



Valorisation des savoirs individuels et apprentissage collectif

Virginie Dago

► To cite this version:

Virginie Dago. Valorisation des savoirs individuels et apprentissage collectif. Education. 2018. dumas-01942567

HAL Id: dumas-01942567

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01942567>

Submitted on 18 Mar 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2017-2018

Master MEEF

Mention 2nd degré- parcours mathématiques

2^{ème} année

Valorisation des savoirs individuels et apprentissage collectif

Mots Clefs : algèbre, didactique, variable, fonction, lycée

Présenté par : Virginie DAGO

Encadré par : Françoise BOURHIS-LAINE

SOMMAIRE

SOMMAIRE	2
Introduction	3
I. La question du sens	4
1. Sens de l'enseignement	4
2. Sens des mathématiques	6
3. La lettre en algèbre.....	7
a. Une rupture.....	7
b. Histoire	8
II. L'enseignement des fonctions en classe de 2 ^{nde}	13
1. Des difficultés identifiées	13
2. Des approches pour les dépasser	15
III. Ma classe, mes observations et expérimentations.....	21
1. La classe de 2 ^{nde} 4.....	21
2. Se sentir apte et sachant.....	23
3. Combler le retard d'une forte proportion d'élèves	25
4. L'importance des activités de recherche.....	29
a) Activité sur les nombres.....	30
b) Activité sur le statut de la lettre.....	31
c) Aire de baignade - TICE	32
IV. Conclusion	34
V. Bibliographie.....	35
VI. Annexes	36
Annexe 1 : Genèse du concept de fonction dans l'histoire	37
Annexe 2 : Evolution de la rédaction d'une équation dans le temps	38
Annexe 3 : Matrice d'évaluation par compétences pour le concept de fonctions.....	39
Annexe 4 : Progressions initiale et amendée	40
Annexe 5 : Activité sur les nombres	42
Annexe 6 : Activité sur le signe égal.....	49
Annexe 7 : Activité sur la lettre	52

Introduction

Mon désir d'enseigner est d'une part lié à mon expérience qui est que l'école peut faire qu'un élève se sente accepté, ait le sentiment d'être reconnu et qu'il puisse connaître sa valeur, d'autre part à ma volonté de partager l'amour des mathématiques en tant que possibilité d'évasion et d'espace où éprouver la puissance de son intelligence.

Stagiaire dans le lycée Camille Sée à Paris, j'enseigne à des élèves de seconde dont une proportion importante est en situation de décrochage par rapport aux mathématiques, voire à l'école en général. Le faible niveau de ces classes s'explique en partie par le fait que ce lycée est classé dernier de l'académie de Paris¹, *a fortiori* du district auquel il appartient et qu'à l'entrée en seconde, les établissements sélectionnent les élèves sur la base de leurs dossiers et de leurs choix, ces derniers reflétant en général le classement. Ces classes sont donc caractérisées par une forte proportion d'élèves en retard ou en difficulté, notamment en mathématiques. A cela s'ajoute une posture de dédain vis-à-vis de cette discipline qui, sans être particulière au contexte du lycée, est renforcée par une attitude rétive vis-à-vis de l'institution scolaire.

J'ai ainsi été confrontée d'emblée à la question du sens de l'enseignement pour des élèves inscrits dans un établissement qui était un de leurs derniers choix, et qui sont pour partie en décrochage scolaire. Nous verrons que cette réalité est particulièrement aiguë s'agissant des mathématiques. Enfin, le sens même des objets mathématiques que les élèves sont amenés à manipuler s'est posé. Une première partie sera consacrée à cette question.

En raison de leur importance dans le programme de seconde et de la nouveauté que cela présente pour les élèves, ma réflexion a porté sur l'enseignement des fonctions. La manipulation des lettres en algèbre et, en continuité, celles des fonctions, qui sont une part importante du programme de seconde, provoque souvent des résistances. La deuxième partie du mémoire portera sur les approches didactiques et pédagogiques qui pourraient être des formes de réponse adaptées à ces écueils.

Dans la dernière partie, je partagerai mes observations sur l'année écoulée et les expérimentations effectuées qui visaient à donner du sens aux objets manipulés par les élèves tout en leur inculquant une solide maîtrise des notions de variable et d'inconnue, en

¹ Selon le classement « Le Figaro Etudiant » en 2018, le lycée est classé 84^{ème} sur 84 dans l'académie de Paris <http://classement-lycees.etudiant.lefigaro.fr/academie-paris>. Dans le district (VIIème, XVème et XVIème), il est classé 27^{ème} sur 28, le 28^{ème} établissement étant le Lycée Autogéré de Paris <http://www.classement-lycees.com/>.

portant une attention particulière à la nécessité de sentir et d'évaluer leurs compétences afin qu'ils soient en position d'apprendre.

Le fil directeur de ma réflexion est : « Comment répondre à l'hétérogénéité des niveaux d'une classe sans s'écarter du programme ? »

I. La question du sens

1. Sens de l'enseignement

Erwan², un élève arrivé un mois après la rentrée, me demanda en cours de mathématiques alors qu'il était en difficulté face à un exercice « *Madame, est-ce qu'il y aura des maths en STMG ?* ». Cette question était révélatrice de son état d'esprit : cela valait-il la peine d'essayer ?

A partir des savoirs individuels des élèves, le rôle de l'enseignant est de développer des connaissances qui se structurent pendant les cours, pour être ensuite converties en savoirs institutionnalisés et en savoir de la classe³. Toutefois, pour mobiliser ces savoirs des élèves, il faut qu'ils soient motivés et qu'ils trouvent un sens à l'effort que l'on sollicite, d'autant que la notion de savoir de la classe suppose une certaine homogénéité dont nous parlerons dans la 3^{ème} partie.

Selon BAUTIER, CHARLOT (1993), la logique des élèves de famille populaire⁴ serait que la seule motivation pour apprendre consiste à passer dans la classe supérieure et que :

« c'est bien ainsi que les enseignants eux-mêmes voient les choses. Il est excessivement rare que l'on tienne aux élèves un discours qui prendrait leur logique à contre-pied : c'est dommage que tu n'aies pas travaillé ce trimestre, tu as raté plein de choses intéressantes. Pourtant un tel discours correspondrait au rapport des enseignants à leur

² Pour d'évidentes raisons de confidentialité, les prénoms ont été modifiés.

³ "Enseigner, c'est travailler le savoir, pour induire dans un cadre situationnel choisi, un processus cognitif supportant l'apprentissage, dont le produit sera en retour institué en savoir". (CONNE, 1992)

⁴ Ce terme est repris de l'article et on peut regretter qu'il n'ait pas été défini précisément par les auteurs.

propre savoir. ». page 10.

Il est assez fréquent d'essayer de motiver à travailler les élèves en soulignant que leurs résultats conditionnent leur orientation dans la filière de leur choix. Et toute motivation est bonne à prendre pour initier un processus d'apprentissage car c'est en travaillant et en progressant que certains élèves prennent du plaisir à travailler et finissent parfois par vraiment aimer une matière. Pour autant, je suis convaincue que la notion de partage du plaisir et des satisfactions qu'ils ont eus à étudier une matière est présente chez la plupart des enseignants. J'ai plus d'une fois évoqué mon plaisir à faire des mathématiques devant mes élèves ainsi que mon souhait qu'eux-mêmes soient intéressés et j'espère que par mon discours, même de façon implicite, l'importance que j'accorde au savoir transmis est perceptible. Cependant, je pense maintenant que cette posture par rapport au savoir enseigné devrait être plus souvent explicitée aux élèves.

Le même article défend l'idée que la majorité des élèves de famille populaire veulent faire des études les plus longues possibles, non pour apprendre davantage, mais parce qu'ils pensent que plus loin ils seront allés dans le cursus scolaire, plus ils pourront prétendre, de droit, à un emploi, et ce, indépendamment de ce qu'ils auront appris à l'école.⁵ Cette attitude, si elle me semble bien être partagée par beaucoup de mes élèves subissant l'école plus qu'autre chose, ne me semble pas spécifique aux milieux populaires. Beaucoup de familles pensent qu'avoir un baccalauréat d'une filière générale est un minimum et peu sont disposées à envisager une filière technologique ou professionnelle, même quand leur enfant en exprime le souhait.

Cette observation m'a amenée à me demander comment motiver les élèves qui ne l'étaient pas, soit parce qu'ils étaient en échec depuis trop longtemps, comme Karim qui me l'a indiqué sur sa fiche en début d'année « *En 6ème, je n'ai pas fait le programme de mathématiques. Du coup, à partir de cette année j'ai eu énormément de difficultés* », soit parce qu'ils n'envisageaient pas une filière scientifique et ne voyaient donc pas l'intérêt de faire des efforts (qui de surcroît risquaient de ne pas être couronnés du succès escompté).

⁵ « La grande majorité des élèves de famille populaire considèrent qu'il est important d'aller à l'école et même, pour reprendre leur expression, d' « aller le plus loin possible. ». L'école, en effet, permet d'avoir plus tard « un bon métier », « un bon avenir », « une belle vie ». Pour ces jeunes, le rapport à l'école est avant tout rapport à l'avenir. Cette position est très réaliste. »

« Mais si ce rapport à l'école est réaliste, tel qu'il fonctionne chez ces jeunes, il apparaît également comme magique. En effet, leur raisonnement (implicite) n'est pas : il faut que j'aille à l'école le plus loin possible pour y apprendre le plus de choses possible et donc avoir un bon métier. Il est : plus longtemps je survivrai dans l'école, et plus j'aurai de chance d'avoir, de droit, un bon métier. Tout se passe comme si la simple fréquentation de l'institution scolaire suffisait, sans qu'intervienne le fait qu'aller à l'école ne fait sens et n'est efficace que si l'on y acquiert des savoir. Le rapport à l'école est rapport à l'avenir, sans être en même temps rapport au savoir ». (BAUTIER, CHARLOT, 1993), pages 14-15.

2. Sens des mathématiques

Qu'un ancien Ministre de l'Education Nationale⁶ déclare que les mathématiques dans la vie courante ne servent à rien et qu'elles ne sont qu'un instrument de sélection dans le système éducatif ne rend pas service aux enseignants de mathématiques, ni aux élèves. En effet, ce discours, révélateur de croyances enracinées et du culte du diplôme, fait oublier que les mathématiques, comme toutes les autres compétences, sont affaire de travail et de méthode appropriée. En outre, la diffusion de ce type d'affirmations peut conduire à un cynisme généralisé sur le contenu des enseignements.

Plutôt que de défendre l'idée que les mathématiques enseignées au lycée leur serviront à se débrouiller dans la vie, je crois qu'il faut défendre l'idée que l'enseignement des mathématiques permet d'acquérir des savoirs qui tirent leur sens d'eux-mêmes et ouvrent à d'autres univers de pensée. En classe de seconde et au lycée, il faut donner du sens au savoir en tant que tel sans faire référence à une situation concrète de la vie de tous les jours. Ce qui n'est pas opposable au fait qu'en classe de seconde, « *faire des mathématiques* » c'est « *résoudre des problèmes* »⁷.

En voulant trop justifier l'enseignement des mathématiques par leur utilité concrète, on risque d'enfermer les élèves dans un rapport utilitaire au savoir qui n'a plus sa place en classe de seconde générale et qui risque de démotiver les éléments les plus en difficulté qui pourront chercher en vain le pragmatisme de tel ou tel chapitre.⁸ Aussi l'enseignement des mathématiques au lycée doit être envisagé comme une propédeutique à d'éventuelles études supérieures en sciences.

Toutefois, l'accent mis sur la résolution des problèmes en seconde peut donner du sens à l'apprentissage et raviver le désir de faire des mathématiques. Les élèves apprennent des concepts et la maîtrise d'outils pour développer leur capacité de recherche et de résolution.

⁶ Déclaration faite par Luc Ferry le 15/02/2018. Voir aussi Luc Ferry et le signal des mathématiques <https://blog.francetvinfo.fr/classe-eco/2018/02/18/luc-ferry-et-le-signal-des-mathematiques.html>

⁷ MUNCK, PERCOT, 2013, page 3.

⁸ « Faut-il, au prix d'une insigne mauvaise foi, persuader les élèves de famille populaire que les mathématiques sont « utiles » ? Ce qui veut dire les enfermer, cette fois encore, dans leur rapport au savoir ; et produire en outre un discours qui s'avère démobilisateur car les élèves s'aperçoivent rapidement que les mathématiques leur sont ou leurs seront « inutiles ». Ou faut-il leur permettre d'accéder à un savoir qui se révèle « important », en ce qu'il permet de faire l'expérience de la liberté et de la puissance de la pensée humaine, de leur pensée ? » (BAUTIER, CHARLOT, 1993), page 19.

J'ai pu constater que des élèves ayant décroché (par manque de bases et par absence de maîtrise du cours) pouvaient manifester un réel intérêt et se mettre à chercher avec succès la solution de problèmes ouverts. Il faut ensuite montrer aux élèves que l'enseignement proposé va développer chez eux des capacités leur permettant de trouver des solutions plus rapidement et plus simplement.

En effet, « *Pour autant, un élève ne peut pas résoudre de problème s'il ne maîtrise pas un minimum de technique. Sans ce minimum en effet toute réalisation technique d'une stratégie de résolution risque de se révéler particulièrement laborieuse, voire impossible à finaliser, ce qui est particulièrement démotivant.* » (MUNCK, PERCOT, 2013), page 3.

Mon objectif a été d'enclencher un cercle vertueux pour mes élèves où, malgré une phase d'amorçage ingrate impliquant de la persévérance, leur effort paye, ils prennent du plaisir à progresser et où ils développent leurs compétences.

3. La lettre en algèbre

Bien que dans l'histoire des mathématiques l'usage de la lettre ait été introduit très progressivement, au fil des siècles, et la lettre et ses différents usages sont proposés de façon relativement abrupte aux élèves d'aujourd'hui. C'est dans ce contexte que la question de la lettre illustre bien la problématique du sens des mathématiques.

a. Une rupture

Si l'utilisation de lettres en algèbre date du XVII^{ème} siècle, l'enseignant ne doit pas oublier que la manipulation de lettres ne va pas de soi.

Lors de la première introduction d'une variable x dans une fonction, Karima s'est exclamée « *Ce n'est pas un nombre normal !* ». Elle soulignait par là que, dans le contexte, aucune valeur n'allait être attribuée à la variable.

Si l'introduction de la lettre constitue une rupture dans l'histoire des mathématiques, il en est de même pour les élèves... :

« *l'entrée dans l'algèbre a constitué traditionnellement, pour beaucoup d'élèves, un moment de rupture, un moment où l'activité mathématique cessait de faire sens, tendait*

à se réduire à un jeu formel basé sur des règles dont ils ne comprenaient pas les raisons d'être. Le sens de l'algèbre disparaissait derrière l'apprentissage d'un nouveau calcul : le calcul littéral, souvent conçu comme un préalable à l'activité algébrique, ses tâches spécifiques (développer, simplifier, factoriser) et ses techniques. »

« Les lettres existent déjà en arithmétique [au collège], utilisées pour désigner des objets ou coder des unités, mais elles n'y représentent pas des nombres et ne sont pas engagées à ce titre dans des calculs. » (ARTIGUE, 2012), page 1.

Les erreurs de calcul faites avec des lettres, que les élèves ne feraient pas sans doute pas avec des nombres, montrent cette difficulté. J'ai ainsi souvent relevé les erreurs suivantes :

$x \cdot x$ devient $2x$

$x^2 + 3x = 0$ donne $x^2 = 0$ ou $3x = 0$

$3x = 9$ donne $x = 9 - 3$

$5x = 0$ donne $x = 5$ ou encore $-(x+5) = 5(1-2x)$ donne $-5x = 5 - 10x$

En classe de seconde, une part importante du programme est dédiée aux fonctions, dans ce cadre, il est nécessaire que les élèves acquièrent une bonne maîtrise de l'utilisation des lettres et des concepts d'inconnue et de variable. En effet, autant que l'utilisation des lettres, c'est la réalisation d'opérations sur un nombre dont on ne connaît pas la valeur et dont on ne sait même pas s'il existe (cas d'une équation qui n'aurait pas de solution par exemple) qui peut présenter des difficultés aux élèves. C'est par la pratique qu'ils se familiariseront avec ses différents usages. Pour certains, expliciter l'usage comme nous l'avons fait dans l'activité sur la lettre (cf. III 4. c.) peut ancrer des notions et éviter des erreurs.

Ainsi, à l'issue de l'activité visant à expliciter les différents statuts de la lettre en mathématiques, Pauline a noté « *Certaines conventions nous habituent à comprendre la signification de certaines lettres.* »⁹

b. Histoire

Les extraits qui vont suivre rappellent l'histoire de l'introduction et de l'utilisation des lettres ainsi que le potentiel d'abstraction et de modélisation qu'elles ont permis de développer :

⁹ Voir sa production en annexe 7, page 55.

En partenariat avec les professeurs de français et/ou d'histoire et géographie, faire lire ces pages d'histoire aux élèves peut les sensibiliser à l'intérêt de l'usage des lettres, au fait qu'ils entrent dans un nouvel univers, qui a donné des difficultés à leurs prédécesseurs et qu'il est indispensable d'explorer pour étudier les fonctions, résoudre des équations et modéliser des problèmes.

Au-delà du rappel que jusqu'au XIX^{ème} siècle l'enseignement des mathématiques faisait partie de l'enseignement des humanités où les érudits étaient formés sans hiérarchie aux disciplines : l'histoire, la géographie, l'astronomie, la poésie, la philosophie, le droit et les mathématiques, l'apport du monde arabo-musulman au développement des mathématiques a captivé ma classe de part ses origines multiculturelles.

La vidéo « *Voyage en Mathématique - Ahmed Djebbar - Al-Khwârizmî, père de l'algèbre arabe* »¹⁰ diffusée en classe a ainsi suscité un réel intérêt. Aussi, j'ai dû répondre à des questions telles que : « Est-ce que les égyptiens étaient arabes ? » ou encore « Est-ce que ce sont les arabes qui ont découvert les nombres ? ».

Précédant la révolution algébrique, la modélisation utilisée par les grecs pour résoudre des problèmes concrets a été la base du développement des mathématiques.

« Dans sa Vie, doctrine et sentence des philosophes illustres, Diogène Laërce écrit : «Hiéronyme dit que Thalès mesura les pyramides d'après leur ombre, ayant observé le temps où notre propre ombre est égale à notre hauteur ». Michel Serres, citant ce passage, le commente ainsi : « La géométrie est une ruse, elle fait un détour, elle prend une route indirecte pour accéder à ce qui dépasse la pratique immédiate. La ruse, ici, c'est le modèle : construire en réduction, à module constant, un résumé, un squelette de pyramide. De fait, Thalès n'a rien découvert d'autre que la possibilité de la réduction, que l'idée de module, que la notion de modèle. La pyramide est inaccessible ; il invente l'échelle».

Miracle grec, indéfiniment recommencé ! Comte, dans la troisième leçon de son Cours de philosophie positive, note justement : « Nous devons regarder comme suffisamment constatée l'impossibilité de déterminer, en les mesurant directement, la plupart des grandeurs que nous désirons connaître. C'est ce fait général qui nécessite la formation de la science mathématique (...) Car, renonçant, dans presque tous les cas, à la mesure immédiate des grandeurs, l'esprit humain a dû chercher à les déterminer indirectement,

¹⁰ <https://www.youtube.com/watch?v=xDik6NVCRxc>

et c'est ainsi qu'il a été conduit à la création des mathématiques ». » (CHEVALLARD, 1989), page 58.

L'idée de travailler avec une inconnue (de nature géométrique ou numérique) en la manipulant comme un objet connu est la base de la méthode d'analyse opposée à la synthèse dans la mathématique grecque. L'algèbre proprement dite a été inventée au IX^{ème} siècle par al-Khwarizmi¹¹ mais jusqu'au XVI^{ème} siècle, on utilisait encore des mots différents pour les inconnues, leur produit par un nombre ou leur puissance.

« L'idée de travailler avec une inconnue (de nature géométrique ou numérique) en la manipulant comme un objet connu est la base de la méthode d'analyse opposée à la synthèse dans la mathématique grecque (cf. préface du livre VII de Pappus). Diophante d'Alexandrie (III^{ème} siècle ?), dans ses Arithmétiques, désigne l'inconnue du problème par le mot « nombre (inconnu) » et ses puissances reçoivent des désignations particulières pour carré et cube, etc. Dans les manuscrits, ces mots sont généralement abrégés par des signes conventionnels, mais il ne faut pas y voir un véritable symbolisme algébrique.

L'algèbre proprement dite a été inventée au IX^{ème} siècle par al-Khwarizmi. Son traité introduit le concept fondamental d'équation et développe une théorie des équations de degré 1 ou 2 ; le terme connu y est compté en dirham, l'inconnue s'appelle la chose et son carré le bien (la richesse). Les termes sont répartis de part et d'autre du mot « égale » de manière que tous les coefficients soient positifs, le tout s'exprimant sous forme d'un discours. Exemple : « un bien et trois choses sont égales à cinq » pour l'équation $x^2 + 3x = 5$. La théorie s'applique aussi bien à des problèmes arithmétiques (où la chose est un nombre) qu'à des problèmes géométriques (où la chose est, par exemple, la longueur d'un segment ou encore une aire). Les générations suivantes ont enrichi l'algèbre avec les puissances supérieures de l'inconnue et en particulier l'étude des équations du troisième degré. (...)

Le Moyen Âge européen est l'héritier de l'algèbre arabe ; elle faisait partie des pratiques enseignées et développées par les maestri d'abaco du nord de l'Italie (XIV^{ème}-XVI^{ème} siècles). Ce développement a conduit, au début du XVI^{ème} siècle, à la découverte de la résolution algébrique des équations de degré 3 et 4 (Scipione del Ferro, Ferrari).

L'inconnue s'appelle encore la « chose » (italien cosa, d'où en allemand Coss, en latin

¹¹ Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi (780 ; 850), astronome perse né à Khwarizem (Ouzbékistan) et ayant vécu à Bagdad dont l'ouvrage *Kitâb al-jabr wa al-muqâbala*, « Le livre du rajout et de l'équilibre » qui sera traduit en latin au XII^{ème} siècle sous le titre d'*Algebra* présente sa méthode de résolution des équations (*muadala*).

res ; Cardan dira aussi *positio*), son carré le « cens » (italien *censo*, latin *census*, allemand *Zensus* ; chez Cardan *quadratum*) et son cube le « cube ». Chaque auteur choisissait un système d'abréviations pour ces termes et pour les opérations auxquelles ils sont soumis. (...) » (REISZ, 2003), pages 15-16.

La force de l'algèbre se résume au passage d'énoncés en langage ordinaire juxtaposés à des calculs sur des nombres à une modélisation où les énoncés en langue vernaculaire sont remplacés par des expressions algébriques. Ainsi, sur un papyrus égyptien du 2^{ème} millénaire avant J.C. on trouvait un problème énoncé et résolu ainsi¹² :

Enoncé : Sur un tas de blé de 21 mesures, le paysan doit donner au Pharaon une part égale au cinquième de la sienne. Que lui restera-il ?

Solution : Un monceau et son cinquième font 21.

5 et 1 font 6.

Pour passer de 6 à 21, il faut lui ajouter son double et encore sa moitié.

On aura donc 5 et son double, 10, et sa moitié, 2 et demi.

Le monceau est donc de 17 et demi.

Ce problème revient aujourd'hui à résoudre l'équation $x + x/5 = 21$, soit $x \cdot 6/5 = 21$, soit $x = 35/2 = 17,5$.

La clef du succès de la révolution algébrique fut l'introduction de la lettre x pour désigner l'inconnue couplée à l'utilisation d'autres lettres pour désigner les données et paramètres. Un pas nouveau sur la voie du symbolisme algébrique est franchi par F. Viète¹³ (*In artem analyticam*, 1591) qui, en concevant l'écriture d'expressions à plusieurs inconnues et à coefficients littéraux permet de trouver des méthodes de résolution et des solutions à des cas généraux.

« Dans une note à sa traduction (1630) de *La nouvelle algèbre* de M. Viète, Vauzélard

¹² Source : <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/nombres/histoire-de-l-algebre>

¹³ Quand il traitait d'équations numériques, il notait l'inconnue N (*numerus*), son carré Q (*quadratus*), etc. ; par exemple $1Q+2N \text{ aequatur } 20$ pour $x^2 + 2x = 20$. Mais à côté des calculs numériques (*logistica numerosa*), il a développé une algèbre littérale (*logistica speciosa*) où il notait par des voyelles A, E, I , etc. des quantités inconnues et par des consonnes B, C, D , etc. des quantités connues mais non spécifiées : par exemple $A \text{ quad.} + B^2 \text{ in } A \text{ aequatur } C \text{ plano}$ est l'équation que nous écririons aujourd'hui $x^2 + 2bx = c$. (REISZ, 2003), page 16.

écrit: «L'utilité que l'on tire de cete nouvelle Algebre, est admirable, au respect de la confusion, de laquelle sont farsies les Algebres des anciens (...), à cause qu'ils exerçoient et faisoient les operations de leurs Algebres par les nombres; c'est pourquoy de ces Algebres ne peut estre nul Theoreme ny solution generale pour toute proposition semblable à celle dont elle doit estre tirée, comme il se fait en celle-cy nouvellement instituée, de laquelle les ratiocinations et operations se font sous les especes».

« Ce qui fait la force de l'algèbre, donc, c'est ce que nous nommerions aujourd'hui l'emploi de paramètres, soit les variables du système dont les valeurs sont supposées connues. En termes de modélisation, l'introduction des paramètres fait passer d'une modélisation «arithmétique», où les énoncés du langage ordinaire, quasi inertes du point de vue calculatoire, côtoient le seul calcul sur les nombres, à une modélisation (algébrique) où les énoncés en vernaculaire cèdent la place à des expressions littérales (ou numéro-littérales), sur lesquelles opère le calcul algébrique, et qu'on pourra évaluer en fin de calcul, en revenant alors aux nombres particuliers définissant l'état du système auquel on s'intéresse. Descartes, dans sa règle seizième déjà citée, a fort bien indiqué la logique de cette procédure abstrayante : « On doit aussi, note-t-il, faire un sommaire, où nous écrirons les termes de la question, tels qu'ils nous auront été proposés la première fois ; puis comment on les abstrait et par quelles notations on les désigne. De sorte, après avoir trouvé la solution grâce à ces notations elles-mêmes, nous appliquerons facilement cette solution, sans aucun secours de la mémoire, au sujet particulier dont il sera question, car rien ne peut jamais être abstrait que d'un sujet moins général ». » » (CHEVALLARD, 1989), page 65.

On doit à Descartes les notations modernes que nous utilisons aujourd'hui en algèbre, comme par exemple l'exposant pour les puissances. Il a introduit l'utilisation des premières lettres de l'alphabet pour des quantités connues et les dernières pour les inconnues. C'est ainsi que les paramètres sont habituellement notés a , b ou c alors que les variables sont x , y ou z .¹⁴

¹⁴ Voir aussi en annexe 2, l'évolution de la rédaction d'une équation dans le temps.

II. L'enseignement des fonctions en classe de 2^{nde}

La maîtrise des différents usages de la lettre est nécessaire à l'étude des fonctions. Les fonctions représentent près de la moitié du programme de seconde et elles amènent les élèves à un nouveau niveau d'abstraction. Toutefois, cela ne va pas sans soulever des difficultés et les dépasser est un des enjeux du programme de seconde.

1. Des difficultés identifiées

Au collège, la fonction est définie par un programme de calcul (écrit dans le langage vernaculaire puis avec des signes) qui est ensuite résumé par une formule arithmétique (écrite avec des lettres). Ce programme puis cette formule apparaissent comme des systèmes simplificateurs pour agir (résoudre, communiquer, valider) puis pour résumer une situation. Le passage à la formule algébrique permet de modéliser une classe de situations comme, par exemple, "la fonction linéaire" qui renvoie aux différentes situations de proportionnalité.

Au lycée la formule algébrique résume une classe de situations réelles ou fictives. L'étude d'une fonction particulière doit évoquer l'étude de l'évolution du phénomène supposé en vue de faire des prévisions ou des hypothèses. C'est ce qui justifie l'analyse des variations d'une fonction. La représentation graphique permet de visualiser ces variations et donc de conjecturer l'évolution éventuelle du phénomène qu'elle est censée représenter. Elle facilite une approche qualitative mais également quantitative en permettant d'entrevoir la vitesse de l'évolution.

Les deux principales difficultés rencontrées par les élèves dans le cadre de l'enseignement des fonctions en classe de 2^{nde} sont d'une part la distinction entre une formule arithmétique et une formule algébrique et d'autre part les changements de registre. En effet :

« Le passage à l'algèbre nécessite, de la part de l'élève, une évolution des formes d'une même connaissance pour modifier son rapport à un savoir donné, ce qui peut expliquer en partie, les difficultés qu'il rencontre dans le passage du collège au lycée. »

(CHEVALLARD, 1989), page 23.

« Pour dégager de l'univers des grandeurs le formalisme des fonctions numériques, il faut transformer le statut des différents objets qui constituent l'environnement des

fonctions et leur signification : les grandeurs deviennent des variables numériques et la dépendance entre grandeurs devient une correspondance entre nombres abstraits (les réels). Les relations entre les grandeurs peuvent être décrites à l'aide des mesures et de leurs unités mais les relations purement numériques nécessitent un vocabulaire et une syntaxe spécifiques (x, y, images, antécédents, intervalles, nombres, tableau numérique, tableau de variation, abscisses, ordonnées, ...). » (CHEVALLARD, 1989), page 24.

Une situation rencontrée cette année en classe permet d'illustrer cette difficulté. L'objectif de l'exercice était d'amener les élèves à mettre sous forme rationnelle le nombre 0,7777...

Les élèves étaient guidés pour cela et devait appliquer le programme suivant : multiplier le nombre par 10 puis lui retirer 7. Ils constatèrent, sans exception, qu'ils retombaient sur le nombre initial.

En remplaçant le nombre 0,7777... par une lettre, b par exemple, cette observation pouvait être résumée par $10b - 7 = b$.

Les élèves sont facilement arrivés à cette étape, mais ils n'ont pas su aller plus loin, comme s'ils ne « savaient pas » résoudre une équation du premier degré à une inconnue. Cette équation apparue dans un contexte inhabituel était devenue un autre objet...

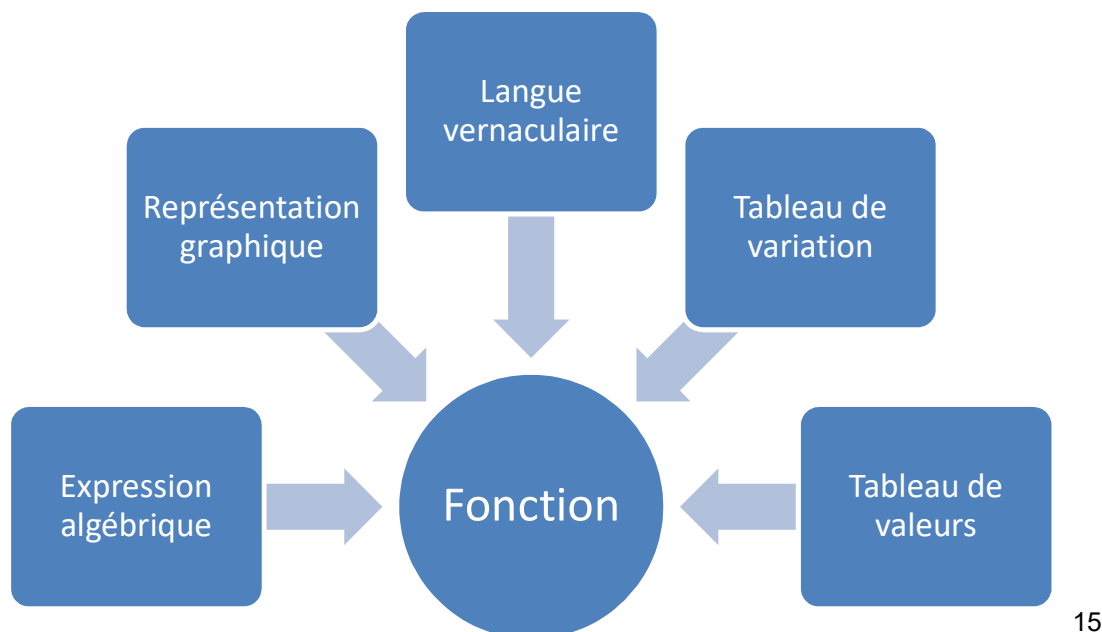
« En conclusion, la difficulté de passage d'une formule arithmétique à une formule algébrique est liée au changement de cadre et de registre. Elle résulte principalement de la différence d'interprétation d'une même formule d'un cadre à l'autre : la formule représente une grandeur en arithmétique alors qu'elle représente une fonction (ou un type de fonction et donc une structure) en algèbre. » (COMIN, 2009), page 28.

Lorsque l'équation est amenée comme un programme de calcul, les élèves ne savent pas spontanément changer de registre et la considérer comme une formule algébrique, d'autant qu'ils :

« confrontés dans ce domaine à deux abstractions successives (et parfois concurrentes), les NOMBRES et les LETTRES, que nos aînés n'ignoraient pas lorsqu'ils distinguaient l'algèbre « numéreuse » de l'algèbre « spéieuse ». Tout l'art d'enseigner revient donc à trouver un équilibre assurant la réversibilité des passages entre des situations dont les apprentissages propres présentent chacune de nombreuses difficultés de nature différente. On a sans doute trop tendance à oublier qu'entre la situation concrète « 3 lapins + 4 lapins = 7 lapins » et l'égalité « $3 + 4 = 7$ » qui servira tout aussi bien à abstraire « 3 mètres + 4 mètres = 7 mètres », (et que l'élève rapprochera tout naturellement et d'une certaine façon à tort de $3x + 4x = 7x$), il y a

certainement une distance aussi grande mais d'une toute autre nature qu'entre les égalités $3 + 4 = 7$ et $a + b = c$. » (REISZ, 2003), page 2.

Un objet mathématique est un objet de la pensée que l'on rend visible par l'intermédiaire d'une représentation sémiotique (GIRMENS, 2008) et une fonction peut avoir 5 types de représentations différents. Chaque représentation apportant un point de vue différent sur l'objet identifié et fournit des connaissances sur l'objet dans le registre correspondant. (GIRMENS, 2008).



2. Des approches pour les dépasser

Le chapitre sur les fonctions était le premier dans la progression commune de l'établissement, ce qui a limité l'intégration et l'expérimentation des enseignements tirés du travail de recherche que j'ai entrepris pour la rédaction du mémoire. En effet, la lecture d'articles, les échanges avec mes collègues et la formation dispensée par l'ESPE m'ont inspiré différentes approches que je n'ai pu mettre en place en raison de l'avancement dans la progression. Toutefois, mes lectures multiples, l'observation de mes classes et mon expérience me permettent de formuler plusieurs pistes pour dépasser les difficultés que présentent les

¹⁵ Schéma élaboré par l'auteur.

fonctions pour les élèves en seconde. Ces pistes, développées ci-après se résument en :

- Introduire les fonctions par des fonctions modélisables pour passer du statut de l'arithmétique vers l'algèbre ;
- Ancrer dans l'esprit des élèves le fait que l'étude d'une fonction est l'étude d'une loi de variation entre des grandeurs reliées ;
- Utiliser les différentes représentations en parallèle pour faciliter les changements de registre ;
- Travailler en interdisciplinarité ;
- Développer la capacité d'expression et expliciter le lien entre capacité d'expression et aptitude à faire des mathématiques.

Introduire les fonctions par des fonctions modélisables pour passer du statut de l'arithmétique vers l'algèbre, il s'agit d'éviter l'entrée par les équations qui est plus ardue pour les élèves.¹⁶

« Nous envisageons une organisation didactique qui débute par les fonctions modélisables par des formules (que nous nommons « fonctions performatives »), et qui fait évoluer leur statut de l'arithmétique vers l'algèbre. En effet, nous faisons l'hypothèse que la formule est l'outil le plus apte à assurer la transposition de la notion de fonction d'un cadre à l'autre. » (CHEVALLARD, 1989), page 24.

L'entrée par la modélisation me semble essentielle en ce qu'elle permet de travailler différentes approches simultanément et ce qu'elle se prête aux problèmes ouverts qui peuvent amener les élèves à mieux percevoir l'intérêt des différentes représentations et des outils qu'ils vont ensuite acquérir. Elle permet globalement une meilleure appropriation par les élèves. L'activité « Aire de la baignade » est typique de cette approche et elle est longuement décrite pages 34-35 de l'article (COMIN,2009)¹⁷. Un rappel de l'importance historique de la

¹⁶ « Une approche par les patterns et la généralisation par exemple, conduisant à des formules et à leur exploitation, ou à des programmes de calcul, est une approche dans laquelle la pensée algébrique étend la pensée arithmétique, mais ne s'y oppose pas. C'est aussi le cas dans de nombreuses pratiques de modélisation conduisant à des formules et des fonctions. Contrairement à cela, une entrée par la mise en équations nécessite bien une rupture de pensée. » (ARTIGUE, 2012), page 4.

¹⁷ « Nous avons vu comment l'activité « Aire de la baignade » conduisait progressivement les élèves à construire un programme, une formule, un tableau numérique et une représentation graphique. Nous attachons une importance toute particulière aux activités qui entretiennent une dialectique entre l'arithmétique et l'algèbre, dialectique qui onde le sens du concept de fonction tel qu'il est visé par notre projet. La représentation d'une relation entre grandeurs par des outils adaptables autant au cadre des

modélisation est sans doute pertinent d'une part car cela peut être une source d'exemples de situations à modéliser et d'autre part pour souligner le fait que le développement des mathématiques a répondu à un besoin.¹⁸ Aussi on trouve dans (CHEVALLARD, 1989), pages 59-60 une introduction intéressante de la division euclidienne via la modélisation.

Ancrer dans l'esprit des élèves le lien entre variable et fonction, entre fonction et loi de variation. Ceci se fait à travers des exercices et activités appropriés. Par exemple, en abordant différentes modélisations possibles d'un même problème (autrement dit en changeant de variables de départ), on peut montrer qu'on étudie à chaque fois les mêmes lois de variation et on aboutit au même résultat, même si on n'a pas étudié exactement les mêmes fonctions. COMIN a souligné que certaines conventions de représentation et d'orientation des graphiques peut faire oublier aux élèves le caractère symétrique des dépendances¹⁹.

« Le fondement de la notion de fonction est l'étude des "lois de variations" de certains phénomènes et la recherche d'une modélisation de ces lois. Les définitions ensemblistes actuelles ignorent la dimension sémantique qu'apporte l'étude des grandeurs. Le concept de fonction a sa source dans l'étude de relations de dépendance entre deux grandeurs telle que toute variation de l'une entraîne ou accompagne une variation de l'autre ainsi toute idée de fonction contient une forme de l'idée de variable. » (COMIN, 2005), page 34.

« L'analyse épistémologique nous a conduit à poser que c'est l'idée de dépendance qui fonde les concepts de fonction et de variable. » (COMIN, 2005), page 38.

grandeurs qu'à celui de l'algèbre permet aux élèves de transformer leurs connaissances et d'accéder progressivement aux modèles algébriques. » (COMIN, 2009), page 40.

¹⁸ « Les rapports entre les aires sont modélisés par l'égalité algébrique $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$. Inversement, la figure ci-dessus peut être regardée comme un modèle géométrique de cette égalité algébrique. Et, historiquement, c'est par la considération de tels modèles géométriques que Al-Khwarizmi procédait pour étudier et résoudre les équations du second degré. » (CHEVALLARD, 1989), page 57.

¹⁹ On peut supposer que les différentes représentations (tableau numérique, programme, formule, courbe) ont des répercussions sur la compréhension, sur les conceptions des élèves. On peut déjà constater que la modélisation de relations de dépendances entre grandeurs par une fonction détermine une orientation dans cette dépendance qui n'est pas nécessairement le reflet de la situation, par exemple, la relation de proportionnalité entre deux grandeurs est parfaitement symétrique alors que la fonction linéaire dissymétrise cette relation. » (COMIN, 2005), page 39.

Utiliser les différentes représentations en parallèle pour faciliter les changements de registre et donner chair au concept de fonction :

Il est important de faire travailler les élèves avec les quatre représentants que sont la courbe, le tableau de valeur, la formule et le tableau de variations. Les exercices faisant passer d'une représentation à une autre vont dans ce sens. En outre, la modélisation permet de maintenir le lien entre les aspects quantitatif et qualitatif.

« Si on sépare l'aspect quantitatif de l'aspect qualitatif on perd une compréhension globale de l'idée de fonction » (René de Cotret, 1985).

« Nous postulons que le tableau numérique et la formule privilégient le quantitatif et les représentations graphiques le qualitatif. Si on sépare le quantitatif du qualitatif on perd l'idée de dépendance. » (COMIN, 2005), page 39.

Nourrir l'apprentissage des mathématiques de travaux en interdisciplinarité

L'interdisciplinarité avec un professeur de français permettra de développer l'expression des idées tant à l'oral qu'à l'écrit ; avec un historien-géographe elle inscrira l'enseignement des mathématiques dans l'histoire longue et le territoire. Aussi la collaboration avec d'autres enseignants de matières scientifiques facilitera la maîtrise de certaines techniques calculatoires comme ce qui touche à la proportionnalité, aux calculs sur les puissances, aux fractions... :

« Travailler la maîtrise de certaines techniques calculatoires ne peut pas, selon nous, rester l'objectif du seul professeur de mathématiques. Penser cet apprentissage des techniques dans le cadre d'un contrat collectif entre professeurs de sciences nous semble la seule manière de :

- *Garantir la récurrence de l'entraînement nécessaire à certains élèves*
- *Faciliter le transfert nécessaire : l'objectif visé est l'aptitude des élèves à mobiliser ses acquis mathématiques dans des situations qui ne sont pas des problèmes de mathématiques (économique, biologique, physique, emprunté au domaine de la gestion ...). » (MUNCK, PERCOT, 2013), page 14.*

Développer la capacité d'expression et expliciter le lien entre la capacité d'expression et celle de faire des mathématiques

J'ai pu constater la difficulté des élèves à exprimer leur pensée, soit pour poser des questions, soit pour formuler une réponse, soit pour émettre un commentaire. Cependant la plupart d'entre eux comprennent l'importance de bien nommer les choses pour ne pas entretenir des confusions, pour être compris et obtenir des réponses. Ci-après une illustration de ce propos : Au cours de l'activité portant sur la lettre, je demandai à un petit groupe d'élève de dire à quoi sert la lettre f dans $f(x) = 3x + 1$. Ashraf répondit, laborieusement et dans une certaine confusion. Un peu plus tard, lorsque je leur expliquais que la lettre f servait à définir la fonction, en économisant une phrase. Ashraf s'est exclamé que c'est justement ce qu'il avait dit. Je lui ai rétorqué que s'il l'avait dit, je l'aurais entendu. D'ailleurs, deux de ses camarades ont confirmé que ce n'était pas ce qu'il avait dit. Cet épisode est éclairant car tous convenaient que la formulation proposée était adéquate, Ashraf a pu se rendre compte de son imprécision sans blâmer le niveau d'exigence du professeur. Son commentaire sur sa copie²⁰ qui répondait à ma question sur l'utilité qu'il voyait à cette partie de l'activité montre qu'il accorde de l'importance à la justesse de l'expression : « Oui, ça sert à différencier les formules et à faire le résumé de ce qu'on veut dire sans beaucoup écrire ».

Une exigence sur la maîtrise de la langue peut valoriser l'enseignement des mathématiques en ce qu'il leur permet d'exprimer ce qu'ils ont à l'esprit. Il pourrait être envisagé de faire rédiger des définitions ou des théorèmes en sous-groupes, des définitions de termes ou encore des propriétés.

En lien avec la maîtrise de la langue, enseigner l'étymologie de quelques termes mathématiques²¹ peut être utile pour introduire certains termes et notations. Un passage par l'histoire est susceptible d'éveiller l'intérêt des élèves et peut-être de faire retenir une notion en la reliant à une histoire.

Par ailleurs, mes recherches et ma pratique confirment que

- Il faut privilégier la notation $f : x \mapsto f(x)$ facilite la compréhension (en effet, le signe égal de $f(x) = \dots$ prête parfois à confusion)
- Les outils TICE comme les tableurs, graphes et logiciels de géométrie dynamique

²⁰ Cf. sa production en annexe 7, page 56.

²¹ https://www.lyceedadultes.fr/sitepedagogique/documents/math/autres_documents/Terms_mathematiques.pdf

sont utiles.²²

- Il faut éviter les activités qui ne visent qu'à institutionnaliser²³. En effet, il est parfois tentant d'utiliser des activités qui ne sont que des « alibis » pour institutionnaliser les éléments de savoir mentionnés dans le programme : f , $f(t)$, ensemble de définition, image, équation, inéquation, sens de variation, tableau de variations, min, max. Ces activités ne sont pas utiles à l'élève qui peut répondre aux questions en termes de grandeurs. (COMIN, 2009)
- Dans le choix des fonctions utilisées pour introduire le cours, il faut éviter les fonctions représentant des situations de hasard, comme l'évolution des températures par exemple. « *Les situations qui résultent du hasard ne sont pas propices à une dialectique entre l'arithmétique et l'algèbre* ». (COMIN, 2009), page 35.
- Les logiciels de calcul formel présentent un intérêt limité.²⁴

²² CHESNE, LE YAOUANQ, 2008

²³ « Nous avons déjà expliqué (Comin, 2005) que l'institutionnalisation directe en classe de seconde d'aspects généraux du concept de fonction serait une méprise didactique car le processus de conceptualisation n'a pas porté ces notions à leur complète maturité à l'issue du collège. » (COMIN, 2009), page 29.

²⁴ « Je voudrais cependant ajouter que les logiciels de calcul formel ont, plus que les autres technologies, conduit à questionner l'enseignement de l'algèbre car, contrairement aux tableurs et aux logiciels graphiques, ils prenaient en charge le cœur de l'activité traditionnelle des élèves en algèbre : factorisations, développements, simplifications, résolution d'équations. » (ARTIGUE, 2012), page 5.

III. Ma classe, mes observations et expérimentations

Les considérations qui précèdent ont été pour partie intégrées à ma pratique professionnelle. Après une brève description de ma classe, ce qui suit concerne mes observations et expérimentations relatives au sens de certains outils mathématiques et plus généralement relatives à l'étude des fonctions en classe de seconde.

1. La classe de 2^{nde} 4

Comme précisé en introduction, j'enseigne dans deux classes de seconde dont une forte proportion d'élèves est en retard, en difficulté, parfois même en perdition²⁵.

Sur ces deux classes, la classe de 2^{nde} 4 est celle que j'ai aussi en demi-groupe, une heure par semaine (soit 2h d'enseignement). Les deux classes ont 3h de cours en classe entière et une heure d'AP (accompagnement personnalisé) en demi-groupe. Ce qui va suivre concerne la classe de 2^{nde} 4 qui a été l'objet de mes expérimentations.

Son effectif a été fluctuant les premières semaines : 6 élèves sont arrivés entre le 14 septembre et le 9 octobre, soit entre une semaine et un mois après la rentrée. Deux autres apparurent puis disparurent rapidement (et sont sortis des listes). Deux derniers ont changé de classe à la suite d'une rixe. L'effectif à la Toussaint était de 35 dont 14 nés en 2001, 1 en 1999, 1 en 2003 et 1 en 2004, soit 40% des élèves en retard d'au moins une année parmi lesquels 4 redoublants de seconde et 4 n'ayant pas obtenu le brevet. Un ultime a été exclu de l'établissement en raison de l'agression en bande d'un autre élève.

Lors du conseil de classe du 2nd trimestre, en réponse aux souhaits émis par les 34 élèves, seuls 15 peuvent envisager de rester en filière générale dont 10 avec un avis réservé (1 L, 7 ES et 7 S). Il a été proposé aux autres de réfléchir à une réorientation en filière technologique ou professionnelle. Ceci illustre l'inadéquation entre leur niveau en fin de 3^{ème} et les attendus de la classe de seconde.

En France, la voie générale est largement perçue comme la seule désirable et si la famille

²⁵ Une proportion non négligeable d'élèves a été signalée au rectorat pour absentéisme.

confirme ce choix, quitte à aller en appel, l'élève n'ayant pas le niveau de sa classe d'âge et de scolarité y sera néanmoins admis. Cette situation est spécialement préjudiciable en mathématiques en raison du caractère incrémental de l'enseignement des mathématiques.

En effet, l'enseignement des mathématiques suit une progression tout au long de la scolarité et chaque année pose les bases de la suivante. Ce caractère ajouté au fait que les élèves peuvent passer en classe supérieure sans avoir acquis le programme du cycle ou de l'année précédente, peut amener un enseignant, s'il concentre son enseignement sur le programme de son année, à construire sur du sable et pour certains élèves n'ayant pas les moyens minima d'intégrer les connaissances.

De surcroît, comme je l'ai déjà signalé la grande majorité de ces élèves n'a pas choisi Camille Sée car perçu comme le lycée où on va quand on a été refusé partout ailleurs. Le fait d'être dans un établissement « subi » contribue sans doute à renforcer une mauvaise image de ses capacités, et plus précisément de ses limites. Si des élèves surs de leurs connaissances peuvent être stimulés par l'obstacle, des élèves en difficulté peuvent être paralysés (ou renoncer et prétendre que cela ne les intéresse pas pour préserver leur ego).

Quelques élèves, en début d'année, annonçaient qu'ils ne comprenaient rien (Djamel déclarait même que c'était un problème génétique). Plus tard, comme par « magie » ils ont découvert qu'ils pouvaient comprendre et mener à bien des exercices. Leur interprétation relevait du fait qu'on avait changé de chapitre, la mienne était qu'ils avaient adopté une attitude différente en essayant au lieu de renoncer d'emblée. Je pense plus particulièrement à Moussa qui avait indiqué sur la fiche de renseignement en début d'année : « *Je suis perdu en maths, j'arrive pas à suivre et je ne comprends rien.* ». Il est maintenant particulièrement intéressé par les activités de recherche²⁶. Quant à Audrey, elle avait décrété dès le premier cours sur les intervalles qu'elle n'y comprenait rien. Un peu plus tard, alors que je lui remettais un contrôle et lui demandais pourquoi elle n'avait même pas « essayé », elle m'avait répondu qu'elle ne comprenait rien aux intervalles. Or il s'agissait d'exercices sur les images et les antécédents. Lui ayant fait la remarque ; elle n'a pas su répondre. Elle est souvent absente, ne rattrape pas son retard entre deux cours, mais quand elle est là, elle se montre très désireuse d'apprendre et a de réelles compétences en calcul.

Karima annonçait en début d'année haut et fort qu'elle ne connaissait pas ses tables de multiplication. Son niveau en mathématiques reste faible mais elle a perdu son attitude initiale de défi par rapport à moi et de défaitisme par rapport à la matière. Aujourd'hui, il lui arrive de

²⁶ Cf. sa première production en annexe 6, page 51.

se réjouir tout haut d'avoir réussi des exercices.

Ces témoignages, bravades ou autres constats m'ont décontenancée en début d'année mais rapidement, j'ai eu à cœur de les faire douter du caractère insurmontable qu'ils prêtaient à leurs lacunes.

2. Se sentir apte et sachant

Les élèves savent toujours quelque chose et il faut mettre ce savoir en évidence pour qu'ils se sentent sachant et en position de développer ce savoir. C'est particulièrement vrai pour les élèves en difficulté qui sont prompts à déclarer qu'ils ne savent rien²⁷. Les propositions qui suivent découlent de ces constatations.

Commencer les chapitres par des rappels

Cette activité qui peut être préparée à la maison puis refaite en cours ne dépasse pas 30 minutes. Elle vise à introduire le chapitre en rappelant ce qu'ils savent et sur quoi ils vont s'appuyer pour la suite, mais aussi à identifier leurs lacunes. On trouve souvent de tels rappels dans les manuels sous le titre « Démarrer d'un bon pied » ou « Pour bien commencer ». On peut les adapter ou rajouter des questions supplémentaires pour amener les élèves à expliciter le degré de leur savoir (sont-ils certains de ce qu'ils disent ou pas vraiment ? par exemple). S'il est essentiel de commencer les chapitres par des rappels, il ne s'agit pas à proprement parler d'une remise à niveau mais d'une « mise en confiance » qui rappelle aux élèves ce qu'ils savent pour qu'ils soient en position de déjà « sachant ». Ces rappels peuvent aussi être l'occasion d'identifier des lacunes pour procéder ensuite à une éventuelle remise à niveau. Cette dernière peut se faire en AP ou prendre la forme de devoirs supplémentaires dont l'objectif sera explicité. C'est-à-dire qu'on pourra expliciter un contrat avec l'élève ne lui disant quels sont les prérequis qui lui manquent et en lui proposant des exercices supplémentaires qui visent à combler ces lacunes, sachant que l'élève aura un temps limité pour faire ce travail étant donné la nécessité de suivre l'avancée du programme.

²⁷ « Pour les élèves en difficulté, on sait ou on ne sait pas, dans une logique binaire. Pour les bons élèves, il existe des degrés dans la maîtrise du savoir. » (BAUTIER, CHARLOT, 1993)

Mener régulièrement des activités de recherche basées sur des problèmes ouverts

Les activités de recherche que j'ai proposées, parce qu'elles récompensent le travail et le processus plus que le résultat, sont motivantes et valorisantes pour les élèves. Celles que j'ai choisies visaient à donner du sens aux objets manipulés (signe égal, lettre, fraction) et sont présentées plus amplement à la fin de cette partie. Le caractère concret d'un problème peut aider un élève à modéliser plus facilement, le caractère ouvert quant à lui laisse toute sa place à l'intuition. Les élèves sont engagés dans la recherche d'une solution par désir de relever le défi ou par jeu, comme lorsqu'une première intuition est mise en défaut. Enfin, mes élèves ont été sensibles au fait que je m'intéressais à leur façon de penser, sans jugement de valeur, par curiosité et pour apprendre avec eux.

Donner aux élèves des tâches à leur mesure

C'est certainement banal mais tout enseignant éprouve une grande satisfaction de voir un élève se réjouir d'avoir compris quelque chose, comme Leïla qui s'est exclamée : « *Je me sens intelligente !* ». Cela n'est possible que si on leur donne des tâches à leur mesure afin qu'ils restent dans leur zone proximale de développement. Cette année, j'ai pu expérimenter cela à travers les devoirs à la maison et les évaluations où les élèves pouvaient choisir les exercices et aussi en demi-groupes où les exercices proposés n'étaient pas les mêmes en fonction du niveau des élèves (je proposais mais ils avaient encore la possibilité de changer de « groupe », ainsi devant le choix de faire l'activité sur la lettre ou des exercices sur les inégalités, deux élèves ont « échangé » leurs places, l'un, Moussa, préférant l'activité de recherche et l'autre préférant faire des exercices en binôme avec un camarade).

J'ai aussi réalisé que relever les exercices à la maison étaient un bon moyen de repérer les difficultés des élèves non aidés chez eux pour ensuite leur proposer des exercices adaptés en AP. Comparés aux devoirs sur table, les devoirs à la maison mettaient mieux en évidence les erreurs « basiques » relevant du programme du collège.

Faire travailler les élèves en sous-groupe de niveau pour valoriser leur savoir.

L'enseignement en demi-groupes (en AP cette année) se prêtait mieux au travail que le cours en classe entière. En sous-groupes de 2, 3 ou 4 de niveau proche, les élèves en mesure d'aider leurs camarades en tiraient une grande satisfaction. En outre, donner avec l'énoncé les résultats des exercices permettait aux sous-groupes d'avoir une relative autonomie qui me permettait de gérer les différentes activités en parallèle. Convaincue que la capacité à

rechercher ses erreurs est particulièrement importante, j'ai constaté que connaître le résultat et devoir donc trouver la bonne démarche avait de réelles vertus pédagogiques.

Inculquer des réflexes de vérification

Les élèves en difficulté répondent parfois aux questions comme ils lanceraient des dés. Il leur manque souvent l'habitude de faire quelques tests simples de vérification. Or, cette pratique en plus de réduire le taux d'erreurs, peut renforcer la sensation de compétence.

Il faut donc apprendre aux élèves tout ce qui permet de vérifier ses résultats : prendre des cas particuliers, remplacer les lettres par des valeurs, comparer à des résultats préalables (par exemple le résultat d'une démonstration algébrique après avoir fait une résolution graphique).

3. Comblar le retard d'une forte proportion d'élèves

Pour qu'un élève puisse combler son retard, il faut qu'il en ait envie et qu'il soit prêt à être persévérant. J'ai eu la satisfaction de voir des élèves vraiment s'accrocher et progresser malgré des notes relativement basses. C'est notamment le cas de Dalila qui projette d'être astrophysicienne mais avait recouvert de typex ce mot sur la feuille que j'avais faite circuler en demandant aux élèves ce qu'ils souhaitaient comme orientation et éventuellement le métier ou le domaine d'activité qu'ils envisageaient. C'est une élève qui s'accroche et qui progresse. Elle veut passer en filière S et je la soutiendrai dans ce sens. Le professeur peut certes contribuer à nourrir cette envie mais cela peut être difficile si l'élève se sous-estime depuis longtemps et si ses parents ne l'encouragent pas et ne vérifient jamais son travail, notamment à la maison. J'ai ainsi été particulièrement frustrée par l'attitude de Djemila, redoublante car ses parents ont été totalement opposés à l'orientation en voie technologique proposée à l'issue de la 3^{ème}, et qui me rend systématiquement des copies immaculées dès les premières minutes des devoirs sur table.

Face à ma classe, je me suis souvent dit que l'apprentissage de mes élèves aurait été très différent, en mieux, s'ils avaient été moins nombreux et/ou s'ils avaient eu plus d'heures d'enseignement par semaine. Le fait que certains élèves soient très en retard ne serait pas si problématique s'ils n'étaient pas si nombreux. En effet, certains élèves conjuguent leur retard en mathématiques à un refus global de travailler qui ne date pas de cette année. Le fait qu'ils représentent une grande partie du groupe non seulement tire le niveau vers le bas mais n'est pas favorable à une ambiance de travail. Ce phénomène s'accroît en classe entière, à

savoir 34, où le temps consacré à essayer de discipliner les élèves est beaucoup plus important que lorsqu'ils sont en demi-groupe. Cette dimension autoritaire reste pour moi une source de frustration. Aussi, il m'est arrivée d'envier mes collègues dont les élèves avaient plus d'heures de mathématiques par semaine et notamment en demi-groupe²⁸. En effet, les miens ont 3h par semaine en classe entière auxquelles s'ajoutent 1h d'AP (alors que le texte officiel indique 4h de mathématiques et 2h d'AP en sus²⁹). Durant ma recherche bibliographique, j'ai trouvé que cette contrainte de temps était peu mentionnée (je n'ai jamais vu l'impact de la taille du groupe d'élèves). Une exception cependant :

« Le professeur doit trouver un compromis entre la volonté d'améliorer les formes de connaissances des élèves et la nécessité d'introduire des objets de savoirs nouveaux sous la contrainte du temps institutionnel. » (COMIN, 2009)

Ceci étant dit, pour motiver les élèves afin qu'ils apprennent et puisse éventuellement rattraper leur retard, je suis arrivée à la conclusion qu'il fallait :

- Valoriser le moindre effort
- Maintenir l'exigence sur l'acquisition d'automatismes
- Assurer une régularité dans l'effort à travers des évaluations régulières
- Adapter la progression annuelle
- Donner clairement les objectifs du chapitre en termes d'acquisition de compétences et expliciter les attendus de l'évaluation finale dès le début du chapitre
- Eviter d'institutionnaliser sans avoir introduit auparavant les concepts

Valoriser le moindre effort

Pour que les élèves faibles se sentent aptes et aient envie d'essayer, il est important de valoriser tout effort, si faible soit-il aux yeux de l'enseignant. Aussi le satisfecit immédiat est un puissant stimulant particulièrement addictif. S'il n'est pas possible de rendre visible les micro-

²⁸ A titre d'exemple, à Paris, au lycée Henri IV dans le 5^{ème}, les élèves de seconde ont 6h de cours hebdomadaire en classe entière, les 2h d'AP étant réalisées en classe entière et dédiées aux mathématiques ; au lycée Arago dans le 12^{ème}, c'est 5h hebdomadaires dont 3h en classe entière, 1h en demi-groupe et 1h d'AP en demi-groupe et au lycée Diderot dans le 19^{ème}, c'est 5h hebdomadaires dont 2h en classe entière, 2h en demi-groupe et 1h en AP.

²⁹ <http://www.education.gouv.fr/cid52692/les-enseignements-nouvelle-seconde.html>

progrès, on peut mettre en place des pratiques qui récompensent le moindre effort. Ainsi, les activités rapides mises en place avec le logiciel Plickers³⁰ en valorisant la participation (moitié de la note) autant que le résultat (autre moitié de la note) et les résultats agrégés du trimestre avaient un coefficient valant la moitié de celui d'un devoir sur table. Aussi, j'ai habitué les élèves au fait que je ramasse régulièrement les activités proposées en classe et les évalue de façon positive, c'est-à-dire que si l'élève a travaillé, même si le résultat d'un point de vue mathématique est faible, la note obtenue remontera sa moyenne. Je ne note pas systématiquement tous les élèves (en raison de la charge de travail occasionnée) mais l'objectif est qu'ils aient tous au moins deux notes. Ces appréciations d'activités, agrégées sur le trimestre, valent une notation de devoir sur table. Enfin, j'ai pris l'habitude de ne prendre en compte les notes de devoir à la maison que si elles font augmenter leur moyenne. Parfois, pour valoriser le travail fait en quantité (lorsque par exemple les élèves avaient le choix dans une liste d'exercices), j'ai donné des points bonus pour chaque exercice réussi, ces points se rajoutant à ceux du devoir sur table suivant.

Cette approche, où le moindre travail mené à son terme était valorisé, que j'ai pu mettre en place au bout de quelques mois a motivé et a mis au travail la plupart des élèves. Sachant que leur travail serait valorisé, quel que soit leur niveau, ils étaient beaucoup plus disposés à faire un effort.

Maintenir l'exigence sur l'acquisition d'automatismes

Pour ne pas perdre de vue que le premier objectif est que les élèves sachent résoudre des problèmes³¹, il faut limiter au maximum le nombre de formules à apprendre. Toutefois, il est nécessaire que l'élève acquière certains automatismes indispensables pour la suite des apprentissages et sache les mobiliser dans le cadre d'une résolution de problème. Les exercices sont utiles dans ce contexte. Ils peuvent contribuer pleinement à apprendre la technique, notamment pour travailler en autonomie les compétences calculatoires algébriques (développements, réductions, factorisations, résolutions d'équations, de systèmes d'équations...). (MUNCK, PERCOT, 2013)

³⁰ Les élèves répondent en montrant une feuille A4 orientée et le professeur en scannant la classe avec son téléphone portable (ou une tablette) peut enregistrer et traiter en temps réel les réponses. La dimension ludique de l'outil a beaucoup plu à certains élèves. <https://www.plickers.com/>

³¹ « 1 L'activité mathématique d'un élève fragile ne peut absolument pas se résumer à l'acquisition de technique calculatoire. Tout élève, y compris le plus fragile, doit prioritairement apprendre à résoudre des problèmes (ouverts). 2 Tout élève a besoin d'un minimum de technique mais il faut savoir doser les efforts. » (MUNCK, PERCOT, 2013), page 7.

Des ateliers en salle informatique pourraient familiariser les élèves avec ces outils.

Assurer une régularité dans l'effort

Pour des élèves en retard, il peut être encore plus frustrant de ne pas voir ses efforts rapidement couronnés de succès. Or, ils sont en difficulté car ils n'ont pas la culture de l'effort constant et régulier. J'en ai eu quelques-uns décidés à travailler un nouveau chapitre mais ils furent vite déçus par l'absence de résultats probants, faute de maîtriser les prérequis du chapitre. Ces élèves doivent réaliser que c'est sur la durée (plusieurs mois) qu'ils verront le fruit de leurs efforts. Pour les pousser à travailler régulièrement, en classe à défaut de travailler à la maison, j'ai très tôt mis en place un régime de devoir sur table régulier, environ une fois toutes les deux semaines. Cela a été efficace pour les élèves qui craignent la sanction de la note et ils restent nombreux à y accorder de l'importance, malgré leur faible niveau.

Adapter la progression annuelle pour permettre aux élèves de rattraper leur retard

Avec du recul, il m'a semblé que la progression commune telle qu'elle a été proposée à l'ensemble des enseignants de mathématiques du lycée en début d'année n'était pas idéale pour ce profil de classe et pour ma faible expérience.

Je propose en annexe 4 une progression amendée. Elle présente principalement deux différences : l'année débute par des chapitres nécessitant peu de prérequis (repérage, vecteurs et probabilités) et la partie sur les fonctions est plus morcelée de façon à y revenir plus souvent et à permettre aux élèves de rattraper leur retard entre deux périodes sur les fonctions.

En effet, des périodes d'une semaine entre deux cours (ou séries de cours) sur les fonctions, sont idéales pour que des élèves motivés puissent combler leur manque en matière de prérequis. Des devoirs adaptés à la maison peuvent les remettre à niveau et homogénéiser le savoir de la classe tout en avançant dans le programme.

Cette démarche aurait pu être couplée à une plus grande pratique de l'autoévaluation par les élèves et l'utilisation d'une matrice de compétences.

Les fonctions représentent la moitié du programme de seconde et pour cette partie spécifique, je propose l'utilisation d'une matrice d'évaluation par compétences, inspirée par l'article (CHEVALLARD, 1989), page 40. Une telle matrice indiquée en annexe 3 vise à vérifier l'intégration par l'élève du concept de fonction en tant qu'objet d'une structure algébrique, ce

concept se dégageant progressivement de l'étude des dépendances entre grandeurs. Elle permet aussi à l'élève de suivre son évolution et de mesurer le fruit de ses efforts.

Donner clairement les objectifs du chapitre en termes d'acquisition de compétences et expliciter les attendus de l'évaluation finale dès le début du chapitre

Présenter en début de chapitre un problème type qu'on saura résoudre en fin de chapitre peut aider les élèves à mieux suivre l'avancée du cours. En allant plus loin dans ce sens, il est même possible de donner en début de chapitre l'énoncé de l'évaluation finale (aux changements de variables près) pour que les élèves voient les savoir-faire à acquérir et se préparent en conséquence. Pour appuyer cette idée, les interrogations surprises sont à proscrire. Deux fois, j'ai permis à la classe de recommencer des devoirs sur table en prenant comme note finale la meilleure des deux notes lorsque le devoir était refait en classe et la moyenne des deux notes lorsqu'il était effectué à la maison. Dans le premier cas le progrès était net, il était moins facile à évaluer dans le deuxième, certains élèves bénéficiant de cours particuliers.

Lorsque c'est possible, éviter d'institutionnaliser sans avoir introduit auparavant les concepts

De manière générale pour les fonctions, il me semble préférable de partir d'un cas particulier, de l'étudier sous toutes ses formes (en partant d'un programme sur un nombre ou d'un calcul d'aire par exemple), puis d'illustrer les notions du chapitre et enfin généraliser.

Par exemple, j'ai pu constater que l'introduction de la forme canonique sous sa forme générale sans l'avoir expérimentée auparavant les troublait beaucoup. Les lettres grecques alpha et bêta posaient étonnamment problème. Des illustrations et des activités sur Geogebra dès le début aurait certainement facilité l'absorption du cours et évité l'impression que c'était « du chinois » ...

4. L'importance des activités de recherche

Les activités de recherche se sont révélées être un bon moyen de mettre les élèves au travail. Les problèmes ouverts ou les activités nécessitant d'expliquer des choses ont motivé des élèves moins « scolaires » mais possédant une bonne intuition. C'est le cas de Moussa qui est maintenant toujours enthousiaste quand il s'agit de faire un travail de recherche et qui a fait un

très bon travail lors de l'activité sur le signe égal³². L'objectif de l'activité était que les élèves prennent conscience et explicitent les différentes significations du signe égal, pour leur permettre ensuite de mieux décoder les objets mathématiques qu'ils rencontrent. Il s'agissait notamment de bien différencier la définition d'une fonction, d'une équation, ou encore d'une identité remarquable.

Le lien avec l'expression orale ou écrite a aussi donné une autre valeur aux exercices. Quelques élèves ont pris alors conscience de leur difficulté à communiquer leurs perceptions. De plus, l'intérêt de l'enseignant pour ce qu'ils ont dans la tête valorise leur réflexion.

Lorsque je demande aux élèves de s'exprimer par écrit, mon niveau d'exigence est faible. Je les préviens de l'importance pour eux de mettre en mots ce qu'ils ont à l'esprit et que le nombre de lignes sera valorisé. Cette approche a débloqué certains d'entre eux. Ainsi Leïla a pu écrire dans l'activité sur la lettre³³ que la partie d'institutionnalisation avait confirmé sa première intuition : « *Cela m'a servi comme affirmation dans mes connaissances et pour différencier les différentes lettres pour leur utilisation* ».

J'ai aussi eu l'occasion d'identifier des conceptions à corriger, comme par exemple lorsque Dalila a dit, dans le cadre de l'activité sur le signe égal et au sujet d'une équation du premier degré à une inconnue : « *On met à gauche les inconnues et à droite les unités.* ».

a) Activité sur les nombres

Cette activité était la première de type « recherche » présentée. Je demandais aux élèves d'indiquer leur logique et de ne pas effacer leurs erreurs. Le bon résultat n'était pas spécialement valorisé, ce qui m'intéressait était leur démarche, leur manière de penser. Malgré ma consigne, la plupart ont effacé leurs erreurs pour ne laisser que la correction. Si le fait de mener une activité sans lien avec le programme les a surpris, cela a eu le mérite d'en motiver certains, notamment un absentéiste notoire qui ce jour-là a particulièrement accroché à l'activité.

Au niveau mathématique, le principal intérêt de cette activité aura été de leur rappeler les notions de valeur approchée et de valeur exacte et le lien avec un nombre ayant une suite infinie de décimales. Les meilleurs éléments ont fait toute l'activité avec une certaine

³² Cf. production en annexe 6, page 51.

³³ Cf. production en annexe 7, page 54.

autonomie et ont compris la méthode pour trouver la fraction correspondant à un nombre ayant des décimales périodiques illimitées.

La lecture des productions écrites de élèves a montré une difficulté partagée à exprimer correctement une pensée.

J'ai reporté ci-dessous des extraits de productions d'élèves (reproduites intégralement en annexe 5) qui illustrent la difficulté pour certains à formuler correctement les résultats, pourtant compris, s'agissant des décimales 7 et 2 qui se répètent à l'infini :

Khalil : « *C'est le même chiffre.* »

Jules : « *Ce seront les mêmes décimales qui se répéteront.* »

Léa : « *On voit qu'il y a toujours les 2 mêmes nombres après la virgule.* »

Erwan : « *On peut conjecturer sur les décimales de ce nombre que les chiffres 2 et 7 alternent.* »

L'objectif n'étant pas d'obtenir une copie parfaite et le temps étant limité, aucun travail n'a été fait sur cela pendant l'activité. Dans un autre contexte, avec plus de temps, il aurait été intéressant de mettre ensuite les élèves par groupe de 2 ou 3 pour leur faire discuter leurs formulations et convenir d'une formulation finale. Ces différentes productions auraient ensuite pu être discutées en demi-groupe.

b) Activité sur le statut de la lettre³⁴

Il s'agissait de faire expliciter par les élèves les différents rôles possibles d'une lettre, exercice illustré ensuite par un problème ouvert (l'aire de baignade).

J'ai pu observer leur difficulté à distinguer différents sens pour les lettres : étiquette, inconnue, variable, indéterminée, paramètre.... Cette difficulté a déjà été étudiée par les chercheurs en didactique :

« Ceci a conduit à distinguer différents sens pour les lettres (...) et à étudier les difficultés rencontrées par les élèves à naviguer entre ces différents sens. Un autre point

³⁴ Cette activité comme celle sur le signe égal s'est en partie appuyée sur les tableaux de l'article de « Les apprentissages nécessaires à la compréhension du calcul littéral du primaire à la troisième, Atelier calcul littéral des journées collège 2014. Académie de Toulouse. »

de rupture identifié dans les recherches est celui concernant le signe d'égalité. »

« S'il est aisé de regrouper l'ensemble des techniques relatives aux calculs contenant des lettres sous le nom de calcul littéral, la description détaillée de ce domaine se heurte d'emblée à une difficulté majeure :

Comment définir et justifier l'usage même des lettres ? Quel statut convient-il de leur attribuer dès lors que l'on calcule avec elles comme s'il s'agissait de nombres, lettres et nombres se côtoyant par ailleurs dans les formules tout en y conservant leur nature propre ?

Comme on l'a vu plus haut, la réponse à cette question varie avec la position que l'on adopte, explicitement ou non, pour parler du calcul littéral lui-même. Elle dépend de façon essentielle du contexte dans lequel on se place et elle implique des choix plus ou moins conscients sur la présentation retenue, que ce soit dans la classe ou pour la rédaction d'un manuel.

Une façon de lever certaines ambiguïtés fondamentales est de clarifier ce qui touche aux notions d'inconnue, de variable et d'indéterminée correspondant à trois problématiques différentes. » (REISZ, 2003), page 6.

Je me suis posé la question de l'intérêt d'explicitier les statuts voire de changer l'utilisation conventionnelle des lettres (utiliser d'autres lettres que x pour l'inconnue par exemple, ou définir $f(a) = 3a - 2$). Les expliciter est apparu utile pour dédramatiser certaines erreurs, pour clarifier les objets mathématiques et pour revenir sur le sens de l'égalité (cf. activité sur le signe égal en annexe 6). Par contre, changer l'utilisation conventionnelle des lettres est à ce stade trop perturbateur pour les élèves. Et comme relevé par Pauline déjà citée³⁵, précisément, les conventions les aide à se situer.

c) Aire de baignade - TICE

Cette activité présente de nombreux intérêts et est longuement décrite pages 34-35 de l'article (COMIN, 2009). Elle invite à construire un programme, trouver une formule algébrique, utiliser un tableau numérique et faire une représentation graphique.

L'énoncé a été donné aux élèves puis ils ont été invités à faire une figure, ce qui était une

³⁵ « Certaines conventions nous habituent à comprendre la signification de certaines lettres. ». Cf. sa production en annexe 7, page 55.

étape nécessaire pour vérifier la bonne compréhension de l'énoncé. Ils pouvaient ensuite travailler à deux mais aussi aller utiliser des ordinateurs sur lesquels le logiciel Geogebra et un tableur étaient ouverts.

Les élèves qui ont choisi Excel sont ceux qui ont privilégié le tâtonnement expérimental en prenant des exemples de rectangles et en calculant l'aire. Assez logiquement, ils ont été amenés à donner une formule pour l'autre côté en fonction du premier, de sorte que dans le tableur ils n'avaient plus qu'à saisir la longueur d'un côté. Ils ont formulé ensuite des hypothèses sur le maximum. Je les invitais alors à tester encore un peu en prenant une variable légèrement inférieure puis légèrement supérieure. Ils sont ainsi arrivés à trouver la solution à l'aide du tableur. La démonstration algébrique se faisait en utilisant la formule algébrique qui était alors facile à produire, en utilisant les connaissances du chapitre sur les fonctions polynômes du second degré.

D'autres élèves ont étant donné que le thème de la séance était l'usage de la lettre en mathématiques sont directement parti dans une recherche algébrique sur papier. Une fois la formule trouvée, le logiciel Geogebra a permis de tracer la courbe ce qui a conduit à identifier une parabole et à mobiliser les connaissances du cours pour résoudre le problème. Les élèves de ce groupe ont proposé a et b pour nommer les côtés et sont arrivés à la formule $160a - 2a^2$. Le fait que la lettre a soit utilisée autrement dans le cours sur les fonctions polynômes du second degré a présenté une difficulté. Il fallait en effet identifier les paramètres a , b et c de la formule $ax^2 + bx + c$. Une prochaine fois, je veillerai à utiliser d'autres lettres que a , b ou c .

IV. Conclusion

La problématique, les développements proposés, les propositions faites et la conclusion sont spécifiques au contexte de ma classe qui est celui d'une classe avec une forte proportion d'élèves en grande difficulté scolaire.

Pendant mon travail de recherche, j'ai trouvé de nombreuses ressources sur l'enseignement des fonctions mais très peu qui prennent en compte la triple contrainte de respecter les exigences du programme, de disposer d'un nombre d'heures d'enseignement limité et d'enseigner à un groupe d'élèves avec un retard conséquent, une faible motivation et une capacité de travail limitée (en particulier hors de la classe). J'ai été frappée pendant cette année de stage par la difficulté que pouvait représenter le fait de faire régner le calme dans la classe et de faire travailler les élèves pendant le cours mais encore plus à la maison.

L'équilibre entre la bienveillance et le besoin de discipline n'a pas été facile à trouver et la formation ad hoc et les outils appropriés m'ont fait défaut en début d'année.

Le niveau des élèves, fruit de la politique d'orientation actuelle, l'exigence de bienveillance, y compris dans la notation, le nombre d'heures d'enseignement et le contenu du programme (même interprété a minima) entraînent des injonctions contradictoires. Toutefois, cette première expérience, brève mais intense m'aura armée pour mieux gérer l'hétérogénéité des niveaux dans une classe. Mes principales propositions, qui ne sont pas limitées au programme de seconde, portent principalement sur (i) la valorisation permanente et explicite du travail des élèves, (ii) une exigence de régularité dans l'effort notamment à travers des évaluations régulières, (iii) une progression annuelle qui mette en confiance en débutant par des chapitres nécessitant peu de prérequis et laisse des temps pour rattraper les retards et (iv) une grande visibilité des attendus.

Mon idéal reste que les élèves soient motivés par les résultats de la maîtrise de leur savoir et que l'expérience du savoir acquis en classe soit intériorisée pour améliorer leur estime d'eux-mêmes. En effet, s'il faut leur montrer qu'on s'intéresse à eux et valoriser tout ce qu'ils parviennent à faire, il est nécessaire de leur inculquer que c'est en travaillant, en apprenant de nouveaux rudiments et en maîtrisant l'utilisation de nouveaux outils qu'ils développent leur expertise, leur capacité de réflexion et leur aptitude à comprendre des notions nouvelles. Faire des mathématiques, c'est aussi développer sa capacité d'expression et de réflexion.

L'estime de soi entretenue ou restaurée par un apprentissage réussi, ainsi qu'un cercle vertueux d'efforts et de résultats, sont durables et se manifestent dans les autres matières et la vie quotidienne. J'ai eu la satisfaction de voir des élèves engagés dans ce cercle vertueux.

V. Bibliographie

ARTIGUE M., « Enseignement et apprentissage de l'algèbre », *EducMathInfo*, 2012.

BAUTIER E., CHARLOT B., « Rapport à l'école rapport au savoir et enseignement des mathématiques », *Repère IREM* n°10 p. 5-24, Topiques éditions Metz, 1993.

BLOCH I., « Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée », *Petit x* n°58, p. 25-46, 2002.

CHEVALLARD Y., « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège – deuxième partie », *Petit x* n°19 p43-72, 1989.

COMIN E., « Variables et fonctions, du collège au lycée, Méprise didactique ou quiproquo inter institutionnel », *Petit x* n°67, p. 33-61, 2005.

COMIN E., « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans le cadre des fonctions en seconde, Dépendances didactiques des connaissances et de leurs formes », *Petit x* n°79, p. 23-47, 2009.

REISZ D., « Sur l'introduction du calcul littéral », Bulletin de l'APMEP. n°445. p. 197-213, 2003.

Références internet :

CHESNE J-F., LE YAOUANQ M-H., Fonctions et TICE, 2008.

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiVxf76mcl_aAhVQIIAKHRP6BggQFgggMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.univ-irem.fr%2Fexemple%2Fcorfem%2FActes_2008_03.pdf&usq=AOvVaw0yqriB8jtnRM1NeVsf3Aln

GIRMENS Y., « Comment aborder en formation la question de l'enseignement du concept de fonction dans une mise en perspective entre collège et lycée ? », 2008

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjkkP3AnMLaAhVNZIAKHfSpDaEQFgggMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.univ-irem.fr%2Fexemple%2Fcorfem%2FActes_2008_05.pdf&usq=AOvVaw3iwl2NiunUISn6hMIkEBw

MUNCK F., PERCOT S., « De la résolution de problèmes à la construction d'automatismes », 2013.

http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/servlet/com.univ.collaboratif.utils.LectureFichiergw?ID_FICHER=1370937948960&ID_FICHE=255132&IN_LINE=FALSE

« Les apprentissages nécessaires à la compréhension du calcul littéral du primaire à la troisième », 2014.

https://disciplines.ac-toulouse.fr/mathematiques/sites/mathematiques/files/se_former/journees_pedagogiques/journees_pedagogiques_college/jpc2014/tableau_primaire_a_troisieme_calcul_litteral.pdf

VI. Annexes

Annexe 1 : Genèse du concept de fonction dans l'histoire

Annexe 2 : Evolution de la rédaction d'une équation dans le temps

Annexe 3 : Matrice d'évaluation par compétences pour le concept de fonctions

Annexe 4 : Progressions initiale et amendée

Annexe 5 : Activité sur les nombres : Enoncé et production d'élèves.

Annexe 6 : Activité sur le signe égal : Enoncé et production d'élèves.

Annexe 7 : Activité sur la lettre : Enoncé et production d'élèves.

Annexe 1 : Genèse du concept de fonction dans l'histoire³⁶

Période historique	Quel savoir ?	Dans quel contexte ?	Sous quelle forme la fonction est présente ?
Antiquité	- tableau de valeurs pour rendre compte de la dépendance entre deux grandeurs.	- étude de la dépendance entre deux quantités : * grandeurs (carré, cube) * valeurs de cordes d'un cercle (sinus)	- tables de nombres <i>(tableau de correspondance)</i>
Moyen-âge	- quantités variables explicites. - dépendance définie.	- étude et analyse d'une dépendance entre deux quantités : - grandeurs physiques : chaleur, vitesse, densité...	- description verbale - graphe
XVI ^{ème} et début XVII ^{ème} siècle	- corrélation de différents aspects : courbes, tableaux, formules et expressions analytiques. - introduction du terme « fonction » (Leibniz)	- étude des mouvements et des phénomènes physiques.	- courbe - formules (algèbre littérale de Viète)
Milieu XVIII ^{ème} siècle.	- expression analytique inadéquate. - définition générale d'une fonction (Bernoulli)	- étude des mouvements et phénomènes physiques (ex : équations des cordes vibrantes)	- emploi du symbole f et de x .
XIX ^{ème} siècle	-- théorie des fonctions	- la « fonction » devient un objet d'étude pour lui-même. - caractéristiques des fonctions : continuité, dérivabilité....	- emploi de $f(x^2)$ ou de $f(ax + b)$
XX ^{ème} siècle	- définition générale du concept de fonction - cadre d'une théorie globale des mathématiques.	- recherche d'une théorie englobant toutes les mathématiques.	- toutes les formes connues à ce jour.

³⁶ GIRMENS, 2008

Annexe 2 : Evolution de la rédaction d'une équation dans le temps

	<i>Aujourd'hui</i>	$4x^2 + 3x - 10 = 0$
<i>René Descartes</i>	<i>Vers 1640</i>	$4xx + 3x \propto 10$
<i>François Viète</i>	<i>Vers 1600</i>	<i>4 in A quad + 3 in A aequatur 10</i>
<i>Simon Stevin</i>	<i>Fin XVIe</i>	$4\textcircled{2} + 3\textcircled{1} \text{ egales } 10\textcircled{0}$
<i>Tartaglia</i>	<i>Début XVIe</i>	$4q \text{ p } 3R \text{ equale } 10N$
<i>Nicolas Chuquet</i>	<i>Fin XVe</i>	$4^2 \text{ p } 3^1 \text{ egault } 10^0$
<i>Luca Pacioli</i>	<i>Fin XVe</i>	<i>Quattro qdrat che gioto agli tre n^o facia 10</i> (traduit par 4 carrés joints à 3 nombres font 10)
<i>Diophante</i>	<i>IIIe</i>	$\Delta^Y \delta \zeta \gamma \text{ εστι } ι$ (traduit par inconnue carré 4 et inconnue 3 est 10)
<i>Babyloniens et Egyptiens</i>	<i>Ile millénaire avant J.C.</i>	<i>Problèmes se ramenant à ce genre d'équation.</i>

Annexe 3 : Matrice d'évaluation par compétences pour le concept de fonctions

Cette matrice a été élaborée à partir de la liste de tâches proposée en page 40 de l'article (CHEVALLARD, 1989), ces tâches étant réparties en trois groupes :

- Niveau des connaissances : milieu des grandeurs et connaissances culturelles, folkloriques (T1).
- Niveau d'abstraction simple : milieu numérique et explicitation des relations fonctionnelles (T2, T3, T4, T5 et T6).
- Niveau d'abstraction réfléchissante : milieu algébrique où les modélisations nécessitent une certaine familiarité avec les objets précédemment décrits (T7, T8 et T9).

Compétence	Non acquis	En cours d'acquisition	Acquis
T1) Repérer dans une situation : les variables, la dépendance entre ces variables, la correspondance entre les valeurs de ces variables.			
T2) Décrire cette relation avec un des quatre outils : programme, tableau, formule, courbe (P, T, F, C).			
T3) Isoler (abstraire) une fonction numérique d'une relation entre grandeurs.			
T4) Associer deux des objets : programme, tableau, formule, courbe (P, T, F, C).			
T5) Etudier les variations relatives des variables avec un des quatre outils : P, T, F, C (élaborer un tableau de variation)			
T6) Prévoir avec des fonctions des valeurs, des évolutions, ...			
T7) Reconnaître dans une formule algébrique le représentant d'un type de fonction			
T8) Faire des opérations sur les fonctions avec les différentes représentations (P, T, F, C)			
T9) Considérer une fonction comme l'élément d'un ensemble structuré			

Annexe 4 : Progressions initiale et amendée

Progression initiale

	Titre	Notions	Durée en semaines	Fonctions	Géométrie	Statistiques et probabilités
0	Ensembles de nombres	Les ensembles de nombres Intervalle de $\mathbb{R}$	1	1		
1	Fonctions	Voca : Df, image, antécédents, Cf, tab val. Variations, max, min	2	2		
2	Coordonnées pt ds plan	Abscisse, ordonnée RON (triangle rect isocèle en O) Distance entre 2 points Milieu segment	2		2	
3	Expressions algébriques	Développer factoriser Id. remarquables	2	2		
4	Droites	Courbe d'une fct affine Equ ($ax+by=c$; $y=mx+p$; $x=c$) Dtes parallèles, sécantes	2		2	
5	Fonctions de référence	Fonctions linéaires - affines (variations, tab de signe) Fct carré, fct inverse	1	1		
6	Equations	Pbe se ramenant à résol équ Résoudre équ en se ramenant au 1er deg Encadrer sol avec méthode de dichotomie Systèmes Résolution graphique	2	2		
7	Vecteurs	Vec(AB) $\leftrightarrow$ Translation A $\rightarrow$ B représentants Vect particuliers (nul, opposé) Mul par un scalaire Somme (Chasles) Coordonnées Vect colinéaires	2		2	
8	Fcts poly 2nd degré	Variations - Extrémums Courbe (symétrie - sommet) Forme canonique	2	2		
9	Inéquations	Résol graphique résol alg (tableau de signes) sol sous forme d'intervalle	2	2		
10	Configuration du plan	Triangles, quadrilatères, cercles Tangente à un cercle	2		2	
11	Probabilités	Prob événement Equiprob Modèles définis à partir de fréquences Arbres $P(A \cup B)$	2			2
12	Géométrie dans l'espace	Solides usuels + sphère (Patrons, longueurs, aires, volumes) Méridien, cercles parallèles, longitude, latitude Positions relatives dtes - plans	3		3	
13	Statistiques	Caractères position, dispersion Médiane, quartiles, moyenne pondérée	1			1
14	Echantillonnage	Notion échantillon Simulation Intervalle fluctuation + confiance	2			2
15	Trigonométrie	Enroulement de la droite numérique sur le cercle trigo	3	3		
Nombre de semaines			31	15	11	5
Nombre de chapitres			15	7	5	3

Progression amendée

Ordre initial	Titre	Notions	Durée en semaines	Fonctions	Géométrie	Statistiques et probabilités
2	Coordonnées pt ds plan 1/2	RON (triangle rect isocèle en O) Distance entre 2 points Milieu segment	1		1	
0	Ensembles de nombres	Les ensembles de nombres Intervalles de R	1	1		
2	Coordonnées pt ds plan 2/2		1		1	
1	Fonctions 1/2	Voca : Df, image, antécédents, Cf, tab val. Variations, max, min	1	1		
7	Vecteurs 1/2	Vec(AB) $\leftrightarrow$ Translation A $\rightarrow$ B représentants Vect particuliers (nul, opposé) Mul par un scalaire Somme (Chasles) Coordonnées Vect colinéaires	1		1	
1	Fonctions 2/2		1	1		
7	Vecteurs 2/2		1		1	
3	Expressions algébriques 1/2	Développer factoriser Id. remarquables	1	1		
4	Droites 1/2	Courbe d'une fct affine Equ ($ax+by=c$; $y=mx+p$; $x=c$) Dtes parallèles, sécantes	1		1	
3	Expressions algébriques 2/2		1	1		
4	Droites 2/2		1		1	
5	Fonctions de référence	Fonctions linéaires - affines (variations, tab de signe) Fct carré, fct inverse	1	1		
13	Statistiques	Caractères position, dispersion Médiane, quartiles, moyenne pondérée	1			1
6	Equations 1/2	Pbe se ramenant à résol équ Résoudre équ en se ramenant au 1er deg Encadrer sol avec méthode de dichotomie Systèmes Résolution graphique	1	1		
11	Probabilités 1/2	Prob événement Equiprob Modèles définis à partir de fréquences Arbres $P(A \cup B)$	1			1
6	Equations 2/2		1	1		
11	Probabilités 2/2		1			1
8	Fcts poly 2nd degré 1/2	Variations - Extrêmes Courbe (symétrie - sommet) Forme canonique	1	1		
14	Echantillonnage 1/2	Notion échantillon Simulation Intervalle fluctuation + confiance	1			1
8	Fcts poly 2nd degré 2/2		1	1		
14	Echantillonnage 2/2		1			1
9	Inéquations 1/2	Résol graphique résol alg (tableau de signes) sol sous forme d'intervalle	1	1		
10	Configuration du plan 1/2	Triangles, quadrilatères, cercles Tangente à un cercle	1		1	
9	Inéquations 2/2		1	1		
10	Configuration du plan 2/2		1		1	
12	Géométrie dans l'espace	Solides usuels + sphère (Patrons, longueurs, aires, volumes) Méridien, cercles parallèles, longitude, latitude Positions relatives dtes - plans	3		3	
15	Trigonométrie	Enroulement de la droite numérique sur le cercle trigo	3	3		
Nombre de semaines			31	15	11	5
Nombre de chapitres			15	7	5	3

Annexe 5 : Activité sur les nombres

15/02/18

Après la virgule

Nombres et écriture décimale

Rappels

- **nombre décimal** : Un nombre est décimal si (définitions équivalentes):
 - (1) On peut en donner une écriture décimale avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
 - (2) Il existe une puissance de 10 dont le produit avec ce nombre est un entier.
- **valeur exacte** : Quand on obtient un reste nul dans la division alors on a une valeur exacte.
- **valeur approchée** : valeur approchée par défaut, valeur approchée par excès, troncature.

Exemple : Soit $x = 12,123947$.

Entourer en bleu les valeurs approchées à 0,01.

Souligner en bleu les valeurs approchées par défaut à 0,01.

Souligner en rouge les valeurs approchées par excès à 0,01.

Entourer en rouge la troncature à 2 décimales.

12,125	12,1	12,12	12,13	12,14
12	12,2	12,124	12,12394	12,5

Partie 1 – Les décimales

1.
 - a) En posant une division décimale, calculer $\frac{10}{4}$.
 - b) Obtient-on une valeur exacte ou une valeur approchée ?
2.
 - a) En posant une division décimale, calculer $\frac{10}{6}$.
 - b) Obtient-on une valeur exacte ou une valeur approchée ?
 - c) Que peut-on conjecturer sur le 9ème chiffre après la virgule ?
 - d) Vérifier le calcul à la calculatrice. Commenter.
3.
 - a) Calculer les quatre premières décimales de $\frac{3}{11}$.
 - b) Que peut-on conjecturer sur les décimales de ce nombre ?
 - c) Écrire les douze premières décimales de ce nombre.

Partie 2 – Écriture sous forme de fraction

Écrire chacun des nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

$a = 0,3333...3...$

$b = 0,7777...7...$

$c = 0,909090...90...$

Pour chaque résultat, vérifier à l'aide de la calculatrice.

Pour continuer, essayez d'écrire sous forme de fraction les nombres suivants :

$d = 1,8989...89...$

$e = 3,14151515...15...$

$f = 5,6785678...5678...$

2019

Partie 1

1) a) $\frac{10}{4} = 2,5$

b) C'est une valeur exacte

~~$$\begin{array}{r} 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

2) a) $\frac{10}{6} = 1,6$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 6 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 4 \end{array}$$

b) valeur approchée

c) 6 mais 7

d) 1,666 666 66 7

3) $\frac{3}{11}$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 0 \\ \hline 30 \\ - 22 \\ \hline 80 \\ - 77 \\ \hline 30 \end{array}$$

c) 27 27 27 27 27 27 27 27

b) C'est le même chiffre

Partie 1.

$$1) a) \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 00 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 4 \\ 2,5 \end{array} \right.$$

b) Nous obtenons une valeur exacte.

$$2) a) \begin{array}{r} 10 \\ - 6 \\ \hline 40 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 6 \\ 1,66... \end{array} \right.$$

Nous obtenons une valeur exacte.

$$b) \begin{array}{r} 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \end{array}$$

Le 9^{ème} chiffre après la virgule est 6.

$$c) \begin{array}{r} 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \end{array}$$

La calculatrice arrête au chiffre le plus proche.

$$d) \begin{array}{r} 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$3) a) \begin{array}{r} 30 \\ - 30 \\ \hline 22 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 11 \\ 0,272 \end{array} \right.$$

b) $\begin{array}{r} 80 \\ - 77 \\ \hline 30 \\ - 22 \\ \hline 80 \end{array}$ Ce sont les mêmes décimales qui se répètent

$$c) \begin{array}{r} 30 \\ - 22 \\ \hline 80 \end{array} \quad 272727272727$$

Donc) $\begin{array}{r} 200 \\ - 111 \\ \hline 890 \\ - 888 \\ \hline 200 \\ - 111 \\ \hline \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 111 \\ 0,18001 \end{array} \right.$ Le 3^{ème} décimal est 8.

Mathématiques:

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 8} \times 4 \\ \underline{- 8} \\ 20 \\ \underline{- 20} \\ 0 \end{array}$$

b) On obtient une valeur ~~exacte~~ ~~exacte~~ ~~exacte~~ exacte

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 6} \times 6 \\ \underline{- 6} \\ 40 \\ \underline{- 36} \\ 40 \\ \underline{- 40} \\ 0 \end{array}$$

b) On obtient une valeur approchée.

c) c'est toujours le même chiffre.

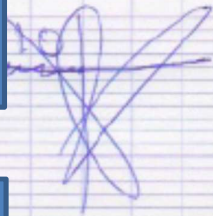
$$\begin{array}{r} 3,0 \overline{) 11} \times 11 \\ \underline{- 22} \\ 80 \\ \underline{- 77} \\ 30 \\ \underline{- 22} \\ 80 \\ \underline{- 77} \\ 30 \end{array}$$

d) On voit qu'il y a toujours les 2 même nombre après la virgule.

e) 27272727

Partie 2: $a = \frac{1}{3}$ $b = \frac{7}{9}$ $c = \frac{90}{99}$

2nde n.



1)

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 25} \\ \underline{20} \\ 5 \end{array}$$

2) a)

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 6} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

b) C'est une valeur approchée car on peut faire jusqu'à l'infini.

c) On peut conjecturer que après la virgule sera un 6.

d) Quand on vérifie le calcul à la calculatrice on voit que le 3^{ème} chiffre 0 est un 6 parce que la calculatrice arrondit le nombre plus près.

3) a)

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 71} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 40 \\ \underline{30} \\ 10 \end{array}$$

d) On peut conjecturer sur la décimale de ce nombre que le chiffre 2 et 7 alternent.

c) 0,272727272727.

Partie 2. Trouver sous forme de fraction.

$$a = \frac{1}{3}$$

$$b = \frac{7}{9}$$

$$c = \frac{90}{99}$$

$$0,303030... 90... = \frac{10}{11}$$

$$100x - 90 = x$$

$$99x = 90$$

$$x = \frac{90}{99}$$

$$x = \frac{10}{11}$$

Marc

Après la virgule

2nd 1) a) $\frac{10}{4} = 2,5$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

b) On obtient une valeur exacte

2. a) b. $\begin{array}{r} 6 \\ 40 \overline{) 1.66666...} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \end{array}$

b) On obtient une valeur approchée.

c) On peut conjecturer sur le 9^{ème} chiffre après la virgule que se sera un 6.

d) Lorsque l'on vérifie le calcul à la calculatrice on voit que le 9^{ème} chiffre est un 7 car la calculatrice arrondit au plus près.

3) a) $\begin{array}{r} 30 \overline{) 11} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 30 \\ \underline{30} \end{array}$ 0,2727

b) On peut conjecturer sur les décimales de ce nombre que le chiffre 2 et 7 s'altère.

c) 0,2727272727

Bonus : Quel est la 53^e décimale de $\frac{20}{111}$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 890 \\ 200 \\ 890 \\ 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 111 \\ 6,180180 \end{array}$$

Donc on sait que 180 s'enchaîne à l'infinie.
Puis on fait $53 = 17 \times 3 + 2$ donc le
chiffre de la 53^e décimale de $\frac{20}{111}$ est 8,

Exercice 2 :

$$\begin{aligned} x &= 0,3333 \dots \\ 10 \times 0,3333 \dots &= 3,3333 \dots \\ 10 \times 0,3333 \dots - 3 &= 0,3333 = x \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} 10x - 3 &= x \\ 9x &= 3 \\ x &= \frac{3}{9} \end{aligned}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3}}$$

$$x = 0,9090 \dots 9090 \dots$$

$$\begin{aligned} 100x - 90 &= x \\ 99x &= 90 \\ x &= \frac{90}{99} \end{aligned}$$

$$\boxed{x = \frac{10}{11}}$$

Annexe 6 : Activité sur le signe égal

Nom :

Classe de 2nde

Le signe égal

On veut élucider la question : « Le signe égal a-t-il toujours la même signification ? »

Exemples :

$$3+5=8 \quad 5a+2=0 \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \quad f(x)=x^2+1$$

Donner plusieurs significations possibles avec un exemple :

1.
.....
.....
.....
2.
.....
.....
.....
3.
.....
.....
.....

Regrouper les égalités ci-dessous en fonction de leur sens :

$$\begin{array}{lll} a: (x-1)^2 = -1 & b: f(x) = 3x+1 & c: 4-10 = -6 \\ d: y = 3-2x & e: (x-1)(x+1) = x^2-1 & f: g(x) = ax+b \\ g: f(x) = g(x) & h: a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2 & i: 10^a \cdot 10^b = 10^{(a+b)} \\ j: \text{soit } A \text{ l'aire d'un disque et } r \text{ son rayon, } A = \pi r^2 & k: c(a+b) = ca+cb \\ l: \text{si } a=7 \text{ et } b=3, \text{ alors (on a) } a+3b=16 & n: y^2 = 2y-4 \end{array}$$

Une égalité est

1.
.....
exemples :
2.
.....
exemples :
3.
.....
exemples :

Notes pour le professeur :

Définitions à mettre au tableau et à commenter avant de passer à l'exercice :

- Une **égalité** est une expression comportant le signe = et deux membres de part et d'autre.
- Une **Identité** est une égalité toujours vraie entre deux expressions distinctes. Un **résultat** est une identité ne contenant que des nombres et des opérations dans le membre de gauche et le résultat de ces opérations dans le membre de droite.
- Une **équation** est une égalité qui comporte une ou plusieurs variables (appelées inconnues) qui peut être vraie ou fausse selon les valeurs prises par l'inconnue. Une équation est une question : on cherchera éventuellement à déterminer la ou les valeurs qui la rendent vraie.
- Une **affection** affecte au membre de gauche (variable) la valeur du membre de droite. Une **définition** définit le membre de gauche (souvent une fonction) par le membre de droite (souvent une expression algébrique).

Corrigé pour les élèves (à recopier sur la fiche)

1. Une **égalité** est une expression comportant le signe = et deux membres de part et d'autre.
2. Une **Identité** est une égalité toujours vraie. Un **résultat** est une identité ne contenant que des nombres et des opérations.
3. Une **équation** est une égalité qui comporte une ou plusieurs variables qui peut être vraie ou fausse. Une équation est une **question**.
4. Une **affection** ou une **définition** affecte ou définit le membre de gauche (variable ou fonction) d'une égalité.

Nom :

Moussa

18/20

Classe de 2nde 4

Le signe égal

On veut élucider la question : « Le signe égal a-t-il toujours la même signification ? »

Exemples :

$\times 3+5=8$

$\times 5a+2=0$

$\times (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$\times f(x)=x^2+1$



Donner plusieurs significations possibles avec un exemple :

9/11

1. le premier exemple le signe égal sert à donner un résultat car le calcul est une addition. $3+5=8$ la somme
2. le deuxième exemple est une équation le signe égal sert à trouver la valeur de la dépendance de a
3. le troisième exemple $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ le signe égal signifie que $(a+b)(a-b)$ est la même chose que a^2-b^2 c'est une identité remarquable.

Regrouper les égalités ci-dessous en fonction de leur sens :

très bien !

4/4

a: $(x-1)^2=-1$

b: $f(x)=3x+1$

c: $4-10=-6$

d: $y=3-2x$

e: $(x-1)(x+1)=x^2-1$

f: $g(x)=ax+b$

g: $f(x)=g(x)$

h: $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

i: $10^a \cdot 10^b=10^{(a+b)}$ $\times$

j: soit A l'aire d'un disque et r son rayon, $A=\pi r^2$

k: $c(a+b)=ca+cb$

l: si $a=7$ et $b=3$, alors (m: $a+3b=16$

n: $y^2=2y-4$

Une égalité est une affirmation comportant le signe égal (=) et deux membres de part et d'autre.

5/5

1. une identité est une égalité toujours vraie. une équation est une identité ne contenant que des nombres et des opérations.
exemples : $a \times a = a^2$
2. une équation est une égalité qui comporte une ou plusieurs variables qui peut être vraie ou fausse. une équation est une question.
exemples : $5a+2=0$ $x^2=4$
3. une affectation ou une définition affecte ou définit le membre de gauche (variable ou fonction) d'une égalité.
exemples : $f(x)=x^2$ $a=3$

Annexe 7 : Activité sur la lettre

Nom :

Classe de 2nde 4

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles

On va essayer de clarifier les différents rôles des lettres en mathématiques.

Exemples :

Lettres f et x : $f(x) = \frac{1}{x}$

Lettre g : Soit g la fonction qui à x associe $2x - 3$.

Lettre x : $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$

Lettres a et b : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Lettre x : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 5$.

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

Donner plusieurs explications du rôle des lettres avec au moins un exemple pour chaque explication:

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles (suite et fin)

Comment savoir quel est le statut de la lettre ?

On peut procéder de la façon suivante et suivre l'algorithme :

Peut-on mettre une valeur à la place de la lettre ?

Si non : la lettre sert pour la **définition** d'une formule (A pour aire, V pour volume), d'une fonction (f, g, ...), d'un nombre particulier pi, d'un **paramètre**...

Si oui, alors peut-on mettre la valeur qu'on veut à la place de la lettre ?

* **Si oui** : la lettre est une **indéterminée** (identité remarquable) ou une **variable** (dans des formules si on n'a pas de contrainte sur l'ensemble de définition)

* **Si non** : quelle(s) valeur(s) peut-on mettre? Pourquoi?

- la ou les solutions d'une équation: la lettre est une **inconnue**

- les éléments d'un ensemble de définition (certaines valeurs ne sont pas acceptées ou sont interdites) : la lettre est une **variable**.

Exercice : Distinguer avec un code couleur les différents statuts de toutes les lettres des exemples ci-dessus. Indiquer le code couleur en entourant les mots soulignés: La lettre est utilisée pour une définition. La lettre est un paramètre, une indéterminée, une inconnue ou une variable.

Lettres f et x : $f(x) = \frac{1}{x}$

Lettre g : Soit g la fonction qui à x associe $2x - 3$.

Lettre x : $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$

Lettres a et b : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Lettre x : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 5$.

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles

On va essayer de clarifier les différents rôles des lettres en mathématiques.

Exemples :

Lettres f et x : $f(x) = \frac{1}{x}$

Lettre g : Soit g la fonction qui à x associe $2x-3$.

Lettre x : $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

Lettres a et b : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Lettre x : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 5 = 0$.

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

Donner plusieurs explications du rôle des lettres avec au moins un exemple pour chaque explication:

Les lettres servent à trouver une inconnue (x).

On peut aussi utiliser les lettres comme des identités remarquables.
C'est-à-dire, les lettres sont des formules que l'on peut utiliser avec n'importe quel chiffre ou nombre.

On a aussi des lettres que l'on utilise pour un paramètre (R = rayon)...

On a ^{une lettre} ~~une inconnue~~ dans un programme pour vérifier ou trouver un calcul.

On utilise les lettres pour trouver une inconnue.

On utilise aussi les lettres pour trouver des différents résultats même si ce sont pas toutes des lettres pour la même chose.

Cela m'a servi comme affirmation dans mes connaissances et pour différencier les différentes lettres pour leur utilisation.

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles

On va essayer de clarifier les différents rôles des lettres en mathématiques.

Exemples :

Lettres f et x : $f(x) = \frac{1}{x}$

Lettre g : Soit g la fonction qui à x associe $2x - 3$.

Lettre x : $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

Lettres a et b : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Lettre x : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 5$.

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

Donner plusieurs explications du rôle des lettres avec au moins un exemple pour chaque explication:

Les lettres : les lettres servent à être plus abstrait, pour les identités remarquables par exemple les lettres peuvent être remplacées, pour d'autre non comme une fonction par exemple les lettres nous permettent de nous éloigner un peu des chiffres et pour des cas moins réaliste, elle à servir et généraliser. En général ce qui est vrai pour une lettre est vrai pour un ensemble de nombre
 -> Certaines conventions nous habitues à comprendre la signification de certaines lettres.

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles

On va essayer de clarifier les différents rôles des lettres en mathématiques.

Exemples :

Lettres f et x : $f(x) = \frac{1}{x}$: Pour définir une inconnue

Lettre g : Soit g la fonction qui à x associe $2x - 3$.

Lettre x : $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

Lettres a et b : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Lettre x : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 5$.

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

Donner plusieurs explications du rôle des lettres avec au moins un exemple pour chaque explication:

Les lettres désignent parfois des (Fonctions, Nombres) dans leurs contexte
qui, se sert à différencier les formules
et à faire le résumé de ce que l'on veut dire sans beaucoup écrire

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles

On va essayer de clarifier les différents rôles des lettres en mathématiques.

Exemples :Lettres f et x :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$f \rightarrow$ définir une fonction
 $x \rightarrow$ placer une inconnue

Lettre g :

Soit g la fonction qui à x associe $2x-3$. $g \rightarrow$ définir une fonction

Lettre x :

$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1 \rightarrow \text{placer une inconnue}$$

Lettres a et b :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow \text{avoir un exemple qui peut être utile pour toute les identités remarquables}$$

Lettre x :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 5$. $x \rightarrow$ placer une inconnue pour la trouver

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

$A \rightarrow$ reconnaître le mot aire pour l'aire dans une calcul

$\pi \rightarrow$ définir un nombre infini par un signe noté par la lettre (proportion)

$r \rightarrow$ reconnaître le mot rayon pour le placer dans un calcul

Donner plusieurs explications du rôle des lettres avec au moins un exemple pour chaque

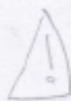
explication:

$$A = \text{côté} \times \text{côté}$$

$$\pi \approx 3,14$$

~~Le rayon~~

$R =$ une ^{segment} ~~droite~~ dans un cercle passant par le centre et se finissant sur le cercle $\div 2$.



Je ne trouve pas que ça me beaucoup servie car ça me parait simple.

Nom :

Malik

Classe de 2nde 4

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 1 : Les différents rôles

On va essayer de clarifier les différents rôles des lettres en mathématiques.

Exemples :

Lettres f et x : $f(x) = \frac{1}{x}$

Lettre g : Soit g la fonction qui à x associe $2x - 3$.

Lettre x : $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

Lettres a et b : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Lettre x : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 5$.

Lettres A , π et r : Soit A l'aire d'un disque de rayon r , $A = \pi r^2$.

Donner plusieurs explications du rôle des lettres avec au moins un exemple pour chaque explication:

Certaines lettres ne peuvent pas être remplacées par n'importe quelle valeurs.

Les lettres dans les mathématiques peuvent représenter plusieurs choses.

- Comme dans les identités remarquables ou l'utilisation des lettres

A et B pour remplacer les chiffres qui rendent la visualisation et l'apprentissage.

- Elle peuvent être le nom d'un ensemble de chiffres. ex: π

- La lettre x représente souvent une inconnue.

- La lettre f et g représentent des courbes.

Les lettres peuvent servir de contre-exemple.

Elles peuvent être des variables.

On remarque que certaines lettres ont une représentation unique et sont toujours utilisées pour une même utilisation.

A quoi servent les lettres en mathématiques ?

Partie 2 : Une application à la plage

Problème : Un maître-nageur dispose de deux bouées et d'une corde de 150m de longueur pour déterminer une aire rectangulaire de baignade surveillée le long d'une plage rectiligne.

Il se pose deux questions :

- Où doit-il placer la première et la dernière bouée pour que la zone de la baignade ait une aire maximale ?
- Que vaut alors cette aire ?



Je n'ai pas photo sur volée
 de iPhone (c'est)



Sans nom 1 - LibreOffice Calc

Fichier Édition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre Aide

Arial 10

C17 f_x Σ =

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		longueur	largeur	aire	corde	
4		100	30	3000	160	
5		150	5	750	160	
6		130	15	1950	160	
7		120	20	2400	160	
8		140	10	1400	160	
9		30	65	1950	160	
10		102	29	2958	160	
11		98	31	3038	160	
12		96	32	3072	160	
13		90	35	3150	160	
14		80	40	3200	160	
15		60	50	3000	160	
16		70	45	3150	160	
17				0	160	
18				0	0	
19				0	0	
20				0	0	
21				0	0	
22				0	0	
23				0	0	
24				0	0	
25				0	0	
26				0	0	
27				0	0	
28				0	0	
29						
30						
31						
32						

Les tâtonnements de Malik sur Excel. Il a conclu de façon juste que le maximum était 3200, convaincu qu'il avait trouvé la solution.