : chaque élément de collection doit être désigné par un mot-nombre et un seul
- principe de cardinalité : le mot-nombre qui désigne le dernier élément compté d'une collection représente le nombre total d'éléments
- principe d'abstraction : seules sont abstraites des éléments comptés, leurs caractéristiques d'entités distinctes. L'hétérogénéité des collections n'a aucune incidence sur le dénombrement
- principe de non pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel les éléments d'une collection sont énumérés n'affecte pas le résultat du comptage à condition que le principe de correspondance terme à terme soit respecté

Pour Gelman, les difficultés relèvent du procédural et de l'utilisation. Elle explique qu'un enfant sait que lorsqu'on compte, il y a « x » objets correspondants. Cependant, il doit alors mobiliser toutes ses connaissances en même temps d'où la difficulté à les utiliser de

façon coordonnée parce qu'il est submergé par la tâche. Pour elle, l'enfant est affecté dès lors que le cardinal change et non pas quand la distance entre les objets change.

Notons que vers les années 80, Fuson et Hall (1983) et Briars et Siegler (1984) mettent en avant la théorie des « principes-après » en contradiction avec Gelman. Ils expliquent que les principes sont appris progressivement par répétition des procédures de dénombrement, elles-mêmes acquises par imitation.

1.2.2. Les trois processus pour la perception du nombre chez l'enfant

Selon Dehaene (2010), il existe au moins trois procédures distinctes du dénombrement, qui contribuent au « sens du nombre » et qui permettent d'évaluer rapidement le cardinal d'une collection :

- Le subitizing pour les ensembles de 1, 2 ou 3 objets. Il ne dépend pas de l'arrangement spatial, les objets ne doivent pas être alignés cependant l'élève échoue si les objets sont superposés et s'ils ne peuvent pas être isolés par la vision « pré-attentive ». Brissiaud (2007, p.34), le définit comme « la capacité d'énumération immédiate des unités jusqu'à 3 ». Selon lui, l'énumération mentale se fait de façon automatique et simultanée pour 2 ou 3 entités. Gallistel et Gelman (1991) décrivaient le subitizing comme un dénombrement malgré la rapidité du processus, selon eux, ce dernier demande de l'attention mais ne se fait pas seulement de façon automatique. On remarque là que les points de vue sont différents notamment avec Brissiaud.
- L'estimation de la quantité, au-delà de 3 objets. Il s'agit d'un processus peu précis mais rapide qui convient aux grandes collections. Gallistel et Whalem (en 1999 et 2001) ont démontré que l'estimation pouvait être affectée par deux effets : un effet de distance, plus la distance numérique est importante, plus la discrimination est facile ainsi qu'un effet de magnitude, plus la taille de la collection est grande, plus l'estimation sera imprécise.
- Le comptage, fondé sur la correspondance terme-à-terme, pour parvenir à la cardinalité exacte. Pour ce processus, on remarque que le temps de comptage et les erreurs augmentent avec le nombre.

Le subitizing et l'estimation sont présents très précocement chez l'enfant, et existent également chez de nombreuses espèces animales. Ces processus numériques confèrent à l'enfant, très précocement un certain « sens du nombre » et une capacité d'opération sur les quantités approximatives.

1.2.3. L'apprentissage du dénombrement à l'école maternelle

1.2.3.1. Dans les programmes

La construction du nombre s'appuie sur différents points comme la notion de quantité, la suite orale des nombres, la codification orale et écrite des quantités ainsi que l'usage du dénombrement. Les enfants peuvent réciter parfaitement la comptine numérique sans pour autant réussir à l'utiliser pour dénombrer une collection. L'école maternelle doit donc permettre aux enfants de faire un lien entre les deux activités. Les enseignants doivent permettre aux enfants de stabiliser la connaissance des petits nombres, ainsi que de construire les nombres pour exprimer des quantités.

Les enfants doivent comprendre que la quantité n'est pas caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets. Tout d'abord une estimation perceptive et globale est effectuée (beaucoup, pas beaucoup). Puis, progressivement la quantité est prise en compte, sans tenir compte de l'apparence de la collection. Le cycle 1 est nécessaire pour stabiliser le fait que le nombre est un outil de mesure d'une quantité. Par exemple : 2 indique deux pommes ou deux cubes ou encore deux chats, et même « un chat et un cube ». Peu importe la nature, la taille des éléments ou l'espace qu'ils occupent, le nombre est un outil de mesure de la quantité présentée.

1.2.3.2. La suite numérique

La chaîne numérique est une base indispensable pour pouvoir réaliser un comptage correct. L'acquisition de la comptine numérique s'établit lorsque l'enfant a entre 2 et 6 ans. Fayol observe que la suite numérique verbale produite par un enfant en train de l'apprendre peut être décomposée en trois parties :

- Une première partie stable et conventionnelle qui correspond à la suite pratiquée par les adultes. Sa longueur dépend de l'âge ainsi que de l'influence de l'environnement.
Exemple : 1, 2, 3, 4, 5 [...] 20, 21
- Une partie stable mais non conventionnelle qui correspond à des mots nombres formulés dans un ordre qui n'est pas conventionnel
Exemple : 1, 2, 4, 5, 7, 6
- Une partie ni stable ni conventionnelle c'est-à-dire que la suite change d'une tentative à l'autre
Exemple : 1, 3, 4, 5 puis 1, 2, 3, 6, 7

Fayol pense que la chaîne numérique verbale s'acquiert en deux temps. Dans un premier temps l'enfant apprend par cœur la série de 1 à 19, puis dans un second temps la série 20 à 99 (et au-delà).

Fuson, Richard et Briars (1982) ont décrit l'apprentissage de la chaîne numérique verbale avec trois niveaux successifs :

- Le niveau chapelet : les noms de nombres n'ont aucune individualité par exemple « un-deux-trois-quatre... ». C'est un savoir par cœur inutilisable, un tout indifférencié, l'enfant ne dénombre pas, c'est une sorte de simulation.
- Le niveau chaîne insécable : la suite est formée de mots nombres individualisés, mais cependant elle reste insécable. L'élève commence par « un » mais il ne réussit pas à commencer par un autre nombre.
- Le niveau chaîne sécable : l'enfant devient capable de compter à partir de n'importe quel nombre de la liste qu'il connaît, jusqu'à un nombre fixé à l'avance. Il est aussi possible que l'élève compte à rebours.

Cependant, la comptine numérique ne suffit pas pour savoir compter. Il n'y a pas forcément de correspondance terme à terme entre la désignation d'objets et l'oralisation. Il n'y a pas non plus forcément de coordination entre la désignation des objets et la récitation des mots-nombres. Lorsqu'on demande à un enfant combien il y a d'objets, il peut réciter à nouveau la suite numérique. Brissiaud (2007) explique que l'enfant doit tout d'abord comprendre comment se forment les nombres. Par la suite, il pourra alors connaître leurs noms.

1.2.3.3. *Le comptage, les décompositions et les collections témoins : des moyens pour dénombrer une quantité*

Un élève de maternelle pour dénombrer une quantité doit maîtriser l'énumération. Il s'agit pour l'enfant d'associer objet et pointage. A chaque objet, l'enfant doit pointer une seule et unique fois. Or, très souvent, l'enfant de maternelle met bien en correspondance terme à terme les mots-nombres et les objets de la collection mais il n'isole pas le dernier mot nombre prononcé pour répondre à la question « combien de ? ». Son comptage ne constitue donc pas un dénombrement mais un simple pointage. L'enfant n'acquiert alors pas la signification de cardinalité puisque pour lui le dernier mot-nombre prononcé ne correspond pas à la quantité totale des objets qu'il aura pointé.

Afin de favoriser l'accès au sens des nombres, Brissiaud (2007) distingue le comptage des décompositions. Par exemple : si l'on demande à un enfant combien il y a de biscuits dans le paquet et qu'il répond 3, il faudra alors lui montrer en disant « oui, un là, un là et encore un là ». Grâce à ce processus, les jeunes enfants n'ont pas à coordonner les deux significations des mots-nombres : numéros et noms des nombres. De plus, les décompositions peuvent se représenter de manière non linguistique par des collections témoins.

Une collection témoin est une collection stable du point de vue de son cardinal et partagée au sein d'un groupe. Le procédé consiste à l'utiliser pour effectuer une correspondance terme à terme entre les unités de la collection de départ (des objets dans un sac) avec celles d'une autre collection (des traits tracés, des doigts, des cailloux, les constellations du dé...)

Notons que Brissiaud explique que les configurations de doigts ne sont pas des collections témoins comme les autres, elles sont plus difficiles à comprendre puisque l'enfant peut voir un pouce, un index, un majeur et non pas un doigt, un autre et encore un autre. De plus, il est important selon lui de ne pas seulement utiliser les constellations du dé car il y a un risque que les élèves les connaissent par cœur et donc totalisent au lieu de dénombrer, ce qui ne serait pas un procédé numérique. La collection témoin sert à comprendre que la grandeur de la collection de traits, de cailloux, de doigts sert à représenter la grandeur de la collection de départ.

Par la construction de collections témoins, l'enfant apprend à se représenter les quantités, elles permettent de décomposer un nombre afin de favoriser la création mentale, l'énumération et la totalisation des unités. Brissiaud (2007) précise que lorsque le maître privilégie « la procédure de construction d'une collection témoin, les enfants ne mémorisent pas d'emblée le nom des nombres et montrent leurs trois doigts pour désigner trois en demandant « c'est combien un, un et un ? ». L'enfant qui a un tel comportement a déjà appris l'essentiel : il conçoit l'idée du nombre trois, seul lui manque le nom de ce nombre.

1.2.3.4. Association de l'écriture chiffrée aux noms des nombres connus

D'après les programmes, les élèves à la fin du cycle 1 doivent être capables en voyant l'écriture 5 de dire « c'est cinq » et réciproquement, de choisir parmi différentes écritures chiffrées celle qui désigne 5. L'écriture chiffrée n'a d'intérêt que lorsque l'élève a compris la signification principale des nombres soit la désignation d'une quantité. Si l'élève ne sait pas aller chercher 6 crayons lorsque le maître montre 6 doigts ou une autre constellation de 6, il n'y a guère d'intérêt à savoir que le graphisme 6 se dit « six ».

Cependant, différents supports peuvent aider l'élève à l'apprentissage du passage de l'écriture chiffrée aux noms des nombres connus. Pour cela, il faut montrer à l'élève la correspondance entre les écritures et les nombres dits. Un des outils pour cela est la bande numérique. Cependant, il ne faut pas que pour l'élève le mot « dix » et l'écriture chiffrée correspondante ne désignent qu'une case soit la case portant l'étiquette numéro 10. Pour limiter ce risque, il est donc important de faire figurer sous chaque nombre écrit de la bande une représentation de la quantité correspondante, par exemple avec des doigts, des configurations de dés ou d'autres constellations d'objets.

1.3. La manipulation : le cœur des apprentissages

Les élèves de maternelle et plus particulièrement ceux de Petite Section ne sont pas encore totalement en mesure de verbaliser ce qu'ils font lors d'une tâche et d'expliquer leurs procédures pour la résoudre. La manipulation est donc omniprésente en maternelle puisqu'il s'agit d'un besoin pour l'élève qui lui permet d'apprendre. De plus, elle permet au professeur des écoles de construire des situations d'apprentissage et ainsi de comprendre le raisonnement des élèves face aux tâches demandées. Grâce à la manipulation et plus particulièrement une manipulation contrainte, l'élève va être mis face à une situation problème qu'il devra résoudre. Pour cela, il lui faudra anticiper son action puis la réaliser afin de vérifier si son raisonnement fonctionne ou non. L'action de manipulation, si elle est réussie, validera l'anticipation. Nous nous intéresserons donc à ce qu'est la manipulation en tant que telle puis nous regarderons son usage plus particulier lors de l'apprentissage mathématique.

1.3.1. Principes pour que la manipulation soit utile à l'apprentissage

Selon le dictionnaire Larousse, le mot manipulation se définit comme une « action de soumettre quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans un but de recherche ou d'apprentissage ».

Berdonneau (2006) définit le terme manipulation comme étant une activité de l'élève présentant plusieurs caractéristiques :

- La manipulation doit s'exercer sur des objets relativement petits par rapport à la taille de l'enfant, c'est-à-dire qu'il doit pouvoir les déplacer, les prendre dans ses mains, les orienter comme il le veut ou encore les déformer.
- Les gestes de l'enfant doivent être guidés par sa pensée, l'enfant doit donc avoir un objectif lors de la manipulation. Malgré les moments de tâtonnement, l'enfant doit manipuler en ayant en tête une consigne précise.

1.3.2. La place de la manipulation...

Une des modalités spécifiques d'apprentissage du programme de l'école maternelle de 2015, indique que les enfants doivent apprendre en jouant car le jeu favorise la richesse des expériences vécues par l'enfant. Le jeu peut revêtir différentes formes dont la manipulation. De plus, elle alimente tous les domaines d'apprentissage. On remarquera d'ailleurs que le bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015, cite plusieurs fois le mot « manipulation » dans différents domaines tel que « Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions » ou encore « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée ». Dans le domaine 5 « Explorer le monde », le mot « manipuler » constitue même un sous-titre : « Utiliser, fabriquer, manipuler des objets ». Que ce soit la manipulation d'objets, de syllabes, ou encore de sons, le jeune enfant doit manipuler mais pas seulement au cycle 1.

Le bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015, qui concerne les cycles 2 et 3 reprend aussi le terme de manipulation à de nombreuses reprises et dans tous les domaines en proposant de multiples activités comme par exemple : la manipulation d'objets sonores, la manipulation de phrases, ou encore la manipulation de formes. Manipuler fait même partie des compétences travaillées à l'école élémentaire, les compétences suivantes sont citées dans le bulletin officiel : « manipuler avec soin », « manipuler et réinvestir le repère historique dans différents contextes » ou encore « S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter ». Les enseignants sont donc en charge d'apprendre aux élèves à manipuler et d'apprendre en manipulant.

Berdonneau (2006) attribue plusieurs fonctions à la manipulation pour l'enfant :

- La manipulation répond à un besoin de sensorialité chez l'enfant.
- Elle permet à chaque élève de communiquer via le canal sensoriel qui lui correspond car la manipulation est un apprentissage multi-sensoriel.
- Elle canalise l'attention ainsi elle facilite l'élaboration des concepts.
- Elle libère de toutes les tâches qui ne concerneraient pas le domaine des mathématiques, par exemple l'acte graphique, qui peut être une contrainte pour certains élèves.
- Elle permet la répétition.

La manipulation, bénéfique à l'enfant, est aussi un précieux élément pour le professeur des écoles. Berdonneau (2006) met en avant cinq aspects de la manipulation qui en font un outil au service de l'enseignant. Tout d'abord, la manipulation rend visible et observable l'activité de l'élève. Grâce à cela, le professeur des écoles peut observer le déroulement de la

manipulation afin d'observer le raisonnement suivi par l'élève. En effet, l'enfant face à une tâche de manipulation peut difficilement faire semblant face à son enseignant. Il s'agit aussi d'un outil de mise au travail de l'élève. L'élève, par le matériel, peut mieux se représenter la tâche qui lui est demandée. Par son côté kinesthésique, la manipulation est un outil d'aide à l'élaboration des représentations mentales chez l'enfant. Enfin, la manipulation est un dispositif permettant une évaluation plus simple pour les enseignants puisqu'elle permet de prendre en compte l'hétérogénéité d'une classe et donc de mettre en place de la différenciation au sein de la classe.

Cependant, Berdonneau (2006) nous rappelle un point essentiel à noter en tant que professeur des écoles en ce qui concerne la manipulation : « *c'est grâce à la manière dont le maître exploite les supports de manipulation que l'élève va pouvoir assimiler la connaissance correspondante* » (page 2). Autrement dit, l'enseignant doit utiliser les supports de manipulation à bon escient et effectuer une médiation puisque le support de manipulation ne suffit pas, il ne contient pas le savoir.

1.3.3. Les différentes étapes de l'apprentissage mathématique

Les manières d'organiser les supports et de proposer des activités de manipulation, pour l'apprentissage des mathématiques en particulier, ont été étudiées par les didacticiens. Brousseau, cité par Margolinas et Wosniak (2012), distingue trois types de manifestations de la pensée et du langage mathématique, qui amènent à distinguer trois types de situations didactiques.

Tout d'abord, il parle de la **situation d'action** où la connaissance fonctionne comme moyen de prendre des décisions et d'agir. L'élève mobilise ses connaissances implicites comme moyen d'action sur le milieu. Le milieu lui apporte des informations et rétroactions en retour de ses actions. Par exemple résoudre un jeu. Cependant, la situation d'action n'est pas suffisante pour l'apprentissage de tous les aspects de la connaissance mathématique.

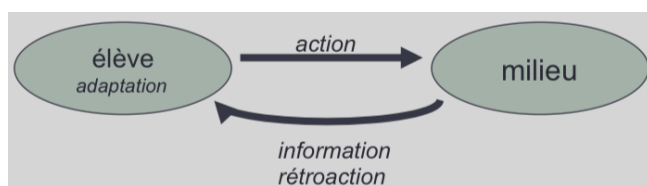


Fig. 3. Situation d'action, Théorie de situations didactiques, Soury-Lavergne, MASTER EADM UE10, 2011-2012

A la suite de cela, vient alors la **situation de formulation**. Il s'agit pour l'élève de formuler le modèle implicite de ses actions. Ses connaissances se construisent comme moyen de communication. Pour que cette formulation ait du sens pour lui, il faut qu'elle soit en tant

que formulation un moyen d'action sur le milieu qui lui apporte des informations et rétroactions en retour de ses formulations. Les situations de communication entre élèves où seuls certains peuvent agir, sont des exemples de telles situations.

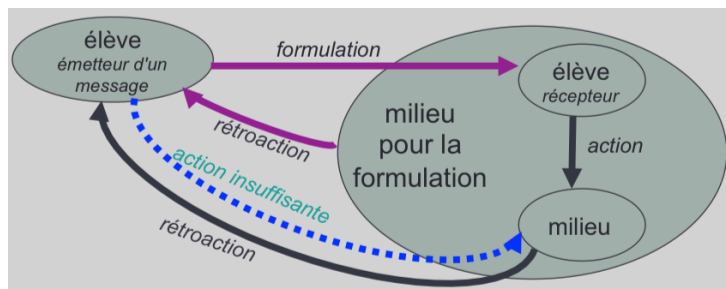


Fig. 4. Situation de formulation, Théorie de situations didactiques, Soury-Lavergne, MASTER EADM UE10, 2011-2012

Enfin, on retrouve la **situation de validation**. Ici, l'élève élabore des preuves de la validité et de la pertinence de son modèle d'action. Ses connaissances se construisent comme un moyen de prouver et de convaincre un interlocuteur.

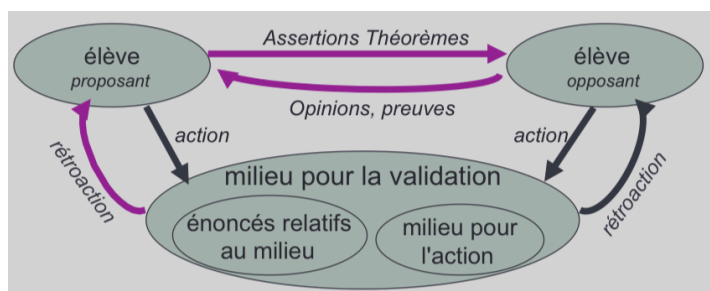


Fig. 5. Situation de validation, Théorie de situations didactiques, Soury-Lavergne, MASTER EADM UE10, 2011-2012

Ces trois situations ne sont pas toutes nécessaires à la maternelle, on utilisera essentiellement la situation d'action avec les élèves de cycle 1. Les situations de formulation et de validation sont organisées et contrôlées par l'enseignant sans pour autant être visibles pour l'élève.

Berdonneau, en 2006, définit à son tour trois phases dans l'apprentissage des mathématiques, plus adaptées aux élèves de maternelle. Parmi ces étapes, deux sont indispensables à la création d'un concept mathématique : la phase d'action et la phase de représentation mentale.

La phase d'action se scinde en deux phases selon elle :

- une phase d'activité motrice globale où le corps tout entier est impliqué, on peut par exemple faire vivre aux élèves cette phase dans la salle de motricité
- une phase d'activité plus restreinte où seuls les membres supérieurs du corps (poignet, main, doigts) sont impliqués, l'espace est donc réduit

La phase de représentation mentale est une phase où l'élève intériorise l'élaboration des différents concepts et met en lien les phénomènes observés. Afin d'élaborer des représentations mentales, l'enseignant doit mettre en place des actions pour les susciter puisqu'elles se produisent rarement de façon spontanée chez le jeune enfant. Pour recourir à cette phase d'abstraction, de nombreuses répétitions sont nécessaires ainsi qu'une verbalisation.

Margolinas (2015), en accord avec Berdonneau ajoute que pour permettre l'apprentissage, le professeur des écoles doit contraindre l'action. Il doit partiellement empêcher l'action pour former une anticipation. La manipulation permet aux élèves de s'approprier le problème, de comprendre de quoi il s'agit mais la notion mathématique n'intervient que lorsque la manipulation est gênée. Les élèves doivent donc raisonner en l'absence des objets, les connaissances mathématiques viennent donc pallier la difficulté ou l'impossibilité de manipuler. Valentin (2000-2001) ajoute que le travail réellement mathématique ne peut se faire que par la création d'un obstacle amenant l'élève à dépasser l'utilisation de procédures connues.

Margolinas (2015) définit alors la phase d'action comme visant l'apprentissage d'une connaissance mathématique. Elle précise qu'il ne faut pas considérer une situation d'action comme une activité de manipulation. En effet, même si l'enfant joue, manipule, il est donc en activité mais il se peut qu'il ne s'agisse pas réellement d'une situation d'action. Pour construire des situations, il faut organiser les actions des élèves avec un milieu. A l'école maternelle, ce milieu est clairement constitué d'objets. Cependant, ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique mais son utilisation pour résoudre un problème ou les questions qu'elle suggère.

Pour qu'il y ait une réelle situation d'action, il doit donc y avoir un enjeu, l'action doit être finalisée. Pour cela, l'élève doit élaborer des stratégies en « dialoguant » avec le milieu soit anticiper. En effet, lorsque l'élève est face à une situation de manipulation contrainte, sa phase d'anticipation est réalisée inconsciemment. Grâce au sens qu'il aura donné au nombre, l'élève va pouvoir anticiper certains résultats relatifs à des collections en l'absence de celles-ci, comparer des quantités sans avoir à manipuler les collections correspondantes, prévoir le résultat d'une action sur une collection avant que celle-ci ait lieu (ajout, retrait, partage). Dans une situation d'action, quand le sujet agit sur le milieu, il anticipe une réaction du milieu que l'on appelle une rétroaction. Il y a donc à la fois des connaissances dans l'action du sujet avec le milieu mais aussi des connaissances dans l'interprétation de la rétroaction du milieu. En ce sens, il ne s'agit jamais seulement d'une action, il y a toujours une dimension d'anticipation. Selon l'équipe ERMEL, anticiper c'est trouver le résultat d'une action sur une situation qui

n'est pas encore réalisée c'est-à-dire que les connaissances de l'élève lui permettent de savoir le résultat d'une action avant même de la voir. Il peut donc vérifier la conformité du réel à ses attentes. Vergnaud (1990) ajoute à cela que « *ce n'est pas l'action, ni la manipulation seule, qui, en elles-mêmes permettent la conceptualisation mais bien l'action en situation donc une action motivée* » (page 7). Ainsi c'est l'action associée à une anticipation qui permet d'apprendre.

1.3.4. Vers la démarche expérimentale en mathématiques

D'après Dias (2012, p. 19), « *permettre aux élèves d'agir en mathématiques c'est aménager par les enseignants un passage progressif de la manipulation à l'expérimentation* ». Pour lui, il est nécessaire de dépasser le hasard du tâtonnement avec les élèves. Il s'accorde avec Margolinas sur le fait qu'il faut une action orientée vers un but, pour cela il explique qu'il faut problématiser les situations d'apprentissage. Lors d'une expérience, un raisonnement permet donc une organisation et des gestes guidés. On passe donc d'une phase de manipulation où l'élève déplace, touche, palpe, actionne, utilise à une phase d'expérimentation où l'élève contrôle, essaye, teste, vérifie et éprouve.

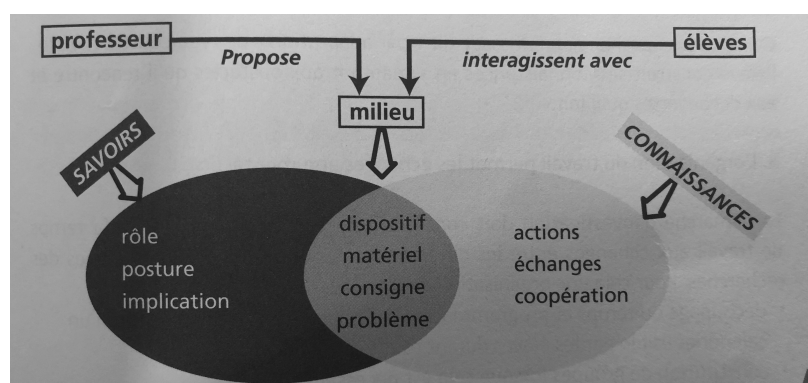


Fig. 6. Manipuler et expérimenter en mathématiques, Dias, 2012, p.19

Comme nous montre ce schéma élaboré par Dias, étant un environnement d'apprentissage propice aux expériences des élèves, le professeur propose un milieu aux élèves. Dans ce milieu, on peut observer que le professeur met à la disposition des élèves un dispositif avec une consigne et du matériel auquel il ajoute un problème. L'action est donc bien contrainte par le professeur. Cette méthode est quasi similaire à la démarche d'investigation.

2. Problématique

Suite à mes lectures, la manipulation est ressortie comme un outil efficace pour donner un sens au nombre. Ce moyen permet aux élèves de travailler le nombre de façon « ludique » et de l’appréhender de manière kinesthésique. La manipulation met en évidence deux aspects pour l’apprentissage : d’une part, la manipulation est nécessaire à l’élève pour comprendre les situations d’apprentissages, pour remarquer les contraintes et les potentiels des collections d’objets ainsi que leur quantité. D’autre part, la manipulation doit permettre à l’élève de résoudre le problème en mobilisant les nombres et donc en construisant des connaissances sur le nombre. Pour cela, afin de rendre la manipulation effective pour l’apprentissage, elle doit être limitée. En effet, la manipulation des collections, si elle est contrainte, permettra de passer de la résolution pratique des problèmes à une résolution utilisant le nombre. Par exemple, pour un problème d’ajout, lorsque l’élève, ne peut pas fabriquer la collection et compter le nombre total d’objets, il peut prédire à l’aide des nombres et de ses connaissances sur les nombres, le résultat de l’ajout. Ainsi, il réalise l’action et valide son travail d’anticipation.

Afin de mener cette expérimentation, je me suis posée diverses questions qui ont fait ressortir trois hypothèses principales. Tout d’abord, on peut supposer que la manipulation en mathématiques amène un élève à anticiper une action ou un résultat. La seconde hypothèse est qu’il est nécessaire de maîtriser la quantité pour pouvoir réaliser une anticipation. Enfin, des situations de manipulation qui conduisent les élèves à devoir anticiper avant de manipuler les amènent-ils à dénombrer par comptage ?

Ma problématique est donc née d’un regard croisé entre mes observations en classe et mes lectures. Ainsi, l’objet de l’expérimentation qui va suivre est de tenter de répondre à la question suivante : Dans quelles mesures contraindre la manipulation dans la démarche expérimentale en mathématiques, amène l’élève à tenter d’anticiper le résultat de son action, en prenant des informations numériques sur la situation et donc de donner du sens au nombre?

3. Expérimentation

3.1. Situation d’apprentissage du nombre pour contrôler une quantité, anticiper s’il reste des objets dans un sac

La situation élaborée pour l’expérimentation a pour objectif, après une phase de manipulation des objets par les élèves, de faire exister une phase d’anticipation des élèves et

de voir si cela les amènent à utiliser le nombre comme moyen d'anticipation et de contrôle d'une quantité.

Ainsi, ils seront en situation d'utiliser le nombre comme moyen d'action sur le milieu (le milieu n'est pas seulement matériel mais il contient aussi les prévisions). Ici, les élèves doivent utiliser la connaissance du cardinal d'une collection pour anticiper une action.

Objectif : utiliser la connaissance du cardinal d'une collection pour anticiper une action : reste-t-il des marrons dans un sac, alors que je ne les vois pas, pour que je puisse en prendre encore un ?



A gauche, l'élève fabrique la collection de marrons à placer dans le sac, à droite, l'élève a fait une anticipation et vérifie qu'il y a encore un marron à retirer du sac

1^{ère} étape : Constitution de la collection de n marrons, n étant égal au nombre d'alvéoles d'une boîte d'œufs donnée.

2^{ème} étape : Les marrons sont ensuite vidés dans un sac. La boîte d'œuf reste ou pas sur la table (évolution au cours de la répétition du jeu). L'élève dispose ou pas d'une aide pour se souvenir de la quantité initiale de marrons.

3^{ème} étape : L'élève doit dire s'il peut prendre un marron dans le sac. Si sa réponse est « oui », il le fait. S'il a pu retirer un marron, l'action est validée (il pose le marron dans la boîte d'œufs) et il recommence. S'il n'a pas pu retirer de marron, il a perdu.

Si sa réponse est « non », il procède à une vérification du sac. Si le sac est vide, le jeu est alors gagné, mais s'il reste encore des marrons dans le sac alors le jeu est perdu.

4^{ème} étape : Reproduction de l'étape 2 jusqu'à épuisement des marrons ou erreur d'anticipation de l'élève.

3.1.1. Eléments clefs, variables didactiques et aides

Eléments clés de la situation (jeu) :

- Deux collections équipotentes : les alvéoles d'une boîte d'œufs, des marrons

- Une collection de marrons de cardinal n (n de 1 à 5)
- Une boîte de n alvéoles
- Un sac pour cacher les marrons



Variables didactiques :

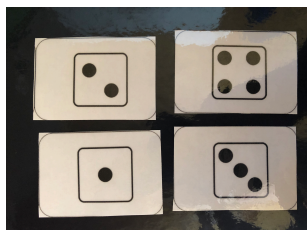
- + Cardinal de la collection : 1 à 4, ou 5
- + Boîte d'œufs : la boîte d'œufs initiale est visible (présence d'une collection équipotente à la collection initiale, l'élève anticipe en regardant la boîte) ou la boîte d'œufs est absente ou sans alvéoles (autre procédure nécessaire).
- + Aides type : le nombre de marron initial n est présent par un symbole écrit (carte chiffre), un symbole oral (mot nombre dit par la maîtresse), une représentation analogique écrite (collections témoins : carte dé, carte point, carte doigt), un dessin libre fait par l'élève : n est représenté par un symbole, un mot ou une icône que l'élève peut choisir pour s'aider ou alors par un écrit produit librement par l'élève, ou aucune représentation de n n'est disponible.
- + Aides n fixe ou pas : les aides données sont toutes sur la quantité n ou alors l'élève doit faire un choix parmi différents nombres.

Deux variantes : avec ou sans « aide »

Lorsque le jeu se déroule avec aide, plusieurs aides sont proposées. C'est à l'élève de choisir l'information qui peut l'aider (par exemple une carte nombre car elle correspond à la quantité de marrons mis dans le sac).

Toutes les aides sont choisies par l'élève avant de vider la boîte de marrons dans le sac. De plus, pour chaque type d'aide, plusieurs nombres lui sont proposés, c'est à l'élève de choisir celle qui correspond à la quantité initiale de marrons. Les cartes possibles sont :

Aide carte constellations du dé : chaque carte comprend une constellation du dé (de 1 à 4)



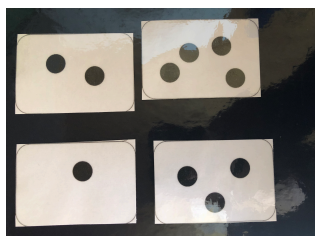
Aide carte doigts : chaque carte comprend une image de doigts de 1 à 4



Aide carte recto – verso nombre et constellations du dé : chaque carte comprend sur une face une constellation du dé et sur l'autre face le nombre associé

Aide carte recto – verso nombre et doigts : chaque carte comprend sur une face les doigts représentant une quantité et sur l'autre face le nombre associé

Aide carte points : sur chaque carte se trouvent des points, disposés de manière non conventionnelle, représentant la quantité de marrons qu'il possède

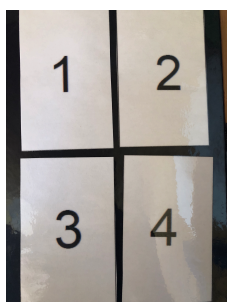


Aide carte recto – verso nombre et points : chaque carte comprend sur une face les points et sur l'autre face le nombre associé

Aide orale : l'enseignante informe l'élève qu'il peut lui demander autant de fois qu'il veut le nombre total de marrons qu'il possède ou qu'il a mis dans le sac. Pour cela, l'enseignante demande "Je dois dire quel nombre?" puis, à chacune de ses demandes, elle lui dit "Le nombre en tout c'est..." (quantité)

Aide dessin libre : l'élève peut dessiner la quantité de marrons qu'il possède.

Aide carte nombre en chiffres : l'élève peut prendre une carte où se trouvent les nombres 1, 2, 3 ou 4 écrits en chiffre.



Aucune aide : la même situation peut avoir lieu sans aucune aide à la disposition de l'élève.

On peut refaire cette expérimentation en changeant la boîte de départ. A la place d'utiliser une boîte avec alvéoles, utiliser une boîte où la quantité sera dispersée (ne pas avoir une place pour chaque marron)

3.1.2. Analyse a priori : stratégies des élèves pour prévoir s'il reste un marron dans le sac

Grâce au hasard :

1- L'élève dit au hasard s'il reste ou non des marrons dans le sac

Grâce au sac :

3- L'élève peut, en prenant un marron, percevoir approximativement s'il en reste après celui qu'il a pris

Grâce à la boîte d'œufs avec alvéoles :

2- L'élève peut faire par estimation visuelle des alvéoles vides de la boîte

4- L'élève procède à un comptage des alvéoles vides de sa boîte et en déduit le nombre de marrons manquants.

5- L'élève peut compter les marrons déjà présents dans sa boîte et déduire le nombre de marrons qu'il reste à prendre en utilisant les décompositions

Grâce aux aides, sans boîte :

6- A l'aide des cartes, l'élève fait de la correspondance terme à terme en plaçant à chaque fois son marron déjà sorti du sac sur les points ou les doigts.

7- A l'aide des cartes, l'élève dispose les marrons sur la table de la même manière que les constellations du dé.

11- Pour le dessin : l'élève peut entourer les marrons à l'aide d'un crayon, il peut faire des symboles pour les représenter.

Grâce à la collection de marrons sortis du sac :

8- Utilisation de la comptine numérique. Par exemple, il a déjà récupéré 3 marrons du sac, il sait que le cardinal de la collection est 4, il prononce les mots « un », « deux », « trois » associés aux marrons visibles et déduit alors qu'il peut encore en prendre un car le mot-nombre 4 est associé au marron encore dans le sac.

9- L'élève peut faire du surcomptage. Par exemple, par subitizing, l'élève voit 2 marrons dans sa boîte qu'il a déjà récupérés. Le cardinal de la collection est 3. Il part de 2 et surcompte jusqu'à 3. Il sait alors qu'il reste un marron à prendre.

10- L'élève peut construire une collection témoin de doigts et la décrire verbalement par une décomposition. Il va ajouter un doigt pour chaque marron, en disant un, encore un et encore un, et percevoir la quantité finale de doigts, c'est-à-dire 3.

Autres :

12- L'enfant peut aussi utiliser un procédé sonore, pour communiquer la quantité de marrons. Cela consiste à taper autant de fois dans ses mains que le nombre de marrons pour communiquer la quantité de marrons à l'enseignant.

13- L'enfant peut répéter à haute voix ou dans sa tête le cardinal de la collection de marrons qu'il aura confectionné au départ et repartir de 1 jusqu'au cardinal pour voir le nombre de marrons manquants

3.2. Déroulement de l'expérimentation

3.2.1. Participants

La population étudiée est une classe à double niveau, composée de dix-neuf élèves de Petite et Moyenne Sections, dont huit filles et onze garçons. Cette classe est située dans une école maternelle rurale dans un contexte plutôt favorisé. J'ai mené mon expérimentation sur le groupe de douze élèves de Petite Section. Parmi ces douze élèves, il y a cinq filles et sept garçons. Seulement un élève de ce groupe rencontre de grosses difficultés en langage, ce qui freine sa verbalisation. Il faut noter que deux tiers des élèves de cette classe sont de fin d'année ainsi certains élèves de Petite Section viennent tout juste d'avoir 3 ans. Enfin, il s'agit d'une classe très hétérogène, ce qui demande une importante différenciation. Dans la construction du nombre, en temps normal, il est courant que certains moyens fassent les

activités des petits et au contraire, qu'un élève de Petite Section fasse les activités des moyens.

3.3.2. Première phase : du nombre 1 au nombre 4 (février-mars)

- Jeu 1 avec boîte d'œuf vide, sans aide, nombre de 1 à 4

Etape 1- Création d'une collection de marrons de même cardinal qu'une collection donnée : l'élève fait une collection de marrons pour remplir les alvéoles d'une boîte: il dispose de marrons et d'une boîte d'œufs (1 ou 2 ou 3 ou 4 alvéoles, selon les enfants). Il doit prendre autant de marrons qu'il a d'alvéoles, pour remplir sa boîte.

Etape 2- Jeu avec collection de marrons inaccessible : l'enseignante vide les marrons de la boîte à œufs dans le sac, de façon à ce que les marrons soient cachés, mais que l'enfant ait bien pu prendre conscience que ce sont les mêmes marrons, la même quantité qui était dans la boîte. L'enfant n'a pas le droit de toucher le sac à tâtons pour ne pas permettre de répondre à la question (possible de prendre un marron ?) sans nécessiter de raisonner à partir des marrons initialement mis dans le sac.

Etape 3- L'élève doit de nouveau remplir sa boîte d'œufs en tirant les marrons du sac et en disant, en anticipant, avant de piocher dans le sac, s'il peut encore prendre un marron dans le sac. L'enfant prend un marron, puis dit, s'il peut en prendre encore ou pas. C'est l'enseignante qui demande à chaque fois s'il peut encore en prendre un. A la fin de la tâche demandée, l'enseignante peut demander à l'élève comment il a fait.

- Jeu 2 avec boîte sans alvéole, où les marrons sont dispersés, avec aide

Reproduction des mêmes étapes 1, 2 et 3, sans la présence de la boîte d'œufs visible et possibilité d'avoir une aide. L'enfant, doit prévoir s'il peut tirer un marron du sac ou pas. A l'étape 2, le professeur des écoles a enlevé la boîte d'œufs et l'a remplacée par une cuvette dans laquelle l'élève peut reposer les marrons tirés du sac. L'élève dispose ou non d'une aide qu'il choisit.



- Jeu 3 sans boîte, les marrons sont dispersés sur la table, avec aide

Reproduction de la même situation sans boîte à alvéole à partir de l'étape 2, les marrons tirés du sac étant disposés sur la table, et l'élève a la possibilité d'avoir une aide

3.3.2. Deuxième phase : du nombre 1 au nombre 5 (avril)

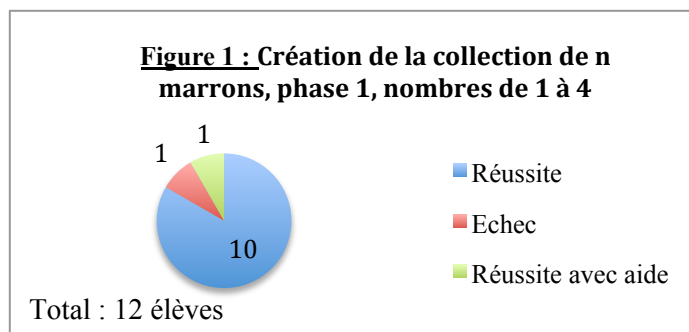
La séquence est reproduite à l'identique avec le cardinal de la collection de marrons jusqu'à 5.

4. Résultats

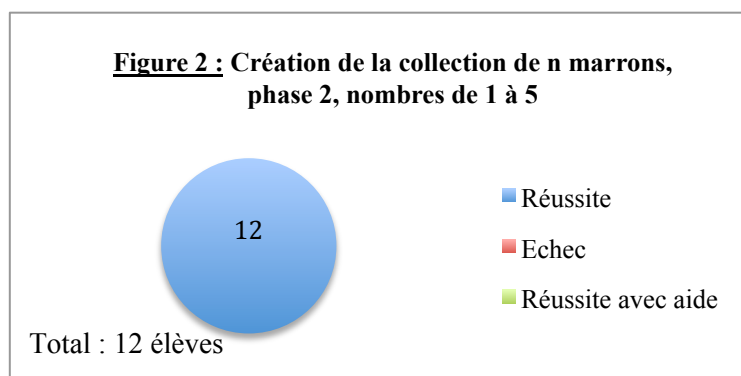
Avant de présenter les résultats, je tiens à préciser que les graphiques n'ont pas été réalisés en pourcentage car cela n'aurait pas été représentatif étant donné que l'expérimentation a été menée avec 12 élèves seulement. Par ailleurs, chaque jeu a été réalisé deux fois avec les élèves : une fois aux mois de février-mars, une fois au mois d'avril. Enfin, lorsque je parle de « réussite » dans les graphiques, il s'agit des élèves qui anticipent correctement puis tirent tous les marrons un par un et savent quand on ne peut plus le faire c'est-à-dire qu'ils gagnent la partie. Lorsque je parle d'« échec », il s'agit là des élèves qui, à un moment donné du jeu, se sont trompés dans les anticipations c'est-à-dire qu'ils perdent la partie. Chaque graphique donne donc à chaque fois le « résultat » des douze élèves.

4.1. Etape préalable : construction d'une collection de 1 à 5 objets

Pour rappel, la première étape du jeu consistait à créer une collection de n marrons, n étant égal au nombre d'alvéoles d'une boîte d'œufs. Il faut préciser que les élèves avaient le choix de la boîte donc de la quantité : 1, 2, 3 ou 4 lors de la première phase en février-mars puis 1, 2, 3, 4 ou 5 lors de la deuxième phase en avril.



Pour la phase déroulée en février-mars, cette première figure montre que sur 12 élèves, un seul n'a pas réussi cette étape. Cela est dû au fait qu'il n'a pas voulu se soumettre à l'exercice demandé même après plusieurs demandes de ma part. Un élève sur douze a réussi cette étape en demandant de l'aide avec une collection de 4. En effet, les élèves devaient aller chercher en une seule fois la collection équipotente à la collection de référence (qui n'était plus visible). Les marrons se trouvaient donc sur une table éloignée de leur boîte d'œufs avec alvéoles présentes. Cet élève, afin de réussir cette étape, est donc retourné deux fois chercher les marrons qu'il lui fallait. Il n'a pas réussi à mémoriser le cardinal de sa collection pour aller chercher en une seule fois les marrons nécessaires à sa boîte. En somme, 10 élèves sur 12 ont réussi cette étape sans aide.

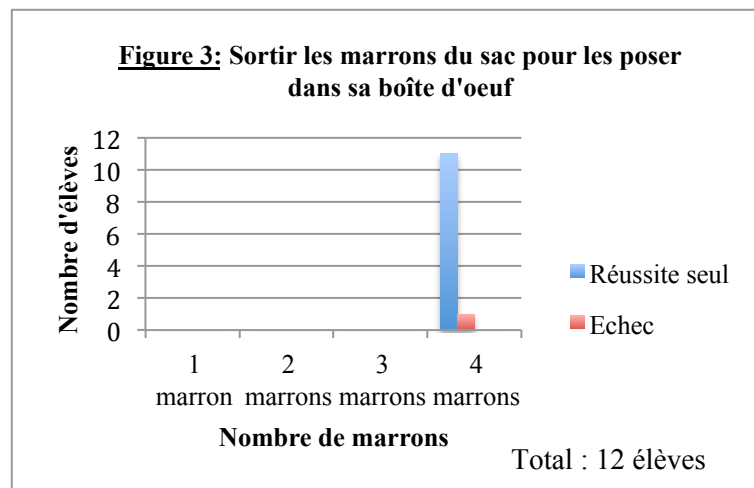


Pour ce qui est de la phase réalisée en avril, 100% des élèves de Petite Section ont réussi cette première étape comme le précise le diagramme circulaire ci-dessus.

Il faut noter que cette étape 1 est un pré-requis nécessaire pour réaliser la suite du jeu. Nous pouvons conclure que la création d'une collection de n marrons (n de 1 à 5) ne pose pas de problème à ces élèves.

4.2. Sortir les marrons du sac, lorsque la boîte d'œuf est visible (jeu 1)

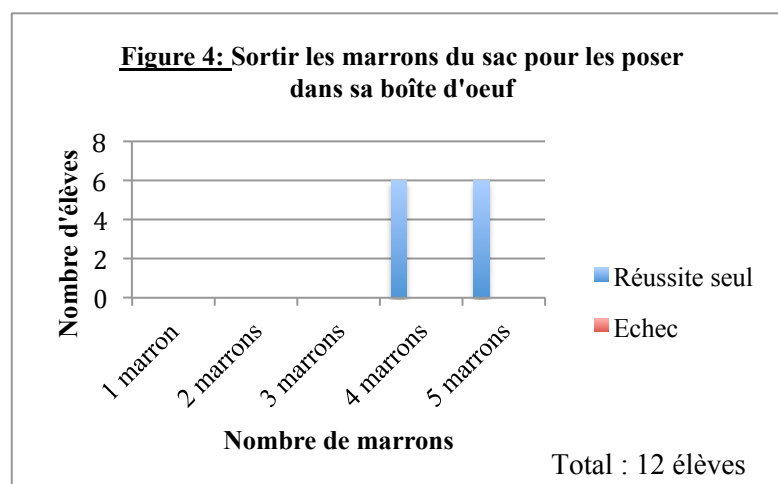
- Première phase de l'expérimentation en février/mars : n allant de la quantité 1 à 4
- Boîte d'œufs présente
- Aucune aide possible



Lors de la première phase, 11 élèves sur 12 ont réussi cette étape seuls c'est-à-dire qu'ils ont réussi à chaque fois à anticiper s'il restait un marron ou non dans le sac jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de marrons et qu'ils me répondent « non » à la question « Peux-tu encore prendre un marron ? ». Les onze élèves ont joué avec une collection de 4 marrons. Cela est dû, je pense, au fait qu'il passait les uns à la suite des autres, le premier ayant choisi une boîte de 4 lors de l'étape 1, par influence tous ceux d'après ont choisi la même.

Le seul élève n'ayant pas réussi concerne le cas expliqué précédemment où l'élève n'a pas voulu faire l'activité demandée.

- Deuxième phase de l'expérimentation en avril : n allant de la quantité 1 à 5
- Boîte d'œufs présente
- Aucune aide possible



Lors de la seconde phase, tous les élèves ont réussi à anticiper c'est-à-dire 12 élèves sur 12. Cependant, 6 d'entre eux ont réussi à anticiper avec une collection de 4 marrons et les 6 autres avec une collection de 5 marrons.

Nous pouvons conclure que les élèves ne contrôlent pas les marrons dans le sac mais les alvéoles de la boîte d'œufs.

Afin d'essayer de savoir quelles procédures ils avaient utilisé, je leur ai posé la question suivante « Comment sais-tu que le jeu est terminé ? ». Ils m'ont alors répondu :

Elève A : « Il n'y a plus de places dans la boîte »

Elève B : « J'ai tout pris »

Elève C : « J'ai rempli tous les trous »

Elève D : « Il en manque plus »

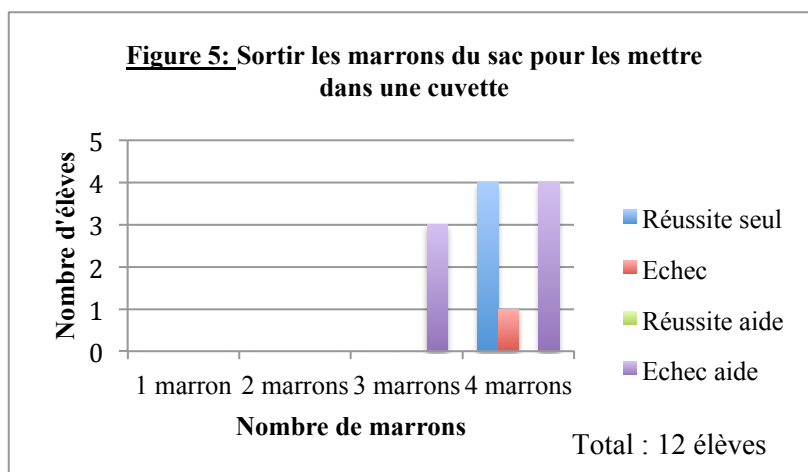
Elève E : « Il n'y a plus de trou »

Elève F : « Il en reste autant qu'il y a de trou : il n'y a plus de trou, il n'y a plus de marrons dans le sac »

Les réponses des élèves valident la conclusion faite juste au-dessus puisqu'ils mettent bien en relation la collection de marrons avec la collection d'alvéoles de la boîte.

4.3. Sortir les marrons du sac pour les mettre dans une cuvette (jeu 2)

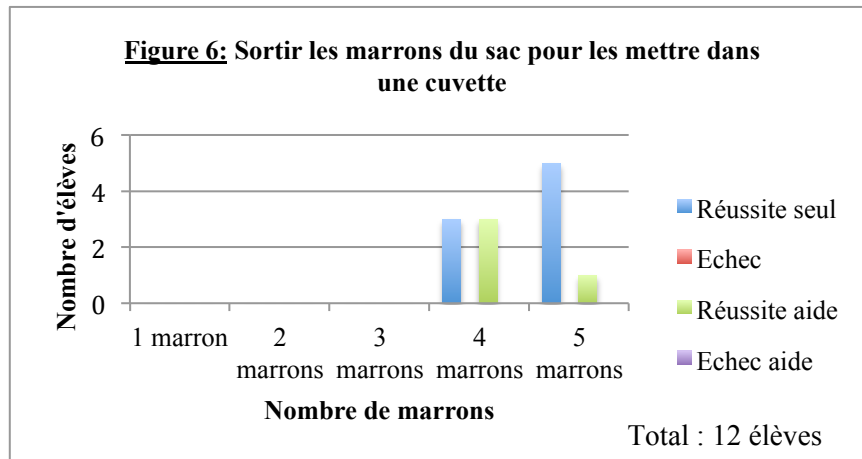
- Première phase de l'expérimentation en février/mars : n allant de la quantité 1 à 4
- Boîte d'œufs absente
- Cuvette pour mettre les marrons
- Aide possible



Lors de la première phase, les élèves ont joué avec des collections de 3 et 4 marrons. D'une part, pour ce qui est des joueurs avec une collection de 3 marrons, 3 élèves ont échoué même en ayant pris une aide. D'autre part, pour les joueurs avec 4 marrons, 4 élèves ont réussi à anticiper du début à la fin du jeu sans aucune aide, 1 élève a échoué sans vouloir prendre d'aide et enfin les 4 derniers joueurs ont échoué et ce même en ayant pris une aide.

En somme, il y a eu 2/3 d'échec (8 élèves sur 12) pour ce jeu lors de la première phase et ce même si 7 élèves sur 8 avaient demandé une aide.

- Deuxième phase de l'expérimentation en avril : n allant de la quantité 1 à 5
- Boîte d'œufs absente
- Cuvette pour mettre les marrons
- Aide possible

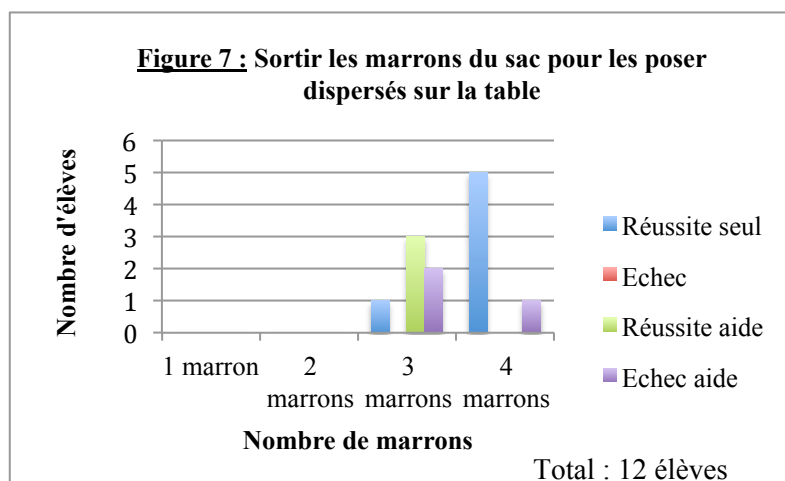


Pour la période d'avril, il s'agit là du phénomène inverse : deux tiers des élèves (8 élèves sur 12) réussissent seuls cette tâche (3 avec une collection de 4 marrons et 5 avec une collection de 5 marrons) alors que les quatre autres élèves réussissent mais cette fois grâce à l'aide proposée (3 avec une collection de 4 marrons et 1 avec une collection de 5 marrons).

On peut noter là la progression des élèves comparée à la première phase de l'expérimentation en avril. Tous ont réussi à anticiper avec ou sans aide.

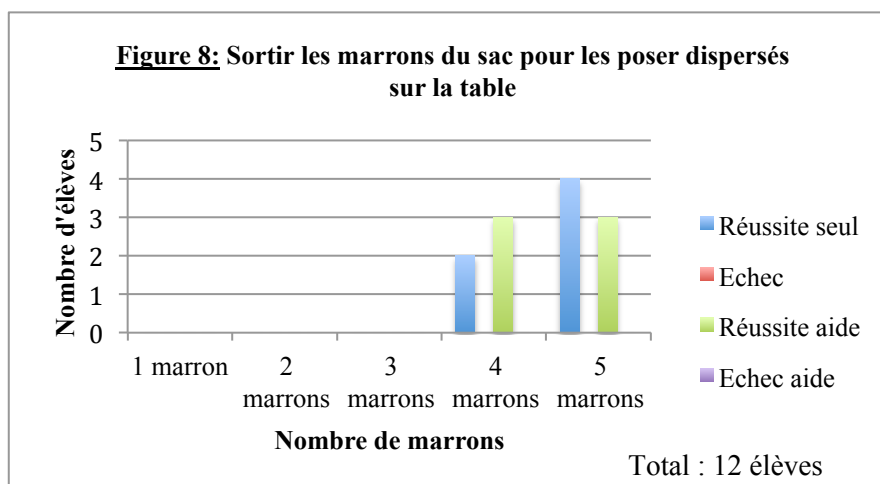
4.4. Sortir les marrons du sac pour les mettre sur la table (jeu 3)

- Première phase de l'expérimentation en février/mars : n allant de la quantité 1 à 4
- Boîte d'œuf absente
- Table pour mettre les marrons
- Aide possible



En ce qui concerne la première phase d'expérimentation, les élèves ont joué avec deux collections : 3 et 4 marrons. Pour ceux ayant joué avec une collection de 3 marrons : 1 a réussi seul à anticiper, 3 ont réussi avec aide et enfin 2 ont échoué même grâce à l'aide. Pour les autres ayant joué avec une collection de 4 marrons : 5 ont réussi seuls et 1 a échoué même en choisissant une aide.

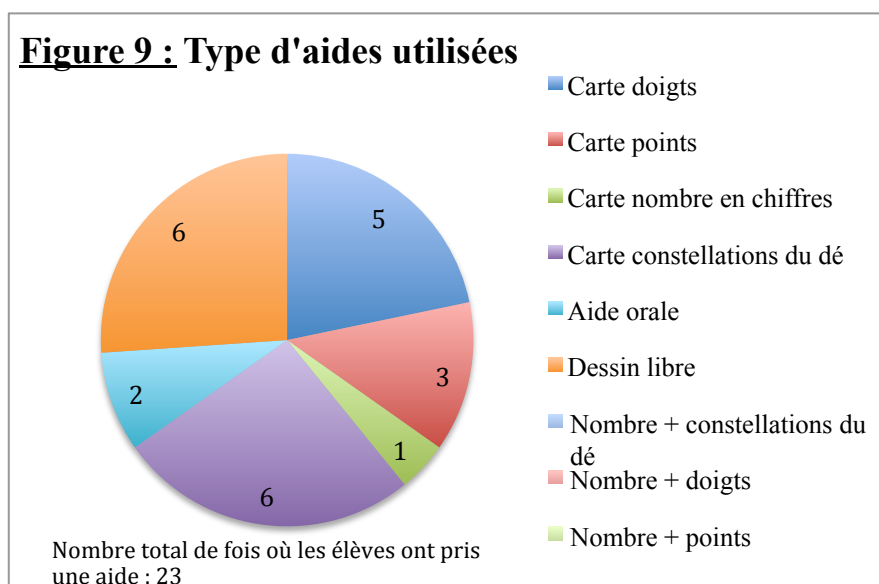
- Deuxième phase de l'expérimentation en avril : n allant de la quantité 1 à 5
- Boîte d'œuf absente
- Table pour mettre les marrons
- Aide possible



Enfin, pour la phase réalisée en avril, les élèves ont joué avec les collections de 4 et 5 marrons. Parmi ceux ayant joué avec 4 marrons, 2 ont réussi seuls à anticiper alors que 3 ont réussi avec aide. Pour les autres ayant joué avec 5 marrons, 4 ont réussi à anticiper seuls alors que 3 ont réussi avec aide.

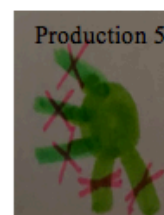
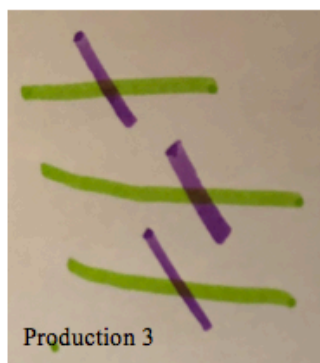
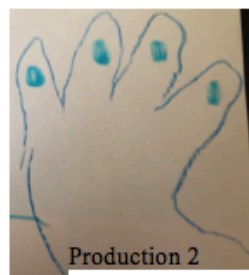
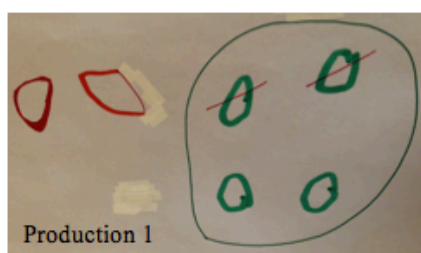
Cette fois encore nous pouvons constater une progression des élèves comparée à la période de février-mars. Tous les élèves ont réussi avec ou sans aide.

4.5. Types d'aides choisies par les élèves lors des jeux 2 et 3



En ce qui concerne les types d'aides utilisées, les plus fréquentes sont le dessin libre utilisé 6 fois sur 23, les cartes avec les constellations du dé utilisées 6 fois sur 23 également ainsi que les cartes avec les doigts utilisées 5 fois sur 23. Les cartes recto-verso quelque soit leur type n'ont pas été choisies par les élèves.

Pour ce qui concerne l'aide appelée dessin libre, voici quelques productions d'élèves :



Production 1 : L'élève a dessiné sa collection de 4 marrons qu'il a représentée dans un cercle afin de matérialiser le sac. A chaque fois qu'il sortait un marron du sac, il barrait d'une autre couleur un des marrons du sac et dessinait de cette même couleur le marron hors du sac.

Production 2 : L'élève a dessiné sa main afin de représenter la quantité 5. A chaque fois qu'il sortait un marron du sac, il le dessinait sur l'un des doigts de la main.

Production 3 : L'élève a dessiné trois traits afin de représenter la quantité 3. A chaque fois qu'il sortait un marron du sac, il barrait un trait d'une autre couleur.

Production 4 : L'élève a dessiné sa collection de 4 marrons qu'il a représentée dans un « triangle » afin de matérialiser le sac. A chaque fois qu'il sortait un marron du sac, il le dessinait hors du sac.

Production 5 : L'élève a dessiné un « soleil » avec autant de rayons qu'il avait de marrons dans son sac. A chaque fois qu'il sortait un marron du sac, il barrait d'une autre couleur un rayon.

En somme, en pouvant écrire au fur et à mesure, les élèves se retrouvent comme pour la situation avec la boîte d'œufs à alvéoles disponible à côté du sac, ce qui facilite pour eux l'anticipation.

5. DISCUSSION

5.1. Recontextualisation

J'ai réalisé cette étude car je souhaitais tester dans quelles mesures contraindre la manipulation dans la démarche expérimentale en mathématiques pouvait amener l'élève à tenter d'anticiper le résultat de son action, en prenant des informations numériques sur la situation et donc de donner du sens au nombre.

J'avais émis trois hypothèses de départ : une première selon laquelle manipuler en mathématiques amenait l'élève à anticiper une action ou un résultat. Dans une seconde, je supposais qu'il était nécessaire pour l'élève de maîtriser la quantité pour pouvoir réaliser une anticipation. Enfin, je me demandais si les situations de manipulation qui conduisent les élèves à devoir anticiper avant de manipuler les amenaient à dénombrer par comptage.

Pour mener à terme ce travail, j'ai mis en place une expérimentation ayant pour objectif, après une phase de manipulation des objets par les élèves, de faire exister une phase d'anticipation afin de voir si cela les amènent à utiliser le nombre comme moyen d'anticipation et de contrôle d'une quantité.

5.2. Analyse des résultats

Evolution des anticipations

Comme dit lors de la présentation des résultats, les progrès des élèves sont notables entre la première phase d'expérimentation en février-mars et la seconde phase en avril. Pour le jeu numéro 2, les élèves sont passés de 8 échecs dont 7 avec aide à 0 échec. Pour le jeu 3, les élèves sont passés de 3 échecs avec aide à 0 échec. Cela peut être dû à plusieurs facteurs. D'une part, les élèves entre les mois de février/mars et celui d'avril grandissent, ils peuvent alors être plus mûrs pour telle ou telle activité et d'autre part, le fait d'espacer les deux phases d'expérimentation permet aux élèves de prendre du recul inconsciemment sur l'expérimentation et d'être plus aptes la deuxième fois. Par ailleurs, il faut préciser que le fait de manipuler à diverses reprises permet aussi aux élèves de s'améliorer et donc d'anticiper davantage.

Il faut noter que les élèves ont commis plus d'erreurs sur les anticipations lorsqu'il s'agissait de sortir les marrons pour les mettre dans la cuvette plutôt que sur la table. J'ai pu remarquer qu'il semblait plus facile pour les élèves de disposer les marrons sur la table plutôt que dans la cuvette ainsi le dénombrement était plus facile pour eux. Je pense que l'environnement spatial pour disposer les objets peut influencer très fortement la manipulation

des élèves et donc leur anticipation. En effet, grâce aux observations que j'ai pu effectuer, les élèves, lorsqu'ils devaient disposer les marrons sur la table ne les disposaient pas de manière aléatoire. Ils faisaient des sortes de regroupement de façon à ce que le dénombrement soit plus facile. Par exemple, un élève les a mis 2 par 2 car il savait, par subitizing, que là il y en avait deux et là encore deux. Lorsqu'il s'agissait de la cuvette, ils avaient tendance à les « jeter » dedans et à regarder par dessus cette dernière le nombre de marrons déjà mis à l'intérieur. Le dénombrement était donc plus difficile pour eux.

Pour les élèves qui échouaient les anticipations, aucun d'entre eux ne bloquait face à la première anticipation. En effet, juste après avoir transversé les marrons dans le sac, chacun savait dire qu'il pouvait encore en prendre un. Là où les choses devenaient plus difficiles est lorsque les élèves avaient à dire s'il restait un marron ou non pour la dernière ou l'avant dernière fois. En effet, lorsqu'il restait un marron dans le sac, certains se trompaient en disant non car ils ne se souvenaient plus très bien du cardinal de leur collection. Lorsqu'il n'en restait plus, les élèves semblaient se souvenir du cardinal de leur collection mais puisque je ne pouvais pas acquiescer leur résultat, certains doutaient et se trompaient alors.

Utilisation des aides

Tout d'abord, il est important de noter que l'utilisation des aides a été quasiment identique pour le jeu 2 et pour le jeu 3. En effet, pour le jeu 2, les élèves ont utilisé 7 fois l'aide lors de la phase 1 et 4 fois lors de la phase 2, pour un total de 11 fois ($7 + 4$). Pour le jeu 3, les élèves ont utilisé 6 fois l'aide pour la phase 1 et 6 fois pour la phase 2 soit 12 fois ($6 + 6$) au total. Cependant, il est intéressant de remarquer que les élèves utilisent plus l'aide lors de la phase 1 que pour la phase 2 et ce pour les deux jeux. En effet, les élèves de cet âge là ont besoin d'entraînement ainsi que de temps, ils doivent parfois faire de nombreuses expériences pour pouvoir assimiler les contenus.

Par ailleurs, il faut noter que les élèves se sont mieux appropriés les aides lors de la phase 2. En effet, nous pouvons compter 7 échecs avec aide et 0 réussite avec aide pour le jeu 2 lors de la phase 1 contre 4 réussites avec aide pour 0 échec avec aide lors de la phase 2. Pour ce qui est du jeu 3, nous pouvons compter 3 réussites avec aide et 3 échecs avec aide pour la phase 1 contre 6 réussites avec aide et 0 échec avec aide lors de la phase 2. Tout comme pour l'appropriation de l'expérimentation, les élèves possèdent plus de recul lors de la deuxième phase ainsi ils maîtrisent mieux les possibilités qui leur sont proposées.

Pour ce qui est du type d'aides utilisées, les élèves se sont plutôt penchés sur le dessin, les constellations du dé ainsi que les cartes avec les doigts. Cela n'est guère étonnant puisqu'il s'agit pour eux de configurations connues, que l'on utilise depuis le début de l'année, elles sont présentes aussi dans de nombreux jeux ou comptines. Les élèves n'ont alors pas à compter mais pour la plupart reconnaissent directement la quantité visuellement, ils totalisent. Je ne m'attendais pas à ce que les élèves utilisent autant le dessin, on peut supposer que cela vient du fait qu'il s'agit d'une classe plutôt très à l'aise en graphisme (voir productions plus haut). Pour ce qui est des aides qui contenaient les chiffres écrits, je pense que les élèves ne les ont pas prises car ils ne sont encore pas assez familiarisés avec l'écrit à ce stade de leur développement. Par ailleurs, on peut supposer que l'écrit permet aux élèves de contrôler leur action ainsi cela facilite leur anticipation.

Retour sur l'analyse a priori

Les élèves n'ont pas tous utilisé des mêmes procédés pour réaliser cette expérimentation. On peut les regrouper en trois groupes. Tout d'abord, il y a ceux qui réussissent toutes les anticipations, qui gagnent chaque partie et qui ne disent rien tout au long. Lorsqu'on leur demande « Comment as-tu fait ? » ils répondent « C'est facile, il suffit de réfléchir ». On peut alors supposer là que ces élèves ont déjà acquis les principes de numération. Il n'est pas possible de savoir exactement leur façon de procéder car il s'agit d'un mécanisme.

Ensuite, un certain nombre d'élèves à utiliser les marrons déjà sortis pour savoir s'ils pouvaient encore en sortir un ou non. Pour cela, ils utilisaient la comptine numérique pour compter. Par exemple, l'élève a déjà récupéré 3 marrons du sac, il sait que le cardinal de la collection est 4, il prononce les mots « un », « deux », « trois » associés aux marrons visibles et déduit alors qu'il peut encore en prendre un car le mot-nombre 4 est associé au marron encore dans le sac.

Enfin, on retrouve les élèves qui n'ont pas réussi seuls à anticiper ainsi ils ont choisi une aide. La plupart des élèves a choisi une aide visuelle c'est-à-dire une carte avec les constellations du dé ou les doigts ou les points. A chaque fois, ils posaient les marrons qu'ils sortaient sur un point ou un doigt et comptaient combien il en manquait pour répondre à la question « Peux-tu encore prendre un marron dans le sac ? ». D'autres ont utilisé le dessin comme expliqué précédemment. En somme, les aides rendent plus concrète la représentation du nombre afin de permettre aux élèves de garder en mémoire la quantité.

Malgré tout, certains élèves n'ont pas réussi la tâche demandée même en ayant choisi de prendre une aide. En effet, certains n'ont pas su se servir de l'aide choisie ou d'autres

encore ont choisi une aide seulement pour avoir une carte ou pour faire comme le camarade précédent. La plupart du temps, cela a été le cas lorsque l'élève avait choisi l'aide orale ou encore les cartes avec les chiffres. Certains, pour essayer de pallier cela, ont tenté de toucher le sac pour savoir combien il restait de marrons à l'intérieur.

En outre, en ce qui concerne le jeu 1 où les élèves n'avaient pas le droit de prendre une aide mais avaient la boîte visible, tous, sans exception, se sont servis des alvéoles vides de la boîte pour anticiper s'ils pouvaient en prendre encore un. Pour cette étape, on peut donc supposer que l'anticipation est restreinte à cause du matériel qui est un indicateur très fort du cardinal de la collection de marrons.

Quelles conclusions par rapport aux hypothèses de départ

En ce qui concerne la première hypothèse, elle est plus ou moins vérifiée. En effet, au regard des résultats nous pouvons dire que la manipulation en mathématiques amène un élève à anticiper une action ou un résultat mais ce à une condition bien particulière. Pour que l'anticipation soit bien effective, il faut que la manipulation soit contrainte. L'élève doit être face à une situation problème qui lui permette de réfléchir et donc d'anticiper. La manipulation rend plus concrète la représentation du nombre car l'élève peut agir sur le réel. Cette mise en place de contrainte permet à l'élève de surmonter l'obstacle et donc de progresser dans la conceptualisation du nombre. Par ailleurs, j'ai pu observer grâce à cette étude que la manipulation permettait de vérifier les anticipations des élèves et donc ils pouvaient s'auto-évaluer. En effet, en voyant s'ils pouvaient prendre encore ou non un marron dans le sac, ils savaient s'ils avaient dit juste ou non lorsque je leur avais posé la question « Peux-tu prendre encore un marron dans le sac ? ». Grâce à cela, les élèves ont donc progressé en autonomie.

La seconde hypothèse qui consistait à dire qu'il était nécessaire de maîtriser la quantité pour pouvoir réaliser une anticipation est quant à elle plus ou moins vérifiée aussi. En effet, durant cette expérimentation, j'avais laissé le choix aux élèves de choisir le cardinal de leur collection. Pour cela, plusieurs boîtes étaient mises à leur disposition allant de 1 à 5 alvéoles pour réaliser la première étape. Certains ont choisi par exemple la quantité 4. Ils n'ont alors pas réussi à anticiper jusqu'au bout de la partie car étant en Petite Section, ils n'avaient encore pas acquis la quantité 4. Cependant, si je leur donnais une boîte avec la quantité 2, ils savaient réaliser les bonnes anticipations et donc gagner la partie. Nous pouvons donc conclure qu'il est nécessaire de maîtriser la quantité de la collection que l'on a choisi pour réaliser les anticipations successives de ces jeux. Cependant, cette hypothèse est nuancée puisque certains

élèves ont usé de stratégies visuelles. Par exemple, l'élève a très bien pu réussir toutes les anticipations mais sans pour autant dénombrer s'il a pris une carte aide et qu'ils mettaient par exemple les marrons un par un sur les points de la carte en faisant de la correspondance terme à terme. Malgré tout, il faut préciser que tous les élèves ont progressé dans le comptage, en effet, ils comprennent maintenant que le dernier mot-nombre prononcé donne la cardinalité de la collection.

Enfin, la dernière hypothèse est plus ou moins vérifiée elle aussi. En effet, certains élèves utilisent bien le comptage puisqu'ils comptent les marrons présents sur la table pour déduire et donc anticiper ceux qu'il manque. Cependant, on ne peut pas généraliser cette hypothèse à tous les élèves puisque certains utilisent, comme expliqué précédemment, d'autres procédés.

5.3. Limites et perspectives

Lors de ce travail, certaines limites sont apparues. Tout d'abord, la différence entre le jeu 2 et le jeu 3 n'est pas significative. En effet, lorsque les élèves tirent les marrons du sac pour les poser dans la cuvette ou sur la table, il s'agit de la même variable didactique qui est « sans boîte » car dans les deux cas il n'y a plus de collection équipotente à celle des marrons dans le sac. De plus, tous les élèves n'ont pas joué avec toutes les quantités. Certains, ayant pris directement une quantité plus importante (4 ou 5) n'ont alors pas réussi les anticipations or le problème n'était parfois qu'un problème de perception de la quantité. Par exemple, certains ne savaient pas que « un » et « un » et « un » et « encore un » faisaient 4. Mais peut-être qu'avec la quantité 2 ils auraient alors réussi. Enfin, je pensais que mettre plusieurs aides à leur disposition faciliterait le déroulement de l'expérimentation or certains, ne sachant pas réellement à quoi elles correspondaient, n'ont pas su les utiliser à bon escient. De plus, certaines aides biaisent l'anticipation réelle des élèves, comme expliqué précédemment.

Si cette expérimentation était à reproduire, j'apporterai quelques améliorations. Premièrement, je ne laisserai plus le choix aux élèves de choisir la boîte lors de l'étape 1 du jeu. Ils feraient alors chaque quantité ainsi je pourrai savoir d'où vient réellement le problème : d'un manque d'anticipation ou de la non maîtrise de certaines quantités. Deuxièmement, après réflexion, je pense qu'il aurait été plus intéressant de mettre en place la première phase vers le mois de novembre. Cela aurait permis d'avoir une évaluation diagnostique et de mesurer plus finement les progrès des élèves sur l'année. Par ailleurs, ils auraient eu plus d'entraînement. Troisièmement et dernièrement, cette étude étant réalisée seulement sur 12 élèves, il aurait fallu la généraliser à d'autres classes afin de voir plus de différences significatives.

En ce qui concerne ma pratique personnelle, grâce aux différentes lectures et à la réalisation de cette expérimentation, j'ai pris pleinement conscience de l'importance de la manipulation mais surtout de la vigilance à avoir lors de sa mise en place puisqu'afin d'être effective, elle ne doit pas être faite n'importe comment. Il ne s'agit pas d'objets que l'on donne aux élèves dans le seul but de manipuler mais plutôt de manipuler pour vérifier une hypothèse, une anticipation, un raisonnement. Lié à cela, j'ai pu constater que le matériel était aussi un facteur à prendre avec précaution car selon ses possibilités, il peut être inducteur et donc biaiser le raisonnement des élèves. Enfin, s'agissant de ma première année d'enseignement à l'école maternelle, je n'avais qu'une brève idée de l'enseignement des « mathématiques » aux élèves de Petite Section. Grâce à cette étude, j'ai pu alors étoffer mes connaissances et j'ai surtout compris qu'il n'était pas nécessaire pour les élèves de savoir compter pour réaliser un problème mathématique. En effet, il s'agit de leur faire prendre conscience de ce qu'il y a derrière les nombres et non du nom des nombres ou encore de la comptine numérique en premier lieu.

CONCLUSION

La manipulation à l'école maternelle est un outil indispensable autant à l'élève qu'à l'enseignant. Cependant, pour être optimale, la manipulation doit être contrainte afin d'amener l'élève à prendre en compte le nombre et à l'utiliser pour contrôler la quantité. C'est bien le fait de contraindre cette manipulation qui pousse l'élève à anticiper le résultat de son action et l'aide à la conceptualisation du nombre.

Malgré tout, certains élèves utilisent tout de même des stratégies permettant d'éviter cela, ils ne dénombrent pas mais font de la reconnaissance visuelle en totalisant ou de la correspondance terme à terme grâce à des collections témoin.

BIBLIOGRAPHIE

Baruk, S. (2003). *Comptes pour petits et grands volume 1*. Paris : Magnard.

Berdonneau, C. (2006, Juin 7). *De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques*. Récupéré sur Académie de Rouen http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/maternelle/doc_maternelle/berdonneau02.pdf

Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths*. Retz.

Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths*. Odile Jacob.

Dias, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris : Magnard.

Charnay, R. (2005). *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? de la PS au CM2*. Paris : Hatier.

Jean Piaget, A. S. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé.

Margolinas, C. (2015). *Des mathématiques à l'école maternelle*. Récupéré sur Archives ouvertes HAL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01140474/document>

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle*. De Boeck.

Valentin, D. (2000-2001). *Dix dans un dortoir*. Grand N, n°67, p 7 à 14.

ANNEXES

- ✚ Grilles d'observation de l'enseignant durant la passation de l'expérimentation

Grille d'observation des stratégies des élèves – Prénom :

	1- Réponse au hasard
	2- Estimation visuelle
	3- Perception approximative des marrons restants dans le sac
	4- Comptage des alvéoles vides de la boîte d'œufs
	5- Dénombrement des marrons présents dans la boîte et déduction des marrons restants
	6- Correspondance terme à terme (entre les points ou doigts des cartes et les marrons sortis du sac)
	7- Disposition des marrons sur la table de la même façon que les constellations du dé
	8- Comptine numérique
	9- Surcomptage
	10- Collection témoin de doigts et description verbal par décomposition
	11- Dessin
	12- Procédé sonore
	13- Cardinal dit à haute voix

Grille d'observation – Prénom :

Objectifs	L'élève a réussi seul	L'élève n'a pas réussi seul	L'élève a réussi avec une aide	L'élève n'a pas réussi avec une aide	Type d'aide	Observations
Création d'une collection de marrons de même cardinal qu'une collection donnée → 1 marron						
Création d'une collection de marrons de même cardinal qu'une collection donnée → 2 marrons						
Création d'une collection de marrons de même cardinal qu'une collection donnée → 3 marrons						
Création d'une collection de marrons de même cardinal qu'une collection donnée → 4 marrons						
Création d'une collection de marrons de même cardinal qu'une collection donnée → 5 marrons						
Remplir la boîte d'œufs en anticipant s'il peut prendre encore des marrons dans le sac (jeu 1) → 1 marron						
Remplir la boîte d'œufs en anticipant s'il peut prendre encore des marrons dans le sac (jeu 1) → 2 marrons						
Remplir la boîte d'œufs en anticipant s'il peut prendre encore des marrons dans le sac (jeu 1) → 3 marrons						
Remplir la boîte d'œufs en anticipant s'il peut prendre encore des marrons dans le sac (jeu 1) → 4 marrons						
Remplir la boîte d'œufs en anticipant s'il peut prendre encore des marrons dans le sac (jeu 1) → 5 marrons						

Même situation mais sans la boîte d'œufs et avec la cuvette (jeu 2) → 1 marron						
Même situation mais sans la boîte d'œufs et avec la cuvette (jeu 2) → 2 marrons						
Même situation mais sans la boîte d'œufs et avec la cuvette (jeu 2) → 3 marrons						
Même situation mais sans la boîte d'œufs et avec la cuvette (jeu 2) → 4 marrons						
Même situation mais sans la boîte d'œufs et avec la cuvette (jeu 2) → 5 marrons						
Même situation mais les marrons sont posés sur la table (jeu 3) → 1 marron						
Même situation mais les marrons sont posés sur la table (jeu 3) → 2 marrons						
Même situation mais les marrons sont posés sur la table (jeu 3) → 3 marrons						
Même situation mais les marrons sont posés sur la table (jeu 3) → 4 marrons						
Même situation mais les marrons sont posés sur la table (jeu 3) → 5 marrons						



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Année universitaire 2017-2018

Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*
Mention Premier degré

Titre du mémoire : Anticiper une manipulation pour apprendre les mathématiques au cycle 1

Auteur : BENEDETTI Celena

Résumé :

La manipulation est au cœur des apprentissages, elle est importante autant pour les élèves que pour le professeur des écoles. D'une part, elle permet aux élèves d'être acteurs de leurs apprentissages et d'autre part, elle permet à l'enseignant de situer les élèves ainsi que leurs progrès. Cependant, la manipulation est effective seulement si elle est contrainte à un moment donné. En effet, l'élève doit être face à une situation problème pour pouvoir mettre en place des stratégies afin d'anticiper le résultat d'une action. L'étude conduite vise à montrer comment une manipulation limitée permet à l'élève de maternelle de donner du sens au nombre. Elle mettra en avant les procédures utilisées dans l'acquisition de la notion de quantité. Il en ressort que la manipulation chez les élèves de cycle 1 permet de donner plus de sens au nombre et donc d'anticiper le résultat d'une action. Cependant, dans une phase de manipulation contrainte, l'anticipation est possible principalement si les élèves mettent en place des stratégies grâce à différentes aides.

Mots clés : enseignement des mathématiques, manipulation, anticipation, maternelle, cycle 1, PS, dénombrement, procédure

Summary:

Handling is at the heart of learning, it is as important for pupils as for teachers. On one side, it allows to pupils to be actor of their learning, and on another side, it enables the teacher to situate the pupils and their progress. However, handling is effective only if it is constrained at some stage. In fact, the pupil must be facing to a problem situation in order to set up some strategies to anticipate the result of an action. The conducted study aims to show how a limited handling allows the pupil to make sense to a number. It will spotlight procedures used in the acquisition of the quantity notion. It is conclude that handling from pupils of the first cycle allows to give a sense to a number, and so to anticipate the result of an action. Nevertheless, in a constrained handling phase, anticipation is possible mainly if pupils establish strategies thanks to different aids.

Key words: teaching mathematics, handling, anticipation, nursery school, cycle 1, PS, count, procedure