



**HAL**  
open science

## Utilisation de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage du concept d'aire au cycle 3

Élise Triquet

► **To cite this version:**

Élise Triquet. Utilisation de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage du concept d'aire au cycle 3. Education. 2018. dumas-01939483

**HAL Id: dumas-01939483**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01939483>**

Submitted on 29 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure  
du professorat  
et de l'éducation  
Académie de Grenoble



UNIVERSITÉ  
**Grenoble**  
**Alpes**

**Année universitaire 2017-2018**

*Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

*Mention Premier degré*

# Utilisation de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage du concept d'aire au cycle 3

**Présenté par Elise Triquet**

**Mémoire de M2 encadré par Hamid Chaachoua**



École supérieure  
du professorat  
et de l'éducation  
Académie de Grenoble



## Attestation de non-plagiat

Je soussigné(e) **Elise Triquet**

Auteur du mémoire de master 2 ou de l'écrit scientifique réflexif **MEEF-PE** MEEF-SD /  
MEEF-EE / MEEF-PIF (entourez la mention et indiquez le titre du mémoire)

**Utilisation de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage du concept d'aire au cycle 3**

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient(e) que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi.

Fait à **Saint Martin d'Hères**,  
Le **mercredi 9 mai 2018**

Signature de l'étudiant(e)



École supérieure  
du professorat  
et de l'éducation  
Académie de Grenoble



## Autorisation de diffusion électronique d'un mémoire de Master 2 MEEF dans la base DUMAS<sup>1</sup>

---

### Autorisation de l'étudiant(e)

Je soussigné(e) **Elise Triquet**

auteur et signataire du mémoire de niveau Master 2, intitulé : **Utilisation de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage du concept d'aire au cycle 3**

, agissant en l'absence de toute contrainte,

**autorise**       **n'autorise pas** <sup>2</sup>

le Service Interétablissement de Documentation de l'Université Grenoble Alpes-Grenoble INP à le diffuser, sans limitation de temps, sur la base DUMAS en texte intégral.

- Je certifie la conformité de la version électronique déposée avec l'exemplaire imprimé remis au jury.
- Je m'engage à signaler les documents pour lesquels je ne détiens pas les droits de reproduction et de représentation ou les autorisations afférentes. Ces documents devront être masqués ou retirés de la version diffusée sur la base DUMAS par les auteurs.
- La présente autorisation de diffusion n'a pas de caractère exclusif. L'auteur conserve par conséquent toutes les possibilités de cession de ses droits et de diffusion concomitante de son mémoire.
- Je renonce à toute rémunération pour la diffusion effectuée dans les conditions précisées ci-dessus.
- Conformément à la loi « informatiques et libertés » du 6 janvier 1978, modifiée en 2004, je pourrai à tout moment modifier cette autorisation de diffusion par simple lettre ou courriel à la BUPE : [membupe@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:membupe@univ-grenoble-alpes.fr)

Fait à **Saint Martin d'Hères**, le **mercredi 9 mai 2018**.

Signature de l'étudiant(e),

Précédée de la mention « bon pour accord »

*Bon pour accord.*

## Remerciements

J'adresse mes remerciements aux personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je tiens à remercier monsieur Chaachoua, mon tuteur de mémoire, pour son aide. J'ai apprécié la qualité et la richesse de nos échanges et la confiance qu'il a su m'accorder.

J'adresse mes remerciements aux chercheurs du projet EXPIRE qui m'ont permis de contribuer à leur recherche.

Je remercie sincèrement Rosamaria Cricci, une doctorante contribuant à ce projet, pour sa collaboration et sa disponibilité. Ce fut un plaisir d'échanger avec elle sur nos recherches, nos observations.

Je tiens à remercier les collègues de mon école pour leur soutien et leur écoute, ainsi que tous les élèves de ma classe qui ont activement participé aux activités proposées.

Enfin, je souhaite particulièrement remercier mes parents pour leur aide précieuse dans la relecture et la correction de mon travail et pour leur soutien tout au long de l'écriture de ce mémoire.

## Sommaire

|  |    |
|--|----|
| <i>Introduction</i> .....  | 1  |
| <b><i>PARTIE THÉORIQUE</i></b> .....   | 2  |
| <b>1</b> <i>Précision théorique</i> .....  | 2  |
| <b>1.1</b> <b>Quelques définitions</b> .....   | 2  |
| 1.1.1 Notion de grandeur.....  | 2  |
| 1.1.2 Notion de mesure .....   | 2  |
| 1.1.3 Notions d'aire, de surface et de superficie : éléments de distinction.....                     | 4  |
| <b>1.2</b> <b>Spécificité de la grandeur aire</b> .....  | 4  |
| 1.2.1 Un mesurage singulier.....   | 4  |
| 1.2.2 Une indépendance entre forme de la surface et mesure de son aire .....                         | 5  |
| <b>2</b> <i>Difficultés liées à la construction du concept d'aire</i> .....                          | 5  |
| <b>2.1</b> <b>Liste (non exhaustive) des difficultés</b> .....                                       | 5  |
| <b>2.2</b> <b>Origine des difficultés</b> .....  | 6  |
| <b>2.3</b> <b>Ingénierie didactique proposée par les auteurs pour dépasser ces difficultés</b> ..... | 8  |
| <b>3</b> <i>Que proposent les programmes ?</i> .....   | 9  |
| <b>3.1</b> <b>Objectif de l'étude des grandeurs et mesures</b> .....                                 | 9  |
| <b>3.2</b> <b>Progression concernant l'étude des grandeurs</b> .....                                 | 10 |
| <b>3.3</b> <b>Progression concernant l'étude d'une grandeur</b> .....                                | 11 |
| <b>4</b> <i>La pensée informatique au service des mathématiques</i> .....                            | 14 |
| <b>4.1</b> <b>Définition, conceptualisation</b> .....  | 14 |
| 4.1.1 Algorithmique ... et mathématiques .....   | 14 |
| 4.1.2 Un logiciel support identifié : Scratch.....   | 15 |
| 4.1.3 Un projet qui regroupe ces aspects : le projet EXPIRE .....                                    | 15 |
| <b>4.2</b> <b>Intérêts, apports de l'algorithmique</b> .....   | 15 |
| 4.2.1 Apport général .....   | 15 |
| 4.2.2 Apport disciplinaire.....  | 16 |
| 4.2.3 Problématique : apport pour la construction de la notion d'aire .....                          | 16 |

|   |           |
|---|-----------|
| <b><i>PARTIE PRATIQUE</i></b> .....                                   | <b>18</b> |
| <b>1</b> <b><i>Méthodologie</i></b> .....                             | <b>18</b> |
| <b>1.1</b> <b>Participants</b> .....                                  | <b>18</b> |
| <b>1.2</b> <b>Matériel</b> .....                                      | <b>18</b> |
| <b>1.3</b> <b>Procédure</b> .....                                     | <b>18</b> |
| <b>2</b> <b><i>Résultats</i></b> .....                                | <b>24</b> |
| <b>3</b> <b><i>Analyse et discussion</i></b> .....                    | <b>29</b> |
| <b>3.1</b> <b>Re-contextualisation</b> .....                          | <b>29</b> |
| <b>3.2</b> <b>Mise en lien avec les recherches antérieures</b> .....  | <b>29</b> |
| 3.2.1 Dans quelle mesure nos résultats valident nos hypothèses ?..... | 30        |
| 3.2.2 Discussion : limites et perspectives.....                       | 32        |
| 3.2.3 Conclusion.....   | 34        |
| <b><i>BIBLIOGRAPHIE</i></b> .....                                     | <b>35</b> |
| <b><i>ANNEXES</i></b> .....   | <b>36</b> |

## Introduction

L'étude des grandeurs et mesures est un des grands domaines de la discipline mathématiques. La construction du concept d'aire, s'inscrivant dans ce domaine, est une notion particulièrement délicate à aborder au cycle 3. Plusieurs difficultés peuvent apparaître concernant la conceptualisation de cette grandeur mais aussi concernant la mesure de cette dernière. Ce mémoire entend aborder ces difficultés au moyen d'une approche innovante. Nous proposons en effet d'utiliser un logiciel de programmation destiné aux enfants pour faciliter la construction de cette notion. Cet outil nous paraît d'autant plus pertinent qu'il renvoie à une actualité. Aujourd'hui, à l'ère du développement du numérique, les algorithmes prennent de plus en plus d'importance, et l'école se doit de familiariser les élèves à ces pratiques.

Un projet de recherche s'est d'ailleurs saisi de cet enjeu. Il s'agit de projet EXPIRE, qui a pour but de concevoir, déployer et évaluer des enseignements innovants sur la pensée informatique et les mathématiques. Ce mémoire s'inscrit dans ce projet. J'ai participé à ce projet, en contribuant à la construction d'une séquence support à la recherche. Il s'agit d'une séquence sur les aires, qui, en plus de contribuer à ce projet, a servi de base à l'expérimentation menée dans ce mémoire. Par celle-ci, nous cherchons à mesurer le rôle et les apports que peuvent avoir l'utilisation de l'algorithmique dans l'apprentissage du concept d'aire.

La première partie de ce mémoire est la partie théorique. Elle permet d'avoir accès à certaines précisions théoriques concernant les notions de grandeur, de mesure et d'aire. Cette partie est également l'occasion de cerner les difficultés en lien avec l'apprentissage de la notion d'aire et d'identifier les préconisations des programmes concernant cet apprentissage. Enfin, elle se termine par une présentation de l'outil que nous avons décidé d'expérimenter ici.

La seconde partie de ce mémoire est la partie pratique. Elle présente l'expérimentation menée pour répondre à notre problématique. Elle expose ensuite les résultats de notre expérimentation de manière synthétique. Pour finir, ces résultats sont analysés, discutés pour apporter des réponses à nos questions.

## **PARTIE THÉORIQUE**

### **1 Précision théorique**

Nous commençons ce mémoire par certains préalables théoriques nécessaires à la compréhension de notre étude.

#### **1.1 Quelques définitions**

Pour débiter, nous définissons quelques notions clés de notre sujet d'étude.

##### **1.1.1 Notion de grandeur**

Pour un objet tel que ce mémoire, il est possible de parler de son épaisseur, de sa masse, de sa taille... Ces termes sont des exemples de grandeurs. Comme le dit J. Duverneuille, « La plupart des grandeurs qualifient des propriétés attachées à des familles d'objets physiques ou géométriques. » (2002, p. 119),

Pour C. Dubois, M. Fénichel, M. Pauvert (2001), la grandeur est constituée à la suite d'une expérience qui permet de déterminer une relation d'équivalence entre des objets physiques. C'est en effet pour elles, comme pour N. Rouche (1994) ou pour M-J. Perrin-Glorian (1990), cette classe d'équivalence qui définit une grandeur.

Une grandeur est donc une qualité commune, un caractère commun à un ensemble d'objets physiques. Cette qualité commune est susceptible de varier chez cet objet ou d'un objet à l'autre. Ce caractère variable peut donner lieu à des comparaisons qui peuvent prendre différentes formes. Il existe des grandeurs mesurables, ce sont celles qu'on peut additionner : masse, aire, volume, longueur, durée. Il existe également des mesures repérables, ce sont celles qu'on peut ordonner : température, aires, moments, longueurs.

##### **1.1.2 Notion de mesure**

C. Dubois, M. Fénichel, M. Pauvert (2001) rappellent que la mesure des grandeurs est une des premières préoccupations des mathématiciens. Elles définissent la mesure d'une grandeur comme une action de comparaison de cette dernière à une grandeur du même type que l'on choisit comme unité. Autrement dit, c'est combien de fois cette grandeur contient l'unité. On peut donc, d'après elles, désigner les grandeurs à l'aide de nombres suite à une activité appelée le mesurage. Elles expliquent également qu'on a recours au mesurage pour comparer deux grandeurs de même nature lorsque la comparaison directe (par superposition par exemple) n'est pas possible. Pour mesurer, on choisit un échantillon de la grandeur considérée - dit étalon -

comme unité et on compte combien de fois on peut reporter cet étalon dans chaque grandeur que l'on souhaite comparer. Cette unité peut être conventionnelle ou non. On associe ainsi un nombre à chaque grandeur considérée dans la comparaison, ce nombre est appelé la mesure, relative à l'unité choisie. Ces nombres correspondent à des mesures rapportées à une même unité. Ce sont ces mesures chiffrées, relatives à une même unité, qui permettent de comparer des grandeurs. Les mots « mesure » et « unité » apparaissent donc comme liés, l'un sans l'autre perd son sens. La mesure d'une grandeur est un nombre qui n'est défini qu'après le choix d'une unité. En effet, comme le dit J. Duverneuille, : « mesurer va de pair avec le choix d'une unité de mesure, la définition d'un étalon, la mise en place un système cohérent de multiples et de sous-multiples de l'unité et la définition d'instruments de mesure » (2002, p.125).

M-J. Perrin-Glorian (1990) explique que la mesure permet de concrétiser des problèmes portant sur des objets matériels en les transformant en problèmes sur des nombres : on peut ainsi manipuler les données par le biais de ces derniers, et donc résoudre le problème auquel on est confronté.

Pour résumer, on peut s'appuyer sur les propos de M-J. Perrin-Glorian (1999). Elle explique que lorsqu'on se confronte à un problème concernant la mesure, on rencontre trois types d'objets qui renvoient chacun à un domaine, un cadre différent :

- Un nombre qui constituera le résultat de la mesure de la grandeur dont il est question sur les bases de l'unité de référence, choisie au préalable.
- Une grandeur physique ou géométrique renvoyant à la physique ou aux mathématiques.
- Un objet matériel renvoyant à la réalité physique. Pour les grandeurs géométriques, notamment les aires, il est sujet d'un autre type d'objet : l'objet géométrique qui se distingue de l'objet matériel et de la grandeur.

Ces différents types d'objets définissent trois pôles, illustrés ici avec l'exemple de la grandeur aire :

- Le pôle grandeur : les aires.
- Le pôle géométrique : les surfaces considérées comme parties du plan.
- Le pôle numérique : les mesures.

M-J. Perrin-Glorian et R. Douady (1987) pensent que le concept d'aire en tant que grandeur constitue un relais entre les surfaces et les nombres.

### 1.1.3 Notions d'aire, de surface et de superficie : éléments de distinction

M-J. Perrin-Glorian (1990) montre que les termes surface, aire et superficie sont trois termes qui ont été utilisés dans l'enseignement des mathématiques, avec des sens proches mais pas toujours précisés. Le terme d'aire est celui qui a été introduit le plus récemment mais son usage et sa définition reste flou. En effet, cette auteure constate qu'on le trouve avec des sens différents dans les programmes et les manuels de ces dernières années. Nous allons donc ici nous attacher à distinguer ces notions. A la suite de M-J. Perrin-Glorian (1990), nous nous appuyons sur les définitions du dictionnaire (Petit Robert (édition en ligne, 2018))

- Surface : Partie extérieure d'un corps qui le limite en tous sens. 2. (fig.) Aspect apparent, directement accessible. 3. Étendue plane. **4. (géométrie) Ensemble des points du plan limités par une courbe fermée dans  $\mathbb{R}$ .** 4. (physique) Limite entre deux milieux différents.
- Superficie : **(didactique) Surface d'un corps considéré surtout dans son étendue et dans son caractère extérieur, nombre caractérisant l'étendue d'une surface.**
- Aire : 1. Toute surface plane... **2. (géométrie) Portion limitée de surface, nombre qui la mesure** 3. Région plus ou moins étendue occupée par certains êtres, lieu de certaines activités.

Nous retenons ici les définitions géométriques et didactiques qui sont pertinentes avec les énoncés des programmes.

X. Roegiers (2011) explique que l'aire d'une surface est l'étendue de celle-ci. Elle rend compte de la place qu'occupe la surface. L'aire est donc la grandeur de la surface. On peut aussi parler de superficie. Si l'on reprend les éléments de définitions cités précédemment, l'aire est une classe d'équivalence entre des surfaces.

## 1.2 Spécificité de la grandeur aire

Pour M-J. Perrin-Glorian (1990, 1999) l'aire est une grandeur disposant de certaines spécificités, qui font d'elle une grandeur complexe à mesurer, à conceptualiser.

### 1.2.1 Un mesurage singulier

Il n'existe pas d'instrument de mesures permettant de comparer directement les aires, mais le mesurage de cette dernière est quand même possible. Ce mesurage se fait de deux façons, en fonction de l'aspect de l'aire sur lequel on se base. M-J. Perrin-Glorian (1999) explique qu'on peut se baser sur l'aspect unidimensionnel de l'aire, c'est à dire lorsqu'on mesure une surface à l'aide d'une surface unité, en la reportant, en l'utilisant pour paver la figure. Sinon, on peut

se baser sur l'aspect bidimensionnel de l'aire. La mesure de l'aire sera ici faite en ayant recours à des unités de longueur : les mesures d'aire vont être trouvées à partir de la mesure de longueur. Ces mesures interviendront dans un calcul basé sur une formule. Cet aspect de l'aire met en avant la relation existante entre la grandeur aire et la grandeur longueur.

### **1.2.2 Une indépendance entre forme de la surface et mesure de son aire**

Comme le dit M-J. Perrin-Glorian : « On pourrait envisager d'avoir un accès direct aux classes d'équivalence, sans passer par l'intermédiaire de la mesure, en définissant la relation d'équivalence sur les surfaces elle-même. » (1990, p. 10), Cela fonctionne pour certaines grandeurs, comme les longueurs par exemple, mais pas pour les aires. En effet, les surfaces qui ont la même mesure d'aire ne sont pas forcément superposables.

## **2 Difficultés liées à la construction du concept d'aire**

Ces spécificités de l'aire peuvent engendrer des difficultés d'apprentissage de cette notion. Nous nous intéressons dans cette partie à ces difficultés.

### **2.1 Liste (non exhaustive) des difficultés**

P. Moreira Baltar (1997) a fait une synthèse des résultats aux évaluations menées en 1990 par le Ministère de l'Éducation Nationale et par l'APMEP (association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) concernant l'apprentissage du concept d'aire. Plus de 50% des élèves sont en échec concernant les questions des évaluations portant sur ce concept. En regroupant les travaux de P. Moreira Baltar (1997), et de M-J. Perrin-Glorian (1990) on peut identifier certaines difficultés et erreurs récurrentes concernant l'apprentissage du concept d'aire.

- Dans des situations simples, les élèves sont capables de mettre en œuvre des procédures de pavage. Mais si la surface unité a une forme différente que la surface  $S$  à mesurer, les élèves ont du mal à paver cette figure et donc à en déterminer la mesure. Les élèves sont d'autant plus gênés lorsque la surface mesurée n'est pas polygonale, car il leur est difficile de s'imaginer la recouvrir avec les unités étalon proposées. Le choix de l'étalon influence la réussite des élèves. Ces derniers sont plus familiers avec la forme carrée, qui est plus facile à manipuler, qu'avec une forme triangulaire ou rectangulaire.
- Les élèves ont parfois du mal à appliquer des procédures de découpage recollement pour décomposer et recomposer une figure. Les travaux de Piaget nous permettent de savoir que les enfants acquièrent la notion de conservation (et donc de conservation des aires) à partir

de 8 ans. Il peut donc être encore difficile, pour des élèves de CM2, de comprendre l'invariance d'une grandeur après une réorganisation de sa surface par découpage recollement.

- Les élèves sont capables d'associer l'aire à la surface et le périmètre au contour mais ils ont du mal à dissocier la surface d'une figure et la forme de cette figure. Il y a donc des confusions dans les relations aire-périmètre : les élèves ont du mal à dissocier les formules de ces deux variables et leur variation respective : pour eux ces deux variables changent simultanément.
- Ce qui semble poser le plus de difficulté aux élèves sont les questions de calcul d'aires. Les élèves ont du mal à mobiliser les formules à bon escient : ils ont tendance à étendre les formules d'aire à des situations où elles ne sont pas valables (Par exemple, faire le produit des trois dimensions d'un triangle pour mesurer son aire.). De plus, ils les confondent parfois avec celles du périmètre. Enfin, ils ont du mal à exprimer les résultats avec des unités de mesure cohérentes, pertinentes. En effet, les élèves utilisent mal les unités. Même s'ils maîtrisent le système des unités légales, ils ont du mal à faire des conversions entre ces unités, dans des situations problèmes au sein desquelles il faut réinvestir des connaissances, utiliser des formules. P. Moreira Baltar précise que : « C'est sur le remplacement des lettres par les nombres et le calcul à proprement parler, que l'on trouve une chute importante des taux de réussite. » (1997, p. 48). C'est autour de cette dernière difficulté citée que se construit notre étude présentée ci-après.

## 2.2 Origine des difficultés

P. Moreira Baltar (1997) s'appuie sur les travaux de M-J. Perrin-Glorian et de R. Douady (1989) pour présenter l'origine de ces difficultés. Elle explique que les problèmes d'aire peuvent et doivent être traités au niveau de deux points de vue : le point de vue géométrique, c'est-à-dire le point de vue des surfaces, et le point de vue numérique, celui des nombres. Ces auteures soulèvent que les élèves ont tendance à traiter les problèmes d'aire en ne prenant en compte qu'une des deux conceptions (souvent la conception numérique). Ou alors, ils prennent en compte les deux mais sans les mettre en relation, ce qui est pourtant essentiel à leurs yeux pour résoudre les problèmes d'aires. N. Balacheff (1988), citée par P. Moreira Baltar (1997), défend aussi l'idée que le traitement des questions sur l'aire se base sur ces deux conceptions, leur mise en relation. Nous allons ici apporter quelques précisions quant à ces deux types de conceptions, ces deux points de vue.

- **L'aire est un invariant appartenant à la famille des surfaces : conceptions géométriques.** Pour N. Balacheff (1988), mais également pour R. Douady et M-J. Perrin-Glorian (1989), et donc pour P. Moreira Baltar (1997) qui reprend leurs idées, les conceptions géométriques sont celles qui amènent les élèves à confondre aire et surface. C'est la notion de forme, dominante dans cette conception, qui entraîne cet écueil. Les élèves se basent sur la forme, sur l'encombrement d'une figure pour percevoir l'aire. Ils comprennent une diminution de l'aire comme une diminution de la surface avec une forme qui reste inchangée. De plus, pour eux, une figure encombrante a forcément une aire plus grande qu'une figure compacte. N. Balacheff (1988) souligne que la confusion aire/surface peut être liée au fait que dans la langue naturelle, ces mots sont employés pour une même signification. Enfin, ces auteurs identifient que la confusion aire/encombrement peut être liée au fait que les élèves perçoivent l'aire comme la place qu'occupe la surface.
- **L'aire est un nombre se calculant : conceptions numériques/arithmétiques.** A l'autre extrême, l'aire est un nombre. On se situe cette fois ci dans le champ du calcul. Concernant ces conceptions, le point de vue de N. Balacheff (1988) et de R. Douady et M-J. Perrin-Glorian (1989) diffèrent. Pour N. Balacheff (1988), ces conceptions s'appuient sur la connaissance des formules d'aire mais également sur la maîtrise des relations fonctionnelles entre les nombres qui désignent les côtés et l'aire. Pour R. Douady et M-J. Perrin-Glorian (1989), la compréhension des relations entre ces nombres a une importance moindre dans la caractérisation des conceptions numériques, on ne s'intéresse qu'aux éléments pertinents pour le calcul.

On peut déduire, des travaux de ces auteurs, que les élèves risquent de ne pas réussir à identifier, distinguer et donner du sens aux grandeurs présentes dans le calcul. Deux problèmes découlent de ceci. Premièrement, les élèves risquent de confondre les unités en jeu, de ne pas leur donner leur bonne signification. Deuxièmement il se peut que les élèves se mettent à utiliser les formules dans des situations où elles n'ont pas lieu d'être. Nous cherchons à présent comment pallier ces difficultés.

### 2.3 Ingénierie didactique proposée par les auteurs pour dépasser ces difficultés

R. Douady et M-J. Perrin-Glorian (1989), ont formulé des hypothèses didactiques, présentées par M-J. Perrin-Glorian (1999, p. 10) et confirmées par P. Moreira Baltar (1997). Nous les considérons comme des hypothèses de travail (HT).

- (HT1) : « Le développement dans l'enseignement du concept d'aire en tant que grandeur aide les élèves à établir les relations nécessaires entre les cadres géométrique et numérique. »
- (HT2) : « Une identification trop précoce entre grandeurs et nombres favorise l'amalgame des différentes grandeurs (ici aires et longueurs). »
- (HT3) : « Dans le cadre géométrique, une interaction entre les points de vue statique et dynamique est nécessaire dans la conceptualisation de la grandeur aire et dans sa dissociation de la longueur. »

De ces hypothèses, nous pouvons retenir qu'il faut aider les élèves à se représenter l'aire comme une grandeur autonome dans un premier temps pour pouvoir ensuite l'emmener à établir des liens avec la grandeur « longueur » afin de l'aider à établir des relations entre les deux cadres (géométrique et numérique).

A partir de ces hypothèses, R. Douady et M-J. Perrin-Glorian (1989) proposent une ingénierie didactique qui permettrait de pallier ces écueils et de voir comment aider les élèves à dépasser la difficulté d'articulation des deux conceptions. Leur proposition se base sur trois points :

- Pour construire la notion d'aire en tant que grandeur autonome, il faut ancrer chez les élèves quelques distinctions. Il semble essentiel de dissocier l'aire de la forme de la figure dont il est question, en confrontant par exemple les élèves à des surfaces qui ont des formes différentes mais une aire semblable. Il est également primordial de distinguer l'aire du nombre la représentant, en faisant prendre conscience à l'élève que selon l'unité choisie, l'aire d'une même surface peut évoluer. Pour cela, on peut se baser sur le travail de comparaison par superposition, par inclusion, par découpage recollement, par pavage de surfaces avec différentes unités choisies.
- Pour étendre la mesure à des surfaces non pavables avec l'unité A, il faut faire travailler les élèves par découpage recollement pour qu'ils se rendent compte qu'il est possible d'obtenir une figure S' de même aire qu'une figure S et qui est elle aussi pavable par l'unité A.
- Enfin, il semble essentiel, pour ces auteurs, de pointer les différences et d'établir des relations entre aires et longueurs en s'intéressant à comment elles varient respectivement au cours de diverses transformations. Autrement dit, il faut sensibiliser les élèves à l'aspect

bidimensionnel de l'aire.

B. Héraud (1989), citée par P. Moreira Baltar (1977), propose une hypothèse qui peut trouver un écho dans cette ingénierie didactique. Pour lui, la compréhension du concept d'aire passe par l'acquisition de deux paliers. Le premier palier est la construction de l'aire en tant que grandeur autonome. Ce palier suit une progression en trois étapes, qui permet d'aboutir à la conceptualisation de la notion d'aire :

- Tout d'abord un travail d'estimation des aires.
- Puis un travail de comparaison d'aire par inclusion, superposition avec ou sans découpage recollement préalable.
- Enfin, la troisième étape consiste à accepter que l'aire d'une surface reste inchangée sous l'effet de transformation géométrique, même si sa forme, elle, change.

Le deuxième palier de l'hypothèse de B. Héraud (1989) est l'acquisition de la mesure d'aire.

### **3 Que proposent les programmes ?**

Les éléments théoriques que nous venons d'exposer ont non seulement nourrit notre réflexion pour l'écriture de ce mémoire mais ils ont aussi influencé la conception des programmes Nous en faisons une présentation succincte, en nous centrant sur les parties concernant notre sujet d'étude.

#### **3.1 Objectif de l'étude des grandeurs et mesures**

L'aire est une grandeur à enseigner à l'école élémentaire. Les programmes, en cohérence avec les recherches présentées notamment ci-dessus, donnent des pistes didactiques pour aider les professeurs des écoles dans leurs enseignements. L'enseignement des grandeurs et des mesures qui leurs sont associées a pour but d'aider les élèves à donner du sens aux mesures de grandeurs qu'ils rencontrent que ce soit à l'école ou dans leur vie quotidienne et qu'ils rencontreront dans leur vie future, quotidienne ou professionnelle.

Pour permettre aux élèves de comprendre le sens des mesures de ces grandeurs, il est nécessaire de les amener à comprendre à quoi correspond la grandeur dont il est question d'une part, tout en l'aidant à se construire une représentation précise de ce à quoi correspond une mesure donnée d'autre part.

Pour ce faire, les concepteurs des programmes insistent sur l'importance de s'appuyer sur des situations concrètes, en abordant les apprentissages au travers de situations problèmes empruntées à la vie courante ou issues d'autres disciplines.

### 3.2 Progression concernant l'étude des grandeurs

Il y a une continuité dans l'enseignement des grandeurs et mesures du cycle 1 au cycle 4. Un domaine d'étude spécifique leur est dédié au sein des programmes de mathématiques pendant toute la scolarité obligatoire.

Au cycle 1, à partir d'activités de manipulations, de réalisation de collections critériées, de tris, de comparaison, d'observations, de description, sur la **longueur**, la **masse** et la **contenance**, les connaissances et repères sur ces grandeurs commencent à se structurer.

Ces apprentissages sont poursuivis en cycle 2 et deux nouvelles grandeurs font leur apparition : la **durée** et la **monnaie**. Durant ce cycle, il faut faire prendre conscience aux élèves qu'un objet peut être considéré selon plusieurs grandeurs. Quelques unités de mesures usuelles, et associées à ces grandeurs, sont progressivement introduites. Elles prennent sens en invitant les élèves à déterminer des mesures.

Au cycle 3, le travail sur les grandeurs étudiées au cycle 2 s'enrichit et se structure par la maîtrise des unités légales du système international d'unités et de leurs relations. En plus de se structurer, le travail sur les grandeurs s'enrichit : de nouvelles grandeurs sont abordées, accompagnées par un travail sur les unités qui leur sont associées, et, à mettre en relation, ou non, avec des grandeurs déjà connues :

- La grandeur **volume** est nouvelle, et les élèves peuvent se familiariser avec cette notion en la rapprochant dans un premier temps aux contenances.
- La notion d'**aire d'une surface** est nouvelle, et elle est à distinguer de celle du périmètre.
- Les élèves découvrent également la notion d'**angles**.

En lien avec le domaine nombre et calcul, des problèmes impliquant des grandeurs mesurables peuvent être résolus par l'utilisation des nombres dans des opérations arithmétiques sur les mesures de ces grandeurs. Les situations de proportionnalité impliquant des mesures de grandeurs peuvent également constituer des problèmes en lien avec le domaine « grandeur et mesure ». Des formules pour calculer certaines mesures de grandeurs sont progressivement

établies et utilisées (aire du rectangle, du carré, longueur du cercle, volume du pavé droit, etc.). En continuité avec ce qui a été fait au cycle 2, l'estimation (à partir des références déjà construites) a toujours son rôle à tenir dans l'anticipation et/ou la validation de résultats, en plus de permettre de donner du sens à ces grandeurs et à leur mesure

Au cycle 4, le travail sur les grandeurs étudiées dans les cycles précédents est poursuivi en sollicitant la mise en relation de ces dernières avec d'autres disciplines, ou avec des situations issues de la vie quotidienne. Les nouveautés concernent les notions de grandeur produit ou quotient et l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires ou les volumes. Ces nouveautés sont relatives car elles ont pu être abordées en cycle 3, en lien avec les situations de proportionnalités notamment. Il est souligné par les concepteurs des programmes que le travail sur les grandeurs vues au cycle 3 doit être poursuivi au travers de la résolution de problèmes. C'est cette fréquentation régulière des grandeurs, des mesures, des unités qui familiarisera les élèves avec ces notions et concepts, assurant ainsi que ces derniers restent vivants et que les techniques élémentaires soient maîtrisées sur le long terme. De nouvelles formules sont établies, notamment pour déterminer le volume de certains solides usuels.

### **3.3 Progression concernant l'étude d'une grandeur**

Outre cette progressivité externe, inter-cycle pour l'apprentissage d'une grandeur, on observe une progressivité interne, intra-cycle préconisée par les programmes, concernant l'apprentissage des notions du thème « grandeur et mesure ».

Les concepteurs des programmes expliquent que la notion de mesure d'une grandeur correspond à l'association de la grandeur considérée à une unité choisie (un nombre entier ou non). La mesure d'une grandeur consiste donc à déterminer combien d'unités (ou fractions d'unités) sont contenus dans cette grandeur. On comprend ainsi l'enjeu soulevé par les programmes : les notions de grandeurs et de mesures se construisent nécessairement dialectiquement. Il est aussi préconisé de proposer aux élèves des problèmes à résoudre, sollicitant différents types de savoirs faire (comparer, estimer, mesurer...).

D'après l'ingénierie didactique énoncée en 2.3, et au regard des enjeux des programmes cités ci-dessus, on retiendra une progression à adopter lors de l'étude des grandeurs. Cette progression fait consensus chez un grand nombre d'auteurs et chez les concepteurs des programmes. Nous la définissons ci-dessous.

- La première étape est l'étape de la **comparaison**. Lors de cette étape, il s'agit de classer, de ranger les surfaces, sans avoir recours au mesurage, dans des activités de recherche, de résolution de problème. Ces manipulations vont permettre de faire apparaître, de faire ressentir la grandeur dont il est question et donc de donner du sens à ce concept de grandeur. Il faut commencer par des comparaisons directes, par superposition, lorsque cela est possible (nous avons vu que ce n'était pas toujours le cas pour les aires). Lorsque ce type de comparaison n'est pas possible, il faut faire des comparaisons indirectes en procédant à des découpages et des réorganisations pour pouvoir comparer les figures.

Ce travail de comparaison est essentiel car il permet à l'élève d'apprendre à discerner différents types de grandeurs et à utiliser un lexique approprié à chacune d'entre elle (la comparaison étant formalisée par une description). Comme le disent A. Yaïche, A. Marcangéli, E. Penso, « Il convient de recevoir et de se représenter le monde avant de le mesurer. » (2010, p. 29). Ce n'est qu'après ce travail de comparaison que l'on peut commencer le travail de mesurage, la grandeur en jeu étant dorénavant conceptualisée par les élèves.

- La deuxième étape introduit le **mesurage**. Ce mesurage se fait en utilisant un objet « étalon » qui sert d'unité. Mesurer devient dès lors l'action qui consiste à paver la figure dont il est question et à compter le nombre d'étalons compris dans la figure comme expliqué dans la partie définition. Il faut veiller ici à faire varier la taille de cette unité de mesure. Pour les aires, il faut également faire varier la forme de l'unité de mesure et de ne pas systématiser un étalon carré, comme dit précédemment. Si on systématisé cette forme d'unité les élèves ne sauront pas comment agir lorsqu'une figure n'est pas entièrement pavable avec cette dernière. Il faut également veiller à varier le support sur lequel est produit la figure : papier quadrillé, papier pointé, planche à clous avant de pouvoir utiliser le papier blanc ...

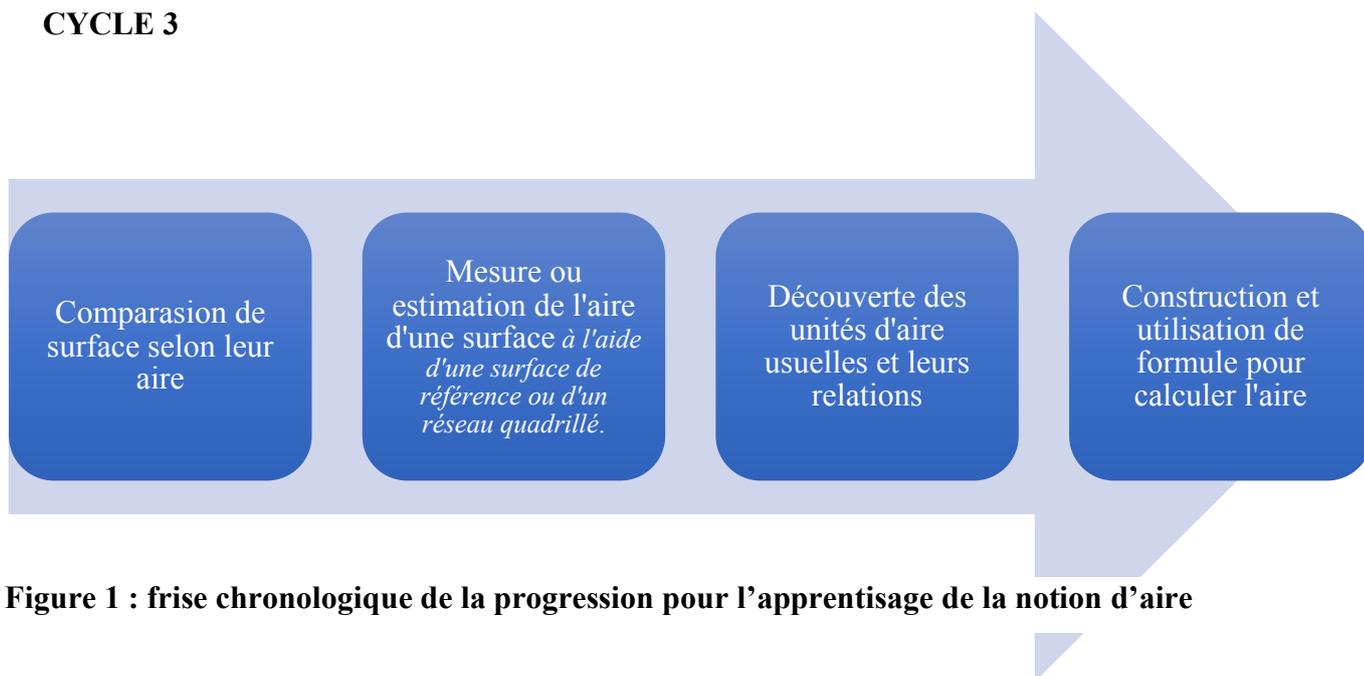
En introduisant la mesure, on permet à l'élève d'avoir accès de manière plus précise à l'aire d'une figure, et comme dit précédemment, on passe d'une résolution de problème sur des objets à une résolution de problème sur des nombres.

- Une fois que le travail de mesure basé sur des unités variées a été réalisé, on peut introduire et se baser sur l'**unité légale** pour mesurer, c'est-à-dire pour les aires, le centimètre carré. Il s'agit dès lors de mesurer, d'estimer des grandeurs en utilisant cette unité. Puis progressivement, on peut utiliser tout le **système international d'unités** et les multiples et sous multiples de cette unité conventionnelle. Il faut faire prendre conscience aux élèves de la nécessité de se doter d'un système d'unité conventionnelle pour des besoins de communication. Grâce au travail réalisé précédemment (utilisation de plusieurs unités), les

élèves peuvent comprendre que cette unité est un cas particulier d'étalon choisi pour faciliter les échanges mais que ce n'est pas une unité systématique, incontournable. En utilisant tout un système d'unité, un travail autour des **conversions** doit être réalisé. Le tableau de mesure des aires est particulièrement compliqué puisqu'il se compose de deux colonnes pour chaque unité. Il faudra aider l'élève à comprendre pourquoi pour qu'il puisse donner du sens à l'utilisation de ce tableau.

- Une fois que les élèves atteignent un premier niveau de maîtrise de ces unités conventionnelles, il est possible de s'intéresser aux **formules**. Il ne s'agit pas de donner aux élèves des formules qu'ils appliqueront par la suite. Il faut construire, établir les formules avec eux pour leur permettre de leur donner du sens. La construction de ces formules se fera par l'observation de récurrences, la formalisation de techniques utilisées par les élèves, et, pour l'aire, par l'introduction de son aspect bidimensionnel. A ce stade est franchi une étape supplémentaire dans la façon de procéder au mesurage : on passe d'une mesure basée sur l'aspect unidimensionnel de l'aire (par pavage) à une mesure basée sur l'aspect bidimensionnel de l'aire : les formules pour calculer l'aire font intervenir des longueurs<sup>1</sup>.

Cette progression est reprise par les programmes : **Repères et progressivités (Aires) – CYCLE 3**



**Figure 1 : frise chronologique de la progression pour l'apprentissage de la notion d'aire**

---

<sup>1</sup> On peut cela dit, inverser ces deux dernières étapes : la construction et l'utilisation des formules peut se faire avant la familiarisation avec les unités d'aires usuelles.

Les concepteurs des programmes, les chercheurs donnent cette progression comme une trame à suivre, mais laissent les enseignants libres dans leurs modalités de réalisation. Différents outils sont à la disposition de l'enseignant. C'est à lui de choisir ceux qui lui semblent les plus pertinents pour mettre en œuvre sa séquence et transmettre des compétences et connaissances à ses élèves.

## **4 La pensée informatique au service des mathématiques**

Nous décrivons à présent un outil qui peut être utilisé pour travailler la notion d'aire. Nous proposons en effet d'introduire l'algorithmique comme vecteur de l'apprentissage de la notion d'aire.

### **4.1 Définition, conceptualisation**

Nous commençons ici par des précisions théoriques et contextuelles sur l'algorithmique.

#### **4.1.1 Algorithmique ... et mathématiques**

Un algorithme, d'après P. Tchounikine (2017), « est un enchaînement mécanique d'actions, dans un certain ordre, qui chacune a un effet, et dont l'exécution complète permet de résoudre un problème ou de faire quelque chose ».

La notion d'algorithme trouve écho dans la notion de pensée informatique. En effet P. Tchounikine (2017) définit cette dernière comme « le fait de savoir décomposer un problème en sous-problèmes ; savoir réfléchir aux tâches à accomplir pour résoudre un problème en termes d'étapes et d'actions ».

La résolution de problème est une des compétences clés ciblées en mathématiques. Ces résolutions de problème peuvent être reliées à tous les sous-domaines des mathématiques, elles concernent donc les grandeurs et mesure. Il apparaît pertinent d'utiliser l'algorithmique dans des situations de résolution de problème puisque l'élève va devoir élaborer une stratégie en cherchant, modélisant, raisonnant... autant de compétences mathématiques attendues par les programmes, et travaillées lors des résolutions de problème.

Les programmes actuels de l'école primaire mettent en avant une initiation à l'informatique sans définir de programme précis cependant. Le premier domaine des cinq domaines qui définissent les grands enjeux de formation évoque le langage informatique (« Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. »).

Les concepteurs des programmes mettent en avant le lien qui peut être fait entre l'informatique et les mathématiques. Ils peuvent être travaillés mutuellement par le biais de l'algorithmique.

L'un étant au service de l'autre et inversement. Ce qui nous intéresse ici est surtout comment l'informatique peut être mis au service de l'enseignement des mathématiques.

#### **4.1.2 Un logiciel support identifié : Scratch**

Partant de ce constat, il faut s'intéresser au support permettant de réaliser ce travail conjoint. Scratch est un logiciel de programmation d'algorithmes adapté aux enfants. Il est développé par le groupe de recherche Lifelong Kindergarten auprès du laboratoire Média du MIT. On peut utiliser ce logiciel pour initier les élèves à la pensée informatique. On peut utiliser ce logiciel pour faire travailler les élèves en mathématiques.

#### **4.1.3 Un projet qui regroupe ces aspects : le projet EXPIRE**

Le projet EXPIRE est un projet porté par l'université Grenoble Alpes, impliquant deux laboratoires de recherche et déployé dans 36 écoles de l'académie de Grenoble. Il a pour but de concevoir, déployer et évaluer des enseignements innovants sur la pensée informatique et les mathématiques tout en apportant des éléments de formation des enseignants en lien avec ces aspects. Ce projet s'inscrit dans une volonté d'expérimenter la pensée informatique pour la réussite des élèves en mathématiques. Il se différencie de l'exploitation habituelle de Scratch : dans ce projet, ce n'est pas l'apprentissage du code informatique qui est visé. Ce dernier est un moyen d'atteindre des objectifs d'apprentissage mathématiques.

Mon mémoire s'inscrit dans ce projet de recherche. En effet, l'expérimentation que je propose ensuite est une partie intégrante du projet. J'ai participé, avec H. Chaachoua, R. Cricci, et P. Tchounikine à la construction d'une séquence sur la notion d'aire utilisant Scratch. Cette séquence a été proposée aux enseignants participant au projet, et constitue donc un support d'analyse, de recherche du projet EXPIRE, en plus de servir à l'expérimentation de mon mémoire. Ma recherche s'intègre donc à celle du projet EXPIRE.

### **4.2 Intérêts, apports de l'algorithmique**

Nous présentons ci-dessous les apports de l'algorithmique que nous avons envisagés, en amont de l'expérimentation.

#### **4.2.1 Apport général**

Utiliser l'algorithmique permet de gagner du temps. Nous savons l'importance de la manipulation dans l'acquisition et la rétention des apprentissages. Nous savons également que

les activités de manipulation sont coûteuses en temps. Avec l'utilisation de Scratch on retrouve le geste de la manipulation mais en gagnant du temps et donc en diminuant le coût temporel de cette dernière. En effet, avec un logiciel d'algorithmique, on peut tâtonner, répéter, procéder par essais erreur sans que cela ne soit trop coûteux en temps et en énergie grâce à une rétroaction immédiate et une possibilité de correction rapide. Enfin, l'algorithmique permet de structurer les procédures utilisées, d'organiser de manière plus précise et systématique les actions constituant ces procédures.

#### **4.2.2 Apport disciplinaire**

Utiliser l'algorithmique permet de changer le rapport de certains élèves aux mathématiques et à l'école en générale. En se basant sur l'algorithmique, l'élève va mobiliser des connaissances mathématiques comme outil pour résoudre le problème qui n'a pas été posé comme un problème mathématique. Ceci permet de contrer certaines stratégies d'auto-handicap qui pourraient apparaître lorsqu'un élève ne se sent pas compétent dans un domaine et qu'il préfère ne pas réaliser ce qu'on lui demande plutôt que de se tromper. L'élève travaille sur un support ludique, qui lui plaît et si de surcroît, il est en réussite, alors sa confiance en soi et sa motivation n'en seront que renforcée.

#### **4.2.3 Problématique : apport pour la construction de la notion d'aire**

Dans cette partie théorique, nous nous sommes intéressés à l'enseignement de la grandeur aire. Nous avons mis en avant la progression préconisée, les procédures recommandées pour faciliter l'étude des grandeurs. Cette progression peut s'appliquer pour les aires. L'apprentissage du concept d'aire peut se heurter, même si on suit scrupuleusement ces conseils, à certains obstacles. Nous avons identifié que ce qui pose le plus de difficultés aux élèves sont les questions de calcul d'aires. Les élèves ont du mal à mobiliser les formules à bon escient et à exprimer les résultats avec des unités de mesures cohérentes, pertinentes. Cette difficulté est liée à une spécificité forte de l'aire. L'aire est une grandeur unidimensionnelle mais aussi bidimensionnelle : il existe une relation entre la grandeur aire et la grandeur longueur. C'est sur cette relation qu'il faut se baser pour pouvoir calculer l'aire d'une figure, à l'aide d'une formule.

Comment dès lors, aider les élèves à surmonter ces difficultés, si suivre la progression et les procédures préconisées n'est pas suffisant ? Nous avons identifié dans notre dernière partie théorique que l'algorithmique est un outil à disposition des enseignants pour faciliter

l'apprentissage des notions mathématiques, notamment grâce à la structuration des procédures qu'elle permet.

En quoi la pratique de l'algorithmique peut être un vecteur pertinent pour l'enseignement et l'apprentissage du concept mathématiques de l'aire ?

Tout d'abord, à quelle condition est-il possible de s'inscrire dans le respect de la progression et des procédures préconisées ? Nous formulons l'hypothèse que si on utilise l'algorithmique pour étudier la grandeur aire, on va travailler la notion de pavage à travers la construction d'un algorithme. Puis dans un second temps, en respectant la progression préconisée, on va aller vers la construction de formule. (Hypothèse H1)

Ensuite, quel sera l'atout de l'algorithmique pour surmonter les difficultés liées à la notion d'aire ? Nous pensons que le bénéfice d'utiliser l'informatique est qu'en demandant à l'élève de construire un programme pour paver la figure, ce dernier va être obligé d'ordonner, de structurer ses actions constituant sa procédure de pavage. A la main, ce pavage peut être fait de manière aléatoire, alors que la construction d'un algorithme nécessite une organisation précise et ordonnée des actions. (Hypothèse H2)

Enfin, en quoi cette structuration des actions facilite le passage à la formule ? Nous pensons que c'est l'organisation particulière du pavage qui va permettre de mettre en place des procédures organisées de comptage du résultat de ce pavage (l'aire, sous son aspect unidimensionnel). (Hypothèse H3)

Dans quelles mesure l'élève arrivera à généraliser cette procédure de structuration à l'ensemble des cas pour construire la formule ? Nous faisons l'hypothèse qu'en répétant ces procédures structurées, les élèves vont progressivement voir, comprendre, prendre conscience du lien entre longueur et aire. Nous pensons qu'ils pourront ainsi, progressivement, établir et utiliser les formules en se servant de cette relation (l'aire, sous son aspect bidimensionnel). (Hypothèse H4)

L'hypothèse H3 nous apparaît la plus centrale dans le travail que nous menons et nous lui apporterons une attention particulière.

## **PARTIE PRATIQUE**

### **1 Méthodologie**

Nous commençons cette partie pratique par une présentation de la méthodologie utilisée pour atteindre les objectifs de notre étude.

#### **1.1 Participants**

J'ai réalisé mon expérimentation dans une classe de vingt-huit élèves de CM1-CM2. Les élèves sont issus d'un milieu social favorisé et ne présentent pas de difficultés majeures dans les apprentissages. La classe se compose de dix-neuf CM2 et neuf CM1. Les élèves de CM1 ont tous un très bon niveau scolaire. J'ai réalisé mon expérimentation en période quatre. En période trois nous avons commencé à appréhender la mesure de figures planes en abordant la grandeur périmètre.

#### **1.2 Matériel**

La classe sujet à mon expérimentation est engagée dans le projet EXPIRE. Lors du premier semestre, les élèves travaillaient, dans le cadre de ce projet, sur support papier crayon. Lors du second semestre - incluant la période quatre - la classe est cette fois-ci concernée par le travail sur le logiciel Scratch : l'étude de la grandeur aire a donc pu se faire par le biais de ce logiciel d'algorithmique. Pour mon expérimentation, j'ai donc utilisé le chariot informatique composé de quatorze ordinateurs portables équipés de Scratch prêtés par les concepteurs du projet EXPIRE. Pour chaque séance, il y a également une fiche élève sur laquelle les élèves peuvent noter leur démarche, leur résultat (Annexe 6 : Fiches séance).

#### **1.3 Procédure**

Comme dit précédemment, j'ai participé à l'élaboration de la séquence sur les aires qui est proposée dans le cadre du projet EXPIRE et qui pour nous, constitue notre expérimentation.

Cette séquence commence par une séance zéro qui n'utilise pas Scratch. Il s'agit de réactiver les connaissances sur la notion d'aire nécessaires pour les séances suivantes. Dans cette séance, on demande aux élèves de comparer l'aire de figures sans avoir recours à la mesure (procédures : découpage recollement, estimation, superposition...) et on identifie avec eux la propriété de conservation de l'aire.

Les séances qui suivent, présentées ci-dessous, constituent le cœur de l'expérimentation. Pour chacune d'entre elles, les élèves disposent d'un fichier Scratch sur lequel ils vont travailler (Voir Annexe 1 : Fonctionnement de l'interface Scratch).

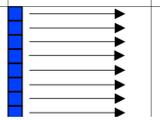
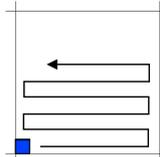
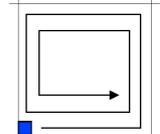
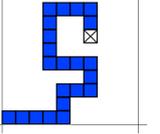
Nous avons préparé en amont des blocs d'actions que les élèves auront à leur disposition pour réussir les exercices. Les blocs d'actions dont les élèves disposent ont été créés par les spécialistes en informatique avec lesquels nous travaillons en collaboration dans le cadre du projet EXPIRE. Nous leur faisons des propositions d'actions à soumettre aux élèves, et ils nous disent si ces dernières sont transposables sous forme d'algorithmes. Si c'est le cas, ils créent ces algorithmes pour définir ces blocs d'actions. Les élèves s'appuient sur ces blocs prédéfinis pour réaliser des algorithmes (Voir Annexe 2 : Création des blocs d'actions à disposition des élèves). Nous avons aussi créé des figures supports pour les exercices, et des unités d'aire servant au pavage. Les élèves devront à chaque fois créer un algorithme pour atteindre le but de la tâche. Ces séances sont présentées dans le tableau ci-dessous (page suivante).

Pour chaque séance, est détaillé les phases (rappel, présentation, exercices, bilan...), les observations qui vont être menées et les attendus quant à ces observations (les procédures que l'on pense voire apparaitre).

Pour atteindre les objectifs de notre étude, nous ciblons certains observables qui vont nous permettre de mesurer les apports de l'algorithme identifiés : procédures de pavage (algorithmes créés), procédures de comptage, procédures de construction de figure d'aire donnée, établissement de formules.... R. Cricci, une doctorante qui participe au projet EXPIRE, est venue m'aider pour les observations des séances. Lorsque les élèves sont en activité sur les exercices, nous circulons dans les rangs pour noter, sur des grilles d'observations les éléments qui nous serviront de support pour l'analyse. Nous regardons à la fois la nature (type de procédure) et l'efficacité des procédures. Nous avons également filmé et enregistré les élèves lors des séances, pour garder une trace des séances et pour que nous puissions affiner nos résultats d'observations à posteriori <sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> D'autres observations ont été faites à des fins pédagogiques, mais elles ne sont pas détaillées ici, car elles ne sont pas en lien avec notre expérimentation.

|  | Activité de l'enseignant/ <i>consignes</i>   | Observations   | Attendus  |
|--|--|--|---|
| <b>SEANCE 1</b> : Mesurer par pavage l'aire d'une figure à l'aide d'une unité.<br><i>Arrière-plan</i> : figure à mesurer, carré unité C1 et bloc qui affiche le nombre de blocs déposés. |  |  |   |
| Présentation générale  | <p>Présenter la situation (Tableau, vidéoprojecteur...)<br/> <i>Nous allons réaliser le pavage de cette figure</i> : la montrer, à l'aide de cette unité : la montrer.<br/> Faire un point sur la définition du mot paver.</p> <p>- Présenter la consigne : <i>Écrivez un programme dans Scratch qui permet de mesurer l'aire de la figure donnée à l'aide du carré unité C1. De combien de carrés unité avez-vous besoin pour paver la figure ? Le nombre de carrés unité utilisé pour recouvrir la surface vous donne la mesure de l'aire de cette surface. Il est inscrit en dessous de la figure, dans le compteur.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A la disposition du binôme : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fiche élève : pour expliquer leur démarche</li> <li>- Blocs « Positionnement », « Pavage/Comptage » « Répéter » (Voir Annexe 3 : Rôles des blocs)</li> <li>- Compteur affichant le nombre d'unités déposées.</li> </ul> </li> </ul> | <p><b>Quoi</b> : procédures de pavage<br/> <b>Comment</b> : grille d'observation</p> <p><i>Remarque</i> : le pavage commence toujours à partir d'un même point et permet uniquement de concevoir des procédures dans la direction initiale horizontale de pavage. Ce choix est volontaire, il permet de réduire le nombre de blocs d'actions disponibles, sans perte de généralité en termes de procédures possibles.</p>                    | <p><b>Pour pavage :</b></p>  <p>Algorithme optimal</p>  <p>Algorithme possible mais non optimal</p>  <p>Algorithme possible mais difficile à faire</p>  <p>Autres algorithmes : pavage aléatoire</p> <p>(Voir Annexe 4 : Programmes algorithmiques pour pavage)</p> |
| Exercices : temps 1  | <p>Chaque binôme avance à son rythme, test des procédures de résolution.</p> <p>Circuler pour faire des observations et accompagner les élèves en difficultés.</p>   |  |   |
| Bilan 1  | <p>Mise en commun et correction des exercices : les élèves expliquent, montrent leurs procédures (projeter Scratch au tableau).<br/> Moment d'échange pour mettre en avant les difficultés, les échecs, les réussites.</p> <p>Identification des algorithmes qui fonctionnent / qui ne fonctionnent pas.<br/> Identification des différents algorithmes.</p>   | <p>Pour préciser les observations faites avec les grilles (en passant dans les rangs) :</p> <p><b>Quoi</b> : fonctionnalité des algorithmes<br/> <b>Comment</b> : avant de commencer le bilan, demander quels sont les élèves qui ont réussi à paver la figure en entier.</p> <p><b>Quoi</b> : diversité des algorithmes<br/> <b>Comment</b> : En interrogeant un binôme PUIS en demandant qui a utilisé la même procédure que ce binôme</p> |   |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| Exercices : temps 2  | <p>Le ruban « basculer sur l'arrière-plan » permet de passer d'un exercice à un autre.</p> <p>Les binômes d'élèves essayent de réaliser les exercices en cherchant, en testant des procédures de résolution en s'appuyant sur les procédures qui ont été identifiées lors de la phase précédente.</p> <p>Circuler pour faire des observations et accompagner les élèves en difficultés.</p>  | <p><b>Quoi</b> : Les groupes qui ont produit des algorithmes qui ne fonctionnent pas</p> <p><b>Comment</b> : En allant voire en particulier ces groupes</p> <p><b>Quoi</b> : procédures de pavage</p> <p><b>Comment</b> : grille d'observation</p>                           | <p><b>Pour erreur</b> : Pas d'attendus particuliers : échanges pour identifier les sources d'erreurs</p> <p><b>Pour pavage</b> : L'algorithme optimal identifié devrait apparaître majoritairement : évolution des procédures.</p>  |
| Bilan 2  | <p>Temps de réflexion collectif à la suite de la correction des exercices : identification du meilleur algorithme, parmi ceux qui fonctionnent et verbalisation (meilleur = optimal =le plus rapide)</p>   | <p>Pour préciser les observations :</p> <p><b>Quoi</b> : Les procédures utilisées pour être plus efficaces, l'algorithme optimal</p> <p><b>Comment</b> : Par un échange collectif oral</p>   |   |
| <p><b>Séance 2 – Temps 1</b> : Mesurer par pavage l'aire d'une figure donnée à l'aide de plusieurs unités.<br/> <i>Arrière-plan</i> : figure à paver, carrés unités C1, C2 (2x2 C1) et le rectangle unité R1 (2x1 C1).</p> |  |  |   |
| Rappel   | <p>Rappel du travail de la séance précédente (bloc utilisés, algorithme optimal identifié...)</p>  |  |   |
| Présentation et réalisation des exercices  | <p>Présenter la consigne : <i>Vous disposez de plusieurs blocs unités. Écrivez des programmes dans Scratch qui permettent de mesurer l'aire de la figure donnée. Quelle est l'aire de la figure ?</i></p> <p>Poser l'accent sur l'absence du compteur qui affichait le nombre d'unités déposées.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A la disposition du binôme : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fiche élève : pour expliquer leur démarche + pour noter leur résultat (aire de la figure en fonction de l'unité utilisée).</li> <li>- Blocs : « Choix unité », « Positionnement », « Pavage », « Répéter »</li> </ul> </li> </ul> <p>Chaque binôme avance à son rythme, crée les nouveaux algorithmes.</p> <p>Circuler pour faire des observations et accompagner les élèves en difficultés.</p> | <p><b>Quoi</b> : procédures de pavage</p> <p><b>Comment</b> : grille d'observation</p> <p><b>Quoi</b> : procédures de comptage</p> <p><b>Comment</b> : grille d'observation</p> <p>Remarque : l'absence du compteur permet de faire apparaître différentes procédures de</p> | <p><b>Pour pavage</b> : L'algorithme optimal identifié en séance 1 devrait apparaître majoritairement</p> <p><b>Pour comptage</b> : -Comptage carré par carré sur la figure<br/> -Utilisation de la formule avec comptage sur la figure OU comptage d'actions « répéter »<br/> -Comptage ligne par ligne/ colonne par colonne</p> |
| Bilan 1  | <p>Temps de réflexion collectif à la suite de la correction des exercices : <i>En fonction de l'unité choisie, la mesure de l'aire n'est pas la même.</i></p> <p><i>Observations non liées à l'étude du mémoire.</i></p>   |  |   |

| <b>Séance 2 – Temps 2 : Mesurer par pavage l'aire d'une figure donnée à l'aide de différentes unités et comparer les résultats. (Même arrière-plan que pour la phase 1)</b>  |  |   |
|--|--|---|
| Présentation et réalisation des  | <p>Présenter la consigne : <i>Écrivez des programmes Scratch qui permettent de mesurer l'aire des figures données. Comparez l'aire des figures.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A disposition du binôme :</li> </ul> <p>Fiche élève : pour expliquer leur démarche + pour noter les résultats de leurs comparaisons</p> <p>- Blocs : idem phase 1</p> <p>Chaque binôme avance à son rythme.</p> <p>Circuler pour faire des observations et accompagner les élèves en difficultés.</p>   | <p><b>Quoi :</b> procédures de pavage et de comptage</p> <p><b>Comment :</b> grille d'observation</p> <p><b>Pour pavage et pour comptage :</b><br/>Voir ci-dessus</p>   |
| Bilan 2  | <p>Temps de réflexion collectif à la suite de la correction des exercices : <i>Lorsqu'on compare l'aire de deux figures, il faut s'assurer que la mesure des aires de ces figures a été faite avec la même unité d'aire. Des figures peuvent avoir la même aire sans être superposables.</i></p>   | <p>Pour préciser les observations faites avec les grilles (en passant dans les rangs) : Sondage sur les procédures de comptage : demander aux élèves leur procédure, et s'ils les ont fait évoluer au cours des exercices.</p>  |
| <b>Séance 3 : Utiliser les formules inverses : Construire un carré ou un rectangle d'aire donnée en s'aidant des connaissances acquises (liens entre techniques de comptage/ algorithme /formule).<br/>Arrière-plan : carré unité C1 et un lutin placé en position de départ</b> |  |   |
| Rappel   | <p>Rappel du travail de la séance précédente (bloc utilisés, algorithme optimal, technique de comptage...). Établir une 1<sup>ère</sup> correspondance, faire des liens entre les techniques de comptage, l'algorithme et la formule.</p>  |   |
| Présentation et réalisation des exercices  | <p>- Présenter la consigne : <i>Écrivez des programmes Scratch qui permettent de construire des carrés/des rectangles dont les aires sont celles indiqués, à l'aide du bloc unité.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A la disposition du binôme :</li> </ul> <p>- Fiche élève.</p> <p>- Blocs « Positionnement », « Pavage/Comptage »<br/>« Répéter », « Effacer »</p> <p>- Compteur affichant le nombre d'unités déposées.</p> <p>Chaque binôme avance à son rythme.</p> <p>Circuler pour faire des observations et accompagner les élèves en difficultés.</p> | <p><b>Quoi :</b> comment les élèves s'y prennent pour parvenir à construire la figure</p> <p><b>Comment :</b> en passant dans les rangs avec une grille d'observation</p> <p><b>Pour la construction :</b><br/>De manière aléatoire, par tâtonnement :<br/>- en s'appuyant sur le compteur<br/>- en réalisant des calculs<br/>De manière organisée : en se basant sur leurs connaissances antérieures</p> |

|       |  |   |  |
|-------|--|---|--|
| Bilan | <p>Mise en commun et correction des exercices.</p> <p>L'enseignant verbalise les algorithmes fabriqués avec un langage mathématique.</p> <p>Carré : poser l'attention sur le fait que tous les élèves qui ont réussi ont construit le même algorithme (et le même carré). « <i>Pour construire un carré d'aire donnée, il faut choisir le côté qui mesure un nombre dont le produit par lui-même soit égal à l'aire donnée.</i> »</p> <p>Rectangle : Attirer l'attention sur le fait qu'on peut résoudre un même exercice de plusieurs façons. « <i>Pour construire un rectangle d'aire donnée, il faut choisir les deux côtés dont le produit de leur mesure soit égal à l'aire donnée.</i> »</p> |   |  |
| Bilan | Traduction de l'algorithme en formule : Faire des liens entre les techniques de comptage, l'algorithme et la formule pour élaborer à termes les formules littérales de l'aire (carré et rectangle)   | <p><b>Quoi :</b> les formules littérales</p> <p><b>Comment :</b> en leur faisant écrire sur une feuille</p> | <p><b>Pour les formules :</b> cxc, lxL <b>ou</b> côté x côté, longueur x largeur <b>ou</b> sous forme de phrases</p> |

**Séances de réinvestissement sur papier crayon :** J'ai ensuite proposé aux élèves diverses exercices leur permettant de remobiliser les compétences travaillées lors des séances précédentes

| Tâches   | Objectifs   |
|--|---|
| <b>Temps 1 : trouver l'aire</b> de figures sur papier quadrillé avec diverses unités et <b>comparer</b> des aires de ces figures.                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour voir quelle technique de comptage ils utilisent</li> <li>- Pour voir s'ils se rappellent des conditions nécessaires pour la comparaison (liées au principe des unités)</li> <li>- Pour voir s'ils se rappellent de la propriété de conservation des aires identifiées en séance zéro</li> </ul> |
| <b>Temps 2 : Trouver l'aire</b> de figures sur papier quadrillé avec une unité   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour voir quelles procédures de comptage ils utilisent</li> </ul> <p><i>Remarque :</i> Pour certaines figures : le comptage carré par carré (procédure manuelle) est trop fastidieux pour être utilisé</p>   |
| <b>Temps 3 : Connaitre</b> la formule littérale de l'aire.<br>+ <b>Trouver l'aire</b> de figures sur papier blanc  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour voir s'ils se rappellent des formules identifiées en fin de séance 3 (bilan).</li> <li>- Pour voir s'ils remobilisent la formule dans les exercices.</li> <li>- Pour voir s'ils utilisent la relation entre aire et longueurs</li> </ul>  |
| <b>Exercices bonus :</b><br><b>Trouver l'aire</b> de figures complexes (2 types de papiers)<br><b>Trouver</b> la formule littérale de l'aire d'un triangle | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour réinvestir les connaissances et les compétences dans des situations complexes.</li> <li>- Pour approfondir</li> </ul>   |

## 2 Résultats

Le cadre méthodologique présenté, intéressons-nous aux résultats de nos observations. En vert, sont indiquées les procédures utilisées qui fonctionnent, et en rouge, celles qui ne fonctionnent pas. L'abréviation S correspond à « séance », l'abréviation T à « temps ».

| PAVAGE                     |        |       |       |       |  |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|--|
| Procédure de pavage        | S1 T1  | S1 T2 | S2 T1 | S2 T2 | Remarques sur les résultats  |
| Ligne (algorithme optimal) | 8<br>2 | 22    | 24    | 28    | Les élèves identifient très vite cet algorithme comme le meilleur : il est moins long en termes d'instructions (on le voit visuellement sur Scratch), et donc plus rapide à faire. Étant donné que l'identification de l'efficacité de cet algorithme vient d'eux, ils y adhèrent très facilement.   |
| Zigzag ligne               | 4      | 2     |       |       | Deux élèves continuent à utiliser la procédure, même après la première phase de bilan 1, il ne se rendent pas compte d'eux même que ce n'est pas la procédure optimale. Lorsque nous avons identifié la procédure optimale (bilan 2), ils adhèrent finalement à cette procédure.   |
| Zigzag colonne             | 2      |       |       |       | Les élèves qui réalisent cette procédure l'abandonnent très vite, puisqu'elle ne fonctionne pas.   |
| Spirale                    | 6<br>2 | 2     |       |       | L'argument donné par les élèves qui choisissent cette procédure concerne l'esthétisme de la réalisation : « <i>C'est plus joli.</i> »<br>Les élèves qui ne réussissent pas à réaliser le pavage avec cet algorithme changent de procédure à la suite du bilan 1. Leur échec est lié à un manque de temps, et/ou à une confusion dans l'enchaînement d'actions (algorithme long et fastidieux à faire).<br>Ceux qui ont réussi continuent avec cette formule, même après le bilan 1, il ne se rendent pas compte d'eux même que ce n'est pas la procédure optimale ou alors, l'argument esthétique prend le dessus pour eux. Lorsque nous identifions la procédure optimale (bilan 2), ils adhèrent finalement à cette procédure. |
| Aléatoire                  | 4      | 2     | 4     |       | Ce sont des élèves qui ont du mal à s'approprier le fonctionnement de Scratch et/ou qui ne se rappellent plus de l'algorithme optimal en séance 2.   |

**Remarque :** Certains élèves se trompent lors de la création de l'algorithme : le pavage qu'ils réalisent est faux car il repasse parfois plusieurs fois sur la même portion de surface. Ils n'avaient pas conscience de leur erreur car la réalisation de l'algorithme ne met pas en évidence ce « redoublement » de pavage. Ceci peut nuire aux élèves dans la compréhension de leur erreur et donc, à leur adhésion à l'algorithme optimal.

Pour conclure sur les procédures de pavage, on peut dire que les résultats attendus ont été vérifiés : la majorité des élèves organise leur procédure de pavage, dès le début. Au fur et à mesure des temps de travail, les élèves font évoluer la structuration de leur algorithme pour tendre vers un algorithme plus rapide à créer et à utiliser, en s'appuyant sur les propositions des autres. En effet, ils adoptent tous au final l'algorithme optimal, car ils identifient que ce dernier leur fait gagner du temps, et donc qu'il leur permet d'être plus efficace.

| COMPTAGE (Séance sur SCRATCH) |   |          |        |   |
|-------------------------------|---|----------|--------|---|
| Procédure de comptage         |   | Début S2 | Fin S2 | Remarques sur les résultats   |
| Procédure manuelle            | Comptage carré par carré sur la figure                                    | 2        |        | Certains élèves alternent entre ces deux procédures manuelles, en fonction des figures dont il est question.<br><br><i>Exemple de réponses : « J'ai fait de 5 en 5 lignes par lignes. »</i>   |
|                               | Comptage ligne par ligne/ colonne par colonne                             | 7        | 4      |   |
| Procédure formule             | Utilisation formule : Comptage des valeurs sur la figure                  | 19       | 2      | <b>Évolution de la procédure des élèves :</b> La majorité commence par compter sur la figure le nombre d'unité d'aire dans une ligne et dans une colonne pour faire ensuite le produit de la longueur par la largeur. Puis progressivement, ils se rendent compte que ces informations sont données par les valeurs entrées dans les deux blocs « répéter » de l'algorithme optimal. Pour gagner du temps, ils lisent donc directement les nombres sur l'algorithme au lieu de compter. Certains font cette constatation d'eux même et font donc évoluer leur procédure durant le temps 1 de la séance 2. D'autres, notamment ceux qui ont utilisé des procédures manuelles au début, ont plus de mal à faire cette constatation : la mise en commun les a aidés.<br><br>Une grande partie des élèves utilise, dès le début, plus ou moins implicitement, la formule.<br>1. La majorité des élèves expliquent leur procédure simplement en écrivant leurs calculs<br>« 5x5 », « 6x4 », ...<br>2. D'autres détaillent leurs explications : |
|                               | Utilisation de formule : Comptage d'actions « répéter » dans l'algorithme |          | 22     |   |

|       |                                      |   |  |
|-------|--------------------------------------|---|--|
|       |                                      |   | <p>- Certains semblent déjà s'appuyer sur la formule de l'aire et savent formaliser cette formule en faisant le lien avec les longueurs (aspect bidimensionnel de l'aire) :</p> <p>« <math>lxL</math> »</p> <p>« <i>On fait longueur fois largeur</i> »</p> <p>« <i>On fait longueur x largeur = aire</i> »</p> <p>- D'autres formalisent leur réponse sans faire référence aux longueurs :</p> <p>« <i>En regardant les contours</i> » (Voir Annexe 5.1 : Exemples de travaux d'élèves)</p> <p>« <i>Je compte sur deux extrémités de la figure et je multiplie.</i> »</p> <p>Enfin, certains élèves expliquent à l'écrit leur changement de procédure :</p> <p>« <i>Au début nous avons compté les unités d'aires sur la figure puis nous avons compris que les chiffres qui sont écrits dans les blocs « répéter » sont égal à la largeur et à la longueur.</i> »</p> <p>« <i>Au début je comptais en ligne et en colonne mais après je regarde dans le programme.</i> »</p> <p>« <i>On connaît la largeur et la longueur car ils sont marqués dans le programme / grâce au programme.</i> »</p> <p>« <i>Au début je regardais la figure pour compter et après j'ai vu que sur les blocs c'était pareil.</i> » (Voir Annexe 5.2 : Exemples de travaux d'élèves)</p> <p>Les autres élèves évoquent leur procédure lors d'un sondage réalisé en fin de séance 2.</p> |
| Autre | Utilisation du lien entre les unités | 3 | <p>Certains élèves m'évoquent cette solution comme une alternative possible (Voir Annexe 5.3 : Exemples de travaux d'élèves) Ils s'en servent notamment pour anticiper les nombres à écrire dans le bloc d'action « répéter » de l'algorithme.</p>   |
| Autre | Utilisation de nombre à virgule      | 3 | <p>Pour certaines figures, il est impossible de trouver un résultat avec les unités proposées, sous forme de nombre entier. Certains élèves tentent de mettre des nombres décimaux, mais l'interface algorithmique créé par les concepteurs du projet EXPIRE ne permet pas cette fonctionnalité.</p>   |

| COMPTAGE (Séance de réinvestissement (SR)) |  |                           |                           |   |  |  |
|--|--|---------------------------|---------------------------|---|--|--|
| Procédure de comptage                      |  | T1<br>Papier<br>quadrillé | T2<br>Papier<br>quadrillé | T3<br>Papier<br>blanc                                 | Remarques sur les résultats  |  |
| Procédure manuelle                         | Comptage carré par carré sur la figure   |                           |                           | Ces procédures ne sont pas possibles sur papier blanc | Les élèves qui, en fin de séance 2, utilisent toujours des procédures manuelles de comptage gardent cette stratégie lors du passage sur papier crayon. Lorsque je leur demande comment gagner du temps, ils ne pensent pas à faire le produit de la longueur par la largeur. C'est en leur rappelant ce qui a été fait sur Scratch, en faisant référence à l'algorithme optimal qu'ils arrivent à faire un lien avec les figures proposées et qu'ils arrivent à transposer cet algorithme en procédure de comptage utilisable ici. |  |
|  | Comptage ligne par ligne/<br>colonne par colonne                                     | 4                         | 4                         |   |  |  |
| Procédure formule                          | Utilisation formule :<br>Utilisation des valeurs de longueur indiquées sur la figure | 24                        | 24                        | 23<br>5   | Sur papier blanc (tâche 3), 5 élèves réalisent dans un premier temps le calcul de l'aire en se basant sur la formule du périmètre.   |  |

**Remarque 1 :** les procédures de comptage retenues ici sont celles utilisées pour les figures où le nombre d'unité d'aire la composant est significatif, et donc, celles où le recours à la « procédure formule » est pertinente pour un gain d'efficacité. Par exemple, pour les figures de moins de trois unités d'aire par lignes et/ou par colonnes, on peut accepter que les élèves n'utilisent pas la formule.

**Remarque 2 :** le travail sur Scratch devient une référence pour les élèves en difficulté : on peut s'y référer pour les aider à retrouver la procédure optimale de comptage (traduisant la formule).

Pour conclure sur les procédures de comptage, on peut dire que là aussi, les résultats escomptés ont été vérifiés : la majorité des élèves structure leur façon de compter. Dans les exercices sur papier-crayon, ils réinvestissent les procédures de comptage qu'ils avaient utilisé lors des séances sur Scratch. Que ce soit sur Scratch ou sur papier crayon, les élèves se basent, implicitement, sur la formule pour compter l'aire d'une figure.

| FORMULES (donner l'écriture littérale) |       |           |   |    |  |
|--|-------|-----------|---|----|--|
| Séance 3                               |       |           | Séance de réinvestissement                      |    | Remarques sur les résultats  |
|  | Carré | Rectangle |   |    |  |
| Formules littérales                    | 5     | 17        | Formules littérales                             | 21 | Les élèves qui ne répondent pas ou qui donnent les formules du périmètre sont ceux qui n'ont pas su utiliser les bonnes formules pour trouver l'aire des figures sur papier blanc. |
| Phrase/Mot décrivant la formule        | 4     | 1         | Rien  | 4  |  |
| Formule périmètre                      | 1     | 7         | Formules périmètre                              | 1  |  |
| Erreurs :                              |       |           | Erreurs :                                       |    |  |
| Cx2                                    | 7     |           | - Écrit les propriétés géométriques des figures | 1  |  |
| 4xC                                    | 6     |           | - Carré = $lxL$ et Rectangle = $l+L+l$          | 1  |  |
| l+ Lx2                                 | 1     |           |   |    |  |
| 2xL ou 2xl                             |       | 1         |   |    |  |
| l+Lx2                                  |       | 2         |   |    |  |

Pour conclure sur l'écriture des formules littérales, on peut dire que les résultats montrent que la majorité des élèves a des difficultés à réaliser cette tâche. Ils ne comprennent pas ce qu'on attend d'eux lorsqu'on leur demande de réaliser cette activité. Ils ne savent pas à quoi correspond une formule, comment formaliser son écriture, alors qu'ils savent donner du sens aux nombres qu'ils utilisent dans cette formule et qu'ils maîtrisent son utilisation, comme dit précédemment.

| CONSTRUCION FIGURE                               |    |   |
|--|----|---|
| Procédure de construction                        | S3 | Remarques sur les résultats   |
| De manière aléatoire, par tâtonnement (compteur) | 2  | Les élèves font tout de suite le lien entre leur manière de compter et la procédure à adopter ici. Ils se basent sur leurs connaissances géométriques (côtés égaux) et sur leurs connaissances des tables pour réaliser la tâche. <i>Exemple : pour un carré d'aire 16, je cherche quel nombre, multiplié par lui-même, donne 16 <math>\rightarrow 4 \times 4</math>.</i><br>Ils ont par contre du mal à expliquer leur raisonnement. |
| De manière aléatoire, par tâtonnement (calculs)  | 0  |   |
| De manière organisée                             | 24 |   |

Pour conclure sur ces résultats concernant la construction de figure, on peut noter que lorsqu'on demande aux élèves de créer des formules à partir d'une aire donnée, ces derniers font appel intuitivement à la formule inverse. Ils ont par contre des difficultés pour expliquer leur choix, leur procédure.

### **3 Analyse et discussion**

Les résultats étant connus, nous proposons une analyse de ces derniers, prolongée par une discussion qui débouchera sur nos conclusions et perspectives.

#### **3.1 Re-contextualisation**

Rappelons que notre expérimentation est sous tendue par l'hypothèse que l'algorithmique est un outil pertinent pour construire le concept d'aire, et cela, pour plusieurs raisons : nous pensons que l'algorithmique peut permettre de structurer la procédure de pavage. Cette structuration du pavage nous semble utile pour pouvoir ensuite structurer plus facilement la façon de compter le résultat de ce pavage (l'aire de la figure, vue sous son aspect unidimensionnel). Enfin, il nous semble que cette structuration du comptage aidera l'élève à généraliser cette procédure de comptage organisée, et donc à établir, implicitement, les formules (l'aire de la figure, vue sous son aspect bidimensionnel).

L'objectif de notre étude est donc de mettre au jour ces relations de causes à effets découlant de l'essence même de l'algorithmique : un enchaînement structuré d'actions. Pour cela, nous avons identifié des points clés d'analyse qui requièrent des observations ciblées sur certains aspects. Nous avons observé attentivement les procédures de pavage et de comptage des élèves mais également l'établissement et l'utilisation des formules par les élèves (pour mesurer l'aire de figure, pour construire des figures d'une aire donnée).

#### **3.2 Mise en lien avec les recherches antérieures**

Nous analysons ci-dessous les résultats de nos observations pour valider ou non nos hypothèses concernant les apports de l'algorithmique dans la construction de la notion d'aire. Cette analyse nous permet de dégager les apports et les limites de l'utilisation de l'algorithmique dans l'apprentissage de la notion d'aire. Un schéma présenté ci-dessous nous permet de synthétiser nos résultats, aux regards de nos hypothèses. Nous commentons ce schéma pour faire apparaître les apports et les limites de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage de la notion d'aire.

### 3.2.1 Dans quelle mesure nos résultats valident nos hypothèses ?

Le schéma ci-dessous (page suivante) a pour but de mettre en avant les effets des apports de Scratch.

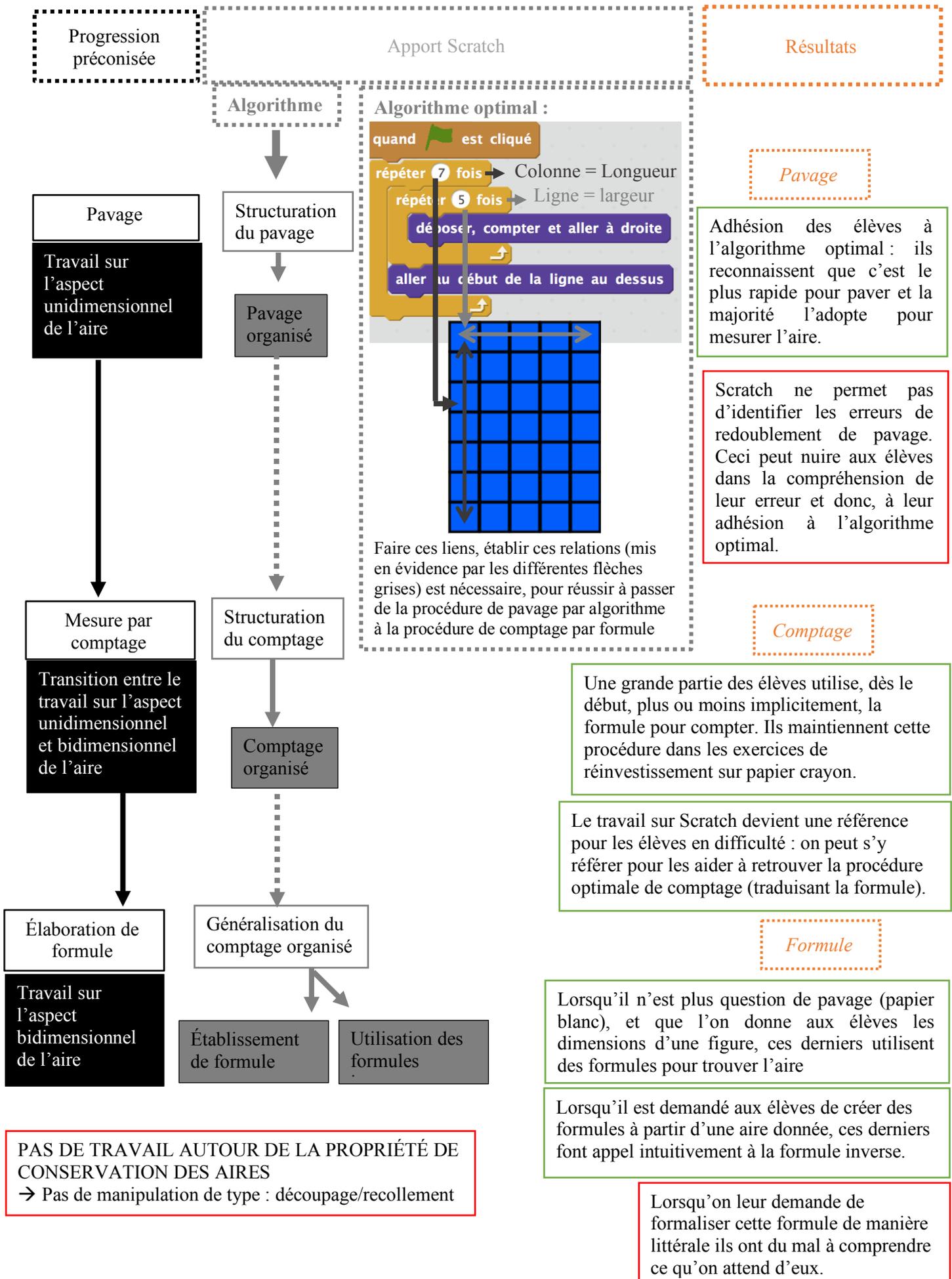
Dans les encadrés noirs, à gauche, sont indiqués la progression, les procédures préconisées par les programmes et les chercheurs. Dans les encadrés gris, au centre, sont répertoriés les apports de Scratch. Dans les encadrés gris à fond blancs, il s'agit des apports et dans les encadrés gris à fond gris, il s'agit des effets espérés de ces apports. Dans ces encadrés gris sont aussi rappelés l'algorithme optimal et les correspondances que les élèves doivent réussir à faire (colonne/longueur/nombre du premier bloc « répéter » et ligne/largeur/nombre du deuxième bloc « répéter »). Enfin, dans les encadrés verts et rouges, à droite, on retrouve les résultats de nos expérimentations, c'est-à-dire les effets constatés des apports de Scratch sur nos élèves. Les encadrés rouges pointent les limites de notre expérimentation. La lecture de ce schéma, et plus précisément des encadrés verts, nous permet de constater la validation de nos hypothèses.

Les apports de Scratch sont présents à chaque étape de la progression préconisée pour l'étude de l'aire (encadré noir) et utilisent les procédures recommandées : pavage, mesure par comptage sur papier quadrillé, établissement de la formule par les élèves (H1 validée).

Concernant le pavage, les élèves adoptent très rapidement l'algorithme optimal (celui qui structure le mieux la procédure de pavage), car ils admettent que c'est le plus efficace pour paver les figures. Les élèves organisent donc de manière structurée, grâce à l'algorithme, leurs actions pour paver la figures (H2 validée).

Concernant la mesure par comptage qui suit cette étape de pavage, nous avons constaté que les élèves organisent et structurent spontanément leur procédure et ne comptent pas de manière aléatoire. On peut donc noter que la structuration de la procédure de pavage a eu des répercussions sur leur procédure de comptage : cela les a influencés, aidés à opter une procédure structurée (H3 validée).

Ils réinvestissent ces procédures même lorsqu'ils ne sont plus sur le logiciel Scratch. Ils arrivent donc à faire la transposition de cette procédure ordonnée sur papier crayon. Ils arrivent même à transposer ces procédures lorsqu'il n'est plus question de quadrillage mais de papier blanc : ils arrivent à établir une formule qu'ils utilisent dans ces situations (H4 validée).



### 3.2.2 Discussion : limites et perspectives

Dans la partie précédente, nous avons pu constater de la réussite de cette expérimentation. Il faut néanmoins être vigilant quant à ses résultats et à leur portée, l'étude ayant été réalisée dans un cadre et un contexte précis, sur un nombre de participants limités. Il faudrait étendre cette expérimentation à un public plus diversifié et plus important pour pouvoir complètement valider nos hypothèses. Nous étions dans un cadre idéal pour mener notre recherche. Malgré cela, quelques limites sont apparues (encadrés rouges du schéma).

**Limite 1 : Redoublement du pavage :** Lors de la mise en commun des procédures de pavages, certains élèves ont du mal à comprendre leur erreur. Cela peut nuire à leur adhésion à l'algorithme optimal. Ils pensent avoir juste car la figure leur apparaît comme complètement pavée. Cependant, le résultat indiqué dans le compteur est faux. Leur erreur provient du fait que l'algorithme qu'ils ont créé provoque un pavage de la figure non organisé, qui repasse plusieurs fois au même endroit. Le pavage réalisé ne représente donc pas l'aire de la figure puisqu'il est dédoublé, à certains endroits.

**Perspectives :** On peut envisager une évolution du paramétrage de l'interface de Scratch proposé aux élèves : il faudrait le configurer de telle sorte que lorsque l'élève redouble le pavage, ce dernier change de couleur pour que le redoublement, et donc l'erreur soit visible par l'élève.

**Limite 2 : Établissement des formules littérales :** Les élèves ont utilisé intuitivement les formules de l'aire, dans diverses situations :

- Sur scratch pour compter ou pour construire une figure d'une aire donnée ;
- Sur papier quadrillé ou sur papier blanc pour trouver l'aire d'une figure.

Ils arrivent à donner de la signification, du sens aux nombres utilisés dans leurs formules :

- Ils parviennent à faire le lien entre les nombres utilisés dans l'algorithme et leur correspondance en termes de longueur et de largeur. *Exemple : « Le cinq (inscrit dans le premier bloc « répéter » de l'algorithme) représente la longueur et le trois (inscrit dans le deuxième bloc « répéter » de l'algorithme) représente la largeur. »*

- Ils arrivent à faire le lien entre les nombres comptés sur la figure et leur correspondance en termes de longueur/largeur. *Exemple* : « *J'ai compté cinq colonnes de carrés unités, cela représente la longueur et j'ai compté trois lignes de carrés unités, cela représente la largeur.* »
- Ils réussissent à identifier la nature du calcul qu'ils ont réalisé pour trouver l'aire :
  - Lorsqu'ils se basent sur l'algorithme. *Exemple* : « *Pour trouver l'aire, j'ai multiplié le 5 inscrit dans le premier bloc « répéter » par le 3 inscrit dans le deuxième bloc « répéter ».* »
  - Lorsqu'ils se basent sur leur propre comptage : *Exemple* : « *J'ai compté le nombre de carrés unités présents dans une ligne, et le nombre de carrés unités présents dans une colonne et j'ai multiplié ces deux nombres.* ».
- Mais, la plupart des élèves n'arrivent pas à formaliser ces liens sous forme de formules littérales. Autrement dit, ils n'arrivent pas à passer de la formulation « *Pour mesurer l'aire, on multiplie la longueur par la largeur.* » à la formule littérale écrite sous la forme « *lxL* » (ou *CxC*). Ils n'arrivent pas à formaliser leurs actions sous forme de formules littérales.

**Perspectives :** On peut envisager la nécessité de faire un point sur les formules littérales en amont de ce travail (*Qu'est-ce qu'une formule, à quoi ça sert, que représente-t-elle...*) et en refaire un juste avant de commencer la séance dans laquelle a lieu l'établissement des formules littérales. On peut également considérer que les élèves ne sont pas encore assez matures, n'ont pas encore un assez bon niveau d'abstraction pour pouvoir construire les formules littérales. Il faudra donc être moins ambitieux ici en termes d'attendus. On peut admettre qu'il n'y a pas, dans un premier temps, une seule forme de formule envisageable : si la littérale est trop difficile à appréhender pour les élèves, on peut essayer de trouver une formule plus parlante pour eux : sous forme de phrase (*Exemple* : « *On fait la longueur fois la largeur.* »), alliant symbole et mot (*Exemple* : « *Longueur x largeur* »), sous forme de schéma.

### **Limite 3 : Insuffisance pour travailler la notion d'aire**

Le travail sur Scratch ne permet pas d'aider les élèves à comprendre le concept de conservation des aires car il ne place pas l'élève dans des activités de manipulations concrètes de découpage recollement. Ces activités sont préconisées par les programmes car elles permettent aux élèves de comprendre que deux figures peuvent avoir une forme de surface différente mais une même aire.

Dans les exercices de comparaison d'aire de figure (séance 2), l'élève peut constater de cette propriété de l'aire mais sans pour autant la « vivre » par un travail de manipulation concret.

**Perspectives :** Il ne semble pas possible de mettre l'algorithmique au service de la construction de ce concept de conservation des aires. Il semble donc nécessaire de compléter le travail fait sur Scratch par un travail de manipulation sur papier, pour transmettre aux élèves l'ensemble des compétences et connaissances en lien avec la notion d'aire. Cela nous renvoie au travail effectué en séance zéro.

### 3.2.3 Conclusion

Ce travail a montré que le logiciel de programmation Scratch est pertinent pour induire chez les élèves, une structuration de la procédure de pavage. Cela a eu des répercussions sur leur procédure de comptage, les conduisant à utiliser une procédure structurée. C'est en ce sens que nous pouvons dire que, grâce à Scratch, les élèves ont pu construire et utiliser, d'eux même, la formule de l'aire. Mais les limites que nous avons pointées ouvrent de nouvelles pistes d'étude pour les chercheurs.

Au travers de cette expérimentation, j'ai pu ainsi comprendre, que les outils ne sont pas toujours transférables d'un apprentissage à un autre et c'est à nous, enseignant, de chercher celui qui est le plus adapté à l'aspect que l'on souhaite travailler précisément. Une même notion (par exemple la notion d'aire) peut renvoyer à plusieurs apprentissages (savoir mesurer l'aire, connaître la propriété de conservation des aires...). Il faut alors être capable de « jongler » entre les outils pour être le plus cohérent possible au niveau des situations d'enseignement proposées. Pour cela, il faut maîtriser, au-delà des savoirs disciplinaires, les outils supports aux apprentissages, comme Scratch.

Les échanges avec les chercheurs en didactique des mathématiques et les spécialistes en informatique ont été précieux pour la conception des situations didactiques et leur mise en œuvre. J'ai donc compris que le perfectionnement des pratiques professionnelles est enrichi par le contact avec la recherche, par à un travail collaboratif et/ou par des lectures de publication de recherche. Le travail collaboratif permet, grâce aux différents points de vue apportés par chacun, une mise en œuvre et une analyse plus fine et plus distanciée.

Ici, grâce au travail collaboratif, enseignants, chercheurs en didactique et chercheurs en informatique, nous avons eu la chance de pouvoir mettre en relation nos compétences et connaissances du terrain (aspect pratique), des mathématiques (aspect théorique, didactique, analytique) et de l'informatique (technique) au service des apprentissages élèves.

## BIBLIOGRAPHIE

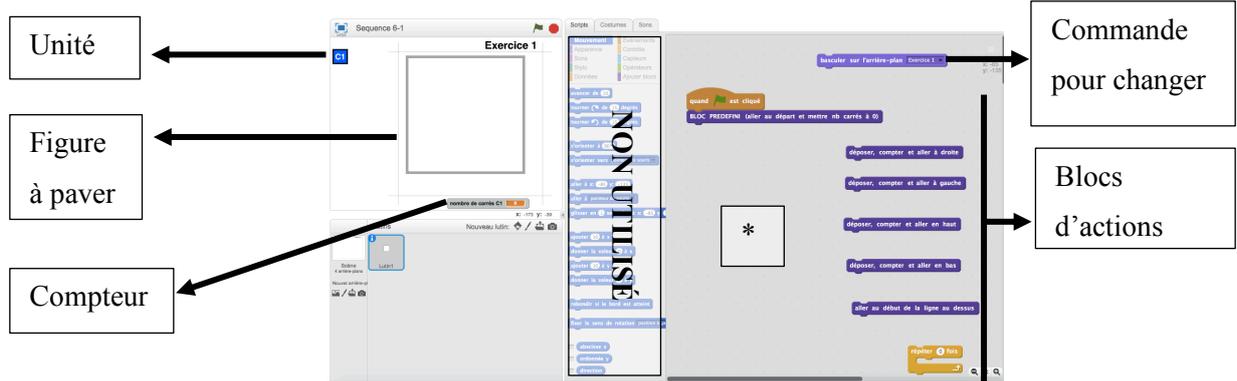
- Balacheff, N. (1988), Processus de preuve chez des élèves de collège. Thèse de Doctorat d'État, Université Joseph Fourier, Grenoble
- Douady, R. & Perrin-Glorian, M.J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), pp. 387-424.
- Dubois, C., Fénichel, M., Pauvert, M. (2001). *Se former pour enseigner les mathématiques. 2, Maternelle, grandeur et mesure*. Paris : Bordas
- Duverneuille, J.(2002), *Comment enseigner les mathématiques à l'école primaire ?* Toulouse : SEDRAP Éducation
- Heraud, B. (1989). A conceptual analysis of the notion of length and its measure. In G. Vergnaud , J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the 13th International Conference of the psychology of Mathematics Education*, Vol 2, pp. 83-89, Paris.
- Moreira-Baltar, P. (1997). A propos de l'apprentissage du concept d'aire, *Petit x*, 43, 43-68
- Perrin-Glorian, M.J. (1990). L'aire et la mesure, *Petit x*, 24, 5-36.
- Perrin-Glorian, M.J. & Douady, R. (1987). Un processus d'apprentissage du concept d'aire et de surface plane, *Cahier de didactique des mathématiques*, 37, 1-43
- Perrin-Glorian, M.J. (1999). Le problème de l'enseignement des mesures des grandeurs géométriques à partir de l'exemple des aires. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01385025/document> (Consulté le : 9/05/18)
- Roegiers X. (2011). *Les mathématiques à l'école primaire. Tome 2, 3, géométrie; 4, mesures de grandeurs; 5, typologie des situations-problèmes*. Bruxelles : De Boeck
- Scratch : *recherche Lifelong Kindergarten auprès du laboratoire Média du MIT*. <http://scratchfr.free.fr>. (Consulté le : 9/05/18)
- Tchounikine P. (2016). Initier les élèves à la pensée informatique et à la programmation avec Scratch. *Revue EpiNet*, 182, 1-36  
<http://lig-membres.imag.fr/tchounikine/PenseeInformatiqueEcole.html>
- Yaïche, A., Marcangéli, A., Penso, E. (2010). *Les mathématiques : comment enseigner en... cycle 3 : un véritable accompagnement pédagogique*. Paris : Hachette Éducation

## ANNEXES

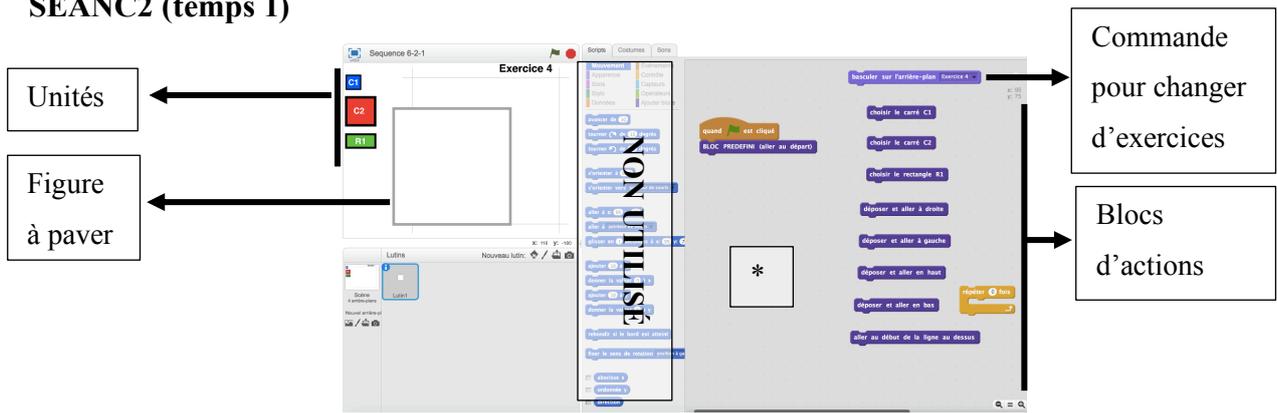
|  |          |
|--|----------|
| <i>ANNEXE 1 : Fonctionnement de l'interface Scratch pour chaque séance.....</i>  | <i>1</i> |
| <i>ANNEXE 2 : Création des blocs d'actions à disposition des élèves.....</i>   | <i>2</i> |
| <i>ANNEXE 3 : Rôles et effets de chaque bloc d'actions .....</i>   | <i>4</i> |
| <i>ANNEXE 4 : Programmes algorithmiques pour pavage.....</i>   | <i>5</i> |
| <i>ANNEXE 5 : Exemples de travaux d'élèves (explications de leur démarche) concernant leur procédure de comptage .....</i> | <i>7</i> |
| <i>ANNEXE 6 – Fiches élève .....</i>   | <i>8</i> |

# ANNEXE 1 : Fonctionnement de l'interface Scratch pour chaque séance

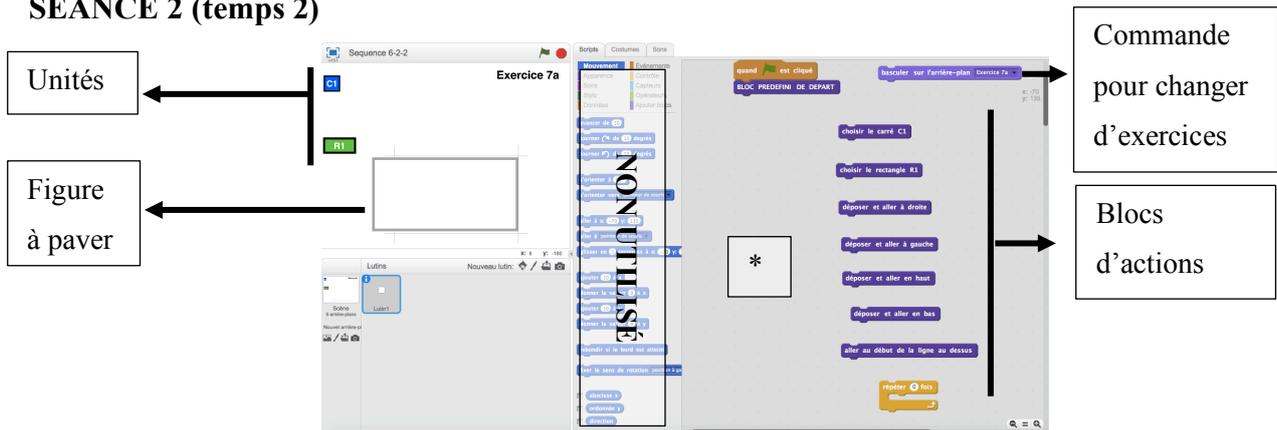
## SÉANCE 1



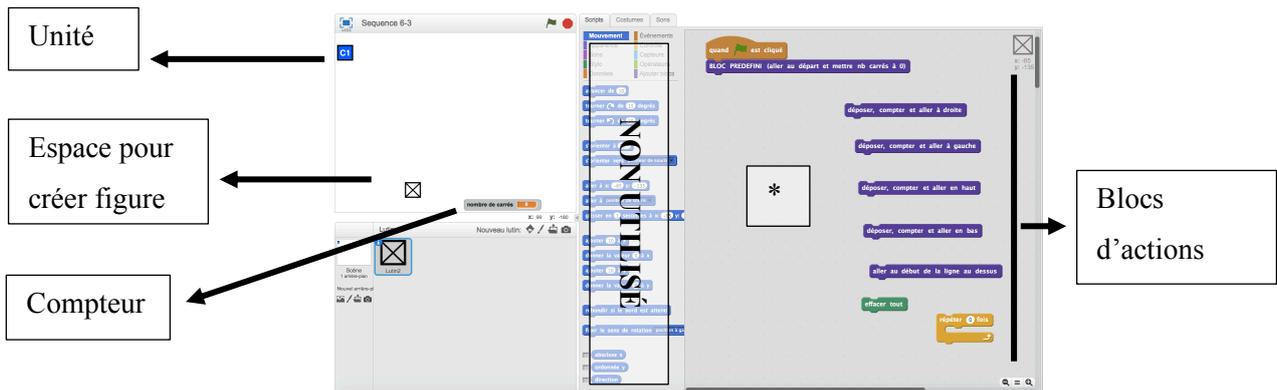
## SÉANCE 2 (temps 1)



## SÉANCE 2 (temps 2)



## SÉANCE 3

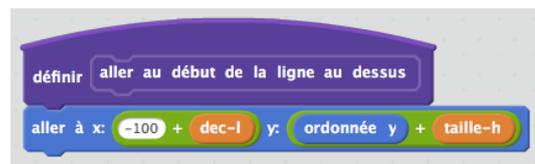
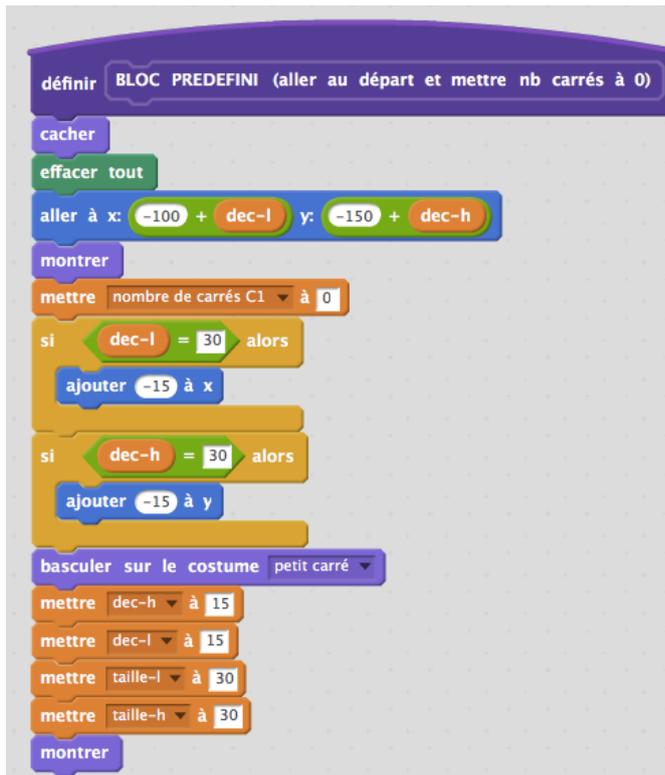


\* Espace libre pour créer l'algorithme

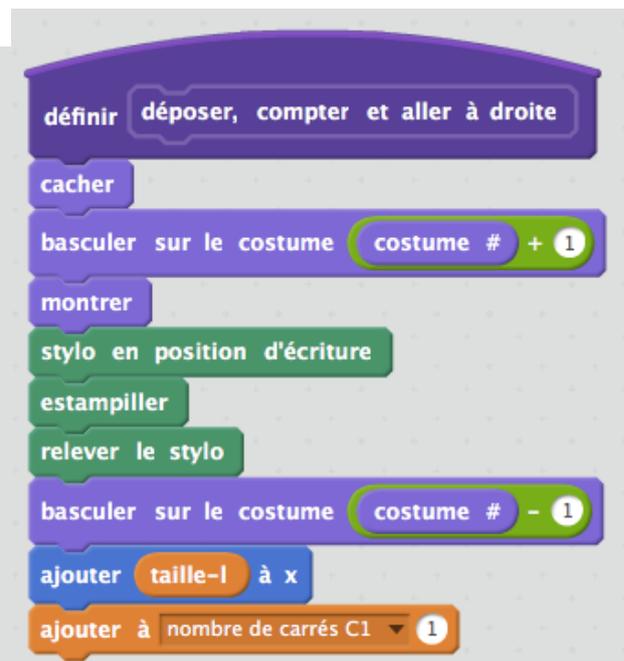
## ANNEXE 2 : Création des blocs d'actions à disposition des élèves

Les blocs d'actions que les élèves ont à leur disposition ont été créés par les spécialistes en informatique avec lesquels nous travaillons en collaboration dans le cadre de ce projet de recherche. Nous leur faisons des propositions d'actions à soumettre aux élèves, et ils nous disent si ces dernières sont transposables sous forme d'algorithmes. Si c'est le cas, ils créent ces algorithmes pour définir ces blocs d'actions. Les élèves s'appuient sur ces blocs prédéfinis pour réaliser des algorithmes.

### Blocs positionnements :



### Blocs pavage/(comptage) :



## Blocs « Choix unité »



## ANNEXE 3 : Rôles et effets de chaque bloc d'actions

Pour réaliser les tâches, les élèves ont à leur disposition (sur le logiciel) plusieurs blocs d'action :

- **Bloc** : « Quand drapeau vert est cliqué » (*Pour démarrer le programme créé*)



### - Blocs « Positionnement » :

- Bloc prédéfini : *Pour se placer en bas à gauche de la figure (départ) et remettre le compteur à zéro (Séances 1 et 3)*
- Aller au début de la ligne en dessous : *Pour se positionner une ligne au-dessus*

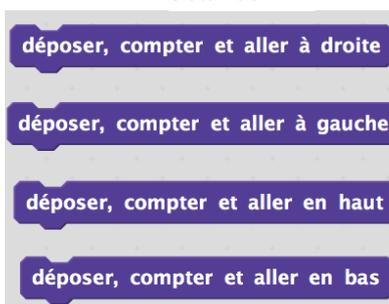
BLOC PREDEFINI (aller au départ)

aller au début de la ligne au dessus

### - Blocs « Pavage/(Comptage) » :

- Déposer, (compter) et aller à droite
- Déposer, (compter) et aller à gauche
- Déposer, (compter) et aller en haut
- Déposer, (compter) et aller en bas

#### Séance 2



#### Séances 1 et 3



A travers ce type de blocs l'élève donne en même temps les instructions de paver la case où se trouve le « lutin » (dans nos situations, un carré ou un rectangle) (dépôt), rajouter 1 au compteur (pour les séance 1 et 3 (séances dans lesquelles il y a le compteur) et avancer d'une case. Pour la séance 2, l'instruction « compter » n'est pas présente dans le bloc d'action puisque le travail de comptage doit être réalisé par l'élève lui-même ;

### - Blocs « Choix unité » : pour sélectionner cette unité de pavage

- Choisir le carré C1
- Choisir le carré C2
- Choisir le rectangle R1



### - Bloc « Répéter » : Pour répéter une (ou plusieurs) action(s)



### - Bloc « effacer tout » : Pour effacer et revenir au point de départ. (Séance 3 seulement)



### Autres commandes :

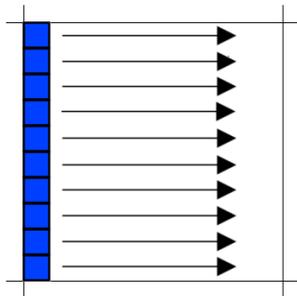
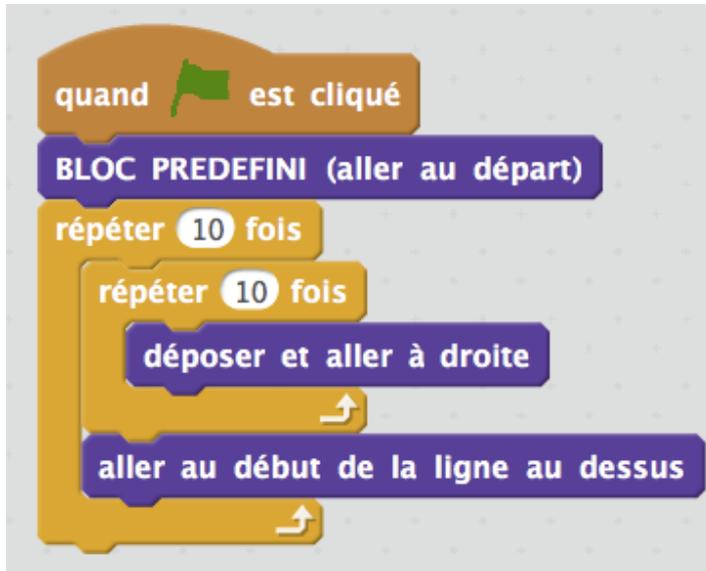
- Commande compteur : *pour afficher le nombre d'unité de pavage utilisée (Séance 1 et 3)*
- Commande exercice : *pour changer d'exercice (Séances 1 et 2)*

nombre de carrés C1 0

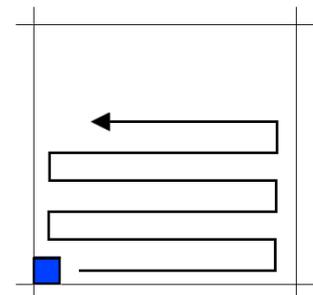
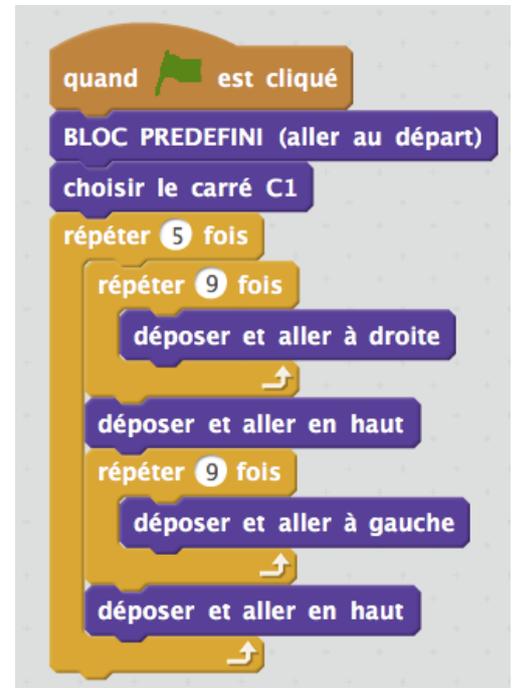
basculer sur l'arrière-plan Exercice 1

## ANNEXE 4 : Programmes algorithmiques pour pavage

Pavage/algorithmes optimal :



Pavage/algorithmes ligne :





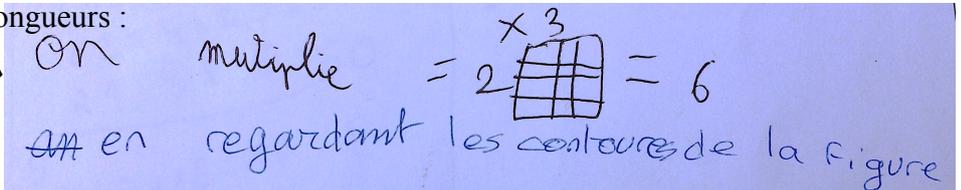
## ANNEXE 5 : Exemples de travaux d'élèves (explications de leur démarche) concernant leur procédure de comptage

### Annexe 5.1

Une grande partie des élèves utilise, dès le début, plus ou moins implicitement, la formule. Certains élèves détaillent leurs explications, formalisent leurs réponses mais sans faire référence explicitement aux longueurs :

« En regardant les contours » *on multiplie = 2 x 3 = 6*

*en regardant les contours de la figure*



### Annexe 5.2

Certains élèves expliquent à l'écrit (les autres me l'évoquent lors d'un sondage réalisé en fin de séance) leur changement de procédure. « Au début je regardais la figure pour compter et après j'ai vu que sur les blocs c'était pareil »

$S=25$

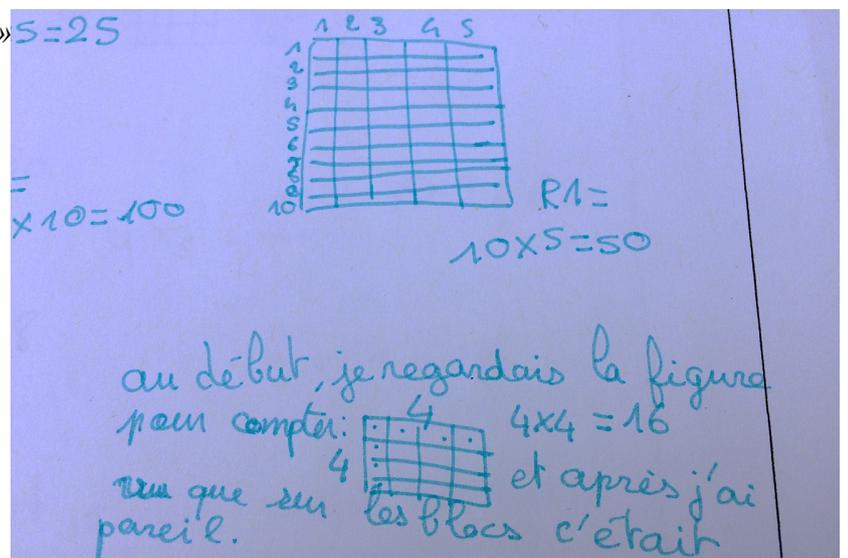
$\times 10 = 100$

$10 \times 5 = 50$

$R1 = 10 \times 5 = 50$

au début, je regardais la figure pour compter:  $4 \times 4 = 16$

mais que sur les blocs c'était pareil.



### Annexe 5.3

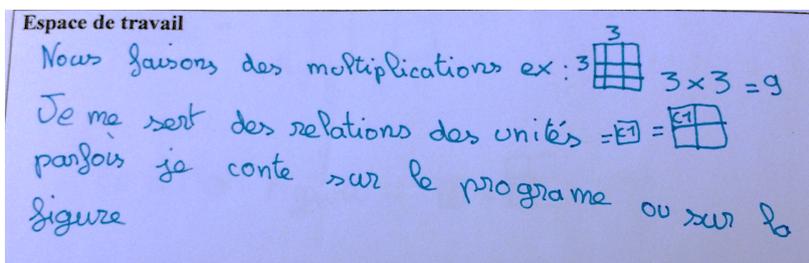
Certains élèves évoquent l'utilisation du lien entre les unités comme une alternative possible.

Espace de travail

Nous faisons des multiplications ex:  $3 \times 3 = 9$

Je me sert des relations des unités  $= 1 = 1$

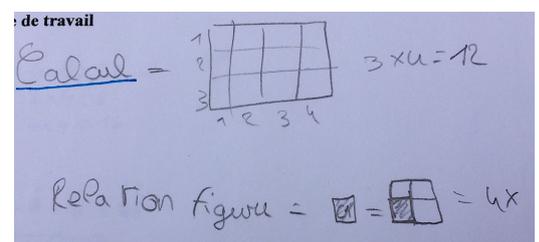
parfois je conte sur le programme ou sur la figure



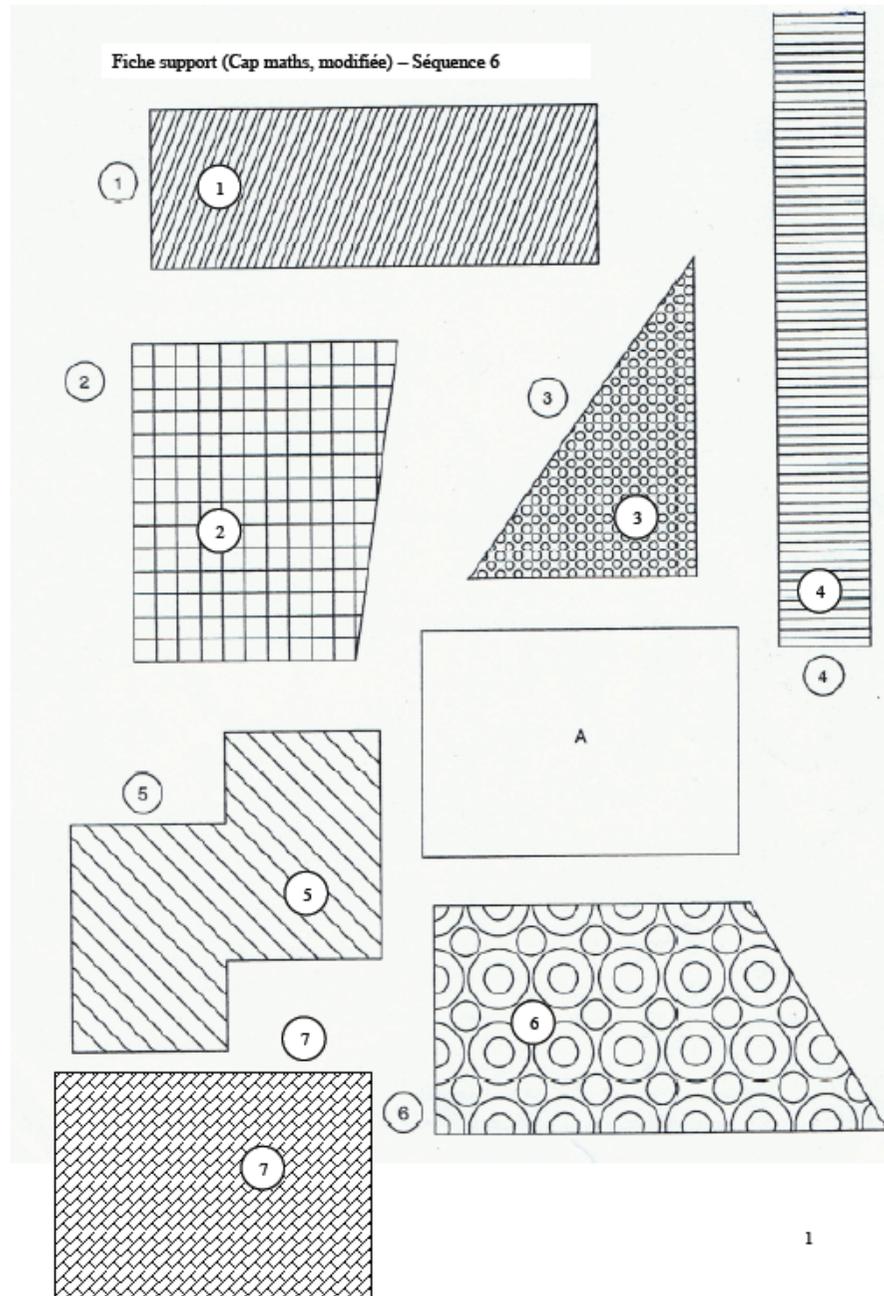
Espace de travail

Calcul =  $3 \times 4 = 12$

Relation figure =  $1 = 1 = 4 \times$



**Remarque :** Ces données ont été recueillies dans les « espace de travail » présents sur les fiches élèves. Ces espaces permettent aux élèves de verbaliser leur procédure, leur démarche, leur résultat. Cela permet d'avoir une trace écrite accompagnant le travail sur Scratch. Ces fiches élèves sont présentées ci-dessous (Annexe 6).



La fiche élève de cette séance zéro est un peu particulière. Il n’y a pas d’espace de travail ni d’espace résultats dédiés aux élèves (ils ont une feuille de classeur à leur disposition qui remplace ces espaces).

Cette fiche vise à être « manipulée » par l’élève : il peut en effet effectuer des pliages, des découpages, des recollements pour atteindre le but de la tâche proposée lors de cette séance.

## Fiche élève Séance 1

Exercices 1 à 3b (Fichier « Sequence 6-1.sb2 »)

|   |  |
|---|--|
| <b>Consigne :</b><br><i>Ecrivez un programme dans Scratch qui permet de mesurer par pavage l'aire de la figure donnée à l'aide du carré unité C1.<br/>                 De combien de carrés unité avez-vous besoin pour paver la figure ?</i> |  |
| <b>Espace de travail</b>  |  |
| <b>Espace de réponse</b>  |  |
| <b>Exercice 1</b>   | <i>L'aire de la figure mesure ..... carrés unité C1.</i> |
| <b>Exercice 2</b>   | <i>L'aire de la figure mesure ..... carrés unité C1.</i> |
| <b>Exercice 3a</b>  | <i>L'aire de la figure mesure ..... carrés unité C1.</i> |
| <b>*Exercice 3b</b>   | <i>L'aire de la figure mesure ..... carrés unité C1.</i> |

## Fiche élève Séance 2 (temps 1)

Exercices 4 à 6b (Fichier « Sequence 6-2-1.sb2 »)

|   |                      |             |
|---|----------------------|-------------|
| <b>Consigne :</b><br><i>Vous disposez de plusieurs blocs unités :</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- le carré unité C1 ;</li> <li>- le carré unité C2 ;</li> <li>- le rectangle unité R1.</li> </ul> <i>Ecrivez des programmes dans Scratch qui permettent de mesurer l'aire de la figure donnée à l'aide uniquement de l'unité C1, puis mesurez la même aire à l'aide uniquement de l'unité C2, et répétez enfin la mesure à l'aide uniquement de l'unité R1. Traduisez le programme trouvé en remplissant le tableau dans l'espace de réponse.</i><br><u>Attention :</u> Dans certains exercices pas tous les choix des blocs unités sont possibles. (si ce n'est pas possible, écrire NON dans l'espace du tableau correspondant). |                      |             |
| <b>Espace de travail</b>  |                      |             |
| <b>Espace de réponse</b>  |                      |             |
|   |                      |             |
|   | <b>Unité choisie</b> | <b>Aire</b> |
| <b>Exercice 4</b>   | C1                   |             |
|   | C2                   |             |
|   | R1                   |             |
| <b>Exercice 5</b>   | C1                   |             |
|   | C2                   |             |
|   | R1                   |             |
| <b>Exercice 6a</b>  | C1                   |             |
|   | C2                   |             |
|   | R1                   |             |
| <b>Exercice 6b</b>  | C1                   |             |
|   | C2                   |             |
|   | R1                   |             |

## Fiche élève Séance 2 (temps 2)

### Exercices 7 à 8b (Fichier « Séquence 6-2-2.sb2 »)

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p><b>Consigne :</b><br/> <i>Ecrivez des programmes Scratch qui permettent de mesurer l'aire des figures données à l'aide des blocs dont vous disposez. Comparez l'aire des figures appartenant à un même exercice.</i><br/> <i>Ecrivez vos résultats dans l'espace de réponse, en écrivant dans l'espace vide vos conclusions (par exemple : l'aire de la figure a est plus grande de l'aire de la figure b, ...).</i></p> |   |   |
| Espace de travail   |   |   |
| Espace de réponse   |   |   |
| Exercice 7  | L'aire de la figure a mesure ..... carrés unité C1. | L'aire de la figure a mesure ..... rectangles unité R1. |
|   | L'aire de la figure b mesure ..... carrés unité C1. | L'aire de la figure b mesure ..... rectangles unité R1. |
| Exercice 8  | L'aire de la figure a mesure ..... carrés unité C1. | L'aire de la figure a mesure ..... rectangles unité R1. |
|   | L'aire de la figure b mesure ..... carrés unité C1. | L'aire de la figure b mesure ..... rectangles unité R1. |
| *Exercice 9   | L'aire de la figure a mesure ..... carrés unité C1. | L'aire de la figure a mesure ..... rectangles unité R1. |
|   | L'aire de la figure b mesure ..... carrés unité C1. | L'aire de la figure b mesure ..... rectangles unité R1. |

## Fiche élève Séance 3

### Exercices 10 à 14b (Fichier « Séquence 6-3.sb2 »)

|   |  |
|---|--|
| <p><b>Consigne :</b><br/> <i>Ex 10 à 11b : Écrivez des programmes Scratch qui permettent de construire des carrés dont les aires sont celles indiqués, à l'aide du bloc unité C1.</i></p> <p><i>Exercice 10 : Construisez un carré dont l'aire mesure 16 unités.</i><br/> <i>Exercice 11a : Construisez un carré dont l'aire mesure 64 unités.</i><br/> <i>Exercice 11b : Construisez un carré dont l'aire mesure 121 unités.</i></p> <p><i>Ex 12 à 14b) : Écrivez des programmes Scratch qui permettent de construire des rectangles dont vous connaissez l'aire, à l'aide du bloc unité C1.</i></p> <p><i>Exercice 12 : Construisez un (ou plusieurs) rectangles dont l'aire mesure 42 unités.</i><br/> <i>Exercice 13 : Construisez un (ou plusieurs) rectangles dont l'aire mesure 60 unités.</i><br/> <i>Exercice 14a : Construisez un (ou plusieurs) rectangles dont l'aire mesure 72 unités.</i><br/> <i>Exercice 14b : Construisez un (ou plusieurs) rectangles dont l'aire mesure 99 unités.</i></p> |  |
| Espace de travail   |  |
| Espace de réponse :   |  |
| Exercice 10   |  |
| Exercice 11a  |  |
| Exercice 11b  |  |
| Exercice 12   |  |
| Exercice 13   |  |
| Exercice 14a  |  |
| Exercice 14b  |  |



École supérieure  
du professorat  
et de l'éducation  
Académie de Grenoble



**Année universitaire 2017-2018**

**Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation***

***Mention Premier degré***

**Titre du mémoire :** Utilisation de l'algorithmique pour faciliter l'apprentissage du concept d'aire au cycle 3

**Auteur :** Elise Triquet

**Résumé :**

Ce mémoire porte sur la notion d'aire, qui s'inscrit dans le sous domaine Grandeurs et mesures de la discipline mathématiques. Plusieurs difficultés peuvent apparaître concernant la conceptualisation de cette grandeur mais aussi concernant sa mesure. Ce mémoire entend soulever ces difficultés par l'utilisation d'une approche innovante. Ce mémoire cherche à mesurer le rôle, les bénéfices que peut avoir l'utilisation de l'algorithmique dans l'apprentissage du concept d'aire.

L'expérimentation menée prend pour support le logiciel de programmation Scratch. Nous avons pu ressortir de l'analyse des résultats de notre expérimentation que grâce à l'utilisation du logiciel de programmation, les élèves organisent et structurent spontanément leur procédure de comptage pour trouver l'aire d'une figure. On peut donc noter que la structuration de la procédure de pavage permise par l'algorithmique a eu des répercussions sur leur procédure de comptage : cela les a influencés, aidés à opter pour une procédure structurée, et dans ce sens, à construire et utiliser la formule de l'aire.

Ce mémoire s'inscrit dans le projet EXPIRE, qui a pour but de concevoir, déployer et évaluer des enseignements innovants sur la pensée informatique et les mathématiques.

**Mots clés :** grandeur, mesure, aire, algorithmique, Scratch,

**Summary :**

This thesis deals with the notion of area, which is part of the sub-domain “Quantities and measures” of the mathematical subject. Several difficulties can appear concerning the conceptualization of this notion but also concerning its measurement. This thesis intends to raise these difficulties by using of an innovative approach. This thesis seeks to measure the role, the benefits that the use of algorithmic can have in the learning of the concept of area.

The experimentation carried out is supported by the Scratch programming software. We have been able to show from the analysis of the results of our experimentation that thanks to using a programming software, the students spontaneously organize and structure their counting procedure to find the area of a figure. We can therefore show that the structuring of the paving procedure allowed by algorithmic has repercussions on their counting procedure: this has influenced them, helped to opt for a structured procedure, and in this sense, to build the formula of area.

This thesis is part of the EXPIRE project, which aims to design, deploy and evaluate innovative lessons in computer thinking and mathematics

**Key words :** size, measurement, area, algorithmic, Scratch