



HAL
open science

La conceptualisation du nombre en maternelle

Esther Husset

► **To cite this version:**

| Esther Husset. La conceptualisation du nombre en maternelle. Education. 2018. dumas-01937811

HAL Id: dumas-01937811

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01937811>

Submitted on 10 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA CONCEPTUALISATION DU NOMBRE EN MATERNELLE

Mémoire présenté dans le cadre de la formation initiale 2ème

Année 2017-2018 :

MEEF mention 1er degré

Soutenu publiquement par

Esther Husset

En présence d'un jury composé de

Tuteur ESPE : Denis Torralba

Tuteur Éducation Nationale : Leila Saimi

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
PARTIE THEORIQUE.....	3
1. PREMIERES RENCONTRES AVEC LE NOMBRE. THEORIES SCIENTIFIQUES....	3
1.1 La part de l'inné :	3
1.2 Le début des acquisitions :	3
1.2.1. Rencontre par le langage :	3
1.3 Dénombrer par analogie avec une collection témoin ou par comptage :	4
1.4 L'importance de l'abstraction :	5
1.5 Que se passe-t-il au niveau cérébral ?	6
1.6 Pour conclure sur cette partie théorique :	6
2. COMMENT AIDER LES ENFANTS A ACQUERIR LE CONCEPT DE NOMBRE ?..	7
2.1 Instructions officielles.....	7
2.1.1. Avant la réforme des mathématiques de 1970	7
2.1.2. Après la réforme de 1970 :	8
2.1.3 Les programmes en application aujourd'hui :	9
2.2 La didactique.....	10
2.2.1. L'accès à la signification des mots-nombres en tant que quantités :	10
2.2.2. Dénombrer en construisant une collection-témoin :	11
2.2.3. L'importance des apprentissages sur le domaine restreint des trois premiers nombres :	12
2.2.4. L'utilisation des constellations et les décompositions :	12
2.2.5. Comparaison de collection sans comptage :	13
2.2.6. L'enseignement du comptage en moyenne section :	13
2.2.7. Pour conclure :	13

PARTIE EXPERIMENTALE	14
1 CONTEXTE ET CHRONOLOGIE DE L'EXPERIMENTATION :	14
2 EVALUATION DIAGNOSTIQUE :	15
2.1. Description :	15
2.2. Observations et résultats :	16
2.3. Bilan de l'évaluation :	16
3 LES ACTIVITES POUR EVOLUER :	17
3.1. Les cinq oiseaux dans leur nid :	17
3.2 Les hérissons :	17
3.3 L'album à compter pour la moyenne section de Rémi Brissiaud et le jeu du jardin des coccinelles :	21
3.4 La coccinelle à 5 points :	22
3.5 Les jeux mathématiques :	24
4 EVALUATION FINALE :	26
4.1 Description de l'évaluation :	26
4.2. Observations et résultats	27
5 ANALYSE, INTERPRETATIONS ET BILAN :	28
5.1 Les différents types d'activité :	28
5.2 Evaluation finale et évolution des enfants :	30
CONCLUSION	32
Annexe 1	33
Annexe 2	35
Annexe 3	36
Annexe 4	37

INTRODUCTION

L'organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), organisation internationale regroupant 35 pays membres, pour la plupart des pays développés, organise depuis 2000 une évaluation des systèmes éducatifs internationaux nommée PISA (Programme for International Student Assessment). Cette évaluation des acquis est menée sur des élèves de 15 ans. Les épreuves PISA cherchent à déterminer la capacité des élèves à formuler, utiliser, interpréter les mathématiques dans divers contextes, en faisant appel à leurs facultés de raisonnement mathématique, à mettre en relation concepts, outils et procédures pour décrire, expliquer et anticiper des phénomènes. Il existe une autre évaluation organisée par une association internationale de chercheurs (l'IEA), l'enquête TIMSS (Trends International Mathematics and Science Study) qui veut rendre compte des acquis en mathématiques et en sciences des élèves de quatrième année d'école élémentaire (CM1) et de terminale scientifique. Elle concerne une cinquantaine de pays (dont 26 de l'OCDE) et se base sur les programmes d'enseignement. La France a pris part à cette enquête pour la première fois en 2015 pour les élèves de CM1.

L'enquête PISA situe les jeunes français en mathématiques au niveau de la moyenne des pays de l'OCDE, mais bien plus alarmant sont les résultats de l'enquête TIMSS. En effet, les élèves des CM1 français obtiennent un résultat légèrement inférieur à celui de la moyenne internationale et très inférieur à la moyenne européenne malgré un volume horaire d'enseignement en mathématiques supérieur.

Le conseil national d'évaluation du système scolaire (Cnesco) pointe des résultats particulièrement faibles sur les questions portant sur les nombres et le calcul. Il apparaît donc indispensable d'améliorer les enseignements mathématiques des premières années de scolarité des enfants en France et d'axer, entre-autres, ces améliorations sur la maîtrise des nombres et du calcul.

Que peut-on mettre en œuvre, dès la maternelle pour amorcer la construction de bases mathématiques en numération, solides et efficaces pour la suite des apprentissages ?

Depuis un siècle environ, la recherche scientifique s'applique à décrypter les processus d'apprentissage en mathématiques. Ensemble d'études que l'on peut répartir en trois périodes :

- Du début du XXème siècle jusque vers 1960 des travaux empiriques basés sur la performance avec deux préoccupations dominantes : situer les individus les uns par rapport aux autres et décrire et expliquer les difficultés relatives aux connaissances et aux compétences arithmétiques dans le but d'améliorer l'apprentissage et l'utilisation des mathématiques.

- Entre les années 1950 et les années 1980, les recherches prennent en compte les fondements logiques de la pensée mathématique et travaillent sur l'importance de la conceptualisation et de l'abstraction.

- A partir de 1980, sous l'influence des neurosciences et des sciences cognitives, des recherches sur les fonctionnements cérébraux mettent en évidence la diversité et la complexité des activités mentales associées aux mathématiques dans le but d'expliquer certaines pathologies mais aussi de dégager des pistes pédagogiques.

De ces recherches se dégage un point fondamental pour la didactique des mathématiques, la nécessité d'acquérir le concept de nombre, c'est à dire avoir accès à une représentation cérébrale du nombre, comprendre qu'il est invariant et abstrait.

A ce stade, on perçoit la complexité de cette acquisition et l'importance d'élaborer un cheminement pédagogique conduisant à la conceptualisation.

Comme pour toute construction, il est nécessaire que les fondations soient solides. Les didacticiens et les pédagogues proposent diverses entrées possibles, le comptage, le dénombrement ou le langage, avec possibilité d'interaction entre les trois, dont les programmes institutionnels des dernières décennies se font l'écho.

Une évaluation diagnostique des enfants d'une classe de moyenne section (4 à 5 ans) conduit au constat suivant :

Les enfants connaissent pour la plupart la « comptine numérique » au moins jusqu'à 5 mais nombre d'entre eux peinent à concevoir ce que représente la quantité « 5 ».

Différentes situations de constructions de collections, de dénombrements, de décompositions-recompositions appuyées par un contexte langagier réfléchi leur seront proposées sur deux périodes de trois semaines avant d'évaluer leurs progrès sur la conception de la quantité « 5 » (premier palier de « complément à » mobilisable pour le calcul réfléchi).

PARTIE THEORIQUE

1. PREMIERES RENCONTRES AVEC LE NOMBRE. THEORIES SCIENTIFIQUES

1.1 La part de l'inné :

Roger Bacon, philosophe, savant et alchimiste anglais du XIII^{ème} siècle affirmait que compter et calculer étaient des connaissances innées puisque même les gens du peuple et les illettrés les possédaient. Au-delà du côté anecdotique d'une telle affirmation, des recherches menées sur des animaux (Otto Köhler en 1955, Tetsuro Matsuzawa en 1985 et 2005), des nouveau-nés ou des adultes qu'on empêche de compter (Whalem, Gallistel et Gelman en 1999) apportent des résultats convergents sur le caractère inné de l'estimation de quantité.

Cette estimation permet d'évaluer approximativement et de comparer rapidement des quantités mais également de percevoir des ajouts et des retraits.

1.2 Le début des acquisitions :

1.2.1. Rencontre par le langage :

Bien avant le début de sa scolarité, l'enfant rencontre le nombre quotidiennement dans le langage. C'est en effet un élément central de communication. En français d'ailleurs, le mot « un » est celui qui désigne la quantité unitaire aussi bien que le déterminant indéfini le plus utilisé.

Les recherches de Karen Wynn (1992) concluent que l'enfant accède en deux étapes à la signification du mot-nombre. Dans un premier temps, le mot-nombre est associé à un nom comme un déterminant. L'enfant perçoit la notion de quantité (ce n'est pas une couleur ou une taille par exemple) mais ne sait pas de quelle quantité il s'agit. Dans un deuxième temps, les mots-nombres employés comme déterminant d'un nom expriment une quantité. Il est capable d'associer tel mot à telle quantité. L'évolution du premier au deuxième niveau prend environ un an, en général au moment où l'enfant entre en maternelle.

1.2.2. La perception globale

Il existe un phénomène que l'on nomme le « subitizing » et que les scientifiques décrivent comme la perception globale de la numérosité d'une collection si la taille des ensembles est limitée (un à trois éléments pour l'enfant de 4 ans environ) ou la collection organisée. L'enfant est capable d'énoncer une quantité sans recours au comptage.

Ce stade atteint, progresser vers l'acquisition du nombre nécessite de pouvoir dénombrer des collections de manière volontaire pour en exprimer la quantité, c'est à dire répondre à la question « combien ? ». Deux voies pour y parvenir : l'analogie avec une collection-témoin et le comptage.

1.3 Dénombrer par analogie avec une collection témoin ou par comptage :

Dans les deux cas il s'agit d'une mise en correspondance terme à terme. C'est la représentation finale de la quantité qui change. Soit la quantité est représentée par l'ensemble des éléments mis en correspondance terme à terme (la collection-témoin), soit la quantité est représentée par le dernier élément mis en correspondance terme à terme (le dernier mot-nombre prononcé).

Les processus mis en-œuvre dans ces deux méthodes de dénombrement sont différents :

- L'analogie avec une collection-témoin ne nécessite pas de connaître la suite numérique conventionnelle. L'enfant apprend à reconnaître les quantités. Le comptage est postérieur.
- Le comptage a été l'objet de travaux de Rochel Gelman et Charles Gallistel (en 1978).

Ils décomposent le comptage en cinq principes implicites :

1/Le principe d'ordre stable (la suite conventionnelle des nombres)

2/Le principe de correspondance terme à terme (à chaque objet pointé correspond un mot de la liste)

3/Le principe cardinal (le dernier mot de la suite désigne le cardinal de l'ensemble).

4/Le principe d'ordre indifférent (le trajet pour parcourir l'ensemble de la collection est indifférent).

5/Le principe d'abstraction.

Autrement dit, pour compter l'enfant doit connaître la « comptine numérique » en sachant isoler chacun des mots-nombres, doit être capable de pointer tous les objets une seule fois chacun, doit mettre en correspondance lors du pointage un mot par objet et doit isoler le dernier mot prononcé comme réponse à la quantité.

Pour Rochel Gelman, ces principes sont disponibles chez l'enfant très tôt. C'est la difficulté résultant de l'utilisation simultanée de ceux-ci qui conduirait l'enfant très jeune à une surcharge cognitive. Elle est en cela en contradiction avec un des premiers modèles présentés de l'acquisition du nombre chez l'enfant, la théorie soutenue par Jean Piaget en 1941 selon laquelle la construction du nombre dépend du développement des facultés logiques et résulte de la synthèse de la construction de l'aspect cardinal et de la construction de l'aspect ordinal du nombre. Chacun de ces aspects passant par un certain nombre d'étapes dont les durées varient d'un enfant à l'autre. La construction du nombre ne pourrait donc s'établir que vers 6/7 ans.

1.4 L'importance de l'abstraction :

Rémi Brissiaud, en 1989, soulève le point suivant : ce n'est pas parce que l'enfant a compris qu'il doit répondre le dernier mot-nombre prononcé après comptage à la question « combien », qu'il a conceptualisé ce nombre et à fortiori le nombre.

En effet, certains enfants ont seulement enregistré une procédure (je récite la comptine numérique en pointant les éléments un à un, sans en oublier, en les comptant une fois chacun seulement et je répète le dernier mot prononcé). Il se peut qu'ils aient seulement attribué un numéro à chaque élément et donnent comme réponse le dernier numéro attribué (ce que Rémi Brissiaud nomme le comptage-numérotage). Dans ce cas, ils n'ont pas conscience que le nombre prononcé correspond à la quantité d'éléments, qu'il est une propriété de la collection envisagée (cette collection possède n éléments).

Sans cette étape cruciale, ils ne peuvent passer au stade ultime, à savoir, considérer le nombre comme une entité ayant des propriétés qui lui sont propres (ses décompositions, ses propriétés de calcul). Une communication adaptée autour du nombre dès le plus jeune âge (décrire une quantité par ses décompositions, utiliser des représentations sensorielles) favorise l'accès à ces étapes vers la conceptualisation du nombre.

1.5 Que se passe-t-il au niveau cérébral ?

Des recherches neuroscientifiques dont le but est de comprendre les pathologies acalculiques et d'aider à l'élaboration d'une pédagogie adaptée à l'apprentissage des mathématiques ont été menées avec comme idées directrices que les capacités arithmétiques ne résultent pas d'un phénomène unitaire mais sont le fruit de modules unitaires autonomes organisés en un système cognitif ayant une architecture précise. Elles concluent que différents types de connaissances contribuent aux traitements mathématiques par le cerveau : des connaissances factuelles, procédurales et conceptuelles ainsi que la capacité à déterminer un ordre de grandeur. Ces connaissances sont traitées séparément mais reliées.

Les apprentissages des mathématiques doivent donc contenir des concepts, des faits et des procédures. Le premier concept étant : Le nombre.

1.6 Pour conclure sur cette partie théorique :

Comme le définit le dictionnaire Larousse, le nombre est une notion qui permet de compter, de dénombrer les choses ou les êtres, de classer les objets, de mesurer les grandeurs. Le nombre est donc un concept mental. On ne peut le montrer comme on montre un objet. Il faut le faire comprendre.

Cette notion est d'autant plus complexe que sa représentation est multiple : écritures chiffrée et lettrée, collections témoins (de doigts par exemple), constellations normées (le dé, les cartes à jouer) et plus abstraites, écriture sous forme de fraction, de décimal et de symbole.

Autre entrave possible à la compréhension de la notion de nombre : celui-ci peut caractériser deux données distinctes, l'ordre et la quantité. L'ordinal étant le nombre qui caractérise la place d'un élément dans une suite et le cardinal celui qui correspond au nombre d'éléments contenus dans une collection.

Il apparaît à ce stade évident que réciter la frise numérique ne peut être considéré comme suffisant à l'appropriation de ce concept complexe. Connaître cet enchaînement normatif de mots peut être comparé à la connaissance des enchaînements des jours de la semaine et des mois de l'année, enchaînements conventionnels non à même de définir à eux seuls la notion du temps cyclique.

Si nous nous intéressons plus particulièrement à la notion de quantité, comprendre le nombre c'est d'abord comprendre ce qu'est une collection (un ensemble d'objets ou d'éléments), comprendre que cette collection peut être caractérisée par une quantité, c'est à dire le nombre d'éléments qui la constitue. C'est donc se forger une image mentale qui relie le « mot-nombre » à la quantité correspondante.

2. COMMENT AIDER LES ENFANTS A ACQUERIR LE CONCEPT DE NOMBRE ?

2.1 Instructions officielles

En fonction des avancées scientifiques et des recommandations des pédo-psychologues les programmes scolaires institutionnels proposent une didactique des mathématiques qui a évolué régulièrement au fil de l'histoire de l'école.

2.1.1. Avant la réforme des mathématiques de 1970

Dans la loi du 16 juin 1881, proposée et défendue par Jules Ferry, qui définit le statut de l'école maternelle publique, des instructions officielles décrivent l'enseignement du calcul. Les enfants de deux à cinq ans doivent se familiariser avec les termes 1,2,3,4,5, demi, s'exercer à compter jusqu'à dix et effectuer du calcul mental sur les dix premiers nombres. A partir de cinq ans, des opérations par petits exercices illustrés de dessins correspondants débutent l'enseignement des procédures de calcul posé en colonne. Cet enseignement se poursuit jusqu'au cours moyen. Il s'agit là d'une pédagogie concentrique par répétition tout au long de la scolarité. L'écueil de ces apprentissages précoces est qu'ils fassent obstacle aux progrès. Les enfants risquent de n'apprendre que des procédures sans se soucier des conditions d'applications de celles-ci, ce qui conduit à une maîtrise correcte des calculs mais une incapacité à résoudre des problèmes.

Ce n'est qu'avec la réforme des mathématiques de 1970 que ces pratiques ont été abandonnées.

2.1.2. Après la réforme de 1970 :

La circulaire du 2/08/1977 redéfinissant l'école maternelle après cette réforme, ses objectifs d'apprentissage et les procédures éducatives à mettre en œuvre n'accorde plus de place au nombre à l'école maternelle. Certainement du fait de la prise en compte du modèle piagétien selon lequel l'enfant n'acquière le concept du nombre que vers six/sept ans.

Les instructions officielles de cette époque préconisent des activités prénumériques de sériation (tris par longueur, classement d'objets selon des critères de couleurs, de formes...), le passage du prénumérique au numérique se faisant dans le courant du cours préparatoire.

Rapidement, on s'est rendu compte que même si le nombre n'avait plus sa place à la maternelle, un enfant de cinq ans était capable de l'utiliser quotidiennement parce qu'il fait partie de son environnement. Dans les faits, le nombre retrouve une place dans deux types d'activités, la gestion coopérative (dénombrement des présents, des absents et des enfants déjeunant à la cantine) et des stocks de la classe et les jeux à règles à composantes numériques (jeux de société avec dé...).

Dans la circulaire du 30 janvier 1986 (Orientations pour l'école maternelle), une rubrique intitulée « les activités scientifiques et techniques » stipule que « progressivement, l'enfant découvre et construit le nombre, il apprend et récite la comptine numérique ; il établit des sériations, c'est à dire ordonne des collections en fonction de propriétés ; il compare des collections terme à terme. » Le nombre est à nouveau présent dans les programmes même si les cadres théoriques sont assez flous.

En 1995, le journal officiel du 2 mars, « Programmes pour l'école primaire », décrit plus précisément l'approche du nombre. On y retrouve la prise en compte du cheminement vers le nombre décrite ci-dessus (Paragraphe 1) : Les capacités d'estimation globale des quantités (« plus, moins, pareil ») ; le « subitizing » (« dénombrement de petites collections par perception instantanée ») ; les comparaisons par analogie à des collections témoins (« comparaison de collections naturelles ou à des collections repères ») ; l'apprentissage de l'ordre conventionnel des nombres (« fixation et extension de la comptine parlée ») et le dénombrement en utilisant la comptine (« dénombrement par mise en correspondance terme à terme d'un mot nombre avec une élément d'une collection »). Ces programmes décrivent également que c'est « à travers la résolution de petits problèmes additifs et soustractifs et de

situations de distribution [que] l'enfant découvre les fonctions du nombre, en particulier comme représentation d'une quantité ».

Les programmes de 2002 (BO N°1 du 14/02/2002) et ceux de 2008 (BO N°5 du 12/04/2007) sont en tous points identiques pour les mathématiques à la maternelle et maintiennent les attendus des programmes précédents en ajoutant la notion de bande numérique et la capacité pour l'enfant « d'associer le nom des nombres connus à leur écriture chiffrée » en se référant à cette bande numérique. Il est à noter que dans ces programmes, il est clairement spécifié qu'« apprendre la suite orale des nombres n'est pas apprendre à compter ». En évoquant la prise de conscience par l'enfant du fait que le dernier nombre prononcé permet de déterminer la quantité toute entière (et pas seulement le dernier objet pointé), ces programmes semblent préconiser le dénombrement par pointage et récitation de la comptine numérique.

2.1.3 Les programmes en application aujourd'hui :

Les programmes de 2015 (B.O. spécial N°2 du 26 mars 2015) décrivent une perspective différente dans le domaine « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée ». Ils insistent toujours sur le fait que « la récitation [de la suite numérique] ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres » et qu'il est nécessaire de conduire progressivement l'enfant à comprendre que le nombre permet d'exprimer des quantités et d'exprimer un rang.

La différence se trouve dans la démarche qui conduit à la notion quantitative du nombre. Il n'apparaît plus que l'enfant doit prendre conscience que le dernier mot-nombre prononcé lors du comptage par pointage désigne la quantité. L'enfant doit avant tout comprendre qu'un nombre peut représenter le cardinal d'une collection quelle qu'en soit la nature des éléments et leur disposition spatiale. Pour cela, il est fondamental que « les nombres soient composés et décomposés. La maîtrise de la décomposition est une condition nécessaire à la construction du nombre. » Ceci passant par la stabilisation de la connaissance des petits nombres.

Les programmes préconisent à ces fins des « activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recombinaison des petites quantités [] la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu. » Cette stabilisation permettant de conduire à comprendre que « toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité

précédente [] et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms des nombres ou de leur écriture en chiffres. »

Ce cheminement évite l'écueil du « comptage-numérotage » par lequel l'enfant risque d'attribuer un « numéro » à chaque élément pointé de la collection qu'il dénombre et non un nombre total d'éléments comptés.

En cela, ces nouveaux programmes sont en adéquation avec les travaux de Rémi Brissiaud sur l'acquisition du nombre chez l'enfant décrits dès 1989 dans l'ouvrage « Comment les enfants apprennent à calculer » et dans le fascicule destiné à la maternelle « Premiers pas vers les maths, les chemins de la réussite l'école maternelle » en 2007.

2.2 La didactique

Les ouvrages de Rémi Brissiaud sont le fruit de travaux menés à partir des recherches de nombreux scientifiques, en particulier ceux cités dans la première partie de ce mémoire.

Il insiste particulièrement sur la nécessité d'éviter le dénombrement par comptage dans les premiers apprentissages, mais de privilégier l'utilisation d'un langage approprié et la construction de collections-témoins pour accéder à la notion de quantité.

2.2.1. L'accès à la signification des mots-nombres en tant que quantités :

Entre deux et quatre ans, s'approprier le système des premiers nombres c'est construire la ou les significations de mots nouveaux, les mots-nombres. A trois ans, l'enfant rencontre chaque jour des dizaines de mots nouveaux. La compréhension s'établit à partir du contexte de communication. S'il y a trop de mots inconnus dans l'environnement linguistique il ne peut y avoir accès à la signification. Le choix des mots qui entourent celui qui désigne le nombre est donc très important. L'enfant utilise simultanément le contexte extralinguistique (éléments matériels présents, événements en cours, ce que montre l'adulte...). Lorsque le mot-nombre est utilisé dans le contexte du comptage, il faudrait que l'enfant soit capable de surmonter la polysémie du mot (pouvant signifier un numéro et un nombre). L'accès à la polysémie est généralement lié aux contextes d'utilisation forcément différents de ce mot (par exemple, la mousse du bain et celle de la nature). Or, ce n'est pas le cas pour l'utilisation des mots-nombres lors du comptage. D'autre part, les premières écritures chiffrées rencontrées par le jeune enfant

représentent des numéros (boutons de télécommande, d'ascenseur...). De surcroît, ces numéros sont ordonnés à partir du 1 comme pour le comptage des objets ce qui accroît encore le risque de confusion entre numéros et nombres.

Afin d'éviter l'usage des mots-nombres en tant que numéros, il est judicieux de parler des nombres dans un contexte de décomposition : trois, c'est un, et un et encore un. En plus de « parler » les nombres on peut aussi exprimer l'idée de quantité de manière non-linguistique : « montrer » les nombres. Ce, par l'usage de collections-témoins qui permet une mise en correspondance terme à terme facile à comprendre pour les très jeunes enfants de part sa transparence (contrairement à une unité linguistique, le mot ou une unité graphique, le chiffre). S'appuyer sur les représentations des petits nombres à l'aide de collections-témoins est donc une réelle aide pour faire comprendre aux jeunes enfants ce que sont les nombres ; et la collection-témoin constamment à disposition, ce sont les doigts. Autres avantages liés à la collection de doigts : elle allie une représentation visuelle et kinesthésique ; de plus elle est composée de deux groupes de 5 permettant d'être assimilée à une collection-témoin organisée. Il faut toutefois être vigilant à ce que l'enfant n'assimile pas le nombre à une représentation fixe de doigts au risque de ne pas développer la notion de quantité par analogie mais d'associer un signe à un mot sans réelle signification pour lui (3 ce n'est pas forcément le pouce, l'index et le majeur).

2.2.2. Dénombrer en construisant une collection-témoin :

Il y a trois conditions pour dénombrer :

- Créer mentalement des unités numériques, c'est à dire, considérer comme uns des entités qui n'apparaissent pas comme identiques au point de vue perceptif (dénombrer des animaux par exemple), cela ne va pas forcément de soi.
- Prendre en compte ces unités sans répétition et sans omission, c'est à dire, énumérer les unités ; c'est plus ou moins difficile selon le nombre et la disposition spatiale.
- Totaliser les unités, soit énoncer d'une façon ou d'une autre combien il y en a en tout.

Mieux que le comptage, les collections-témoins permettent la construction mentale d'unités et leur totalisation. En effet, si un adulte veut dénombrer 4 livres en construisant une collection-témoin doigts, accompagnée d'une énumération verbale de la décomposition en unité (chaque prononciation de « un » renvoie de manière explicite à la prise en compte d'une nouvelle unité)

l'enfant comprend que l'adulte s'est engagé dans un projet de totalisation des unités. Le mot correspondant à la quantité est le seul différent de un.

Si l'adulte compte les livres, il utilise un mot différent par livre, il est alors difficile de concevoir pour l'enfant que la quantité est un ensemble d'unités et il n'a pas non plus de vision de l'ajout successif de ces unités.

Privilégier la procédure de construction d'une collection-témoin peut engendrer une difficulté à mémoriser les noms des nombres dans un premier temps, malgré cela l'enfant est capable d'exprimer par l'utilisation de ses doigts ou une description verbale une quantité et donc de concevoir mentalement l'idée du nombre. L'accès au mot n'est pas le plus difficile à atteindre.

Pour Rémi Brissiaud, à l'instar de Stanislas Dehaene, il est primordial que l'enfant soit conscient de pourquoi il doit compter avant de savoir comment le faire et afin de conceptualiser le nombre en tant qu'expression d'une quantité.

2.2.3. L'importance des apprentissages sur le domaine restreint des trois premiers nombres :

Jusqu'à trois éléments, l'énumération mentale se fait simultanément et automatiquement. C'est le subitizing, (attention, il est toutefois erroné de penser que le subitizing est la capacité de « concevoir » les trois premiers nombres). On peut donc considérer que les deux premières conditions pour dénombrer (créer mentalement des unités numériques et prendre en compte ces unités sans répétition ni omission) ne posent pas de problème dans le domaine des trois premiers nombres. Même s'il est restreint, il s'agit d'un authentique système numérique au sens où chacun des nombres 2 et 3 peut être défini à partir de ceux qui le précèdent (2 c'est 1 et 1, 3 c'est 1,1 et 1 ou 2 et 1). En petite section, pour permettre aux enfants de construire assez facilement ce système numérique, on peut y appliquer des activités de construction de collections-témoins, nommer ces nombres, les utiliser dans des activités de décomposition et recomposition.

2.2.4. L'utilisation des constellations et les décompositions :

L'usage des constellations facilite l'accès au dénombrement. Au départ quand l'enfant nomme une constellation il se peut qu'il ne désigne pas une quantité mais une configuration spatiale.

Décrire cette constellation en utilisant les décompositions (par exemple, le 5 c'est les 4 points du 4 et encore 1 point au centre, le 4, c'est 2 points en haut et 2 points en bas) permet aux enfants de prendre conscience qu'elle est une représentation analogique de la quantité.

2.2.5. Comparaison de collection sans comptage :

La comparaison de deux collections par mise en correspondance terme à terme favorise la décomposition du nombre. En effet, décomposer un nombre à l'aide d'un de ces prédécesseurs c'est le comparer à celui-ci.

2.2.6. L'enseignement du comptage en moyenne section :

Pour représenter des quantités plus importantes, l'apprentissage de l'ordre conventionnel devient une nécessité. Les enfants apprennent à compter les objets en les pointant un à un en associant la suite de mots-nombres. A ce moment, le comptage intervient comme aide à la mémorisation de la quantité. L'ensemble du travail sur les petites quantités avant l'apprentissage du comptage évite l'assimilation du mot-nombre à un numéro.

2.2.7. Pour conclure :

Pour favoriser l'acquisition des petits nombres en maternelle :

- Il faut être attentif aux contextes linguistique et extralinguistique dans lesquels sont introduits les nombres.
- Une attention particulière à la construction du système numérique des trois premiers nombres est indispensable.
- La décomposition est à privilégier pour conduire à la maîtrise d'un nombre.
- Le comptage par pointage ne devrait pas être introduit avant que l'enfant connaisse la signification cardinale du mot-nombre.

PARTIE EXPERIMENTALE

L'objectif de cette expérimentation est de déterminer si la mise en place de différentes situations de constructions de collections, de dénombrements, de décomposition-recomposition appuyées par un contexte langagier réfléchi favorise les progrès vers la conceptualisation du nombre d'une classe de moyenne section.

1 CONTEXTE ET CHRONOLOGIE DE L'EXPERIMENTATION :

La classe a un effectif de 26 enfants de 4 à 5 ans. Trois enfants requièrent d'ores et déjà une attention particulière et sont suivis par une équipe éducative pour leurs difficultés à entrer dans les apprentissages.

L'expérimentation est menée sur deux fois trois semaines, en février (deuxième moitié de la troisième période scolaire) et en avril (deuxième moitié de la quatrième période scolaire).

Dans un premier temps, il est nécessaire d'évaluer les enfants. Evaluation diagnostique dont le but est de déterminer de façon assez précise où en sont les enfants dans l'acquisition du nombre 5. Le choix est arrêté sur ce nombre en fonction du niveau de la classe (moyenne section), des attentes institutionnelles et des préconisations didactiques précitées (le système des trois premiers nombres doit avoir été travaillé en petite section) et parce que le 5 est le premier palier de « complément à » mobilisable pour le calcul réfléchi, il est donc essentiel que sa conception soit maîtrisée.

Dans un deuxième temps, il est proposé aux enfants un panel d'activités selon différentes modalités :

- Une comptine numérique, les 5 oiseaux dans leur nid, est reprise et évolue régulièrement tout au long de l'expérimentation en regroupement.
- En ateliers dirigés par l'enseignante sont travaillées la construction d'une collection et les décompositions du nombre 5. (Les hérissons à cinq piquants, les coccinelles à cinq points, l'album à compter de Rémi Brissiaud, le jardin des coccinelles).
- Les situations découvertes en ateliers dirigés sont prolongées par des activités autonomes, en regroupement, ou ritualisées à l'accueil du matin.

- Des jeux mathématiques dirigés par l'enseignante également, pour travailler les différentes représentations des nombres, constellations du dé, collections de doigts et écritures chiffrées (jeu de dominos), la construction de collections (jeu de dé, la tour à 5 cubes), la comparaison de quantité (jeu de dé avec les abaques, le jeu des tiges). Ces différents jeux sont ensuite laissés à disposition en autonomie dans la classe.

L'expérimentation se conclut par une évaluation finale dont le but est de constater les progrès des enfants quant à la conceptualisation du nombre.

2 EVALUATION DIAGNOSTIQUE :

2.1. Description :

Les enfants sont évalués individuellement sur les temps d'accueil du matin ou sur des moments de jeux en autonomie.

Il est d'abord demandé à l'enfant s'il peut compter jusqu'à 10. Il s'agit d'un simple « état des lieux » en aucun cas de déterminer jusqu'à quel nombre l'enfant connaît la comptine numérique.

Dans un deuxième temps, l'enfant dispose d'une réserve d'objets identiques et d'une petite boîte vide. Il ne dispose d'aucune aide matérielle, ni collection-témoin, ni constellation de dé.

Il lui est demandé de préparer une collection de 5 objets. (Question : S'il te plaît, « X » peux-tu mettre dans cette petite boîte, 5 jetons ?). S'il y parvient, on lui propose de préparer une collection d'un cardinal supérieur (jusqu'à 7), s'il n'y parvient pas, on lui propose de préparer une collection d'un cardinal inférieur (4 puis 3 etc).

On évalue ensuite la capacité à répondre à la question « combien ? » et la procédure utilisée. Une collection de 5 jetons est montrée à l'enfant. Question : Regarde, j'ai des jetons dans ma main, peux-tu me dire combien ? L'enfant est libre de les toucher, de les compter en les pointant, de les agencer de la manière qu'il souhaite. Comme à l'étape précédente, on peut augmenter ou diminuer le cardinal de la collection en fonction des résultats obtenus

2.2. Observations et résultats :

- La récitation de la comptine numérique jusqu'à 10 est maîtrisée par 19 enfants sur 26. (73%), cinq enfants récitent jusqu'à 5, 6 ou 7, un enfant n'énonce que le 1 et le 2, un enfin énonce une suite de nombres sans organisation.
- Préparer une collection d'objets d'un cardinal donné :

19 enfants sont capables de préparer une collection de 5 objets ou plus. Cinq enfants ne donnent que 3 ou 4 objets, deux enfants donnent systématiquement un grand nombre d'objets.

Il est à noter que les 19 enfants réussissant à préparer une collection de 5 objets ne sont pas tous les mêmes que ceux qui savent réciter la comptine jusqu'à 10. (16 enfants en commun). Trois enfants connaissent la comptine mais ne parviennent pas à construire la collection demandée, en revanche deux des enfants ne récitant la comptine que partiellement et celui n'énonçant que le 1 et le 2 ont construit une collection de 5 objets.

- Répondre à la question « Combien ? »

18 enfants savent dénombrer des collections de 5 à 7 objets. La majorité utilise le comptage par pointage des éléments, trois d'entre eux n'ont même pas pointé matériellement les objets. Sept enfants sont capables de répondre à la question « combien » jusqu'à 3 objets. Un enfant compte en pointant les objets mais ne parvient pas à répondre à la question « combien ».

2.3. Bilan de l'évaluation :

Cette évaluation détermine le constat suivant :

Neuf enfants sur 26 n'ont pas encore acquis, ou ont une maîtrise fragile de la quantité 5. Les dix-huit autres semblent avoir compris la notion de quantité. La suite de l'expérimentation a pour objectif d'aider les uns à conceptualiser les propriétés cardinales du nombre et les autres à progresser dans la conceptualisation du nombre 5, à savoir être capable de le décomposer pour par la suite appliquer les propriétés de décompositions des nombres dans le calcul.

3 LES ACTIVITES POUR EVOLUER :

Lors de toute l'expérimentation, l'enseignant parle des nombres en les décrivant verbalement et à l'aide des doigts de la main. Par exemple, 5 c'est tous les doigts de la main, comme ça (en montrant la main ouverte), 3 c'est un et encore un et encore un, voilà 3 doigts, etc.

3.1. Les cinq oiseaux dans leur nid :

Il s'agit d'une activité proposée en regroupement, de façon rituelle. Cette activité est inspirée par le manuel *Vers les maths* pour la moyenne section (Voir annexe 1).

L'objectif est de travailler la représentation de la quantité par une collection-témoin de doigts et de constater les conséquences du retrait ou de l'ajout d'une unité sur l'étendue de la collection.

Un nid contenant cinq oiseaux amovibles est installé sur le tableau.

- Phase 1 : L'enseignant présente le nid et les 5 oiseaux, puis il théâtralise la comptine, un des oiseaux pousse un par un les autres oiseaux hors du nid. L'action de l'oiseau pousseur est mimée simultanément avec les doigts de la main.
- Phase 2 : Lorsque les enfants connaissent bien la comptine, ils miment avec leur main la chute successive des oiseaux et disent le nombre d'oiseaux encore dans le nid.
- Phases suivantes : Le premier oiseau pousse tellement fort, qu'il lui arrive de faire tomber 2 oiseaux en même temps, combien en reste-t-il dans le nid ? On peut également faire remonter les oiseaux un à un ou bien par 2.
- Observations : Les enfants ont fortement apprécié cette activité ritualisée. La plupart des enfants montrent correctement les quantités évoquées, nombreux sont ceux qui anticipent le résultat des transformations effectuées. Petit à petit, ils ont proposé de nouvelles situations, (celles décrites plus haut).

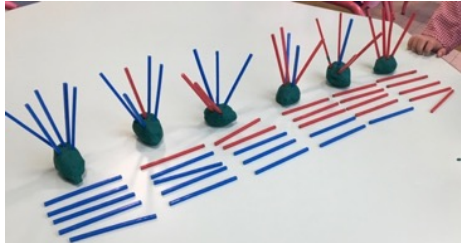
3.2 Les hérissons :


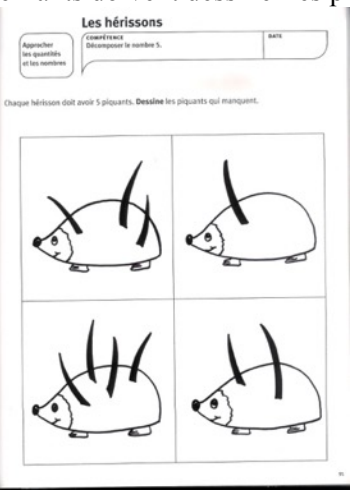
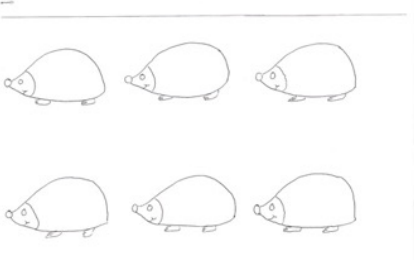
Cette partie de l'expérimentation trouve également sa source dans le manuel *Vers les maths*, moyenne section. (Voir annexe 2). Des transformations ont été apportées, en fonction des enfants de la classe, des temps dévolus aux ateliers dirigés ou autonomes (la capacité de

concentration des enfants sur une activité n'excédant pas 15 à 20 minutes) et du matériel disponible.

L'objectif général de cette partie est de travailler la construction d'une collection de 5 éléments et les décompositions de ce nombre.

Description des activités :

<p><u>Séance 1 :</u> Atelier dirigé 6/7 enfants 20 minutes</p>	<p><u>Matériel utilisé :</u> Un hérisson en pâte à modeler par enfant Des bâtonnets bleus et rouges</p>	<p><u>Phase 1 : mise en activité :</u> l'enseignant raconte l'histoire du petit hérisson qu'il faut « habiller avec 5 piquants ». Les enfants piquent 5 bâtonnets dans leur hérisson. (Différenciation : proposer de faire un hérisson avec moins de piquants, proposer de préparer les piquants en les superposant aux 5 doigts de la main.) <u>Phase 2 : Recherche individuelle, manipulation. :</u> Les hérissons ont toujours 5 piquants mais certains sont rouges et d'autres bleus. Les enfants préparent 5 piquants de deux couleurs. <u>Phase 3 : Mise en commun :</u> Comparer les hérissons. Faire constater les différences en insistant sur le fait que tous les hérissons ont bien 5 piquants. Faire compléter les différentes décompositions si elles n'apparaissent pas toutes.</p>
<p><u>Séance 2</u> Regroupement classe entière. 10 minutes</p>	<p><u>Matériel utilisé</u> 6 hérissons en pâte à modeler. Des bâtonnets bleus et rouges.</p>	<p>Quand l'ensemble des enfants est passé par l'atelier dirigé, un bilan de cet atelier est effectué. On y reprend les six possibilités de décomposition du 5. L'enseignant présente l'activité qui sera proposée dès lors à l'accueil du matin : « habiller les 6 hérissons tous différemment.</p>
<p><u>Séance 3</u> Activité autonome et individuelle. Accueil du matin</p>	<p><u>Matériel utilisé</u> 6 hérissons en pâte à modeler. Des bâtonnets bleus et rouges Cartes représentant les différentes décompositions du 5</p>	<p>Les enfants peuvent habiller un ou plusieurs hérissons, à l'aide des cartes de décompositions du 5. Aucun hérisson ne doit être identique à un autre.</p> 
<p><u>Séance 4 :</u> Atelier autonome 6/7 enfants 20 minutes maximum.</p>	<p><u>Matériel utilisé</u> Les enfants disposent de 5 bâtonnets chacun.</p>	<p>Les enfants disposent d'une fiche représentant le devant de 6 hérissons, ils doivent coller le derrière des hérissons pour que ceux-ci aient chacun 5 piquants. Aide apportée : l'enseignant propose aux enfants, s'ils le souhaitent de positionner les bâtonnets à leur disposition sur les piquants du devant du hérisson, et de trouver ensuite le derrière de hérisson correspondant au nombre de bâtonnets restants.</p>

		
<p><u>Séance 5 :</u> Atelier autonome 6/7 enfants 20 minutes maximum</p>	<p><u>Matériel utilisé</u> Les enfants disposent de 5 bâtonnets chacun.</p>	<p>Le principe est le même que celui de l'activité précédente. Les enfants doivent dessiner les piquants manquants.</p> 
<p><u>Séance 6 :</u> Atelier autonome 6/7 enfants 20 minutes maximum</p>	<p><u>Matériel utilisé :</u> Les 6 hérissons en pâte à modeler sont à disposition sur la table.</p>	<p>Six hérissons sans piquant sont représentés sur une feuille, avec l'aide des modèles en pâte à modeler les enfants sont invités à dessiner en bleu et en rouge les piquants des hérissons.</p> 

Observations :

Atelier dirigé : La phase 1 est bien réussie par les enfants déjà capables de préparer une collection de 5 objets. Les autres ont pu commencer par des collections moins étendues puis la collection de 5 piquants a été préparée en prolongeant chaque doigt d'une main posée sur la table par un bâtonnet.

Lors de la phase de recherche les phénomènes suivants ont été observés :

- Tous les enfants ont bien mis des bâtonnets de deux couleurs sur leur hérisson
- Certains enfants n'ont pas pu répondre à la suite de la consigne (mettre 5 piquants au hérisson)
- Certains enfants ont été déroutés parce qu'ils ne pouvaient pas mettre autant de bâtonnets bleus que de bâtonnets rouges. Il semblerait que « deux couleurs » évoquent une parité que le nombre 5 ne permet pas d'exploiter.
- Les enfants paraissant plus à l'aise ont en majorité utilisé les décompositions 3 et 2, et 2 et 3, probablement pour pallier le problème soulevé précédemment. Les décompositions 1 et 4, et 4 et 1 ont donc été induites par l'enseignante.

Séance 2 :

Le fait de proposer d'« habiller les hérissons » à l'accueil à l'aide des petites cartes-mémoire permet aux enfants de voir chaque jour l'ensemble des décompositions.

Les activités en ateliers autonomes :

L'activité de la séance 4 (compléter le hérisson en collant le morceau manquant) a été réussie par quinze enfants. Huit enfants n'ont pas collé les bons morceaux. Parmi eux, certains ont collé les morceaux « miroirs » (4 piquants devant/4 piquants derrière, etc). Ils ont tout de même travaillé l'équipotence des collections ! Les autres semblent avoir collé de façon aléatoire les morceaux.

Les activités des séances 5 et 6 sont moins représentatives. En effet, entre 6 et 7 enfants n'ont pas pris part à ces activités (période d'épidémie). On constate toutefois qu'une dizaine d'enfants sont en réussite dans les deux activités bien que le travail demandé soit différent. Dans la séance 5, il s'agit de compléter les collections de piquants à 5, dans la séance 6 il faut reproduire les différentes décompositions du 5. Il est à noter que cette dernière activité est assez complexe dans le sens où il faut reproduire six modèles différents, donc savoir ceux que l'on a déjà fait et ceux que l'on doit encore faire, et pour chaque hérisson déterminer la quantité de piquants bleus et de piquants rouges.

Toutes ces observations seront analysées dans un second temps avec l'ensemble des observations de l'expérimentation.

3.3 L'album à compter pour la moyenne section de Rémi Brissiaud et le jeu du jardin des coccinelles :

L'album à compter est un livre avec rabat pour apprendre les décompositions des nombres 3 à 7, en s'appuyant sur la disposition en paire, en évitant le comptage-numérotage et en privilégiant le comptage-dénombrerment.

Cet album est proposé aux enfants selon le guide pédagogique proposé par l'auteur (voir annexe 3). L'ensemble des séances se fait sur les pages du 5 (Les 5 lapins). La découverte se fait en atelier dirigé afin que chaque enfant puisse s'approprier l'histoire des 5 lapins et les illustrations et selon les recommandations décrites pour la phase 1 (sans utilisation des rabats). Les séances suivantes se pratiquent en regroupement et graduellement, la phase 1 est reprise avant d'aborder les phases suivantes avec l'utilisation de rabats. Dans la phase 2, le rabat cache les lapins déplacés de leurs supports (des chapeaux), ceux-ci restant tous visibles les enfants peuvent prendre en compte le nombre de supports vides pour trouver le nombre de lapins cachés. Dans la phase 3 le rabat cache les chapeaux et les lapins restant dans leur chapeau, les enfants n'ont accès qu'aux lapins déplacés. N'ayant plus d'indices, ils doivent se créer l'image mentale des lapins restés dans les chapeaux, ou des chapeaux restant vides.

Cet album est utilisé lors de la première période de l'expérimentation. Les deux premières phases ne révèlent pas de difficultés particulières pour un bon nombre d'enfants. Ceux semblant d'ores et déjà avoir une bonne maîtrise des cinq premiers nombres retrouvent aisément le nombre de lapins cachés sous le rabat. La phase 3 est beaucoup plus délicate. Il s'avère donc que la majorité des enfants se basent sur les supports vides pour déterminer le nombre de lapins cachés.

Pour les aider à progresser vers la conceptualisation du nombre 5 et l'accès à ses décompositions, un support manipulable reprenant les principes pédagogiques de cet album est mis en place lors de la deuxième période de l'expérimentation, le jardin des coccinelles (voir annexe 4). Sur un plateau sont collés 5 trèfles, accueillant chacun une coccinelle en bois, et une petite cabane amovible où peuvent se cacher les coccinelles est matérialisée par un dôme en plastique. Ce matériel est utilisé pour deux ateliers dirigés, de 20 minutes, en groupe de 6 à 7 enfants.

Déroulement du premier atelier : L'enseignant présente la maquette du jardin. Il raconte l'histoire des coccinelles qui se rencontrent dans le jardin (construction imagée de la collection de 5 unités par unité), puis il les place chacune sur un trèfle. Il montre ensuite que les coccinelles peuvent se cacher dans la cabane et que si elles sont toutes cachées, il y a 5 coccinelles dans la cabane et 5 trèfles vides. Les enfants sont ensuite amenés à résoudre quelques problèmes de décomposition en déterminant le nombre de coccinelles cachées dans la cabane, les trèfles restant toujours visibles.

Déroulement du deuxième atelier : les deux étapes du premier atelier sont reprises plus rapidement. Puis, comme dans la phase 3 de l'album à compter, les enfants ont accès au nombre de coccinelles dans la cabane, par contre la partie du jardin avec les trèfles est cachée. Ils doivent déterminer combien de coccinelles restent dans le jardin de trèfles. Ils doivent ainsi se forger une image mentale des trèfles restant vides sous le cache, et des trèfles occupés.

Pour ces deux ateliers, chaque enfant dispose d'une collection de 5 petites coccinelles afin de pouvoir manipuler la collection en parallèle de ce qu'ils voient sur le plateau.

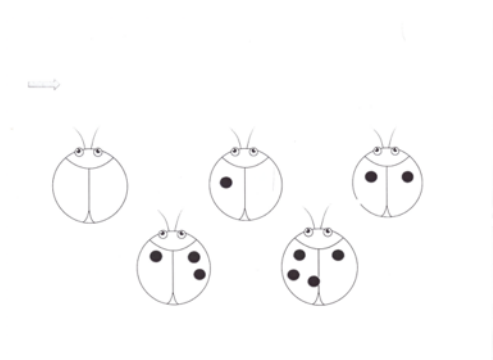
Observations : Le constat reste le même que celui pour l'album à compter. Une fois que les trèfles ne sont plus visibles, les enfants ont du mal à parvenir à la réponse. Il semble toutefois que ce soit plus facile avec les décompositions 4 et 1 et 1 et 4. Ce qui paraît assez logique, puisque pour ces deux décompositions on peut réfléchir en terme d'ajout ou de retrait d'une seule unité, il n'est pas forcément nécessaire d'avoir accès à toutes les décompositions du nombre.

3.4 La coccinelle à 5 points :

L'objectif général de cette partie est de travailler la construction d'une collection de 5 éléments et les recompositions de ce nombre.

Description des activités :

<p><u>Séance 1 :</u> Atelier dirigé 6/7 enfants 20 minutes</p>	<p><u>Matériel utilisé :</u> Une carte coccinelle par enfant Une boîte de jetons noirs Des cartes de constellation 5</p>	<p><u>Phase 1 : mise en activité :</u> l'enseignant raconte l'histoire de la petite coccinelle qu'il faut « habiller » avec 5 points noirs. (Les enfants peuvent s'aider de la carte constellation 5 pour préparer les jetons nécessaires) <u>Phase 2 : Recherche individuelle, manipulation. :</u> Le vent qui souffle fait s'envoler un point de la coccinelle (l'enseignant enlève un jeton de chaque carte). Mais il faut que la coccinelle ait toujours 5 points.</p>
--	--	--

		Chaque enfant doit demander à l'enseignant de lui donner le nombre de jetons nécessaires pour compléter la coccinelle. Reprise avec les différentes décompositions.
<u>Séance 2</u> Regroupement classe entière 10 minutes	<u>Matériel utilisé :</u> 5 coccinelles en pâte à modeler Une boîte de jetons noirs	Quand l'ensemble des enfants est passé par l'atelier dirigé, un bilan de cet atelier est effectué. On y reprend les 5 possibilités de recombinaison du 5. Si la coccinelle n'a pas encore de point, combien doit-on lui en mettre, si elle a déjà 1 point... L'enseignant présente l'activité qui sera proposée dès lors à l'accueil du matin : « habiller les 5 coccinelles avec 5 points.
<u>Séance 3</u> Activité autonome et individuelle. Accueil du matin	<u>Matériel utilisé :</u> 5 coccinelles en pâte à modeler Une boîte de jetons noirs	Les enfants peuvent habiller une ou plusieurs coccinelles. Toutes les coccinelles doivent avoir 5 points.
<u>Séance 4 :</u> Atelier autonome 6/7 enfants 20 minutes maximum.	<u>Matériel utilisé :</u> Fiches et feutres noirs.	Les enfants disposent d'une fiche représentant 5 coccinelles une sans point les autres avec 1, 2, 3 et 4 points, ils doivent dessiner les points manquants pour que celles-ci aient chacune 5 points. 

Observations :

Atelier dirigé : les 23 enfants présents ont réussi à préparer la collection de 5 jetons (4 ont eu recours à la carte constellation 5). 22 enfants ont bien demandé un seul jeton quand il restait 4 jetons sur leur coccinelle, 1 enfant en a demandé 5. Reconstituer 5 à partir de 2 ou de 3 est plus délicat pour 11 enfants. Souvent ils demandent 5 jetons. Certains se rendent compte qu'ils en ont trop et parfois arrivent après réflexion et guidage au bon résultat. 14 enfants demandent bien 4 jetons quand il n'en reste plus qu'un sur la coccinelle. Comme il a été remarqué précédemment, les décompositions (1 et 4) et (4 et 1) semblent plus abordables que (2 et 3) et (3 et 2). Certains enfants s'aident des doigts de la main pour accéder au résultat. Un enfant est capable de montrer le résultat avec ses doigts mais ne sait pas énoncer le nombre correspondant.

On remarque toutefois un réel progrès pour la construction de collection de 5 objets.

Atelier autonome /travail sur fiche : 17 enfants ont complété 4 ou 5 coccinelles pour qu'elles aient 5 points chacune, 2 d'entre eux avaient eu des difficultés lors de l'atelier dirigé. Il est probable que le fait de dessiner les points les ait aidés en considérant les ajouts unité par unité. Le processus cognitif de l'atelier dirigé est légèrement différent, puisque s'ils n'utilisent pas leurs doigts pour matérialiser les quantités, les enfants doivent les imaginer mentalement dans leur globalité.

6 enfants montrent des difficultés dans cette activité. Trois d'entre eux, entrent encore difficilement dans les activités autonomes, les trois autres semblent avoir une maîtrise trop fragile des nombres à ce stade pour réussir cette activité.

Il est à remarquer également qu'un enfant a reproduit la constellation du dé chaque fois que c'était possible. La dernière représentation ne le permettait pas, il a toutefois essayé en faisant abstraction du point le plus à gauche. Cet enfant montre habituellement des difficultés à dénombrer, on peut dire à ce stade que s'il ne conçoit pas encore la quantité 5, il en connaît sa représentation analogique et s'en est servi à bon escient pour compléter sa fiche.

3.5 Les jeux mathématiques :

Trois jeux différents ont été proposés durant l'expérimentation.

- Le jeu des tours à 5 cubes : construction de collections jusqu'à 5 à l'aide d'un dé

Chaque enfant dispose d'une réserve de cubes encastrables de trois couleurs. A tour de rôle, ils lancent le dé (la face 6 est masquée par une gommette) et prennent le nombre de cubes indiqué par le dé. Ils posent les cubes devant eux. Quand ils ont réuni 5 cubes de la même couleur, ils les empilent pour former une tour. L'enfant qui a construit ses 3 tours en premier gagne.

Les enfants peuvent disposer d'une carte constellation 5 pour contrôler le nombre de cubes réunis.

Observations : Ce jeu a été proposé aux quatre groupes de la classe puis dans des moments de jeux libres. Quand ils ont joué le dé, certains enfants choisissent des cubes de la même couleur, ou bien des cubes de couleurs différentes, ce qui les oblige à gérer trois collections différentes et ils ne se rendent pas forcément compte qu'ils ont réuni 5 cubes d'une même couleur. Autre constatation : si un enfant a déjà devant lui 3 cubes bleus et qu'il fait 4 avec le dé, il sort 4 autres

cubes bleus. Aucun enfant n'a été en mesure de compléter la collection commencée au plus juste et de choisir le reliquat dans une autre couleur.

- Le jeu des tiges : construction de collection avec un dé, comparaison de quantité sans dénombrement.

Chaque enfant dispose d'un abaque avec deux tiges. A tour de rôle, les enfants lancent le dé et prennent le nombre de perles d'abaques indiqué par le dé (un gros dé en mousse à disposition permet aux enfants qui en ont besoin de mettre les perles en correspondance avec les points du dé). Ils placent ensuite leurs perles sur leur tige. Régulièrement l'enseignant propose de vérifier « qui en a le plus » par comparaison visuelle des abaques. Quand la première tige est remplie on peut remplir la deuxième.

Observations : Un des intérêts de ce jeu réside dans le fait qu'on peut comparer des quantités que l'on ne sait pas dénombrer en les organisant de la même manière. Il a été fait constater par les enfants que si deux enfants ont rempli la première tige, ils ont autant de perles l'un que l'autre sur la tige (mise en correspondance sur la table des perles des deux tiges).

- Jeu de dominos : les différentes représentations du nombre.

Sur les dominos proposés, les nombres de 1 à 6 sont représentés par les constellations du dé, les collections de doigts et les écritures chiffrées. Celles-ci ont été présentées et travaillées en parallèle, durant les deux périodes de l'expérimentation pour ce mémoire, il semble intéressant de voir si les enfants font bien le lien entre ces trois représentations différentes de la quantité.

Observations : L'écriture chiffrée est introduite pour la première fois dans un contexte mathématique. Jusqu'à présent les enfants ont été entraînés à lire et écrire les chiffres jusqu'à 6 sans mise en correspondance avec la notion de quantité. Lors de cette activité il semble que bon nombre d'entre eux sont capables de mettre en relation les trois représentations proposées. Cette capacité sera évaluée plus précisément dans l'évaluation finale de l'expérimentation.

- Jeux de doigts en regroupement :

Des jeux de doigts sont régulièrement proposés aux enfants lors des regroupements. L'enseignant demande de « montrer 1, 2, 3, 4 ou 5 doigts » parfois avec une main, en faisant remarquer qu'il y a différentes façons de montrer 1, 2, 3 ou 4 doigts ; parfois avec deux mains (de manière à travailler les décompositions).

Observations : Si les enfants accèdent facilement à la possibilité de montrer une quantité de différentes façons avec une main, il leur est plus difficile de montrer une quantité avec deux mains. Lors des premiers essais la majorité des enfants montrent la totalité de la quantité sur chacune des mains. Ce jeu est repris régulièrement et petit à petit de plus en plus d'enfants décomposent la quantité sur leurs deux mains et s'amuse même à chercher les différentes manières de le faire en faisant varier le nombre de doigts levés sur chaque main et la nature des doigts levés.

4 EVALUATION FINALE :

4.1 Description de l'évaluation :

Chaque enfant est évalué individuellement sur les temps d'accueil ou de jeux libres.

- Reprise de l'évaluation diagnostique :

Etape 1 : Préparer une collection de 5 objets à partir du mot-nombre :

Consigne : Peux-tu me préparer dans cette petite barquette 5 jetons, s'il te plaît ?

Réitérer en changeant d'objets (baguettes)

Si l'enfant réussit, proposer un cardinal supérieur

S'il éprouve des difficultés, proposer un cardinal inférieur

Etape 2 : Dénombrer une collection d'objets non-organisée :

Sur une feuille, l'enseignant place des jetons.

Question : Combien y-a-t-il de jetons sur cette feuille ?

Noter l'exactitude de la réponse, la procédure utilisée par l'enfant, le cardinal de la collection.

- Evaluation de l'abstraction par la représentation que se fait l'enfant du nombre 5

Question : J'ai deux jetons cachés dans ma main. Combien faut-il que tu m'en donnes pour que j'en aie 5 ? Après avoir montré brièvement les jetons, ceux-ci sont cachés.

- Représentation des nombres de 1 à 5 par des constellations de doigts, du dé, et le chiffre.

Dans les boîtes à nombres, placer dans chaque case, pour les quantités de 1 à 5, une étiquette avec chaque représentation.

4.2. Observations et résultats

Deux enfants sur vingt-six n'ont pu être évalués, ils étaient absents la dernière semaine de l'expérimentation.

Type d'activité	Observations	Comparaison avec l'évaluation diagnostique
Préparer une collection de 5	-22 enfants sont capables de préparer 5 objets. (91%) 20 d'entre eux utilisent la même procédure, ils préparent les objets en les comptant un à un. Tous ces enfants sont également capables de préparer une collection de 7. -1 enfant prépare la collection de 5 en posant sa main sur la table et en faisant correspondre un objet à chacun de ses doigts. -1 enfant éprouve des difficultés mais réussit à constituer la collection demandée. -Les 2 enfants restants sont capables de préparer une collection de 3 objets.	-3 enfants de plus aboutissent au résultat. -Plus aucun enfant ne donne un grand nombre d'objets.
Dénombrer une collection d'objets non organisée	-22 enfants sont capables de dénombrer une collection de 5 objets. La procédure utilisée est le comptage par pointage sauf pour 3 enfants qui ne pointent pas physiquement les objets et énoncent le résultat rapidement (jusqu'à 7). Interrogés sur leur procédure les trois enfants répondent « avoir compté dans leur tête ». -1 enfant n'a pas pu dénombrer (même des collections de cardinaux inférieurs) -1 enfant a réussi à dénombrer les 5 objets en les réorganisant en constellation.	4 enfants de plus aboutissent au résultat.
Evaluation de l'abstraction du nombre 5	-11 enfants maîtrisent toutes les décompositions du nombre 5 dans les conditions de l'évaluation. Certains utilisent leurs doigts pour trouver la réponse, les autres répondent après un temps de réflexion variable. -7 enfants montrent plus de difficultés, toutefois on constate que le « cheminement intellectuel » permettant de résoudre le problème est en cours de construction, à leur façon de réfléchir ou d'essayer d'utiliser leurs doigts. Certains maîtrisent les décompositions (4 et 1) et (1 et 4). -5 enfants ne donnent aucun résultat, des résultats aberrants, ou répondent 5 quelle que soit la situation initiale. Ils n'ont pas encore une conception suffisamment aboutie du nombre 5 pour accéder à ses décompositions.	
Evaluation des différentes représentations	-22 enfants mettent en relation chiffres, constellations et collections de doigts. -2 ont plus de difficultés et ont besoin de l'aide de l'adulte.	

5 ANALYSE, INTERPRETATIONS ET BILAN :

5.1 Les différents types d'activité :

- Les activités en regroupements et rituels :

Ces activités sont l'occasion de travailler avec toute la classe. Elles plaisent à la majorité des enfants parce qu'elles sont proposées sous forme de jeux dynamiques et théâtralisés. Les répétitions régulières offrent un climat rassurant. Elles permettent aux enfants qui n'accèdent pas encore aux compétences requises pour l'activité d'observer leurs pairs. Il se peut qu'ils « imitent » les réponses sans parvenir à les comprendre, il se peut aussi que les réponses des autres les rassurent sur leurs propres hésitations, mais encore que le fait de pouvoir observer sans être forcément dans l'action les mettent sur la voie de la compréhension.

Du point de vue de l'enseignant, le fait d'avoir la totalité de la classe face à soi complique l'observation individualisée des enfants. Ces activités permettent toutefois de se faire une vision globale du niveau des enfants. Sont-ils complètement perdus ? Sont-ils globalement dans le plaisir du jeu ? Les réponses émergentes correspondent-elles à celles attendues ? Offrent-elles la possibilité de rebondir pour proposer une suite induisant des progrès ?

En tout cela, les rituels proposés en mathématiques ont une place primordiale dans le progrès des enfants.

- Les ateliers dirigés et jeux mathématiques :

Ce sont des moments privilégiés de l'apprentissage où l'enseignant se consacre à un groupe restreint d'enfants (6 ou 7). Cette configuration permet d'aborder des notions nouvelles, d'apporter une aide ciblée à chaque enfant et d'observer les comportements individuels.

Ainsi les premiers ateliers dirigés sur le hérisson à 5 piquants a permis de constater que si une majorité des enfants (plus des deux tiers) étaient capables de dénombrer et de construire une collection de 5 objets, ils n'étaient pas encore capables de manipuler les différentes décompositions de ce nombre. Les ateliers dirigés et jeux mathématiques menés par l'enseignant ont donc été l'occasion d'illustrer le plus souvent possible par la manipulation de doigts et du matériel ces différentes décompositions en gardant bien présent à l'esprit le but ultime, à savoir que les enfants soient capables de concevoir que le nombre 5 est toujours constitué de 5 unités quelle que soit la manière dont elles sont agencées ou regroupées.

On peut dès lors penser que ces ateliers et jeux permettent une progression dans deux étapes primordiales de l'acquisition du nombre :

- Il est invariant et constitué d'unités.
- On peut « penser » le nombre par ses décompositions.

Un écueil est à souligner dans la chronologie des situations d'apprentissage proposées. Dans l'atelier du hérisson, les enfants étaient amenés à manipuler des bâtonnets de deux couleurs différentes (des rouges et des bleus). Or, un bâtonnet rouge est différent d'un bâtonnet bleu au regard de l'enfant. Dans ces conditions, percevoir l'invariance du nombre n'est pas possible. Dans l'atelier de la coccinelle à 5 points, l'utilisation d'un seul type de jetons était sans nul doute plus favorable à cette perception. Il a été constaté tout au long de l'expérimentation qu'une majorité d'enfants conçoit plus facilement l'invariance du nombre que ses différentes décompositions, il leur est plus facile de raisonner sur les unités (ajout / retrait) que sur les regroupements. Il aurait sans doute été judicieux d'amorcer l'expérimentation par les activités sur la coccinelle plutôt que celles sur le hérisson.

- Les activités autonomes :

Celles-ci permettent de réinvestir le travail des ateliers dirigés et de s'entraîner. Après énoncé de la consigne, demande de reformulation par les enfants et éventuellement démonstration de ce qui est attendu, les enfants sont laissés en autonomie. Ceci engendre des comportements différents :

- Certains enfants accompliront la tâche demandée avec plus ou moins de réussite simplement parce qu'on le leur a demandé.
- Certains enfants accompliront cette tâche parce qu'ils ont compris ce que l'on attend et qu'elle ne leur pose pas de difficulté.
- D'autres encore n'auront pas compris ce que l'on attend et ne pourront pas s'investir dans l'activité.
- D'autres enfin, même s'ils sont capables d'accomplir la tâche ne pourront s'y investir parce qu'ils ne sont pas encore capables de travailler sans le regard de l'adulte.

Il n'est donc pas envisageable dans le cadre de cette expérimentation d'exploiter ces activités autonomes comme évaluation individuelle des connaissances acquises. Toutefois, s'agissant d'activités sur fiches (collages ou dessins) elles permettent à l'enseignant une évaluation formative, l'aidant à déterminer la pertinence des activités proposées et l'évolution de

l'ensemble de la classe dans le domaine abordé afin d'adapter la suite des apprentissages. Elles permettent également de repérer des indices de progression, de cheminements intellectuels de certains enfants.

C'est ainsi que l'on note que dans l'ensemble, les consignes conduisent à la tâche demandée. Ces activités ont confirmé ce qu'il avait été constaté en ateliers dirigés :

- La recomposition de la collection de 5 est abordée plus aisément par les enfants car ils peuvent utiliser un raisonnement par ajouts successifs d'unités jusqu'à atteindre 5. De plus on note une évolution positive entre les deux périodes d'expérimentation.
- La perception de la totalité des décompositions du 5, en particulier (2 et 3) et (3 et 2) n'est pas évidente pour environ deux tiers des enfants.
- L'exploitation de l'album à compter de Rémi Brissiaud et du jardin des coccinelles permet d'affiner cette analyse.

Lors de ces exploitations, il a été constaté que lorsque les enfants peuvent s'appuyer visuellement sur la collection complète, c'est à dire lorsque l'ensemble des supports est visible (chapeaux ou trèfles) ils parviennent à déterminer le nombre d'objets cachés. Par contre, quand ils n'ont accès qu'au nombre d'objets restants, ils ne parviennent pas systématiquement à déterminer le nombre d'objets cachés. Ceci permet d'affirmer qu'ils ont conscience de la conservation de la quantité (autrement dit de l'invariance du nombre 5). En effet s'il y a X supports vides sur l'image ou le plateau de jeu, c'est qu'il y a autant d'objets cachés. En revanche, ils n'ont pas encore d'image mentale précise de la quantité 5 qui leur permettrait de raisonner de la même façon en imaginant les supports occupés et les supports vides par exemple.

5.2 Evaluation finale et évolution des enfants :

Vingt-deux enfants sont capables de dénombrer en répondant à la question « combien » et de construire une collection de 5 objets. On peut donc raisonnablement penser que ces enfants ont accès à la signification cardinale du mot « cinq ». Trois enfants qui n'y parvenaient pas lors de l'évaluation diagnostique y parviennent en fin d'expérimentation. Un des enfants qui donnaient une grande quantité d'objets quand on leur en demandait un nombre donné est capable de préparer 5 objets avec l'aide de sa main (mise en correspondance d'un objet avec un doigt), il n'arrive cependant pas à dénombrer mais a pris conscience de l'analogie entre une collection témoin de doigts et une collection d'objets. Un enfant ne parvient pas à construire une collection au delà de 3, il peut dénombrer les objets d'une collection en les remettant en constellation, ce

qu'il ne faisait pas lors de l'évaluation diagnostique. Pour le moment il associe le mot-nombre à une représentation spatiale d'objets. Tous ces résultats montrent déjà des progrès pour l'ensemble des enfants qui éprouvaient des difficultés lors de l'évaluation diagnostique.

On obtient les mêmes résultats quant à la représentation des nombres sous forme de chiffres, de constellations ou de configurations de doigts. Tous les enfants qui comprennent le mot-nombre « cinq » sont capables de reconnaître ses différentes représentations.

On constate également que onze enfants sont capables de se représenter mentalement ou à l'aide des doigts de leur main les différentes décompositions du 5 et que sept sont dans un cheminement intellectuel pour y parvenir. Certains de ces enfants n'avaient jamais « rencontré » le nombre par ses décompositions. On peut donc en déduire que les activités proposées ont aidé ces enfants dans leur parcours vers l'acquisition du nombre.

CONCLUSION

Comme le laissait prévoir la partie théorique de ce mémoire, les observations faites en classe tout au long de l'expérimentation montrent que les acquisitions mathématiques et plus particulièrement l'acquisition du nombre sont le fruit d'un parcours long et jalonné d'étapes à franchir.

Beaucoup d'enfants acquièrent très jeunes l'automatisme de recourir au comptage par pointage pour dénombrer, probablement même avant de fréquenter l'école maternelle. La moyenne section concernée par l'expérimentation ci-dessus semble montrer qu'avant d'approfondir le sujet, 70% des enfants ont une bonne notion de la quantité 5. Toutefois les activités entreprises montrent aussi que manipuler les décompositions d'un nombre, c'est à dire se créer une image mentale complète de celui-ci est difficile à cet âge. Or, cette image mentale doit être complète et sans faille pour être utilisée lors du calcul réfléchi et du choix des procédures de calcul les plus efficaces. Il apparaît donc que le travail de manipulations des décompositions des nombres, même des plus petits revêt, une importance capitale à l'école et ce, dès le plus jeune âge. Y apporter une attention particulière avant d'aborder les procédures de calcul et les apprentissages factuels paraît essentiel à l'élaboration de bases mathématiques en numération solides et mobilisables facilement pour la suite des apprentissages.

On ne peut affirmer que l'expérimentation entreprise a permis aux enfants de conceptualiser le nombre 5, ni même que tous y parviendront en poursuivant la démarche mise en œuvre. Un concept est un phénomène cérébral dont le cheminement est propre à chaque individu. Il ne peut s'évaluer comme un savoir factuel, ou l'utilisation d'une procédure donnée. On peut seulement observer si l'enfant y a recours à travers les stratégies qu'il utilise pour résoudre un problème ou un calcul. Le domaine d'apprentissage dans les programmes pour la maternelle dont relève ce mémoire s'intitule « Construire les premiers outils pour structurer la pensée », on perçoit bien dans cet intitulé l'importance d'accompagner les enfants dans la construction de concepts et pas seulement de leur apporter des outils factuels et procéduraux pour résoudre des problèmes.

BIBLIOGRAPHIE

- BIDEAUD J., LEHALLE H., VILLETTE B., 2004, *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*, Villeneuve d'Ascq, Presses Universitaires du Septentrion.
- BRISSIAUD R., 2003, *Comment les enfants apprennent à calculer. Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation du nombre*, Forum Education Culture, Retz.
- BRISSIAUD R., 2007, *Premiers pas vers les maths, les chemins de la réussite à l'école maternelle*, Paris, Retz.
- FAYOL M., 2012, *L'acquisition du nombre*, Paris, Que sais-je, Presses Universitaires de France.
- GALLISTEL C., GELMAN R., in BRISSIAUD R., 2003, *Comment les enfants apprennent à calculer. Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation du nombre*, Forum Education Culture, Retz.
- PIAGET J., SZEMINSKA A., *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé.
- WYNN K. in BRISSIAUD R., 2003, *Comment les enfants apprennent à calculer. Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation du nombre*, Forum Education Culture, Retz.

SITOGRAPHIE

- Cnesco.fr : conseil national d'évaluation du système scolaire
- College-de-france.fr/site/stanislas-dehaene : le concept de nombre.
- Education.gouv.fr/timss2015-mathematiques-et-sciences
- Formapex.com : Les programmes, textes officiels de 1969 à nos jours
- OCDE.org : test PISA
- Sophiebriquetduhaze.fr : Programmes de l'école maternelle depuis 1881

Rituels pour apprendre à compter

Ces rituels sont pratiqués quotidiennement avec une demi-classe ou la classe entière. C'est un moment spécifique dans la journée bien repéré par les élèves. Il a une durée de 5 à 10 minutes.

Le nid

- Retirer un.

Ils étaient 6 dans le nid

Et le petit dit : « Poussez-vous, poussez-vous! »

Et l'un d'eux tomba du nid.

Ils n'étaient plus que 5 dans le nid.

etc.

Il n'était plus que 1 dans le nid.

Et le petit dit : « aaaaah! »

S'asseoir sur un banc et mettre en scène la comptine.

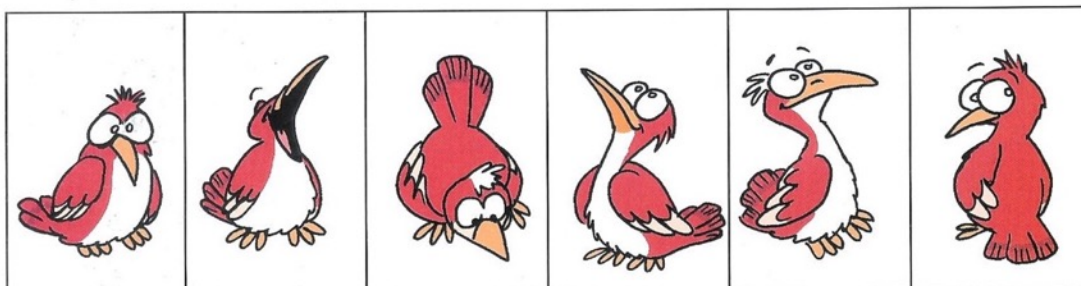
Les élèves qui tombent du nid restent assis à côté du banc.

Dire la comptine en jouant avec ses doigts.

Retirer un doigt à chaque fois.

Jouer l'histoire avec les images proposées ici.

Dire la comptine en partant de 7 ou d'un autre nombre.



Matériel à reproduire et à agrandir pour mettre en scène la comptine puis réaliser les activités de la page suivante.

Approcher
les quantités
et les nombres

DÉCOMPOSER LE NOMBRE 5

Les hérissons

MATÉRIEL

- Un hérisson en pâte à modeler, ou en pâte à sel, ou en mousse florale par élève.
- Des morceaux de paille de 5 cm : 30 roses et 30 verts.

ORGANISATION

Travail dirigé avec 6 élèves.

DÉROULEMENT

● ÉTAPE 1 Prendre 5 pailles

Phase 1 Fabriquer un hérisson avec des pailles de même couleur

L'enseignant présente un hérisson. Les élèves remarquent immédiatement qu'il manque les piquants et devinent l'utilité des pailles. Un hérisson est distribué à chaque élève.

- Écouter la comptine du hérisson et repérer le nombre de piquants qu'il faut pour chaque hérisson.

Mon hérisson

Mon hérisson est trop mignon.

Pour éviter qu'il ne me pique,

Ses 5 piquants sont en plastique :

1, 2, 3, 4, 5.

- Prendre 5 pailles roses et les piquer sur le dos du hérisson.
- Écouter la comptine du hérisson et faire varier le nombre de piquants avec des nombres compris entre 1 et 5 : retirer ou ajouter les pailles nécessaires.

Phase 2 Fabriquer un hérisson avec des pailles de 2 couleurs différentes

L'enseignant présente la nouvelle situation : le hérisson a toujours 5 piquants, mais certains sont roses et d'autres sont verts.

- Prendre des pailles roses et vertes pour en avoir 5 en tout.
- Présenter la solution que l'on a trouvée.

Phase 3 Reconstituer des hérissons

- Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. Découper les cartes, les mélanger et reconstituer les hérissons (**document élève page 90**).

● ÉTAPE 2 Représenter les décompositions du nombre 5

- Dessiner des hérissons avec 5 piquants en utilisant 2 couleurs différentes.
- Rechercher les hérissons identiques et constater que plusieurs solutions sont possibles.
- Dessiner les piquants qui manquent sur des hérissons (**document élève page 91**).

PROLONGEMENT

Pour faire comprendre que l'on peut utiliser ses doigts pour trouver les compléments à 5, l'enseignant propose un jeu de doigts.

Voici ma main

Voici ma main.

Elle a cinq doigts.

En voici deux,

En voici trois.

Voici ma main.

Elle a cinq doigts.

En voici quatre,

Et un tout droit.

APPROPRIATION
DE LA SITUATION
Échange oral collectif

RECHERCHE
INDIVIDUELLE
Manipulation

RECHERCHE
INDIVIDUELLE
Manipulation

STRUCTURATION
Travail écrit

S'APPROPRIER LE LANGAGE

- **Dire ou chanter** une comptine, une chanson et un jeu de doigts.
- **Lexique** Adjectifs numéraux de 1 à 5. Vocabulaire lié au hérisson (hérisson, piquant).
- **Syntaxe** Utiliser la conjonction « et ».

Guidage pédagogique

L'organisation par paires et paires + 1

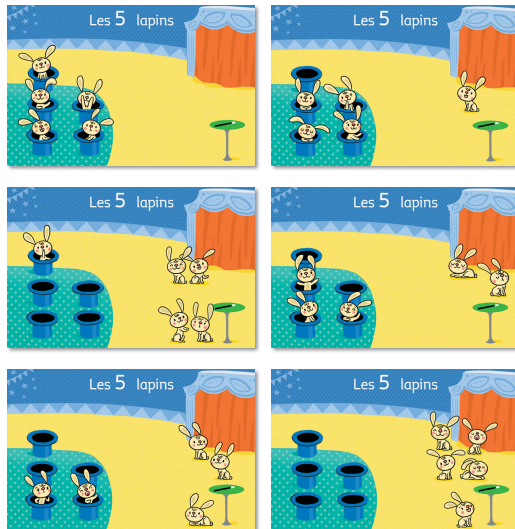
Dans cet album, les enfants vont successivement rencontrer différents personnages se présentant tous dans le contexte d'un cirque : 3 éléphants assis sur des tabourets, deux en bas et un au-dessus ; 4 lions qui, eux aussi, sont assis sur des tabourets (ou des plots) qui sont disposés par paires, deux tabourets en bas et deux en haut ; 5 lapins dans des chapeaux dont quatre sont disposés par paires et le cinquième au-dessus (voir les images plus bas) ; 6 tigres sur des perchoirs qui forment trois paires superposées ; et, enfin, 7 chiens dans des chariots : six sont disposés en paires superposées et le septième est encore au-dessus.

L'organisation adoptée pour les différentes unités est donc celle de la formation de paires. Avec ces diverses « histoires » et grâce à cette organisation, les enfants vont apprendre les décompositions des nombres 3, 4, 5, 6 et 7.

En effet, l'usage des deux rabats de la couverture favorise l'évocation de l'organisation : quand une page est cachée, les enfants cherchent à imaginer les animaux qui manquent (voir page 3). À cet effet, l'enseignant sollicite les enfants : « *Imaginez les 5 chapeaux dans votre tête. Comment sont-ils disposés ? ... Que voyez-vous dans votre tête ?* » Les enfants peuvent répondre en dessinant « dans l'air » les organisations correspondantes. Par exemple : « *Il y en a 2 en bas, 2 plus haut et encore 1 au-dessus.* »

Exemple : l'« histoire » des 5 lapins

Voici les six doubles pages illustrées de cette « histoire ». Les 5 lapins sont toujours répartis soit sur la page de gauche, dans les chapeaux, soit sur la page de droite, sur la piste du cirque.



1^{re} phase Sans les rabats

En utilisant l'album comme un livre ordinaire, l'adulte fait d'abord découvrir aux enfants l'« histoire » des 5 lapins. Le dialogue avec les enfants vise à analyser la répartition des 5 lapins en s'intéressant aux 5 chapeaux : ceux qui ont un lapin dedans et ceux qui sont vides.

© Éditions Retz 2015
ISBN : 978-2-7256-3378-7

Dans la première double page, on observe qu'il y a 5 lapins dans 5 chapeaux disposés en 4 et encore 1 au-dessus : il y a 2 lapins en bas, 2 au-dessus et encore 1 au-dessus. Après avoir tourné la page, l'enseignant interroge : « *Et maintenant, combien y a-t-il de lapins en tout ?* » On s'aperçoit que maintenant, il y a 4 lapins dans les chapeaux, et 1 sur la piste, celui qui était dans le chapeau du haut qui est maintenant vide. On en conclut qu'il y a toujours 5 lapins dans la double page parce que « *4 lapins et encore 1 lapin, c'est 5 lapins en tout* » (ils sont entourés avec le doigt).

L'analyse de l'organisation de 5 sous la forme « 4 et encore 1 » se fait donc en s'intéressant à la fois aux lapins et aux chapeaux. Dans la double page suivante, par exemple, après s'être intéressés aux lapins, on peut interroger : « *Combien y a-t-il de chapeaux ? Oui, il y a 5 chapeaux : 4 chapeaux vides, 2 en bas et 2 au-dessus, et encore 1 chapeau avec son lapin dedans.* » On remarquera bien entendu que si 4 chapeaux sont vides, c'est parce que : « *4 lapins sont allés sur la piste : 2 là et encore 2 là.* »

2^e phase On utilise le rabat de droite

Les chapeaux restant visibles, il est très facile de prévoir combien de lapins sont sur la piste, sous le rabat : il suffit de déterminer le nombre de chapeaux vides. En fait, cette phase n'est utile que lorsque l'analyse de l'organisation de 5 doit être renforcée. Par exemple : « *Il y a trois lapins sur la piste ; ce sont ceux des trois chapeaux du haut.* »

En soulevant le rabat, l'enseignant fait vérifier cette anticipation.

3^e phase On utilise le rabat de gauche

Les chapeaux sont cachés. On voit, par exemple, 1 lapin sur la piste. L'enfant doit s'aider de l'image mentale des 5 chapeaux pour imaginer l'emplacement de celui qui est vide. Il voit « 1 dans 5 » et trouve ainsi qu'il reste 4 lapins dans leurs chapeaux, disposés en carré. Le nombre 5 a été décomposé en 1 et 4.

Là encore, en soulevant le rabat, l'enseignant fait vérifier cette anticipation.

Avec les autres situations problèmes de l'« histoire » et en s'appuyant sur des analyses similaires de cette organisation de 5 unités, les enfants s'approprient toutes les décompositions de ce nombre : ils apprennent à calculer.

Remarque importante :

Sur les pages de droite, la disposition des unités permet là encore de parler des nombres en utilisant des décompositions : lorsque 6 tigres y sont dessinés, par exemple, il y en a 4 en bas et encore 2 plus haut. On peut accéder au nombre 6 soit directement à partir de « *4 tigres et encore 2 tigres* », soit par étapes : « *4 tigres et encore-1, 5 tigres ; et encore-1, 6 tigres* » (rappelons qu'il faut toujours préférer l'usage du comptage-dénombrément à celui du comptage-numérotage).

Les mots à utiliser dans chaque contexte

Les formulations suivantes peuvent être utilisées :

- Pour les 3 éléphants : soit ils sont posés *sur un tabouret*, soit ils sont *sur la piste du cirque*. Il y a « *2 tabourets en bas et 1 au-dessus* ».
- Pour les 4 lions : soit ils sont *sur un tabouret (ou un plot)*, soit ils sont *sur la piste du cirque*. Il y a « *2 tabourets en bas et 2 en haut* ».
- Pour les 6 tigres : soit ils sont posés *sur des perchoirs*, soit ils sont *sur la piste*. Il y a « *2 perchoirs en bas, 2 autres au-dessus et encore 2 au-dessus.* » On peut également parler des « *2 perchoirs du bas* », des « *2 perchoirs du haut* » et des « *2 perchoirs du milieu* ».
- Pour les 7 chiens : soit ils sont *dans des chariots*, soit ils sont *sur la piste*. Quand ils sont dans des chariots, soit ils sont « *dans le chariot qui est tout seul en haut* », soit ils sont dans les 6 chariots disposés en « *2 chariots en bas, 2 au-dessus et encore 2 au-dessus* ».

Annexe 4



La conceptualisation du nombre en maternelle.

Des évaluations internationales en mathématiques proposées au CM1 montrent que les élèves français ont des difficultés en numération et en calcul.

L'analyse de ces évaluations fait apparaître la nécessité d'améliorer les enseignements mathématiques des premières années de scolarité des enfants en France notamment sur la maîtrise des nombres et du calcul.

Que peut-on mettre en œuvre, dès la maternelle pour amorcer la construction de bases mathématiques en numération, solides et efficaces pour la suite des apprentissages ?

La recherche scientifique s'applique à décrypter les processus d'apprentissage en mathématiques. De ces recherches se dégage un point fondamental pour la didactique des mathématiques, la nécessité d'acquérir le concept de nombre. Les didacticiens et les pédagogues proposent diverses entrées possibles, le comptage, le dénombrement ou le langage, avec possibilité d'interaction entre les trois, dont les programmes institutionnels des dernières décennies se font l'écho.

Différentes situations de constructions de collections, de dénombrements, de décompositions-recompositions appuyées par un contexte langagier réfléchi seront proposées à une classe de moyenne section avant d'évaluer les progrès sur la conception de la quantité « 5 » (premier palier de « complément à » mobilisable pour le calcul réfléchi).

Mots clés : Acquisition du nombre. Maternelle. Concept. Quantité. Numération.