



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Année universitaire 2017-2018

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

Le passage de la manipulation à la fiche pour travailler la décomposition des nombres en maternelle

Présenté par Coralie DE LAZZER

Première partie rédigée en collaboration avec Virginie GAY

Mémoire de M2 encadré par Mme TEROUANNE



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Attestation de non-plagiat

Je soussignée Coralie de Lazzer

Auteur du mémoire de master 2 MEEF-PE : Le passage de la manipulation à la fiche pour travailler la décomposition des nombres en maternelle

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à Saint Barthélémy de Vals

Le 13/05/18

Signature de l'étudiant(e)



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Autorisation de diffusion électronique

d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS¹

Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussignée Coralie de Lazzer

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé : Le passage de la manipulation à la fiche pour travailler la décomposition des nombres en maternelle

, agissant en l'absence de toute contrainte,

autorise **n'autorise pas** ²

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : membupe@univ-grenoble-alpes.fr

Fait à Saint Barthélémy de Vals le 13/05/18

Signature de l'étudiants(e),

Précédée de la mention « bon pour accord »

bon pour accord

Sommaire

Introduction	1
1. Eléments théoriques	2
1.1. Comment les enfants apprennent	2
1.1.1. Situation initiale	2
1.1.2. La manipulation.....	2
1.1.3. Le jeu.....	3
1.1.4. Les fiches.....	4
1.1.5. Du jeu à l'abstraction : les modes de représentation du savoir de J.Bruner	6
1.2. La décomposition des nombres	8
1.2.1. Pourquoi la décomposition ?	8
1.2.2. L'importance de la décomposition des nombres	9
1.2.3. La décomposition, un outil essentiel pour calculer dans les autres cycles	11
1.3. Problématique	12
2. Expérimentation	14
2.1. Le contexte	14
2.2. Présentation de la séquence	15
2.2.1. Plan de séquence	16
2.2.2. Intégration des trois modes de Bruner.....	16
2.2.3. Séances 1, 2 et 3 : les décompositions du 4.....	17
2.2.4. Analyse à posteriori.....	20
2.2.5 Séances 4, 5, 6 et 7 : les décompositions du 5.....	24
2.2.6. Analyse a posteriori.....	28
3. Discussion et conclusion	32
3.1. Re-contextualisation	32
3.2. Mise en lien avec les recherches antérieures	33
3.3. Limites et perspectives	34
Bibliographie	36

Introduction

Ce mémoire a été réalisé dans le cadre de notre année d'alternance de Professeur des Ecoles Stagiaire. Nous étions à mi-temps en classe en maternelle avec en commun, un groupe d'apprenants de Moyenne Section. Lors de la réunion de pré-rentree avec les collègues de cycle, nous avons souhaité définir un axe commun de travail sur toute la maternelle afin d'assurer une continuité dans les apprentissages au sein des différentes classes. Il a donc été décidé collégialement de suivre la progression définie par le manuel ACCES. Concernant notre niveau nous nous sommes alors appuyés sur ACCES « Vers les maths Moyenne Section » (Duprey G, Duprey S, Sautenet C, 2009). Nous avons en charge le domaine « construire les premiers outils pour structurer sa pensée » et plus particulièrement dans la répartition des compétences « découvrir les nombres et leurs utilisations » (Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015, p15-16). Lors des premières séances en classe dont l'objectif principal était « reconnaître des petites quantités » recommandé en période une, nous avons scrupuleusement suivi les étapes de la séquence « collection de 3 ». La première étape à l'oral n'a pas posé de soucis particuliers, les élèves étaient en situation de manipulation et devaient construire des tours de duplos. Dans une seconde étape, le manuel proposait une fiche à colorier. La fiche représentait des animaux de la ferme où les enfants étaient amenés à colorier les objets qui étaient dessinés seulement 3 fois. Les élèves se sont retrouvés vite en difficulté. Nous avons instinctivement adapté la tâche. Cette situation a commencé à nous interpeler mais n'ayant pas le recul suffisant, nous avons continué à suivre les étapes du manuel. Une seconde fiche présentait des carrés avec des ronds à l'intérieur. Les élèves devaient coller des gommettes ou barrer les ronds afin d'obtenir une collection de trois ronds seulement. Aucun élève n'a pu réaliser la tâche. Pour nous, les différentes situations paraissaient accessibles aux élèves et respectaient une certaine progressivité. C'est à partir de cette situation d'échec que notre réflexion s'est développée à propos du lien entre manipulation et travail sur fiche.

Dans un premier temps, nous évoquerons donc comment les enfants apprennent et la place de la décomposition des nombres avec des apports théoriques. Puis dans un second temps, nous développerons notre séquence et l'analyse que nous pouvons en tirer après sa mise en œuvre en classe.

1. Eléments théoriques

1.1. Comment les enfants apprennent

1.1.1. Situation initiale

La première situation de recherche individuelle, manipulation, dans « dénombrer de petites quantités » (« Vers les maths Moyenne Section », 2009, p18) proposait aux élèves d'aider l'enseignant à construire une tour de duplos selon une quantité souhaitée allant de 1 à 3. L'enseignant associait oralement le nombre et la représentation avec les doigts en variant leur position. Cette situation de manipulation n'a posé aucun problème avec les élèves. Ils étaient en situation de réussite. Ils arrivaient par un contrôle direct, en se remémorant la comptine numérique ou en ayant recours à la correspondance terme à terme avec leurs doigts, à réguler le nombre de duplos.

1.1.2. La manipulation

D'après le dictionnaire Larousse, la manipulation est « l'action de soumettre quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans le but de recherche ou d'apprentissage ». Les élèves étaient donc en situation de recherche et pouvaient grâce à la manipulation résoudre concrètement le problème posé par l'enseignant. Cette action permet à l'élève de chercher et d'apprendre par lui-même. La manipulation comprend différentes actions de toucher, saisir, déplacer des objets dans le cadre de situations variées. Elle a donc plusieurs aspects, un aspect sensori-moteur, un aspect d'expérience et de plaisir à vivre. Cela permet de concrétiser les apprentissages en utilisant du matériel afin de faire vivre réellement une situation aux élèves et de les aider à en comprendre l'enjeu. Cette notion est évoquée à plusieurs reprises dans les programmes (Cf programmes de 2008 : BO du 19 juin 2008, p12 ainsi que la partie 4 – Concevoir et mettre en œuvre son enseignement et le 5.4 Savoir organiser les situations d'apprentissage pour accompagner chaque enfant / élève dans l'extrait de la circulaire n°2009-098 du 17-08-2009).

La manipulation est donc présente à l'école maternelle, lieu de découvertes, d'expériences et d'apprentissages. C'est une démarche pédagogique qui répond aux besoins de l'enfant de 3 à 6 ans. Le terme manipulation et ses occurrences apparaissent dans plusieurs domaines d'apprentissage dans les programmes de 2015.

Domaine	Préconisation
Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions	La manipulation d'unités sonores. Manipuler volontairement les sons. Manipuler les syllabes
Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées	Propos introductif : l'approche des formes planes, ..., se fait par la manipulation . La manipulation du vocabulaire mathématique n'est pas un objectif de l'école maternelle.
Construire les premiers outils pour structurer sa pensée	Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
Explorer le monde	Utiliser, fabriquer, manipuler des objets Manipuler et découvrir leurs usages Manipuler une souris d'ordinateur
2. Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage 2.1. Apprendre en jouant	Il revêt diverses formes : jeux symboliques, jeux d'exploration, jeux de construction et de manipulation , jeux collectifs et jeux de société, jeux fabriqués et inventés, etc.

Le document ressource du ministère sur Eduscol « jouer et apprendre » insiste sur le fait, qu'un enfant comprend le nombre en le manipulant physiquement et sensoriellement : « un enfant ne peut s'intéresser à l'aspect comparatif ou quantitatif d'une collection d'objets que s'il a bénéficié d'un temps suffisant pour les examiner et s'approprier chacun d'entre eux au travers de manipulations diverses, impliquant et combinant tout ou partie de ses cinq sens. » (Eduscol, Ressources maternelle / Jouer et apprendre / Les jeux d'exploration, 2015, p. 20)

Cette notion de manipulation prend un sens plus large dans les nouveaux programmes en s'intégrant à la notion de jeu.

1.1.3. Le jeu

Le dictionnaire du vocabulaire de l'éducation définit le jeu comme : « Une activité physique ou mentale purement gratuite, généralement fondée sur la convention et la fiction, qui n'a dans la conscience de celui qui s'y livre, d'autres fins qu'elle-même, d'autres buts que le plaisir qu'elle procure. ».

De nombreux auteurs comme J. Piaget, H. Wallon, D. Winnicott, J. Château, R. Caillois, G. Brougère ont mis en évidence le caractère fondamental du jeu dans le développement de l'enfant. Tous les professionnels qui travaillent auprès de jeunes enfants s'accordent à reconnaître que le jeu favorise leur développement affectif, relationnel et cognitif.

Dans les programmes de 2015 on parle plus de « jeu » que de manipulation, même si ce jeu passe par la manipulation. Le terme jeu apparaît à 39 reprises (14 fois jeu, 19 fois jeux, 5 fois jouer, 1 fois jouant). Plus qu'une répétition du terme, on peut constater qu'il est à 16 reprises

dans les deux premières parties « Une école qui s'adapte aux jeunes enfants » et « Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage ». De plus, dans les documents d'accompagnement de mise en œuvre des nouveaux programmes et dans les ressources proposées par le ministère sur le site Eduscol, un dossier complet est consacré à « jouer et apprendre ». Le terme jeu et ses occurrences est présent à 584 reprises. Il propose une typologie des jeux (d'exploration, symboliques, de construction et à règles) et fait le lien entre le développement de l'enfant et les jeux. Le jeu permet une richesse des expériences testées dans un vécu commun selon les programmes. C'est un axe majeur dans la réforme. Le jeu permet de donner du sens aux apprentissages, de parvenir à l'intégration de nouvelles notions, de les retravailler dans un cadre de plaisir. Selon un rapport de l'inspection générale de l'éducation nationale (n°2011-108, octobre 2011) intitulé « L'école maternelle », le plaisir de jouer permet une meilleure appropriation des notions car les enfants manipulent, éprouvent physiquement et socialement des expériences (p 119). Il est précisé dans le Bulletin Officiel des programmes de maternelle en 2015, que l'enfant apprend en jouant. (cf paragraphe 2.1 Apprendre en jouant p.2). Pauline Kergomard définit le jeu comme « le travail de l'enfant, [...] son métier, [...] sa vie ». Mais, le rapport de l'IGEN datant de 2011 met l'accent sur les spécificités de l'école maternelle en voie de disparition. Il évoque les activités de jeux, de recherches, de manipulations qui sont de plus en plus remplacées par des travaux très formels le plus souvent sous forme de fiches. Il est précisé que le jeu n'est pas souvent pensé comme une situation d'apprentissage.

1.1.4. Les fiches

Lors de notre expérimentation en début d'année, après une situation de manipulation, le manuel propose une phase de structuration, travail écrit. Dans cette situation sur fiche, les élèves doivent colorier ce qui est représenté seulement trois fois dans un dessin. Les élèves ont été tous en difficulté. Ils avaient du mal à, dans un premier temps, dénombrer par famille les animaux puis, dans un deuxième temps colorier les familles de 3 animaux. L'image comportait dix animaux dans des positions variées issus de quatre familles différentes. Souvent, ils oubliaient un animal et s'en apercevaient après avoir commencé à colorier. De plus, pour eux, l'attrait était beaucoup plus important pour le coloriage que pour « reconnaître une petite quantité ». Il en a été de même pour l'étape trois du manuel qui propose une activité de consolidation par un travail écrit. La fiche était composée de 6 cases avec des ronds et la consigne était « toutes les cartes doivent avoir trois ronds. Colle des gommettes ou barre des ronds pour obtenir trois ronds ». Comme la fiche précédente, les élèves n'ont su

répondre à cette consigne. Plusieurs comportements ont émergé. Certains ont collé leurs gommettes en les répartissant de manière aléatoire dans les cases et, en prenant bien soin de coller toutes les gommettes à leur disposition. D'autres ont tracé des traits de manière approximative afin de répondre à la consigne barre. Les traits étaient aussi bien sur les ronds de la fiche que sur les gommettes ou encore ils faisaient simplement des traits dans la case. Cette expérience nous a donc énormément questionnées. Les travaux demandés à nos élèves lors de la phase de manipulation et lors du travail sur la fiche nous paraissaient similaires. En réalité, le transfert a été d'autant plus difficile à faire entre la manipulation et la fiche que les compétences en jeu étaient différentes. Il aurait donc fallu proposer deux activités ayant le même objectif ; le dénombrement d'une petite quantité. Le manuel proposait pour l'objectif « dénombrer une petite quantité », seulement l'activité de manipulation alors que le travail sur fiche proposé par le manuel avait un tout autre objectif et présentait des tâches annexes.

Les travaux de recherche de Claire Margolinas en 2016 montrent ainsi les limites du travail sur fiche. Elle met en avant les différentes compétences mises en jeu lors d'un travail sur fiche. Lors de sa conférence à l'ESPE de Grenoble le 12 octobre 2016, elle évoque les difficultés des élèves à réaliser un exercice sur fiche. Des élèves se trouvaient en situation d'échec lorsqu'ils devaient représenter six pommes dans un panier. Outre le fait de représenter la bonne quantité les élèves avaient des difficultés pour se repérer dans l'espace de la feuille et assurer leur geste graphique. En effet, d'autres compétences que celles mathématiques et numériques sont en jeu.

Or cette pratique est très répandue dans les classes comme le montre le rapport de l'IGEN en 2011. Les pratiques en maternelle tendent à se rapprocher des pratiques en élémentaire. Le rapport évoque une pratique de plus en plus « scolaire » de l'école maternelle dans un but entre autre de garder une trace de l'activité de l'élève afin de la montrer aux parents et de faciliter la tâche aux enseignants. Les programmes de 2015 précisent que « les situations inscrites dans un vécu commun sont préférables aux exercices formels proposés sous forme de fiche » (B.O n°2 du 26 mars 2015, p.4). L'usage de la fiche à l'école maternelle, même s'il est utile, est donc à limiter.

Or la manipulation seule est insuffisante car elle ne permet pas le passage à l'abstraction. Même s'il est à limiter, l'écrit est à prendre en compte dès l'école maternelle. Pour de nombreux auteurs, le concret et l'abstrait dans l'étude des nombres sont indissociables car l'apprentissage ne s'arrête pas à la manipulation. Ainsi, pour Raymond Duval, la

représentation des nombres a une place à part entière dans leur étude ; « l'utilisation de multiples systèmes sémiotiques de représentation et d'expression est indispensable au développement de l'activité mathématique ». (Duval, 1995, p.29). La manipulation et la conceptualisation sont donc indissociables et l'une ne peut avoir lieu sans l'autre. Reprenant le terme « sémiotique » de Duval, Bosch et Chevallard insistent également sur le lien entre le concret et l'abstrait ; ils expliquent que les ostensifs, représentations des nombres, sous différentes formes (orale, écrite, graphique, gestuelle ou matérielle) ont deux fonctions. Ces deux fonctions (sémiotique et instrumentale) ne peuvent être séparées car elles servent à faire mais aussi à montrer ce que l'on fait. « La fonction sémiotique des ostensifs, leur capacité à produire du sens, ne peut en effet être séparée de leur fonction instrumentale, de leur capacité à s'intégrer dans des manipulations techniques, technologiques, théoriques » (Bosch et Chevallard, 1999, p.14). Les ostensifs sont des outils nécessaires à la recherche, au tâtonnement de l'élève.

Alors que la manipulation seule, même répétée, ne mène pas à l'abstraction et à la mémorisation, la conceptualisation seule ne permet pas à l'enfant d'appréhender physiquement et corporellement l'objet d'étude, ce qui est indispensable pour les enfants, d'autant plus lorsqu'ils sont jeunes. (Bosch et Chevallard, 1999). Il faut donc jouer sur cette liaison sans négliger l'aspect symbolique des chiffres.

Une transition de la manipulation vers le symbolique et notamment l'écriture chiffrée est à penser afin que la compréhension des nombres soit complète. En effet, « il faut distinguer l'usage des mots nombres et le recours aux représentations (les dessins...) puis aux signes (les chiffres) en étant conscient qu'utiliser des nombres en tant que désignation ou anticipation n'est pas connaître le système décimal » (Eduscol, le nombre au cycle 2, ressources pour faire la classe, SCEREN, p.54). L'apparition des chiffres fait suite à des manipulations de collections puis des représentations de ces collections où petit à petit les signes vont prendre du sens et devenir utiles ; elle est donc progressive.

1.1.5. Du jeu à l'abstraction : les modes de représentation du savoir de J.Bruner

Les recherches de Jérôme Bruner mettent en avant les compétences développées pendant la manipulation et le travail sur fiche qui font rencontrer et étudier aux élèves des représentations du monde différentes. Ainsi, dans sa synthèse sur les recherches de Bruner, Britt-Mari Barth nous explique que « les êtres humains se représentent leurs connaissances du monde de trois façons » correspondant à trois modes : les modes éactif, iconique et

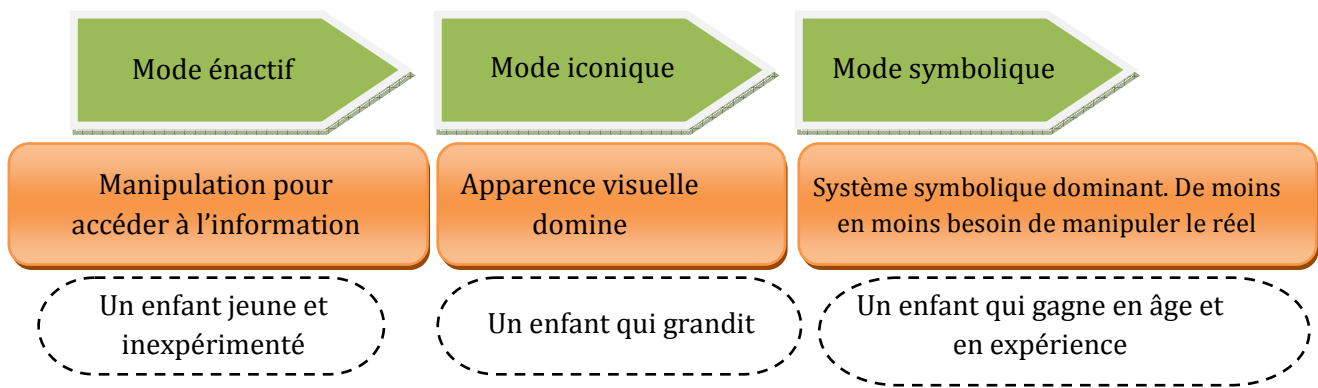
symbolique (Barth, 1985, p. 51). Barth présente les trois modes de représentation dont dispose l'homme pour apprendre et explique que c'est l'évolution de ces trois modes qui permet le développement cognitif (Barth, 1985, p. 51).

Le mode énatif correspond aux savoir-faire puisque l'apprentissage se fait par l'action et par la manipulation. Barth explique que d'après les recherches de Bruner, « plus l'enfant est inexpérimenté, plus il a besoin de manipuler pour accéder à l'action » (Barth, 1985, p.52). « Connaitre, c'est d'abord agir. On connaît quelque chose parce qu'on sait le faire. Pour apprendre on a besoin de manipuler les données, de les percevoir par le sens. Un apprentissage psychomoteur se fait par l'intermédiaire de l'action et sa représentation est sensori-motrice, « inscrite dans nos muscles » (1973) ». (Barth, 1985, p. 51)

Le mode iconique est, selon Barth, le mode de la représentation. Il correspond à l'action transformée en image mentale. « Il s'agit de parvenir à se représenter quelque chose sans l'avoir devant les yeux » (Barth, 1985, p. 51). A ce stade, il est possible pour l'élève de se représenter le monde réel par des images. L'exemple que prend l'auteure est celui de la reconnaissance de formes géométriques proches : « quand un enfant est capable de distinguer un carré d'un rectangle, mais sans arriver à formuler les raisons de cette distinction, il se trouve à ce niveau-là » (Barth, 1985, p. 52). C'est donc un mode intermédiaire puisqu'on sait faire sans nécessairement savoir l'expliquer.

Le dernier stade de développement cognitif présenté par Bruner est le **mode symbolique**, fortement lié à la notion d'abstraction. A ce stade, les enfants sont capables de reconnaître les choses représentées par des symboles, de manière abstraite, de se représenter le monde mentalement mais aussi de le dire ; « L'apprentissage, à ce niveau, est le plus complet ; on peut communiquer sa pensée à soi-même et aux autres, dire ce qu'on fait et ce qu'on pense faire » (1985, Barth, p. 52).

Ces modes de représentation du monde sont complémentaires et évoluent en parallèle. Différents de stades de développement que l'enfant atteindrait l'un après l'autre suivant l'âge et la maturation, ils fonctionnent comme « trois systèmes parallèles pour traiter l'information » (Barth, 1985, p. 52). Barth explique que « plus l'enfant est jeune et inexpérimenté, plus il a besoin de manipuler pour accéder à l'information » (Barth, 1985, 52) : la manipulation est de moins en moins importante pour l'apprentissage de l'enfant qui, en grandissant, parvient de mieux en mieux à comprendre les informations abstraites sans nécessairement passer par l'étape de la manipulation.



Le développement cognitif selon J. Bruner d'après l'article Jérôme Bruner et l'innovation pédagogique de Britt-Mari Barth (1985)

Barth explique malgré tout que des différences sont notables entre les individus et qu' « aucun apprentissage n'est enfermé dans un seul mode ». C'est au contraire « le conflit entre deux modes qui stimule la croissance cognitive » (Barth, 1985, p. 53).

La manipulation est donc nécessaire pour l'apprentissage mais pas suffisante ; l'abstraction se fait aussi par le passage au symbolique. Il faudrait donc, d'après Bruner, que les modes cohabitent pour un enseignement efficace des notions dans tous les domaines, et aussi dans le domaine des nombres et de leurs décompositions.

1.2. La décomposition des nombres

1.2.1. Pourquoi la décomposition ?

A la lecture des programmes pour l'école maternelle de 2015 et des précédents, on s'aperçoit que la place de la décomposition des nombres n'y a pas toujours été celle qu'elle est aujourd'hui. En effet, alors que dans le Bulletin Officiel du 26 mars 2015 les termes « décomposition » et « recomposition » apparaissent respectivement 4 et 2 fois dans le domaine « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée / Découvrir les nombres et leurs utilisations », ils n'apparaissent pas dans le B.O. du 19 juin 2008 dans le domaine « Découvrir le monde / Approcher les quantités et les nombres » ni même dans le B.O. du 14 février 2002 dans le domaine « Découvrir le monde / Approche des quantités et des nombres ». On voit que l'apparition de l'étude de la décomposition des nombres est un élément essentiel des nouveaux programmes de l'école maternelle de 2015.

Alors que l'apprentissage de la décomposition des nombres au cycle 1 est une nouveauté des programmes 2015, celui-ci était déjà présent auparavant dans les cycles 2 et 3. Cependant, on note une forte augmentation, voire une apparition, des occurrences en lien avec la décomposition dans le B.O. du 26 novembre 2015 par rapport aux deux B.O. précédents. En effet, dans le B.O. du 26 novembre 2015, les termes « décomposition », « composition » et

« recomposition » apparaissent 13 fois dans le domaine des mathématiques au cycle 2 (des apprentissages fondamentaux) et 2 fois dans le même domaine au cycle 3 (de consolidation) contre aucune apparition de ces termes dans les programmes de 2008 et 3 en mathématiques (connaissances des nombres) au cycle 3 en 2002.

1.2.2. L'importance de la décomposition des nombres

La décomposition des nombres a été introduite dans les programmes de l'école maternelle en 2015 à la suite de différents travaux mettant en avant l'importance pour les enfants de connaître les nombres pour pouvoir les manipuler et s'en servir le plus efficacement possible. Parmi ces travaux, se trouvent ceux de Rémi Brissiaud, qui a particulièrement mis en avant cette nécessité. Citant Ferdinand Buisson qui, déjà dans les années 1880, préconisait une « méthode intuitive », il explique que pour un nombre, comme pour tout autre objet, « (le) connaître c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté » (Buisson, 1911). Connaître un nombre n'est donc pas seulement savoir ce qu'il représente mais également savoir qu'il se décompose, se recompose et connaître ces décompositions/compositions. « Comprendre le nombre 8, par exemple, c'est s'être forgé la conviction que pour construire une collection de 8 unités, on peut en ajouter 1 à une collection de 7, on peut en ajouter 3 à une collection de 5, on peut réunir deux collections de 4, on peut retirer deux unités à une collection de 10, etc » (Brissiaud, 2015b). Il explique aussi que, plus tard dans la scolarité, comprendre un nombre c'est aussi savoir le composer : « comprendre le nombre 8, c'est aussi savoir que 8 fois 25 est égal à 200, que 8 fois 125 est égal à 1000... » (Brissiaud, 2015b). D'après ces exemples, « comprendre un nombre donné, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui et savoir l'utiliser pour en composer de plus grands ». (Brissiaud, 2015b).

1.2.2.1. Le comptage-numérotage à éviter

Pour aller plus loin, Brissiaud met également en garde face au comptage-numérotage (Brissiaud, 2015a). En effet, il présente la situation dans laquelle un enfant doit compter quatre jetons et explique que dans le cas du comptage l'enfant doit comprendre que le mot nouveau prononcé renvoie à quelque chose qui est sans rapport direct avec l'entité pointée du doigt au moment où ce mot est prononcé (qu'il y ait quatre jetons, quatre ballons ou quatre billes, il y en a toujours quatre). Aussi, alors que « le mot quatre est prononcé en pointant un jeton et un seul », « l'enfant devrait comprendre que le mot quatre réfère aussi à tous les jetons (les quatre) ». (Brissiaud, 2007, p.10). L'enfant confronté à ce type de comptage risque fortement de procéder à un comptage-numérotage : il « pense que compter, c'est attribuer une

sorte de numéro à chacun des objets pointés (« le un », « le deux », « le trois », « le quatre ») » (Brissiaud, 2007, p.10). Le problème est que le dernier mot prononcé représente la totalité des jetons, chose difficile à assimiler lorsque l'on procède de cette façon : l'enfant a du mal à comprendre que le quatre peut alors être un nombre autant qu'un numéro. Les conceptions cardinale et ordinale des nombres entrent donc en conflit ; un même mot-nombre pouvant être utilisé pour désigner un rang mais également une totalité, cela peut créer des confusions dans l'esprit des plus jeunes, surtout quand on leur présente des collections et qu'on les compte en pointant les éléments un à un.

1.2.2.2. Le comptage-dénombrement à privilégier

Face à ce risque de confusion, Brissiaud met en avant l'apprentissage et l'usage des nombres avec leurs décompositions, et ce dès le plus jeune âge. Il préconise d'éviter l'usage des mots-nombres en tant que numéros et préfère au comptage-numérotage, le comptage-dénombrement, notion qu'il décrit comme un « comptage dont l'enfant maîtrise le calcul sous-jacent (et encore un...) » (Brissiaud, 2015b). Les concepteurs des programmes de l'école maternelle de 2015 se sont fortement inspirés des travaux de Brissiaud puisqu'on lit dans le B.O. du 26 mars 2015 que « les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée » (B.O. 2007, p.14). Aussi lorsque l'on compte les éléments d'une collection, il est, selon Brissiaud, préférable de dire le mot nombre correspondant à l'élément lorsqu'on le pose parmi ceux déjà dénombrés plutôt que lorsqu'on le prend ou le pointe pour éviter cette confusion avec le comptage-numérotage. Le comptage-dénombrement fait au contraire appel à la propriété de l'itération de l'unité. Dans les programmes pour l'école maternelle de 2015, il est également dit que : « les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres » (B.O. 2015, p.15). Il s'agit d'utiliser une stratégie de composition-décomposition en composant des unités et interprétant chacun des mots en tant que résultats d'un calcul : « trois cubes, c'est deux cubes et encore un, quatre cubes, c'est trois cubes et encore un... » (Brissiaud, 2015b). L'apprentissage des nombres doit se faire en mettant l'accent sur les premiers nombres pour une connaissance précise de chacun d'eux et donc une utilisation précise et rapide.

1.2.2.3. Le complément

A travers ces décompositions, il semble nécessaire de voir le complément comme un élément important et faisant partie des décompositions. En effet, selon la définition de Vergnaud classifiant les problèmes additifs, la recherche du complément correspond à la recherche de toutes les parties formant un tout ou d'une des parties. Le complément est donc à étudier avec les décompositions.

1.2.3. La décomposition, un outil essentiel pour calculer dans les autres cycles

L'apprentissage des nombres comme préconisé par les programmes de l'école maternelle de 2015 est en lien étroit avec l'apprentissage des nombres aux cycles 2 et 3. En effet, au cycle 2 on fait étudier aux élèves les « relations internes aux nombres : comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers) » (B.O. 2015, p.75). Ces décompositions s'appuient sur les décompositions des nombres jusqu'à 10 enseignées dès le cycle 1. Elles sont réinvesties tout au long de l'école élémentaire puisque pour calculer une somme, un élève doit composer les nombres d'unités entre elles, les nombres de dizaines entre elles...

Frédéric Tempier parle, dans son article, de composition pour « passer d'une écriture en unités de numération à une écriture en chiffres » et de décomposition pour l'action inverse (Tempier, 2016, p.69). Dans cette optique, la décomposition présentée jusqu'à maintenant est au service de la décomposition au sens de Tempier, comme elle l'est pour le calcul mental, puisqu'elle permet de décharger l'élève de calculs intermédiaires qui, s'ils n'étaient pas automatisés par la connaissance précise des nombres, alourdirait la tâche. S'ajoute à l'idée de calculs intermédiaires, le fait de placer au bon rang les unités de chaque ordre. Ainsi se posent deux cas que présente Tempier : les décompositions/compositions canoniques ou non canoniques. Le premier cas est assez simple à comprendre : on ajoute entre elles les unités de chaque ordre et on recompose avec les nouveaux nombres. Par exemple lorsque l'on demande à un enfant de calculer $25 + 14$, celui-ci peut plus facilement mener à bien cette somme s'il a en tête les différentes compositions des nombres. Il peut composer les nombres d'unités (ici 5 et 4 qui donnent 9 unités) et les nombres de dizaines (ici 2 et 1 qui donnent 3 dizaines), ce qui donne 9 unités et 3 dizaines, soit 39 unités. Mais « si une familiarisation trop faible avec les propriétés spécifiques de ces nombres peut expliquer la prégnance de procédures peu adaptées, elle s'explique aussi par l'absence de procédures automatisées de traitement associées ». L'élève ne peut mobiliser des décompositions que si elles lui sont disponibles

rapidement. « L'élève doit non seulement avoir appris à décomposer ces nombres mais ces décompositions doivent avoir été automatisées » (p.13 Eduscol, le nombre au C2, ressources pour faire la classe).

La compréhension des nombres avec leurs décompositions est d'autant plus utile dans les calculs où les décompositions ne sont pas canoniques (quand le nombre d'unités de chaque ordre est inférieur ou égal à 9). Il faut alors avoir compris que des conversions entre unités d'ordre sont à opérer. Connaître les nombres et leurs décompositions permet alors une flexibilité dans l'usage des nombres et permet, là aussi, de se décharger cognitivement de ces calculs intermédiaires car automatisés pour se concentrer sur le calcul dans sa globalité et donc de gagner en rapidité. Prenons pour exemple l'ajout de 37 à 14. Grâce à la connaissance des décompositions on sait que 7 unités et 4 unités font 11 unités, qui équivalent à 1 dizaine et 1 unité. Lorsque l'on recompose le nombre en composant entre elles les unités des différents ordres, on obtient au total $3 + 1 + 1 = 5$ dizaines et 1 unité, soit 51 unités.

Les décompositions de nombres peuvent également permettre de comparer et de ranger des nombres. En effet en décomposant 3204 et 3124 on peut les ranger et savoir que 3204 est supérieur à 3124 car 32 centaines est supérieur à 31 centaines. (Tempier, 2016)

Les décompositions et compositions sont donc des outils pour les calculs plus complexes. En effet, « les compositions et décompositions en unités de numération constituent des points d'appui pour justifier des techniques pour réaliser certaines tâches essentielles dans l'étude des nombres et donc pour institutionnaliser les savoirs de la numération lors de leur rencontre » (Tempier, 2016, p.72).

Pour illustrer la théorie de Jérôme Bruner, nous avons décidé de mettre en œuvre dans nos classes une séquence s'appuyant sur les différents modes de représentation du monde sur les décompositions des nombres, puisque nous avons vu l'importance de connaître précisément ces derniers. Tout au long de notre séquence, nous reprenons les mêmes données en alternant les modes pour permettre aux élèves de progresser. En effet, d'après Bruner, « en passant d'un mode de représentation à l'autre, en reprenant les données par des modes différents et dans des contextes divers, la pensée évolue vers une plus grande abstraction. » (Barth, 1985, p.53).

1.3. Problématique

A partir de notre constat sur les manipulations avec les duplos, le travail sur les fiches à compléter (avec les animaux et les ronds), nous n'avons pas tout de suite compris pourquoi

les élèves n'étaient pas parvenus à mener à bien les deux dernières activités. Nous avons tout d'abord observé que dans certains contextes, les élèves acquièrent une compétence mais ne savent pas la réinvestir dans un autre contexte lorsqu'il s'agit d'une tâche différente. Nous avons alors analysé ces activités pour arriver à la conclusion suivante ; elles ne mettaient pas en jeu les mêmes compétences. En effet, lors de la manipulation, lorsque l'on retire un duplo, celui-ci disparaît, il n'est plus disponible visuellement alors que lors du travail sur fiche, le fait de barrer un rond ne le fait pas concrètement disparaître, il reste présent sur la fiche. Aussi, dans ce travail sur fiche, d'autres compétences, notamment graphiques étaient en jeu (colorier une surface, barrer des ronds) qui n'étaient pas présentes lors de la manipulation et qui sont peut être un frein pour les élèves. Sur ces deux activités, les élèves ne mettaient pas en jeu les mêmes modes puisqu'ils étaient dans une modalité éactive en donnant les duplos et dans une modalité iconique en collant des gommettes ou en barrant des ronds. Le lien n'a pas été fait entre les deux modes et les deux activités différentes d'autant plus que les compétences étaient différentes. Le passage sur fiche permet la transition avec le mode symbolique, la manipulation seule ne peut permettre le développement cognitif complet.

Ce constat nous a amenées à nous poser de nombreuses questions afin de comprendre nos erreurs. Nous avons réfléchi afin de proposer des situations d'apprentissage plus pertinentes à nos élèves. De nos observations et des différents apports théoriques, a émané notre questionnement : quelle est la place de la manipulation, du jeu et des fiches en classe ? Quel lien entre ces activités ? Quelle complémentarité ? Nous nous sommes alors demandées ; comment les enfants apprennent-ils ? Quel cheminement leur esprit suit-il pour aboutir à la compréhension d'une notion ? Nous nous sommes également posé la question : quelle construction de fiche pour être en adéquation avec l'activité de manipulation ? Nous nous sommes demandées : comment passer à l'abstraction de la notion travaillée en manipulation ? Et, quelle utilisation des manuels et adaptations mettre en œuvre ?

Nous nous sommes interrogées plus particulièrement ; comment réussir le passage au mode symbolique ? Quel passage sur fiche après un travail de manipulation ? Notre questionnement tout au long de la construction de notre séquence a donc été : comment faire cohabiter les différents modes de représentation au service des apprentissages ? Comment proposer des activités de manipulation et sur fiche en lien qui permettent un passage progressif à l'abstraction de la notion ?

HYPOTHESES

Nous supposons qu'en gardant des situations identiques entre la manipulation et les fiches, cela favorise l'abstraction de la notion. Le travail porte alors sur le passage d'un mode de représentation du monde à l'autre et donc du concret à sa représentation pour atteindre sa symbolisation et donc l'appropriation de la notion puisque le mode symbolique est le mode lié à l'abstraction. Il en est de même si on enlève les tâches complémentaires, comme par exemple le tracé, qui parasitent le travail en lien avec l'objectif de la situation. Partant de l'idée de Bruner selon laquelle c'est « le conflit entre deux modes qui stimule la croissance cognitive » (Barth, 1985, p. 53), nous pensons donc que la cohabitation des modes de représentation dans les différentes séances créera un conflit cognitif et permettra aux élèves d'atteindre la compétence visée plus pleinement. Nous pensons également qu'il est nécessaire d'alterner ces modes en faisant des va-et-vient entre eux pour un passage progressif à l'abstraction de la notion. Si les élèves peuvent s'appuyer sur la manipulation pour compléter leur fiche, cela permet de les mettre en situation de réussite.

2. Expérimentation

2.1. Le contexte

Notre situation d'alternance pendant cette année scolaire nous a permis de mettre place notre expérimentation. Nous nous sommes appuyées sur le manuel ACCES « vers les maths MS » (Duprey G, Duprey S, Sautenet C, 2009) en adaptant les situations proposées. Notre séquence dans le domaine « construire les outils pour structurer sa pensée » porte sur l'attendu en fin d'école maternelle « Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix ». Nous allons plus particulièrement travailler sur la décomposition et les compléments des nombres quatre et cinq.

Cette séquence a été expérimentée en parallèle dans deux classes de moyenne section dans deux écoles différentes. Les deux écoles présentent un public assez différent.

Classe 1 : La classe de la première école située en Isère Nord est composée de 26 élèves répartis entre 9 moyennes sections et 17 grandes sections. La classe est située dans un quartier peu favorisé avec une forte population issue de l'immigration. Beaucoup d'enfants ne parlent pas français dans leur foyer. En début d'année scolaire lors de ma première visite pédagogique, ma PEMF (Professeur des Ecoles Maître Formateur) m'a alertée sur le niveau

de la classe. De nombreux élèves se trouvent en difficultés. Elle m'a donc conseillé de m'appuyer sur le manuel ACCES de Moyenne Section afin de consolider des notions avant de passer à d'autres plus complexes. Cette séquence proposée en période 4 va permettre pour les Grandes Sections de consolider la notion de décomposition avant de passer en période 5 sur la décomposition des nombres jusqu'à 10 (attendu de fin de cycle).

Classe 2 : La seconde école, située dans le Nord Isère, est une petite école composée de trois classes avec un nombre total de 78 élèves. Limitrophe du département du Rhône, elle accueille des élèves majoritairement issus de familles de la classe moyenne, voire de quelques familles favorisées. La plupart des élèves de la classe, qui est composée de 26 élèves, dont 14 filles et 12 garçons, parlent le français à la maison.

Cette expérimentation a été réalisée sur un panel de 52 élèves en période 4 c'est-à-dire, de mars à avril. L'enseignant prenait un groupe composé de 5 ou 6 élèves pour mener à bien ces ateliers dirigés. Tous les élèves, selon une rotation définie, passaient sur l'atelier dirigé par l'enseignant. Le reste de la classe était réparti soit sur un atelier géré par l'ATSEM (Agent Territorial Spécialisé des Ecoles Maternelles) soit sur des ateliers autonomes.

Une évaluation diagnostique a été réalisée dans les deux classes pour vérifier que élèves aient les pré-requis pour réaliser cette expérimentation. Tous les élèves arrivent à dénombrer une quantité (adéquation unique) et maîtrisent la comptine numérique jusqu'à 5.

2.2. Présentation de la séquence

Lors de la conception de la séquence nous nous sommes appuyées sur les activités proposées par le manuel ACCES « Vers les maths Moyenne Section » (Duprey G, Duprey S, Sautenet C, 2009). Aux vues des différents modes de représentation de Bruner et afin de favoriser l'acquisition de la « décomposition des nombres » nous avons enrichi cette séance.

2.2.1. Plan de séquence

Séance 1	Objectif : être capable de trouver toutes les décompositions du 4	Étape 1 : manipulation collective et individuelle Tâche : répartir les éléphants sur deux cordes ⇒ Modes éactif et symbolique	Étape 2 : représenter les différentes réponses Tâche : construction de fiches ⇒ Mode iconique
Séance 2	Objectif : être capable d'utiliser et d'associer les différentes représentations du nombre 4	Étape 3 : Tâche : coller les étiquettes nombres sur les fiches ⇒ Mode symbolique	Étape 4 Objectif : Etre capable de trouver les différents compléments à 4 Tâche : compléter une fiche ⇒ Modes éactif et iconique
Séance 3	Objectif : être capable de construire la maison des nombres	Tâche : reconstituer toutes les décompositions du 4 ⇒ Modes symbolique et éactif	
Séance 4	Objectif : être capable de trouver toutes les décompositions du 5	Étape 1 : manipulation collective et individuelle Tâche : répartir des pailles sur un hérisson ⇒ Mode éactif	Étape 2 Tâche : schématiser les répartitions trouvées sur des fiches ⇒ Mode iconique
Séance 5	Objectif : être capable d'utiliser les différentes représentations du nombre	Tâche : coller des gommettes et des représentations des nombres sur les fiches ⇒ Modes iconique et symbolique	
Séance 6	Objectif : être capable de trouver les compléments à 5	Étape 4 Tâche : reconstituer des hérissons (dominos) ⇒ Modes éactif et iconique	Étape 5 Tâche : tracer les piquants manquants des hérissons ⇒ Mode iconique
Séance 7	Objectif : être capable de construire la maison des nombres	Tâche : reconstituer toutes les décompositions du 5 ⇒ Modes symbolique et éactif	

2.2.2. Intégration des trois modes de Bruner

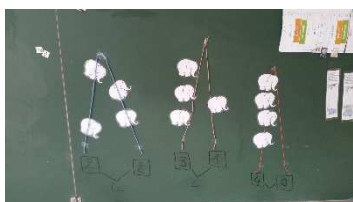
Partant de notre hypothèse selon laquelle la confrontation des modes de représentation du monde de Bruner permet l'acquisition, nous proposons une séquence alternant ces trois modes ; éactif, iconique et symbolique, mais aussi les confrontant. Ayant besoin de toucher, manipuler, nous proposons aux élèves des matériaux concrets (mode éactif) notamment lors de la manipulation des éléphants et des hérissons. Ayant besoin de passer à la représentation plus imagée, nous leur proposons de construire les représentations de leurs travaux (mode iconique) dès la séance 1 (avec le collage des éléphants sur des cordes dessinées ou encore avec le dessin des piquants des hérissons). Enfin, ayant besoin de symbolique, nous faisons

appel à des représentations symboliques des quantités (constellations de doigts, de dés, chiffres...) (mode symbolique) lors d'activités de regroupement dès la séance 2 ou lors d'ateliers dirigés par l'enseignant.

2.2.3. Séances 1, 2 et 3 : les décompositions du 4

Objectif : décomposer et recomposer le 4, par manipulations effectives puis mentales

	Proposition ACCES	Aménagements proposés	Justification des aménagements
SEANCE 1 Etape 1 Découverte de la notion (groupe classe)	<ul style="list-style-type: none"> - L'enseignant chante la comptine et répartit les éléphants. - Les élèves chantent la comptine et proposent différentes répartitions. 	<ul style="list-style-type: none"> - On donne seulement 4 éléphants aux élèves. - Ecriture des nombres sous les représentations. - Les éléphants étaient tous de la même couleur. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pas besoin de dénombrer le nombre d'éléphants. - Association des différents modes de représentation. - Ne pas prendre en compte une répartition par couleur mais par quantité
Etape 2 Recherche individuelle, travail écrit sur fiche	Fiche : découper les éléphants et les répartir sur les cordes	<ul style="list-style-type: none"> - Mise en place d'une étape intermédiaire : chaque élève a en sa possession un jeu de 4 éléphants et 2 cordes - Les éléphants étaient prédécoupés - A chaque décomposition trouvée on leur donne une nouvelle fiche un nouveau lot de 4 éléphants 	<ul style="list-style-type: none"> - Permet à tous les élèves de passer par la manipulation (lien entre le mode énoncé et iconique) - Evite les tâches annexes - Permet de se centrer sur la tâche de répartition des éléphants.
SEANCE 2 Etape 3 Fiche : passage aux chiffres	Pas présente dans le manuel	Introduction des chiffres. Reprise du travail avec les livrets et collage des étiquettes-nombres correspondantes sous chaque corde puis verbalisation de ces décompositions.	Mode iconique et symbolique.
Etape 4 Fiche complément à 4	Découper les éléphants et compléter la corde cachée.	<ul style="list-style-type: none"> - Les étiquettes éléphants ont été prédécoupées. - La fiche a été séparée en plusieurs fiches et, agrandie. 	<ul style="list-style-type: none"> - Eviter les tâches annexes - Eviter la surcharge cognitive
SEANCE 3 Etape 5 Maison des nombres	Pas présente dans le manuel	Construction d'une trace écrite de toutes les décompositions du nombre 4 avec une représentation en constellation de dés dans une maison.	Passage au mode symbolique

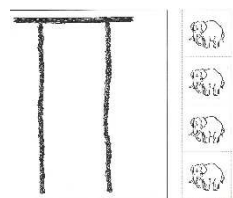


Séance 1, étape 1 : Cette phase de découverte collective permet d'introduire une variante à la comptine numérique avec deux cordes au lieu d'une. L'objectif est de répartir les éléphants de différentes façons sur ces deux cordes. Il permet de mettre en évidence qu'il existe plusieurs solutions. A chaque fois qu'une réponse est donnée nous ajoutons deux cordes pour ainsi avoir une représentation visuelle de toutes les

décompositions. Nous vérifions à chaque fois que la représentation est différente des précédentes. Nous avons fait le choix de les représenter de la même couleur afin que les élèves ne se focalisent pas sur une répartition par couleur mais bien sur le nombre d'éléphants. Une fois que les différentes représentations sont trouvées nous les oralisons pour valider que l'ensemble fait bien quatre (un et trois font quatre) et nous associons l'écriture chiffrée.

Procédure : Les élèves proposent des décompositions en plaçant les éléphants directement sur les deux cordes.

Attendu : différentes répartitions du 4 : 0 et 4 ; 4 et 0 ; 1 et 3 ; 3 et 1 ; 2 et 2



Etape 2 : Dans cette phase de recherche individuelle par manipulation dans un premier temps puis un travail de transposition de leur travail sur une fiche, les élèves possèdent tous un jeu de cordes et quatre éléphants.

Ils doivent dans un premier temps, en se remémorant la comptine et l'atelier précédent, les répartir sur les deux cordes (mode énactif). Puis dans un deuxième temps nous leur présentons la fiche avec le schéma des deux cordes et leur donnons quatre images d'éléphants (mode iconique). Nous leur demandons alors de reproduire leur production. Puis nous les invitons à chercher une autre répartition des éléphants pour construire une autre fiche. Lorsque la représentation était identique à une déjà réalisée nous les questionnions « as-tu déjà fait cette proposition ? Regarde tes feuilles. » afin qu'ils fassent une autre proposition. Les productions de chaque élève sont posées à côté de lui pour qu'il puisse les comparer. Il peut ainsi par lui-même valider ou invalider sa proposition. De plus, les répartitions trouvées dans l'étape 1 sont toujours au tableau (battants fermés). Ainsi les élèves peuvent trouver une aide et s'inspirer des productions précédentes pour trouver celles qui leur manquent.

Procédure : Les élèves retrouvent les différentes décompositions par remémoration de l'étape précédente ou par essais erreurs.

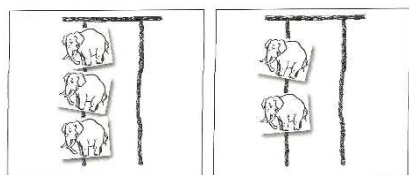
Attendu : différentes répartitions du 4 : 0 et 4 ; 4 et 0 ; 1 et 3 ; 3 et 1 ; 2 et 2

Séance 2, étape 3 : Tout d'abord un rappel en regroupement de ce qui a été fait lors de l'étape précédente est réalisé avec comme support, le travail de la séance 2. Cette phase permet de

verbaliser les différentes décompositions du 4. Puis en individuel, les élèves reprennent leurs travaux et doivent les compléter en collant les étiquettes-nombre correspondant aux répartitions des éléphants. Ainsi ils peuvent construire les différentes décompositions du 4 en associant les représentations, les éléphants (mode iconique) et chiffres (mode symbolique). Cette étape permet de représenter les décompositions par des signes conventionnels et ainsi de passer à la généralisation.

Procédure : Les élèves dénombrent les éléphants sur chaque corde et trouvent l'étiquette qui représente le nombre puis, la collent sous la corde.

Attendu : associer la quantité d'éléphants à la représentation chiffrée.



Etape 4 : Lors de cette étape, un rappel est fait lors du regroupement qui précède l'atelier avec la comptine et la présentation des travaux réalisés lors de l'étape 3 afin de réactiver les acquis des élèves. Lors de cette étape 4

l'objectif est différent. Les élèves doivent trouver le complément à quatre. Sur une fiche, des éléphants sont déjà représentés sur une des deux cordes. Ils doivent coller les éléphants manquants sur l'autre corde. Ils ont à leur disposition sur la table, une barquette avec des étiquettes représentant des éléphants. La consigne est « Quatre éléphants se balancent, complète si besoin chaque image en collant des éléphants sur la deuxième corde ». Les deux modes sont ici confrontés ; énoncé avec la manipulation des éléphants à coller et iconique avec les éléphants déjà représentés.

Procédure : Les élèves comptent les éléphants déjà présents sur une corde et vont chercher le bon nombre d'éléphants manquants pour compléter la deuxième corde.

Attendu : appropriation du matériel et découverte des différents compléments à 4 : 3 et 1 ; 2 et 2 ; 1 et 3 ; 4 et 0.



Séance 3, étape 5 : Elle consiste en un travail de reconstitution des différentes représentations du 4 avec les constellations de dé. La consigne est la suivante « dans cette maison, à chaque étage, il peut y avoir uniquement 4 éléphants ». Les élèves sont amenés avec des constellations de dés à reconstruire les différentes décompositions du 4. Les élèves réinvestissent les différentes décompositions avec des représentations plus conventionnelles (constellations de dés).

Procédures : Les élèves se remémorent les différentes décompositions, cherchent les constellations de dés correspondantes et les collent dans la maison.

Attendu : différentes répartitions du 4 : 0 et 4 ; 4 et 0 ; 1 et 3 ; 3 et 1 ; 2 et 2

A la suite du travail mené, les élèves doivent être capables de donner les différentes décompositions du 4 et compléter une collection inférieure à 4. Pour ce faire, nous avons proposé à nos élèves de passer progressivement de la manipulation à l'abstraction en gardant la même situation ; les élèves doivent d'abord répartir les éléphants sur des cordes (mode énonciatif). Ensuite, nous demandons aux élèves de représenter les différentes solutions trouvées sur papier en collant des éléphants (mode iconique). Enfin, lorsque nous demandons aux élèves de représenter les différentes décompositions par les chiffres nous passons à la symbolisation (mode symbolique). Nous avons donc construit nos séances afin de passer progressivement d'un mode à l'autre. Le fait que ce passage soit progressif nous a laissé penser que les élèves parviendraient à acquérir la notion. Nos intentions étaient que les élèves arrivent petit à petit à se détacher de l'habillage des éléphants pour atteindre l'abstraction et le fait qu'un nombre se décompose en d'autres petits nombres (Buisson, 1880).

2.2.4. Analyse à posteriori

2.2.4.1. Résultats au regard des objectifs :

Séance 1

Résultats : Les élèves découvrent le matériel, ils ont vite compris le fonctionnement.

La plupart des élèves ont compris la situation et verbalisé les décompositions.

Réponses aux attendus : Tous les élèves ont trouvé au moins trois décompositions (4-0 ou 0-4 / 1-3 ou 3-1 et 2-2) mais peu ont proposé les décompositions inverses. Certains élèves, pour la phase 2, n'avaient plus besoin des cordes et des éléphants dès le deuxième essai.

Procédures : les élèves ont bien réparti les éléphants sur les cordes. La plupart les répartissaient de manière aléatoire. Certains répartissaient les éléphants différemment sur la première corde et déposaient ceux qui restaient sur la deuxième corde. 8 élèves ont eu recours à une stratégie méthodique (en enlever un sur une corde pour le déplacer sur l'autre). Pour la phase 2, certains se sont remémoré les répartitions trouvées lors de la manipulation. Les propositions restées affichées au tableau ont été une aide pour certains. Un quart des élèves a proposé deux fois la même décomposition en variant la disposition des éléphants. Ils régulaient leurs propositions

par essais-erreurs. Une seule élève a proposé pendant le temps de regroupement les décompositions inverses en disant d'elle-même que ces décompositions étaient différentes de celles trouvées. Certains ont bien vu la différence, sans savoir l'expliquer.

Régulation : comparaison avec les répartitions affichées au tableau puis avec les répartitions déjà proposées.

Analyse des résultats : Attrait de la comptine : entrée dans l'activité des élèves même les plus en retrait. Décompositions qui restaient affichées au tableau : allers-retours possibles entre productions antérieures et production de l'élève ; validation ou invalidation de la proposition. Passage en individuel ; possibilité de s'appuyer sur les cordes restées au tableau. Nouvelle décomposition par déplacement sur une corde : repérage dans l'espace encore très difficile à cet âge. Les élèves sont restés au mode énonciatif à ce stade de la séquence. Pour les élèves qui même à la fin de cette étape ne voyaient pas de différence, les étapes suivantes leur ont permis de comprendre que deux dispositions pouvaient revenir à une même décomposition. Complémentarité des modes énonciatif et iconique pour faire le lien entre manipulation et utilisation des représentations des cordes.

Séance 2

Résultats : **Réponse aux attendus** : Tous les élèves ont réussi à compléter avec les chiffres. 3 élèves ont été en difficulté : 1 élève voyait les cordes comme un ensemble et ne parvenait pas à les séparer pour compter les éléphants. 2 autres élèves ont fait des erreurs dans le dénombrement des éléphants.

Procédures : La plupart des élèves dénombreaient les éléphants sur chaque corde et prenait le chiffre correspondant. Certains élèves ont eu recours au subitizing. Pour la reconnaissance des chiffres, des bandes numériques étaient à la disposition des élèves.

Régulation : Pour les élèves en difficultés ; pour l'un, plier la feuille en deux pour laisser voir une corde après l'autre pour qu'il parvienne à décomposer le quatre. Une fois les deux chiffres collés et la feuille dépliée, il est parvenu à voir que quatre était décomposé en deux parties. Pour les deux autres élèves en difficulté, j'ai repris avec eux la comptine numérique.

Analyse des résultats : Nouvelle décomposition par déplacement sur une corde ; en dénombrant les éléphants, les élèves se sont rendu compte qu'ils aboutissaient aux mêmes décompositions. Ils en ont alors proposé de nouvelles. Conflit entre deux modes à la portée des élèves ; éléphants relevant du mode énonciatif (manipulables) et cordes découlant du mode iconique (non manipulable, dessin figé sur une feuille) qui n'a pas posé de problème.

Complément à 4

Résultats : Réponse aux attendus : Les élèves n'ont dans l'ensemble, pas réussi au départ, à compléter les cordes ; la moitié d'entre eux ont dans un premier temps posé 4 éléphants sur les cordes sans tenir compte de ceux déjà dessinés. D'autres ont recollé par-dessus ceux déjà présents et ont ajouté ceux qui manquaient. Dans ces deux situations, il leur manquait des éléphants pour terminer leur travail. La décomposition 4-0 a posé des problèmes ; alors qu'il ne fallait pas ajouter d'éléphants, les élèves voulaient en ajouter.

Procédures : Après tâtonnement et questionnement, 18 élèves sont parvenus à bout de la tâche ; parmi eux, certains ont dénombré le nombre d'éléphants déjà présents, ajouté ceux manquants un par un et recompté à chaque nouvel éléphant. D'autres (8) ont réussi à se souvenir des décompositions et donc à placer les éléphants manquants.

Régulation : Besoin du guidage de l'enseignant ; rappel du nombre d'éléphants dans la famille, puis « Sur la corde, il y ... éléphants, combien en manque-t-il ? ». Possibilité de revenir à la manipulation des cordes et des éléphants

Analyse des résultats : La tâche était différente de celle demandée jusqu'alors aux élèves ; auparavant ils devaient répartir les éléphants sur les cordes, ici ils devaient compléter le jeu de cordes pour atteindre 4. Difficulté des élèves à considérer deux éléments de deux modes différents comme un ensemble (éléphants manipulables découlant du mode énaactif / éléphants non manipulables découlant du mode iconique). Volonté d'ajouter des éléphants sur la répartition 4-0 ; les élèves ont tendance à penser que toute demande de l'enseignant entraîne une production.

Séance 3

Résultats : Réponse aux attendus : 21 élèves ont trouvé 4-0, 13 ont trouvé 3-1, 22 : 2-2, 20 : 1-3 et 9 : 0-4. Tous ont trouvé au moins 3 décompositions mais peu ont proposé les décompositions inverses à celles trouvées. Certains ont trouvé d'autres décompositions avec des chiffres plus petits : 1-1-2 / 2-1-1 / 1-2-1.

Procédures : Au début, certains déposaient les constellations au hasard. Certains ont procédé par essais-erreurs en dénombrant à chaque essai pour valider ou invalider. Plus de la moitié des élèves ont réinvesti les différentes décompositions de mémoire ou utilisé le complément à 4.

Régulation : 9 élèves ont eu besoin de l'appui des cordes et des éléphants (au moins pour la première décomposition). 4 élèves les ont gardé jusqu'à la fin.

Analyse des résultats : Peu d'élèves ont assimilé que les décompositions inverses étaient différentes (pour eux, 3 et 1 et 1 et 3 n'étaient pas différents). Les constellations de dés pouvant être dénombrées permettaient aux élèves de vérifier leur proposition. Les éléphants à disposition rassuraient certains élèves et leur permettaient aussi de vérifier les propositions. L'utilisation des cordes a pu bloquer certains élèves ; dès lors que les élèves les avaient, ils ne pensaient plus aux décompositions à plus de deux chiffres (2-1-1 par exemple).

Durant ces séances, les élèves ont compris les différentes décompositions du 4 à force de les manipuler, de s'en servir. Certains sont parvenus à les mémoriser et à les réinvestir pour les manipuler mentalement. D'autres sont parvenus à les retrouver par manipulations effectives. Le fait de travailler en parallèle les décompositions du 4 et le complément à 4 a permis aux élèves de comprendre plus profondément le nombre 4 puisque le complément est une partie de la décomposition.

2.2.4.2. Résultats au regard des modes de Bruner

Dans ces séances, nous voulons faire passer nos élèves d'un mode de représentation à l'autre et confronter ces modes entre eux pour atteindre l'abstraction. En effet, c'est « le conflit entre deux modes qui stimule la croissance cognitive » (Barth, 1985, p.53).

Séances	Mode éactif	Mode iconique	Mode symbolique
1	Les élèves ont réparti les éléphants sur les cordes. Ils ont cherché différentes façons de faire avec les cordes et les images d'éléphants.	Les élèves ont réussi à répartir les éléphants sur les cordes dessinées. Ils ont verbalisé les décompositions, ce qui a permis à certains de les assimiler	En groupe classe, l'enseignant plaçait les étiquettes nombres sous chaque corde
2		Les élèves ont dénombré les éléphants collés. Ils ont bien compris qu'il s'agissait de dénombrer les éléphants de chaque corde afin d'arriver à 4 éléphants en tout.	Les élèves ont représenté les éléphants sous forme de chiffres ; après les avoir dénombré, ils ont sélectionné l'étiquette nombre correspondante et l'ont collée. Grâce aux étiquettes ils pouvaient se concentrer

			sur le dénombrement et non sur la graphie du chiffre.
2 (complément à 4)	Les éléphants à coller étaient manipulables (énactif)...	... alors que d'autres étaient déjà représentés sur les cordes. Certains élèves n'ont pas perçu cette différence ; les éléphants n'avaient pas le même statut et ne pouvaient donc pas être comptabilisés ensemble.	
3	Les élèves ont pu manipuler les différentes constellations et tester différentes combinaisons avant de valider		Les chiffres étaient représentés sous une autre forme conventionnelle ; les constellations de dés traditionnelles.

La confrontation entre les séances des différents modes a permis aux élèves de se détacher petit à petit de l'habillage pour parvenir à mémoriser et donner du sens aux différentes décompositions du 4. Certains connaissaient les décompositions et savaient les réinvestir. D'autres savaient les reformer mais avaient besoin de manipuler ou de visualiser ces décompositions.

2.2.5 Séances 4, 5, 6 et 7 : les décompositions du 5

Objectif : décomposer, recomposer le 5, par manipulations effectives puis mentales

	Proposition ACCES	Aménagements proposés et justifications
Séance 4, étape 1 Manipulation	<ul style="list-style-type: none"> - Fabriquer un hérisson avec des pailles de même couleur - Fabriquer un hérisson avec des pailles de deux couleurs différentes - Reconstituer des hérissons 	Dans la consigne, les 5 piquants représentent les 5 ans du hérisson. Reconstitution des hérissons repoussée
		Pour que les élèves retiennent que le hérisson a 5 piquants Concentration sur les décompositions (puis sur le complément)
Etape 2 Manipulation et fiche	<ul style="list-style-type: none"> - Représenter les décompositions du nombre 5 (dessiner les hérissons et leurs piquants) 	Feuille avec des hérissons déjà dessinés Pour éviter de bloquer les élèves sur une compétence autre (ici le dessin)

Séance 5, étape 3 Lien entre l'icône et le symbolique	Pas présente dans le manuel	Chaque élève reprend ses différents hérissons réalisés dans la séance précédente et colle autant de gommettes que de piquants en respectant la correspondance des couleurs. Ensuite, ils collent les étiquettes nombre correspondantes. Puis oralisent le résultat trouvé.
		Etape intermédiaire pour rassembler les piquants selon leur couleur. Choix de gommettes car manipulation proche de celle des pailles (demande plus de temps qu'un tracé). Prendre et coller une gommette demande un aller-retour entre le stock de gommettes et la fiche alors que le tracé de plusieurs traits peut être fait sans aller-retour.
Séance 6, étape 4 : fiche	Fiche : dessiner les piquants qui manquent sur des hérissons et Reconstitution des hérissons : chaque hérisson doit avoir 5 piquants. Découper les cartes, les mélanger et reconstituer les hérissons.	Fiche : Proposer un hérisson par page A5 Reconstitution des hérissons : Proposer les hérissons déjà découpés et plastifiés. Même travail avec des coccinelles et leurs points pour les plus rapides.
		Fiche A5 pour que les élèves se concentrent sur un hérisson à la fois (éviter la surcharge cognitive). Tracé par les élèves conservé car le geste graphique a déjà été effectué lors de la représentation des piquants en couleur. Hérissons déjà découpés et plastifiés pour décharger les élèves d'une compétence annexe (ici le découpage) Transfert de compétences avec les coccinelles
Séance 7, étape 5 Maison des nombres	Pas présente dans le manuel	Construction d'une trace écrite de toutes les décompositions du nombre 5 avec les nombres représentés avec les constellations de doigts dans une maison.
		Passage au mode symbolique

L'étape 1 et l'étape 2 ont été effectuées directement l'une à la suite de l'autre. Nous voulions confronter les modes énonciatif et iconique et pour cela nous voulions que les élèves représentent dès la première séance les différentes répartitions trouvées.

Séance 4 : Etape 1 : La phase 1 permet aux élèves d'entrer dans la séance. Pour commencer,



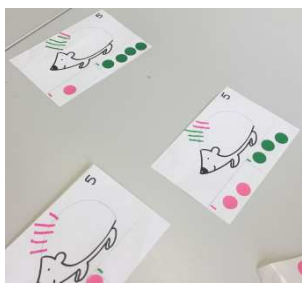
les élèves manipulent ; chaque élève dispose d'un hérisson sans piquant. Ils vont pouvoir mettre les piquants sur leur

hérisson mais chaque hérisson a 5 piquants car ils ont 5 ans. Nous commençons à dire la comptine et les élèves plantent au fur et à mesure les piquants. Nous demandons à chaque élève combien son hérisson a de piquants. Ensuite, les élèves passent à la représentation ; chacun dispose d'un dessin de hérisson sans piquant et doit dessiner les piquants pour qu'il en ait « comme sur votre hérisson en pâte à modeler ». Les élèves disposent de feutres de la même couleur que les bouts de pailles.

Etape 2 : Ils ont ensuite à disposition des piquants d'une autre couleur (vert ou jaune) et doivent prendre des pailles pour en avoir 5 en tout. C'est ici que le travail sur les décompositions du 5 commence réellement. Avant de les disposer sur leur hérisson, les élèves doivent poser les piquants à côté et nous vérifions ensemble s'il y en a juste ce qu'il faut. Nous observons les différentes solutions trouvées, les explicitons et les verbalisons avec les élèves. Chaque élève, à chaque nouvelle solution trouvée, reçoit un hérisson en dessin pour le compléter. Ils disposent chacun d'un feutre vert et d'un feutre rose (ou jaune).

Procédures : Les élèves répartissent les 5 bouts de pailles et les représentent avec la même disposition spatiale qu'en réalité sur un dessin de hérisson sans piquants.

Attendu : différentes répartitions du 5 ; 5 et 0 ; 4 et 1 ; 3 et 2 ; 2 et 3 ; 1 et 4 ; 0 et 5



Séance 5 : Etape 3 : Les élèves reprennent leurs travaux de l'étape précédente. Un temps en regroupement a lieu afin de verbaliser les différentes décompositions à partir de ces travaux. Ils disposent ensuite de gommettes de la même couleur que les piquants des hérissons ; ils doivent réunir les piquants de même couleur, représentés par des gommettes, dans des cases séparées. Sous chaque hérisson les élèves doivent coller 5 gommettes ; 5 gommettes vertes et 0 gommettes roses, 4 gommettes vertes et 1 gommettes roses... suivant les décompositions trouvées au cours de l'étape précédente. Il est possible s'ils trouvent de nouvelles décompositions, de leur donner un autre hérisson à compléter. Ils disposent ensuite d'étiquettes-nombre qu'ils doivent coller à côté des groupes de gommettes. Cette consigne leur permet de passer progressivement de la représentation des piquants par des pailles et des traits puis des gommettes à leur symbolisation par des chiffres.

Procédure : dénombrer les piquants de chaque couleur et coller le même nombre de gommettes, une à une, dans des cases dédiées puis dénombrer les gommettes de chaque couleur et trouver l'étiquette qui représente le nombre puis, la coller à côté des gommettes.

Attendu : association des piquants aux gommettes et des gommettes aux différentes représentations des nombres

Séance 6 : Etape 4 : l'étape est divisée en deux temps : un travail sur fiche et un travail de manipulation.

Le travail sur fiche consiste pour les élèves à compléter des hérissons qui ont déjà des piquants pour qu'ils aient 5 piquants en tout. La consigne est la suivante : « chaque hérisson doit avoir 5 piquants. Dessine les piquants qui manquent ».

Le travail de manipulation consiste à reconstituer des hérissons. Chaque élève dispose de 12 pièces ; en assemblant les pièces il doit trouver 6 hérissons avec chacun 5 piquants.

Procédures : fiche : Les élèves se rappellent des décompositions et complètent les hérissons en traçant les piquants. Reconstitution des hérissons : Les élèves cherchent le complément.

Attendus : pour les deux, chaque hérisson a 5 piquants

Séance 7 : Etape 5 : Les élèves doivent reconstituer les différentes décompositions du 5 avec les constellations de doigts dans la maison du 5. Les constellations sont déjà découpées et placées dans des barquettes à disposition des élèves. La consigne est similaire à la maison du 4 « Dans cette maison, à chaque étage, il peut y avoir seulement 5 personnes ».



Procédures : Les élèves se remémorent les différentes décompositions, cherchent les constellations de doigts correspondantes et les collent dans la maison.

Attendu : différentes répartitions du 5 : 0 et 5 ; 5 et 0 ; 1 et 4 ; 4 et 1 ; 2 et 3 ; 3 et 2

Au terme de ces séances, les élèves doivent savoir décomposer et recomposer le 5. Nous avons suivi le même cheminement que pour la décomposition du 4. En effet, nous avons voulu passer progressivement d'un mode à un autre mais également les confronter.

2.2.6. Analyse a posteriori

2.2.6.1. Résultats au regard des objectifs

Séance 4

Résultats : Les élèves ont vite compris la consigne et se sont rapidement investis ; ils ont pris les bouts de paille et les ont positionnés sur le hérisson pendant la comptine.

Réponses aux attendus : Tous les élèves ont trouvé au moins deux décompositions du 5. 24 élèves ont trouvé une troisième

Décompositions trouvées	Nombre d'élèves
0 et 5	10
1 et 4	6
2 et 3	17
3 et 2	16
4 et 1	12
5 et 0	18

décomposition. Enfin, quelques élèves ont trouvé 4 décompositions ou plus (9 élèves).

Procédures : Etape 1 : Les élèves ont pris 5 piquants verts et les ont placés au fur et à mesure de la récitation de la comptine. Quelques élèves ont mis directement les piquants sur le hérisson. Au passage à deux couleurs, certains élèves reposaient tous les bouts de paille pour reprendre à zéro, d'autres en prenaient au hasard et ajuster avec les bouts de paille de l'autre couleur. Quelques élèves enlevaient un piquant vert pour le remplacer par un autre rose.

Les élèves sont arrivés facilement à identifier les décompositions qui étaient les mêmes lorsque la disposition des piquants était différente. Une seule élève a proposé 5 fois la même décomposition mais avec des dispositions de pailles différentes.

Etape 2 : Environ 15 élèves ont commencé par dessiner beaucoup de piquants sur leur hérisson. Pour dessiner les piquants, un peu plus de la moitié (15) dénombrèrent les piquants de chaque couleur et les dessinaient rangés selon leur couleur. 11 élèves représentaient les piquants tels qu'ils les voyaient, sans faire de « paquets » de couleur.

Un tiers des élèves (9) n'avaient plus besoin des hérissons en pâte à modeler dès le deuxième essai et ont imaginé d'autres décompositions sans.

Régulation : Demander à l'élève de verbaliser les décompositions pour qu'elle se rende compte que toutes les décompositions proposées étaient les mêmes

Analyse des résultats : Beaucoup de piquants dessinés au départ ; confrontation au réel ; dans la vraie vie les hérissons ont bien plus que cinq piquants.

Il y a eu très peu d'erreurs en ce qui concerne la place des piquants car ils étaient sur un même support (contrairement à l'activité des éléphants où ils étaient sur deux supports différents). Ici c'était donc la couleur du piquant qui définissait son appartenance et non pas sa disposition

spatiale.

Quelques élèves sont passés rapidement au mode iconique car très vite ils n'avaient plus besoin des hérissons en pâte à modeler.

Séance 5

Résultats : **Réponses aux attendus :** Au départ quelques élèves (7) ont collé les gommettes sans tenir compte des piquants dessinés. Les autres élèves ont bien identifié les cases dédiées à chaque couleur de gommettes et ont collé les gommettes au bon endroit.

Procédures : La moitié des élèves ont dénombré les piquants roses puis coller autant de gommettes dans la case prévue et ont fait la même chose pour les piquants verts. Certains ont reconnu directement la quantité sans dénombrer (subitizing) L'autre moitié a eu recours à la correspondance terme à terme ; ils ont passé en revue les piquants et coller les gommettes correspondantes une à une au fur et à mesure. Les élèves dénombraient les gommettes roses et vertes pour coller les étiquettes nombres correspondantes.

Régulations : Reprise de la consigne, guidage de l'enseignant ; « combien y-a-t-il de piquants (roses ou verts) sur le hérisson ? » « ... » « Combien dois-tu coller de gommettes (roses ou vertes) ? ». Pour la reconnaissance des chiffres, les élèves disposaient d'une frise numérique (7 élèves y ont eu recours).

Analyse des résultats : Collage des gommettes sans prise en compte des piquants ; volonté d'utiliser toutes les gommettes à disposition. Les élèves pensaient qu'ils ne devaient plus leur rester de gommettes à la fin. Cette étape a permis de faire le lien entre la représentation de l'ensemble des piquants et leur représentation suivant leur couleur et donc des décompositions. Elle a permis aux élèves de visualiser plus clairement les décompositions puisque les gommettes étaient classées par couleur, contrairement, pour certains, aux piquants.

Séance 6

Résultats : Travail 1 : Tous les élèves ont réussi même si certains ont été plus en difficulté.

Réponses aux attendus : Les élèves ont réussi à dessiner les piquants manquants et à reconstituer les hérissons, parfois après tâtonnement. Fiche complément à 5 : Certains ont cependant commencé par dessiner 5 piquants sans prendre en compte ceux déjà représentés. Reconstitution des hérissons : 8 élèves ont été en difficultés et ont eu besoin de beaucoup de guidage.

Procédures : Complément à 5 : Certains élèves suivaient la procédure experte (dénombrer les piquants et en déduire ceux manquants puis les dessiner). Quelques élèves dénombraient les

piquants et continuaient à dire la comptine numérique au fur et à mesure qu'ils dessinaient les piquants manquants. Cette méthode a parfois mené à quelques erreurs. D'autres, dans une moindre mesure, après avoir dénombré les piquants déjà présents, tracer un piquant, les dénombrer tous de nouveau et réajuster piquant par piquant jusqu'à obtenir les 5 piquants.

Reconstitution des hérissons : Quelques élèves assemblaient, au départ, les hérissons sans tenir compte du nombre de piquants. La moitié des élèves prenaient une carte au hasard et cherchaient le complément d'après les décompositions qu'ils connaissaient. Moins nombreux, certains (5) assemblaient deux parties au hasard et dénombrer pour réguler. Cette stratégie leur a pris beaucoup de temps car la plupart ne mettaient pas de côté les parties déjà utilisées.

La reconstitution des coccinelles a été plus difficile que celle des hérissons.

Régulation : Complément à 5 : Reformulation de la consigne et questionnement de l'élève par l'enseignant. Utilisation des hérissons en pâte à modeler et des bouts de paille pour illustrer la démarche à suivre. Reconstitution des hérissons : Le guidage a aidé les élèves à trouver les deux premiers hérissons complets. Pour la fin, ils y sont arrivés seuls. Certains élèves avaient trois hérissons à recomposer puis les 3 hérissons suivants une fois que les premiers étaient recomposés, pour éviter la surcharge cognitive et la démotivation.

Analyse des résultats : Pour compléter les hérissons, le hérisson et ses piquants sont déjà représentés et l'élève doit dessiner les piquants manquants ; tous les éléments découlent donc du mode iconique. Le fait que cette activité mette en jeu le même mode a permis la réussite de la grande majorité des élèves. Pour les élèves qui traçaient les traits et les dénombraient en même temps, il y a eu quelques erreurs dans le dénombrement. En effet les élèves faisaient deux choses qu'ils ne maîtrisaient pas pleinement en même temps (le dénombrement et le tracé), ce qui les a placés en situation de surcharge cognitive. Concernant la reconstitution des hérissons, les élèves étaient confrontés aux modes énonciatif et iconique : les hérissons étaient dessinés mais manipulables. Les mêmes éléments avaient tous le même statut, ce qui a permis à la plupart des élèves de réussir. La reconstitution des coccinelles a été plus difficile mais réussie par 23 élèves ; ce nouvel habillage les a parfois déconcertés mais après tâtonnement, ils ont réussi à transférer la consigne et à reconstituer les coccinelles.

Séance 7

Résultats : **Réponses aux attendus** : Tous les élèves ont proposé au moins trois décompositions différentes du 5. 13 élèves en ont proposé 3, 9 en ont proposé 4, 3 en ont proposé 5 et 1 élève a proposé les 6 décompositions à deux chiffres. Mais la majorité de la classe n'a pas intégré le fait que les décompositions puissent s'inverser. Pour eux 3-2 et 2-3

semblent être la même chose. Certains élèves ont proposé d'autres décompositions qui n'avaient pas été présentées, notamment en décomposant des chiffres en unités simples ou doubles

(1-1-1-1-1 ou 2-2-1 ou 2-1-1-1).

Procédures : Un tiers des élèves s'est aidé de ses propres doigts pour visualiser les doigts manquants (doigts baissés). Quelques élèves se sont aidés des hérissons pour commencer l'activité. Certains élèves assemblaient des constellations et vérifiaient en dénombrant le tout pour valider ou invalider leur proposition. De cette façon, certains ont trouvé des décompositions à plus de deux nombres. Beaucoup ont utilisé le complément à 5 ; ils plaçaient une constellation de doigts et complétaient pour obtenir 5. D'autres se souvenaient des décompositions et ont pris les étiquettes correspondantes dès le départ.

Analyse des résultats : Cette activité a été plus aisément réalisée par les élèves que lors de la première confrontation à la maison des nombres. Le fait que l'habillage était déjà connu a rassuré les élèves. Ils pouvaient aussi vérifier leurs résultats directement sur leurs doigts et sont parvenus plus facilement à se détacher des hérissons.

2.2.6.2. Résultats au regard des modes de Bruner

	Mode énonciatif	Mode iconique	Mode symbolique
Séance 4	Manipulation des pailles pour que le hérisson ait 5 piquants	Représentation des piquants. Certains sont restés, au départ, au moins, proche de la réalité, sans parvenir à s'en détacher : ils ont dessiné beaucoup de piquants. D'autres ont, dès cette séance, représenté les piquants par « paquets » de couleur.	
Séance 5		Les élèves ont dénombré les piquants de chaque couleur, les ont représentés en collant des gommettes de même couleur dans les cases dédiées. Puis ils ont dénombré les gommettes.	Les élèves ont collé l'étiquette nombre correspondante. Ils sont parvenus à faire le lien entre la quantité énoncée et sa représentation chiffrée.
Séance 6	Reconstitution des hérissons : Les élèves ont	Reconstitution des hérissons : Ils pouvaient s'appuyer sur les	

	pu tester différentes combinaisons en manipulant les parties des hérissons.	piquants dessinés pour vérifier leurs propositions. Fiche : Les piquants relevaient du même mode (déjà représentés ou à représenter): iconique.	
Séance 7	Certains élèves se sont aidés de leurs doigts pour retrouver les décompositions. Les élèves ont pu manipuler les différentes constellations et tester différentes combinaisons avant de valider		Lors de cette activité, les chiffres étaient représentés sous une autre forme conventionnelle ; les constellations de doigts.

3. Discussion et conclusion

3.1. Re-contextualisation

Au regard des différentes recherches que nous avons réalisées, nous avons pu réfléchir sur notre pratique d'enseignant et plus particulièrement la manière d'aborder les notions. Nous nous questionnions beaucoup sur la place de la manipulation, du jeu et des fiches. Nous avons pu mettre en avant que ces tâches ne mobilisent pas toujours les mêmes compétences ni les mêmes connaissances. Lors de l'utilisation des fiches, souvent les élèves sont confrontés à différentes tâches annexes qui n'ont pas de lien avec l'objectif de la fiche (Margolinas 2016). Ils vont se retrouver en difficulté sur des tâches de graphisme, de repérage dans l'espace. Souvent proposée comme tâche finale, nous nous sommes rendus compte que la fiche peut être intégrée dès le début dans la séquence et être un outil pour l'élève pour construire son savoir. La manipulation, le jeu et les fiches sont aussi complémentaires à travers les manipulations concrètes, leurs représentations et leur symbolisation (Bruner, Barth, 1985). Selon l'activité proposée aux élèves, ils vont être confrontés à un mode de représentation énoncé, iconique ou symbolique. Ce processus et la confrontation de ces modes va leur

permettre l'acquisition et le passage progressif à l'abstraction de la notion et donc l'appropriation.

3.2. Mise en lien avec les recherches antérieures

Lors de notre première utilisation du manuel pour travailler le dénombrement d'une petite quantité, nous avons simplement suivi le déroulé proposé. Cette démarche nous a amené à une situation d'échec avec les élèves. Lors de notre deuxième tentative, nous nous sommes plus questionnés sur les activités proposées en réfléchissant sur l'objectif d'apprentissage et la tâche demandée aux élèves. Nous avons adapté la séquence d'ACCES en ayant pour objectif de mettre en œuvre et en intégrant les trois modes d'apprentissage de Bruner. Dans notre séquence, les élèves étaient face aux trois modes de représentation et pouvaient faire du lien entre eux grâce à la complémentarité des différentes activités. De plus, nous avons facilité le travail aux élèves en leur permettant de se concentrer sur l'objectif d'apprentissage et en enlevant toutes les tâches secondaires ou qui feraient appel à d'autres compétences. En supprimant les tâches annexes, l'élève peut se consacrer pleinement à ce qui lui est demandé. La manipulation ne se suffit pas à elle-même, les élèves doivent prendre conscience de leur apprentissage pour pouvoir l'utiliser dans un autre contexte. A la fin de la séquence, presque tous les élèves étaient capables de décomposer le 4 et le 5. Certains étaient plus avancés que d'autres dans leurs progressions mais tous ont progressé par rapport au point de départ de la séquence. L'expérimentation et la mise en œuvre de notre séquence valident donc nos hypothèses et nous permet de tirer plusieurs conclusions :

- Lors de la mise en œuvre d'une séquence en maternelle en mathématique, il est nécessaire de demander aux élèves des tâches en lien direct avec les objectifs et éliminer les tâches annexes, au départ au moins, pour ne pas parasiter l'apprentissage.
- Les activités découlant de la manipulation et du travail sur fiche doivent être elles aussi en lien direct pour mettre l'accent sur le passage d'un mode de représentation à un autre. Souvent, les activités sont proches mais pas en lien direct, ce qui met les élèves en échec.
- Pour confronter les élèves aux différents modes de représentation, proposer des supports variés dans des situations identiques permet une meilleure acquisition du savoir. Pour les hérissons notamment, nous avons proposé des hérissons en pâte à modeler, des hérissons dessinés, des piquants dessinés, des piquants représentés par des gommettes puis par des chiffres. La compétence restait la même mais le matériel variait pour accéder au savoir.

- La manipulation est nécessaire mais pas suffisante à l'assimilation de la notion. Manipuler ne permet pas de la comprendre globalement et donc de la réinvestir.
- Les manuels scolaires nous permettent de trouver des idées d'activités mais ne doivent pas être utilisés tel quel. Il est nécessaire de réfléchir, d'étudier en détail les objectifs pour s'assurer qu'ils sont en lien avec nos objectifs d'apprentissage, sans quoi nous risquons de nous retrouver dans la situation du début d'année, mettant en échec nos élèves alors que nous pensions au contraire les trouver en réussite.
- L'étude des nombres avec leur décomposition permet aux élèves de sentir, de connaître le nombre plus en détail et donc de pouvoir l'utiliser plus finement. Une connaissance plus fine permet une utilisation plus fine. Par exemple, grâce à cette séquence les élèves ont appris que le 5 était aussi 3 et 2... ce sur quoi ils pourront s'appuyer pour d'autres tâches.

3.3. Limites et perspectives

Limites

La mise en place de notre séquence comportait cependant des limites ; Nous avons peu laissé le choix aux élèves sur le matériel utilisé. Durant les séances avec les maisons du nombre, nous aurions pu leur proposer différentes représentations du nombre pour être au plus proche des compétences de chacun (collections d'images, constellations, chiffres...) afin que chacun se positionne sur le mode le plus proche de son état de connaissances. L'analyse des procédures s'est faite à posteriori car pendant la gestion de l'atelier il était difficile de prendre des notes car nous nous axions sur l'étayage et la régulation des élèves. Il a fallu le soir se remémorer les différentes procédures. Afin de voir si la notion est complètement ou partiellement acquise il sera intéressant de la réinvestir dans un autre contexte, une autre activité pour faire un bilan.

Perspectives

Pour aller plus loin, nous pensons qu'utiliser d'autres jeux pour réinvestir les notions pourrait être intéressant. Nous proposons des jeux-rituels ; le jeu du Lucky Luke ; l'enseignant montre aux élèves entre 0 et 5 doigts et ils doivent montrer avec leurs doigts combien il en manque pour y en avoir 5. Un autre jeu proposé est le jeu du saladier où l'on propose x cubes et l'on en cache une partie sous le saladier ; en observant ceux restés sur la table les élèves doivent dire combien il y en a sous le saladier et réemploient donc les décompositions.

Pour les autres domaines, il est possible de s'appuyer sur la démarche présentée dans cette séquence dans d'autres domaines d'apprentissage, notamment dans le domaine explorer le monde en partant de la manipulation concrète d'un objet, puis passant par sa représentation par le dessin et enfin par sa schématisation. Il pourrait aussi être intéressant de proposer cette démarche à des élèves plus âgés, notamment lorsqu'ils rencontrent des difficultés face à une notion. Même s'ils sont plus âgés, les confronter à différents modes de représentation peut leur permettre d'acquérir plus facilement une nouvelle notion, une nouvelle compétence. Cette démarche semble transposable et utile à de nombreux domaines d'apprentissage mais également des élèves plus ou moins âgés.

Impact métier

Concernant notre pratique professionnelle, nous portons désormais un regard différent sur les manuels scolaires. Source d'inspiration pour des activités, il faut néanmoins les étudier finement pour proposer des activités en lien avec les objectifs des séquences que nous souhaitons mettre en place. Aussi, plus que de faire manipuler nos élèves, nous nous sommes rendu compte qu'il était nécessaire de passer à un autre mode, à un lien entre cette manipulation et sa représentation pour atteindre l'abstraction de la compétence et que les élèves puissent donc transférer cette compétence. Souvent nous nous contentions de faire manipuler nos élèves, sans aller réellement plus loin. Lorsque nous allions plus loin, c'était pour leur proposer une activité qui n'était pas en lien direct. Après cette expérimentation, nous désirons toujours faire manipuler nos élèves (qui en ont besoin) mais souhaitons les faire aller plus loin que la simple manipulation en les confrontant à des représentations, en les faisant verbaliser... L'apprentissage ne s'arrête pas à la manipulation. Enfin, concernant le travail sur la décomposition des nombres, cette expérimentation nous a permis de comprendre la nécessité de connaître et de savoir utiliser les nombres et leurs décompositions. En effet, cela permet une connaissance plus en profondeur des nombres et donc une utilisation plus fine et plus experte.

Bibliographie

- Barth, B.M. (1985). Jérôme Bruner et l'innovation pédagogique. *Communication et langages*. 66, 46-58.
- Bosch, M. & Chevillard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*. 19(1), 77-124.
- Bouysse, V., Clauss, P. *L'école maternelle*. Rapport à M. le ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative, rapport n°2011-108.
- Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths*. Paris : Retz.
- Brissiaud, R. (2014). Le nombre dans la synthèse de la consultation maternelle. Repéré à : <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/12/16122014Article635543110360526449.aspx>
- Brissiaud, R. (2015a). Le nombre dans le nouveau programme : quatre concepts-clés pour la pratique et la formation. Repéré à : <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/07102015Article635798003968263974.aspx>
- Brissiaud, R. (2015b). Maternelle : la refondation attendue est enfin au rendez-vous. Repéré à : <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/01/30012015Article635581990193425523.asp>
- Bulletin officiel hors série n°1 du 14 février 2002 (2002), Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. Repéré à : <http://www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/default.htm>
- Bulletin officiel hors série n°3 du 19 juin 2008 (2008) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. Repéré à : <http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm>
- Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015. (2015), Programmes d'enseignement de l'école maternelle. Repéré à : http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940
- Buisson, F. (1911). *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*. Paris : Librairie Hachette et cie
- Duprey, G. & Duprey, S. & Sautenet, C. (2015). *Vers les maths moyenne section*. Schiltigheim : Accès édition

- Duval, R. (1995) *Semiosis et pensée humaine*. Berne : Peter Lang.
- Eduscol (2015), Ressources maternelle, Jouer et apprendre, Cadrage général. Consulté à : http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Apprendre/30/3/Ress_c1_jouer_jouerappreie_458303.pdf
- Margolinas C. (2016), Des connaissances mal connues au coeur des premiers apprentissages scolaires en français et en mathématiques, conférence ESPE de Grenoble, 12 octobre 2016. Consulté à : <https://espe.univ-grenoble-alpes.fr/recherche/seminaires-de-l-espe/seminaires-2016-2017/des-connaissances-mal-connues-au-c-ur-des-premiers-apprentissages-scolaires-en-francais-et-en-mathematiques-179486.kjsp>
- Nembrini, J-L, (2009), Circulaire n°2009-098
- SCEREN, CNDP-CRDP (2012), *Le nombre au C2 Mathématiques*, Collection "Ressources pour faire la classe"
- Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, 98, 67-90



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Année universitaire 2017-2018

Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention Premier degré

Titre du mémoire : Le passage de la manipulation à la fiche pour travailler la décomposition des nombres en maternelle

Auteur : Coralie de Lazzer

Résumé :

Ce mémoire fait suite à un échec lors de la mise en œuvre de la séquence sur « constituer une collection de trois » issue du manuel ACCES « Vers les maths, moyenne section ». Les élèves n'ont pas réussi tous les différents ateliers proposés par le manuel. Dans un premier temps les élèves étaient en situation de manipulation ce qui les a mis en réussite. Puis dans un deuxième temps, les élèves devaient réaliser un travail sur fiche. Ils se sont retrouvés en difficulté. A la lumière de nos lectures, nous avons compris que les compétences et les modes d'apprentissage étaient différents dans ces deux tâches et que les mode de représentation du monde de Bruner (énactif, iconique, symbolique) permettent la croissance cognitive. Nous avons donc souhaité aménager une séquence du manuel ACCES en prenant en compte nos éléments de recherche et en émettant l'hypothèse que le passage par les trois modes de représentations permettait de passer de la manipulation à l'abstraction, de la manipulation à la fiche. Nous verrons donc comment, en aménageant la séquence du manuel sur la décomposition des nombres, les élèves s'approprient la compétence grâce à la confrontation des trois modes.

Mots clés : Enseignement des mathématiques ; cycle 1 ; Moyenne Section ; Modes de representation ; decomposition des nombres.

Summary :

This work came after a failure during the application of a teaching sequence “to made a collection of 3” from the textbook ACCES “Vers les maths, moyenne section”. Pupils didn’t pass all the different tasks from the sequence. Firstly, they were on a task of manipulation which they passed. Secondly, they had a work on paper. They faced difficulties on it. With our readings, we had understood that skills and learning modes were different between these two tasks and that Bruner’s modes of world representation (enactive, iconic, symbolic) stimulates cognitive growth. So we adjusted an ACCES sequence including our readings and venturing the hypothesis that going through the 3 modes of representation allows coming from manipulation to abstraction, from manipulation to paper work. Our work is about adjusting an ACCES sequence about numbers decomposition to reach to competence appropriation by pupils thanks to different modes of representation.

Key words : mathematics teaching ; cycle 1 ; nursery school ; modes of representation ; numbers decomposition